

INTRODUCCIÓN

Un enlace de radio, establece un vínculo o puente entre dos puntos distantes, esto permite enlazarlos a fin de poder trasladar a través de este medio la información deseada.

El elemento de transmisión es una onda electromagnética de alta frecuencia (radiofrecuencia), a esta onda se la llama “portadora”, porque lleva o transporta la información (modulante). Esta información tiene distintos orígenes, y de acuerdo a ellos será el tipo de modulación a utilizar y el lugar que esta información ocupará en el espectro de radiofrecuencia.

Algunas señales típicas a transmitir son las “vocales” (Telefonía, música, cuadros de televisión, datos, etc.), transmitir una de estas señales no es lo mismo que transmitir otra, ya que sus anchos de banda son diferentes. En el caso de señales de telefonía, estas deben ser “inteligibles”, es decir, conservar el tono y el timbre. El ancho de banda de un canal de telefonía para redes de buena calidad va de 0,3 KHz - 3,4 KHz y uno de calidad inferior va de 0,3 KHz - 3 KHz. Las normas para equipos de comunicación existentes indican el valor del ancho de banda (B.W.) que deberá ocupar la señal que se desea transmitir.

Otro ejemplo de información que se puede transmitir es: datos provenientes de computadoras, la que dependerá de la velocidad de transmisión deseada, también se pueden transmitir cuadros de televisión, los que pueden emitirse en distintas bandas, por ejemplo los canales del 2 al 6 se transmiten por debajo de los 88 MHz y los canales del 7 al 13 están por encima de los 174 MHz.

Modulación : Es la modificación de algún parámetro de la portadora de RF por medio de la información que se desea transmitir.

Sistemas de Modulación: Existen diversas formas mediante las cuales se puede modular la información a transmitir. Mencionaremos algunas de estas que pueden ser usadas individualmente o combinada en sistemas más complejos:

- ◆ Modulación de amplitud (AM).
- ◆ Modulación en banda lateral única (BLU).
- ◆ Modulación angular la que se divide en :
 - modulación en frecuencia (FM)
 - modulación en fase (PM)
- ◆ Modulación Digital.

A su vez la FM o la PM puede ser modulada en Banda Ancha o en Banda Angosta. Una característica fundamental de la onda electromagnética a transmitir es su propagación y la dependencia de esta con la frecuencia. En base a estas dos características se proyectan enlaces a distintas distancia.

Espectro: Este término hace referencia a como se divide en bandas el universo de frecuencias, esto se puede ver en la siguiente tabla:

Banda	Denominación	frec. mínima	frec. máxima	λ máxima	λ mínima
ELF	Extremely Low Frequency	-	3 kHz	-	100 km
VLF	Very Low Frequency	3 kHz	30kHz	100 km	10 km
LF	Low Frequency	30 kHz	300 kHz	10 km	1 km
MF	Medium Frequency	300 kHz	3 MHz	1 km	100 m
HF	High Frequency	3 MHz	30 MHz	100 m	10 m
VHF	Very High Frequency	30 MHz	300 MHz	10 m	1 m
UHF	Ultra High Frequency	300 MHz	3 GHz	1 m	10 cm
SHF	Super High Frequency	3 GHz	30 GHz	10 cm	1 cm
EHF	Extremely High Frequency	30 Ghz	300 GHz	1 cm	1 mm

En la banda de HF la propagación de la señal se produce a través de dos componentes: una terrestre y otra aérea que viaja a la ionosfera, en esta por rebote la señal regresa a la tierra (rebote Ionosferico) recorriendo cientos o miles de Km.

Una característica de tipo de enlaces radica en que según sea la frecuencia de operación será el alcance de la señal, por ejemplo con 3 Mhz se pueden establecer enlaces entre 100 km. y 150 km., con frecuencias de 6 Mhz. se pueden alcanzar aproximadamente hasta 600 Km. y con frecuencias de 20 Mhz. hasta 10.000 ó 15.000 Km. A partir de 30 Mhz ya no se producen rebotes ionosfericos, la onda electromagnética atraviesa la ionosfera, quedando nada más que la componente terrestre disponible para efectuar comunicaciones en la superficie terrestre.

Al implementar un sistema de comunicaciones, se debe establecer la confiabilidad en la comunicación requerida, esta es la probabilidad real de comunicación en la banda deseada. La banda de VHF y frecuencias más altas se utilizan para enlaces visuales, esto es por encima de los 30 Mhz donde no existe rebote ionosferico, las distancias que se pueden cubrir son de 30 a 50 km. aproximadamente, esto dependerá por supuesto del tipo de antenas con las que se realice el enlace, de la altura de la misma, de las características del terreno entre ellas, de la curvatura de la tierra, de la frecuencia de operación, etc.

Transmisor: Genera la onda de radiofrecuencia que se desea transmitir. Esta señal se hace llegar al irradiante o antena la que entrega la energía recibida al medio, para esto el medio le presenta una determinada resistencia de carga. Normalmente el dipolo de $1/2 \lambda$ presenta al alimentador una impedancia de aproximadamente 75 Ohms. Para que la antena funcione correctamente deberá estar en resonancia lo que significa que se deberá tener adaptación de impedancia entre la antena y el medio, obteniéndose la máxima transferencia de energía.

La ganancia de una antena se miden respecto de una antena de referencia llamada isotrópica. El tamaño de la antena es directamente proporcional a la longitud de onda, siendo la ganancia directamente proporcional a la cantidad de elementos, obteniéndose un haz mas direccional con un menor lobulo de irradiación. Por esto cuanto menor es la frecuencia mayor es la longitud de onda, esto hace mayor el tamaño de la antena, por lo que no se pueden obtener grandes ganancias. A mayores frecuencias el tamaño de la antena disminuye por lo que se pueden

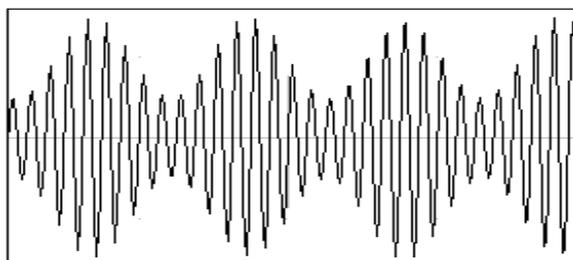
construir antenas de gran ganancia, un dato ilustrativo es por ejemplo que se puede obtener 10 dB de ganancia en el receptor, utilizando una antena que tenga 10 dB de ganancia, esto equivale a aumentar la potencia de salida del transmisor en 10.

Esto nos da una idea del por que se pueden transmitir señales en alta frecuencia a grandes distancias (señales satelitales) con poca potencia (por ejemplo 5 W), La razón de esto es la gran ganancia de las antenas utilizadas.

Otro punto a tener en cuenta es la pérdida en el alimentador de la antena utilizado, los cables coaxiales presentan una determinada pérdida que depende de las características del este y muy especialmente de la frecuencia., por ejemplo el cable coaxial RG-58 (6 mm de diámetro), el que con una frecuencia de 100 Mhz. cada 100 m de longitud pierde aproximadamente 10 dB. Otros ejemplos son el RG-213, el que en 400 Mhz pierde de 12 o 13 dB por cada 100 m. También se dispone de cables coaxiales de bajas perdidas, por ejemplo el de 1/2" de diámetro o más, con dieléctico de FOAM el que a 400 Mhz. cada 100 m pueden presentar una perdida de 5 a 6 dB o menos según el tipo.

SISTEMAS DE MODULACIÓN:

Modulación de Amplitud: se modula la amplitud de la onda de salida con la señal de información útil que se desea transmitir. En este sistema es muy fácil recuperar la información (demodulación). Por esta razón los receptores son baratos y de buena calidad. Las señales de AM ocupan un espacio en el espectro relativamente grande, dependiendo este de la señal modulada y del tipo de servicio. El rendimiento del espectro no es muy bueno, por esto se lo utiliza solamente en radiodifusión, esto se ve en la fig. N° 1-1.



Señal modulada en amplitud

Fig. N° 1 - 1

Toda señal modulada en amplitud (AM) espectralmente está compuesta de la siguiente manera:

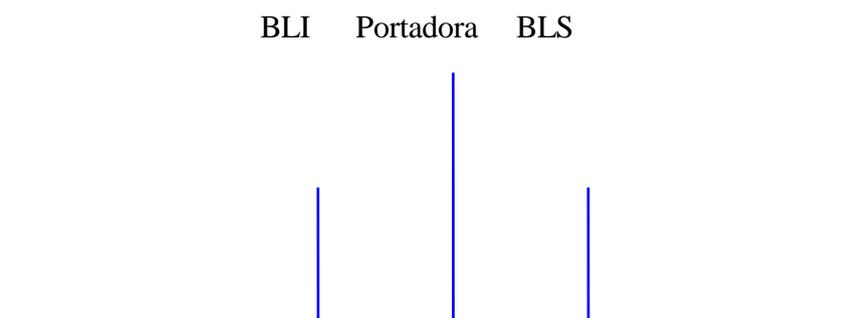
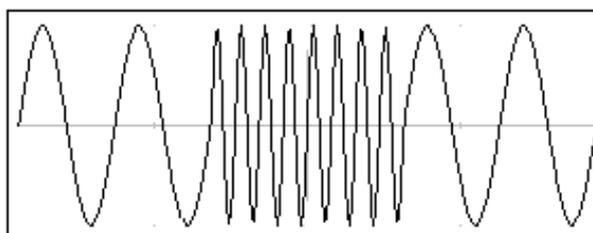


Fig. N° 1 - 2

Modulación Angular: recordemos que se divide en frecuencia modulada y en fase modulada. Las señales de FM, por ejemplo en telefonía ocupan un BW mucho mayor que la señal de AM, por ejemplo en FM banda angosta el BW es de 15 KHz, en BLU es de 3 KHz y en AM es de 6 KHz.

Al ocupar un BW grande, la modulación en FM se utiliza en alta frecuencia (30 Mhz o más). El hecho de que en FM el BW sea grande es una gran ventaja porque se transmite la señal con gran calidad. En FM se mejora también la relación señal ruido.

En la fig. N° 1-3 se observa la forma típica de una onda modulada angularmente. Como puede observarse la amplitud de la portadora se mantiene constante y para distintos valores de tiempo la frecuencia de la portadora varía, trasladando de esta forma la información útil. Cuando se modula en FM obtiene una señal de buena calidad, bajo ruido, pero de alcance reducido.



Señal modulada angularmente

Fig. N° 1 - 3

Por un canal analógico se puede transmitir una señal digital, para esto se la debe convertir para poder ser aplicada al medio de transmisión, una forma es generar con la señal digital un tono de frecuencia variable (**FSK**) en este caso el uno lógico genera un tono de una frecuencia y el cero lógico de otra frecuencia., esto se puede ver en la siguiente figura:

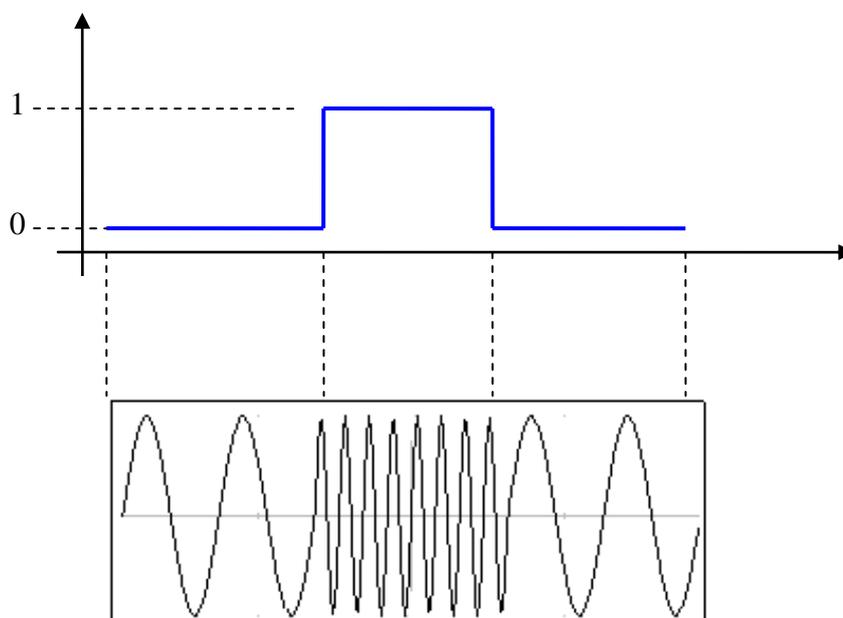


Fig. N° 1 - 4

RUIDO ELÉCTRICO.

Cualquiera que haya observado imágenes borrosas producidas por una señal de televisión débil o que haya escuchado una estación de radio distante con un fondo de chasquidos de estática, conoce los ruidos electrónicos. El ruido siempre está presente en los sistemas de comunicación y fundamentalmente se agrega a la señal en el medio de comunicación, aunque en condiciones normales de operación no se percibe, en virtud de que los niveles de señal son más altos que los de ruido. Sin embargo cuando el nivel del ruido se hace comparable con los de la señal útil, de nada sirve que se amplifique la señal, pues en este caso amplificaremos tanto el ruido como la señal deseada. Además al ruido indicado se le agraga el ruido generado por el propio receptor.

Para simplificar el análisis matemático se supondrá que la señal deseada es senoidal o un grupo de sinusoides que contienen la información deseada. A esta señal suele llamársela determinística. El ruido se define como una perturbación eléctrica que tiende a interferir con la recepción normal de la señal transmitida y se pueden producir por señales determinísticas procedentes de fuentes indeseables, y además las fluctuaciones aleatorias de voltajes y corrientes originadas por fenómenos físicos.

La finalidad del diseño de sistemas de comunicación es conservar la relación de potencia de señal promedio (o pico) a la de ruido promedio, tan alta que el ruido no afecte la operación del sistema.

Esto se puede lograr de varias formas:

- a) por el uso de transmisores poderosos y antenas de alta ganancia para obtener señales fuertes en el receptor.
- b) circuitos amplificadores y mezcladores diseñados tal suerte que introduzcan una cantidad mínima de ruido adicional al procesar las señales.
- c) utilizar modelos de modulación o codificación que faciliten la separación de señales y ruidos.

Podría agregarse una cuarta opción que consiste en eliminar (suprimir) el ruido en su origen con filtros, derivaciones o rediseño.

Una de las características del ruido es su naturaleza no determinística, es decir no se puede predecir una forma de onda exacta del ruido. Solo es posible obtener un valor del mismo en términos de valor promedio, pico, promedio rectificado, o corrientes o voltajes rms verdaderos realizando mediciones con instrumentos adecuados. El voltaje rms o la corriente, se puede usar para medir la potencia de ruido promedio entregada a una carga resistiva, y se demuestra que depende del espectro de la fuente de ruido y de la respuesta en frecuencia del instrumento de medida. La caracterización del ruido en el dominio de la frecuencia se puede dar mediante una curva de densidad espectral de potencia y sus unidades son (W/Hz).

Ruido Térmico en Resistores y Redes

Este tipo de ruido se debe al movimiento aleatorio de portadores de carga en un medio conductor, cuya temperatura está arriba del cero absoluto. La velocidad de este movimiento aumenta con la temperatura en forma tal, que la densidad de potencia de ruido térmico producida es proporcional a la resistencia del conductor y a su temperatura absoluta, de donde proviene el nombre de ruido térmico. Se le llama también ruido blanco, pues se ha demostrado teórica y

experimentalmente que tiene un espectro uniforme hasta frecuencias del orden de 10^{13} Hz (del mismo modo que la luz blanca está compuesta de todos los colores del espectro visible).

Un resistor metálico se puede representar por un circuito equivalente como el que se muestra en la figura N° 1-5

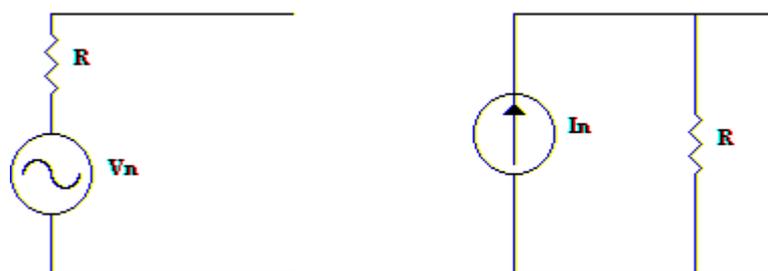


Fig. N° 1 – 5

El voltaje y corriente cuadrático medio, están dados por las siguientes ecuaciones:

$$V_n^2 = 4kTRB$$

$$I_n^2 = 4kTGB$$

en donde $G=1/R$ es la conductancia, T la temperatura absoluta del resistor, k es la constante de Boltzmann y B es el ancho de banda en Hz dentro del cual se observa el ruido. En bajas frecuencias los resistores prácticos exhiben también ruido por exceso de corriente.

Como la potencia de ruido que se transmite por un circuito es proporcional al ancho de banda del circuito, nunca se debe utilizar un ancho de banda mayor que el necesario para transmitir la señal deseada, si se pretende tener una relación señal /ruido máxima.

Ejemplo:

Calcular el voltaje de ruido cuadrático medio producido en un resistor de 100K en un ancho de banda de 1 Mhz a una temperatura $T=293^\circ$ K.

$$4kT = 1,62 \cdot 10^{-20}$$

$$V_n^2 = 1,62 \cdot 10^{-20} \cdot 10^5 \cdot 10^6 = 16,2 \cdot 10^{-10} \text{ volts}^2$$

$$\text{El voltaje de ruido rms es: } V_n = 40,3 \text{ } \mu\text{V}$$

Si este resistor estuviera en el circuito de entrada de un voltímetro electrónico con un ancho de banda de 1 Mhz, ninguna cantidad de ganancia desarrollada en el voltímetro lo capacitaría para medir con exactitud señales bajo 1 mV.

Los circuitos que posean más de una resistencia se pueden analizar reduciéndolos a una resistencia equivalente (Thévenin) y haciendo los cálculos como se indicó. Cuando hacemos esto estamos combinando los voltajes de ruido cuadrático medios de los mismos resistores para obtener el voltaje de ruido cuadrático medio neto. Esto es consistente con el principio estadístico de que si dos o más procesos estadísticos se combinan, se obtiene el valor cuadrático medio de la resultante sumando el valor cuadrático medio de cada proceso. Resumiendo: El voltaje cuadrático medio de

ruido de un grupo de resistores conectados en serie es la suma de los voltajes de ruido cuadráticos medio de cada resistor.

Ruido en Antenas Receptoras.

La resistencia medida en las terminales de una antena es del orden de 70 Ohms (dipolo de media onda) hasta 300 Ohms (dipolo plegado). Este valor de resistencia es básicamente la “resistencia de radiación”, a la cual se le entrega la potencia que deberá irradiar la antena. La "resistencia óhmica", formada por las resistencias de los conductores de la antena, por lo común es despreciable en comparación con la resistencia de radiación. Una antena receptora exhibe ruido en sus terminales a causa de dos fuentes:

- 1- el ruido térmico generado en su resistencia óhmica (generalmente despreciable)
- 2- el ruido proveniente de fuentes externas (cualquier cuerpo con temperatura mayor que 0 °K radia energía).

El ruido recibido se representa como si fuera térmico generado en una resistencia ficticia igual a la resistencia de radiación a una temperatura T_A , que toma en cuenta el ruido realmente medido. A esta temperatura se le llama **Temperatura de Ruido de la Antena**.

RUIDO EN DIODOS, TRANSISTORES y FETs.

Ruido en diodos.

En estos el ruido generado depende de diversos factores, tales como la temperatura, el punto de operación, de los terminales de entrada y salida, etc. En los diodos, al ruido generado se lo llama **Ruido de Disparo**, este se origina en el hecho de que los portadores de carga se emiten al azar desde la región emisora, variando su numero constantemente. La distribución espectral de potencia de este ruido es plana, por lo que se lo trata como ruido térmico. Este ruido se evalúa mediante la corriente de ruido cuadrática media, representada por un generador de corriente, cuyo valor se expresa mediante la siguiente expresión:

$$I^2 = 2qI_{DC}B$$

donde q es la carga del electrón, I_{DC} es la corriente del diodo en amperes y B es el ancho de banda en Hz, dentro del cual se mide el ruido. Este modelo no es válido para diodos que operan en la región de ruptura inversa o de avalancha, donde se genera un ruido impulsivo de gran amplitud, llamado ruido de microplasma. Este ruido es importante en la construcción de generadores de ruido a diodo.

Ruido en transistores bipolares.

Las fuentes de ruido en transistores de unión son: el ruido de disparo en cada unión de diodo y el ruido térmico en la resistencia de difusión de base r_b o r_{bb} . Como la corriente de emisor se divide entre el colector y la base, la ruta seguida por cada portador de carga se selecciona al azar y resulta una fluctuación estadística en las corrientes de colector y base. A esto se le denomina ruido de partición. Otro ruido, llamado ruido 1/f, ruido de fluctuación o ruido de exceso, se observa en bajas frecuencias y es la fuente principal de ruido en amplificadores de c.c.

El ruido de fluctuación se origina principalmente por una recombinación superficial de portadores minoritarios en la región de agotamiento del emisor-base.

Ruido en FETs.

Los JFETs y MOSFETs exhiben ruido de varias fuentes, esto es:

- 1 - Ruido térmico generado en la resistencia de canal.
- 2 - Ruido térmico de canal acoplado a la compuerta a través de la capacitancia canal-compuerta.
- 3 - Ruido 1/f, que tiene importancia abajo de 100 Hz en FETs o de 10 KHz en los MOSFETs. Además, los JFETs presentan ruido de disparo en virtud de la corriente inversa pequeña en la unión de compuerta.

Definiciones de Terminología de ruido.

Se usan varios términos para definir y comparar las cantidades relativas de ruidos producido en los sistemas eléctricos. Las siguientes definiciones y comentarios, sustentan las bases para comprender la nomenclatura de las especificaciones de los fabricantes y calcular el efecto global del ruido en un sistema.

Relación señal a ruido (SNR).

En un ancho de banda especificado, la relación señal a ruido se define como la razón entre la potencia de señal y la potencia de ruido en un puerto.

$$SNR = \frac{P_s}{P_N} = \frac{V_s^2}{V_n^2}$$

donde V_s y V_n son los voltajes medios de señal y de ruido cuadráticos respectivamente. Expresado en decibeles es:

$$SNR(dB) = 10 \log \frac{P_s}{P_N}$$

Mientras mayor sea la SNR, menor será la "corrupción" de la señal por el ruido. El valor mínimo permisible de la SNR depende de la aplicación. Algunos valores mínimos aproximados son los siguientes: 10 dB en la entrada del detector para un receptor de AM, 12 dB en la entrada del detector de FM y 40 dB en la entrada del detector de un aparato de televisión. En la mayoría de los sistemas, el ruido de salida amplificado se debe principalmente a:

- 1 - el ruido que acompaña a la señal de entrada al receptor.
- 2 - el que aportan las dos primeras etapas tales como las del amplificador RF y la etapa mezcladora del receptor.

Cifra de ruido.

El comportamiento con el ruido se mide con la cifra de ruido. Este mide la degradación de la SNR de un cuadripolo entre los puertos de entrada y los de salida. La cifra de ruido se define dentro de un ancho de banda especificado como:

$$NF = \frac{SNR \text{ entrada}}{SNR \text{ salida}} = \frac{P_{si} / P_{ni}}{P_{so} / P_{no}} = \frac{P_{no}}{G_a P_{ni}} = 1 + \frac{P_{ne}}{G_a P_{ni}}$$

como es $P_{no} = G_a P_{ni} + P_{ne}$, donde P_{ne} es la potencia de ruido de salida generada internamente en la etapa, la figura de ruido se podrá expresar por:

$$NF = 1 + \frac{P_{ne}}{G_a \cdot P_{ni}}$$

El valor de NF se expresa a menudo en dB por la relación:

$$NF \text{ (dB)} = 10 \log NF$$

Para una red libre de ruido, las SNR de entrada y salida serán iguales y será $NF = 1$. Los circuitos prácticos tienen siempre cifras de ruido mayores que éstas. NF varía con la frecuencia por ser $P_{si} / P_{so} = 1/G_a(f)$, y $G_a(f)$ depende de la frecuencia. Además, la potencia de entrada de la fuente de señal es función de la temperatura. Con el objeto de obtener un valor normal para la NF, se considera como temperatura de la fuente normal al valor de 290 °K.

CONSIDERACIONES SOBRE EL RUIDO DE LOS AMPLIFICADORES.

Para calcular la NF o T_e de un sistema que tenga una o más etapas, es necesario conocer los siguientes parámetros:

- 1 - el ruido procedente de la fuente de señal,
- 2 - el ancho de banda B equivalente de ruido,
- 3 - el ruido térmico generado en varias resistencias del circuito,
- 4 - el ruido generado dentro de los dispositivos de estado sólido.

El ruido producido en diodos y transistores se puede predecir mediante circuitos equivalentes. Sin embargo el ruido producido en transistores depende del punto Q, de la frecuencia y de los parámetros del transistor, son tantas las variables que deben tenerse presentes, que tales predicciones se realizan mejor con programas de análisis por computadora.

Los fabricantes de transistores dan, por lo general, información de catálogo acerca de la cifra de ruido de mancha o cifra de ruido promedio para diversas condiciones de operación. La cifra de ruido depende de la corriente de colector, de la resistencia de fuente y estas variaciones deben tomarse en cuenta en el diseño del amplificador, cuando es importante un funcionamiento de bajo ruido.

Como la variación de la cifra de ruido con la frecuencia es casi plana dentro del rango de operación útil del transistor, debe tenerse cuidado al relacionar una resistencia de fuente que minimice la cifra de ruido para una corriente de colector dada. El amplificador se puede diseñar con redes de acoplamiento adecuadas, de tal forma que el resistor “vea” esta resistencia de fuente a la frecuencia de operación. Desafortunadamente el valor de la resistencia de fuente que da la ganancia máxima, no coincide con el que minimiza la cifra de ruido. Así un amplificador diseñado para dar la cifra de ruido mínima, tendrá una ganancia menor que la posible con los transistores seleccionados. Por lo general, se reduce la ganancia de su máximo valor en solo unos pocos dB, cuando se cumplen las condiciones de cifra de ruido mínima, y esta reducción se puede compensar en una etapa siguiente de alta ganancia.

CIRCUITOS SINTONIZADOS

Los circuitos sintonizados y gran cantidad de filtros se construyen utilizando elementos inductivos y capacitivos, los que deben tener en cuenta las inductancias y capacidades parásitas distribuidas que aparecen en los circuitos electrónicos. Estos componentes además de presentar una determinada reactancia a la circulación de la corriente alterna, producen un corrimiento de fase entre la corriente y la tensión en el circuito. En el caso de un capacitor este provoca un adelanto de la corriente de 90° respecto de la tensión, si se agrega un resistor, el ángulo de desfase estará entre 0° y 90°.

La impedancia o admitancia de un circuito RLC es una función complicada de la frecuencia y normalmente tiene una componente resistiva (real) y una reactiva (imaginaria). Para algunos circuitos, la parte reactiva se anula en una o más frecuencias; esta condición (impedancia y admitancia reales puras) se denomina resonancia y la frecuencia (o frecuencias) a la que ocurre, se llama Frecuencia de Resonancia. Un circuito resonante es el que tiene una o más frecuencias de resonancia, tales circuitos se usan mucho en sistemas de comunicaciones para separar las señales deseadas de las indeseadas. Además, los circuitos resonantes tienen propiedades importantes de transformación de impedancias y por ejemplo, se pueden diseñar para que la fuente externa de alta impedancia transfiera la máxima potencia a la carga de baja resistencia a través del circuito resonante.

El rango de frecuencia dentro del cual el circuito es aproximadamente resonante, es el ancho de banda útil del circuito, aunque en este contexto la definición precisa de ancho de banda depende de la definición de "aproximadamente resonante" o de qué tan grande puede tolerarse una componente reactiva de la impedancia. Como la impedancia de la mayoría de los circuitos resonantes pasa por un pico mínimo o máximo agudo en resonancia, el ancho de banda o selectividad en frecuencia de tales circuitos, se define a menudo en términos del ancho de este pico o ranura. El ancho de banda se relaciona frecuentemente con un parámetro llamado "Q" (factor de calidad) del circuito, el cual se define posteriormente.

El ancho de banda, el factor de calidad, la frecuencia de resonancia, la impedancia resonante y las propiedades de transformación de impedancias de un circuito, son importantes en el diseño de amplificadores y osciladores de RF.

Resonancia Serie

La figura 2.1 muestra un circuito serie excitado para una fuente de voltaje. La resistencia R combina el resistor de carga y cualquier resistencia en serie presente en el inductor y en la fuente, la impedancia de entrada del circuito se puede expresar mediante:

$$Z(j\omega) = \frac{V}{I} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + jX \quad (2.1)$$

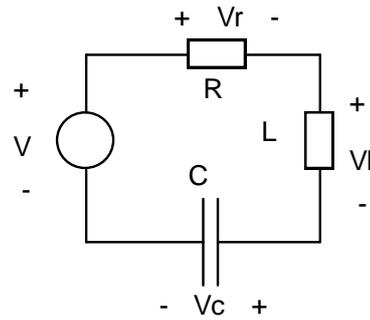


Fig. N° 1-6

La fig. 1.7 muestra cómo se comporta esta impedancia cuando varía la frecuencia f . El lugar geométrico en el plano de la impedancia es una recta paralela al eje imaginario y pasa por el punto.

$$Z = R + j0$$

En resonancia. En este punto, $|Z|$ toma valor mínimo. La ecuación (2.1) muestra que la resonancia ocurre si:

$$\omega L - 1 / \omega C = 0$$

esto es, una frecuencia resonante

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \left(\frac{rad}{seg} \right) \quad (2.2)$$

Sí se varía la frecuencia de la fuente mientras el voltaje V se mantiene constante, la corriente alcanza un valor máximo $I_{max} = V/R$ en resonancia.

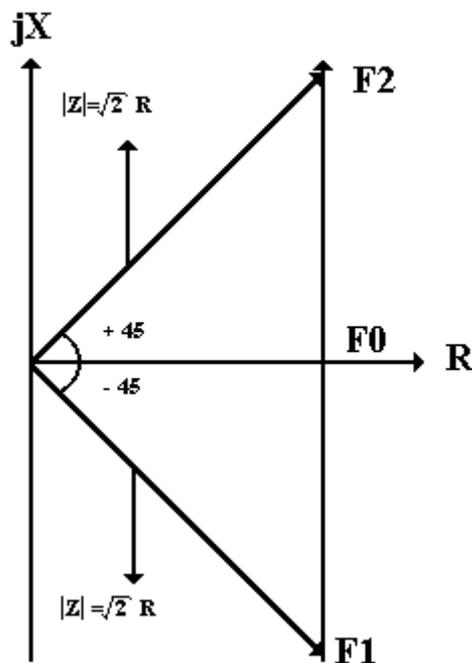


Fig. N° 1-7

El comportamiento de la admitancia de este circuito es también de interés y puede obtenerse invirtiendo (2.1), para obtener el lugar geométrico en el plano de la admitancia mostrado en la figura 1.8. Pueden también construirse las gráficas de repuesta en frecuencia de $|Z|$, θ , y X , como se ilustra en la figura 1.9. Además de la frecuencia de resonancia f_0 , son importantes otras dos frecuencias, indicadas como f_1 y f_2 en las figuras 2.2, 2.3, y 2.4, f_1 y f_2 , la magnitud de la reactancia es igual a resistencia ($|X| = R$); la impedancia tiene el valor $|Z| = \sqrt{2} R$, y el ángulo de fase $\theta = \pm 45^\circ$. Consecuentemente, la corriente $I = I_{\max} / [2]^{1/2}$ y la potencia disipada en el resistor es la mitad de la potencia en la frecuencia de resonancia. Se ha convenido que las frecuencias f_1 y f_2 definen al ancho de banda B de potencia mitad del circuito.

$$B = f_2 - f_1 \text{ [Hz]} \quad (2.3)$$

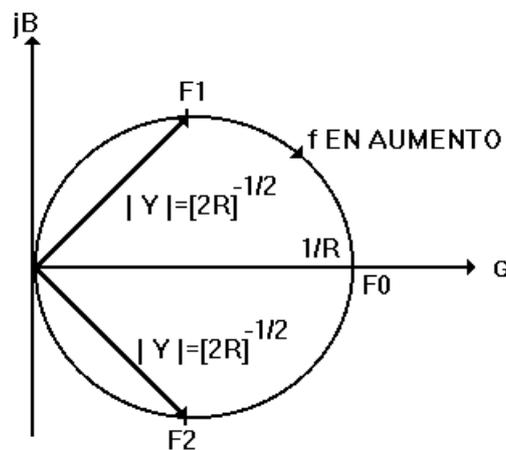


Fig. N° 1-8

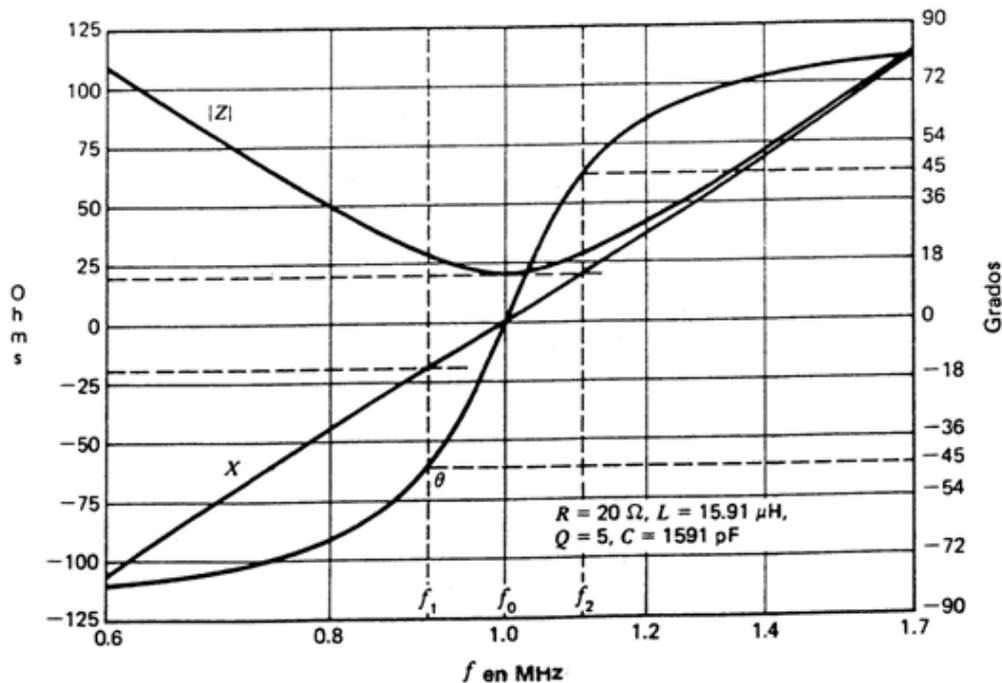


Fig. N° 1-9

Como se estableció antes, un parámetro que se usa comúnmente para denotar la selectividad de un circuito, es el Factor de Calidad Q , que se definió originalmente como la razón de la reactancia a la resistencia de una bobina. La definición general del Q de cualquier circuito en resonancia es:

$$Q = \frac{[2\pi \text{energía instantánea máxima almacenada en el circuito}]}{[\text{energía disipada por ciclo}]} \quad (2.4)$$

El cálculo del numerador de (2.4) puede ser difícil para un circuito que tenga varios inductores o capacitores. Sin embargo, para un circuito RLC en serie, es fácil demostrar que el Q del circuito se obtiene:

$$Q = \frac{\omega L}{R} \quad (2.5)$$

Por sustitución de (2.2) y (2.5) en (2.1), la ecuación para la impedancia se puede poner en la forma:

$$Z(j\omega) = R \left[1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right] \quad (2.6)$$

y puede demostrarse que:

$$Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1} = \frac{f_0}{\beta} \quad (2.7)$$

Como nota final, se debe señalar que, en resonancia, el voltaje V_c que soporta el capacitor, es Q veces el voltajes aplicado V .

Resonancia Paralelo

La figura 1.10 muestra un circuito en el que L , C , $R_t = 1/G_t$ están conectados en paralelo¹. La resonancia paralelo tiene lugar cuando el voltaje de entrada y la corriente están en fase. El Q_t del circuito paralelo está dado por

$$Q_t = \frac{\omega C}{G_t} = R_t \omega_0 C \quad (2.8)$$

y la admitancia de entrada es

$$Y(j\omega) = G_t + j \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) = G_t \left[1 + jQ_t \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right] \quad (2.9)$$

La ecuación (2.9) tiene la misma forma que la (2.1) y (2.6) para el circuito serie, excepto que los parámetros de impedancia se sustituyen por los admitancia, por lo que, con un intercambio similar de variables, las figuras 1.7 y 1.9 se aplican al circuito paralelo RLC. Además de las anteriores, las siguientes ecuaciones son útiles.

¹El subíndice t persiste para la resistencia terminal en resonancia. R_t se denomina "resonancia de tanque" y Q_t concordará con la ecuación (2.4).

$$2\pi f_0 = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (\text{rad/seg}) \quad (2.10)$$

$$B = \frac{f_0}{Q_t} = \frac{1}{2\pi CR_t} \quad (\text{Hz}) \quad (2.12)$$

También en resonancia se puede demostrar que $|I_c| = Q_t |I|$. Las gráficas de $|Z(j\omega)|$ y f , para diversos valores de Q , se muestran en la figura siguiente:

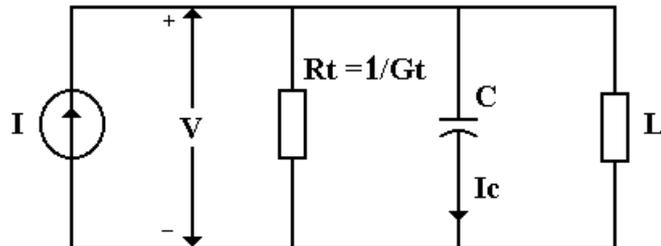


Fig. N° 1 -10

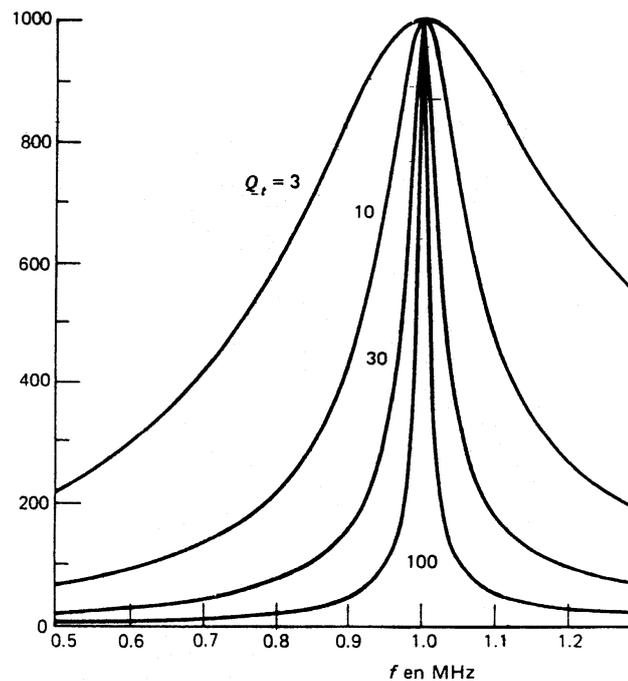


Fig. N° 1-11

Resonancia Paralelo con Resistencia Carga en Serie

El circuito de la figura 1.10 no siempre es real, esto se debe a que en este una vez calculado C , L y Q para una resistencia de entrada (R_1) y salida (R_2) dadas, no se puede modificar ningún parámetro. A este resonador se lo puede modificar para por ejemplo poder seleccionar el ancho de banda B o la relación de transformación R_1/R_2 en forma independiente. Para esto en muchas aplicaciones de circuitos resonantes paralelos, la carga, a la que finalmente se destina la potencia, puede estar en serie con el inductor o con el capacitor. Las ecuaciones de diseño y el comportamiento en frecuencia de estos circuitos difieren de los de la figura 1.10.

Resistencia en la rama inductiva: RL // C:

En el circuito de la figura siguiente, la resistencia puede tomar en cuenta la propia de la bobina y la carga. La admitancia de entrada del circuito es:

$$Y_{(j\omega)} = \frac{R}{R^2 + (\omega L)^2} + \left[\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + (\omega L)^2} \right] \quad (2.13)$$

En resonancia, I y V están en fase y el término de susceptancia debe desaparecer. La frecuencia de resonancia se encuentra igualando a cero la susceptancia:

$$\omega_0 = \left(\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2} \right) \quad (\text{rad/seg}) \quad (2.14)$$

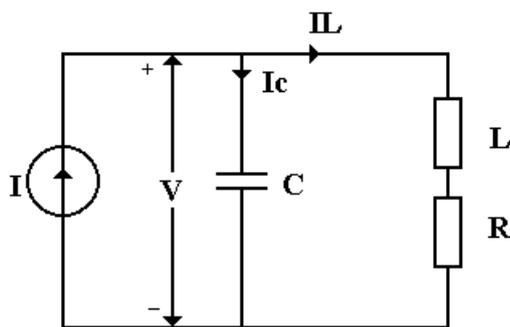


Fig. N° 1-12

La sustitución de este valor en (2.13) da la impedancia de resonancia como:

$$Z_{(j\omega)} = \frac{1}{Y_{(j\omega)}} = R_t = \frac{L}{RC} \quad (2.15)$$

Si se define el Q_t del circuito en resonancia como:

$$Q_t = \frac{\omega_0 L}{R} \quad (2.16)$$

y se define a la R_t del circuito como: $R_t = \frac{L}{CR} = R (Q_t^2 + 1)$ (2.17)

Para poder efectuar el diseño de una red de este tipo, se dispone de una tabla que resume la ecuaciones mas importantes. para efectuar el calculo podemos utilizar las fórmulas exactas o si el Q_t es mayor que 10 las fórmulas aproximadas, en este caso el error cometido es despreciable. La tabla 2.2.1 resume las fórmulas exactas y las aproximadas. Los datos necesarios para efectuar el diseño, son: 1 - frecuencia de resonancia, 2 - Ancho de Banda, 3 - Resistencia de carga R, con estos datos y las ecuaciones de la tabla 221 se puede encontrar los valores de C y L.

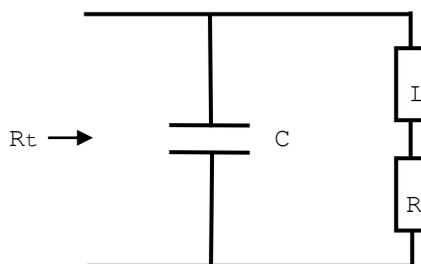


Fig. N° 1-13

Tabla 2.2.1

CANTIDAD	EXPRESIÓN EXACTA	UNIDADES	EXPRESIÓN APROXIMADA $Q_t \geq 10$
ω_0	$= \left(\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2} \right)^{1/2}$	rad / seg	$\approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$
Q_t	$= \omega_0 L / R = \omega_0 C R t$		$\approx \frac{1}{\omega_0 C R}$
R_t	$= \frac{L}{RC} = \frac{Q_t}{\omega_0 C} = R (Q_t^2 + 1)$	ohm	$\approx Q_t^2 R = \omega_0 L Q_t$
B		hertz	$\approx \frac{1}{2 \pi C R_t} = \frac{R}{2 \pi L} = \frac{f_0}{Q_t}$

Resistencia en la rama capacitiva: RC // L

Este circuito se muestra en la figura siguiente y es utilizado muy frecuentemente. Si la resistencia de la bobina es pequeña frente a la resistencia R, las ecuaciones de diseño se establecen en forma similar a las de la sección anterior. Por ello, las fórmulas de diseños se resumen en la tabla 2.2.2. La sección siguiente muestra como puede tomarse en cuenta la resistencia de bobina si es necesario.

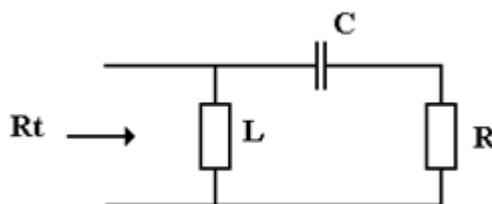


Fig. N° 1-14

Tabla 2.2.2 Fórmulas de diseño para el circuito resonante RC//L

CANTIDAD	EXPRESIÓN EXACTA	UNIDADES	EXPRESIÓN APROXIMADA $Q_t \geq 10$
ω_0	$= \left(\frac{1}{LC - R^2 C^2} \right)^{1/2}$	rad / seg	$\approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$
Q_t	$= \frac{1}{\omega_0 C R} = \frac{R_t}{\omega_0 L}$		$\approx \frac{\omega_0 L}{R}$
R_t	$= \frac{L}{C R} = \omega_0 L Q_t =$ $= R (Q_t^2 + 1)$	ohm	$\approx Q_t^2 R = \frac{Q_t}{\omega_0 C}$
B		hertz	$\approx \frac{f_0}{Q_t} = \frac{1}{2\pi C R_t}$

Efectos de resistencias de fuentes y de bobinas

Una fuente de corriente en paralelo con resistencia finita R_s , al excitar un circuito resonante paralelo, produce un valor que afecta el Q global y el ancho de banda del circuito. En la figura siguiente, por ejemplo, el circuito RC//L, que ofrece una impedancia R_t entre los terminales a-b en resonancia, se excita con una fuente de impedancia R_s . La fuente de corriente ideal ve la impedancia $R_t // R_s$; el Q efectivo y el ancho de banda se determinan por esta resistencia equivalente en paralelo. Por ejemplo si $R_s = R_t$, el Q disminuirá su valor y el ancho de banda se duplicará, en comparación con los valores dados en la tabla 2.2.2.

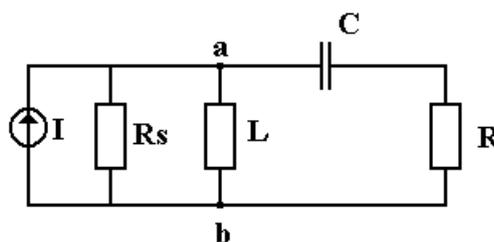


Fig. N° 1-15

Si ambas ramas L y C tienen resistencias en serie, como muestra la figura 1.16a, el análisis exacto del circuito resulta complicado. Empero, si el Q de rama se definen como:

$$Q_L = \frac{\omega_0 L}{r_c} \quad \text{y} \quad Q_C = \frac{1}{\omega_0 C R_c}$$

y si ambos $Q_L, Q_C > 10$, el circuito equivalente válido en la proximidad de resonancia, es el de la figura 1.16 b. La impedancia de resonancia vista por la fuente ideal entre los terminales a-b es:

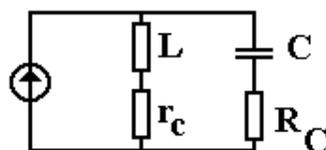
$$R_t = Q_L^2 r_c // Q_C^2 R_c$$

Conversión Paralelo a Serie Para Circuitos RL Y RC

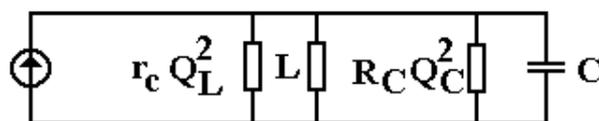
En la siguiente exposición sobre circuitos derivados, es conveniente reemplazar los circuitos paralelos RC o RL por sus series equivalentes, y viceversa. Los valores equivalentes de R y C ó L, con frecuencia son parámetros dependientes; por lo tanto son útiles principalmente en la cercanía de la frecuencia de resonancia para circuitos de banda estrecha. Las tablas 2.5.1 y 2.5.2 proporcionan fórmulas para conversión entre circuitos equivalentes paralelos y en serie. En estas tablas se define un nuevo parámetro

$$Q_p = R_p / X_p$$

Para la combinación paralela de R y C ó R y L. Este parámetro es útil en el diseño de circuitos resonantes derivados, especialmente si Q_p puede escogerse ≥ 10 , de modo que las fórmulas aproximadas sean aplicables.



a)



b)

Fig. N° 1-16

TABLA 2.5.1 Fórmulas de conversión paralelo serie para redes RC

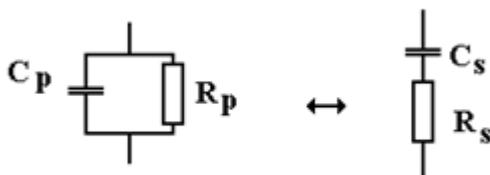


Fig. N° 1-17

DEFINIR: $X_p = \frac{1}{\omega C_p}$ $Q_p = \frac{R_p}{X_p}$	DEFINIR: $X_s = \frac{1}{\omega C_s}$ $Q_s = \frac{X_s}{R_s}$
EQUIVALENTE PARALELO DE LA RED SERIE	EQUIVALENTE SERIE DE LA RED PARALELO
FÓRMULAS EXACTAS	
$R_{PE} = R_s \left(1 + Q_s^2 \right)$ $X_{PE} = X_s \left(\frac{Q_s^2 + 1}{Q_s} \right)$ $C_{PE} = C_s \left(\frac{Q_s^2}{Q_s^2 + 1} \right)$	$R_{SE} = \frac{R_p}{1 + Q_p^2}$ $X_{SE} = X_p \left(\frac{Q_p^2}{Q_p^2 + 1} \right)$ $C_{SE} = C_p \left(\frac{Q_p^2 + 1}{Q_p^2} \right)$
FÓRMULAS APROXIMADAS	
SI $Q_s \geq 10$ $R_{PE} \approx R_s Q_s^2$ $X_{PE} \approx X_s$ $C_{PE} \approx C_s$	SI $Q_p \geq 10$ $R_{SE} \approx \frac{R_p}{Q_p^2}$ $X_{SE} \approx X_p$ $C_{SE} \approx C_p$

TABLA 2.5.2 Fórmulas de conversión paralelo serie para redes RL

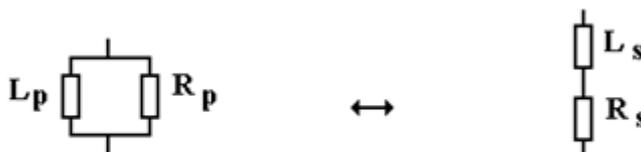


Fig. N° 1-18

DEFINIR: $X_p = \omega L_p$ $Q_p = \frac{R_p}{X_p}$	DEFINIR: $X_s = \omega L_s$ $Q_s = \frac{X_s}{R_s}$
EQUIVALENTE PARALELO DE LA RED SERIE	EQUIVALENTE SERIE DE LA RED PARALELO
FÓRMULAS EXACTAS	
$R_{PE} = R_s \left(1 + Q_s^2 \right)$ $X_{PE} = X_s \left(\frac{Q_s^2 + 1}{Q_s} \right)$ $L_{PE} = L_s \left(\frac{Q_s^2 + 1}{Q_s} \right)$	$R_{SE} = \frac{R_p}{1 + Q_p^2}$ $X_{SE} = X_p \left(\frac{Q_p^2}{Q_p^2 + 1} \right)$ $L_{SE} = L_p \left(\frac{Q_p^2}{Q_p^2 + 1} \right)$
FÓRMULAS APROXIMADAS	
SI $Q_s \geq 10$ $R_{PE} \approx R_s Q_s^2$ $X_{PE} \approx X_s$ $L_{PE} \approx L_s$	SI $Q_p \geq 10$ $R_{SE} \approx \frac{R_p}{Q_p^2}$ $X_{SE} \approx X_p$ $L_{SE} \approx L_p$

Circuitos Resonantes con Derivación

El circuito de la figura 1.12 carece de flexibilidad, pues el ancho de banda del circuito y el Q_t quedan fijos una vez especificado los valores de R_t y R . Para ganar cierto grado adicional de libertad, de tal suerte que el ancho de banda y la razón de impedancias puedan escogerse independientemente, se requiere un elemento de circuito adicional. Una forma de

hacer esto es dividir la rama inductiva o la capacitiva en dos componentes en serie, con la carga de baja resistencia a través de una de ellas, como se muestra en las figuras 1.19a y 1.19b.

También puede conectarse una derivación a una bobina continua, se muestra en la figura 1.21. Los circuitos con derivación se usan profusamente en osciladores y amplificadores de alta frecuencia y de banda estrecha.

Aunque el circuito resonante con derivación proporciona flexibilidad, su diseño se hace más complicado.

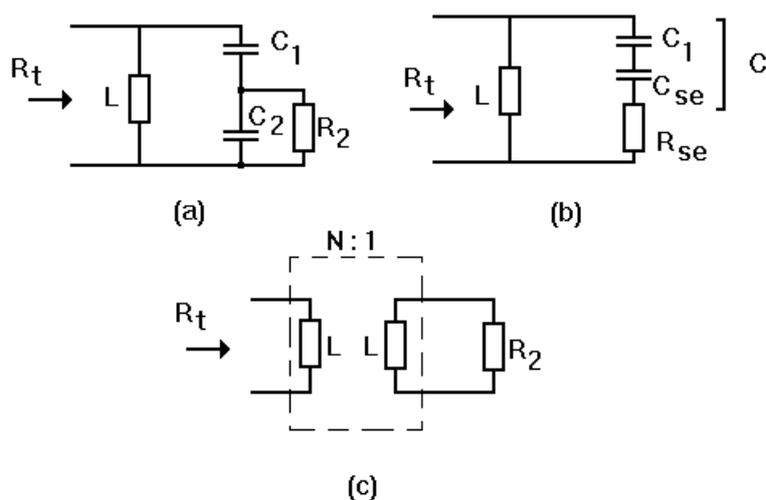


Fig. N° 1-19

Circuito de capacitor con derivación

se supondrá que $Q_t \geq 10$

El circuito de capacitor de la figura 1.19a se usa frecuentemente en los osciladores Colpitts. Se diseña para valores específicos de R_2 y R_t ; de frecuencia de resonancia f_0 y de ancho de banda B . Los valores de L , C_1 y C_2 se tienen que calcular. La pérdida de la bobina no se considera en el diseño. Se toma en cuenta reflejando la resistencia de bobina r_c como una resistencia equivalente paralelo igual a $Q_L^2 r_c$ a través del puerto R_t .

Con la conversión paralelo a serie de la tabla 2.5.1, se obtiene el circuito de la figura 1.19b. La capacitancia C es igual a:

$$C = \frac{C_1 C_{se}}{C_1 + C_{se}} \quad (2.18)$$

Para este circuito, la especificación de f_0 y B fija el valor de Q_t :

$$Q_t \approx \frac{f_0}{B} \quad (2.19)$$

De la tabla 2.2.2 se encuentra la relación exacta entre R_t y R_{se} como:

$$R_{se} = \frac{R_t}{Q_t^2 + 1} \quad (2.20)$$

que muestra que el valor de R_{se} lo determinan R_t y Q_t . De la tabla 2.5.1, usando

$$Q_p = \omega C_2 R_2 \quad (2.21)$$

De donde

$$R_{se} = \frac{R_2}{Q_p^2 + 1} \quad (2.22)$$

Como Q_p debe ser ≥ 0 , es claro de (2.20) que el valor de R_2 no puede ser menor que el de R_{se} . Conviene recordar que cuando una resistencia está en paralelo con un capacitor o un inductor, la serie de resistencia resultante, es siempre menor que el valor original.

Al igualar (2.20) con (2.22), se encuentra el valor de Q_p en términos de los parámetros de diseño:

$$Q_p = \left[(Q_t^2 + 1) \frac{R_2}{R_t} - 1 \right]^{1/2} \quad (2.23)$$

Además, la propiedad de transformar impedancia del circuito en resonancia equivale a la de un transformador ideal con razón de vueltas N o razón de impedancia N^2 , como se muestra en la figura 1.19c. El uso de (2.23) da otra expresión para Q_p :

$$\frac{R_t}{R_2} = N^2 \quad (2.24)$$

$$Q_p = \left(\frac{Q_t^2 + 1}{N^2} - 1 \right)^{1/2} \quad (2.25)$$

Ya que $Q_t \geq 10$, como se supuso inicialmente para obtener Q_t a partir de f_0 y B especificados, (2.25) puede simplificarse a

$$Q_p \approx \left(\frac{Q_t^2}{N^2} - 1 \right)^{1/2} \quad (2.26)$$

o bien para $Q_t/N = 10$, lo que implica que $Q_p > 10$,

$$Q_p \approx \frac{Q_t}{N} \quad (2.27)$$

Esta última relación es útil para realizar una verificación rápida y ver si se usa el diseño exacto para $Q_p < 10$, o la aproximación más sencilla para $Q_p > 10$.

Circuito de inductor con derivación

Con el supuesto de que $Q_t \geq 10$ y el uso de las relaciones de las tablas 2.2.1 y 2.5.2, un desarrollo paralelo al precedente conduce a las fórmulas dadas en la tabla 2.6.2, para el circuito de inductor con derivación de la figura 1.20a.

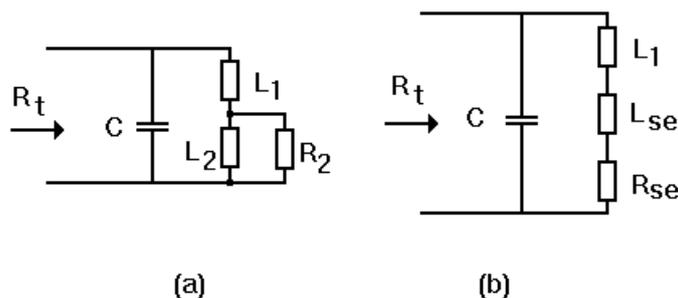


Fig. N° 1-20

TABLA 2.6.2 Fórmulas de diseño para circuitos con inductor derivado

Para $Q_t \approx f_0 / B \geq 10$

(1) $C = \frac{1}{2\pi B R_t}$ (2) $L = \frac{1}{\omega_0^2 C}$ (3) $Q_t \approx \frac{f_0}{B}$ (4) $N = \left(\frac{R_t}{R_2}\right)^{\frac{1}{2}}$ (5) $\frac{Q_t}{N} \approx Q_p$

Fórmulas aproximadas $Q_p \geq 10$	Fórmulas para $Q_p < 10$
<p>(6) $Q_p = \frac{Q_t}{N}$</p> <p>(7) $L_2 = \frac{L}{N}$</p> <p>(8) $L_1 = (N - 1)L_2 = L - L_2$</p>	<p>(6) $Q_p = \left(\frac{Q_t^2 + 1}{N^2} - 1\right)^{1/2}$</p> <p>(7) $L_2 = \frac{R_2}{\omega_0 Q_p}$</p> <p>(8) $L_{se} = \frac{L_2 Q_p^2}{Q_p^2 + 1}$</p> <p>(9) $L_1 = L - L_{se}$</p>

Bobina derivada con inductancia mutua

El circuito de bobina con derivación se muestra en la figura 1.21, se usa a menudo en circuitos de amplificador. Se utiliza una bobina única, con la posición del contacto (punto b), escogida para transformar R_2 en R_t . Si la bobina se devana sobre un núcleo de ferrita, de tal manera que el coeficiente de acoplamiento k sea casi la unidad, se comporta como un transformador ideal y los resultados son predecibles casi de inmediato. Con bobina de núcleo de aire, el coeficiente de acoplamiento es pequeño y la aproximación por transformador ideal no es válida en todos los casos, haciéndose necesario un análisis más elaborado para determinar la posición de contacto de derivación.

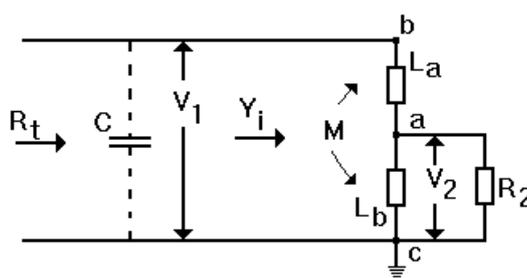


Fig. N° 1-21

Sean L_a y L_b las autoinductancias de las dos partes de la bobina; M la inductancia mutua y k el coeficiente de acoplamiento. La inductancia total de la bobina está dada por

$$L = L_a + L_b + 2M \quad (2.28)$$

Con acoplamiento unidad ($k=1$), la razón de transformación de impedancia del transformador está dada por

$$\frac{R_t}{R_2} = \frac{L^2}{L_b + M} = \frac{V_1^2}{V_{2OC}^2} \quad (2.29)$$

donde V_{2OC} es el voltaje en circuito abierto (sin carga) desde el contacto a tierra, una cantidad fácilmente de medir. La admitancia de entrada de este transformador aparece como

$$Y_i = G_i + jB_i = \frac{1}{R_t} - \frac{j}{\omega_0 L} \quad (2.30)$$

a la frecuencia de operación f_0 , donde la admitancia del capacitor C (mostrado con línea punteada en figura 2.13) sintoniza el circuito para resonancia; es decir:

$$B_c = \omega_0 C = \frac{1}{\omega_0 L} \quad (2.31)$$

El Q_t y el ancho de banda del circuito están dados por

$$Q_t = \frac{B_i}{G_t} = \omega_0 C R_t = \frac{R_t}{\omega_0 L} \quad (2.32)$$

$$B = \frac{f_0}{Q_t} \quad (2.33)$$

Con bobinas de núcleo de aire, que se utilizan en rangos de frecuencias más altas, el coeficiente de acoplamiento puede ser del orden de 0,1 y no es válida la solución sencilla dada antes. Sin embargo, como se demostrará, si $R_t / \omega_0 L = Q_t \geq 10$, y $R_2 \gg \omega_0 L$, el circuito se comporta aún como un transformador ideal en la frecuencia de resonancia y la posición del contacto, puede determinarse a partir de mediciones de voltaje en circuito abierto, como en (2.29).

Se ha obtenido la solución general del problema, exenta de las aproximaciones antes mencionadas, expresada en términos de parámetros de bobina fáciles de medir (inductancia total L , coeficiente de acoplamiento k y porcentaje de vueltas total en el punto de derivación). El

análisis se aplica tanto a circuitos de banda ancha como de estrecha, pues no está restringido a un Q_t alto y se ajusta a cualquier razón deseada $\omega_0 L / R_2$.

Un análisis de mallas del transformador cargado de la figura anterior (con el capacitor omitido) da la siguiente expresión para la admitancia de entrada:

$$Y_i = G_i + jB_i = \frac{R_2 + \omega_0 L_0}{- \omega^2 [LL_b - (L_b + M)^2] + j\omega LR_2} \quad (2.34)$$

Si se separan las partes real e imaginaria y se hace $R_t = R_i = 1/G_i$, se obtiene, después de una manipulación considerable:

$$R_t = \left[\left(\frac{L}{L_b + M} \right)^2 + \left(\frac{\omega L}{R_2} \right)^2 \left(\frac{L_b}{L_b + M} - \frac{L_b + M}{L} \right)^2 \right] \quad (2.35)$$

y

$$B_i = \frac{1}{L} \left\{ \frac{\omega^2 L_b \left[L_b - \frac{(L_b + M)^2}{L} \right] + R_2^2}{\omega^2 \left[L_b - \frac{(L_b + M)^2}{L} \right] + R_2^2} \right\} \quad (2.36)$$

Las expresiones anteriores no son aún útiles, pues la forma en que varía L_b al desplazarse la toma a lo largo de la bobina, no se conoce para $k < 1$. (La forma en que k varía con la posición de la toma tampoco se conoce, pero se supone que k es constante en la siguiente derivación). Si los valores de L_a y L_b se relacionan por un factor a , tal que

$$L_a = a L_b \quad (2.37)$$

los parámetros L y $L_b + M$ se pueden presentar en términos de L_b , k y a . Así,

$$L_b = \frac{1}{1 + a + 2k\sqrt{a}} \quad (2.38)$$

$$\frac{L_b}{L_b + M} = \frac{1}{1 + k\sqrt{a}} \quad (2.39)$$

$$\frac{L_b + M}{L} = \frac{1 + k\sqrt{a}}{1 + a + 2k\sqrt{a}} = \frac{V_{2oc}}{V_1} = \frac{1}{N} \quad (2.40)$$

donde N puede identificarse como la razón de vueltas de un transformador ideal (acoplamiento unidad) o la razón de voltaje en circuito abierto. La sustitución de (2.38) a (2.40) en (2.36) y (2.35) y la introducción de la variable

$$K = \frac{1}{1 + k\sqrt{a}} - \frac{1}{N} \quad (2.41)$$

permite obtener las soluciones siguientes:

$$R_t = R_2 \left[N^2 + \left(\frac{\omega L}{R_2} \right) K^2 \right]$$

y

$$B_i = -\frac{1}{\omega L} \left\{ \frac{\left[\frac{\omega L^2}{R_2} + \frac{K}{K\sqrt{a} N^2} \right] + 1}{\frac{\omega L^2}{R_2} + \frac{1}{N^2} + 1} \right\} = -\frac{1}{\omega L} E \quad (2.43)$$

Si el coeficiente de acoplamiento es la unidad, puede demostrarse que $K = 0$, $R_t = N^2 R_2$ y que $B_i = -1 / \omega L$. Así, el factor E en (2.43) representa el factor por el que B_i se aparta del valor ideal.

Las expresiones (2.42) y (2.43) son exactas. Por consiguiente, para $k < 1$, es útil expresar la razón de transformación de impedancias real en forma tal, que se muestre el alejamiento respecto al comportamiento de un transformador ideal. La desviación respecto a la unidad del factor D entre corchetes en (2.44) exhibe este alejamiento:

$$\frac{R_t}{R_2} = N^2 \left[1 + \frac{\omega L^2 K^2}{R_2 N^2} \right] = N^2 D \quad (2.44)$$

Las figuras 1.22 a 1.24 muestran la variación de R_t / R_2 vs. la posición $1 / N$ de la derivación para diversos valores de K y de $\omega L / R_2$. Obsérvese que $1 / N$ representa la parte fraccionaria del número total de vueltas incluido entre el contacto y tierra. En las figuras 1.25 y 1.26 se muestra el efecto de la posición del contacto sobre los factores D y E de (2.44) y (2.43) para $k = 0,1$. Las figuras 1.27 a 1.30 ilustran las mismas cantidades para $k = 0,25$ y $0,5$, respectivamente. Mediante estas curvas, es posible determinar la razón de transformación correcta y la susceptancia (capacitiva) de sintonía para una posición dada del contacto.

La observación de estas figuras muestra que mientras $\omega L / R_2 \leq 1$, el alejamiento del caso acoplado en unidad es despreciable. De este modo. Los cálculos con estas curvas son necesarios sólo para circuitos de banda ancha, en los cuales Q_t es bajo o en los que $\omega L / R_2$ excede la unidad.

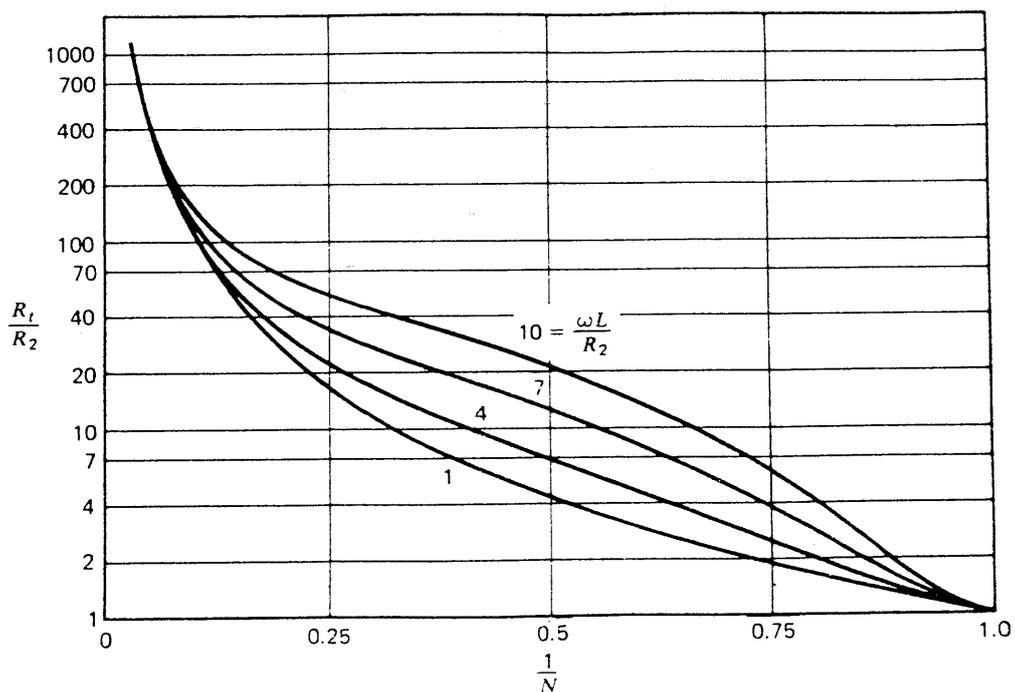


Fig. N° 1-22 R_t/R_2 y la posición (1/N) para $k=0,1$

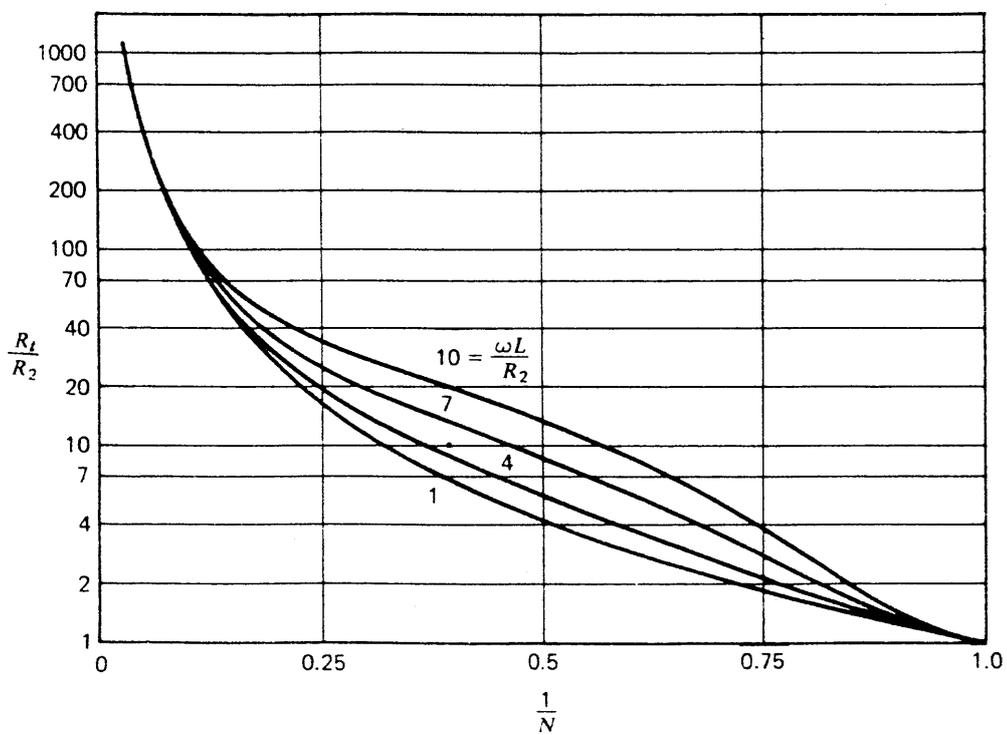


Fig. N° 1-23 R_t/R_2 y la posición (1/N) para $k=0,25$

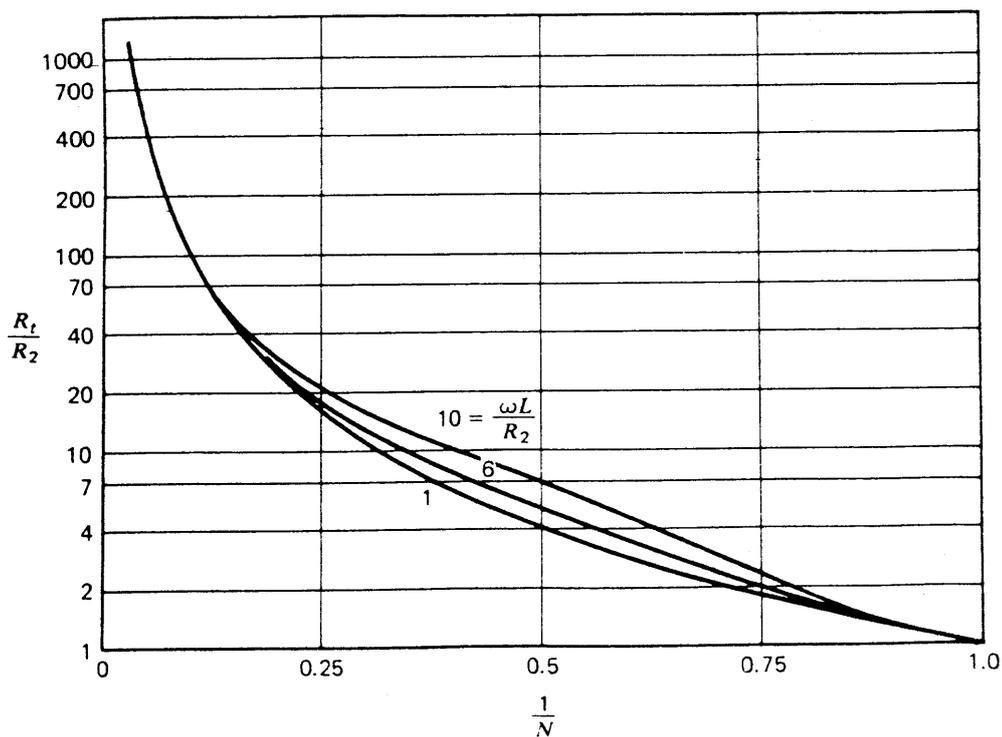


Fig. N° 1-24 R_t/R_2 y la posición ($1/N$) para $k=0,5$

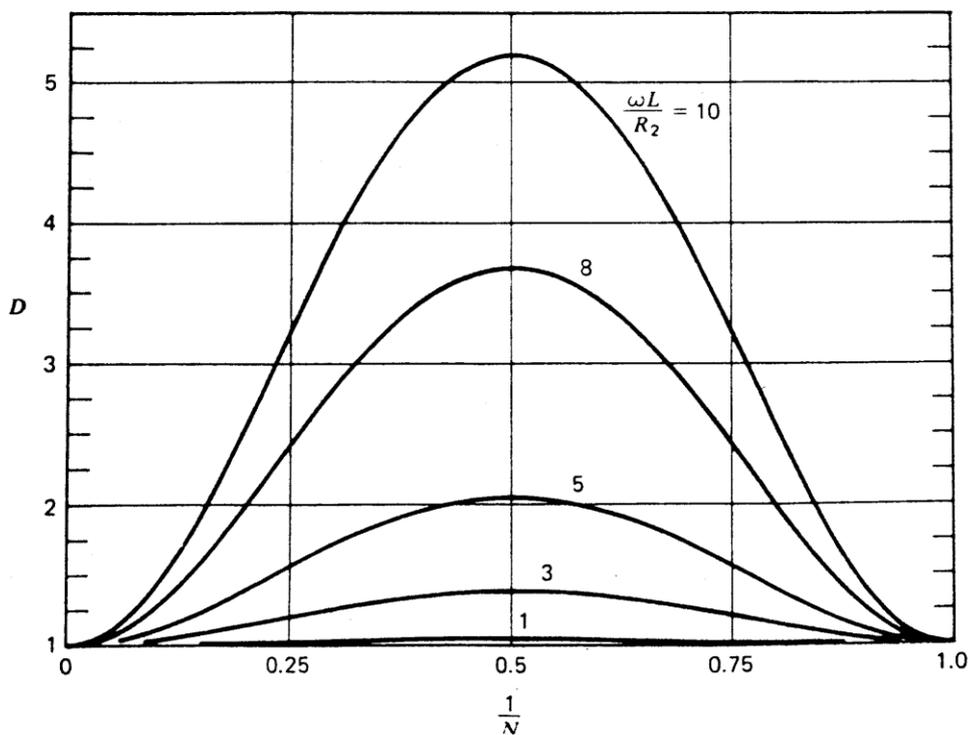


Fig. N° 1-25 Gráficas de D y posición de la derivación ($1/N$) para $k=0,1$

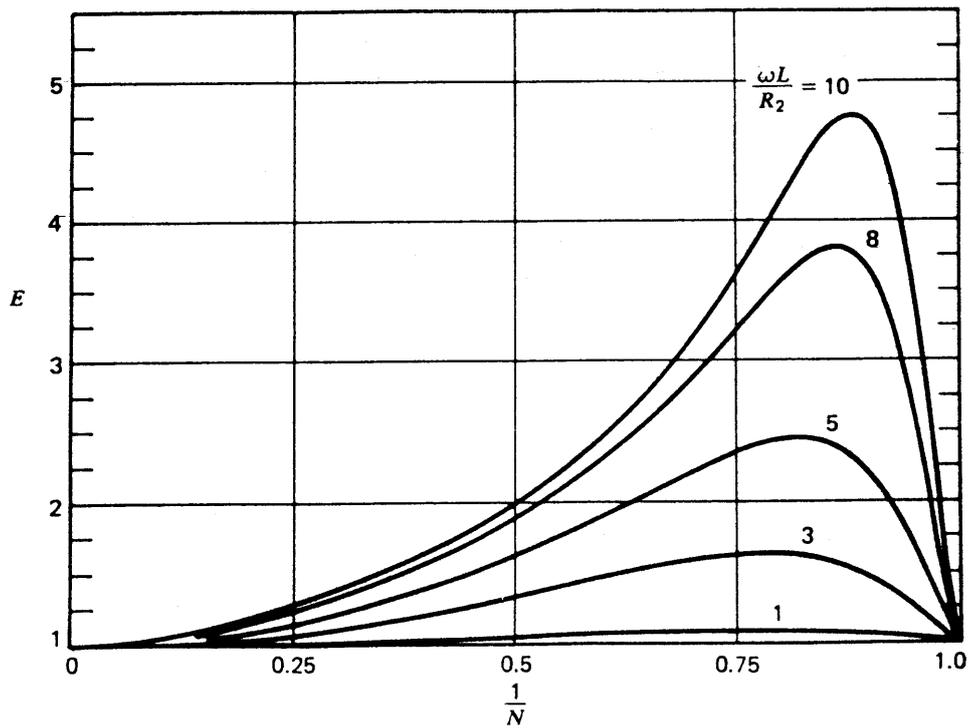


Fig. N° 1-26 Gráficas de E y posición de la derivación ($1/N$) para $k=0,1$

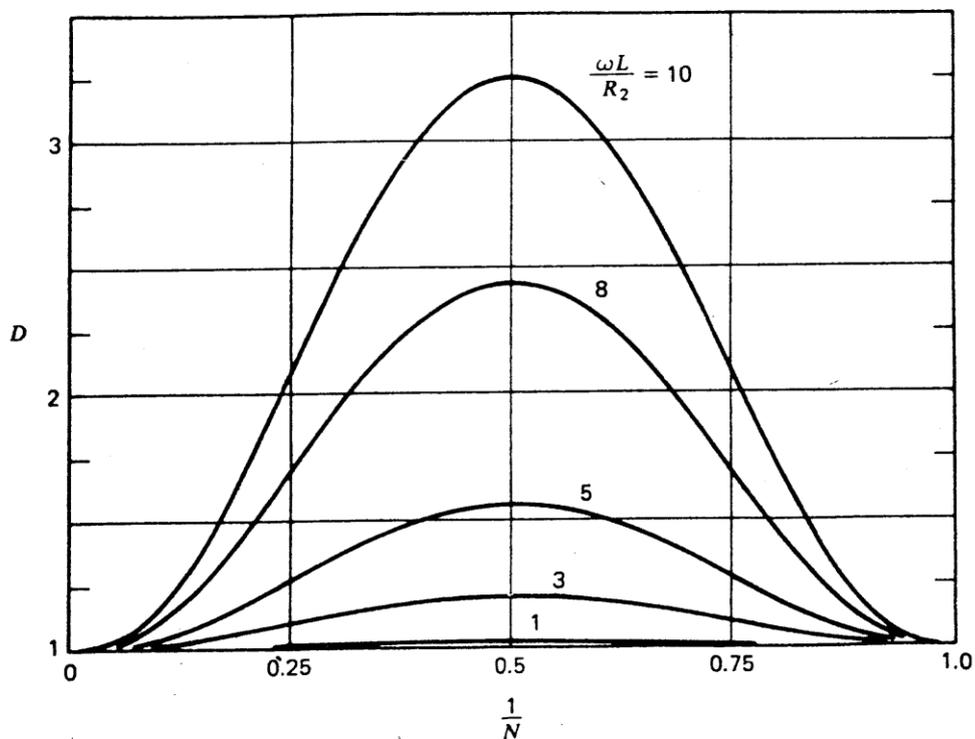


Fig. N° 1-27 Gráficas de D y posición de la derivación ($1/N$) para $k=0,25$

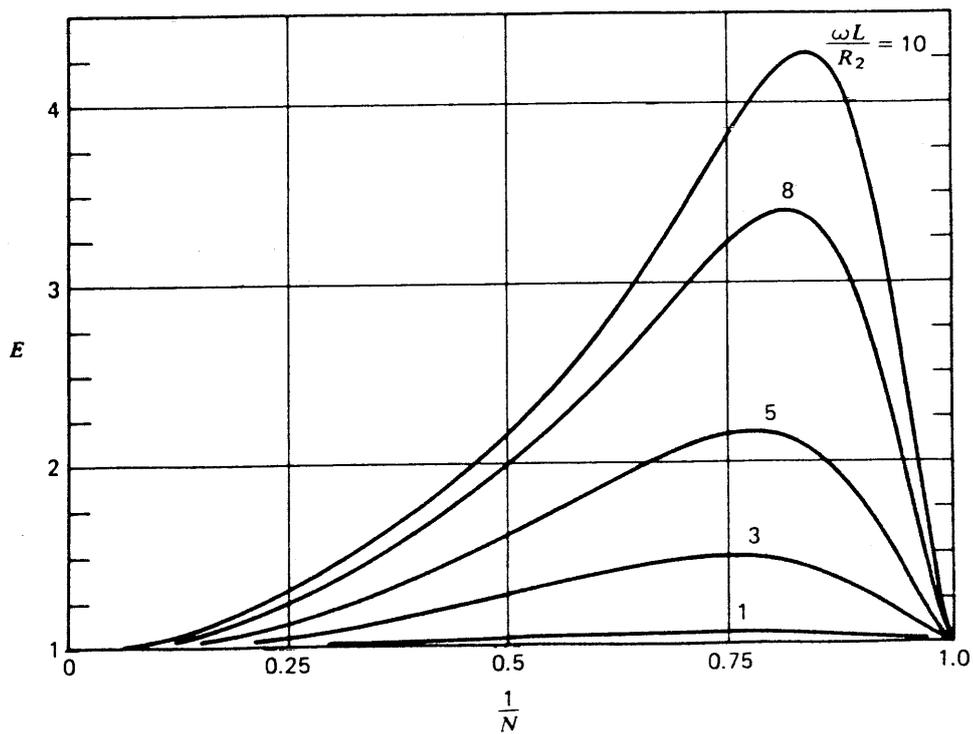


Fig. N° 1-28 Gráficas de E y posición de la derivación ($1/N$) para $k=0,25$

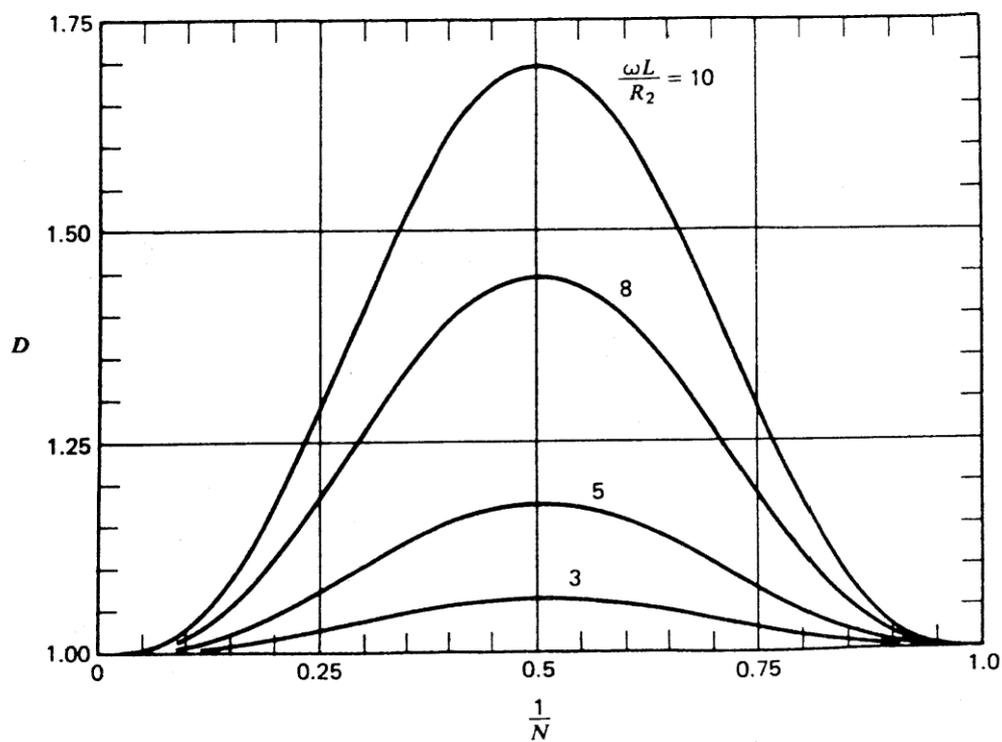


Fig. N° 1-29 Gráficas de D y posición de la derivación ($1/N$) para $k=0,5$

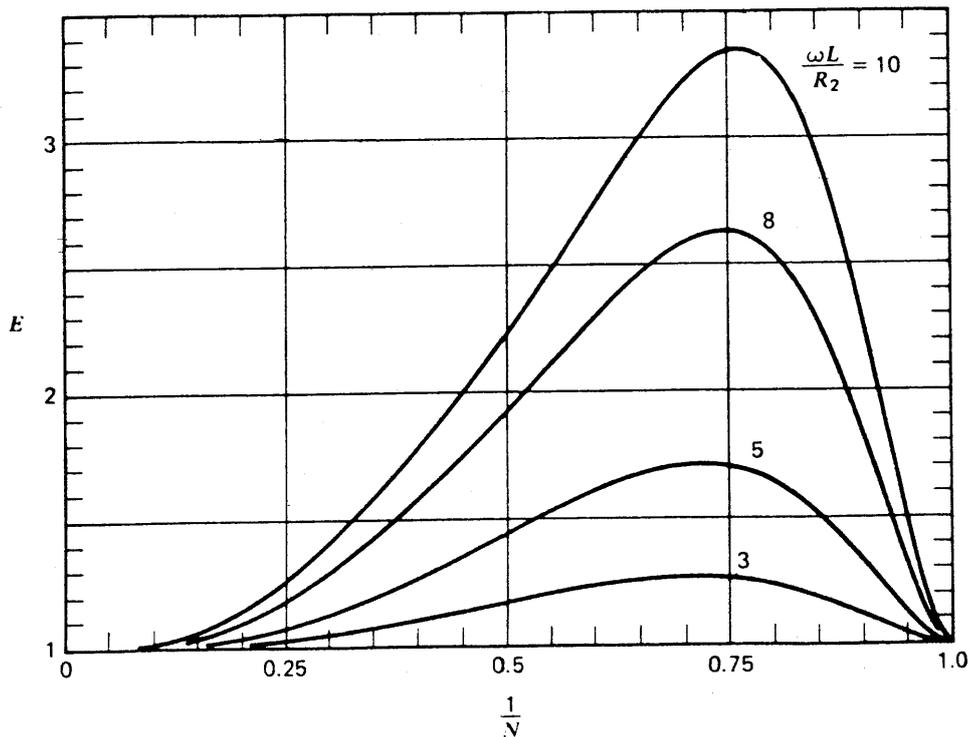


Fig. N° 1-30 Gráficas de E y posición de la derivación (1/N) para k=0,5

Transformador de Sintonía Única

Un circuito de transformador con un sólo lado sintonizado, como se muestra en la figura siguiente, otorga una forma alternativa de obtener adaptación de impedancias y puede también proporcionar aislamiento entre los circuitos de entrada y salida (para corriente continua), introduciendo si se desea una inversión de fase. El procedimiento de diseño debe dar los valores de inductancia de primario y de secundario (L_1 y L_2), de inductancia mutua (M), de coeficiente de acoplamiento (k), y de capacitancia de sintonía C que satisfaga los valores específicos de R_t , R_2 , f_0 y B .

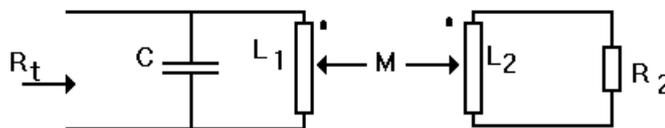


Fig. N ° 1-31

Mediante la deducción del circuito equivalente adecuado para la transformación, como se ilustra en la figura 1.32, puede representarse el transformador sintonizado simple por su equivalente que se muestra en la figura 1.33, el que tiene la forma de la figura 2.7. El transformador con carga de secundario R_2 , mostrado en la figura 1.32a, se puede representar por el circuito de la figura 1.32b, que tiene las mismas corrientes de mallas I_1 e I_2 . La impedancia de entrada de cualquiera de ellos está dada por:

$$\frac{V_1}{I_1} = Z_{(j\omega)} = j\omega L_1 + \frac{j\omega M^2}{R_2 + j\omega L_2} \quad (2.45)$$

Es evidente de esta ecuación que si la inductancia mutua se multiplica por un factor α y la impedancia de secundario por α^2 , no cambiarán la impedancia de entrada y la corriente de primario. No obstante, el circuito equivalente tiene ahora los valores mostrados en la figura 1.32c y ésta puede simplificarse a la forma mostrada en la 1.32d, si se escoge el valor de α tal que sea $\alpha = M / L_2$, de tal manera que la inductancia $\alpha^2 L_2 - \alpha M = 0$. Los valores de circuito en la figura 1.32d se muestra en términos del coeficiente de acoplamiento definido por

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} \quad (2.46)$$

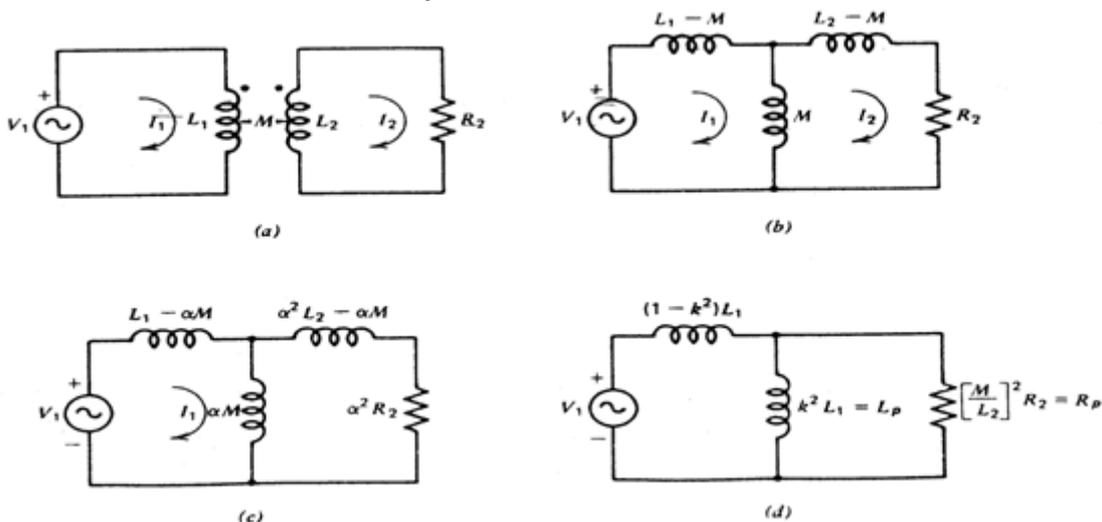
La combinación paralelo de R_p y L_p puede convertirse a su equivalente serie de la tabla 2.5.2, con el Q_p definido a la frecuencia de resonancia del sistema como:

$$Q_p = \frac{R_p}{\omega_0 L_p} = \frac{L_2^2 R_2}{\omega_0^2 L_1} = \frac{R_2}{\omega_0 L_2} \quad (2.47)$$

Las fórmulas de conversión exactas dan

$$R_{SE} = \frac{R_p}{Q_p^2 + 1} = \frac{\left(\frac{M}{L_2}\right)^2 R_2}{Q_p^2 + 1} \quad (2.48)$$

$$L_{SE} = \frac{k^2 L_1 Q_p^2}{Q_p^2 + 1} \quad (2.49)$$



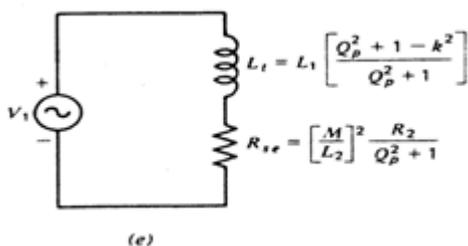


Fig. N° 1-32

Si se combinan L_{SE} con la inductancia $(1 - k^2) L_1$ de la figura 1.32d, la inductancia total se hace

$$L_t = L_1 \left(\frac{Q_p^2 + 1 - k^2}{Q_p^2 + 1} \right) \quad (2.50)$$

Como se muestra en el circuito equivalente final de la figura 1.32e. De esta manera, el circuito de la figura 1.31 se ha convertido en el de la figura 1.33, para el que se aplican las fórmulas aproximadas de la tabla 2.2.1 si $Q_t \geq 10$. A partir de los valores especificados de R_t , R_2 , f_0 y B . de 2.46, 2.47, y 2.48, se obtiene:

$$M = k \sqrt{L_1 L_2} \quad (2.51)$$

$$L_2 = \frac{R_2}{\omega_0 Q_p} \quad (2.52)$$

$$L_1 = L_t \left(\frac{Q_p^2 + 1}{Q_p^2 + 1 - k^2} \right) \quad (2.53)$$

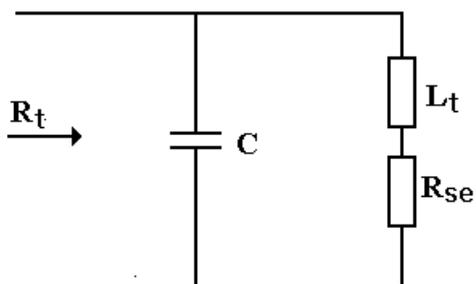


Fig. N° 1-33

Ninguna de estas cantidades puede calcularse sin escoger arbitrariamente el valor de Q_p o de k . Mediante reagrupación en las ecuaciones anteriores, se puede demostrar que

$$Q_t = \frac{Q_p^2 + 1 - k^2}{Q_p k^2} \quad (2.54)$$

$$k^2 = \frac{Q_p + 1}{Q_p Q_t + 1} \quad (2.55)$$

y que

$$Q_p = Q_t \left[\frac{k^2}{2} + \left(\frac{k^4}{4} + \frac{k^2 - 1}{Q_t^2} \right)^{1/2} \right] \quad (2.56)$$

La última ecuación muestra que si k se hace lo suficientemente pequeño, el valor de Q_p se hace complejo. De esta manera, existe un límite inferior para el valor realizable de k con uno especificado de Q_t . Tomando derivadas, los valores mínimos permisibles de k y el valor correspondiente de Q_p se encuentran como

$$Q_p(k_{\min}) = \frac{1}{Q_t} \left[Q_t^2 + 1 \right]^{1/2} - 1 \quad (2.57)$$

y

$$k_{\min} = \frac{\sqrt{2}}{Q_t} \left[Q_t^2 + 1 \right]^{1/2} - 1 \quad (2.58)$$

En la figura 1.34 se traza la gráfica de k_{\min} y $Q_p(k_{\min})$ y el de Q_t . El diseñador de circuitos puede escoger arbitrariamente a Q_p , pero está entonces obligado a usar el valor de k que resulta de la ecuación (2.55). En transformadores de RF no siempre es posible obtener valores altos del coeficiente de acoplamiento; por lo tanto, la información que da la figura 1.34 es útil, pues da un límite inferior para k que se puede usar con un Q_t especificado. La figura 1.35 muestra valores correspondientes de Q_p y k para varios valores de Q_t tomados de (2.55). Las restricciones de diseño que impone este método son: (1) $Q_t > 10$ de tal suerte se aplique las relaciones aproximadas de la tabla 2.2.1; (2) Q_p debe escogerse de tal manera que $0 < Q_p < Q_t$; y (3) $k_{\min} < k < 1$.

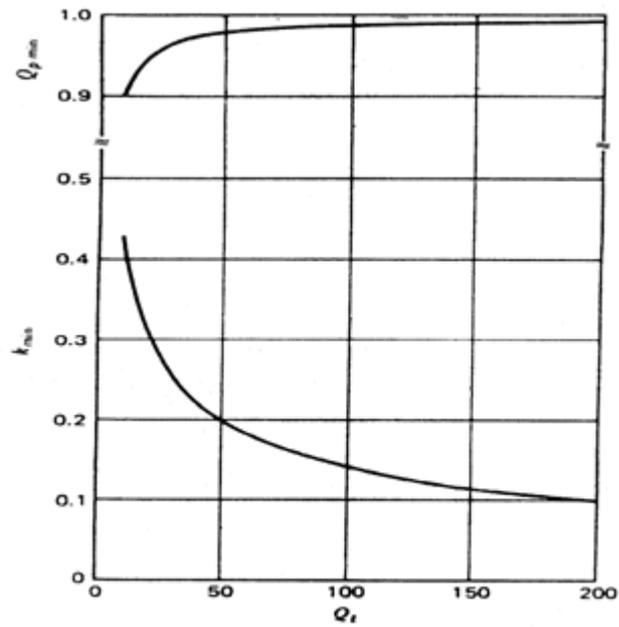


Fig. N° 1-34

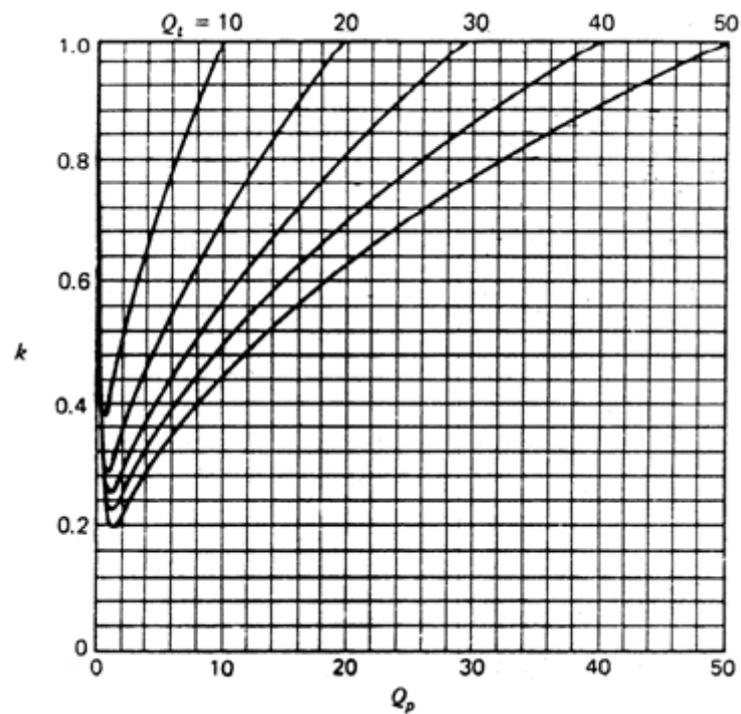


Fig. N° 1-35

Diseño simplificado para $Q_p > 10$

Si son aceptables los valores altos de k que resultan, las ecuaciones de diseño pueden simplificarse con el supuesto de que $Q_p > 10$. Las relaciones se hacen:

$$R_s \approx \frac{(\omega_0 M)^2}{R_2} \quad (2.59)$$

$$L_s \approx K^2 L_1 \quad (2.60)$$

$$L_t = L_1 \quad (2.61)$$

$$K_2 \approx \frac{Q_p}{Q_t} \quad (2.62)$$

$$R_t \approx R_2 \left(\frac{L_1}{M} \right)^2 \quad (2.63)$$

$$N \approx \frac{L_t}{M} \quad (2.64)$$

$$L_2 = \frac{R_2}{\omega_0 Q_p} \quad (2.65)$$

APENDICE 1:

Transformador de Doble Sintonía

Los transformadores con circuitos sintonizados en el primario y en el secundario, como se muestra en la figura 1.36, se han usado extensamente en etapas de FI de receptores, pues permiten más flexibilidad en el ajuste de la forma de la curva de selectividad. Aunque ahora está siendo sustituidos por filtros de cerámica, de cristal y de onda acústica superficial, los transformadores de doble sintonía se usan aún donde deban acoplarse diferentes niveles de impedancias y en discriminadores de FM.

En la figura 1.36 el transistor de excitación o FET se representa por una fuente de corriente en paralelo con una resistencia R_s que incluye también las pérdidas en L_p . En forma similar, R_L incluye la resistencia de entrada de la etapa siguiente y la resistencia de pérdida en L_s . Para un análisis simplificado, se harían las suposiciones siguientes:

1 - los circuitos primarios y secundarios son idénticos, de tal suerte que $R_s = R_L = R$, $C_s = C_p = C$

$$\text{y } L_s = L_p = L$$

2 - el Q de estos circuitos es mayor que 10, por lo que se aplican las aproximaciones de alto Q

3 - la banda de frecuencia de interés, en su totalidad, es pequeña comparada con la frecuencia de resonancia f_0 , de tal manera que la fuente de voltaje equivalente a la de Thévenin, que aparece en la figura 1.36b se puede considerar constante, y el voltaje que atraviesa la carga secundaria, como proporcional a la corriente en el secundario.

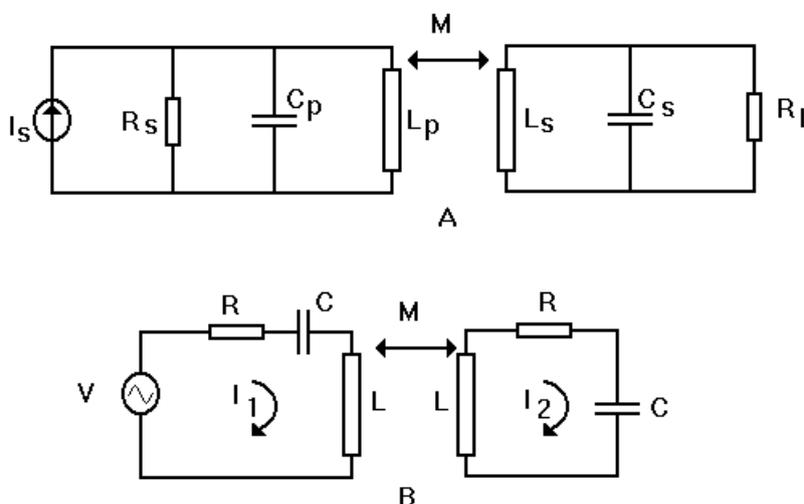


Fig. N° 1-36

Con estas suposiciones, se puede derivar el circuito de figura 1.36b del de la 1.36a, la inductancia mutua está dada por

$$M = k \sqrt{L_p L_s} \quad (2.66)$$

donde k es el coeficiente de acoplamiento. Las ecuaciones de mallas para el circuito son:

$$\begin{bmatrix} V \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R + j\omega L - X_C & \pm j\omega M \\ j\omega M & R + j\omega L - X_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

y las soluciones para I_1 e I_2 son:

$$I_2 = \frac{\pm j\omega MV}{\left[+j \left(X_L - X_C \right) + \left(\frac{M}{R} \right)^2 \right]} \quad (2.68)$$

$$I_1 = \frac{V \left[+j \left(X_L - X_C \right) \right]}{\left[+j \left(X_L - X_C \right) + \left(\frac{M}{R} \right)^2 \right]} \quad (2.69)$$

La impedancia vista por la fuente de voltaje es:

$$Z_{IN} = \frac{V}{I} = R + j \left(X_L - X_C \right) + \frac{\left(\frac{M}{R} \right)^2 R}{R^2 + \left(X_L - X_C \right)^2} - j \frac{\left(X_L - X_C \right) \left(\frac{M}{R} \right)^2}{R^2 + \left(X_L - X_C \right)^2} \quad (2.70)$$

En resonancia $X_L = \omega_0 L = X_C = 1 / \omega_0 C$, y:

$$Z_{IN} = R + \frac{\left(\frac{M}{R} \right)^2 R}{R} \quad (2.71)$$

Para transferencia máxima de potencia en resonancia, $R = (\omega_0 M)^2 / R$, el circuito Q en resonancia, se define como: $\omega_0 M = R$ (2.72)

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} \quad (2.73)$$

con (2.66) y (2.72), se puede demostrar que el coeficiente de acoplamiento para la condición de máxima transferencia de potencia (llamado acoplamiento crítico) es

$$k_c = Q^{-1} \quad (2.74)$$

Para $k \leq k_c$, la curva de A_v vs. Frecuencia, tiene un pico único en la frecuencia de resonancia, con amplitud máxima para $k = k_c$; para $k > k_c$, la curva de repuesta tiene dos picos. Este funcionamiento se ilustra en la figura 2.31, en la que se supone la ganancia de voltaje proporcional a I_2 .

Para el caso de “sobreactoplamiento” ($k > k_c$) la razón de ganancia pico a la de “valle” en f_0 está dada aproximadamente por

$$\frac{A_{vm}}{A_{vo}} = 0,5 \left(kQ + \frac{1}{kQ} \right) \quad (2.75)$$

y se controla por la elección de k y Q . El ancho de banda del circuito se define a menudo como $B = f_2 - f_1$, donde f_1 y f_2 son las frecuencias a las que la ganancia baja hasta A_{vo} , como se muestra en la figura. Otras frecuencias de interés son aquellas en las que ocurren picos de ganancia, a saber, f_a y f_b . Puede demostrarse que:

$$f_b - f_a = \left(k^2 Q^2 - 1 \right)^{1/2} \quad (2.76)$$

$$f_2 - f_1 = \sqrt{2} \left(f_b - f_a \right) \quad (2.77)$$

Como alternativa al transformador de doble sintonía se pueden usar dos etapas amplificadoras de sintonía única en cascada, sintonizadas a las frecuencias f_a y f_b respectivamente. Debe notarse que si van a acoplarse impedancias desiguales a los dos lados del circuito, se puede sacar una derivación de la bobina del primario, del secundario o de ambos, como se vio anteriormente.

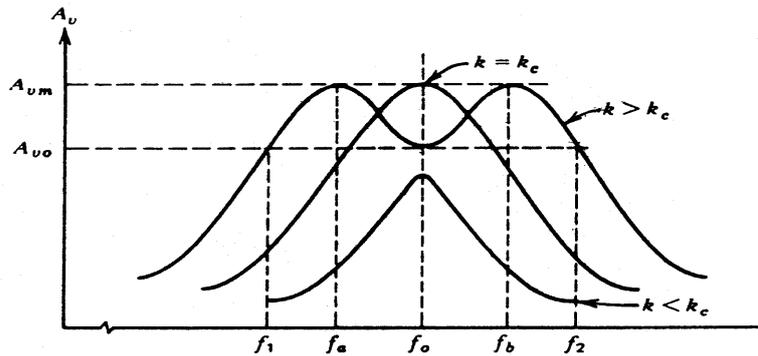


Fig. N° 1-37