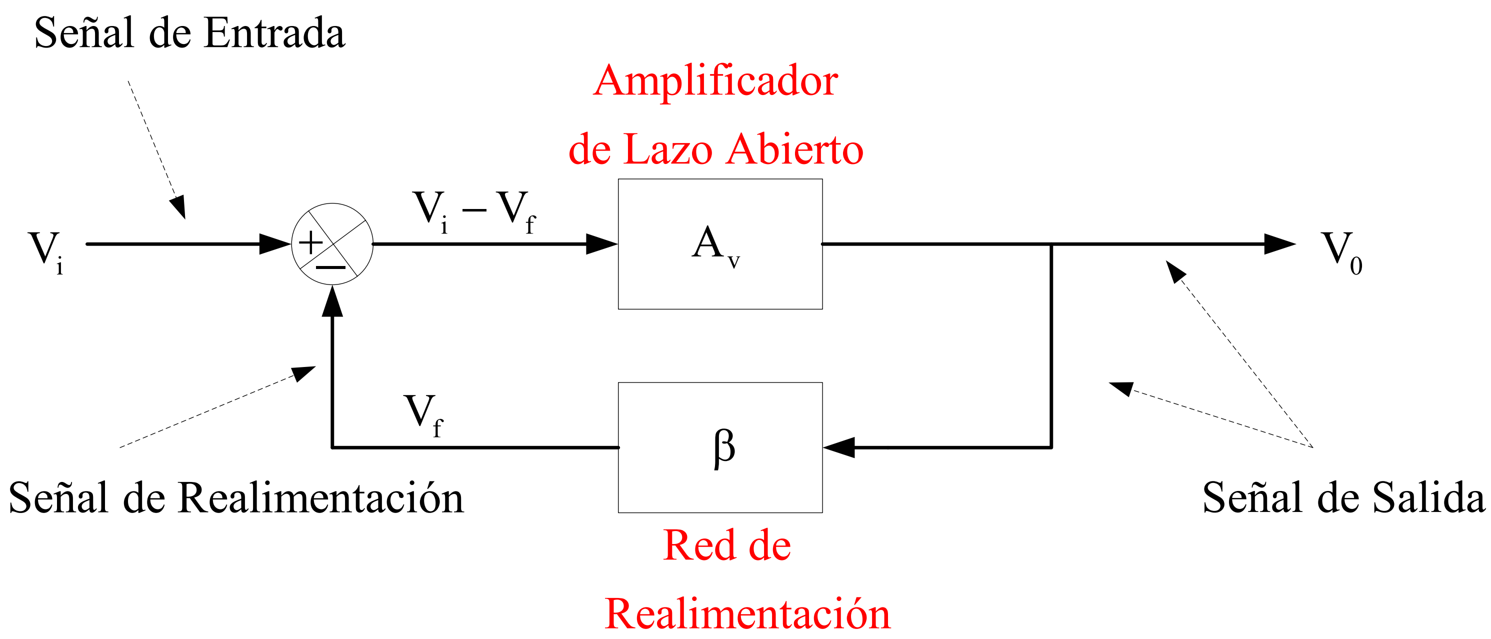
En el tema 3 se analiza la influencia que ejerce la realimentación negativa sobre los parámetros de un amplificador. También se analiza el concepto de Estabilidad de un amplificador, y se presenta el método denominado Margen de Fase para determinar si un amplificador es estable o inestable. Finalmente se estudian dos estrategias para conseguir estabilizar un amplificador que originalmente es inestable..

CUESTIONES DEL TEMA - III

Técnica consistente en tomar la salida de un amplificador sin realimentar (Amplificador de Lazo Abierto), pasarla a través de un circuito de realimentación (Red de realimentación) y después restarla de la entrada.



Se muestra el diagrama de bloques del Amplificador Realimentado o Amplificador de Lazo Cerrado.

Hallamos la función de transferencia de lazo cerrado del Amplificador Realimentado

$$V_0 = A_V\left(V_i - V_f\right) = A_V V_i - A_V V_f$$

$$V_f = \beta V_0$$

Sustituyendo:

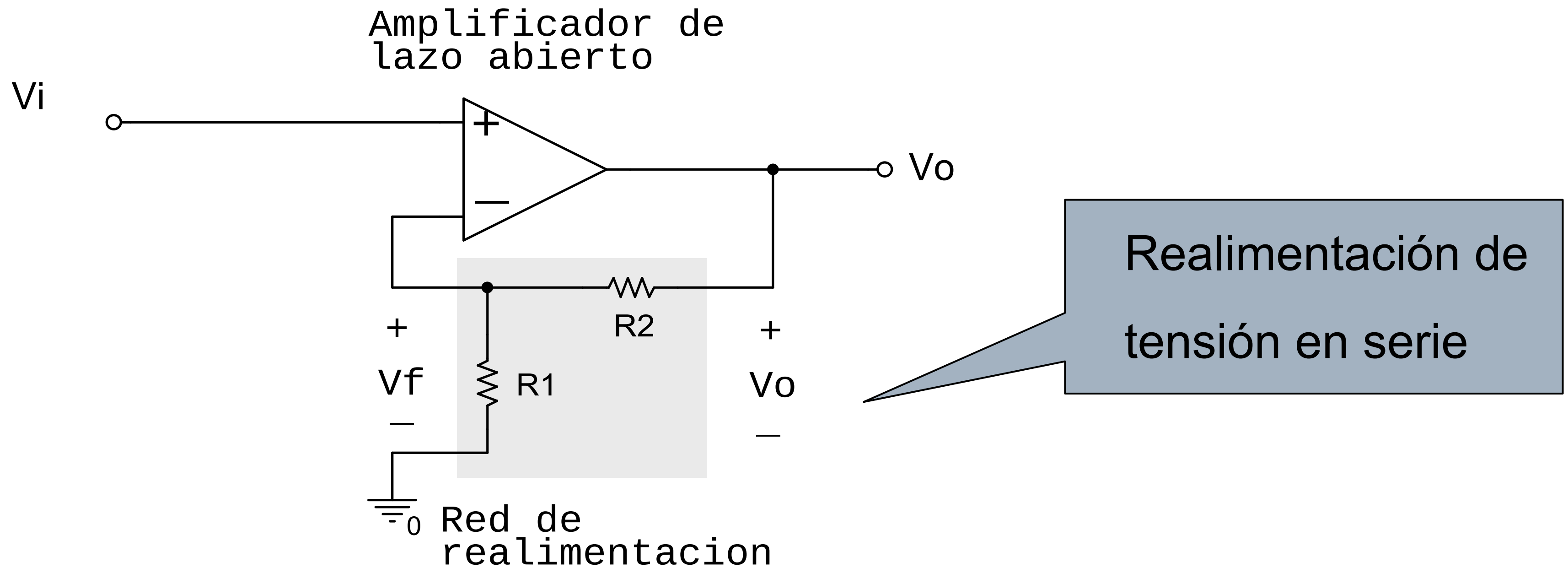
$$V_0 = A_V V_i - \beta A_V V_0 \quad \Rightarrow \quad V_0\left(1+\beta A_V\right) = A_V V_i \quad \Rightarrow \quad \boxed{Avf = \frac{V_0}{V_i} = \frac{A_V}{1+\beta A_V}}$$

- Avf = Función de transferencia de lazo cerrado.
- Av = Función de transferencia de lazo abierto (Ad para el AO).
- β = Función de transferencia de la red de realimentación.
- βAv = Función de transferencia de lazo (βAd para el AO).

La realimentación negativa produce efectos sobre los parámetros del Amplificador.

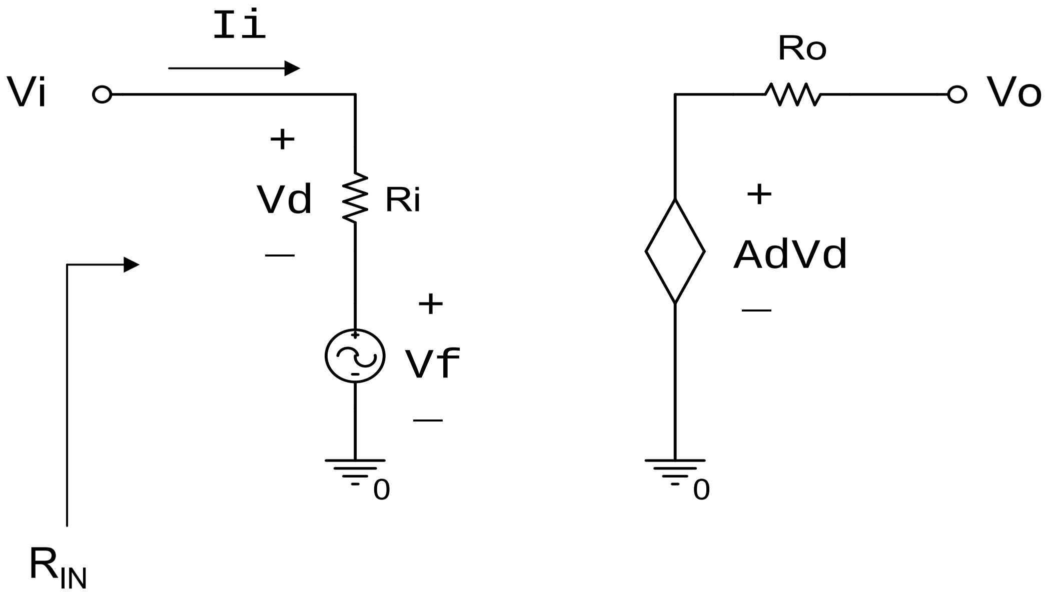
Ejercicio 1.

Analizar el efecto producido por la realimentación negativa sobre la resistencia de entrada de un amplificador no inversor de tensión:



$$V_f = \beta V_0 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} V_0 \quad \text{Siendo:} \quad \beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Se representa a continuación el circuito equivalente del amplificador realimentado:



En el circuito de entrada:

$$V_i = V_d + V_f$$

Sustituyendo $V_f = \beta V_0$:

$$V_i = V_d + \beta V_0$$

Sustituyendo $V_0 = A_d V_d$: $V_i = V_d + \beta A_d V_d = (1 + \beta A_d) V_d$

Sustituyendo $V_d = I_i R_i$: $V_i = I_i (1 + \beta A_d) R_i$

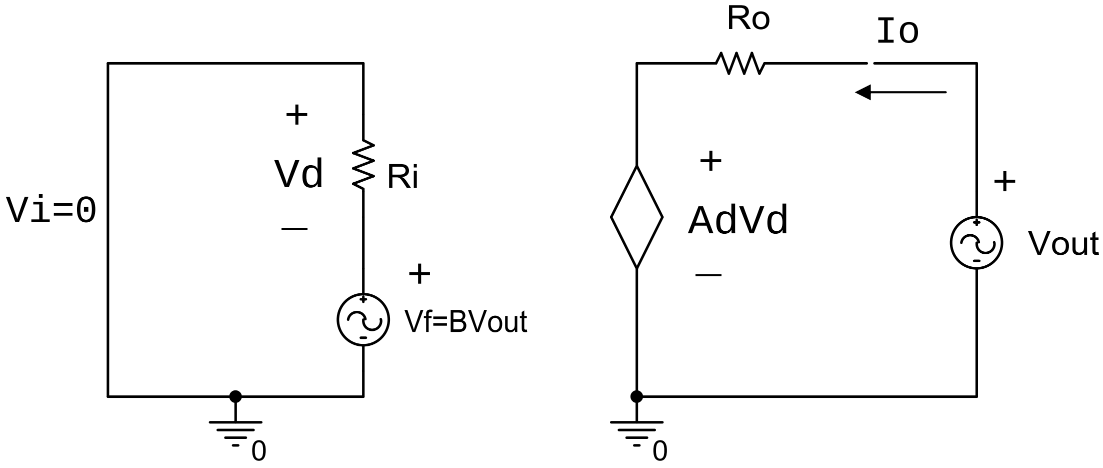
Por definición: $R_{IN} = \dfrac{V_i}{I_i} = (1 + \beta A_d) R_i$

La resistencia de entrada de lazo cerrado es igual a la de lazo abierto multiplicada por $(1 + \beta A_d)$

Ejercicio 2.

Analizar el efecto producido por la realimentación negativa sobre la resistencia de salida en un amplificador no inversor de tensión:

En la figura anterior hacemos cero la fuente de señal externa (V_i = 0) y colocamos una fuente de tensión ficticia en la salida del amplificador:



En el circuito de salida: $V_{OUT} = I_{OUT}R_0 + A_d V_d$

En el circuito de entrada: $V_d = -\beta V_{OUT}$

Sustituyendo Vd:

$$V_{OUT} = I_{OUT} R_0 - \beta A_d V_{OUT} \Rightarrow (1+\beta A_d) V_{OUT} = I_{OUT} R_0 \Rightarrow R_{OUT} = \frac{V_{OUT}}{I_{OUT}} = \frac{R_0}{(1+\beta A_d)}$$

La resistencia de salida de lazo cerrado es igual a la de lazo abierto dividida por $(1 + \beta A_d)$

Ejercicio 3.

Analizar el efecto producido por la realimentación negativa sobre la ganancia y el ancho de banda en un amplificador no inversor de tensión que utiliza un AO con un solo polo:

Si la función de transferencia de lazo cerrado, en alta frecuencia, es:

$$Avf(j\omega) = \frac{Av(j\omega)}{1+\beta Av(j\omega)}$$

Y la función de transferencia de lazo abierto, en alta frecuencia, del AO con un solo polo es:

$$Av(j\omega) = \frac{Ad}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega p}\right)}$$

Sustituyendo $A_V(j\omega)$:

$$Avf(j\omega) = \frac{\dfrac{A_d}{\left(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_p}\right)}}{1 + \beta\dfrac{Ad}{\left(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_p}\right)}} = \frac{A_d}{\left(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_p}\right) + \beta A_d} = \frac{A_d}{(1 + \beta A_d) + j\dfrac{\omega}{\omega_p}}$$

$$Avf(j\omega) = \frac{\dfrac{A_d}{(1 + \beta A_d)}}{\left(1 + j\dfrac{\omega}{(1 + \beta A_d)\omega_p}\right)}$$

Se observa que al realimentar un amplificador (AO) su ganancia queda dividida por el factor (1+βAd) y su ancho de banda queda multiplicado por el mismo factor.

Ejercicio 4.

Analizar el efecto producido por la realimentación negativa sobre la estabilidad en un amplificador no inversor de tensión que utiliza un AO:

Puesto que:

$$\mathrm{Avf} = \frac{A_d}{1+\beta A_d}$$

Y teniendo en cuenta que $\beta A_d >> 1$:

$$\mathrm{Avf} \cong \frac{A_d}{\beta A_d} \cong \frac{1}{\beta} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

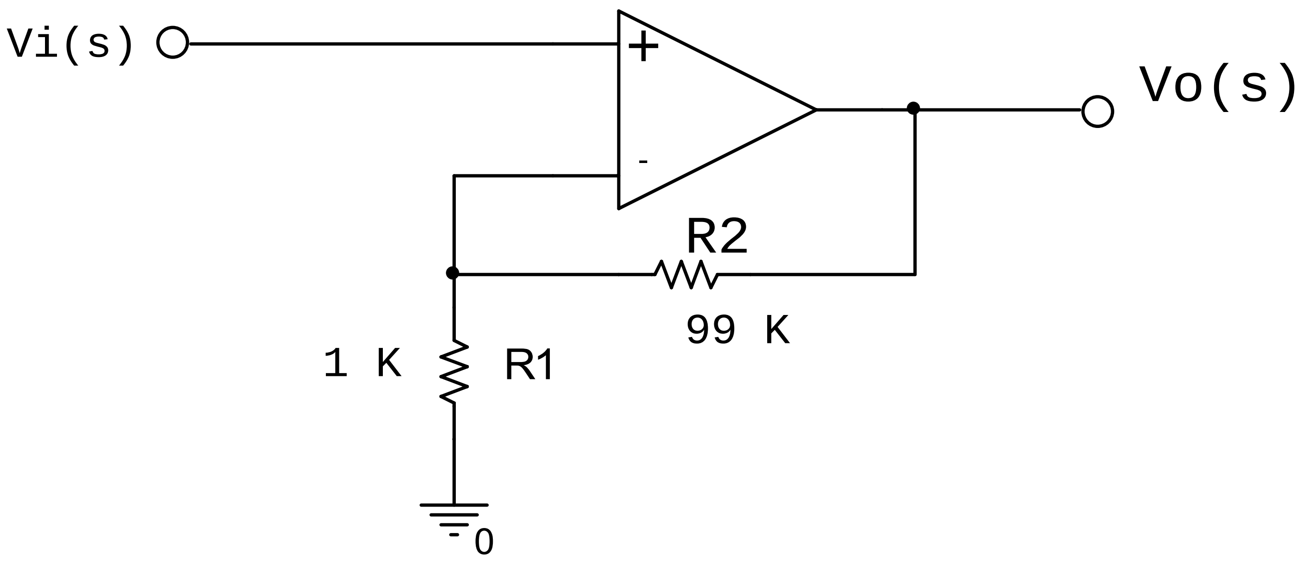
La ganancia de lazo cerrado de un amplificador realimentado negativamente depende casi exclusivamente de los parámetros externos (β) de dicho amplificador, y por tanto son estables.

Los amplificadores con **realimentación positiva** son inestables y producen oscilaciones en su salida. Se utilizan para diseñar osciladores senoidales.

Ejercicio 5.

El amplificador de la figura siguiente utiliza un AO con $Ad=10^5$, Ri=300 K, Ro=75 Ω y fp=10 Hz,. Utilizando los conceptos de realimentación negativa se pide hallar:

[a] Su resistencia de entrada.
[b] Su resistencia de salida.
[c] Su ganancia en baja frecuencia .
[d] Su ancho de banda.
[e] Trazado del módulo de Bode del AO y del amplificador realimentado.



El valor de β es:

$$\beta = \frac{R1}{R1 + R2} = \frac{1}{1+99} = 10^{-2}$$

Resistencia de entrada.

$$R_{IN} = (1 + \beta A_d) = (1 + 10^{-2} \times 10^{5})3 \times 10^{5} \cong 10^{3} \times 3 \times 10^{5} = 300\mathrm{M}\Omega$$

La resistencia de salida:

$$R_{OUT} = \frac{Ro}{(1+\beta A_d)} = \frac{75}{10^3} = 75\mathrm{m}\Omega$$

La ganancia en decibelios:

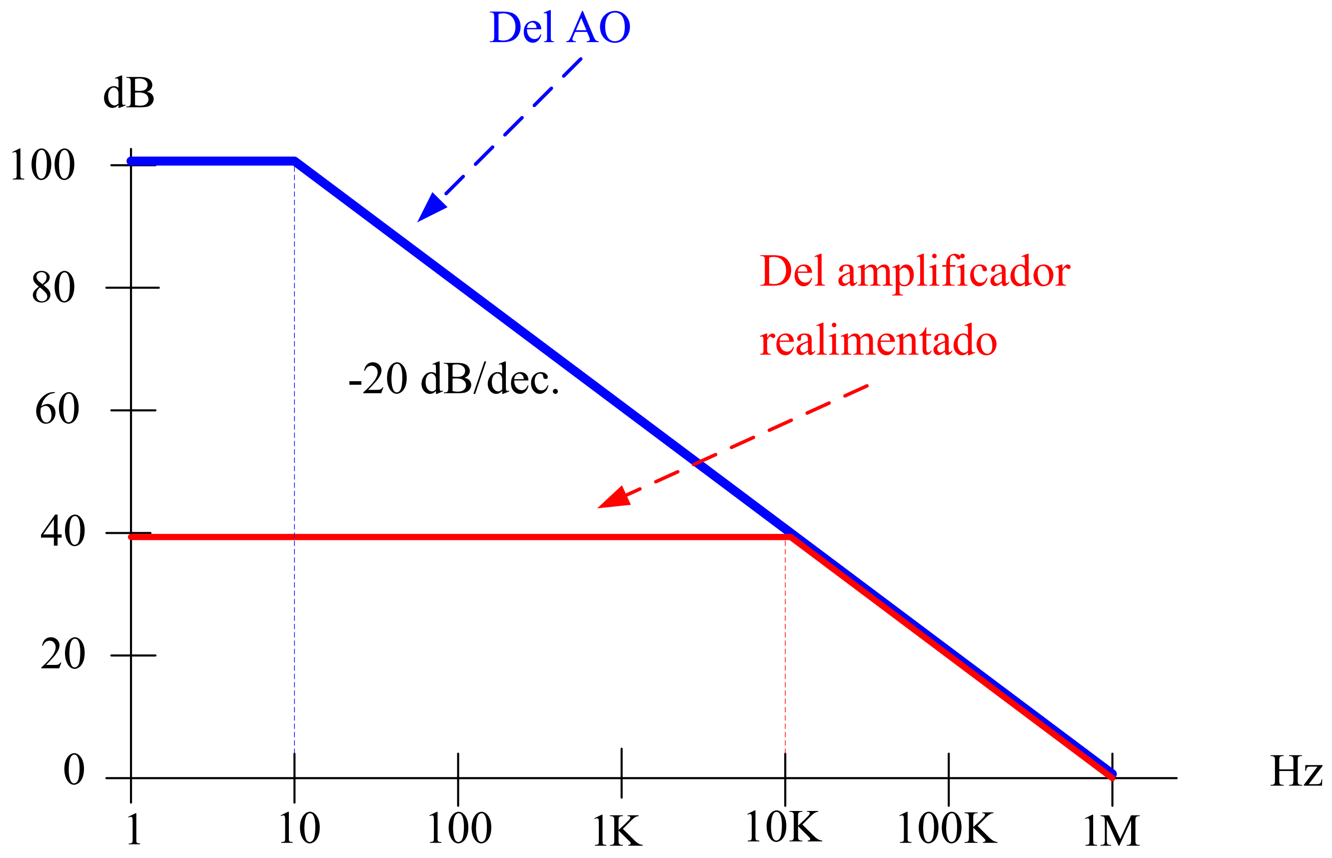
$$Avf \cong \frac{A_d}{1+\beta A_d} \cong \frac{1}{\beta} = \frac{1}{10^{-2}} = 10^2 \quad \Rightarrow \quad 20\log|Avf| = 20\log|10^2| = 40\mathrm{dB}$$

El ancho de banda:

$$BW = (1+\beta A_d)\omega_p = 10^3 \times 10 = 10\ \mathrm{K\ Hz}$$

Teniendo en cuenta que:

$$20\log\left(10^5\right) = 100 \text{ dB}$$



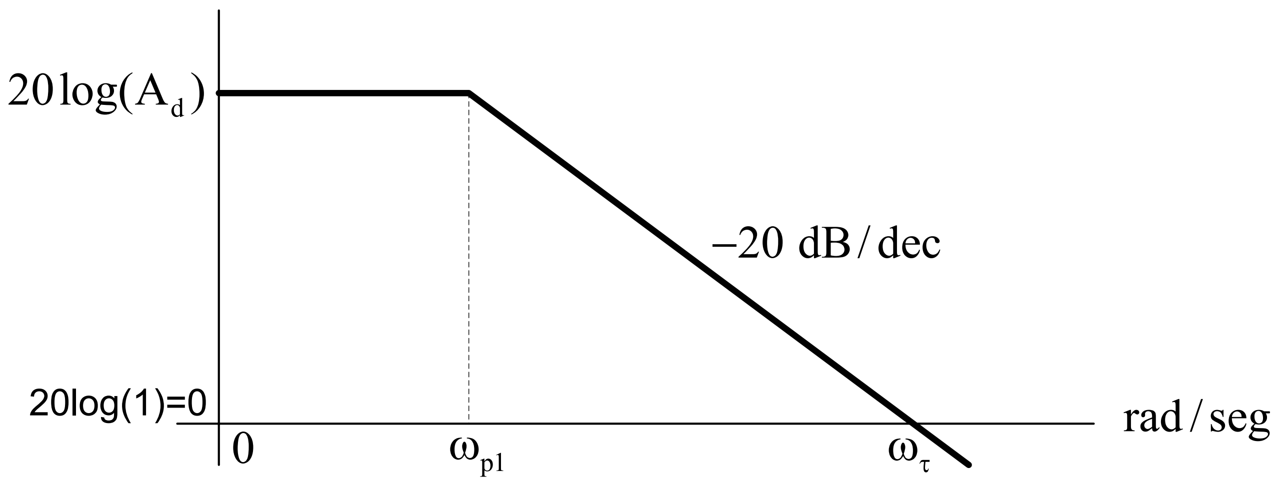
En la gama de frecuencias utilizables, $0 < \omega < \omega_\tau$, los AO´s presentan respuestas en frecuencia con uno, dos, tres, etc. polos.

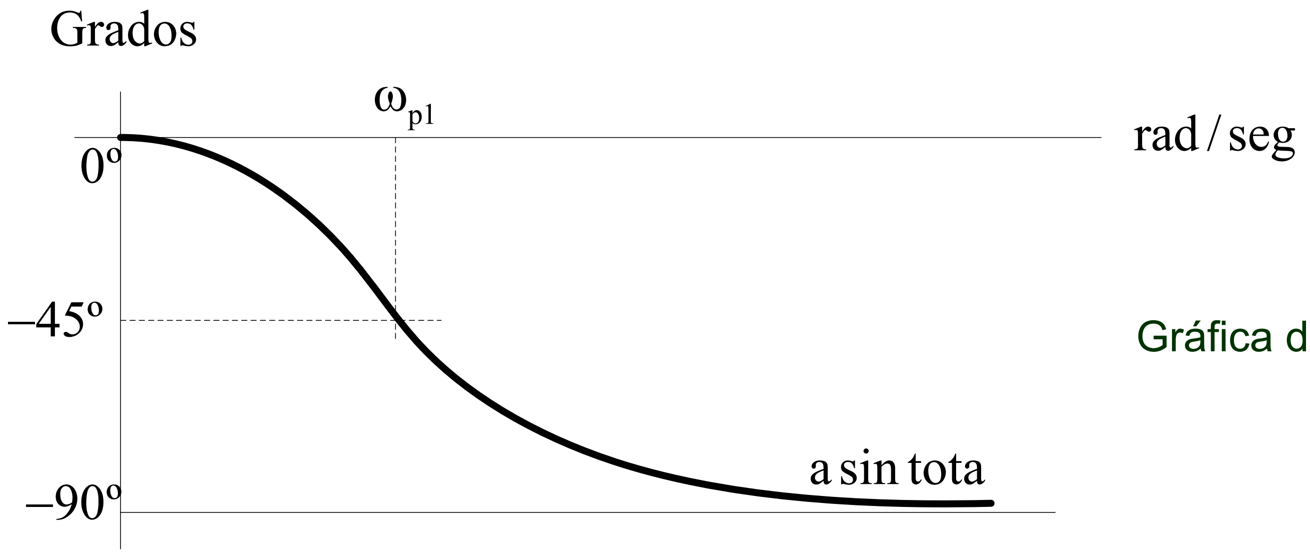
Para extraer conclusiones analizaremos tres casos:

a) AO con una función de transferencia con un solo polo:

$$A_V(j\omega) = \frac{A_d}{\left(1 + j\dfrac{\omega}{\omega_{p1}}\right)}$$

Gráfica de Módulo.





Gráfica de ángulo de fase..

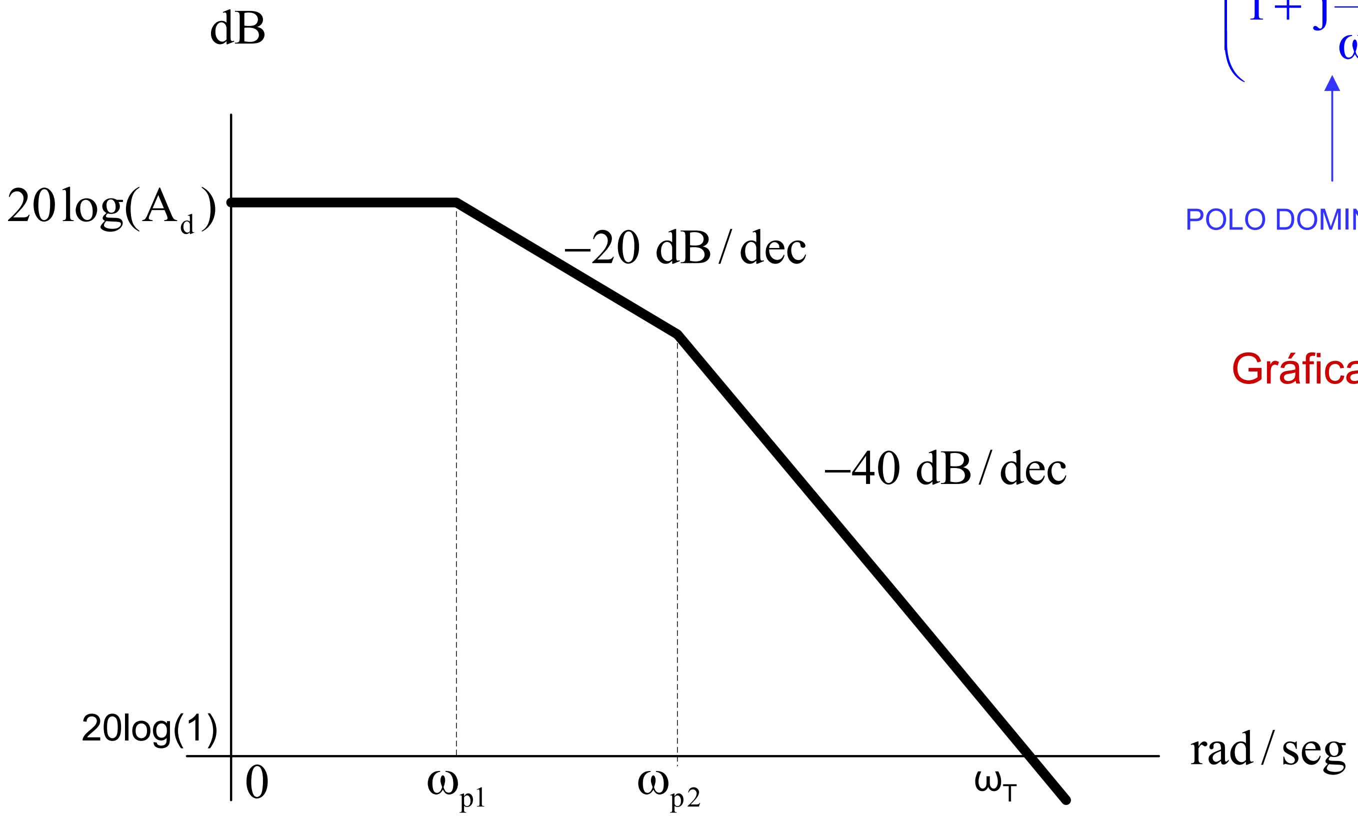
CONCLUSIONES:

- ► Un polo introduce en la gráfica de módulo una pendiente de -20 dB/dec.
- ► El ángulo de fase puede llegar a valer como máximo – 90º.
- ► A la frecuencia del polo ω_{p1} el ángulo de fase vale aproximadamente – 45º.

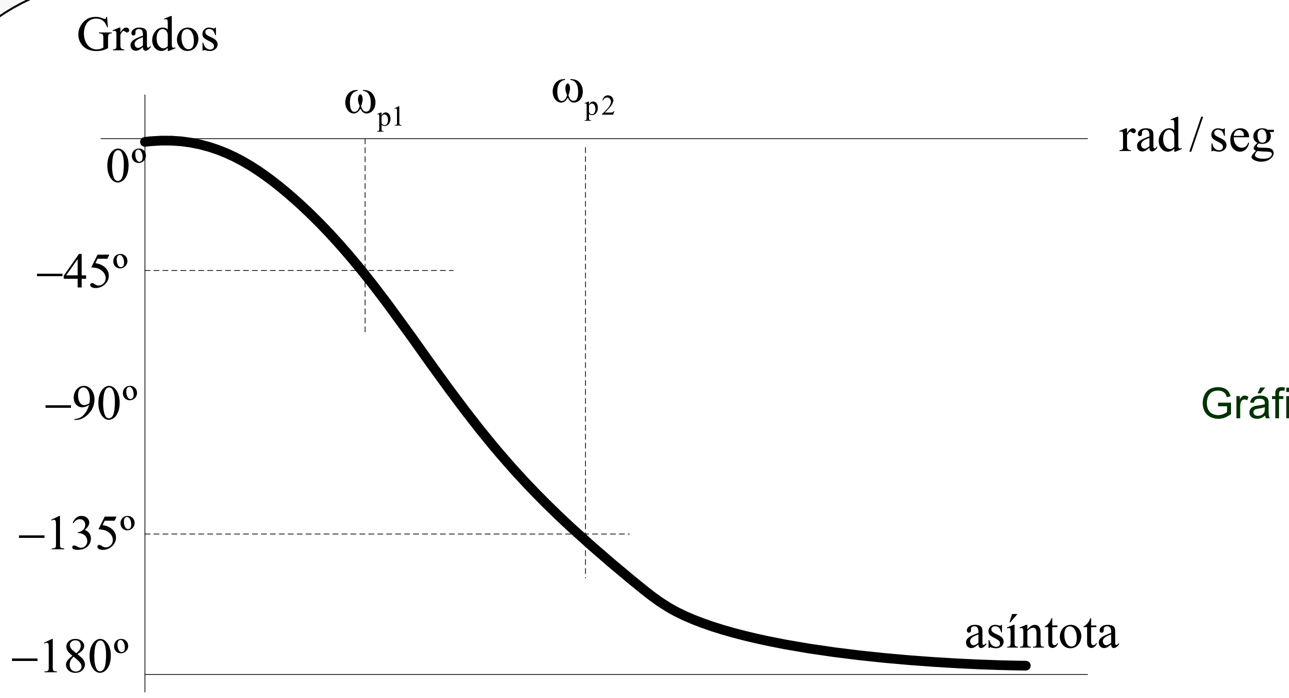
b) AO con una función de transferencia con dos polos ($\omega_{p1} < \omega_{p2}$):

$$A_V(j\omega) = \frac{A_d}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)}$$

POLO DOMINANTE



Gráfica de Módulo.



Gráfica de ángulo de fase..

CONCLUSIONES:

► Cada polo introduce en la gráfica de módulo una pendiente de -20 dB/dec.

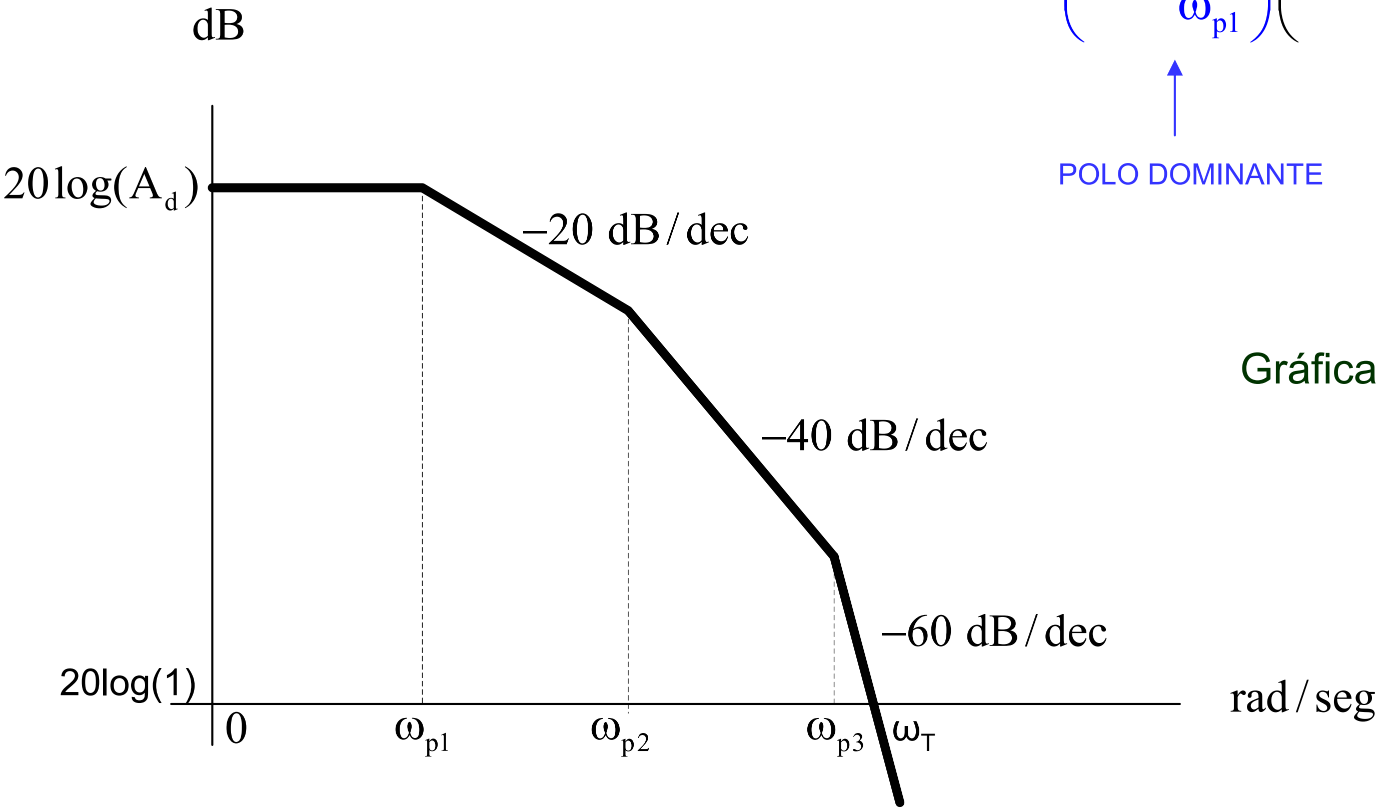
► El ángulo de fase puede llegar a valer como máximo – 180º.

► A la frecuencia de los polos ω_{p1} y ω_{p2} los ángulos de fase valen aproximadamente – 45º y -135º.

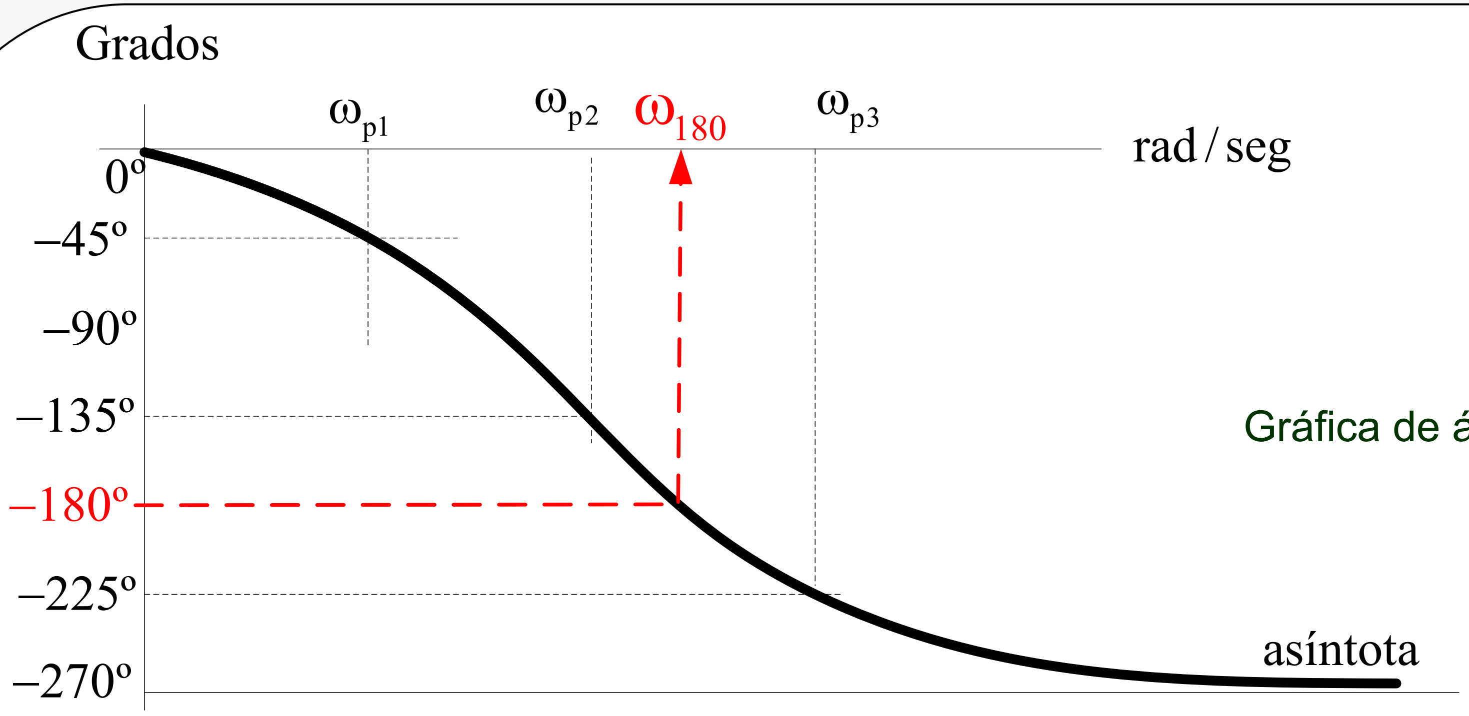
b) AO con una función de transferencia con tres polos ($\omega_{p1} < \omega_{p2} < \omega_{p3}$):

$$A_V = \frac{A_d}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p3}}\right)}$$

POLO DOMINANTE



Gráfica de Módulo.



Gráfica de ángulo de fase..

► Cada polo introduce en la gráfica de módulo una pendiente de -20 dB/dec.

► El ángulo de fase puede llegar a valer como máximo – 270º.

► A la frecuencia de los polos ω_{p1}, ω_{p2} y ω_{p3} los ángulos de fase valen aproximadamente – 45º, -135º y -225º.

► Existe una frecuencia, que llamamos ω_{180}, para la cual el ángulo de fase vale -180º.

La función de transferencia, en baja frecuencia, de un amplificador realimentado es:

$$Avf = \frac{A_d}{(1+\beta A_d)}$$

A_d: Función de transferencia de lazo abierto.

Avf: Función de transferencia de lazo cerrado.

βA_d: Función de transferencia de lazo.

Expresada en decibelios.

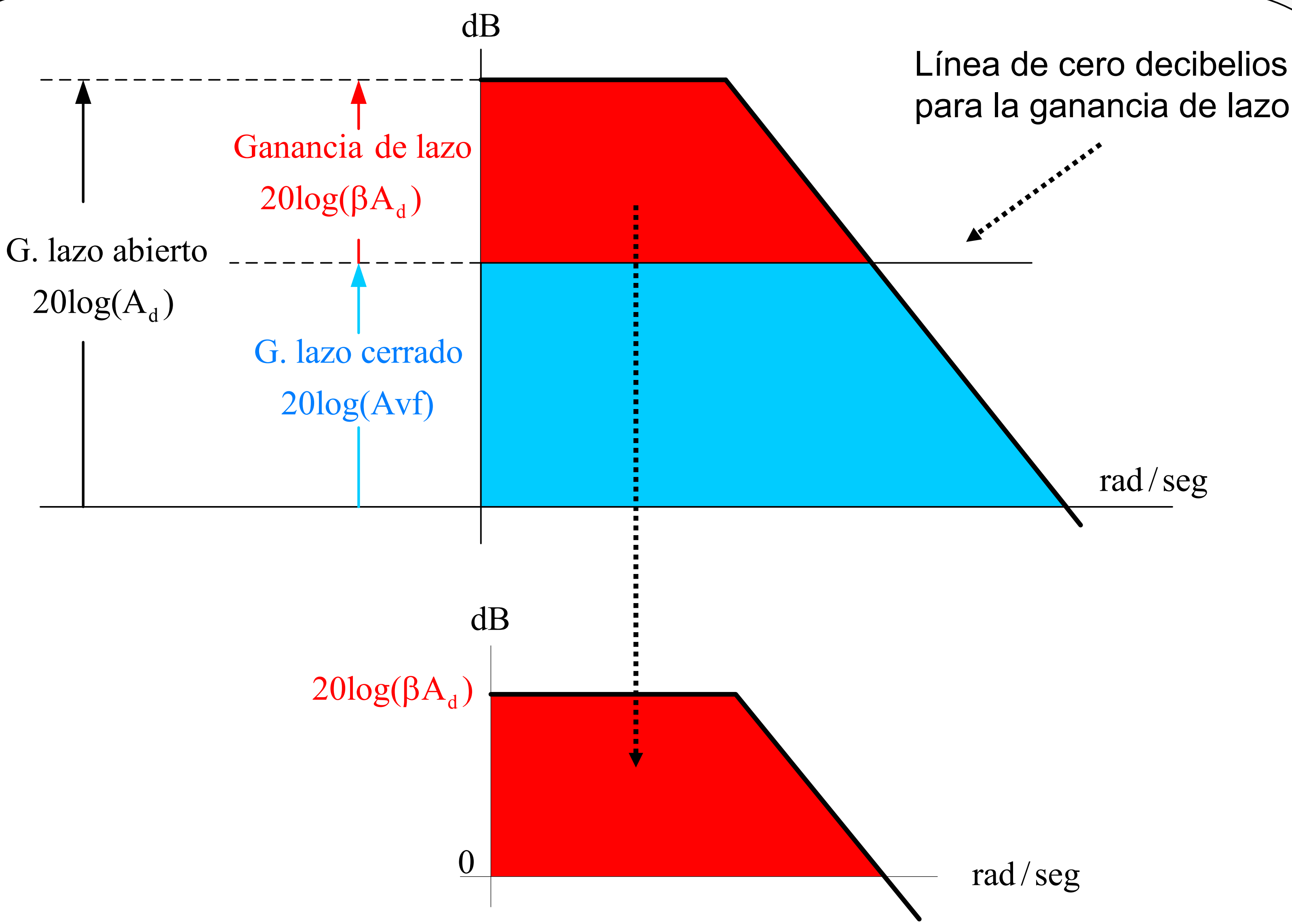
$$20\log|Avf| = 20\log A_d - 20\log(1+\beta A_d)$$

Como $\beta A_d >> 1 \Rightarrow (1+\beta A_d) \cong \beta A_d$ y por tanto:

$$20\log|Avf| = 20\log A_d - 20\log(\beta A_d)$$

$$20\log|\beta A_d| = 20\log A_d - 20\log|Avf|$$

Esta ecuación queda reflejada en la figura siguiente:



Bode módulo de la ganancia de lazo

Método para trazar la gráfica del módulo correspondiente a la ganancia de lazo.

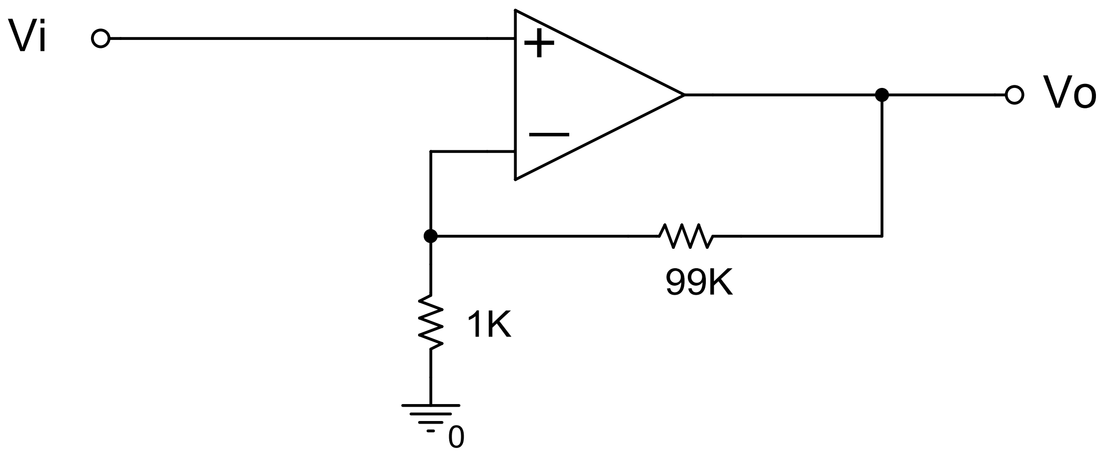
1. Trazar la gráfica del módulo del Amplificador Operacional.

2. Trazar una línea horizontal de altura igual a la ganancia de lazo cerrado del Amplificador Realimentado. Esta línea será la línea de cero decibelios para la ganancia de lazo.

La gráfica de ángulo de fase de la ganancia de lazo es la misma que la del AO, puesto que la red de realimentación β es resistiva, y por tanto no añade ningún ángulo de fase.

Ejercicio 1.

Dado el amplificador de lazo cerrado de la figura siguiente, se pide trazar el Bode del módulo de la ganancia de lazo. El AO tiene una ganancia de lazo abierto $A_d = 10^5$ y un polo cuya frecuencia es f = 10 Hz.



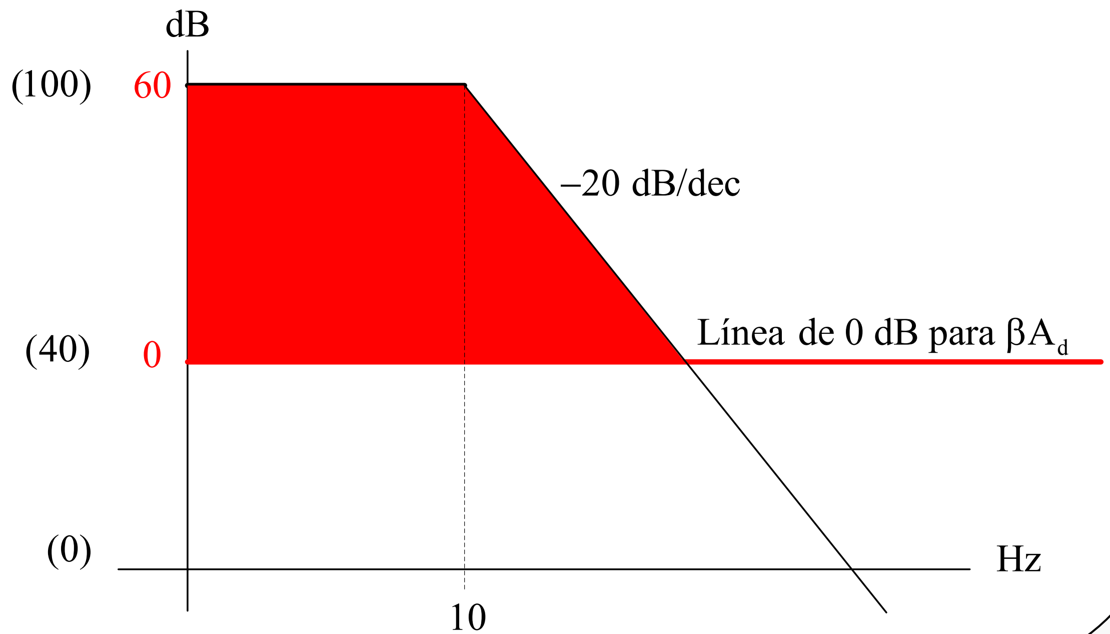
Ganancia de lazo abierto.

$$20\log(10^5) = 100 \text{ dB.}$$

Ganancia de lazo cerrado

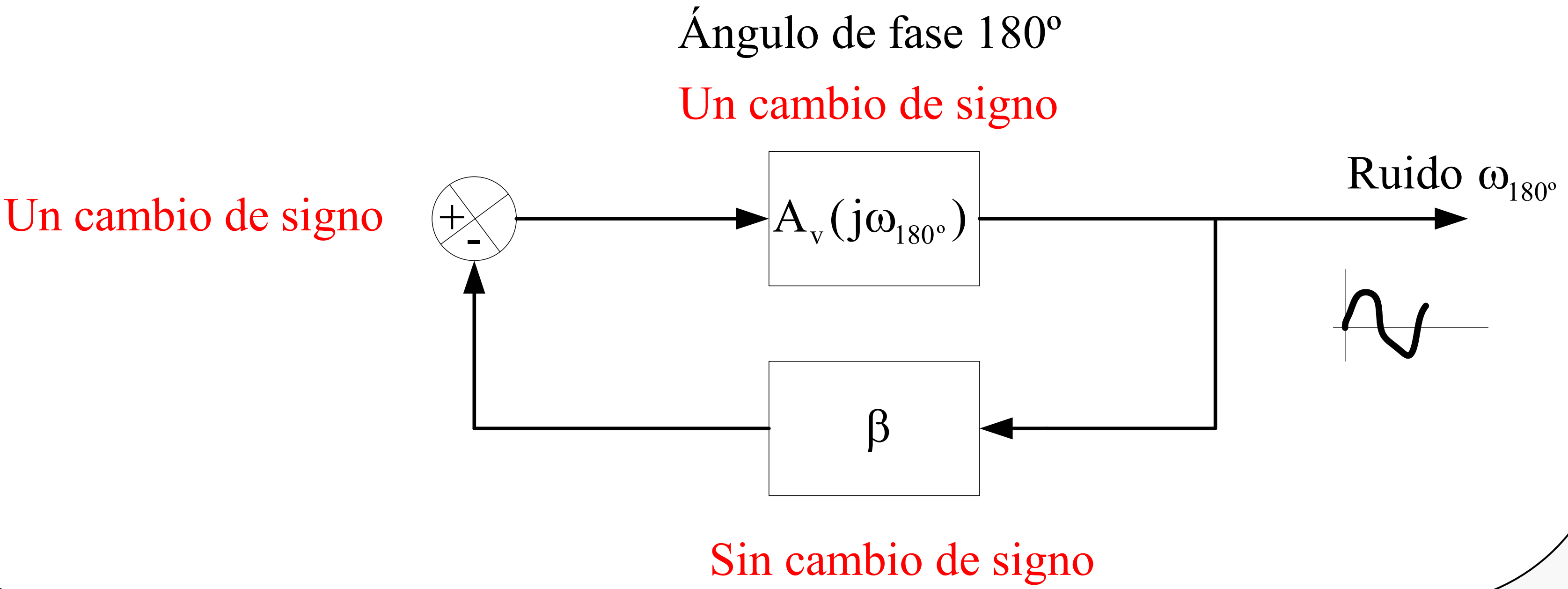
$$\text{Avf} = \left(1 + \frac{99}{1}\right) = 100$$

$$\left|\text{Avf}\right|_{\text{dB}} = 20\log\left|100\right| = 40 \text{ dB}$$



Para deducir la condición de estabilidad partiremos de los siguientes supuestos:

- La red de realimentación **β** es resistiva y por tanto no produce ángulo de fase entre su entrada y su salida.
- Hacemos cero la entrada del amplificador de lazo cerrado.
- En la salida del amplificador de lazo cerrado aparece una señal de ruido con una frecuencia ω_{180}, la cual produce un ángulo de fase de 180º en el amplificador de lazo abierto. (Un cambio de signo).



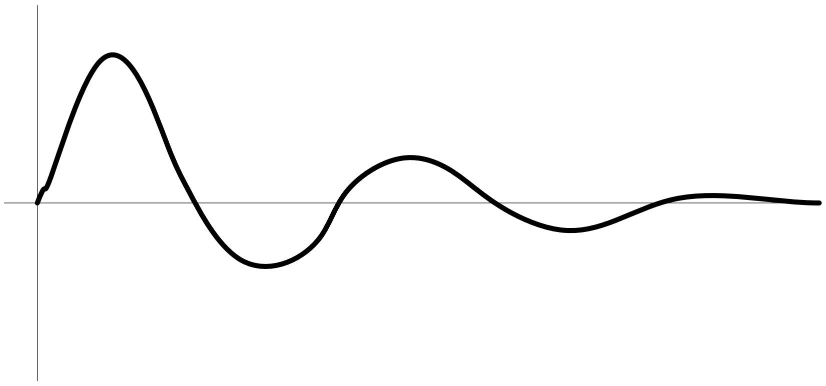
A la frecuencia $\omega_{180º}$ el amplificador sin realimentar introduce un cambio de signo, el cual se anula con el cambio de signo producido en el restador.

Cada vez que la señal de ruido recorre el lazo, su amplitud queda multiplicada por el módulo de la ganancia de lazo: $|\beta A_V(\omega_{180º})|$.

De acuerdo con lo dicho pueden darse tres casos:

a. Que el módulo de la ganancia de lazo, a la frecuencia ω180º, sea menor que la unidad (Menor que cero decibelios).

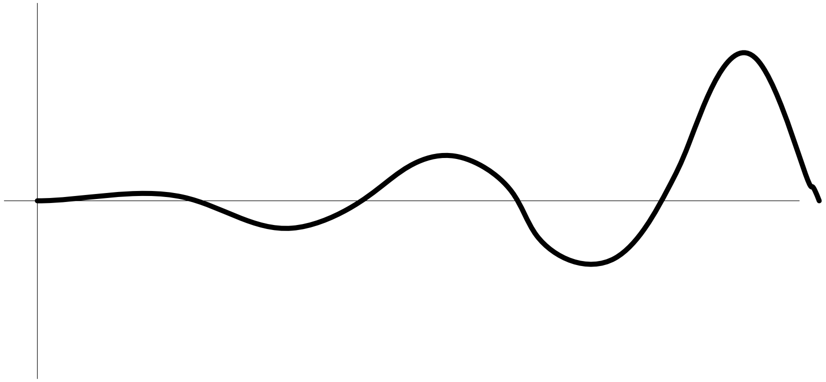
$$\left|\beta A_V\left(\omega_{180º}\right)\right| < 1 \Rightarrow 20\log\left|\beta A_V\left(\omega_{180º}\right)\right| < 0\ \mathrm{dB}$$



La amplitud de la señal de ruido se amortigua cada vez recorre el lazo y desaparece. Se dice que el amplificador realimentado es estable

b. Que el módulo de la ganancia de lazo, a la frecuencia ω_{180^o} , sea mayor que la unidad (Mayor que cero decibelios).

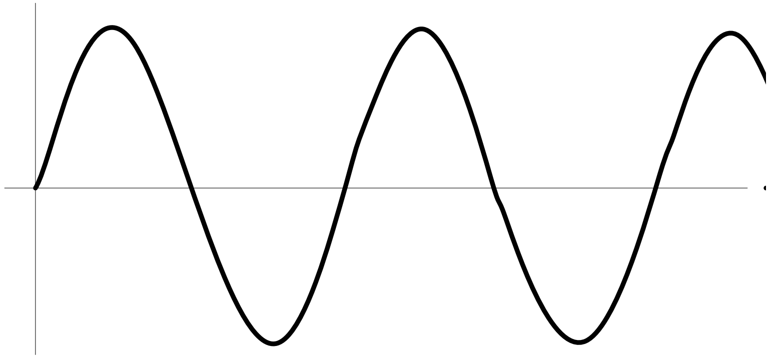
$$\left|\beta A_V\left(\omega_{180^o}\right)\right| > 1 \Rightarrow 20\log\left|\beta A_V\left(\omega_{180^o}\right)\right| > 0 \text{ dB}$$



La amplitud de la señal de ruido aumenta cada vez recorre el lazo hasta llegar a la saturación del AO. Se dice que el amplificador realimentado es inestable.

c. Que el módulo de la ganancia de lazo, a la frecuencia ω_{180^o} , sea igual que la unidad (Igual que cero decibelios).

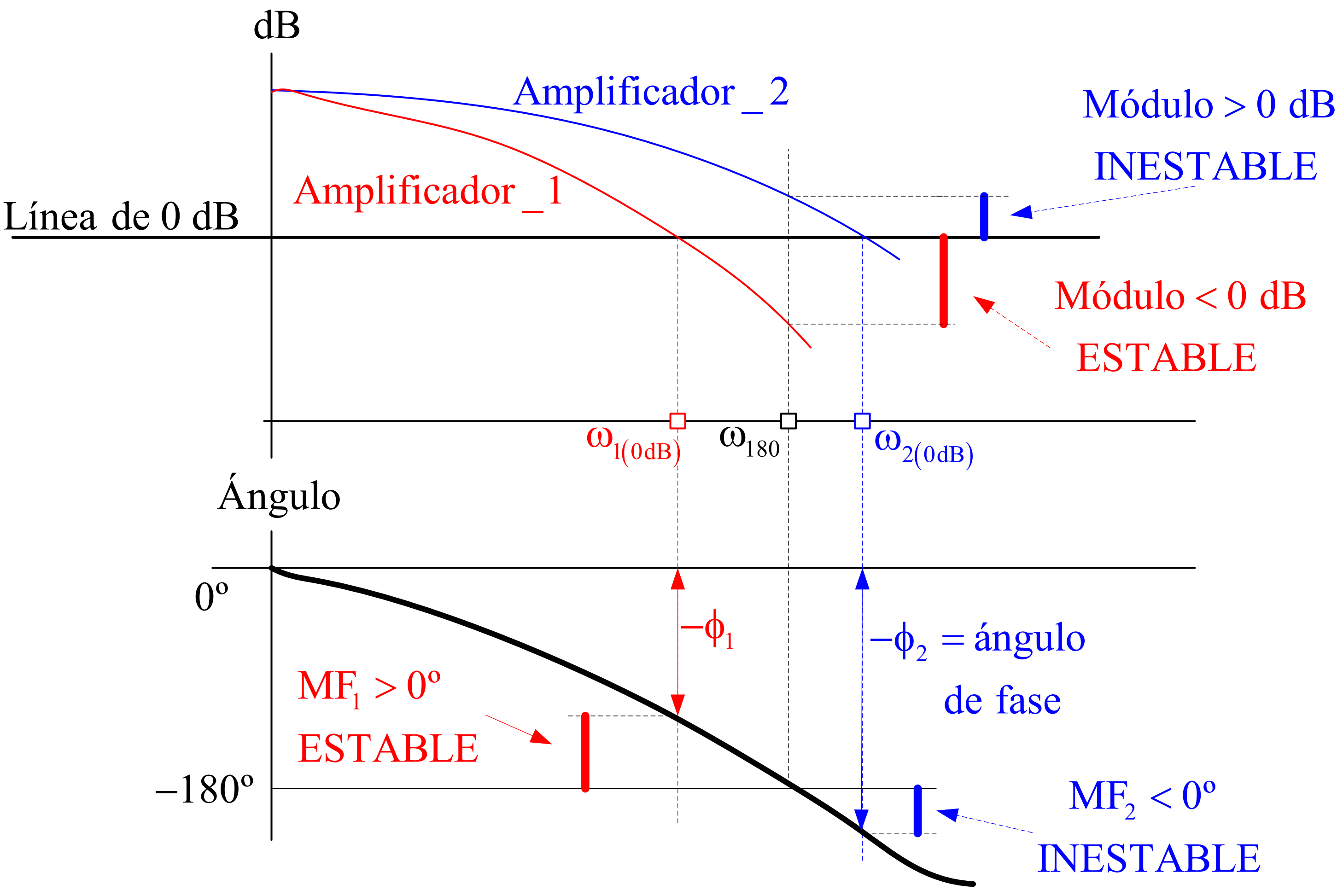
$$\left|\beta A_V(\omega_{180^o})\right| = 1 \Rightarrow 20\log\left|\beta A_V(\omega_{180^o})\right| = 0\ \text{dB}$$



La amplitud de la señal de ruido se sostiene. Se dice que el amplificador es marginalmente estable. Esta propiedad se utiliza en los generadores de onda senoidal.

$$\text{Condición para la estabilidad}\begin{cases} 20\log\left|\beta A_V(\omega_{180^o})\right| < 0\ \text{dB} \\ \angle\beta A_V(\omega_{180^o}) = -180^o \end{cases}$$

El Margen de Fase (MF) es un criterio que utilizamos en electrónica para averiguar si un amplificador realimentado es estable o inestable.



En la figura anterior:

► El módulo de la ganancia de lazo del amplificador_2, a la frecuencia de ω_{180}, es mayor que cero y por tanto dicho amplificador es inestable.

► El módulo de la ganancia de lazo del amplificador_1, a la frecuencia de ω_{180}, es menor que cero y por tanto dicho amplificador es estable.

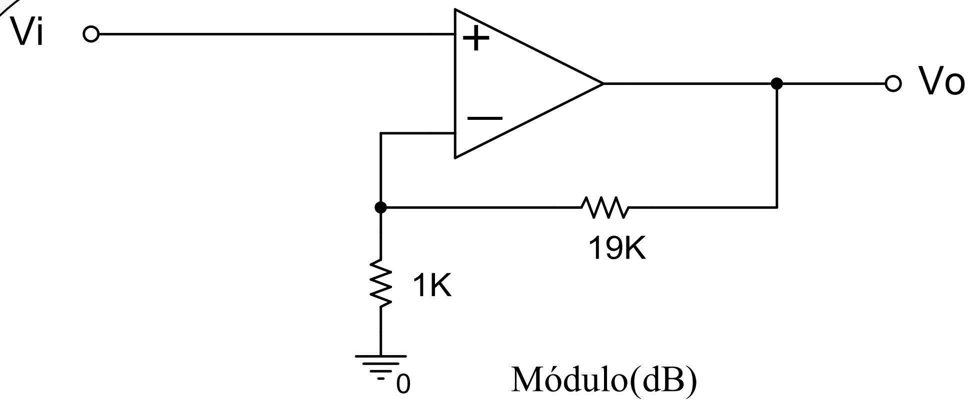
El Margen de fase se define como:

$$MF = 180^{o} + \phi\left(\omega_{0dB}\right)$$

El Criterio de estabilidad establece que para que un amplificador realimentado sea estable ha de cumplirse que el margen de fase sea mayor que cero.

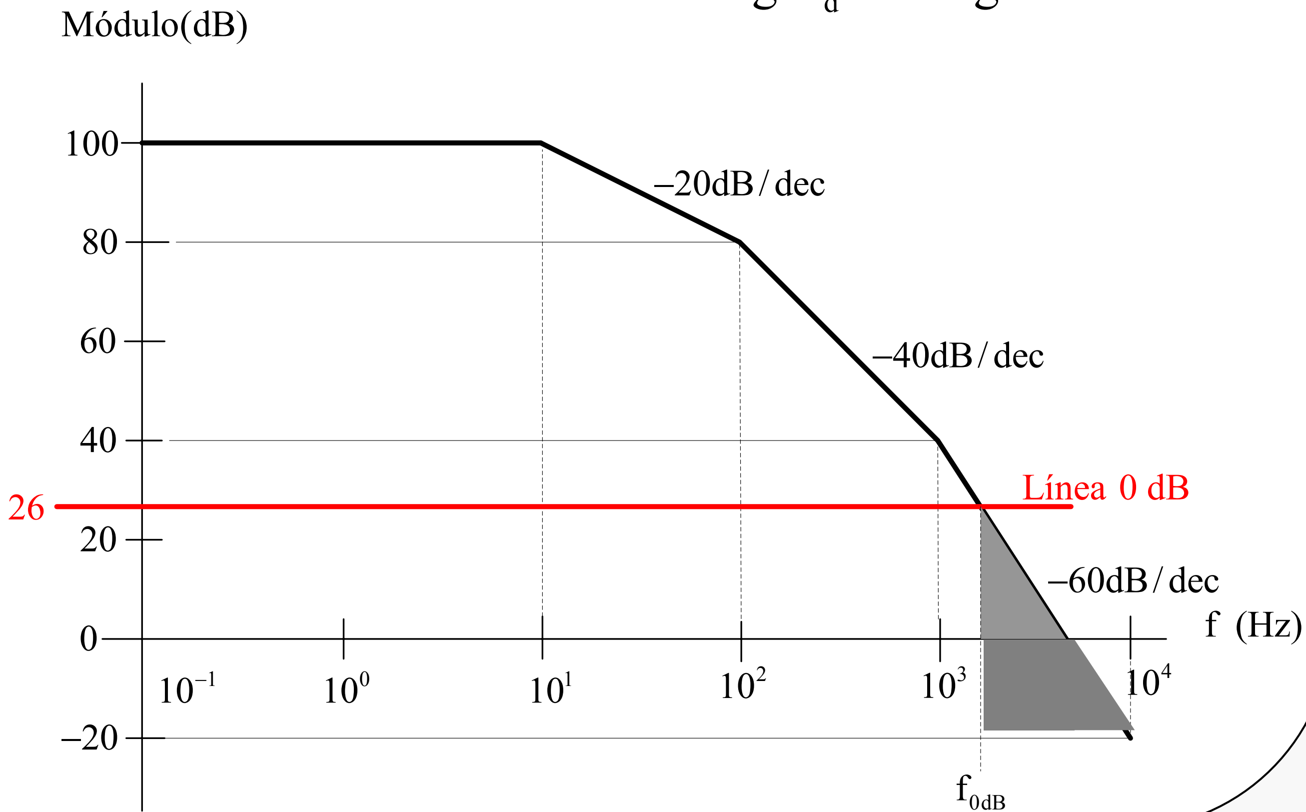
Ejercicio 1.

El circuito amplificador realimentado de la figura siguiente utiliza un AO con ganancia de lazo abierto Ad = 10^5 y tiene tres polos situados en 10 Hz, 100Hz y 1000 Hz. Analizar por el criterio del MF si el amplificador es estable o inestable.



Pasamos la ganancia de lazo abierto del AO a escala de decibelios y trazamos el Bode del AO:

$$20\log A_d = 20og10^5 = 100\ \text{dB}$$



Calculamos el módulo de la ganancia del amplificador realimentado en dB, y después trazamos la línea de 0 dB para la ganancia de lazo (En rojo en la figura anterior).

$$20\log\left(1+\frac{19}{1}\right)=26\ \mathrm{dB}$$

Aplicando el teorema de la tangente al triangulo subrayado, determinamos la frecuencia de cero decibelios $f_{0\,dB}$ para la ganancia de lazo.

$$60=\frac{26}{\log\left(10^{4}\right)-\log\left(f_{0dB}\right)}$$

$$4-\log\left(f_{oB}\right)=\frac{26}{60}\ \Rightarrow\ \log\left(f_{oB}\right)=4-\frac{26}{60}=\frac{214}{60}\ \Rightarrow\ f_{0dB}=\log^{-1}\left(\frac{214}{60}\right)=3686.95\ \mathrm{Hz}$$

Calculamos el ángulo de fase, para la frecuencia $f = f_{0dB}$ =3686.95 Hz, teniendo en cuenta que la función de transferencia del AO es:

$$A_v(j\omega) = \frac{10^5}{\left(1 + j\frac{f}{10}\right)\left(1 + j\frac{f}{10^2}\right)\left(1 + j\frac{f}{10^3}\right)}$$

$$\phi_{0dB} = -tag^{-1}\left(\frac{f}{f_{p1}}\right) - tag^{-1}\left(\frac{f}{f_{p2}}\right) - tag^{-1}\left(\frac{f}{f_{p3}}\right)$$

$$\phi_{0dB} = -tag^{-1}\left(\frac{3686.95}{10}\right) - tag^{-1}\left(\frac{3686.95}{10^2}\right) - tag^{-1}\left(\frac{3686.95}{10^3}\right)$$

$$\phi_{0dB} = -89{,}84^{o} - 88{,}45^{o} - 73{,}13^{o} = -253{,}11^{o}$$

Determinamos el Margen de fase:

$$MF = 180^{o} + \phi_{0dB} = 180^{o} - 253{,}11^{o} = -73{,}11^{o}$$

Como el Margen de fase es negativo, el amplificador realimentado es INESTABLE:

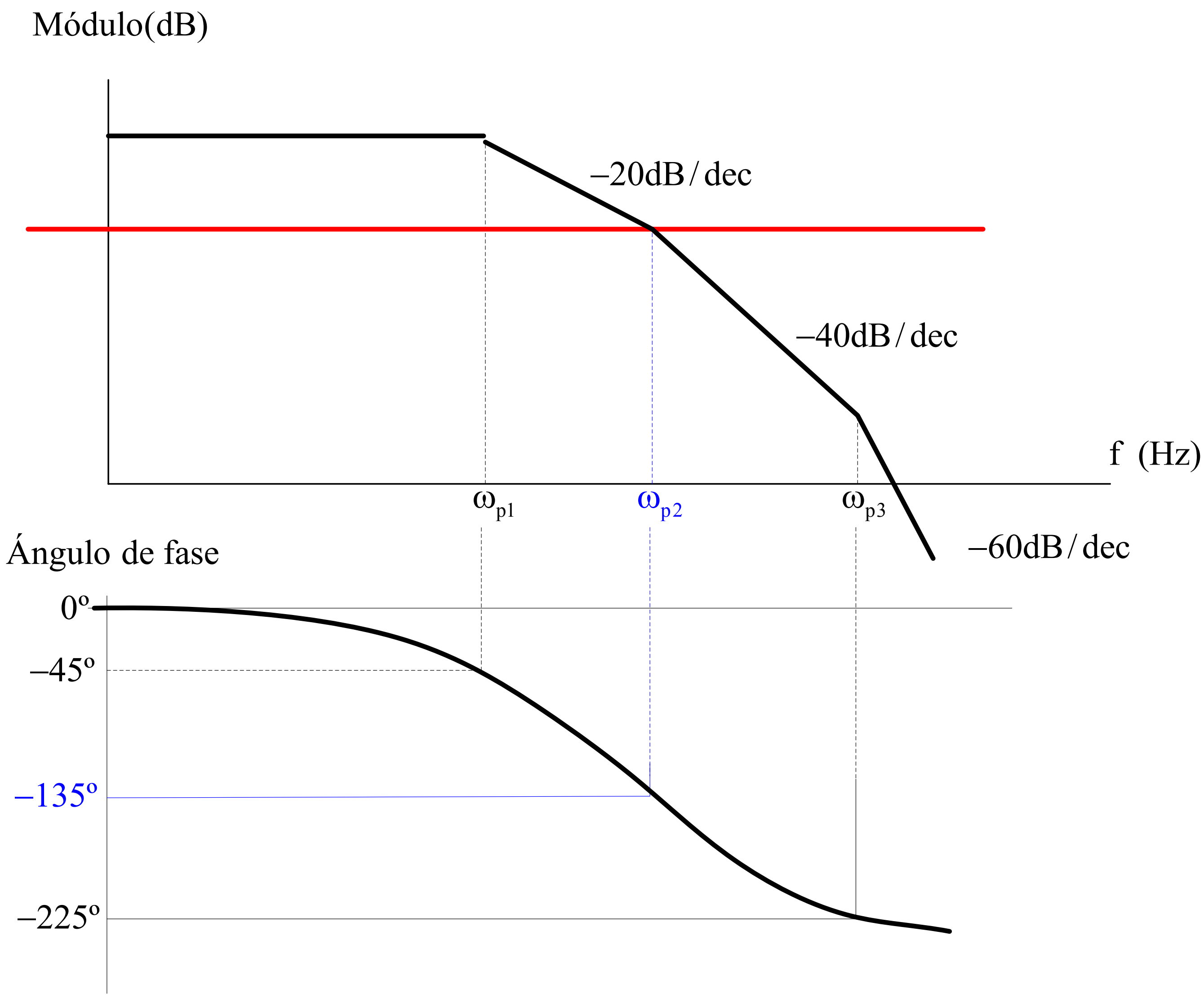
Método que consiste en convertir en estable un amplificador realimentado que es inestable para un determinado valor de la ganancia de lazo cerrado A_{vf}.

Se consigue modificando deliberadamente la respuesta en frecuencia del amplificador inestable para obtener como objetivo un margen de fase de 45º.

$$MF = 180^{o} + \phi_{0bB} = 45^{o} \quad \Rightarrow \quad \phi_{0dB} = 45^{o} - 180^{o} = -135^{o}$$

Un ángulo de fase de – 135º significa que el segundo polo del amplificador compensado debe de estar situado sobre la línea de 0 dB de la ganancia de lazo. Ver figura siguiente

La modificación se consigue añadiendo al amplificador inestables redes de compensación RC.


Módulo(dB)
–20dB / dec
–40dB / dec
f (Hz)
ωp1
ωp2
ωp3
–60dB / dec
Ángulo de fase
0º
–45º
–135º
–225º

Analizamos dos tipos de compensación:

a) Compensación interna.

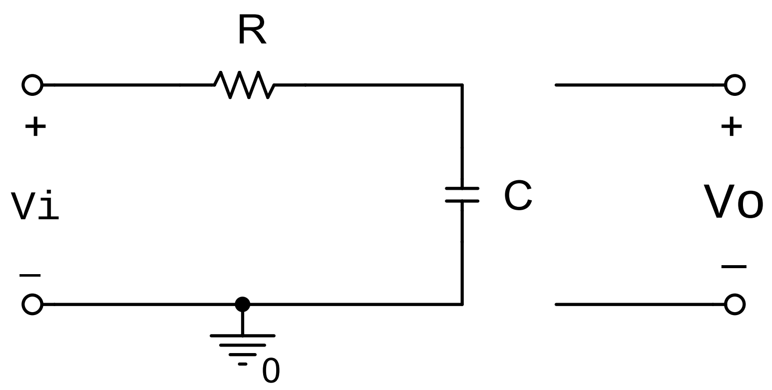
La compensación se lleva a efecto dentro del propio integrado. Es el caso del 741 que está compensado para producir un único polo, cuya frecuencia es 10 Hz. Los restantes polos están situados fuera de las frecuencias utilizables.

b) Compensación adaptada.

El fabricante **no** compensa internamente el amplificador operacional, y a cambio, proporciona los terminales necesarios para conectar la red compensadora RC:

Estudiaremos dos tipos de compensación adaptada.

Esta técnica consiste en introducir un polo dominante (**aquel que posee menor frecuencia**) en la función de transferencia del AO, mediante una red compensadora como la mostrada en la figura.



La función de transferencia compleja de la red de compensación es:

$$\frac{V_0(s)}{V_i(s)} = \frac{\dfrac{1}{sC}}{\dfrac{1}{sC}+R} = \frac{1}{1+sRC}$$

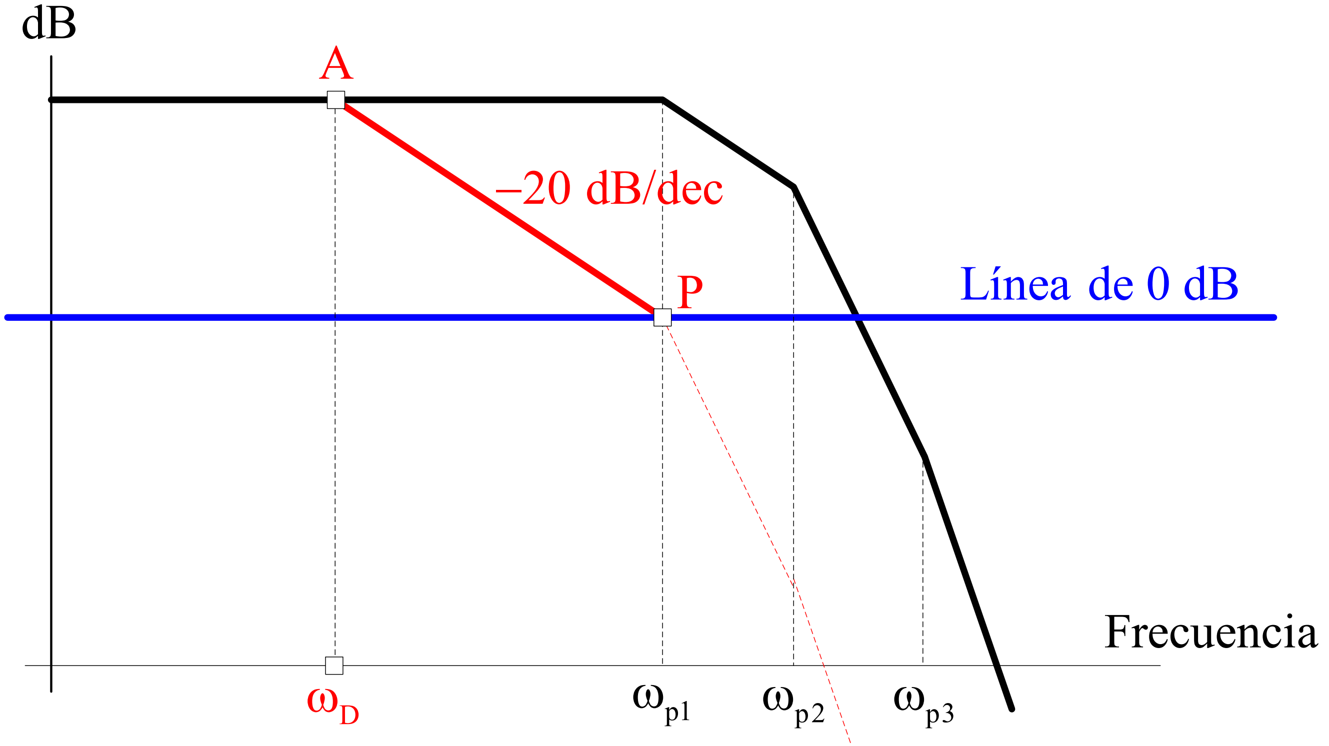
La función de transferencia en alta frecuencia es:

$$\omega_D = \frac{1}{RC} \quad \left(\begin{array}{l}\text{frecuencia del}\\ \text{polo domonante}\end{array}\right)$$

$$\frac{V_0(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \frac{1}{1+j\omega RC} \Rightarrow \frac{V_0(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \frac{1}{\left(1+j\dfrac{\omega}{\omega_D}\right)}$$

Para el caso de un AO con tres polos con frecuencias $\omega_{p1} < \omega_{p2} < \omega_{p3}$, al compensarlo por polo dominante tendrá una función de transferencia en alta frecuencia:

$$Av(j\omega) = \frac{A_d}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_D}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p3}}\right)} \Rightarrow \text{con } \omega_D < \omega_{p1} < \omega_{p2} < \omega_{p3}$$



Procedimiento gráfico para determinar la frecuencia del polo dominante ω_D.

♦ Trazar el Bode del AO (Línea negra gruesa en la figura anterior).

♦ Trazar la línea de o dB para la ganancia de lazo (Línea azul gruesa).

♦ Localizamos el punto "P", intersección de la línea de cero dB con la línea vertcal correspondiente a ω_{p1}. A partir del punto "P" trazamos una líne oblicua con una pendiente de -20 dB/dec hasta el punto "A".

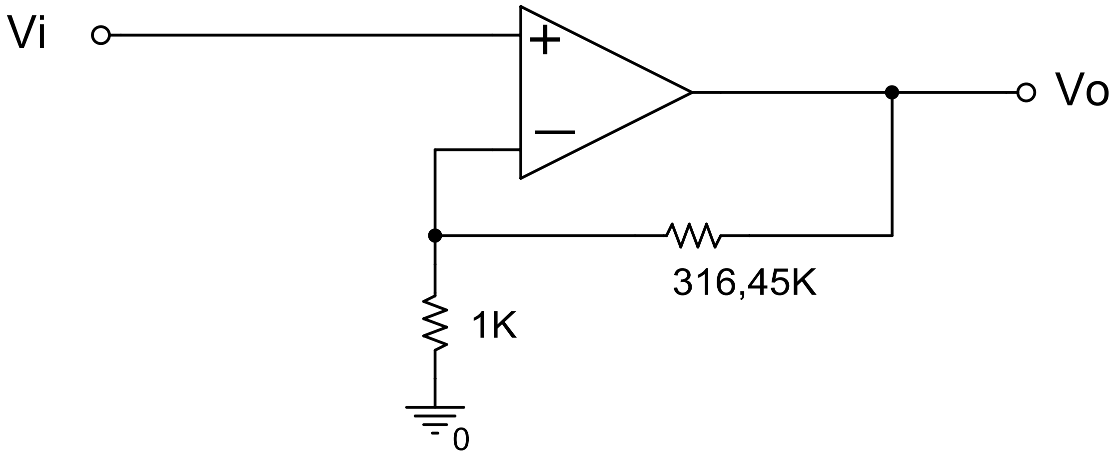
♦ La proyección del punto "A" sobre el eje de frecuencias nos propórciona la frecuencia ω_D.

Ejercicio

El amplificador realimentado (de lazo cerrado) de la figura siguiente utiliza un AO con la siguiente función de transferencia de lazo abierto:

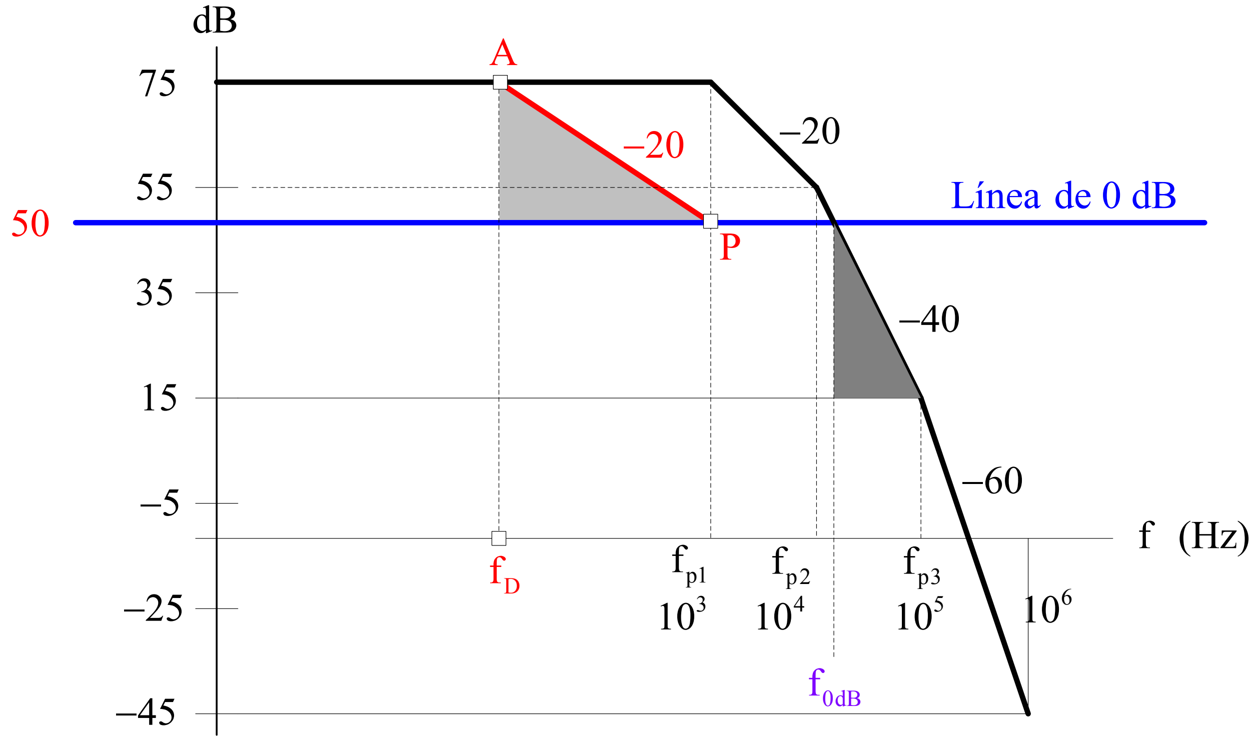
$$Av(j\omega) = \frac{5623,5}{\left(1+j\dfrac{f}{10^3}\right)\left(1+j\dfrac{f}{10^4}\right)\left(1+j\dfrac{f}{10^5}\right)}$$

Se pide analizar la estabilidad del amplificador mediante el margen de fase, y si esta es menor de 45º diseñar un compensador por polo dominante para obtener un margen de fase de 45º.



Trazamos el Bode del AO (línea negra gruesa) teniendo en cuenta que:

$$20\log(A_d) = 20\log(5623{,}5) = 75\ \text{dB}$$



Trazamos la línea de 0 dB teniendo en cuenta que en el amplificador realimentado:

$$Avf = \left(1 + \frac{316{,}46}{1}\right) = 317{,}46 \Rightarrow 20\log(A_v) = 20\log(317{,}46) = 50\ \text{dB}$$

Por trigonometría determinamos la frecuencia de 0 dB (f_{0dB}) en el triángulo subrayado oscuro:

$$40 = \frac{50-15}{\log(10^5)-\log(f_{0dB})}$$

$$5\text{-}\log(f_{0dB}) = \frac{35}{40} \Rightarrow \log(f_{0dB}) = 4{,}125 \Rightarrow f_{0dB} = 13335\ \text{Hz}$$

A la frecuencia de 0 decibelios determinamos el ángulo de fase "φ_{0dB}" y el margen de fase "MF":

$$\varphi_{0dB} = -\text{tag}\left(\frac{13335{,}21}{10^3}\right) - \text{tag}\left(\frac{13335{,}21}{10^3}\right) - \text{tag}\left(\frac{13335{,}21}{10^5}\right)$$

$$\varphi_{0dB} = -87.71^\circ - 53.13^\circ - 7.59^\circ = -148.5^\circ$$

$$\text{MF} = 180^\circ + \varphi_{0dB} = 180^\circ - 148{,}5 = 31.5^\circ < 45^\circ$$

El amplificador es estable (MF > 0º), pero le añadimos un polo dominante con frecuencia f_D para conseguir un margen de fase de aproximadamente 45º.

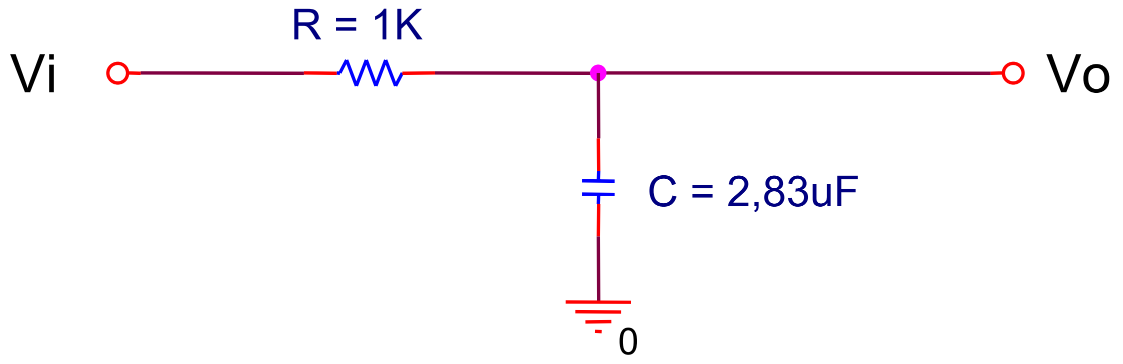
A partir del triangulo subrayado claro determinamos la frecuencia del polo dominante f_D:

$$20=\frac{75-50}{\log(10^3)-\log(f_D)}=\frac{25}{3-\log(f_D)}\Rightarrow \log(f_D)=3-\frac{25}{20}=1.75\Rightarrow f_D=56{,}23\ \text{Hz}$$

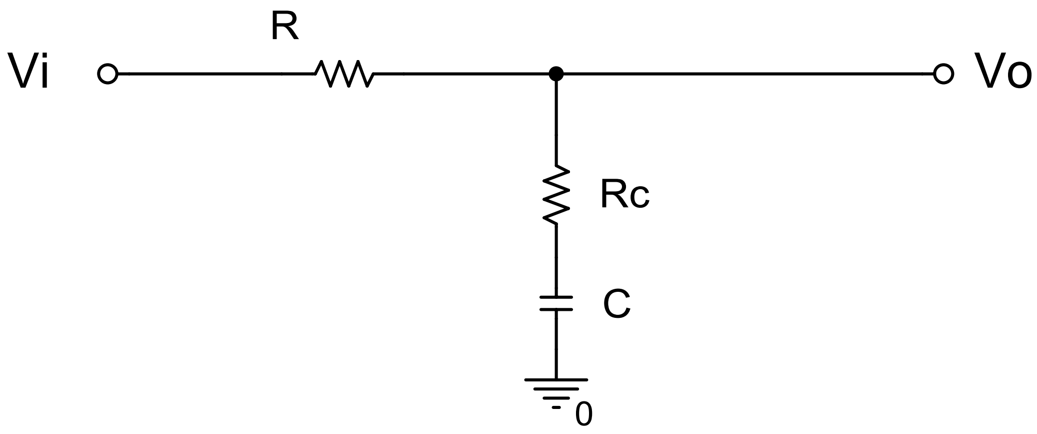
Teniendo en cuenta que: $\Rightarrow \quad \omega_D=2\pi f_D=\frac{1}{RC}\Rightarrow C=\frac{1}{2\pi fR}$

Para R = 1K $\Rightarrow \quad C=\frac{1}{2\pi\times 2{,}56\times 10^3}=2{,}83\times 10^{-6}\ \text{F} = 2{,}86\ \text{uF}$

El compensador diseñado es:



La red RC que produce a la vez un polo y un cero es:



La función de transferencia compleja es:

$$\frac{V_0(s)}{V_s(s)} = \frac{\frac{1}{sC} + R_c}{\frac{1}{sC} + (R + R_c)} = \frac{1 + sR_cC}{1 + s(R + R_c)C}$$

Llamando
$$\begin{cases} \omega_Z = \dfrac{1}{R_cC} & \text{frecuencia del cero.} \\ \omega_P = \dfrac{1}{(R + R_c)C} & \text{frecuencia del polo} \end{cases}$$

Obtenemos la función de transferencia en alta frecuencia del compensador:

$$\frac{V_0(j\omega)}{V_s(j\omega)} = \frac{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_Z}\right)}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_P}\right)}$$

Cero.

Polo.

Si utilizamos un AO con tres polos, con función de transferencia en alta frecuencia:

$$Av(s) = \frac{Ad}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p3}}\right)}$$

$\omega_{p1} < \omega_{p2} < \omega_{p3}$

Al añadirle la función de transferencia compleja del compensador polo cero tendremos:

$$Av(j\omega) = \frac{Ad\cancel{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_Z}\right)}}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_P}\right)\cancel{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p1}}\right)}\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p3}}\right)}$$

$\omega_P < \omega_{p1} < \omega_{p2} < \omega_{p3}$

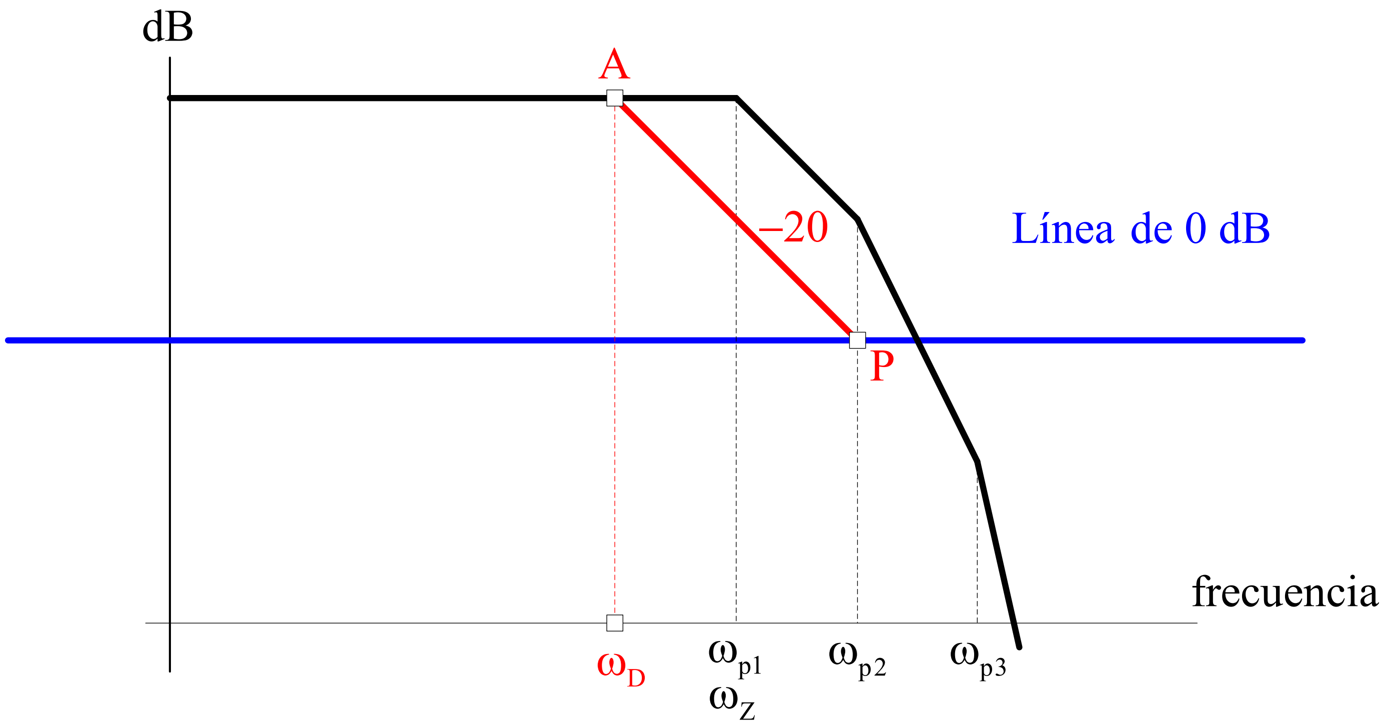
Haciendo $\omega_Z = \omega_{p1}$:

$$Av(j\omega) = \frac{Ad}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_P}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p2}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{p3}}\right)}$$

$\omega_P < \omega_{p2} < \omega_{p3}$

Ahora el segundo polo es ω_{P2}.

El procedimiento gráfico para determinar la frecuencia ω_D en el compensador polo cero es similar al utilizado para hallar ω_D en el compensador por polo dominante, excepto que el punto “P” está situado sobre la línea vertical correspondiente a ω_{p2}.

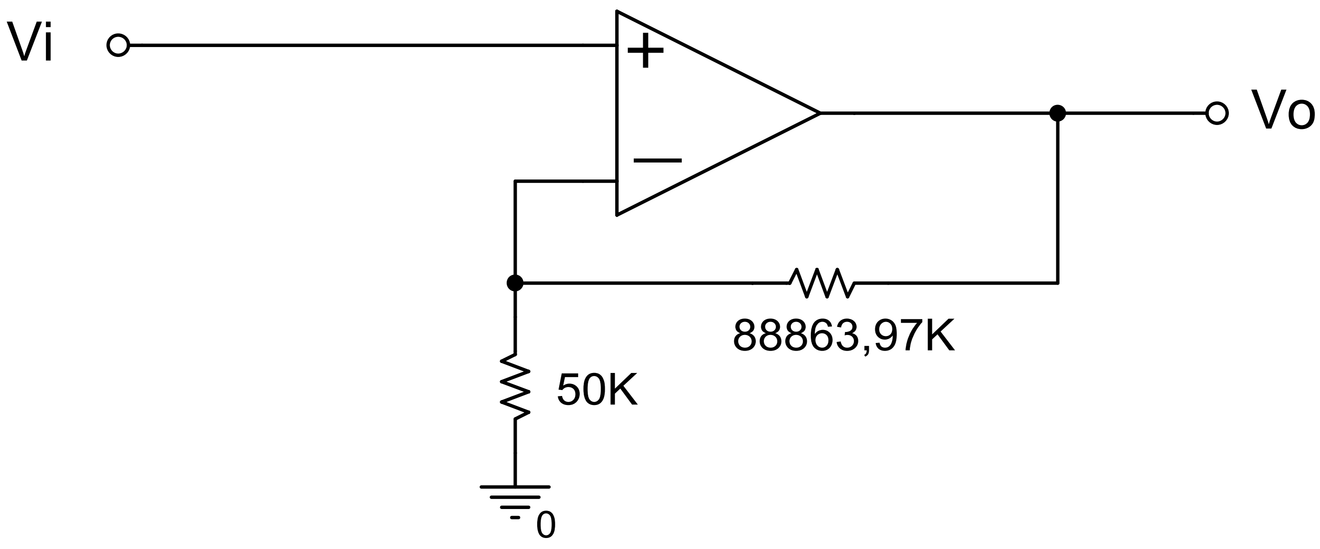


Ejercicio:

El amplificador de la figura utiliza un AO con una ganancia de lazo abierto **Ad = 10^8** y tres polos situados en **ω1 = 10^3 Hz., ω2 = 10^5 Hz. y ω3 = 10^7 Hz.**

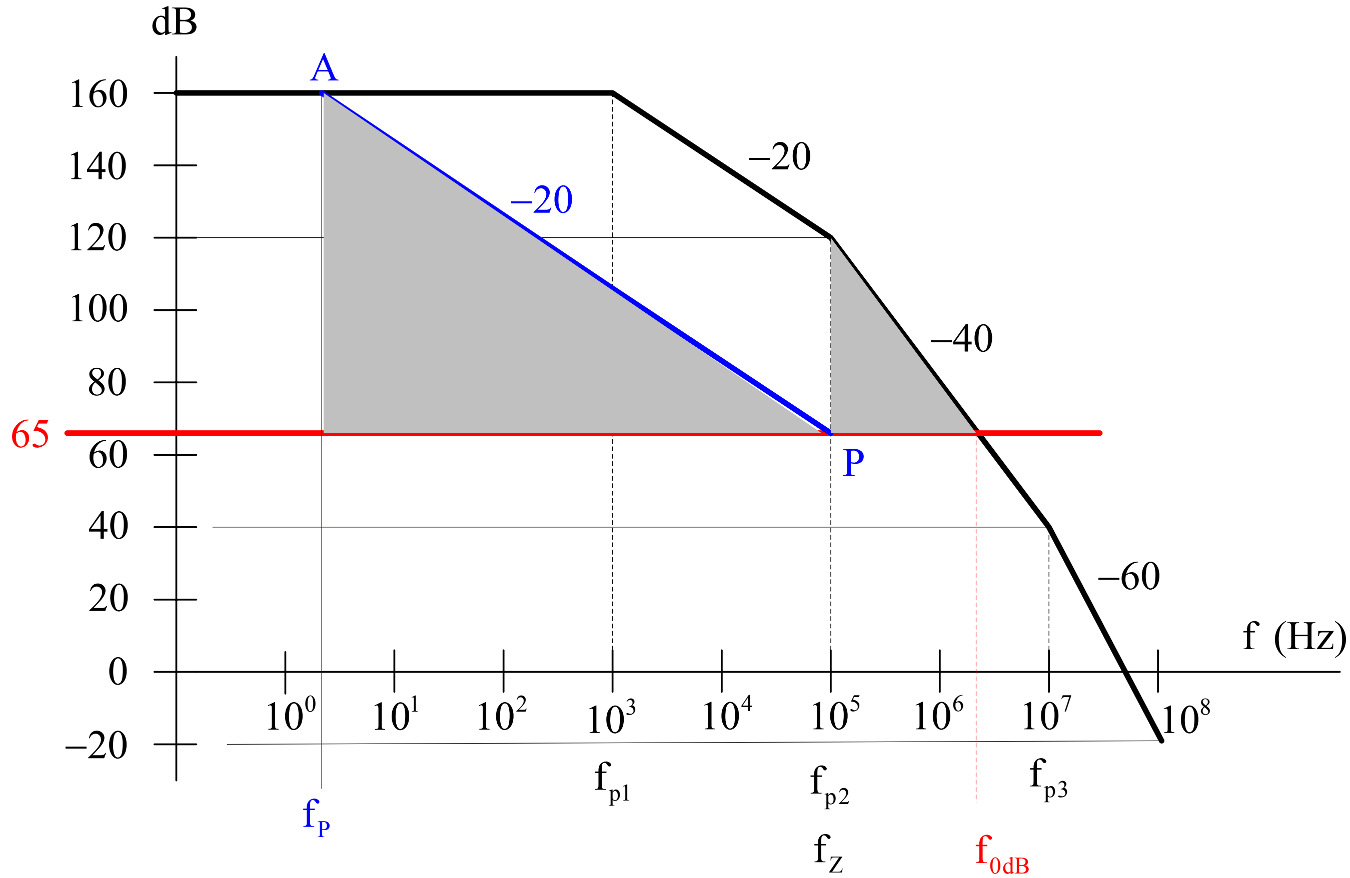
a) Indicar si el amplificador es estable o inestable. Justificar la respuesta.

b) Si es necesario, diseñar un compensador polo-cero y dibujar su esquema. Tomar C =0. 1uF.



Trazamos el Bode del AO (línea negra gruesa) teniendo en cuenta que:

$$20\log(A_d) = 20\log(10^8) = 160\ \text{dB}$$



Trazamos la línea de cero decibelios (gruesa roja) teniendo en cuenta que en el amplificador realimentado:

$$20\log\left(1+\frac{88863{,}97}{50}\right)=65\mathrm{dB}$$

Trazamos la línea inclinada (azul gruesa) con pendiente 20 dB/dec.

En el triángulo subrayado pequeño determinamos el valor de f_{0dB}:

$$40=\frac{120-65}{\log f_{0dB}-\log 10^5} \Rightarrow \log f_{0dB}-5=\frac{55}{40}=1{,}375$$

$$\log f_{0dB}-5=\frac{55}{40}=1{,}375 \Rightarrow \log f_{0dB}=6{,}375 \Rightarrow f_{0dB}=2371373{,}7$$

Para esta frecuencia hallamos el ángulo de fase:

$$\phi_{0dB} = -tg^{-1}\frac{2371373,7}{10^3} - tg^{-1}\frac{2371373,7}{10^5} - tg^{-1}\frac{2371373,7}{10^7}$$

$$\phi_{0dB} = -89,98^o - 87,58^o - 13,34^o = -190,1^o$$

Con lo cual el margen de fase es:

$$MF = 180^o + \phi_{0dB} = 180^o - 190,1^o = -10,9^o$$

Como el MF es negativo, el amplificador es inestable y diseñaremos un compensador polo cero para estabilizarlo, con un margen de fase aproximado a 45º:

La frecuencia del cero del compensador se corresponde con la frecuencia del segundo polo del AO, es decir:

$$\omega_{p1} = \omega_Z = 2\pi f_{p1} = 2\pi 10^3 \frac{1}{R_c C} \Rightarrow R_c = \frac{1}{2\pi 10^3 C}$$

Para C = 10^{-7} F:

$$R_c = \frac{1}{2\pi 10^3 10^{-7}} = 1591.55\Omega = 1.59K$$

Obtenemos la frecuencia del polo del compensador a partir del triangulo subrayado mayor:

$$20 = \frac{160-65}{\log 10^5 - \log(f_P)} = \frac{95}{5-\log(f_P)} \Rightarrow 5-\log(f_P) = \frac{95}{20} = 4.75$$

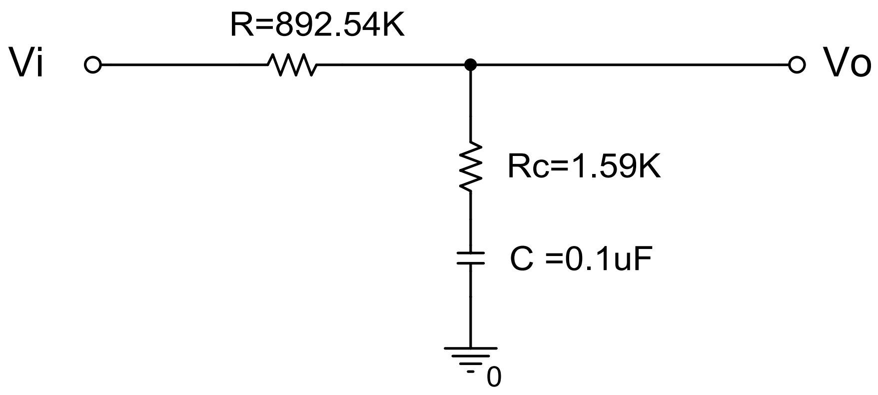
$$\log(f_P) = 5-4.75 = 0.25 \Rightarrow f_P = \log^{-1}(0.25) = 1.78\ \mathrm{Hz}$$

A partir de esta frecuencia determinamos la resistencia "R" del compensador:

$$\omega_P = 2\pi f_P = \frac{1}{C\left(R+R_c\right)}$$

$$R+R_c = \frac{1}{2\pi f_P C}$$

$$R = \frac{1}{2\pi f_P C} - Rc$$



$$R = \frac{1}{2\pi \times 1.78 \times 10^{-7}} - 1591.55 = 892537.34\Omega \cong 892.54K$$