

Gyakorló feladatok

A vizsgán minden, az előadásokon, illetve gyakorlatokon előfordult példa szerepelhet!!!

1. A 0,1,2,3,4,5 számjegyekből hány olyan valódi hatjegyű szám készíthető, melyben minden számjegy csak egyszer szerepelhet, és
 - a, a szám páros
 - b, 25-re végződik
 - c, a szám nagyobb 510000-nál?Hogy módosulnak a válaszok, ha egy számjegy többször is szerepelhet?
2. Van 10 különböző színházi előadásra jegyünk, köztük 3 musicalra.
 - a, Hányféleképpen lehet a jegyeket 20 ember között elosztani, ha mindenkinek legfeljebb 1 jegyet adhatunk
 - b, és ha Kovács úrnak mindenképpen kell jegyet kapnia ?Hogyan változnak a megoldások, ha egy embernek több jegyet is adhatunk?
4. A 0,0,1,1,1,2,2,4 számjegyekből hány
 - a, valódi nyolcjegyű szám
 - b, valódi nyolcjegyű páros
 - c, valódi nyolcjegyű, 21-re végződő szám készíthető?
 - d, 13 milliónál nagyobb nyolcjegyű szám készíthető?
5. Hány darab, nem feltétlenül értelmes 10 betűs szó alkotható a LEHETETLEN szó betűiből?
6. Egy pályázatra 20 jó megfejtés érkezik be. 4 különböző díjat- utazás, TV, mp3-lejátszó, hátizsák,- sorsolnak ki. Egy ember legfeljebb 1 díjat nyerhet. Hányféleképpen lehet
 - a, a díjakat kiosztani
 - b, a díjakat kiosztani, ha Tóthnak mindenképpen kell kapnia egy műszaki cikket
 - c, ha Tótnak nem adunk semmit?
7. Hány olyan valódi ötjegyű szám van,
 - a, amelyik osztható öttel
 - b, 24-re végződik
 - c, szerepel benne a 4-es számjegy?
9. Hány olyan eset van az ötöslottón (90/5), amikor a kihúzott számok között pontosan 3 darab páros szám van?
 - b, Ha kitöltünk 1 szelvényt, akkor hány esetben lesz pontosan 2-sünk?
 - c, Az összes lehetséges módon kitöltjük a szelvényeket. Hány darab hármasunk lesz ekkor?
10. Egy szállodában 2 háromágyas, és egy négyágyas szobába kell elszállásolni 10 embert.
 - a, Hányféleképpen tehető ez meg? b, És ha a Kovács házaspárt ugyanabba a szobába kell elhelyezni?
11. Hány olyan hatjegyű bináris sorozat van, amelyben pontosan 2 darab 1-es szerepel?
12. Hány olyan hétjegyű szám készíthető az 1,2,3,4 számjegyekből, melyben pontosan 3 darab 1-es van? Ezek közül hány páros?
13. Hány olyan hétjegyű szám készíthető a 0,2,3 számjegyekből, melyben pontosan 3 darab 2-es van?
14. Hányféleképpen lehet 10000 Ft-ot szétosztani 5 ember között? És ha mindenkinek legalább 1000 Ft-ot adnunk kell?(a legkisebb pénzegység az 5 forint)

15. Van 8 Balaton szeletünk és 5 Sport szeletünk. Hányféleképpen adhatjuk oda a 13 csokit 5 gyerekeknek? (Egy gyerek több csokit is kaphat)
16. Van 5 pár egyforma zoknink. Hányféleképpen rakhatjuk el őket egy 6 fiókos szekrénybe?
18. Egy 40 fős klubban 3 titkárt, 2 jegyzőt és 1 elnököt választanak. Hányféleképpen tehető ez meg?
19. Hány olyan valódi hétjegyű szám van, amelyben pontosan három darab 2-es szerepel. Ezek közül hány páros?
20. Az 1,2,3,4,5,6,7,8 pontokon
a, hány egyszerű gráf adható meg
b, hány fa adható meg?
21. K_{20} -ban hány 5 élből álló út van két különböző pont között?
22. Milyen maradékot ad
a, 231-gyel osztva 11111111^{20} ;
b, 452-vel osztva 2130^{28} ;
c, 331-gyel osztva 4321^{32} ?
22. Van-e az alábbi egyenleteknek egész megoldása? Ha van, akkor adjunk is meg egyet!
a, $33x + 421y = 730$
b, $77x + 231y = 55$
c, $28x + 62y = 280$
23. Adja meg az előző feladatban szereplő egyenletek olyan megoldását, melyben
a, $x \geq 1000000$
b, x és y is nemnegatív !
24. Adjon meg olyan x egész számot (ha létezik), melyre
a, $35x \equiv 13 \pmod{232}$
b, $22x \equiv 23 \pmod{242}$
c, $42x \equiv 35 \pmod{217}$
25. Az előző feladatban adjon meg olyan megoldásokat, melyben x legalább hétjegyű!
26. Adjon meg olyan legalább hétjegyű pozitív egész x -t melyre
a, $x \equiv 24 \pmod{78}$ és $x \equiv 38 \pmod{97}$
b, $x \equiv 33 \pmod{65}$ és $x \equiv 63 \pmod{100}$
27. Adjon meg olyan 10000-nél nagyobb pozitív egész számot, melynek
a, 11-dik hatványa 4 maradékot ad 91-gyel osztva;
b, 17-dik hatványa 3 maradékot ad 143-mal osztva!
28. Egy RSA-kódban $p = 13$; $q = 17$; $e = 11$. a, Mi lesz a 6 üzenet nyilvános, illetve titkos kulccsal való kódoltja?
b, A nyilvános kulccsal kódolva a 13 üzenetet kapjuk. Mi volt az eredeti üzenet?
29. Hány olyan fa adható meg az 1,2,3,4,5 pontokon, melyeknek a Prüfer-kódjában
a, a tagok szorzata prímszám
b, a tagok szorzata prímszámhatvány?
Mindkét esetben rajzoljon is fel egy ilyen fát!
30. A K_{20} gráfban kiválasztunk 4 pontot, és elhagyjuk az összes olyan élt, mely ezen pontok között van. A maradék gráfban

van-e Euler-kör
van-e Hamilton-kör
síkbarajzolható-e?

31. Bejárható-e a $K_{3,3}$ gráf úgy, hogy hét élen négyszer, két élen pedig ötször megyünk át?

32. Legyen a K_5 gráf ponthalmaza $V = (1, 2, 3, 4, 5)$. AZ (i, j) él súlya legyen $i \cdot j + i + j$.

Adjon meg egy minimális súlyú feszítő fát a Kruskal algoritmussal!

Adjon meg egy minimális súlyú feszítő fát a Prim algoritmussal a 4 pontból indulva!

Adja meg a legrövidebb utakat az 1 pontból a többi pontba a Dijkstra algoritmussal!

33. Az alábbi kódok közül melyek felbonthatók? A választ indokoljuk is!

a, $K_1 = (010; 01011; 010111)$

b, $K_2 = (100; 10; 010)$

c, $K_3 = (101; 0; 111; 110)$

34. Lehetnek-e optimális kódok az alábbi kódok?

a, $K_1 = (00; 100; 11; 001; 01)$

b, $K_2 = (100; 10; 010)$

c, $K_3 = (11; 01; 101; 1001; 00)$

35. Egy F forrás az (a, b, c, d, e) betűket bocsátja ki $(0, 2; 0, 15; 0, 2; 0, 25; 0, 2)$ valószínűségekkel. Mennyi a forrás entrópiája? Adja meg a Shannon-Fano kódot! Optimális-e a Shannon-Fano kód? Optimális-e a $K = (000; 001; 011; 1; 010)$ kód?

36. A SZEMESZTER szót betű szerinti kódolással akarjuk kódolni egy prefix kóddal. Minimálisan milyen hosszú lesz a kódolt üzenet? Adjunk meg olyan prefix kódot, mellyel a szót kódolva a kódolt üzenet a lehető legrövidebb lesz!

37. Legyen α egy négy hosszú bináris sorozat, γ pedig a paritásellenőrző bitje. Hány hibát tudnak felismerni, illetve kijavítani az alábbi kódok?

a, K álljon az összes $\alpha\alpha\alpha\gamma\gamma$ sorozatból;

b, K álljon az összes $\alpha\alpha\alpha\gamma\gamma\gamma$ sorozatból;

c, K álljon az összes $\alpha\alpha\gamma\gamma\gamma$ sorozatból.

37. Mi lesz a Hamming-kóddal való kódoltja a következő sorozatoknak?

a, 0011

b, 1011

c, 11111000001

d, 01010101011

38. Mi volt az eredeti üzenet, ha Hamming-kóddal kódolva a következő üzenetet kapjuk?

a, 1110001

b, 0111111

c, 111110000110001