

## 7-1 Sannolikhet. Namn:.....

### Inledning

Du har säkert hört ordet sannolikhet förut. Hur sannolikt är det att få 13 rätt på tipset eller 7 rätt på lotto?

I detta kapitel skall du lära dig vad sannolikhet är för någonting. Den här kunskapen behöver du för att i kommande två kapitel kunna analysera sannolikheten att dra ett äss ur en kortlek eller att få 7 rätt på lotto eller kasta en sexa med tärning. Du kommer också att få en uppfattning om hur sannolikt det är att få 13 rätt på tipset.

Sannolikhet är någonting mycket intressant, men det är också svårt. Här gäller det verkligen att hålla tungan rätt i mun, och lära från några typfall. Men vi tar det lugnt och metodiskt, och innan du vet ordet av så är du mästare på sannolikhet. Lycka till !



### Vad menas med att sannolikheten för att någonting skall inträffa?

Vi skall ta det från början. Har du någon idé om vad som menas med sannolikhet? Några ord som hjälp: du söker en händelse som möter dina krav. Det finns tydligen en del andra händelser med i spelet som **inte** möter dina krav. Tag en funderare på hur du vill definiera och uttrycka sannolikhet lite mer matematiskt.

Svar:.....

.....

Du kom kanske fram till någonting i den här stilen: Jag behöver två uppgifter, en som talar om hur många händelser som kan inträffa totalt sett, och en som talar om hur många händelser som uppfyller mina krav. Är du med?

Vi tar ett exempel:

Du skall kasta en tärning och få en etta. Hur många händelser kan inträffa totalt, och hur många händelser uppfyller ditt krav?

Svar:.....

.....

Precis! En tärning har ju 6 sidor, så antalet händelser som kan inträffa är 6. Det antal händelser som möter ditt krav är 1, nämligen att det blir en etta som kommer upp.



## Praktisk övning på sannolikhet.

Du behöver en tärning, papper och penna. Jobba gärna ihop med din bänkkamrat.

**Utförande:** Du skall kasta tärningen 100 ggr. För varje kast antecknar du om det blir en etta eller inte. (Om du inte har någon tärning så går det bra med ett mynt också. Notera hur många kast som blev klave!)

**Resultat:** Redovisa hur många gånger du fick en etta när du kastat 100 ggr. Om du nu delar antalet ettor med 100, vad får du då? (detta kallas för den **relativa frekvensen** på mattespråk)  
Svar:.....

Om du jämför med vad det borde vara enligt teorin: vad får du då?

Svar:.....

Vad kan eventuella skillnader bero på?

Svar:.....

### Definition:

Antalet fall som teoretiskt kan inträffa kallas för händelsens **utfallsrum**

Sannolikheten för att något skall inträffa betecknar vi med **P** från engelskans **probability**

Sannolikheten för att få en tvåa kan man skriva som **P(tvåa)** Praktiskt eller hur?

Men **relativa frekvensen** för en händelse menas hur ofta den inträffar i förhållande till hur många försök man gjort. Relativa frekvensen är alltså ett mått på sannolikheten.

Utfallsrummet när man kastar en tärning en gång är alltså 6. Du kan få en etta, en tvåa o.s.v. ända upp till en sexa, eller hur.

Hur tycker du nu att du vill definiera sannolikheten P för att få en etta när du kastar tärning en gång med hjälp av ett matematiskt uttryck? Har du någon idé?

Svar:.....

Du kan resonera ungefär så här: Om utfallsrummet är stort så borde sannolikheten P bli liten. Om antalet gynnsamma fall är stort så borde sannolikheten P bli stor. Sannolikheten bör alltså vara definierad som en kvot mellan antalet gynnsamma fall (som möter mitt krav) och utfallsrummet.

$$P = \frac{\text{Antalet fall som möter mitt krav}}{\text{Utfallsrummet (totala antalet fall som kan inträffa)}}$$

Det här verkar lite komplicerat, men vi tar några övningsexempel så kommer du att se att bilden klarnar. Beräkna sannolikheten för att följande händelse skall inträffa. Teckna kvoten och svara med ett bråktal och decimaltal. Använd räknaren!

**7-1-01** P(tvåa) i ett tärningskast Svar:.....

**7-1-02** P(femman) i ett tärningskast Svar:.....

- 7-1-03 P( tvåa eller en femma) Svar:.....
- 7-1-04 P(jämt tal) på tärningen Svar:.....
- 7-1-05 P(udda tal) på tärningen Svar:.....
- 7-1-06 P(sjua) Svar:.....
- 7-1-07 P(för ett tal mellan 0 och 7) Svar:.....

De två sista uppgifterna var lite kluriga. Sannolikheten för att få en sju måste bli 0/6 alltså 0 (det finns ju ingen sju på tärningen), och sannolikheten för att få något mellan 0 och 7 måste bli  $6/6 = 1$ . Händelsen i 7-1-06 inträffar aldrig. Sannolikheten = 0. Händelsen i 7-1-07 inträffar alltid. Sannolikheten = 1.

P = 0 för händelser som **aldrig** inträffar  
P = 1 för händelser som **alltid** inträffar

Vi tar några fler exempel. Svara med bråktal.

- 7-1-08 Beräkna sannolikheten för att få hjärter ess när du tar ett kort ur en kortlek!  
Svar:.....
- 7-1-09 Beräkna sannolikheten för att få en klöver om du tar ett kort ur en kortlek!  
Svar:.....
- 7-1-10 Beräkna sannolikheten att få en tvåa om du tar ett kort ur en kortlek!  
Svar:.....

Om man lägger ihop **sannolikheten för att en händelse skall inträffa** med **sannolikheten för att den inte skall inträffa**: hur stor blir summan?

Svar:.....

Visst! Den summan blir alltid lika med 1. Någoting annat alternativ finns ju inte – antingen inträffar händelsen eller också inträffar den inte.

Sannolikheten för att **en händelse skall inträffa** adderat med sannolikheten för att **händelsen inte skall inträffa** är alltid **lika med 1**. Vi kan också skriva så här:  
 $P(\text{händelsen inträffar}) + P(\text{händelsen inte inträffar}) = 1$

Detta faktum kan man utnyttja i en del fall när det är komplicerat att beräkna sannolikheten för en händelse.

Vi tar ett exempel:

Du drar ett kort ur en kortlek. Vilken är sannolikheten för att det **inte** är klöver två eller klöver tre! Tag en funderare innan du svarar.

Svar:.....

Den långa vägen att lösa problemet är att lägga ihop alla sannolikheterna för att dra spader två, spader tre, spader fyra osv osv. Det blir totalt 50 möjligheter. Sannolikheten blir 50/52. Det finns emellertid ett annat sätt att lösa problemet på: Beräkna först sannolikheten för att dra en klöver 2 eller en klöver tre. Den är 2/52 . Två fall uppfyller kravet, och utfallsrummet är 52.

Då blir med andra ord  $P(\text{inte klöver två eller klöver tre}) = 1 - 2/52$  eller  $50/52$ .

Vi tar några exempel. Beräkna följande sannolikheter:

**7-1-11** Sannolikheten för att du skall vinna på ett lotteri är 1/1000. Vilken är sannolikheten för att du förlorar?

Svar:.....

**7-1-12** En person utsätter sig för en olycksrisk vars sannolikhet är  $P(\text{olycka})=1/100$ . Hur stor är sannolikheten att ha klarat sig?

Svar:.....

### I vilken matematisk form kan sannolikhet uttryckas?

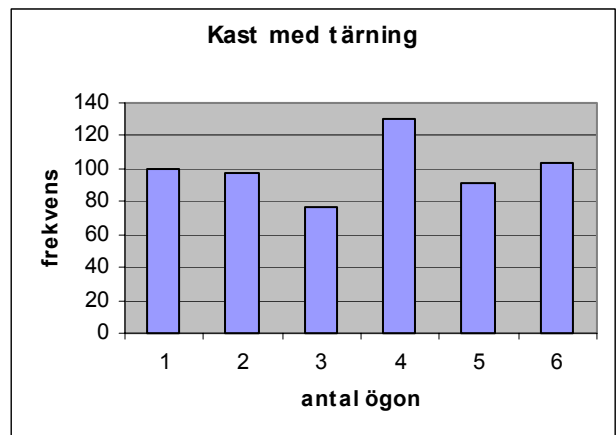
Som du sett ovan uttrycks sannolikhet ofta i form av ett **bråktal**.  $P(\text{klöver ess}) = 1/52$

Det är också vanligt att uttrycka sannolikhet som ett **decimaltal**.  $P(\text{vinst}) = 0,0001$

Det går också bra att använda **procentform**:  $P(\text{vinst})=0,01\%$  eller

**potensform**:  $P(\text{vinst}) = 10^{-4}$

Man kan också sluta sig till sannolikheten genom att se på ett diagram. Bilden bredvid visar ett diagram över 600 kast med en tärning. Antalet kast som resulterat i 1, 2, 3 osv. visas i diagrammet till höger. Vilken slutsats drar du om den tärningen?



Svar:.....  
 .....  
 .....

### Sammanfattning:

Med sannolikheten för en händelse menas **kvoten mellan "antalet händelser som möter mina krav" och "totala antalet möjliga händelser"**

Totala antalet möjliga händelser kallas för **utfallsrummet**

Sannolikhet för en händelse betecknas **med P från engelskans probability**.

$P(\text{händelsen inträffar}) + P(\text{händelsen inte inträffar}) = 1$

Dagens gåta:

Vilka djur kan hoppa högre än ett hus?

Fler övningsuppgifter på detta intressanta kapitel på bästa sida!



## 7-1 Sannolikhet. Träningsuppgifter

### Nivå 1:

- 7-1-100 Vad menas med sannolikheten (i matematisk mening) för att någonting skall inträffa?
- 7-1-101 Du kastar en tärning en gång. Vad är  $P(\text{en etta})$ ?
- 7-1-102 Du kastar en tärning en gång. Vad är  $P(\text{en tvåa})$ ?
- 7-1-103 Du kastar en tärning en gång. Vad är  $P(\text{en trea})$ ?
- 7-1-104 Du kastar en tärning en gång. Vad är  $P(\text{en fyra})$ ?
- 7-1-105 Du kastar en tärning en gång. Vad är  $P(\text{en femma})$ ?
- 7-1-106 Du kastar en tärning en gång. Vad är  $P(\text{en sexa})$ ?
- 7-1-107 Du kastar ett mynt en gång. Vad är  $P(\text{krona})$ ?
- 7-1-108 Du kastar ett mynt en gång. Vad är  $P(\text{klave})$ ?
- 7-1-109 Du drar ett kort ur en kortlek. Vad är  $P(\text{hjärter kung})$ ?
- 7-1-110 Du drar ett kort ur en kortlek. Vad är  $P(\text{spader två})$ ?

- 7-1-111 Du drar ett kort ur en kortlek. Vad är  $P(\text{spader dam})$ ?
- 7-1-112 Du drar ett kort ur en kortlek. Vad är  $P(\text{klöver fyra})$ ?
- 7-1-113 Du tippar en rad på stryktips helt godtyckligt. Vad är  $P(\text{ett rätt})$ ?
- 7-1-114 Du tippar Joker på lotto. Vilken är  $P(\text{sista siffran rätt})$ ?
- 7-1-115 På V75 startar 13 hästar i ett lopp. Du vet ingenting om hästarna, och satsar på en vinnare. Vilken är  $P(\text{vinst})$ ?
- 7-1-116 Vad är sannolikheten för en händelse som alltid inträffar?
- 7-1-117 Nämn en händelse som har  $P = 1$
- 7-1-118 Vad är sannolikheten för en händelse som aldrig inträffar?
- 7-1-119 Nämn en händelse som har  $P = 0$
- 7-1-120 Vad menas med utfallsrummet för en händelse?
- 7-1-121 Ett lyckohjul har 50 fält varav 3 ger vinst. Vad är sannolikheten för vinst?
- 7-1-122 Ett lyckohjul har 70 fält varav 12 ger vinst. Vilken är sannolikheten för vinst?
- 7-1-123 Ett lyckohjul har 70 fält varav 12 ger vinst. Vilken är sannolikheten för nit?

7-1-124 Ett lotteri har 200 lotter och 10 vinster. Vilken är sannolikheten för vinst?

### **Nivå 2:**

7-1-200 En kulpåse har 50 gula och 25 gröna kulor. Du tar en kula slumpvis. Vilken är sannolikheten för att du får en grön kula?

7-1-201 En kulpåse har 25 gula och 25 gröna kulor. Du tar en kula utan att titta. Vilken är sannolikheten för att det blir en gul kula?

7-1-202 En kulpåse har 5 gula, 3 röda och 4 vita kulor. Kalle drar en kula slumpvis. Vilken är sannolikheten för den är vit?

7-1-203 En kulpåse har 5 röda, 5 vita och 5 gula kulor. Stina tar en kula på måfå. Vilken är sannolikheten att den är gul?

7-1-204 Ett lotteri har 200 lotter och 10 vinster. Vilken är sannolikheten för att man skall få någon av de tre högsta vinsterna?

### **Nivå 3:**

Det finns inga träningsuppgifter på nivå 3.