

Der Sonne auf der Spur: Unser globaler "Sonnenstand-Anzeiger"



Wo und wann steht die Sonne wie hoch und wo am Himmel?

- Wie hängt die Tages-/Nachtlänge mit dem Standort und der Jahreszeit zusammen?
- Wann geht die Sonne vor Ort auf und unter, wann ist "Mittag"?
- Wie tief "sinkt" die Sonne nachts unter den Horizont?
- Wie steil steigt sie aus dem Horizont auf?

Das sind nur einige der möglichen Fragen die Sie mit Hilfe unseres "Sonnenstand-Anzeigers" untersuchen können. Die Bedienung ist denkbar einfach: Geben Sie die Breite und Länge eines gewünschten Standorts auf der Erde, ein Datum und eine Uhrzeit ein. Dann sehen Sie:

- Die Position der Sonne am Himmel (Höhe/Kompassrichtung = Azimut)
- Den Tagesgang der Sonne über und unter dem Horizont
- Den Ort, über dem die Sonne senkrecht steht
- Eine Vielzahl von Daten ergänzt die grafische Darstellung

Der "Sonnenstand-Anzeiger" ist ein einfaches Offline-Programm (EXCEL) und ein hoffentlich nützliches Werkzeug für den Geografie-Unterricht: Einige mögliche Themenfelder:

- Jahreszeiten
- Klimazonen
- Gradnetz der Erde

Hintergrund

Die Erde umkreist die Sonne in etwa 365 $\frac{1}{4}$ Tagen.

Die Rotationsachse der Erde ist zur Erdbahnebene um etwa 23,5° geneigt. Diese "Schiefe" behält sie auf ihrer Bahn bei, d.h. die Achse zeigt stets zum Himmelsnordpol (z.Z. nahe des Polarsterns).

Im Laufe des Jahres trifft das Licht der Sonne in unterschiedlichen Winkeln auf die Nord- bzw. Südhemisphäre der Erde. An den Polen (90°N, 90°S) in flachem Winkel (bzw. ein halbes Jahr überhaupt nicht), in den Tropen (zwischen den Wendekreisen 23,5°N /23,5°) mehr oder weniger senkrecht. Dies, und nicht die nur leicht variierende Distanz Sonne-Erde, führt zu den Jahreszeiten mit schwankendem mittäglichem Sonnenhöchststand und wechselnden Tageslängen. Mit den Jahreszeiten schwankt die solare Energiezufuhr mit Folgen für das Klima, das Wetter und die die solare Energienutzung.

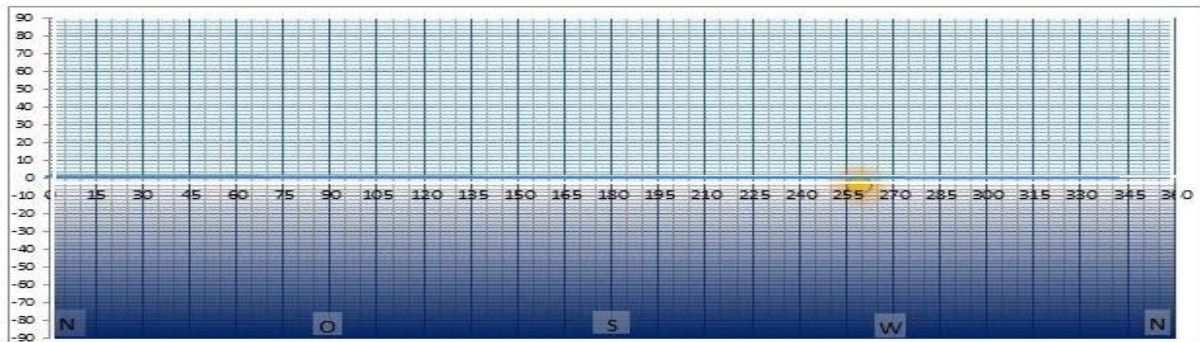
Ein- und Ausgabe der Daten:

- Tragen Sie die Daten nur in die gelb unterlegten Eingabefelder ein.
- Auf dem zweiten Tabellenblatt können Sie optional als Startwert einen zeitlich nahe liegenden Jahresbeginn eingeben.
- Alle anderen Felder sind mit Passwort geschützt.
- Die grau unterlegten Felder geben die aus den von Ihnen eingegebenen Daten errechneten Rechenergebnisse wider.
- Bei Interesse schicken wir Ihnen auf Anfrage gerne eine ungeschützte Version zu.

Breitengrad	<input type="text" value="52"/>	°	<input type="text" value="0"/>	'
Längengrad	<input type="text" value="9"/>	°	<input type="text" value="0"/>	'
Datum:	<input type="text" value="11.03.2018"/>			
Tage seit 01.01.2018	<input type="text" value="69,94"/>	d		
Uhrzeit (MEZ)	<input type="text" value="22"/>	h	<input type="text" value="33"/>	min
Höhe	<input type="text" value="-36"/>	°		
Azimut	<input type="text" value="322"/>	°		
Deklination δ	<input type="text" value="-3,7"/>	°		
Mittlere Ortszeit (MOZ)	<input type="text" value="22:09"/>	h		
Zeitgleichung	<input type="text" value="-10"/>	min		
Wahre Sonnenzeit (WSZ)	<input type="text" value="21:58"/>	h		
Stundenwinkel	<input type="text" value="150"/>	°		
Aufgang*	<input type="text" value="6:49"/>	h	<input type="text" value="96"/>	°
Aufgangswinkel	<input type="text" value="38"/>	°		
Meridiandurchgang (Mittag)	<input type="text" value="12:34"/>	h	<input type="text" value="180"/>	°
Mittagshöhe	<input type="text" value="34,3"/>	°		
Untergang*	<input type="text" value="18:18"/>	h	<input type="text" value="264"/>	°
Tageslänge	<input type="text" value="11,47"/>	h		

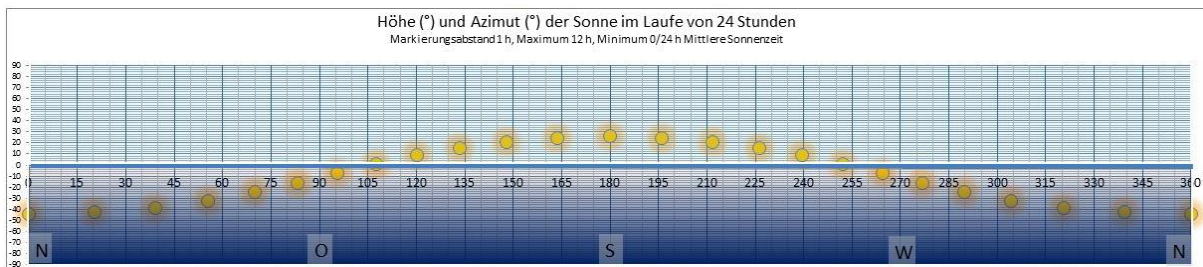
- φ : Grad, Minuten
- λ : Format: Grad, Minuten
- Tag, Monat, Jahr
- Anzahl Tage seit Jahresbeginn
- Stunden, Minuten
- Höhe über dem Horizont (Grad)
- Kompassrichtung (N = 0/360°, O = 90°, S = 180°, W = 270°)
- Breitenkreis über dem die Sonne senkrecht steht.
- Auf die geografische Länge bezogene mittlere Zeit
- Zeitliche Abweichung vom mittleren Mittag
- Auf den wahren Mittag bezogene Ortszeit
- Pro Stunde 15°, Norden = $\pm 180^\circ$, Süden 0°
- Uhrzeit, und Azimut (Kompassrichtung, Grad)
- Winkel zwischen scheinbarer Sonnenbahn und Horizont
- Wahrer Mittag = Meridiandurchgang der Sonne
- Höhe über dem Horizont (Grad)
- Uhrzeit, und Azimut (Kompassrichtung, Grad)
- Sonne über dem Horizont, Dezimalwert

- Wie hoch über dem Horizont und in welcher Himmelsrichtung steht die Sonne?



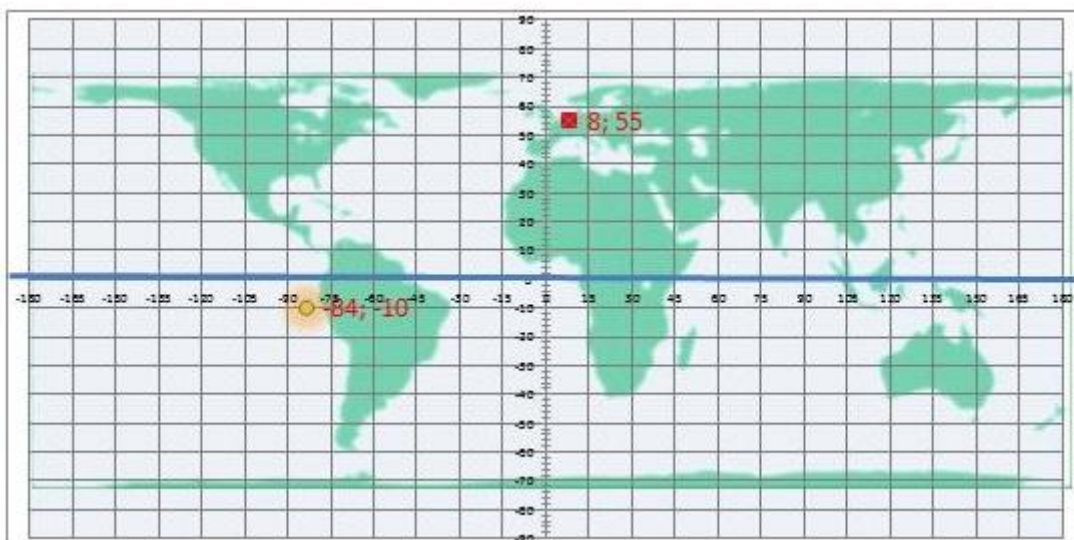
Y-Achse: Winkelhöhe über dem Horizont in Grad, X-Achse: Azimut , d.h. Kompassrichtung der Sonne

- Wie hoch und wie weit spannt sich ihr Tagbogen?



Y-Achse: Winkelhöhe über dem Horizont in Grad, X-Achse: Azimut , d.h. Kompassrichtung der Sonne

- Über welchem Ort steht die Sonne senkrecht?



Position der senkrechten Sonne und des Beobachtungsortes im Gradnetz der Erde

Aus der Höhe über dem Horizont lässt sich die Energie abschätzen, die die Sonne auf einen (waagerechten) Quadratmeter wirft ($E = \approx 1000W + \sin(\text{Höhenwinkel})$). Die mögliche solare Tagesleistung (Wattstunden) kann als Summe vieler gleicher Zeitabschnitte errechnet werden.

Das Programm ist einfach zu bedienen:

Sie oder ihre Schüler(innen) brauchen nur eine geografische Position, ein Datum und eine Zeit einzugeben und Sie erhalten als Grafik und als Zahlenwert

- die Höhe der Sonne über dem Horizont in Grad
- den Azimut, d.h. die Kompassrichtung der Sonne ($0^\circ/360^\circ \rightarrow N$, $90^\circ \rightarrow O$, $180^\circ \rightarrow S$, $270^\circ \rightarrow W$)
- den Ort, über dem die Sonne senkrecht steht (zwischen dem nördlichen und südlichen Wendekreis)

Die gewünschte geografische Breite können Ihre Schüler aus dem Netz "ziehen" oder zwar umständlicher, dafür aber lehrreicher im Atlas aufsuchen. Für eine Tageskurve reicht die Eingabe in Grad ($^\circ$). Wenn Sie den örtlichen Meridiandurchgang sowie die Auf- und Untergangszeiten etwas genauer bestimmen wollen, sollten Sie auch noch die Minuten ($'$) hinzufügen.

Damit finden Sie leicht heraus

- wie unsere Jahreszeiten entstehen.
- warum sie auf der Südhalbkugel entgegengesetzt sind
- wie sich die Tageslänge mit der geografischen Breite ändert (Tropen-/Polartag bzw. -nacht)
- wie die Sonne im Norden bzw. Süden über den Horizont "wandert"

Ihr Standort auf der Erde

Die Erde ist mit einem unsichtbaren Gradnetz überzogen. Jeder Ort der Erde lässt sich durch zwei Koordinaten bestimmen, dem Breitengrad (entspricht der X-Achse) und dem Längengrad ("Y-Achse"). Hannover liegt beispielsweise etwa auf dem 52. nördlichen Breiten- und 9. östlichen Längengrad. Etwas genauer in Grad ($^\circ$) und Minuten ($'$):

Hannover
52°23'N
09°44'O

GPS-Daten werden sowohl in der Stunden-Minuten-Sekunden Form angegeben als auch in Dezimalform

Hannover
52.375892
9.732010

Unsere beiden Eingabefelder (Breite/Länge) verlangen das Stunden-Minuten Format. Mit der DMS-Funktion des Taschenrechners lässt sich das leicht umrechnen. Wer das noch "zu Fuß" rechnen möchte, zieht vom Gesamtwert die ganzen Grade ab und nimmt den auf zwei Nachkommastellen gerundeten Rest mit 60 mal:

52	0,375892	▶	$0,375892 * 60 = 22,55\dots$	52°23'
09	0,732010	▶	$0,732010 * 60 = 43,92\dots$	09°44'

Nördliche Breite	Positive Werte	0° bis + 90°	Westliche Länge	Negative Werte	0° bis - 180°
Südliche Breite	Negative Werte	0° bis - 90°	Östliche Länge	Positive Werte	0° bis + 180°

Es ist übrigens auch ganz reizvoll, ein eigenes Umwandlungs-Programm dazu zu schreiben.

Längengrad und Ortszeit

Sonnenuhren zeigen nicht nur die "heiteren Stunden" an, sondern viel präziser als andere Uhren, wann es wirklich Mittag ist. "Mittag" ist die Mitte des Tages, also die "Halbzeit" zwischen Sonnenauf- und Untergang. Mittag heißt auch: Die Sonne steht genau im Süden.

Und das ist z.B. in Hannover nie genau um 12 Uhr. Um das zu verstehen, muss man sich mit der Erdrotation und den sogenannten Zeitzonen beschäftigen. Auch das kann ein spannendes Atlas-Projekt sein.

Die Erde rotiert in 24 Stunden einmal um ihre Achse. Bezogen auf die 360 Längengrade macht das eine Geschwindigkeit von $24h / 360^\circ = 15 \text{ Grad pro Stunde}$. Unsere gesetzliche Mitteleuropäische Zeit ist eine Zonenzeit, die sich auf den mittleren (!) Meridiandurchgang der Sonne über dem 15. Östlichen Längengrad bezieht. Im Prinzip heißt das: 12 Uhr ist es, wenn die Sonne in Görlitz (15° Ost) genau im Süden steht. Das auch dort die Sonnenuhren nur viermal pro Jahr genau gehen, hängt mit der Umlaufbahn der Erde um die Sonne (siehe Abschnitt Zeitgleichung) zusammen.

Hannover liegt etwa auf dem 10. Östlichen Längengrad und da sich die Erde von West nach Ost dreht, ist es in Hannover stets etwa 20 Minuten später als in Görlitz.

$$\text{Zeitdifferenz zum Bezugsmeridian} = \pm \frac{15^\circ - \lambda}{15^\circ} * 60min$$

$$\pm \frac{15^\circ - 10^\circ}{15^\circ} * 60min = 20min$$

Wenn die Sonne in Görlitz um 12 Uhr im Süden steht, müssen wir also noch etwa 20 Minuten warten, bis sie auch bei uns durch den Meridian geht.

Die Eingabe der Zeit erfolgt in Mitteleuropäischer Zeit. Das Programm errechnet daraus die mittlere Orts- oder Sonnenzeit (MOZ oder MSZ). Der tatsächliche Meridiandurchgang ist zusätzlich abhängig von der Zeitgleichung (siehe unten). Als weitere Ergebnisse erscheinen der "wahre Mittag" (= Meridiandurchgang) und die Wahre Orts- oder Sonnenzeit (WOZ oder WSZ).

Beispiel:

Breitengrad **52** ° **22** '

Längengrad **9** ° **44** '

Uhrzeit (MEZ) **12** h **0** Min

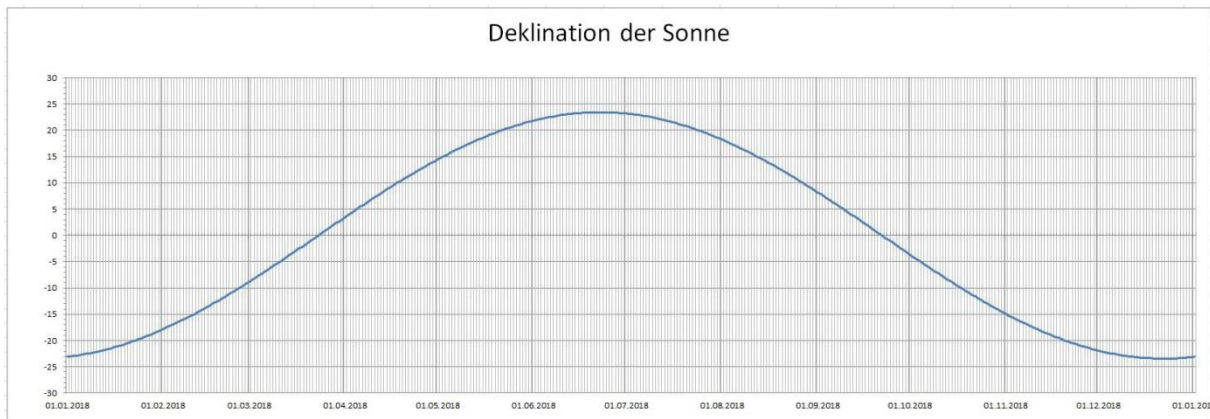
Daraus folgt:

Mittlere Ortszeit (MOZ)	11:38
Zeitgleichung	-7
Wahre Sonnenzeit (WSZ)	11:31
Meridian (Mittag)	12:28

Deklination der Sonne

Die Jahreszeiten sind das Ergebnis der scheinbaren sinusförmigen "Wanderung" der Sonne zwischen den Wendekreisen (23,5° nördlicher bzw. 23,5° südlicher Breite). In der Zone dazwischen, den Tropen im eigentlichen Sinn, kann (!) die Sonne mittags senkrecht im Zenit (90°) stehen.

Die Deklination der Sonne entspricht (vereinfacht formuliert) dem Breitenkreis über dem die Sonne mittags senkrecht steht. Zur Wintersonnenwende (21.12.) erreicht sie über 23,5° südlicher Breite 90° Mittagshöhe, am 21.06. (Sommersonnenwende) steht sie senkrecht über dem 23 ½ nördlichen Breitengrad, zu den Tag-und-Nachtgleichen (21.03. / 23.09.) über dem Äquator (0° Breite).



Im "Sonnenstand-Anzeiger" wird eine Formel benutzt die die die Anzahl der Tage zwischen Jahreswechsel und eingegebenem Datum mit der Tag-und Nachtgleiche im Frühjahr in Beziehung setzt: Damit ist die Null der Startpunkt der sich daraus ergebenden Sinusfunktion:

(https://en.wikipedia.org/wiki/Position_of_the_Sun)

$$\delta = 23,43472^\circ * \sin\left(\frac{360^\circ}{365,24d} * (N + 284d)\right)$$

$$\text{EXCEL}=23,43472*\text{SIN}(\text{BOGENMASS}(360*(284+N)/365,24))$$

N ist die Anzahl der Tage seit der Tagundnachtgleiche im Frühjahr.

Diese Formel führt besonders zu den Tagundnachtgleichen zu Ungenauigkeiten von bis zu 2 Grad.

Wir haben sie daher in späteren Versionen ausgetauscht.

- Die Konstante 0,0167 berücksichtigt die Exzentrizität der Erdbahn
- Mit dem Term (N+10) werden die 10 Tage zwischen der Wintersonnenwende und dem 31.12. berücksichtigt.
- In den Term (N-2) geht die Sonnennähe (Perihel) am 3. Januar ein.

Das Programm berechnet N nach Anzahl der Tage und Bruchteil von Stunden (02.01. 17:50 = 1,7306 Tage).

$$\delta_{\text{Sonne}} = \arcsin \left[\sin(-23,44^\circ) * \cos\left(\frac{360^\circ}{365,24d} (N + 10) + \frac{360^\circ}{\pi} * 0,0167 * \sin\left(\frac{360^\circ}{365,24d} (N - 2)\right)\right) \right]$$

$$\text{EXCEL} = \text{GRAD}(\text{ARCSIN}(\text{SIN}(\text{BOGENMASS}(-23,44)) * \text{COS}(\text{BOGENMASS}(360/365,24*(N+10)+360/PI()*0,0167*\text{SIN}(\text{BOGENMASS}(360/365,24*(N-2)))))))$$

Die Anzahl der zwischen zwei Daten liegenden Tage (+Bruchteile) lässt sich mit EXCEL leicht ermitteln in dem man die beiden Zellinhalte (im Datumsformat!) voneinander abzieht und die Uhrzeit in Dezimalform hinzufügt:

$$\text{EXCEL} = \text{DATUM1} - \text{DATUM2} + \text{Uhrzeit (Dezimalform)}$$

Zeitgleichung

Würde die Erde die Sonne auf einer Kreisbahn umrunden wäre ihr täglicher Weg etwa 1/365 des Kreisumfangs und "Mittag" wäre stets um 12 Uhr Ortszeit. Tatsächlich ist die Erdbahn eine Ellipse was dazu führt, dass ihre Umlaufgeschwindigkeit bei Annäherung an die Sonne zunimmt und abnimmt, wenn sie sich von ihr entfernt. Die Rotationsgeschwindigkeit der Erde bleibt dabei erhalten. Damit steht die Sonne mal etwas früher, mal etwas später im Süden.

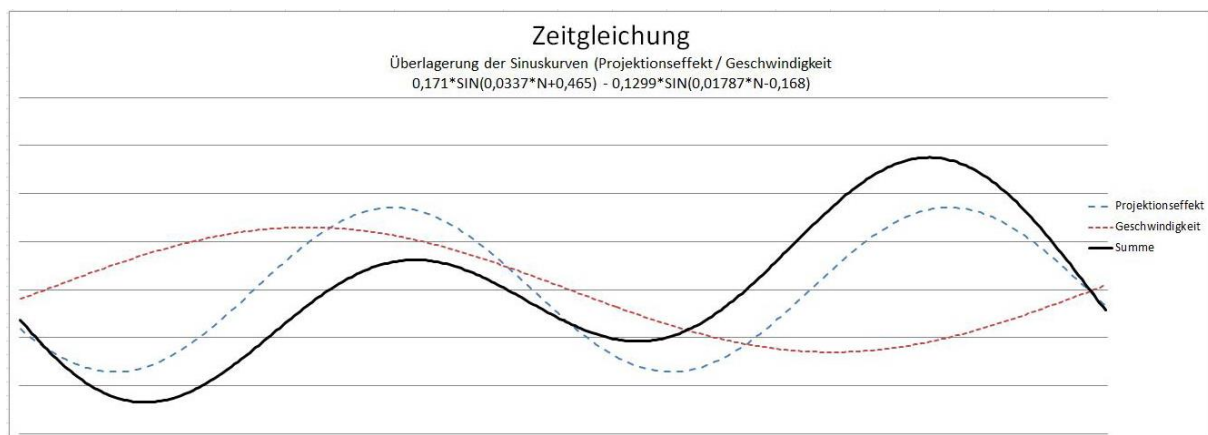
Hinzu kommt der Projektionseffekt, der durch die Schiefe der Erdachse entsteht. Auch dadurch geht die Sonne mal etwas vor und mal etwas nach.

Beide Effekte summieren sich zur "Zeitgleichung". Die Folge: Der wahre, von der Sonnenuhr angezeigte "Mittag" pendelt in sehr vorhersagbarer Form um die den mittleren "Mittag" herum.

Die Formel für die Zeitgleichung setzt sich aus der Überlagerung (Subtraktion) der beiden Sinusschwingen zusammen.

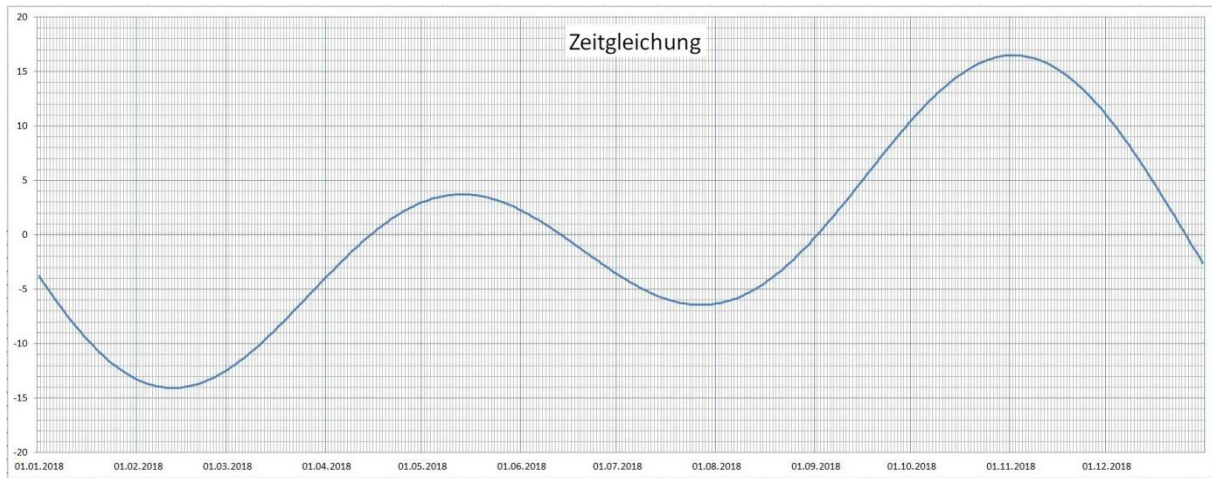
$$ZG = -0,171 * \text{SIN}(0,0337 * N + 0,465) - 0,1299 * \text{SIN}(0,01787 * N - 0,168)$$

N = Anzahl Tage nach Jahresbeginn

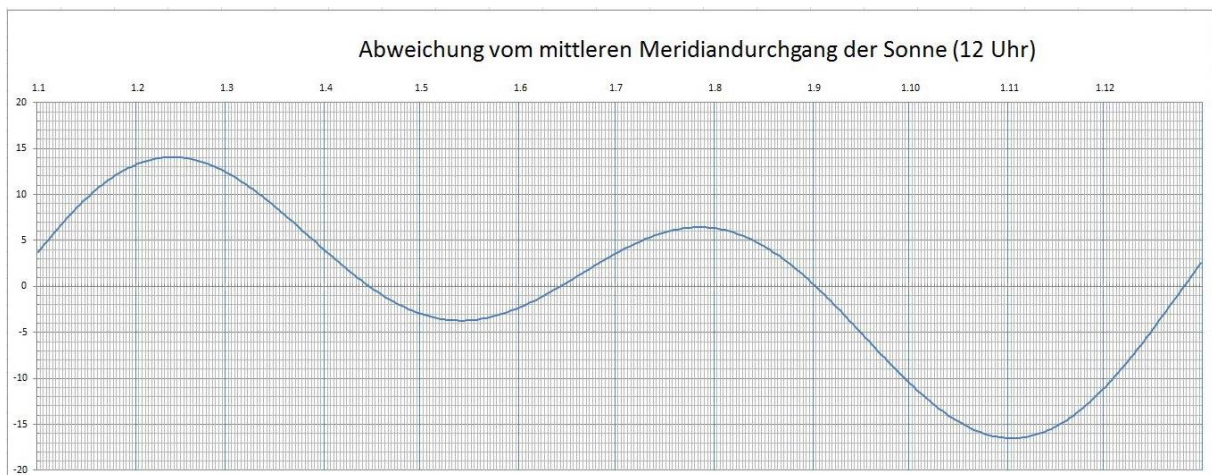


$$\text{EXCEL:} = -0,171 * \text{SIN}(0,0337 * N + 0,465) - 0,1299 * \text{SIN}(0,01787 * N - 0,168)$$

Die sich Jahr für Jahr wiederholende Kurve zeigt ein großes Minimum Anfang Februar, ein kleines Maximum Mitte Mai, ein kleines Minimum Ende Juli und ein großes Maximum Anfang November.



			Mittag (Sonnenuhr)
12.02.	Großes Minimum	-14	12:14
15.04	Nulldurchgang	0	12:00
13.05	Kleines Maximum	+3	11:57
13.06.	Nulldurchgang	0	12:00
27.07.	Kleines Minimum	-6	12:06
01.09.	Nulldurchgang	0	12:00
02.11	Großes Maximum	+16	11:44
26.12.	Nulldurchgang	0	12:00



Wo auf der Erde steht die Sonne jetzt senkrecht am Himmel?

Dieser Ort muss irgendwo zwischen dem nördlichen und dem südlichen Wendekreis liegen und die geografische Breite des Ortes muss die der Deklination sein. Die Länge ist abhängig von der aktuellen örtlichen Meridiandurchgangszeit und vom Unterschied zwischen dieser und der eingegebenen Zeit.

Beispiel

Deklination	-0,7
Meridian (Mittag)	12:28

Der Unterschied zwischen eingegebener Zeit (12:00) und dem wahren Mittag (12:28) beträgt 28 Minuten. Das entspricht

$$\frac{28min}{60min} * 15^\circ = 7^\circ$$

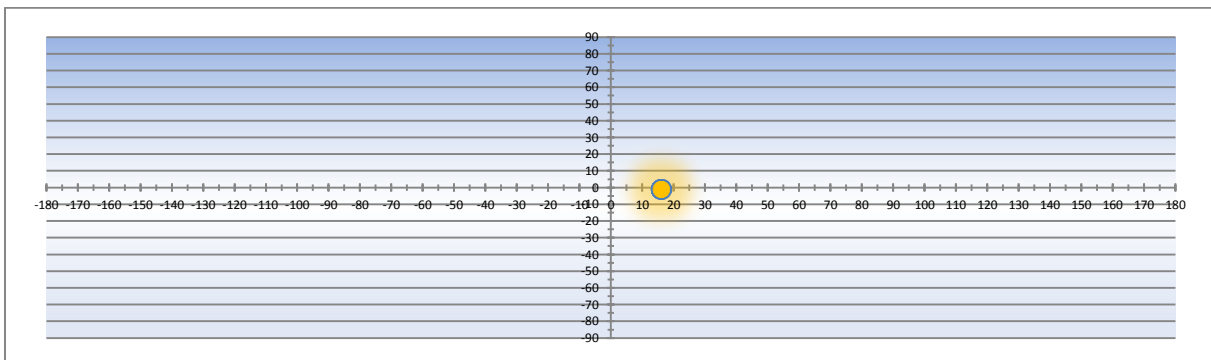
Für den Fall dass die Sonne den Meridian noch nicht überschritten hat ist die gesuchte Länge

$$9,73^\circ + \frac{28}{60} * 15 = 16,73^\circ = 16^\circ 44'$$

Nach Überschreiten des Meridians (Zeit > wahrer Mittag) wäre die Länge zu subtrahieren.

Position der "senkrechten Sonne":

Breite (= Deklination)	-0,7°	-0°42'
Länge	16,73°	16°44'



Höhe der Sonne beim Meridiandurchgang (Transit)

Die Mittagshöhe ist gegeben durch die Formel

$$Höhe_{Mittag} = 90^\circ - \varphi \pm \delta$$

Für Hannover ($\approx 52^\circ$ Nord) gilt

		Mittagshöhe über Süd
März	$Höhe_{Mittag} = 90^\circ - 52 + 0^\circ$	38,0°
Juni	$Höhe_{Mittag} = 90^\circ - 52 + (+23,5^\circ)$	61,5°
September	$Höhe_{Mittag} = 90^\circ - 52 + 0^\circ$	38,0°
Dezember	$Höhe_{Mittag} = 90^\circ - 52 + (-23,5^\circ)$	14,5°

Für einen Ort auf 52° südlicher Breite gilt:

		Mittagshöhe über Nord
März	$Höhe_{Mittag} = 90^\circ - 52^\circ - 0^\circ$	38,0°
Juni	$Höhe_{Mittag} = 90^\circ - 52^\circ - (+23,5^\circ)$	14,5°
September	$Höhe_{Mittag} = 90^\circ - 52^\circ - 0^\circ$	38,0°
Dezember	$Höhe_{Mittag} = 90^\circ - 52^\circ - (-23,5^\circ)$	61,5°

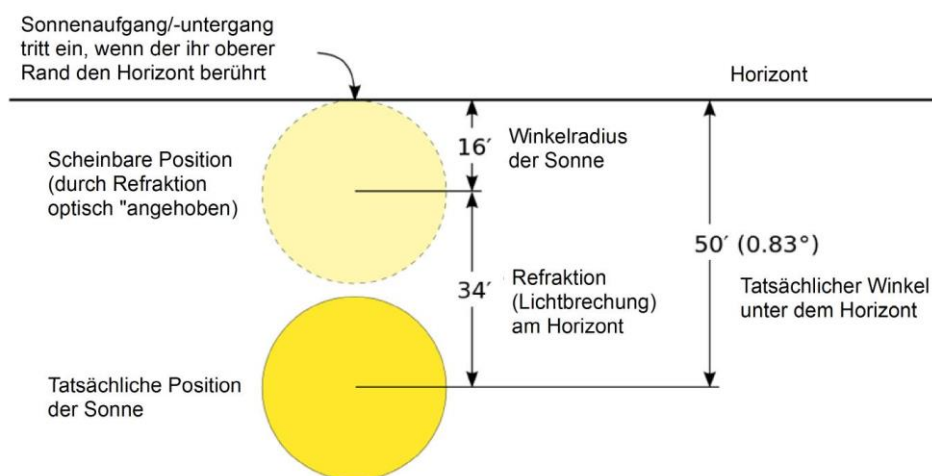
EXCEL =WENN($\varphi > 0$; $90 - (\varphi - \delta)$; $90 + (\varphi - \delta)$)

Auf- / Untergang der Sonne

Was heißt "Sonnenaufgang" astronomisch gesehen? Die Sonne geht auf, wenn ihr oberer Rand am Horizont auftaucht ("Erstes Licht"). Für den Untergang gilt entsprechendes.

Durch die in Horizontnähe besonders starke Lichtbrechung (Refraktion) wird die Sonnenscheibe ("Durchmesser" etwa 0,5°) optisch um ein halbes Grad (34') angehoben. Das heißt. Wenn die Sonne gerade über dem Horizont zu stehen scheint geht sie (astronomisch gesehen) gerade auf.

Die Formel für Sonnenaufgang und -untergang muss diesen Effekt berücksichtigen.



Grafik: https://en.wikipedia.org/wiki/Sunrise#/media/File:Sunrise-Sunset_angle.svg

Mit deutschem Text unterlegt

"Mittag" heißt ursprünglich "Mitte des Tages" (Man darf den Mittag übrigens laut DUDEN mit zwei "t"s schreiben, weil dieser Zusammenhang nicht mehr erkannt wird...). Die Grundlage der Berechnungen zum Auf- und Untergang der Sonne muss daher der "wahre Mittag" (Zeitpunkt des Meridiandurchgangs) sein. Zeiten und Azimute können hier als symmetrisch zum Meridian gelten.

Wann geht die Sonne auf bzw. unter?

Der Tagbogen ist die Zeit zwischen Sonnenaufgang und Sonnenuntergang. Er ist abhängig von der geografischen Breite des Ortes (φ) und von der Jahreszeit (Deklination der Sonne δ).

Der Stundenwinkel (d.h. die "Länge") des halben Tagbogen lässt sich mit dieser Formel bestimmen:

$$\cos \omega = -\tan \varphi * \tan \delta$$

ω = Stundenwinkel, φ = geografische Breite, δ = Deklination der Sonne

Um die Zeit zu errechnen muss der Stundenwinkel durch 15 geteilt werden (1 h = 15°) und der Dezimalwert ins DMS-Format verwandelt werden.

Die obige Formel berücksichtigt nicht, dass die Sonne durch Refraktion in der Atmosphäre optisch angehoben wird und zwar je stärker desto tiefer sie steht.

Dies wird durch die folgende Formel ausgeglichen:

$$\cos \omega = \frac{\sin a - \sin \varphi * \sin \delta}{\cos \varphi * \cos \delta}$$

Hinweis: Um die Division durch Null zu vermeiden ($\cos 90 = 0$) werden bei Eingabe der Breite 90° bzw. -90° die Werte geringfügig erhöht bzw. vermindert.

EXCEL =WENN(ODER($\varphi=90$; $\varphi=-90$); $\varphi-0,0001$; φ)

Der Wert a (-0,83°) entspricht der Höhe der Scheibenmitte über dem Horizont beim Auf- bzw. Untergang.

Die lokalen Zeiten des Sonnenaufgangs und Sonnenuntergangs ergeben sich, indem man die Zeitdauer des halben Tagbogens vom örtlichen wahren Mittag (Meridiandurchgang der Sonne) abzieht bzw. ihm diesen hinzufügt.

Sonnenaufgang	Wahrer Mittag	- halber Tagbogen
Sonnenuntergang	Wahrer Mittag	+ halber Tagbogen

Die Tageslänge ist die Differenz zwischen Sonnenaufgang und Sonnenuntergang.

Wo geht die Sonne auf und unter?

Der Azimutwinkel (Az , bezogen auf Süd = 180°) bei Sonnenaufgang ist gegeben durch die Formel:

$$\cos Az_{(\text{Sonnenaufgang})} = \frac{\sin \delta}{\cos \varphi}$$

Der Ort des Sonnenuntergangs ist dann 360-Az

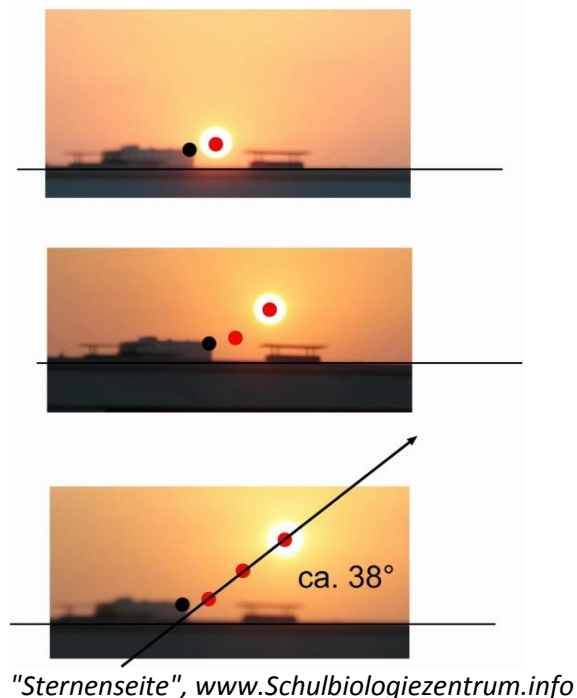
Für Hannover ($\approx 52^\circ$ Nord) gilt etwa:

März	$\cos Az_{(\text{Sonnenaufgang})} = \frac{\sin 0}{\cos 52} =$	Azimut Sonnenaufgang 90° Azimut Sonnenuntergang 270°
Juni	$\cos Az_{(\text{Sonnenaufgang})} = \frac{\sin 23,5}{\cos 52} =$	Azimut Sonnenaufgang 50° Azimut Sonnenuntergang 310°
September	$\cos Az_{(\text{Sonnenaufgang})} = \frac{\sin 0}{\cos 52} =$	Azimut Sonnenaufgang 90° Azimut Sonnenuntergang 270°
Dezember	$\cos Az_{(\text{Sonnenaufgang})} = \frac{\sin -23,5}{\cos 52} =$	Azimut Sonnenaufgang 130° Azimut Sonnenuntergang 230°

Formel: <http://www.geoastro.de/SunCompass/azimuth/index.html>

Auf- und Untergangswinkel der Sonne

Der Winkel, den die auf- und untergehende Sonne mit dem Horizont bildet lässt zum Zeitpunkt der Tagundnachtgleichen im März und September auf den Breitengrad des Beobachtungsortes schließen:



Die hier zur Tagundnachtgleiche im Frühjahr im Osten aufgehende Sonne steigt im Winkel von etwa 38° auf. Die geografische Breite beträgt danach $90^\circ - 38^\circ = 52^\circ$.

Zu den Polen verringert sich der Winkel bis auf 0°, am Äquator beträgt er 90°.

Zu den Sonnenwenden verringert sich der Aufgangswinkel.

Das hat zur Folge, dass die Dämmerung im Sommer und im Winter länger anhält als im Frühjahr und Herbst.

Aufgangswinkel $>90^\circ$ treten auf der Südhalbkugel auf wenn die Sonne mittags im Norden steht.

Die Formel

$$\cos a = \left(\frac{\sin\varphi - \sin\delta * \sinh}{\cos\delta * \cosh} \right)$$

gibt den Aufgangswinkel in Abhängigkeit von der geografischen Breite und der Deklination der Sonne wider. Die Winkelhöhe h kann hier mit Null gesetzt werden.

Da der Sinus von 0 = 0 und der Cosinus von 0 = 1 ist kann die Formel noch weiter vereinfacht werden:

$$\cos a = \frac{\sin\varphi}{\cos\delta}$$

Die in Horizontnähe auftretende, die Sonne optisch anhebende Refraktion wird hier vernachlässigt.

$$\text{EXCEL} = \text{GRAD}(\text{ARCCOS}((\text{SIN}(\text{BOGENMASS}(\varphi)) - \text{SIN}(\text{BOGENMASS}(\delta)) * \text{SIN}(\text{BOGENMASS}(0^\circ))) / (\text{COS}(\text{BOGENMASS}(\delta)) * \text{COS}(\text{BOGENMASS}(0^\circ))))))$$

Vereinfacht mit h = 0:

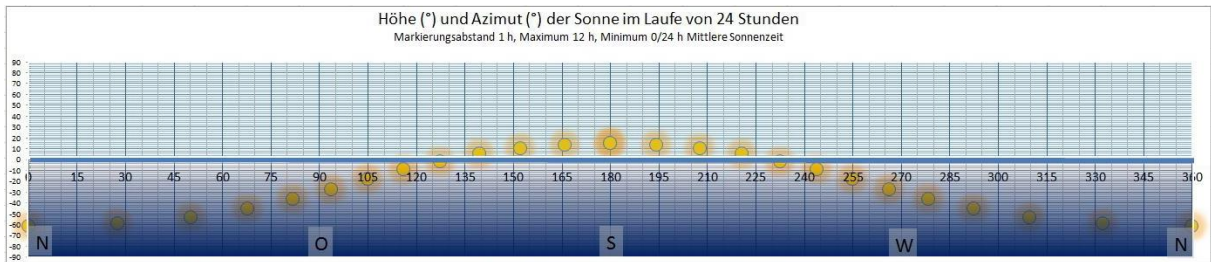
$$= \text{GRAD}(\text{ARCCOS}(\text{SIN}(\text{BOGENMASS}(\varphi)) / \text{COS}(\text{BOGENMASS}(\delta))))$$

Quelle: Richard Walker, www.ursusmajor.ch/downloads/berechnungstool-archaeoastronomie-vers-2_0.xls (Formel durch Herausnahme der Refraktionskorrektur vereinfacht)

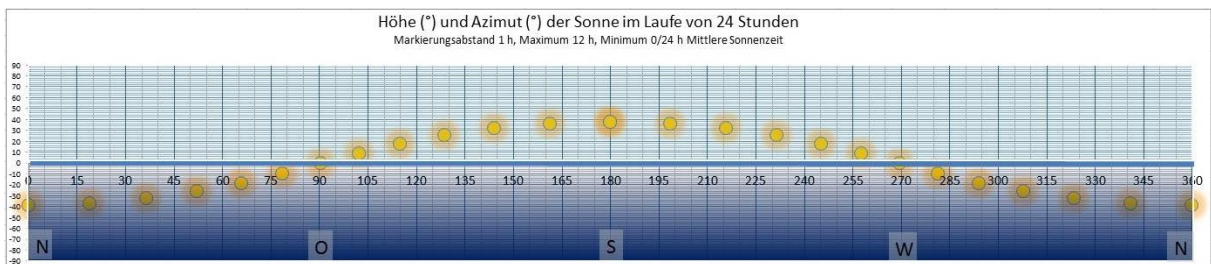
Beispiele:

Hannover +52°

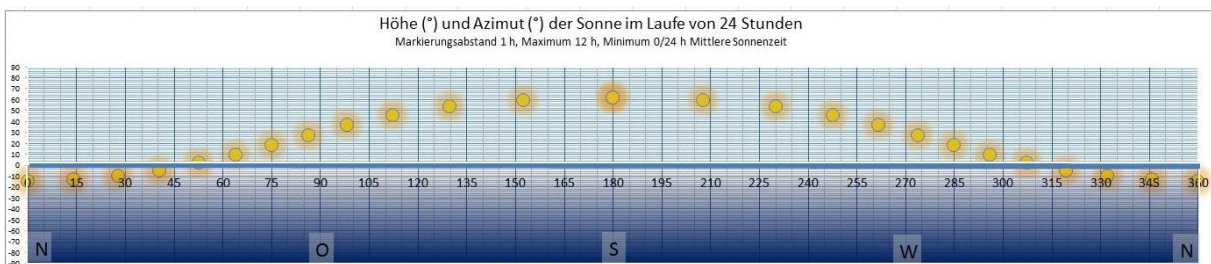
Dezember



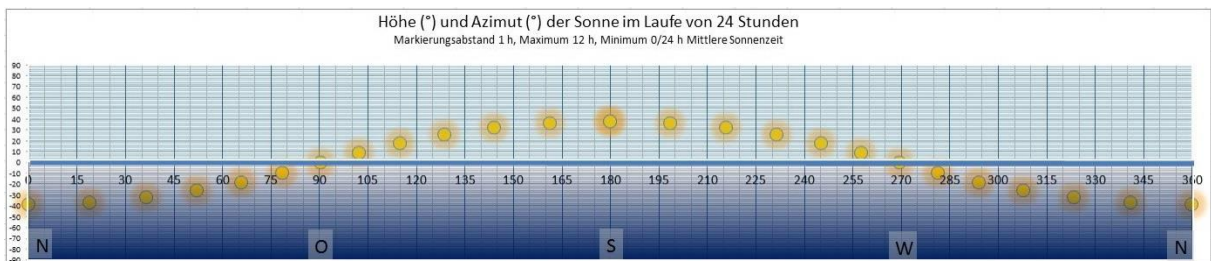
März



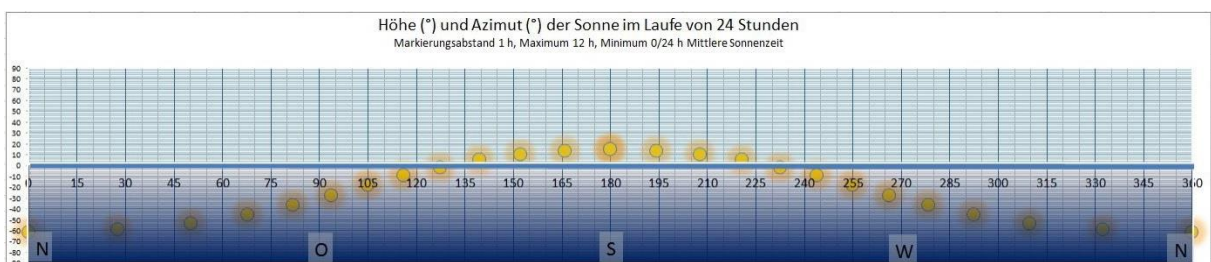
Juni



September

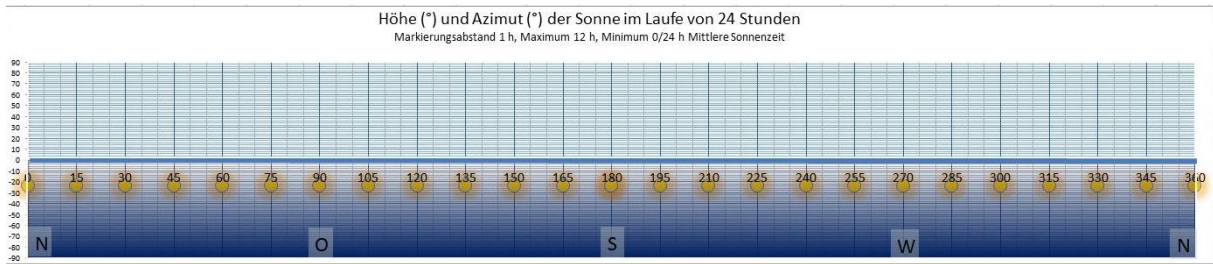


Dezember

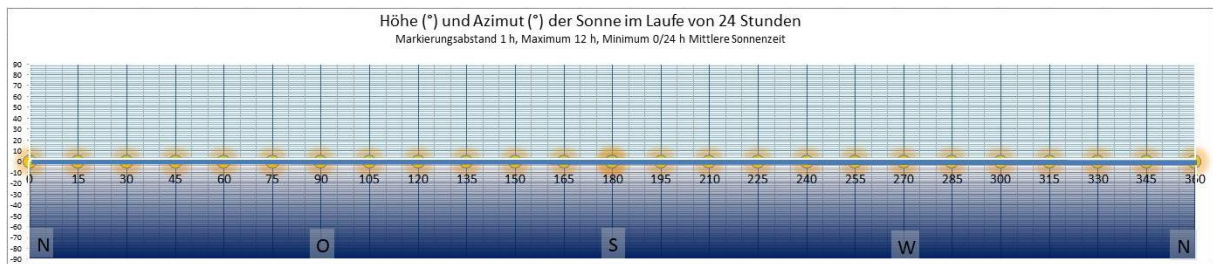


Nordpol +90°

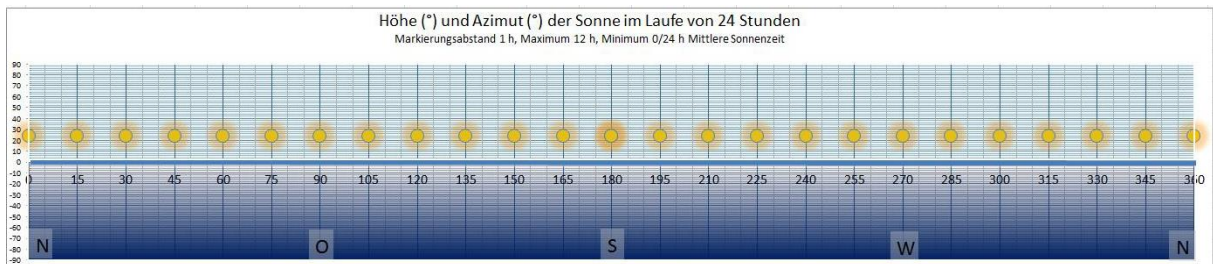
Dezember



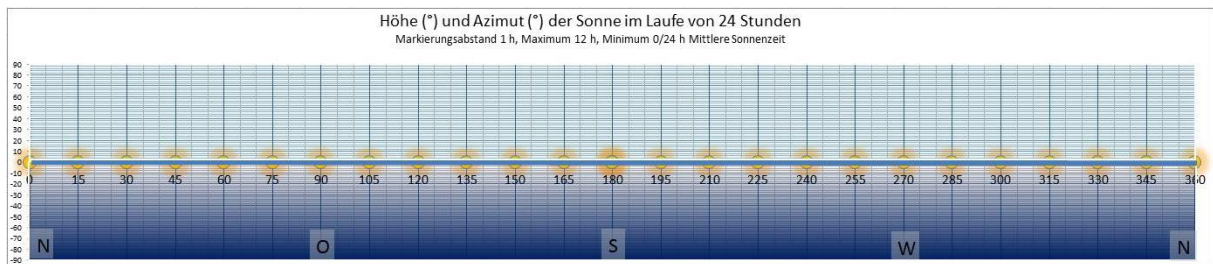
März



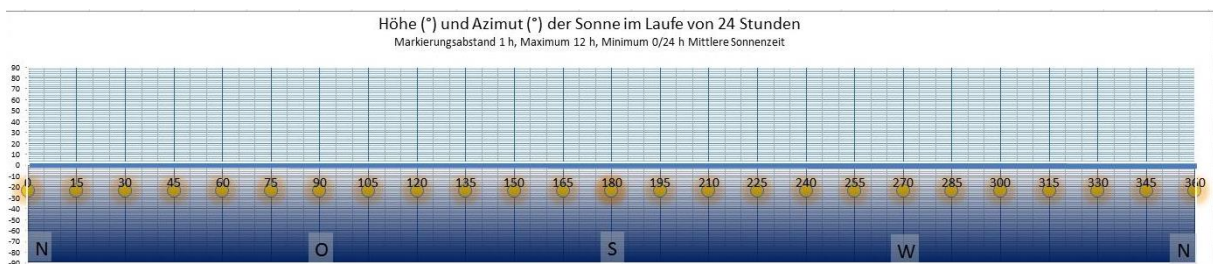
Juni



September

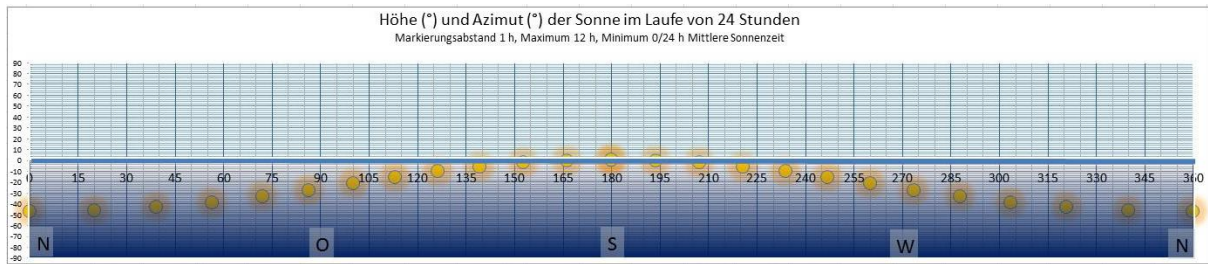


Dezember

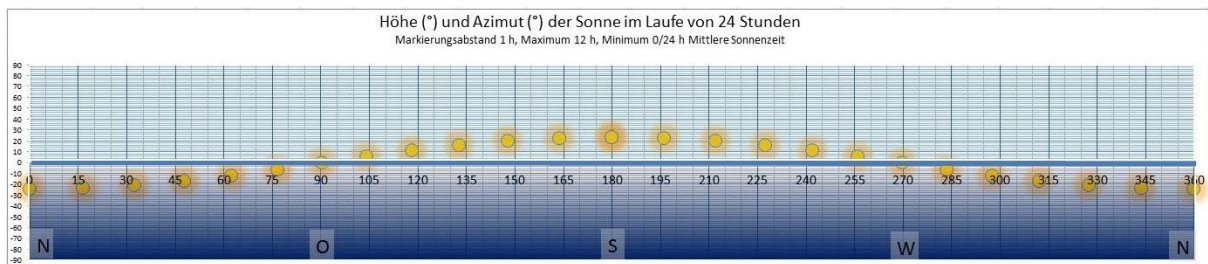


Nördlicher Polarkreis +66,5°

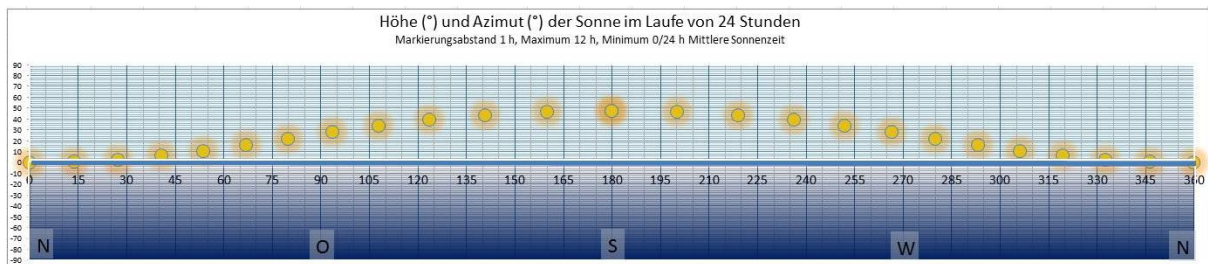
Dezember



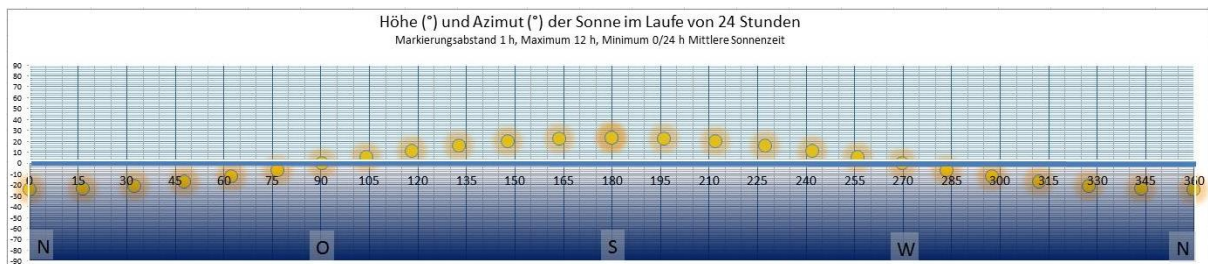
März



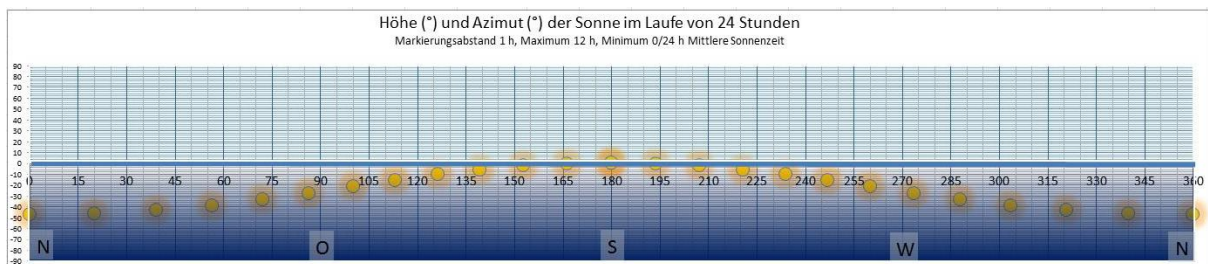
Juni



September

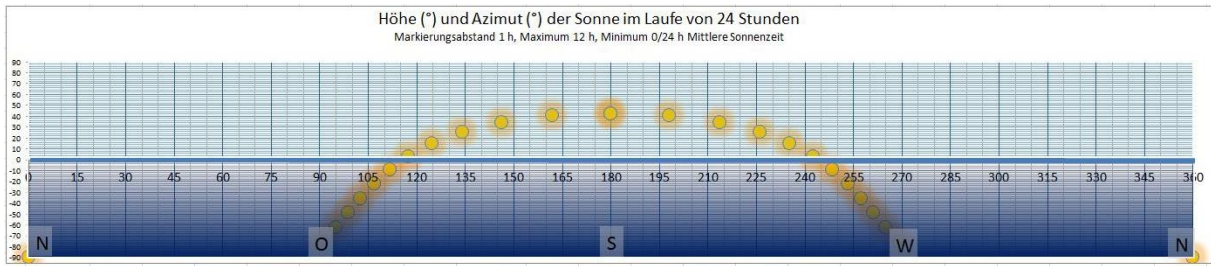


Dezember

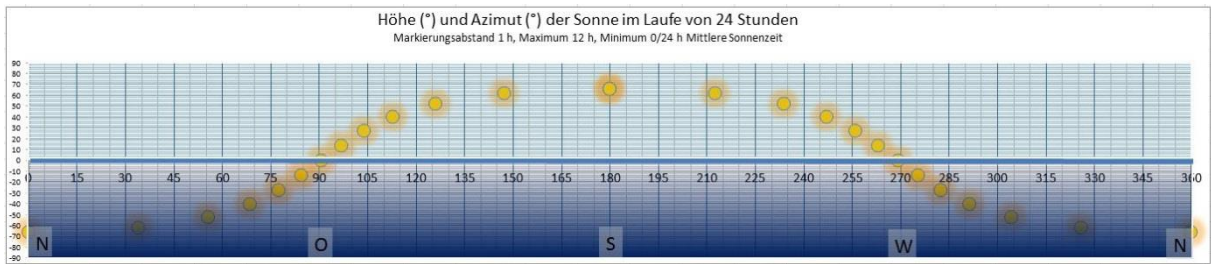


Nördlicher Wendekreis +23,5°

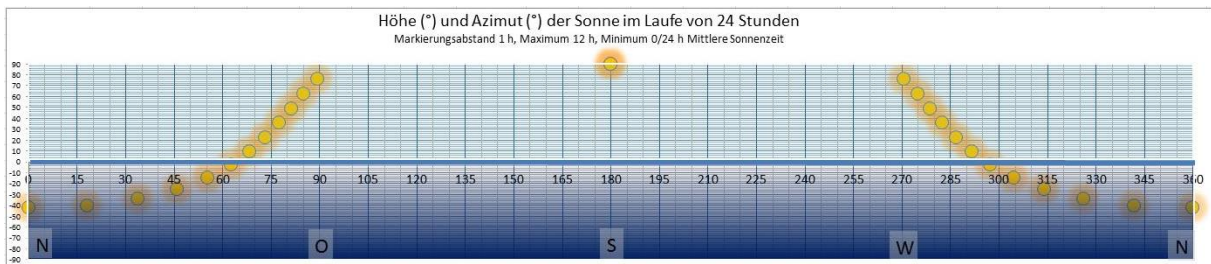
Dezember



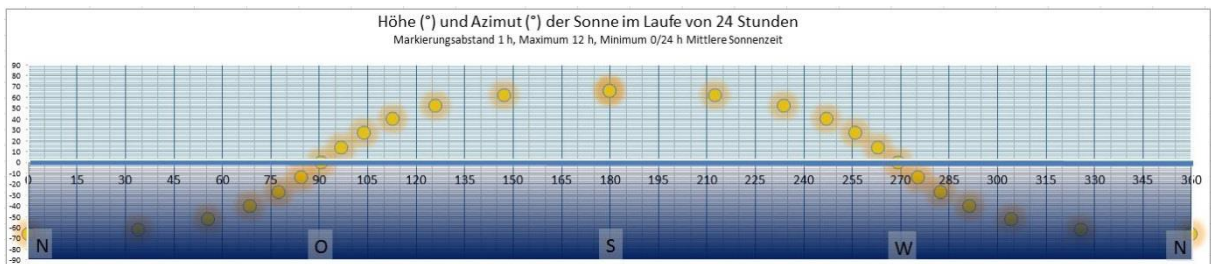
März



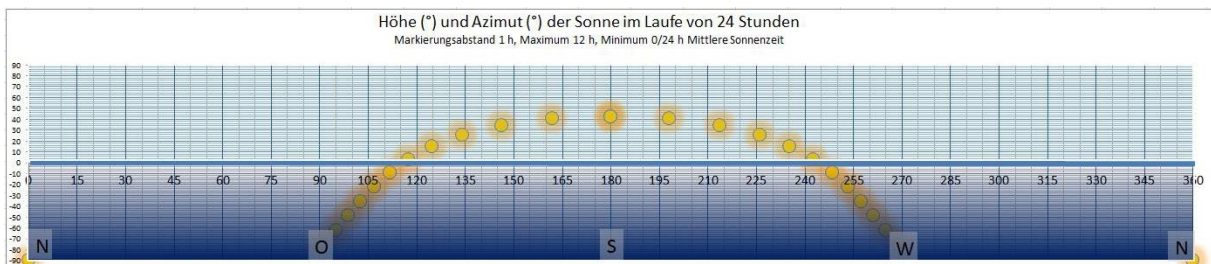
Juni



September

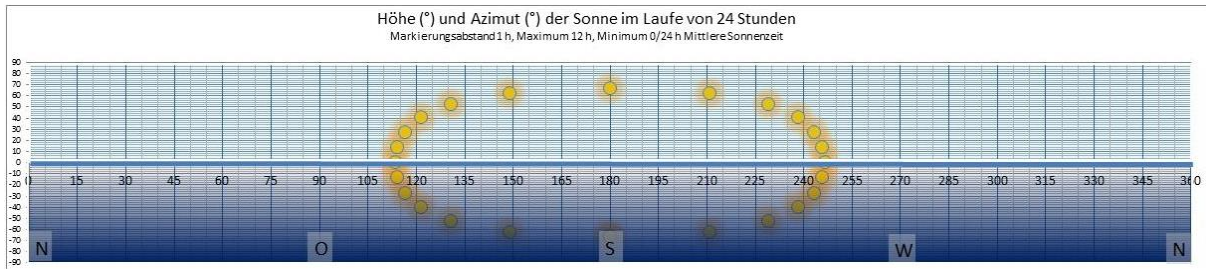


Dezember

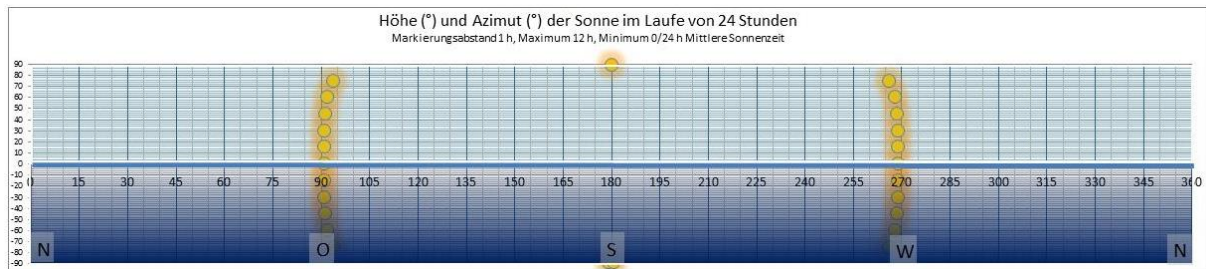


Äquator 0°

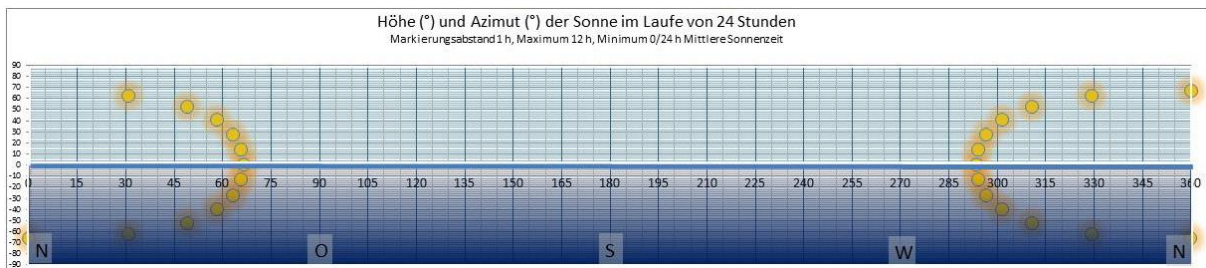
Dezember



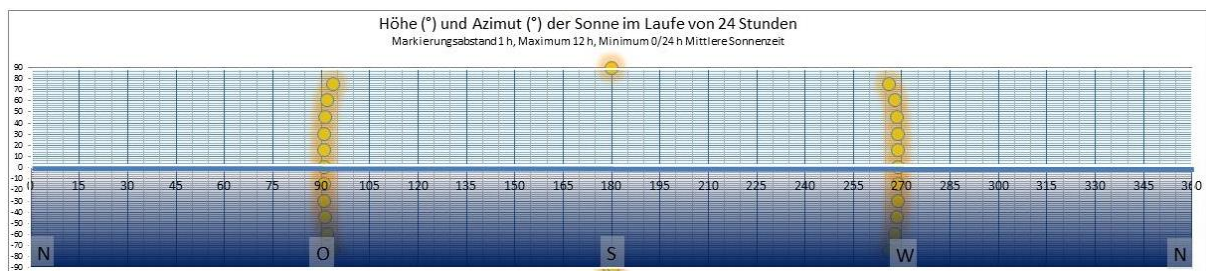
März



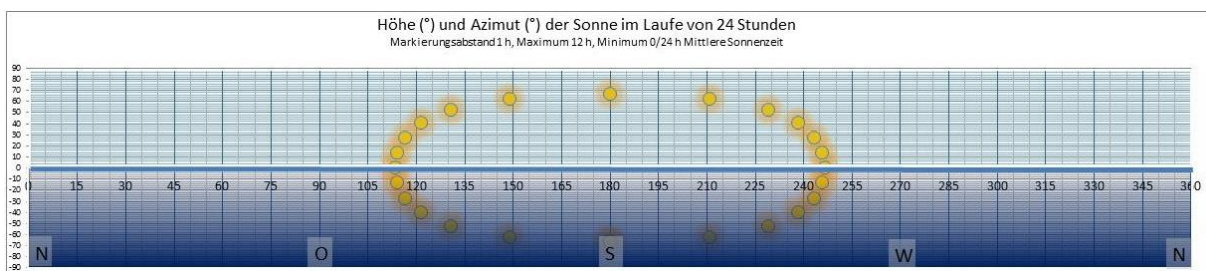
Juni



September

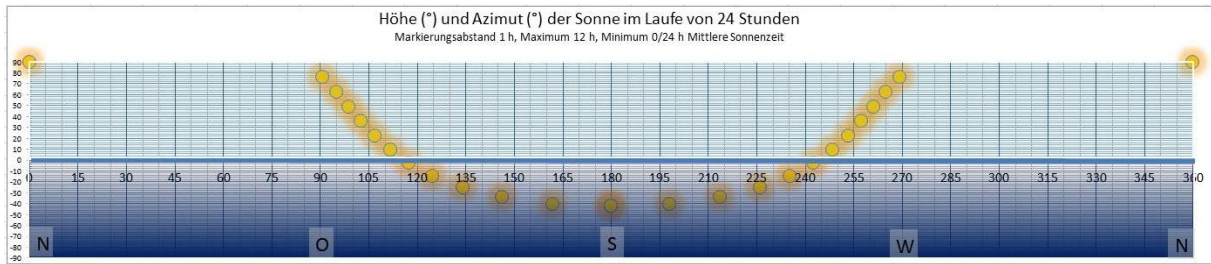


Dezember

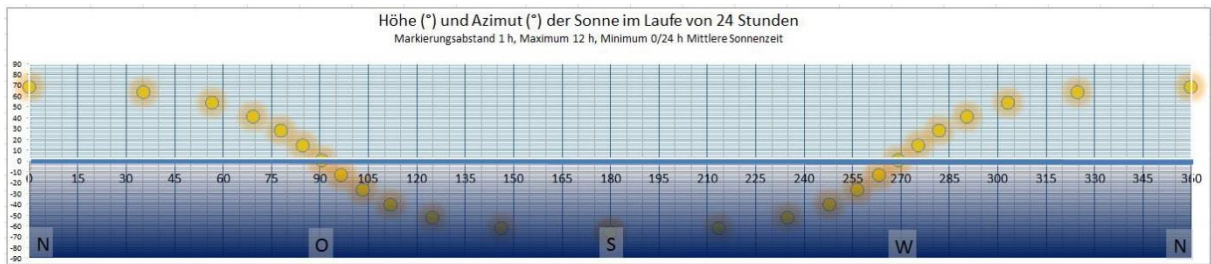


Südlicher Wendekreis -23,5°

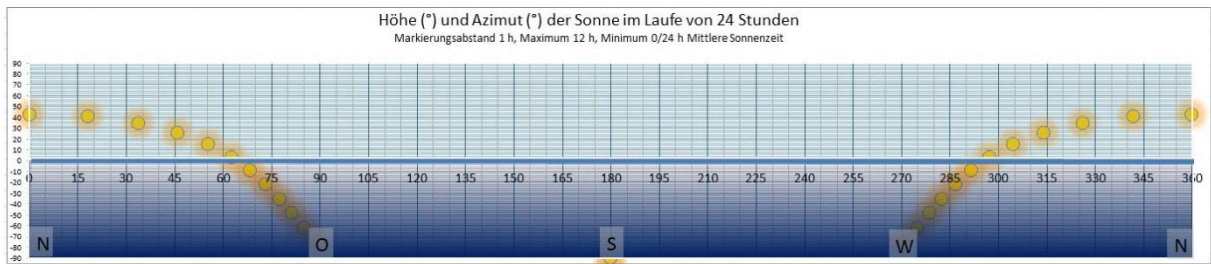
Dezember



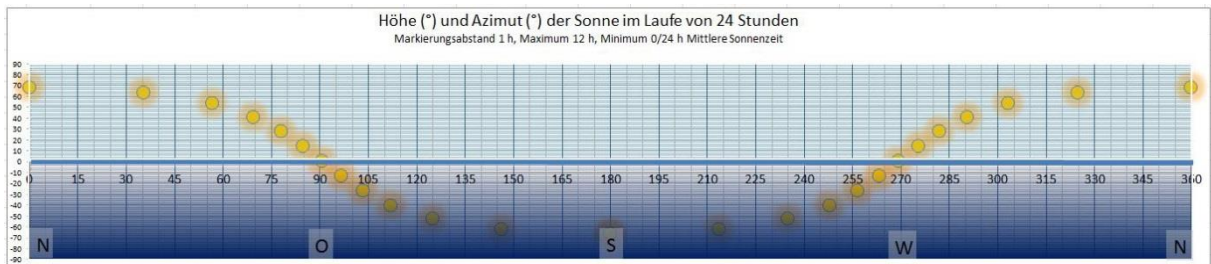
März



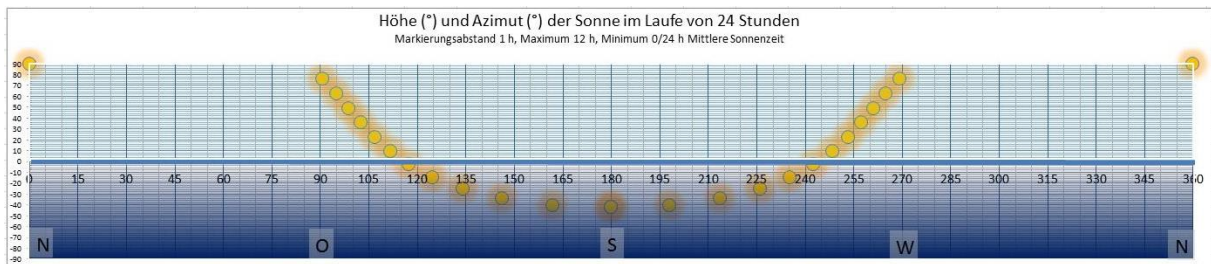
Juni



September

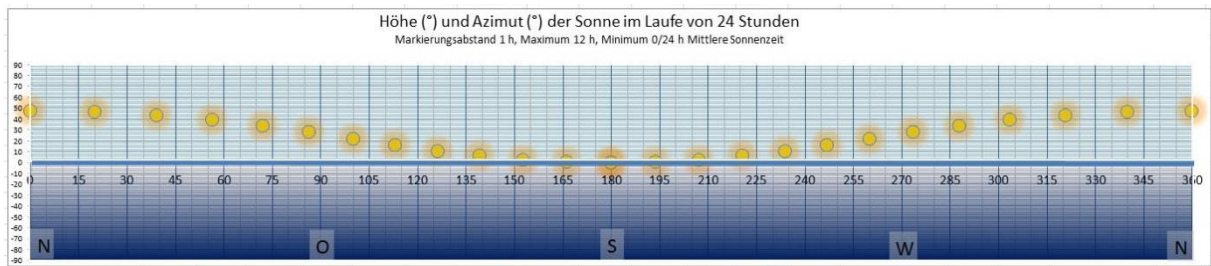


Dezember

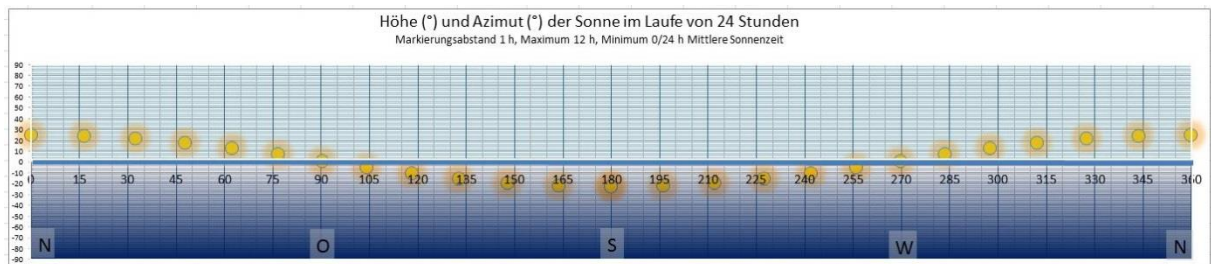


Südlicher Polarkreis -66,5°

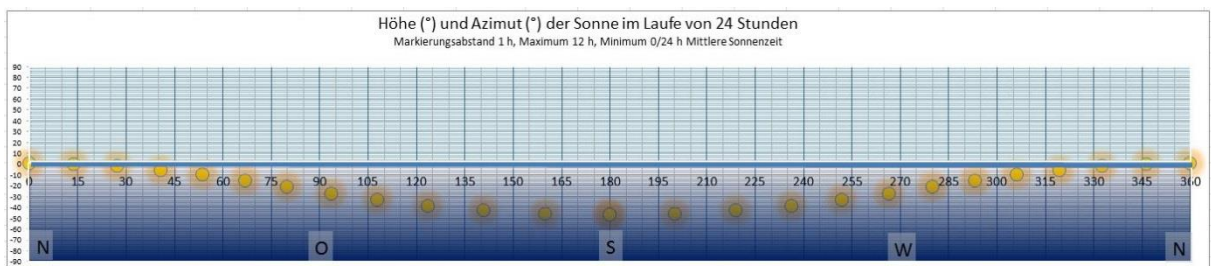
Dezember



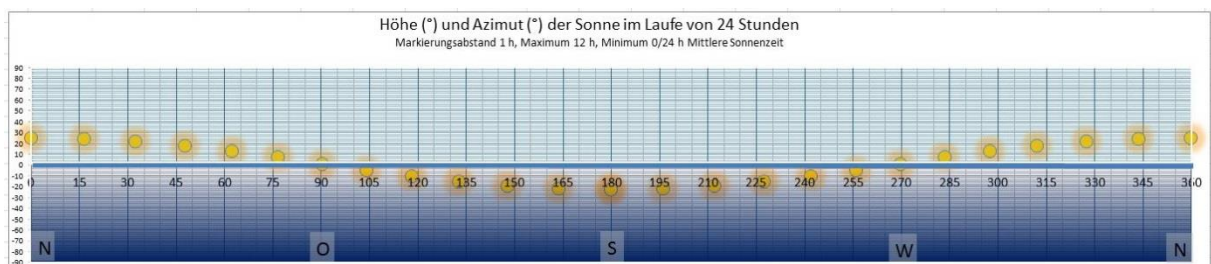
März



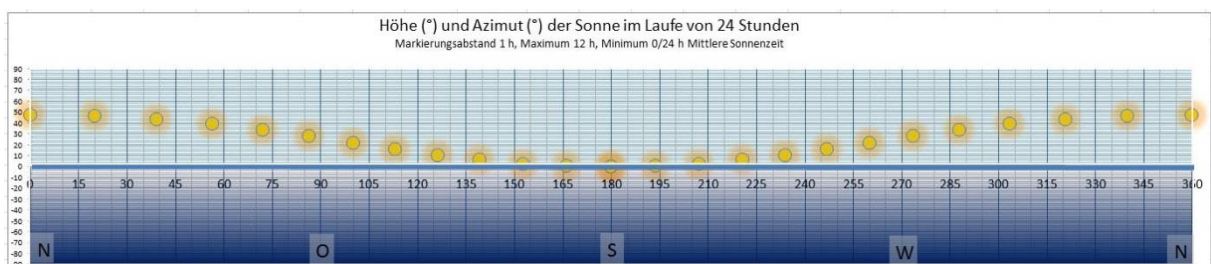
Juni



September

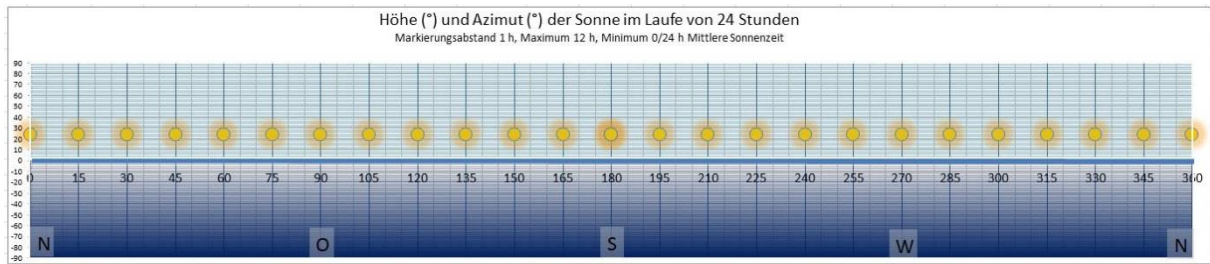


Dezember

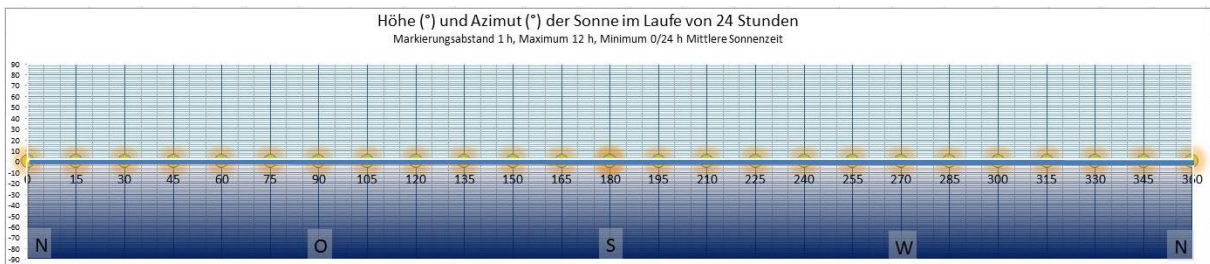


Südpol -90°

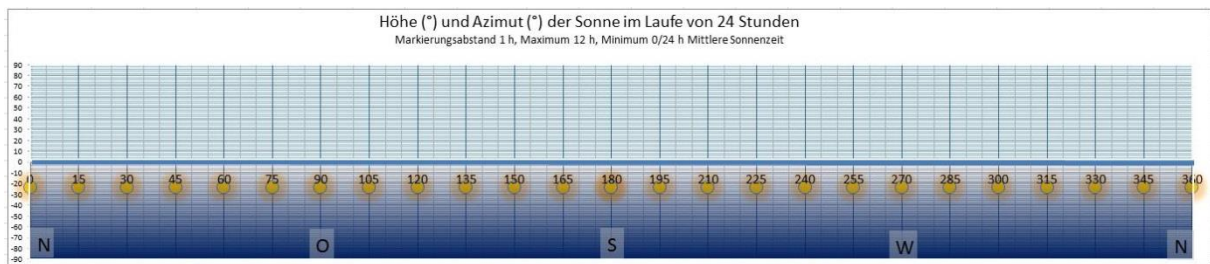
Dezember



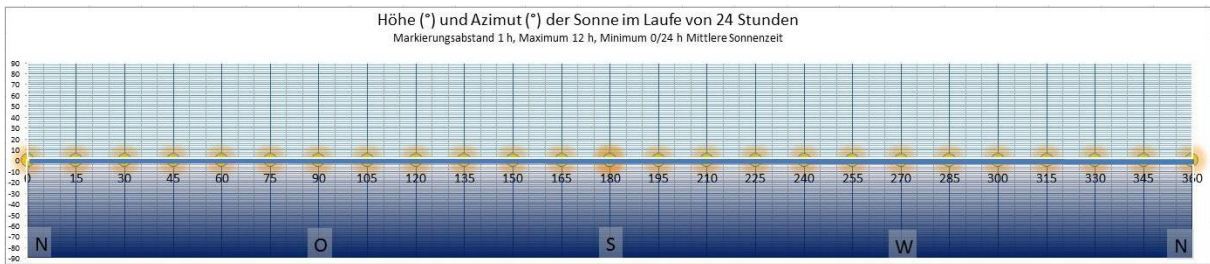
März



Juni



September



Dezember

