

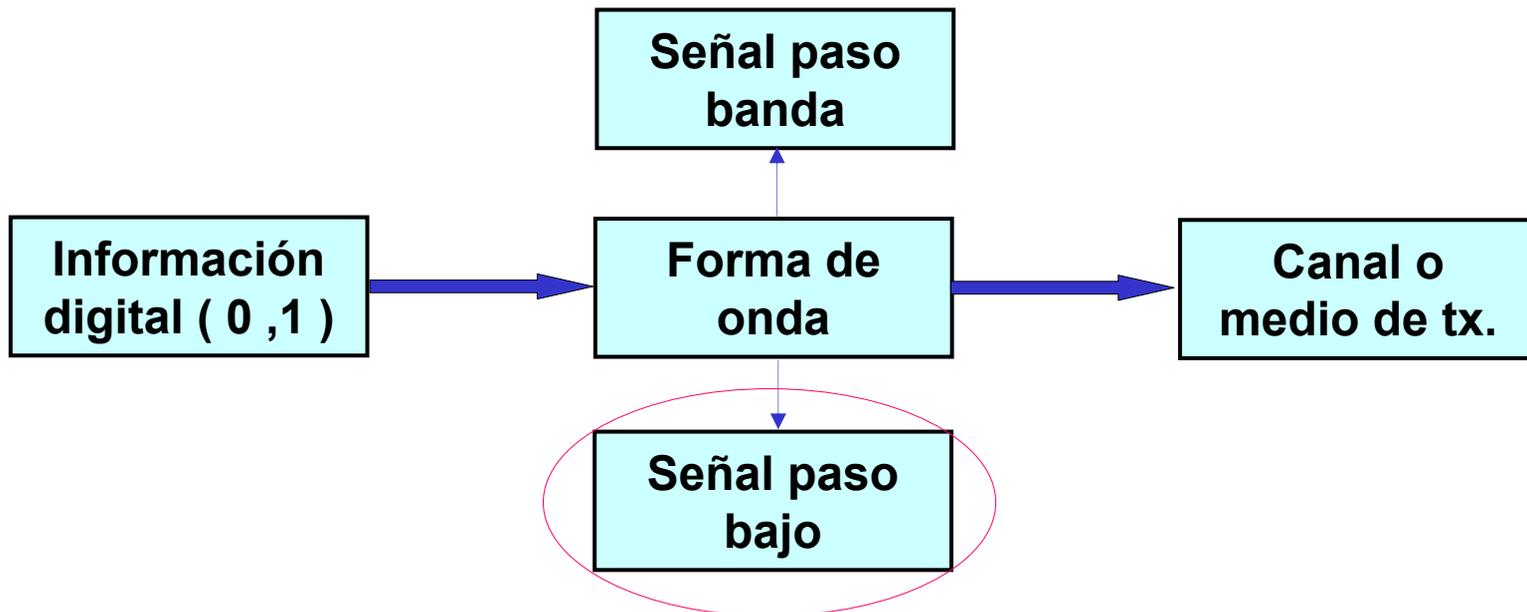
Tema V: Transmisión digital en banda base

1. Introducción.
2. Sistema de comunicación digital en banda base.
3. Mensaje, carácter y símbolo. Régimen binario, tasa de símbolos.
4. Códigos de línea.
5. Efectos de la limitación del ancho de banda del canal en la recepción: Interferencia entre símbolos (IES). Primer criterio de Nyquist.
6. Regenerador de datos.
 - 6.1 Diagrama de ojos.
 - 6.2 Jitter.
7. Receptor.

1. Introducción

Requisitos para la transmisión digital paso bajo:

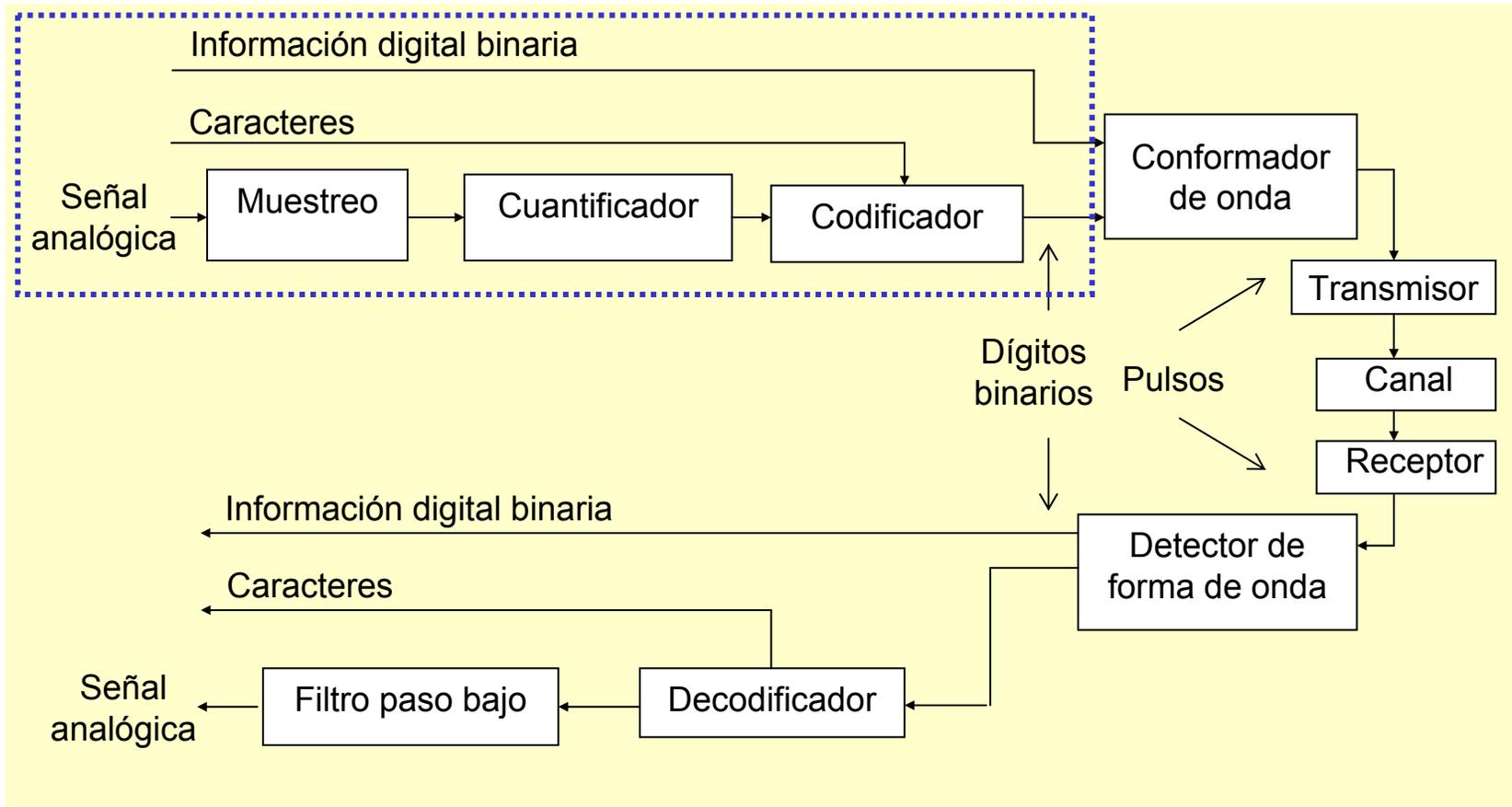
$$\overline{AB}_{Canal} \geq \overline{AB}_{BB} \text{ de la señal}$$



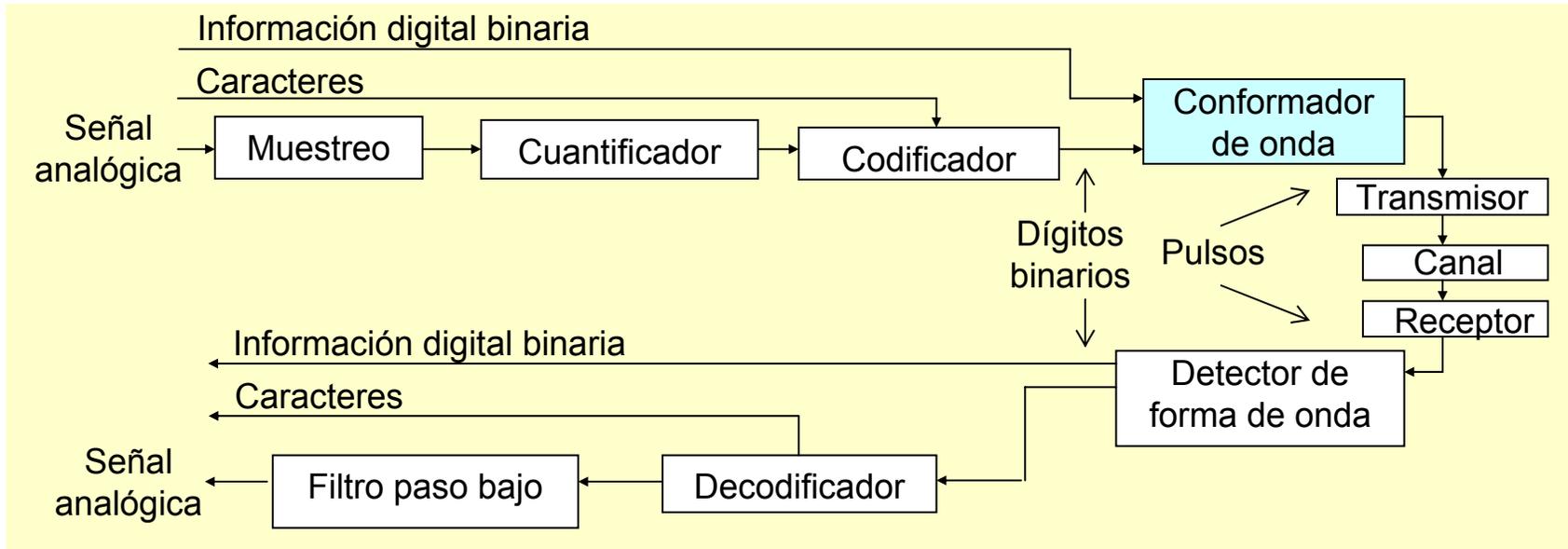
Tema V: Transmisión digital en banda base

- ✓ 1. Introducción.
2. Sistema de comunicación digital en banda base.
3. Mensaje, carácter y símbolo. Régimen binario, tasa de símbolos.
4. Códigos de línea.
5. Efectos de la limitación del ancho de banda del canal en la recepción: Interferencia entre símbolos (IES). Primer criterio de Nyquist.
6. Regenerador de datos.
 - 6.1 Diagrama de ojos.
 - 6.2 Jitter.
7. Receptor.

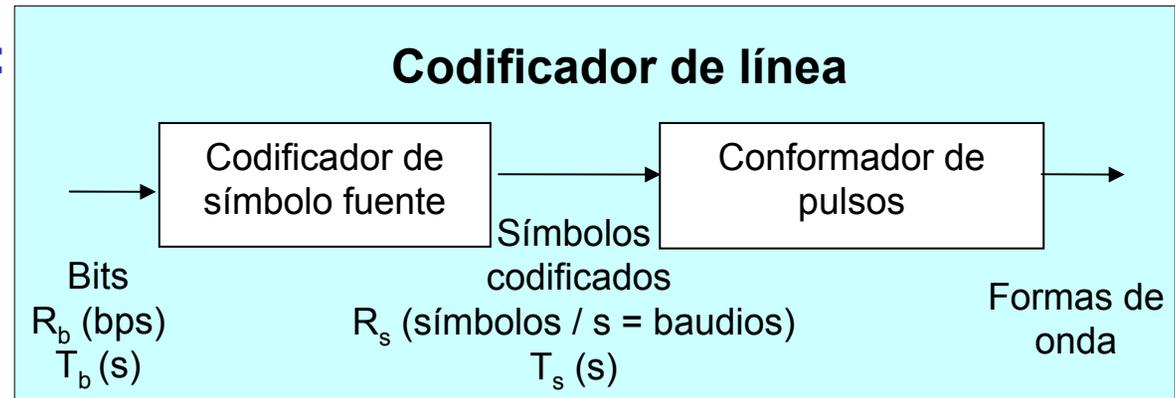
2. Sistema de comunicación digital en banda base



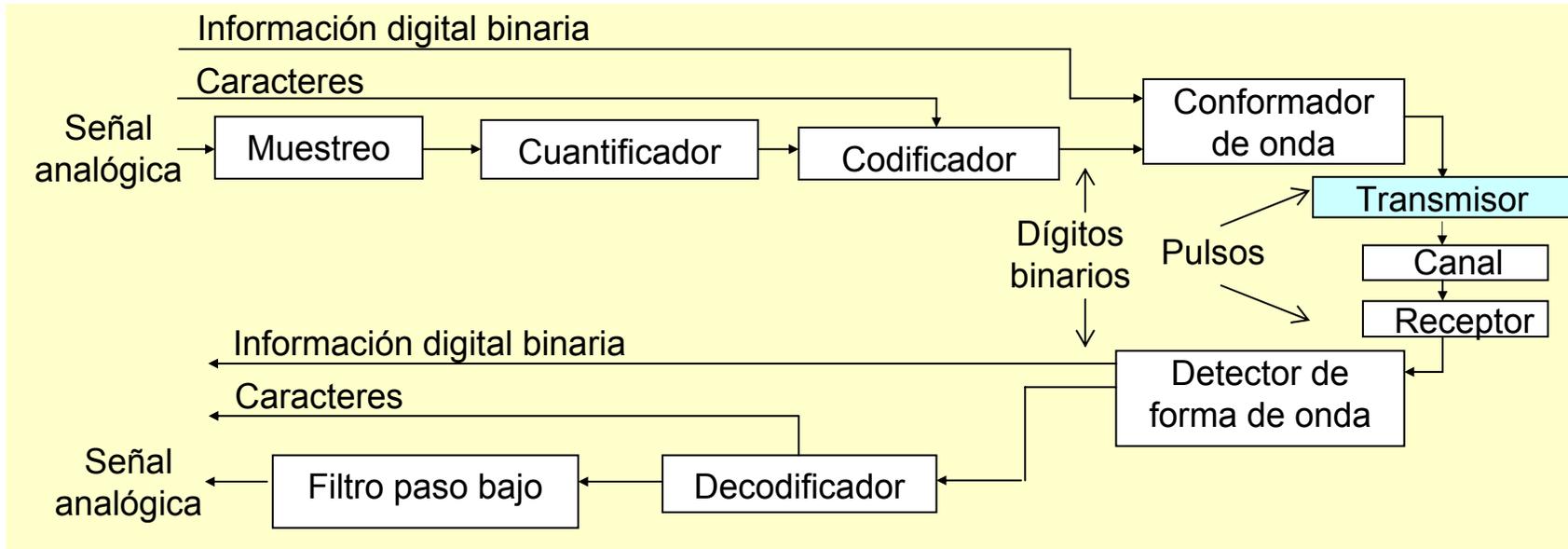
2. Sistema de comunicación digital en banda base



Conformador de onda:
(canales paso bajo)



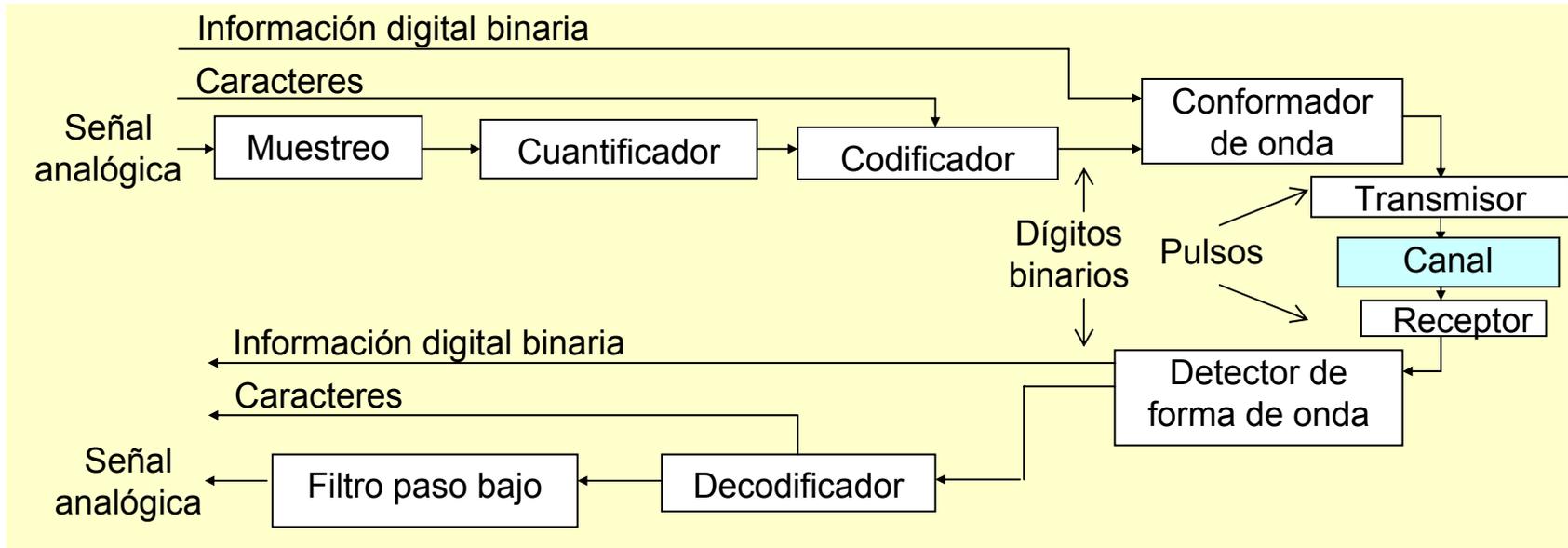
2. Sistema de comunicación digital en banda base



Transmisor:

- Genera el suficiente nivel de potencia.
- Adapta la señal transmitida a la naturaleza del canal (cable coaxial, fibra óptica, etc.).

2. Sistema de comunicación digital en banda base

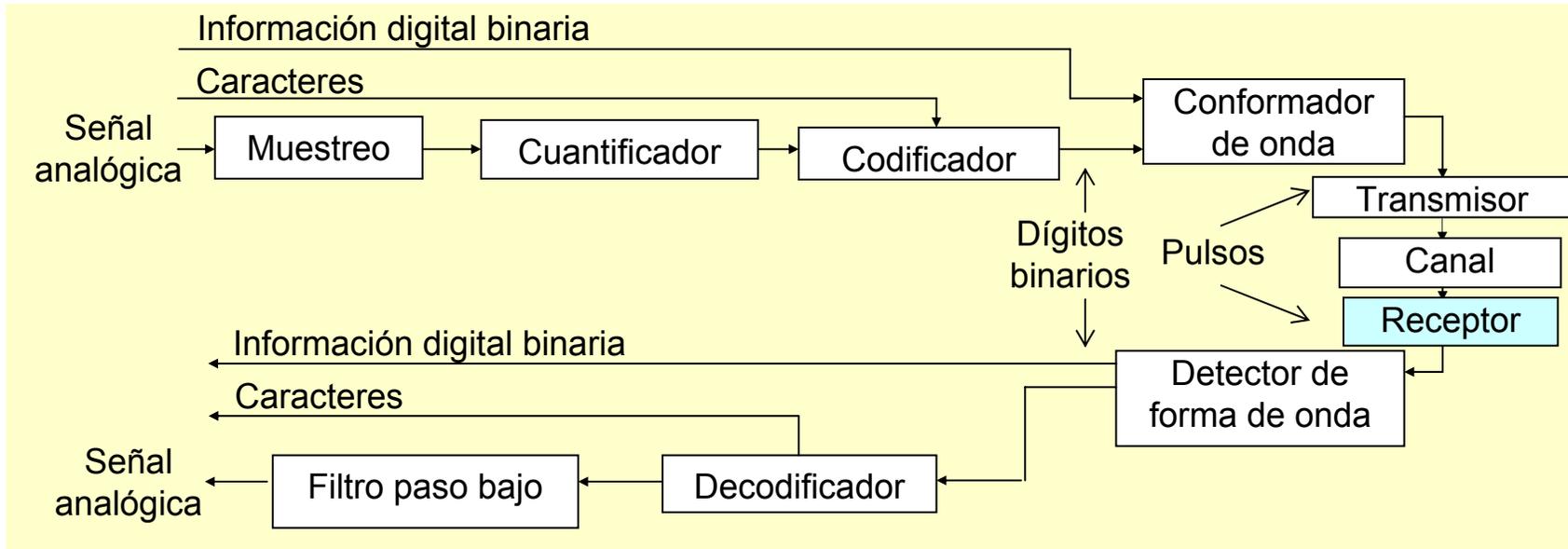


Canal:

Introduce:

Distorsión (lineal y no lineal).
Ruido RBGA.

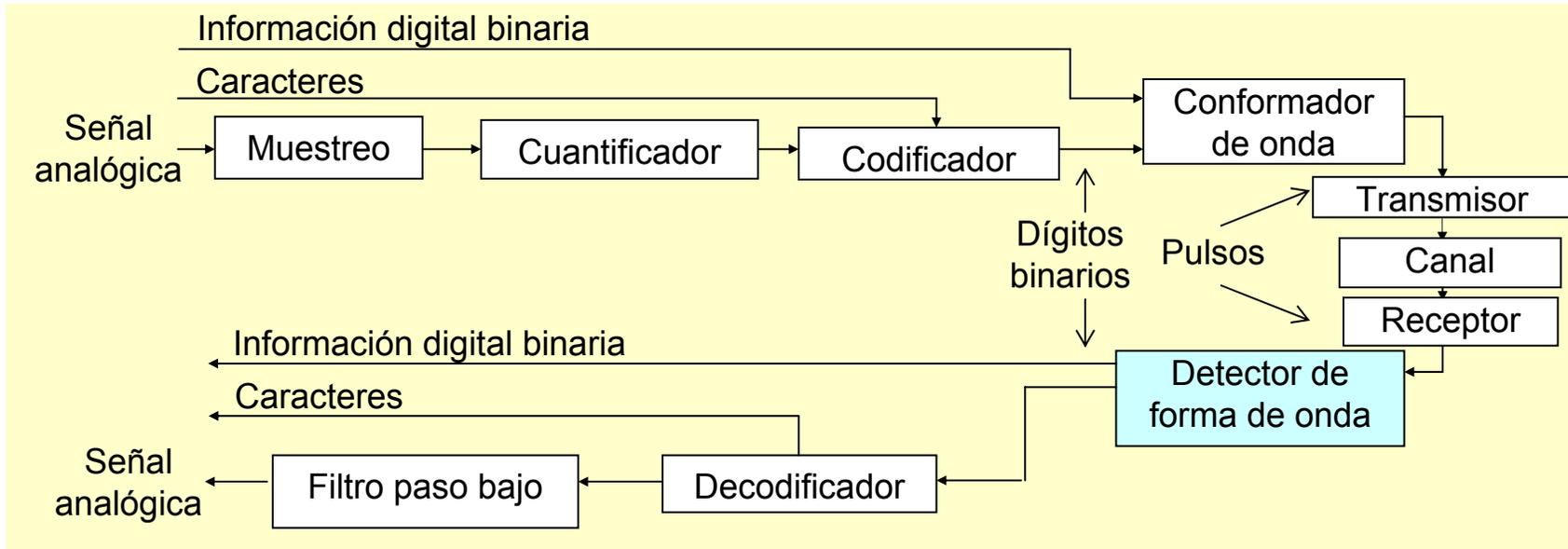
2. Sistema de comunicación digital en banda base



Receptor:

- Elimina el ruido existente fuera de la banda.
- Detectar la señal recibida.
- Conformar las formas de ondas que se transmitieron originalmente.

2. Sistema de comunicación digital en banda base



Detector de forma de onda:

- Genera el flujo binario original.
- A partir de este punto se recupera la señal de información.

Tema V: Transmisión digital en banda base

- ✓ 1. Introducción.
- ✓ 2. Sistema de comunicación digital en banda base.
3. Mensaje, carácter y símbolo. Régimen binario, tasa de símbolos.
4. Códigos de línea.
5. Efectos de la limitación del ancho de banda del canal en la recepción: Interferencia entre símbolos (IES). Primer criterio de Nyquist.
6. Regenerador de datos.
 - 6.1 Diagrama de ojos.
 - 6.2 Jitter.
7. Receptor.

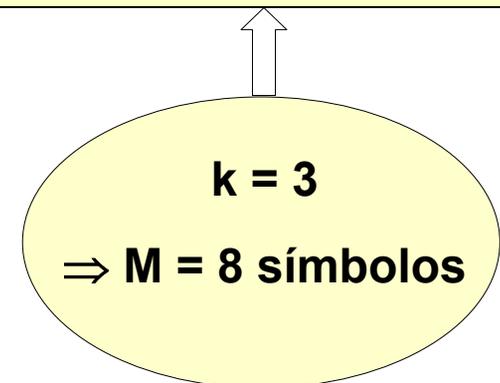
3. Mensaje, carácter y símbolo. Régimen binario, tasa de símbolos.

Mensaje	PULSO									
Caracteres	P		U		L		S		O	
Código (ASCII)	000	010	101	010	001	100	110	010	111	100
Símbolos	0	2	5	2	1	4	6	2	7	4
Forma de onda	$s_0(t)$	$s_2(t)$	$s_5(t)$	$s_2(t)$	$s_1(t)$	$s_4(t)$	$s_6(t)$	$s_2(t)$	$s_7(t)$	$s_4(t)$

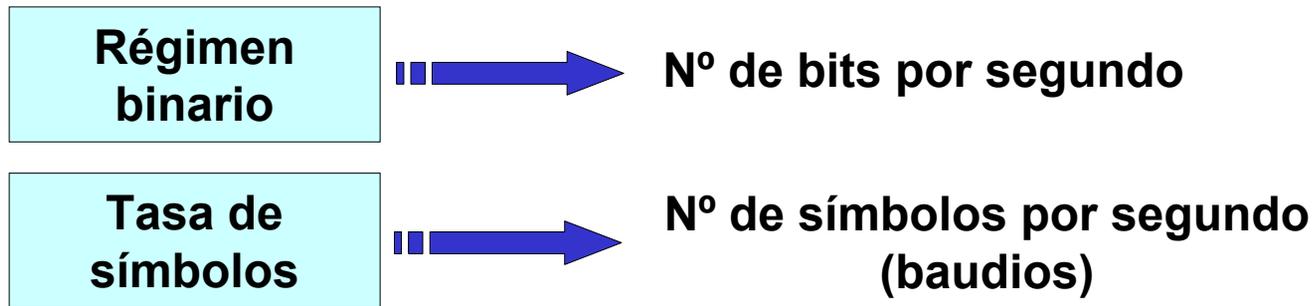


Alfabeto: $M=2^k$ símbolos.

SISTEMA M-ario



3. Mensaje, carácter y símbolo. Régimen binario, tasa de símbolos.



EJEMPLO:

Fuente de caracteres
1000 caracteres/s

Codificador ASCII (6 bits)
6 bits/carácter

R_b

Codificador de símbolo fuente (k=3)
3 bits/símbolo

R_s

$$R_s = R_b / k$$

$$1000 \frac{\text{caracteres}}{s} \cdot 6 \frac{\text{bits}}{\text{carácter}} = 6000 \text{ bps} = R_b$$

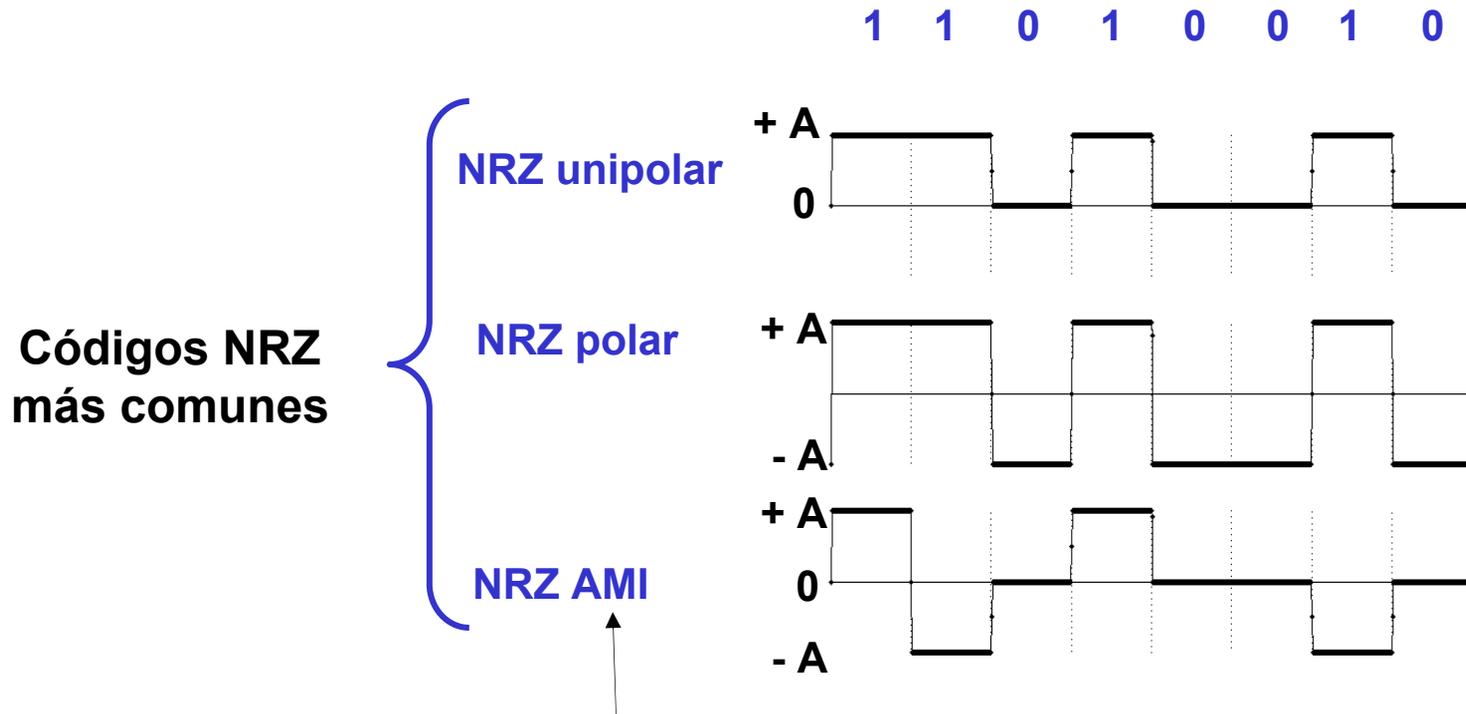
$$\frac{6000 \frac{\text{bits}}{s}}{3 \frac{\text{bits}}{\text{símbolo}}} = 2000 \text{ símbolos} / s = R_s$$

Tema V: Transmisión digital en banda base

- ✓ 1. Introducción.
- ✓ 2. Sistema de comunicación digital en banda base.
- ✓ 3. Régimen binario, tasa de símbolos. Mensaje, carácter y símbolo.
4. Códigos de línea.
5. Efectos de la limitación del ancho de banda del canal en la recepción: Interferencia entre símbolos (IES). Primer criterio de Nyquist.
6. Regenerador de datos.
 - 6.1 Diagrama de ojos.
 - 6.2 Jitter.
7. Receptor.

4. Códigos de línea

Códigos no retorno a cero (NRZ, Non-return-to-zero). Estos códigos mantienen el nivel eléctrico constante durante el tiempo de bit. Sólo puede cambiar su valor cuando se transmite el siguiente bit.



(Alternate Mark Inversion)

4. Códigos de línea

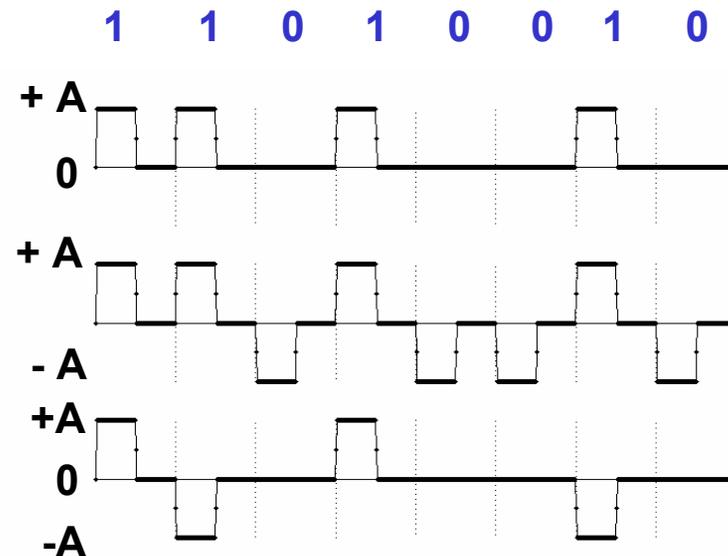
Códigos retorno a cero (RZ, Return-to-zero). Estos códigos cambian el nivel eléctrico durante el tiempo de bit. Mantienen un nivel eléctrico durante una fracción del tiempo de bit (ciclo de trabajo) y el resto del tiempo se retorna a cero.

Códigos RZ
más comunes

RZ unipolar

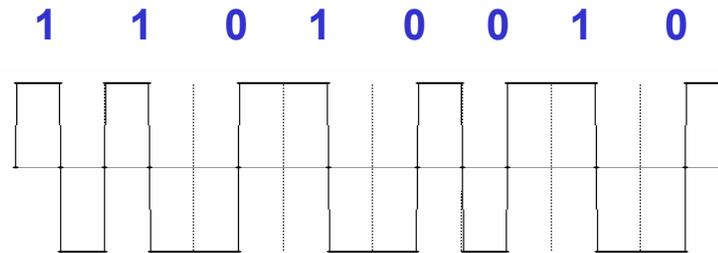
RZ polar

RZ AMI

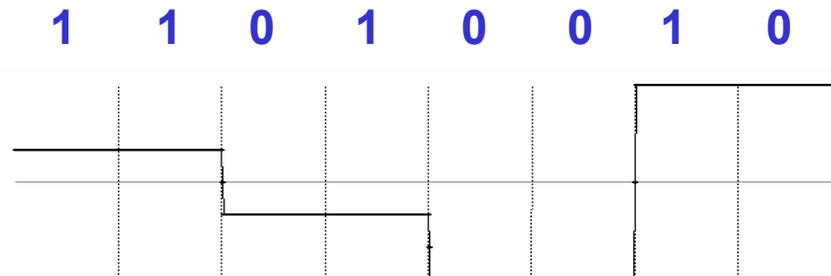


4. Códigos de línea

Manchester (Codificación en fase). El "1" se representa por un pulso positivo seguido de otro negativo que dura cada uno la mitad del tiempo de bit. El "0" se representa de la misma forma pero cambia la polaridad de los pulsos.



Códigos multinivel. Se hace corresponder a cada grupo de "1" y "0" de longitud k una señal diferente. El número de señales que se precisa es $M=2^k$. La forma más común de definir estas señales es por su amplitud o nivel.



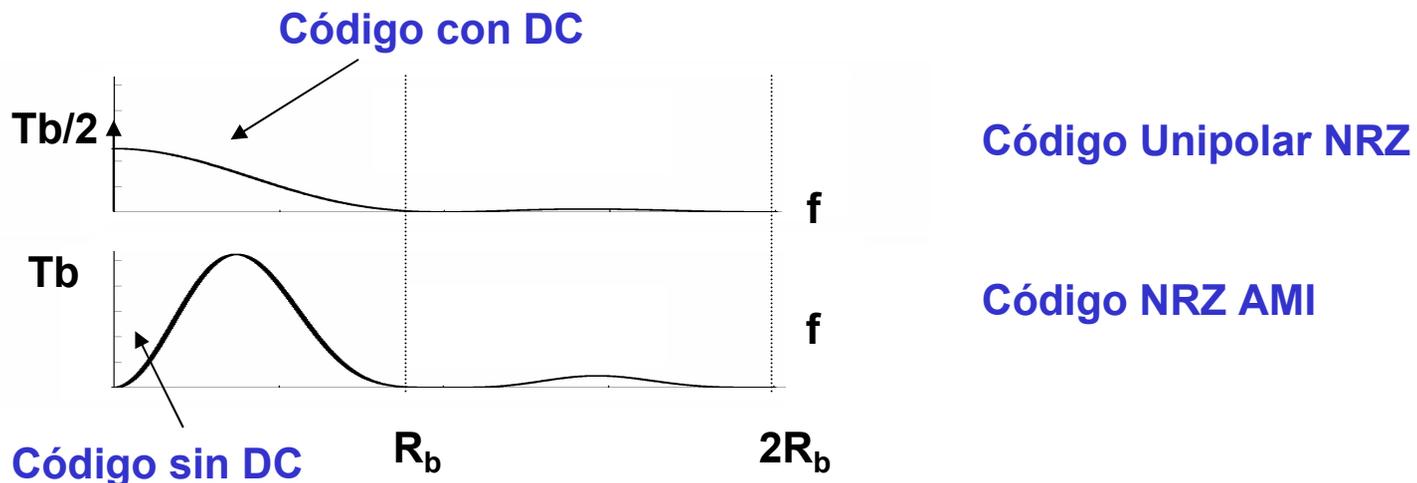
4. Códigos de línea

Criterios para elección de un código (I)

Componente continua:

La eliminación de la componente continua:

- Evita la disipación de potencia.
- Permite el acoplamiento en alterna a la línea (se utiliza habitualmente en los repetidores).



4. Códigos de línea

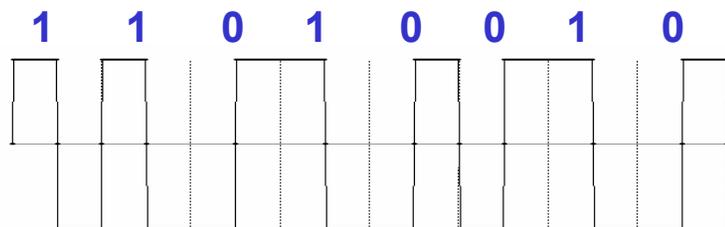
Criterios para elección de un código (II)

Facilidad de extracción del sincronismo:

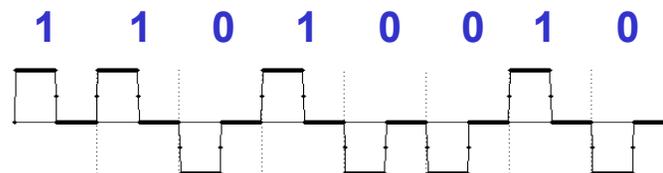
En los receptores de los sistemas de comunicación digital se precisa la sincronización de los símbolos o bits. Algunos códigos tienen la característica de incluir la información del reloj o facilitar su extracción.

Ejemplo: el **código Manchester** tiene una transición en el centro de cada intervalo de bit, estas transiciones suministran información de la señal de reloj.

El **código RZ polar** permite recuperar el reloj con sólo rectificar la señal. En cualquier caso, largas secuencias de ceros o unos no deben dificultar la extracción del reloj (transparencia respecto a la fuente).



Manchester



RZ polar

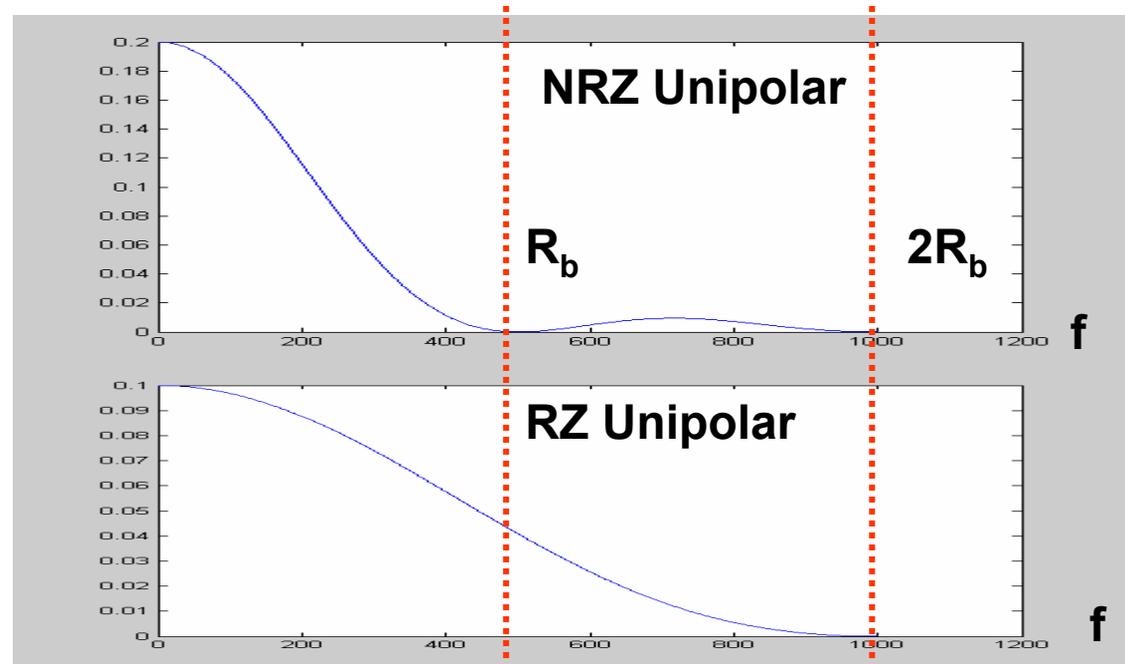
4. Códigos de línea

Criterios para elección de un código (III)

Ancho de banda de transmisión y adecuación al canal:

- Algunos códigos, como el multinivel, incrementan la eficiencia de la utilización del ancho de banda al permitir una reducción del ancho de banda necesario para una tasa de datos determinada. De esta forma se consigue transmitir más información por unidad de ancho de banda.

- El código debe tener bajas componentes espectrales a las frecuencias en las que el canal introduce más distorsión o atenuación.



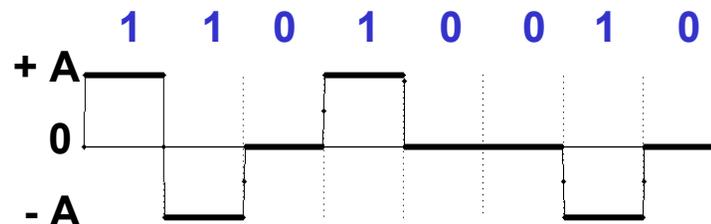
4. Códigos de línea

Criterios para elección de un código (IV)

Detección de errores:

En algunos códigos se pueden detectar los errores sin incluir bits de detección de error adicionales.

NRZ AMI



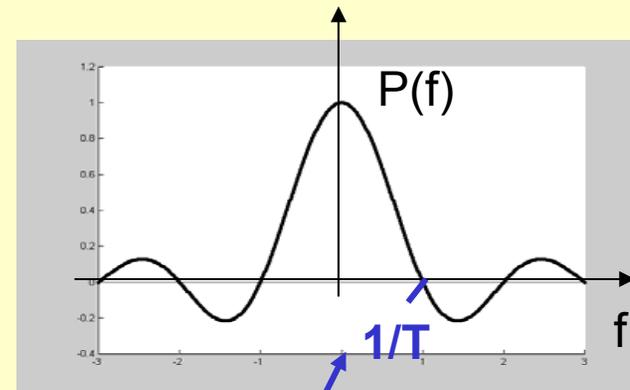
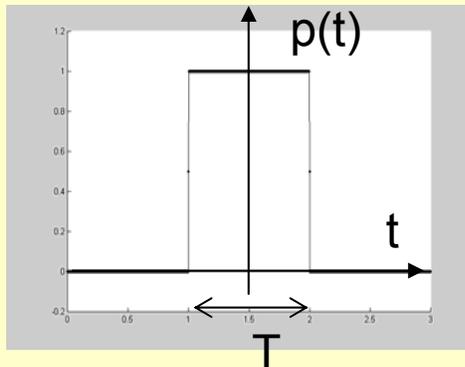
Tema V: Transmisión digital en banda base

- ✓ 1. Introducción.
- ✓ 2. Sistema de comunicación digital en banda base.
- ✓ 3. Régimen binario, tasa de símbolos. Mensaje, carácter y símbolo.
- ✓ 4. Códigos de línea.
5. Efectos de la limitación del ancho de banda del canal en la recepción: Interferencia entre símbolos (IES). Primer criterio de Nyquist.
6. Regenerador de datos.
 - 6.1 Diagrama de ojos.
 - 6.2 Jitter.
7. Receptor.

5. Interferencia entre símbolos (IES).

Las señales correspondientes a los códigos anteriores se transmiten en general a través de **pulsos cuadrados** (de duración finita) y de **ancho de banda infinito**.

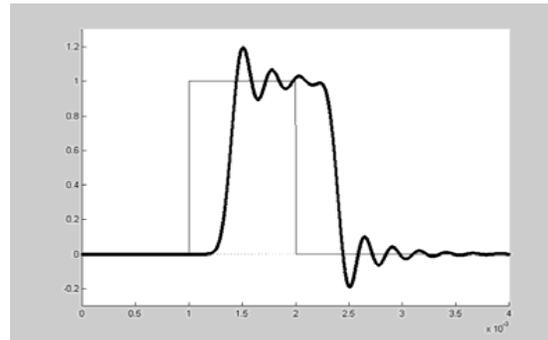
$$p(t) = \Pi\left(\frac{t}{T}\right) \xrightarrow{TF} P(\omega) = T \cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega T}{2\pi}\right)$$



Normalmente se estima el ancho de banda de este pulso por el primer paso por cero del espectro: $1/T$ Hz.

5. Interferencia entre símbolos (IES).

- ◆ El ancho de banda del canal es finito.
- ◆ Cuando el pulso se transmite a través de un filtro paso bajo de ancho de banda f_b Hz, la señal que se obtiene a la salida es:



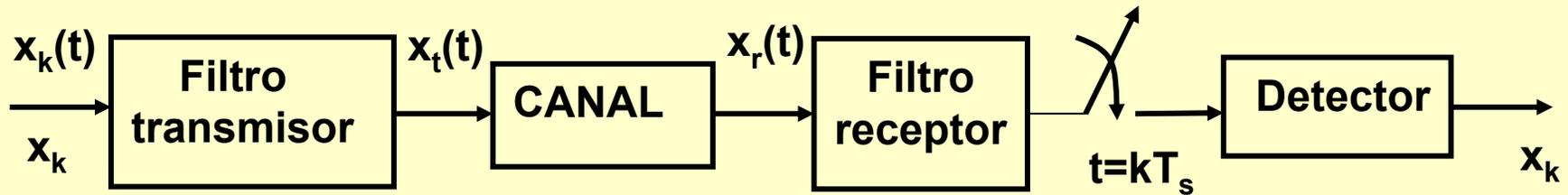
Interferencia entre símbolos (IES)

Se define IES, en un canal sin ruido, como la superposición de señales en un intervalo de tiempo, distintas de la correspondiente al símbolo transmitido en ese intervalo.

PRIMER CRITERIO DE NYQUIST: criterio de conformación de pulsos que provoca IES nula en los instantes de decisión.

5. Primer criterio de Nyquist.

Fundamentos: Modelo de sistema digital en banda base

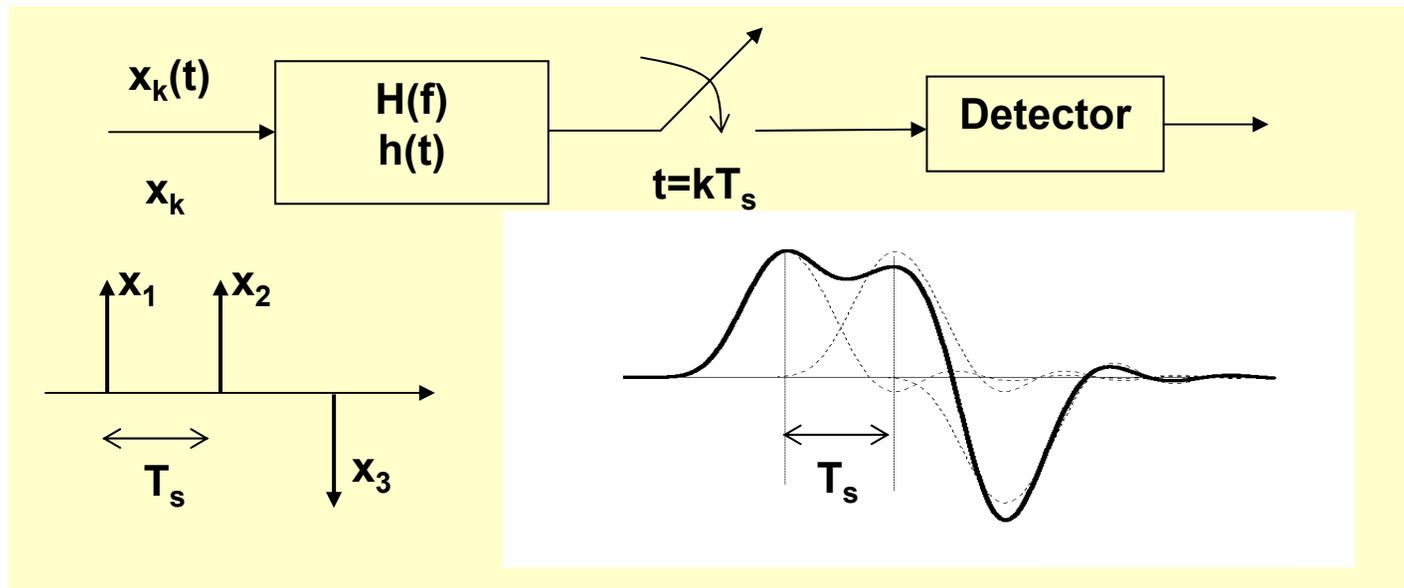


- $H_t(\omega)$: función de transferencia del filtro del transmisor (limita los pulsos transmitidos a un ancho de banda dado).
- $H_c(\omega)$: función de transferencia del canal. Se supone SLTI.
- $H_r(\omega)$: función de transferencia del filtro receptor. El filtro del receptor llamado *filtro ecualizador* debe configurarse para compensar la distorsión causada por el transmisor y el canal.
- Se toman muestras cada T_s segundos en los instantes intermedios de las señales recibidas, a estos instantes se les llama *instantes de decisión*.
- El **detector** debe decidir qué símbolos se transmitieron al comparar la señal recibida con un umbral.

5. Primer criterio de Nyquist.

Modelo del sistema combinando todos los efectos de filtrado en un sistema global con función de transferencia $H(\omega)$:

$$h(t) = h_t(t) * h_c(t) * h_r(t) \quad \xrightarrow[\text{T.F.}]{} \quad H(\omega) = H_t(\omega) \cdot H_c(\omega) \cdot H_r(\omega)$$



5. Primer criterio de Nyquist.

Si la señal de datos viene dada por:

$$x_k(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \delta(t - kT_s)$$

La señal que llega al elemento muestreador es:

$$y(t) = x_k(t) * h(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \delta(t - kT_s) * h(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k h(t - kT_s)$$

Si el elemento muestreador toma una muestra en el instante $t_i = iT_s$:

Se puede expresar como:

$$\begin{aligned} y(iT_s) &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k h(iT_s - kT_s) = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k h((i - k)T_s) \end{aligned}$$



$$y(iT_s) = a_i h(0) + \sum_{\substack{k=-\infty \\ (k \neq i)}}^{+\infty} a_k h((i - k)T_s)$$

5. Primer criterio de Nyquist.

$$y(iT_s) = a_i h(0) + \sum_{\substack{k=-\infty \\ (k \neq i)}}^{+\infty} a_k h((i-k)T_s)$$

Término de señal

Depende del valor de $h(t)$ en el origen y del valor a_i que multiplica al impulso en la señal original => se puede determinar el valor del símbolo que se envió (si el segundo sumando fuera cero).

Término de IES

Depende de los demás valores de k , que interfieren en el instante iT_s con el primer sumando. Este término es indeseable => expresión formal de la IES en el instante de decisión.

5. Primer criterio de Nyquist.

$$IES(\text{instante de decisión } iT_s) = \sum_{\substack{k=-\infty \\ (k \neq i)}}^{+\infty} a_k h((i - k)T_s)$$

Nyquist estudió el problema de especificar la forma de $h(t)$ para que **no hubiera IES en el detector en los instantes de decisión.**

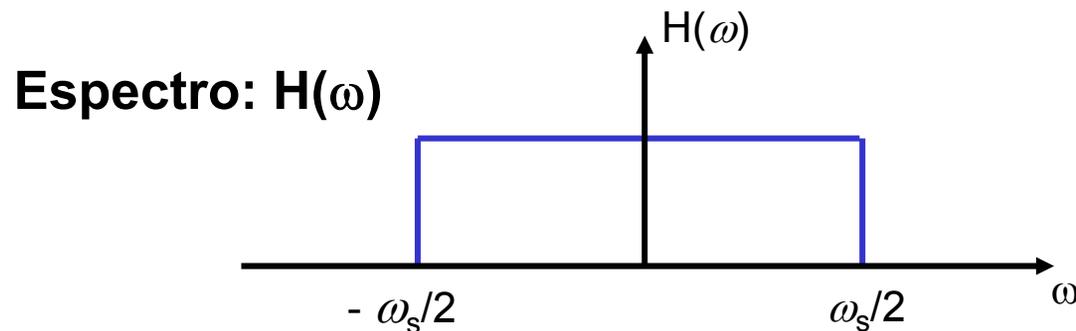
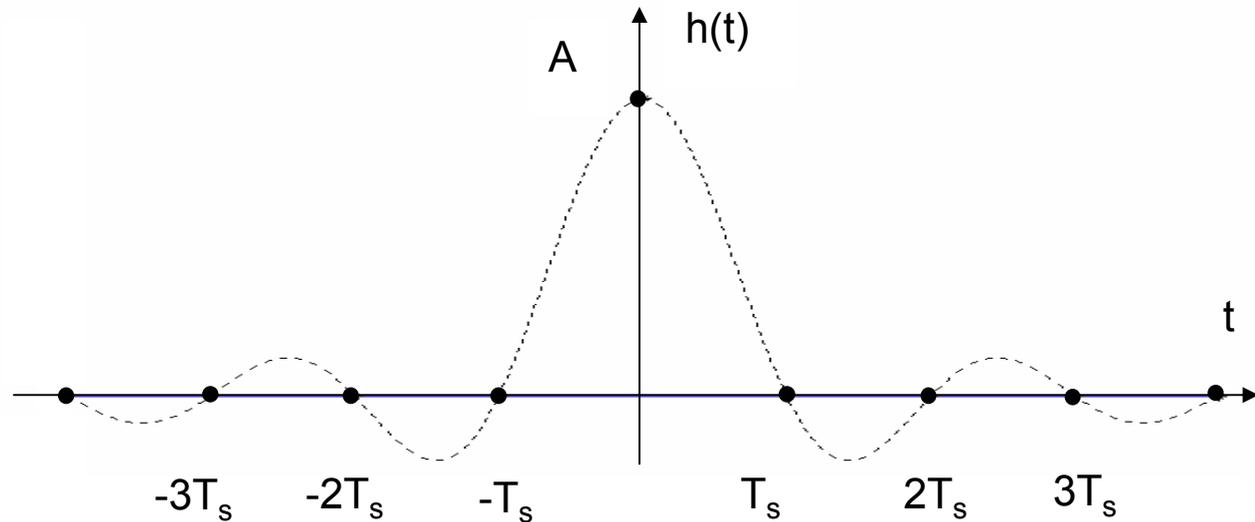
PRIMER CRITERIO DE NYQUIST: propone una respuesta impulsiva del sistema con la siguiente forma:

$$h(t) = \begin{cases} A & ; t = 0 \\ 0 & ; t = \pm nT_s \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots \end{cases}$$

- T_s segundos es el tiempo entre pulsos, es decir, se transmiten $1/T_s = f_s$ pulsos por segundo.
- IES nula en los instantes de decisión.

5. Primer criterio de Nyquist.

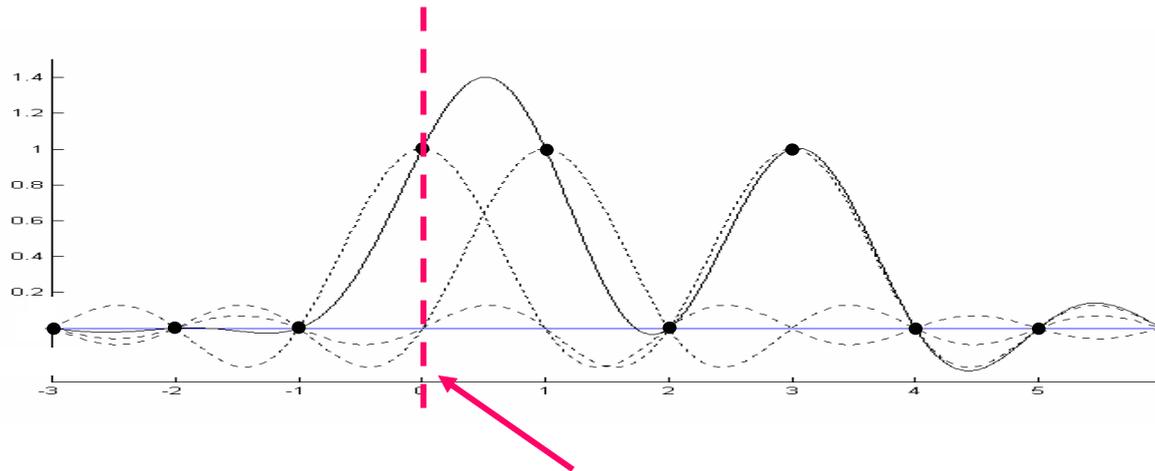
Una función que cumple el criterio de Nyquist: $h(t) = A \cdot \text{sinc}(f_s \cdot t)$



5. Primer criterio de Nyquist.

¿QUÉ HEMOS CONSEGUIDO?

- Transmitir f_s pulsos por segundo con IES nula en los instantes de decisión.



Instantes de Decisión: IES nula.

- Que el ancho de banda necesario sea:

Ancho de banda de Nyquist (B_N):

$$B_N = \frac{f_s}{2} \text{ Hz}$$

5. Primer criterio de Nyquist.

¿QUÉ PROBLEMAS TENEMOS?

- Este filtro paso bajo es ideal y no es realizable físicamente.
- Este pulso decrece según el factor $1/t$. Por ello ligeros errores en la tasa de transmisión o en los instantes de decisión pueden provocar IES.

¿CÓMO PROPONE SOLVENTAR NYQUIST ESTOS PROBLEMAS?

- **Aumentar el ancho de banda hasta f_s Hz** \Rightarrow las pendientes de caída del filtro serán más suaves y será más fácil aproximarlos físicamente.
- El aumento del ancho de banda hará que la señal se comprima en el tiempo, **decaendo más rápidamente**, los mismos errores de sincronía producirán menor IES.

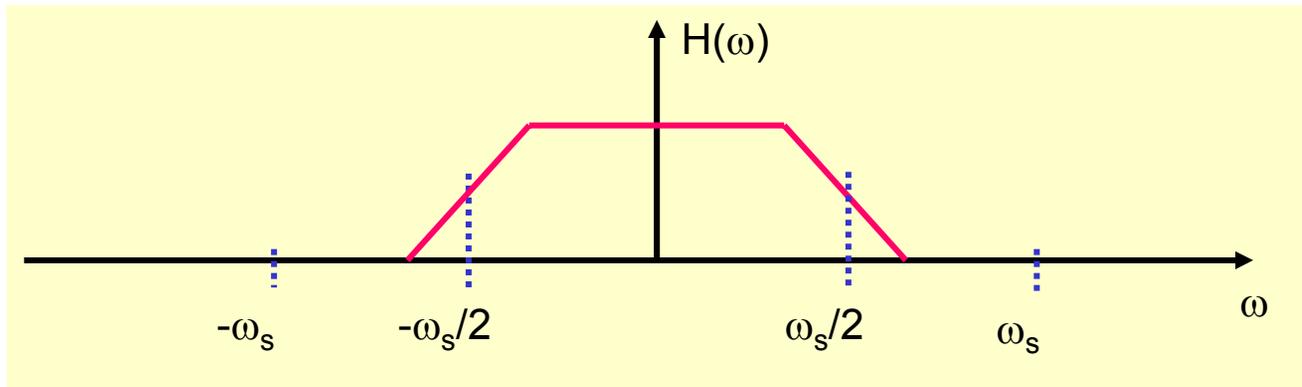
5. Primer criterio de Nyquist.

Ancho de banda del pulso:

$$\frac{f_s}{2} \leq \overline{AB}_{BB} \leq f_s \text{ Hz}$$

¿Cuál es la nueva forma de $H(\omega)$?

Se supone un espectro que tiene una caída gradual en torno a $f_s/2$ Hz.



¿Cómo será $h(t)$? (IES nula en los instantes de decisión)

$$h(t) = \begin{cases} 1 & ; t = 0 \\ 0 & ; t = \pm nT_s \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots \end{cases}$$

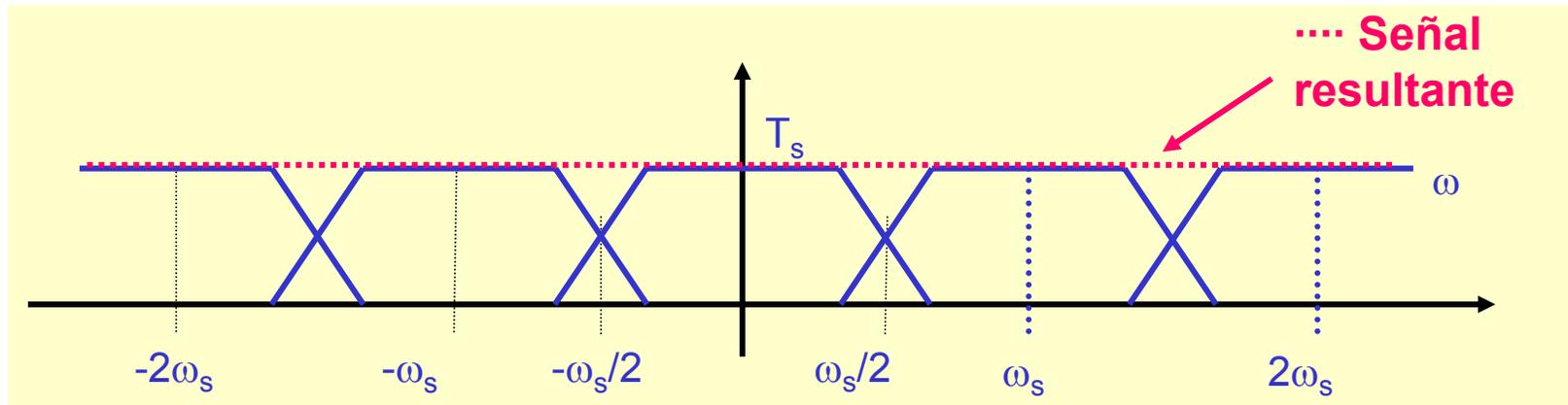
5. Primer criterio de Nyquist.

¿Qué tendrá que cumplir $H(\omega)$?

Para descubrirlo se multiplica $h(t)$ por un tren de impulsos.

$$\frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} H(\omega - n\omega_s) = 1 \quad \rightarrow \quad \sum_{n=-\infty}^{+\infty} H(\omega - n\omega_s) = T_s$$

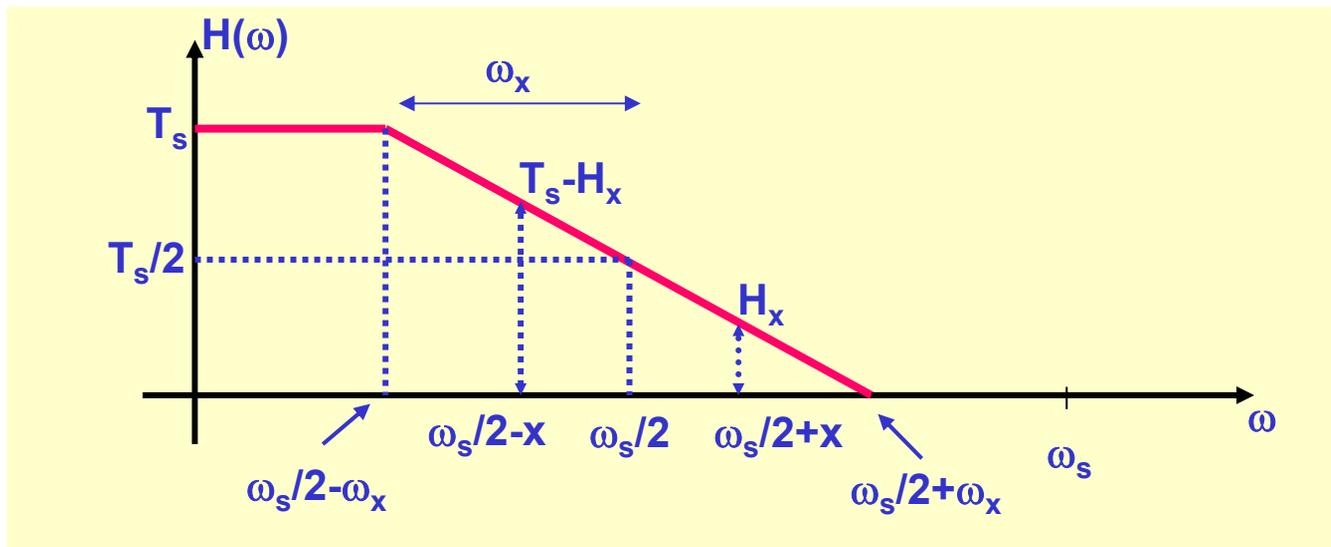
Sumando los espectros del pulso desplazado a las frecuencias $n\omega_s$ el resultado es **una constante**.



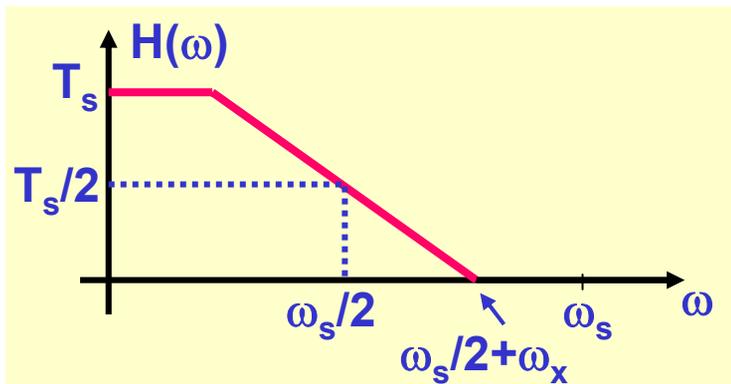
5. Primer criterio de Nyquist.

¿Qué tipo de filtro cumplirá con la condición anterior?

Un filtro ($H(\omega)$) con característica residual en torno a $\omega_s/2$ rad/s.



5. Primer criterio de Nyquist.



Ancho de banda
del pulso:

$$\overline{AB}_{BB} = \frac{f_s}{2} + f_x \quad \text{Hz}$$

**FACTOR DE
CAÍDA, α :**

factor de atenuación,
factor de conformación,
(en inglés *roll-off factor*)

$$\alpha = \frac{f_x}{f_s/2} = \frac{f_x}{B_N}$$

Como: $0 \leq f_x \leq \frac{f_s}{2}$

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

→ **Ancho de banda de Nyquist**

$$\overline{AB}_{BB} = \frac{f_s}{2} (1 + \alpha) = B_N (1 + \alpha) \quad \text{Hz}$$

$\alpha = 0$: pulso cuyo espectro coincide con el de un filtro paso bajo ideal de ancho de banda B_N Hz, y respuesta temporal según una función *sinc*.

$\alpha = 1$: el ancho de banda aumenta hasta $2B_N$ Hz.

- Este nuevo filtro se puede aproximar mejor en la práctica debido a su caída gradual.
- El pulso decae más rápidamente \Rightarrow menor IES fuera de los instantes de decisión.

5. Primer criterio de Nyquist.

PRIMER CRITERIO DE NYQUIST

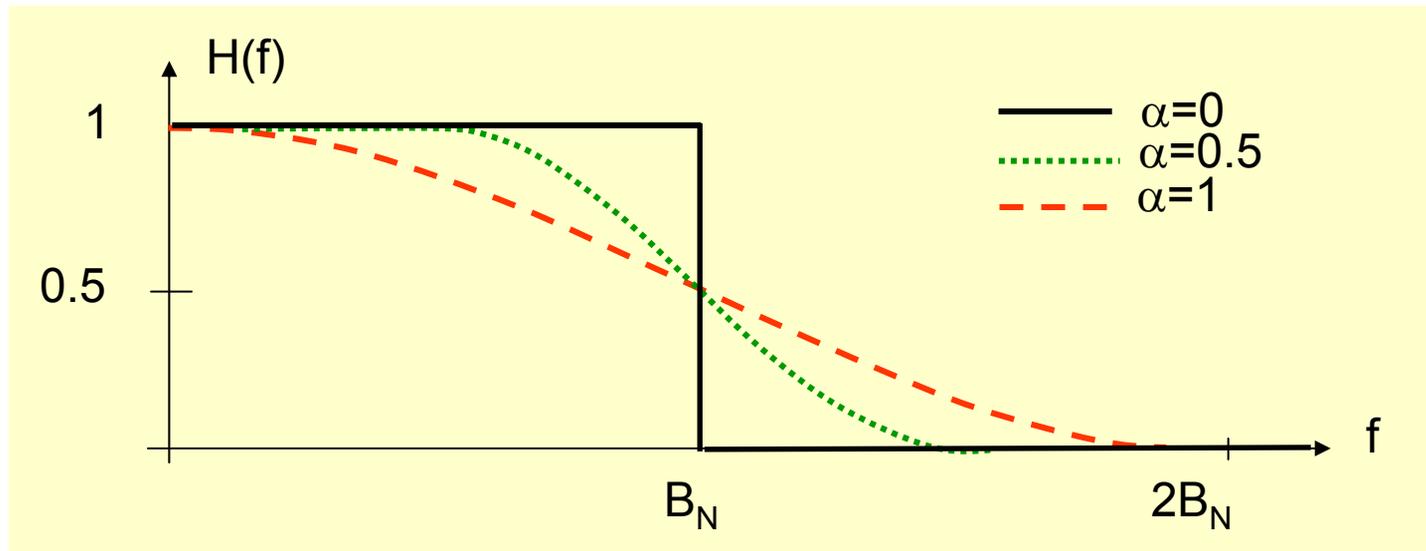
Se pueden transmitir f_s pulsos por segundo con IES nula en los instantes de decisión utilizando un ancho de banda entre $f_s / 2$ y f_s Hz, dependiendo del valor α elegido: entre 0 y 1.

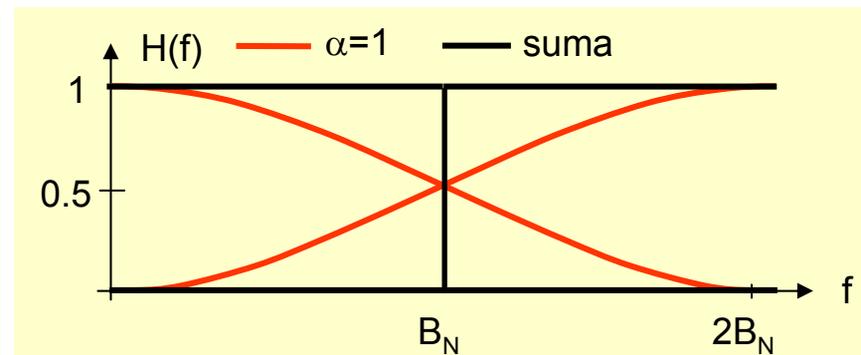
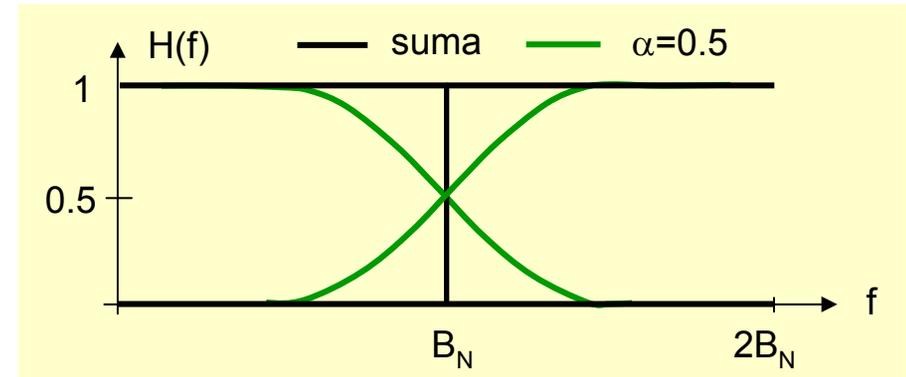
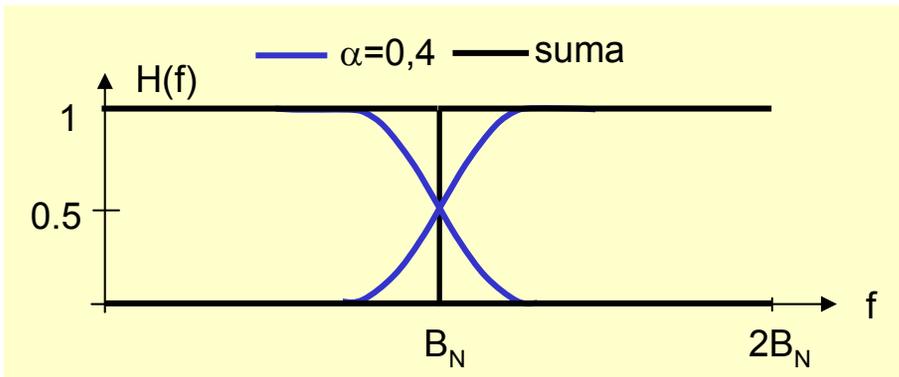
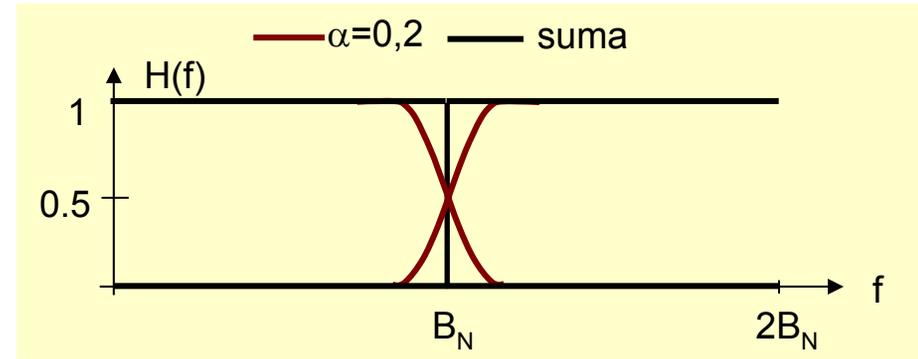
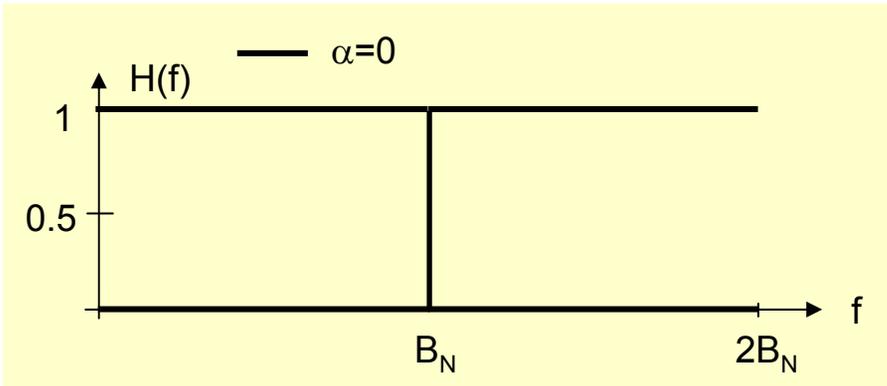
El espectro debe tener simetría residual en torno a $f_s / 2$.

5. Primer criterio de Nyquist.

Familia de espectros que satisface el primer criterio de Nyquist:
FILTROS DE COSENO ALZADO

$$H(f) = \begin{cases} 1 & ; |f| \leq B_N - f_x \\ \frac{1}{2} \left[1 - \operatorname{sen} \left(\frac{\pi(f - B_N)}{2f_x} \right) \right] & ; |f - B_N| \leq f_x \\ 0 & ; |f| \geq B_N + f_x \end{cases}$$

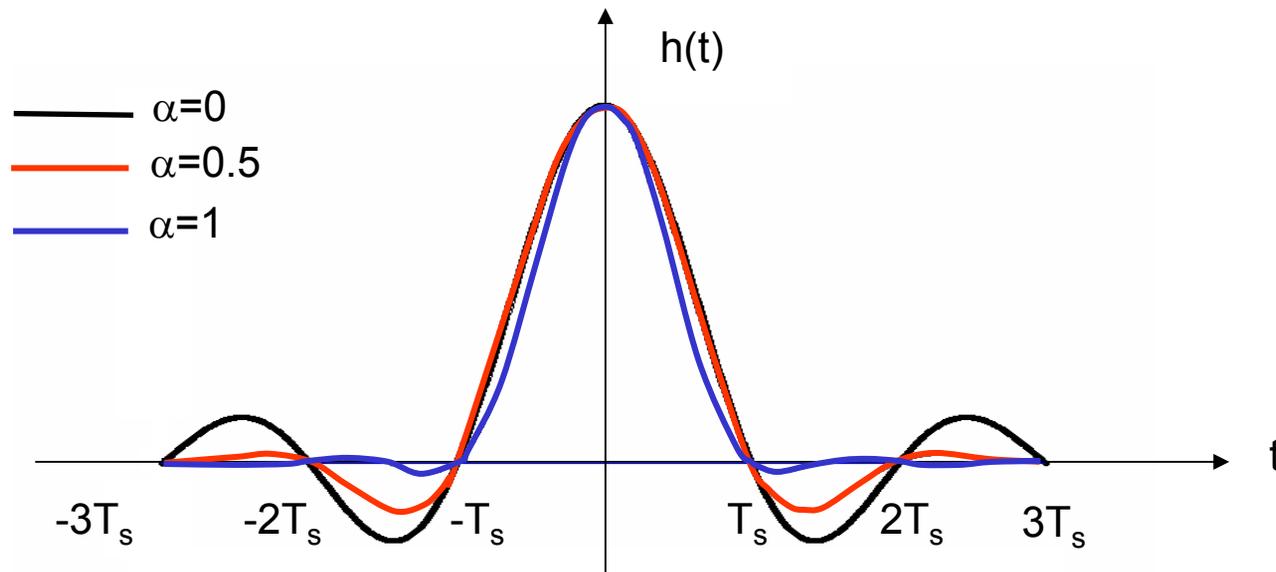




5. Primer criterio de Nyquist.

Expresión general de un filtro de coseno alzado (en función de α y B_N):

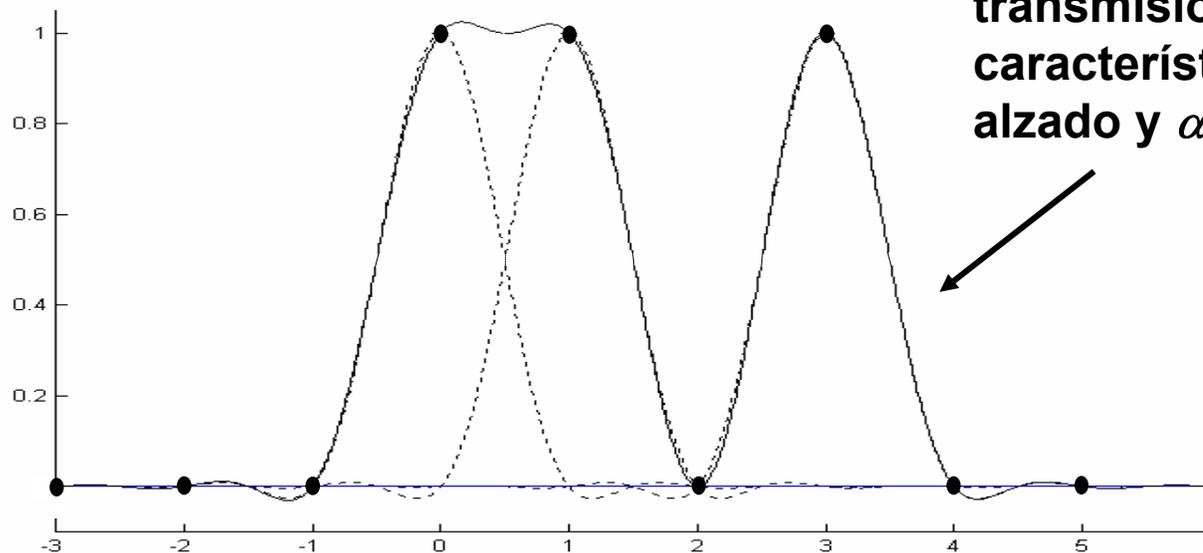
$$h(t) = 2B_N \cdot \text{sinc}(2 \cdot B_N \cdot t) \cdot \frac{\cos(2\pi \cdot \alpha \cdot B_N \cdot t)}{1 - (4 \cdot \alpha \cdot B_N \cdot t)^2}$$



5. Primer criterio de Nyquist.

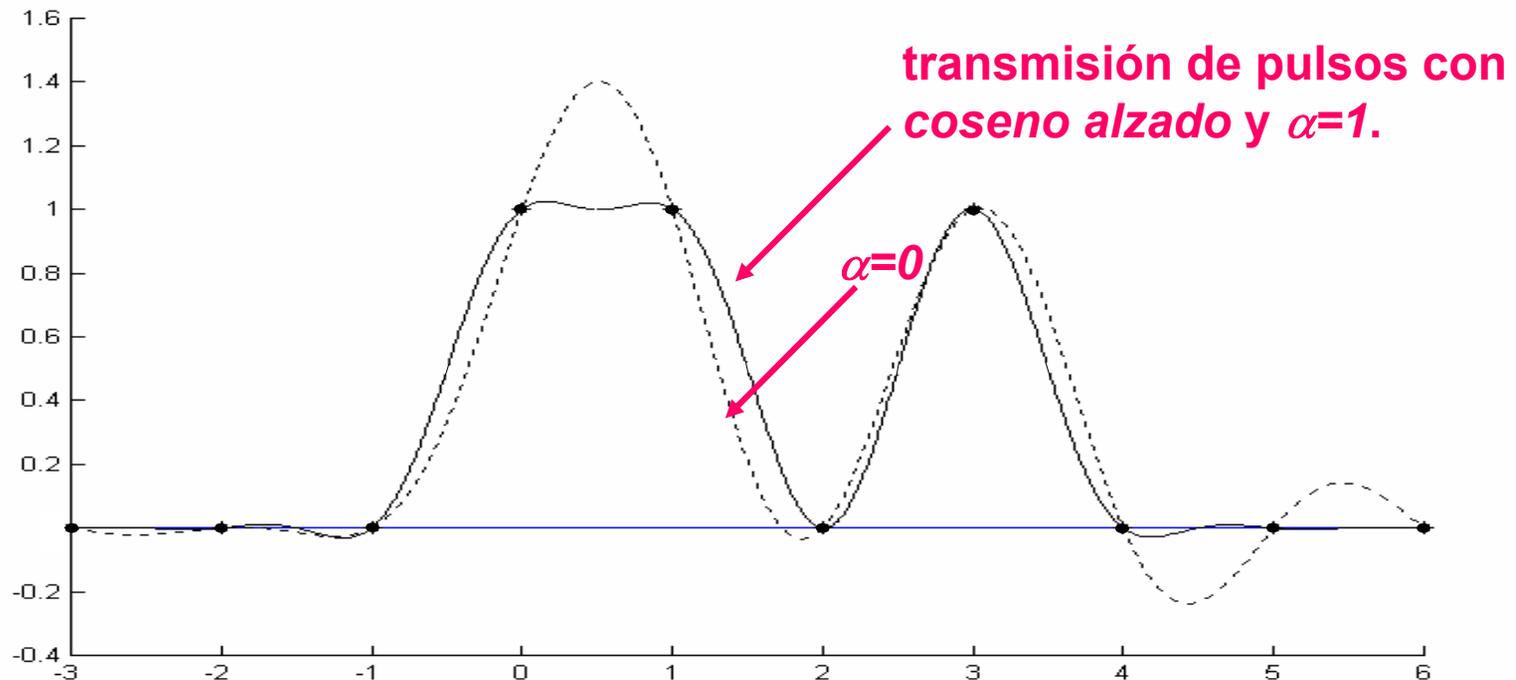
$$\alpha = 1$$

- El pulso decae rápidamente \Rightarrow más robusto frente a errores de sincronía.
- Se anula en los instantes de decisión y en los instantes intermedios.



5. Primer criterio de Nyquist.

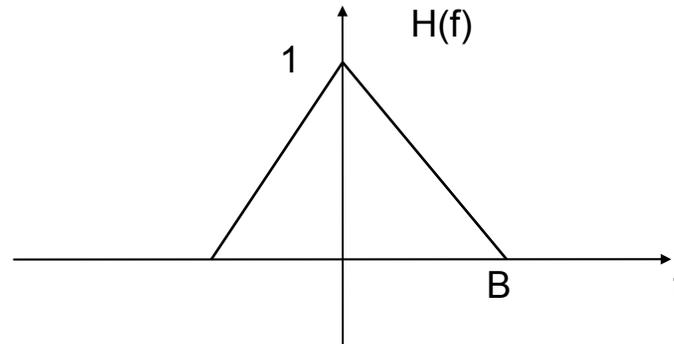
Señales filtradas con $\alpha = 0$ y $\alpha = 1$:



Con $\alpha = 1$ se provoca menor IES fuera de los instantes de decisión.

Problema 1:

1. Un canal tiene la siguiente característica de transferencia



Se pide:

- Determine la respuesta impulsiva y dibújela.
- Verifique si se cumple el primer criterio de Nyquist. En caso afirmativo determine el factor de caída.
- En caso afirmativo a b), proponga un nuevo factor de caída para el canal, determine la respuesta impulsiva y compárela con el resultado de a).
- En cada caso determine la máxima velocidad de transmisión para IES nula.

Problema 4:

4. Se transmiten datos binarios en banda base a través de una línea telefónica de ancho de banda 3,6 KHz. Los pulsos están conformados de acuerdo con el primer criterio de Nyquist con un factor de caída $\alpha=0,2$.
- a) Haga un trazo aproximado del espectro del pulso $P(f)$ y calcule el ancho de banda de Nyquist, W (B_N)
- b) Determine la velocidad de transmisión y el régimen binario si el alfabeto empleado consta de 8 símbolos **codificados**.

Problema 5:

5. Una fuente de datos se muestrea, cuantifica y codifica PCM. Cada muestra se codifica en una palabra que consta de 3 bits de información (datos) y uno de sincronismo. La transmisión se lleva a cabo por un canal de 6000 Hz de ancho de banda en banda base usando pulsos de Nyquist con un factor de caída del 50%, donde cada pulso transmite la información de un bit.

Determine:

- a) Máxima tasa de transmisión de bits.
- b) Máxima tasa de transmisión de bits de datos.
- c) Máximo ancho de banda base de las señales de la fuente. Si se reduce a la mitad los niveles del cuantificador y se mantiene la máxima tasa de transmisión de bits, ¿cuál sería el ancho de banda base máximo para las señales de la fuente?

Problema 6:

6. En un sistema de telecomunicación digital se emplea un código de línea con pulsos 16 niveles posibles. Se pide:
 - a) Ancho de banda mínimo que se requiere para una transmisión de 12000 bps.
 - b) Ancho de banda si se aplica el primer criterio de Nyquist con un factor de caída $\alpha=0,2$.

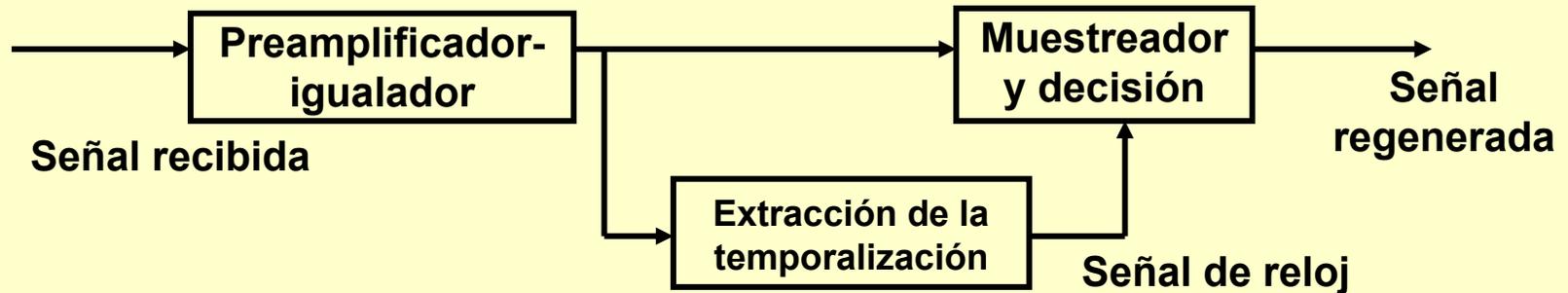
Tema V: Transmisión digital en banda base

- ✓ 1. Introducción.
- ✓ 2. Sistema de comunicación digital en banda base.
- ✓ 3. Régimen binario, tasa de símbolos. Mensaje, carácter y símbolo.
- ✓ 4. Códigos de línea.
- ✓ 5. Efectos de la limitación del ancho de banda del canal en la recepción: Interferencia entre símbolos (IES). Primer criterio de Nyquist.
6. Regenerador de datos.
 - 6.1 Diagrama de ojos.
 - 6.2 Jitter.
7. Receptor.

6. Regenerador de datos. (Repetidor regenerativo)

OBJETIVO:

Reconstruir el tren de pulsos transmitido en diferentes puntos a lo largo del canal con el fin de eliminar la distorsión de la señal y el ruido.



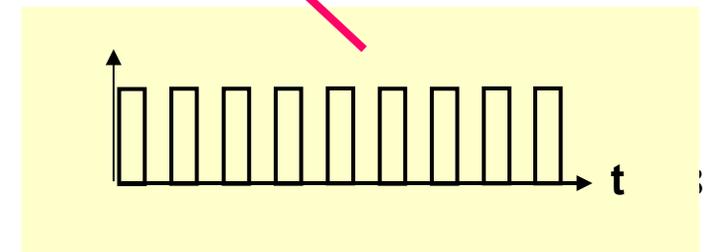
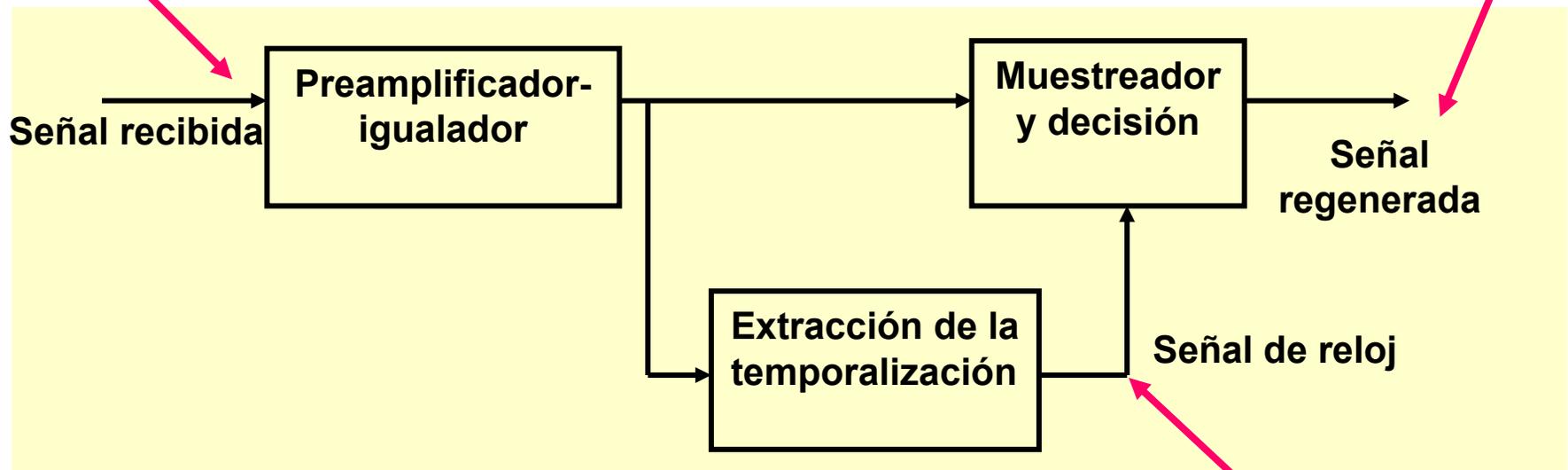
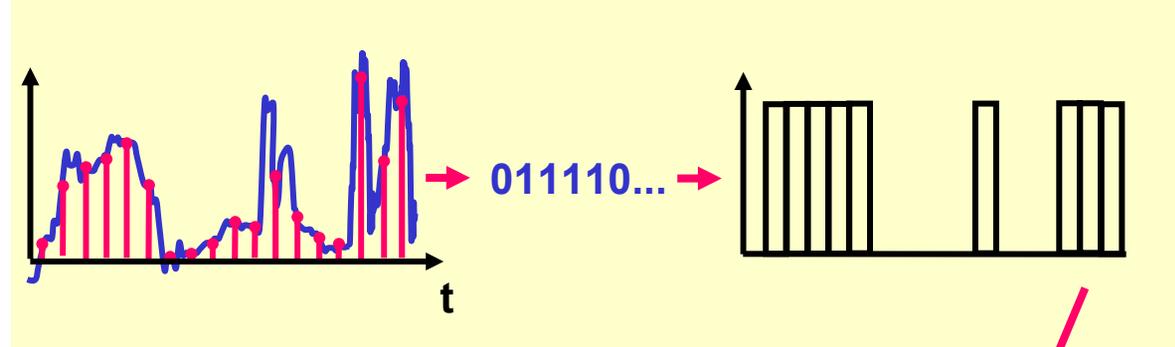
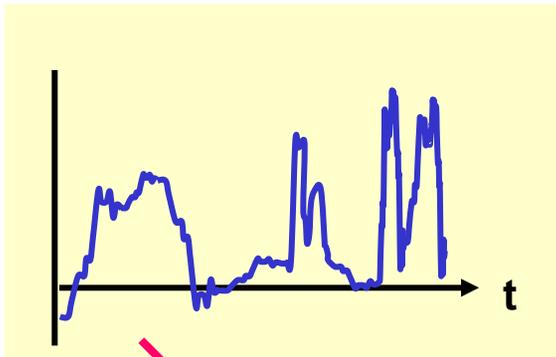
Pre amplificador-igualador: Compensa el efecto del canal, presentando una característica en frecuencia inversa a la del medio de transmisión.

Extracción de temporalización: Extrae la señal de reloj necesaria para muestrear la señal en los instantes óptimos de decisión.

- *Fuente maestra de sincronización* => sistemas de alta velocidad, alto coste.
- *Reloj piloto.* => ocupa parte de la capacidad del canal.
- *Autosincronización:* la señal de reloj se obtiene de la señal recibida.

Muestreador y decisión: Muestra la señal en los intervalos de símbolo y determina el símbolo transmitido.

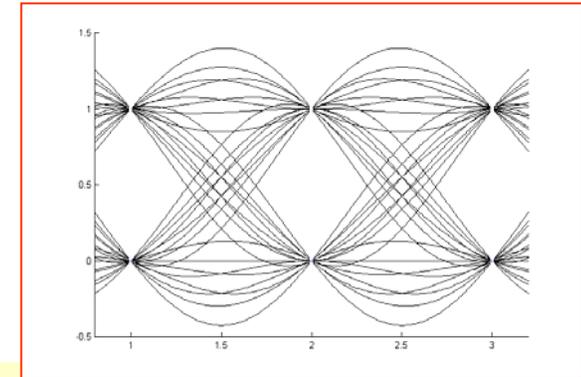
6. Regenerador de datos.



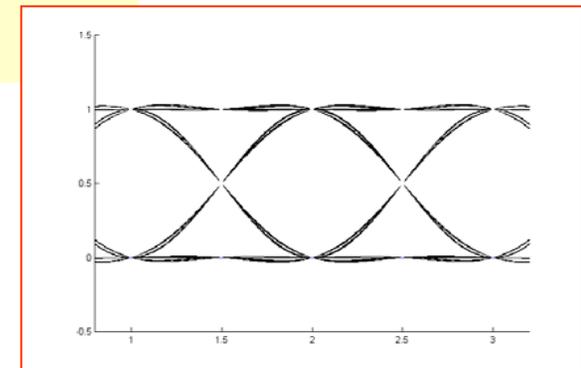
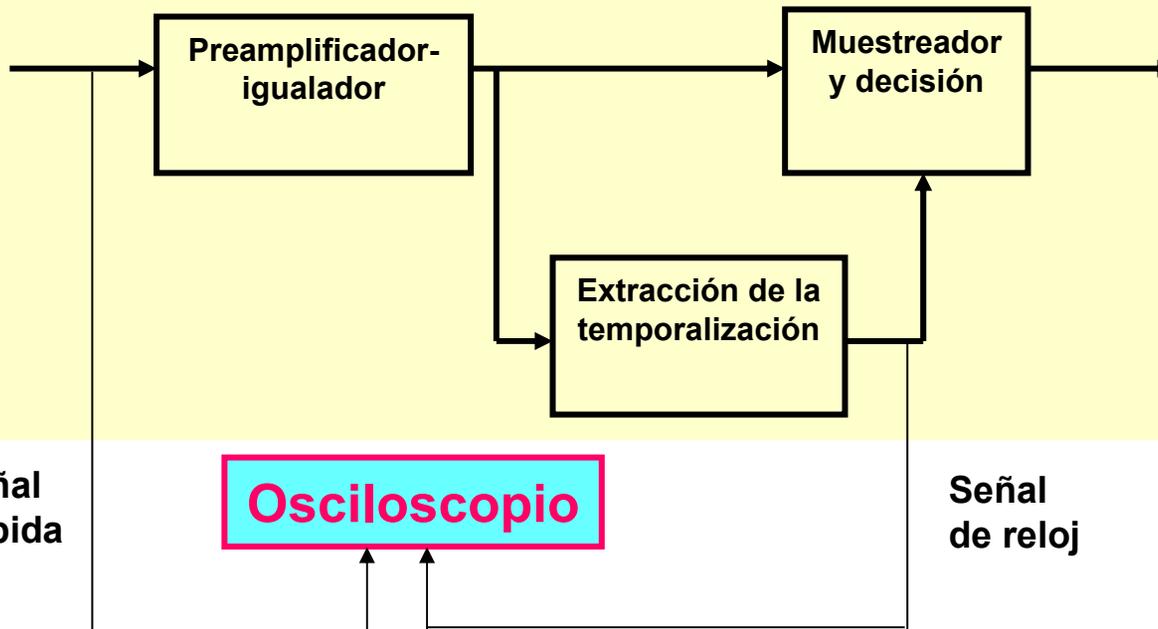
6.1 Diagrama de ojos.

Permite estudiar la IES:

- Canal del osciloscopio: **señal recibida**.
- Sincronización de la base de tiempos: **señal del reloj** recuperado en el receptor (o la del transmisor, si estuviese disponible).



↑ $\alpha=0$
Diagramas
de ojo
↓ $\alpha=1$

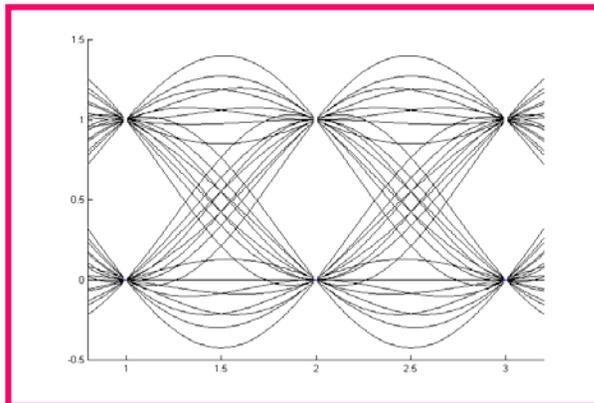


6.1 Diagrama de ojos.

CIERRE VERTICAL DEL OJO:

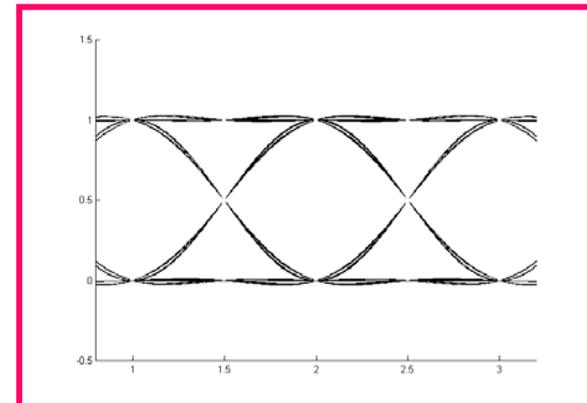
- Si la IES no es nula en los instantes de decisión.
- Ruido en el canal.

$\alpha = 0$

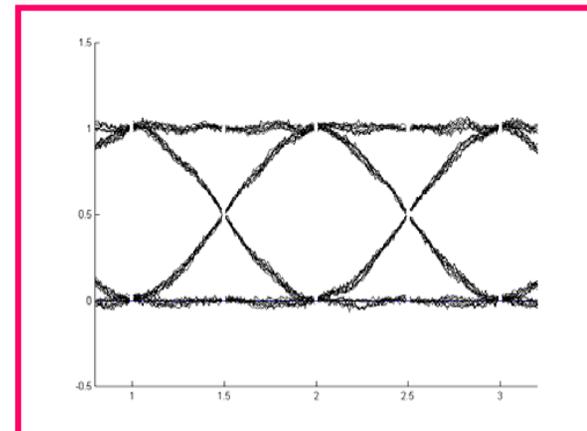
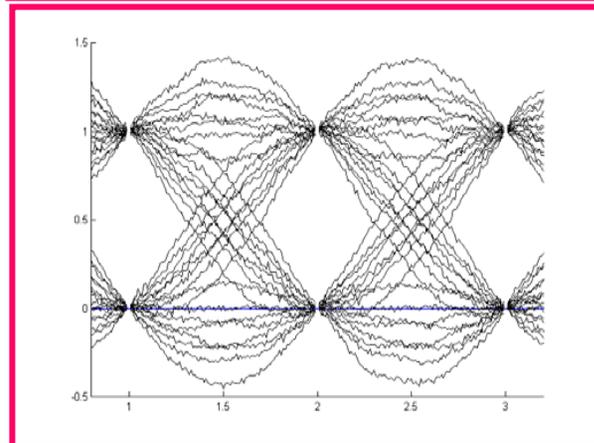


Sin ruido

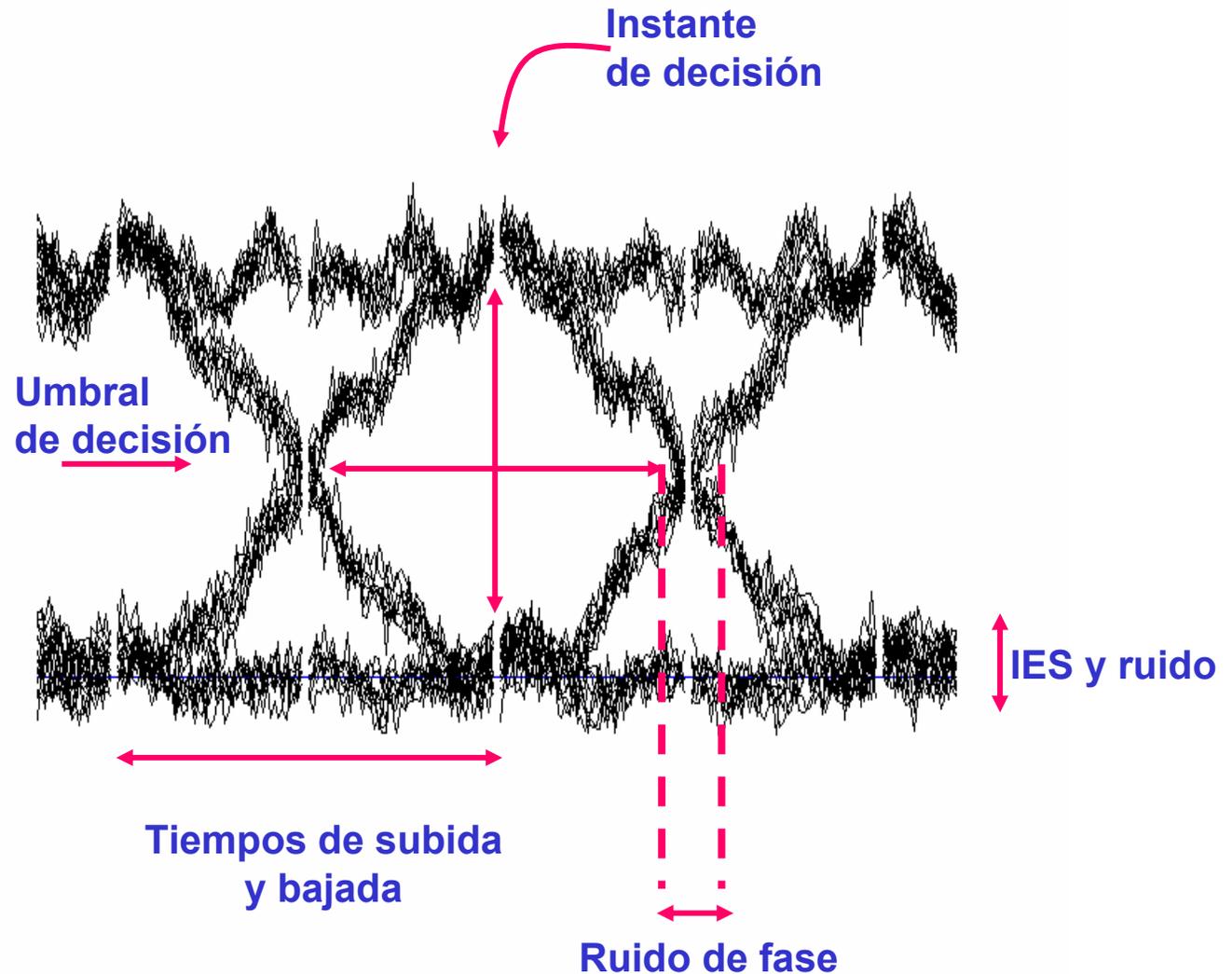
$\alpha = 1$



Con ruido

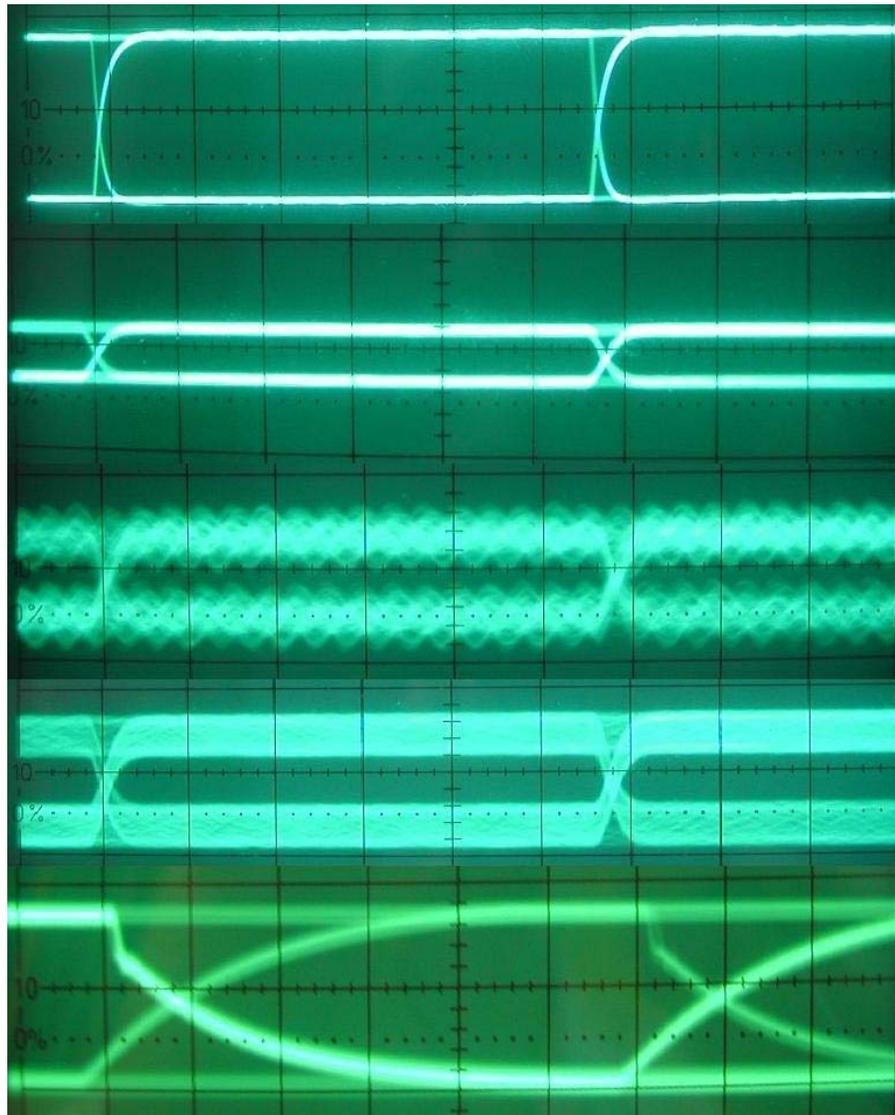


6.1 Diagrama de ojos.



6.1 Diagrama de ojos.

Ejemplo de aplicación:



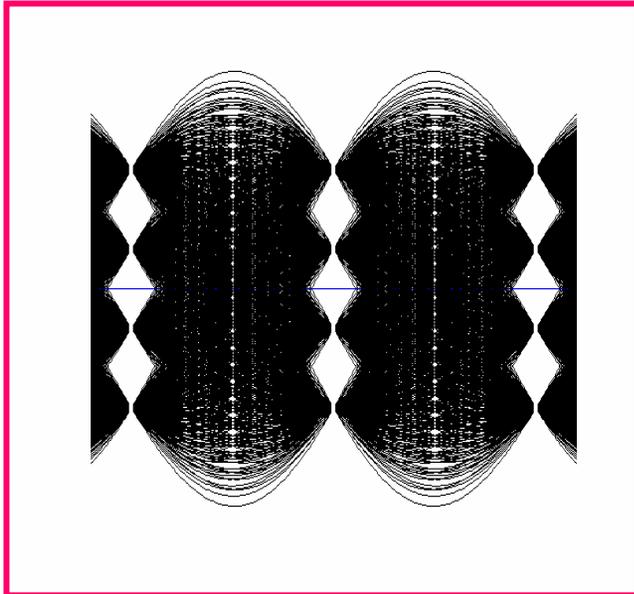
→ **Atenuación**

→ **Ruido**

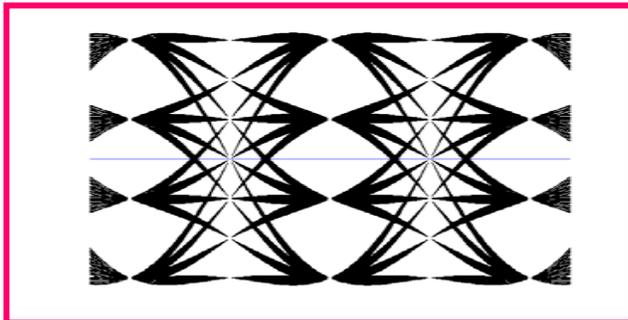
→ **Interferencia**

→ ↓ **AB del canal**

6.1 Diagrama de ojos.



Diagramas de ojo de una señal de 4 niveles (familia de coseno alzado, $\alpha = 0$ y $\alpha = 1$).



6.2 Jitter.

DEFINICIÓN:

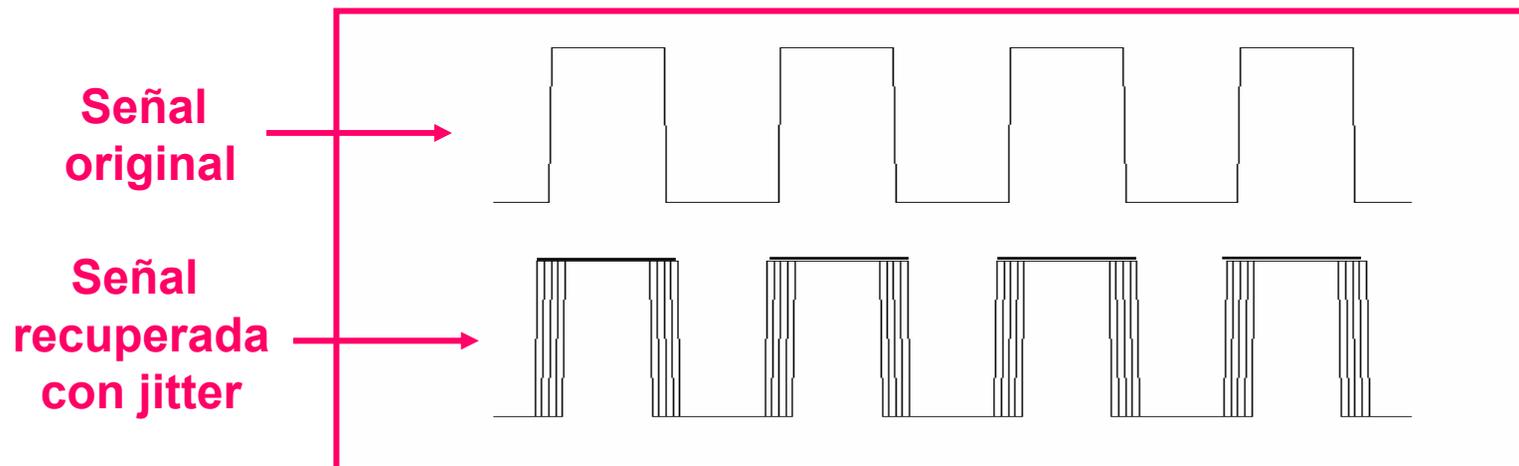
Ruido de fase que se observa al recuperar el reloj en el receptor.

CAUSAS:

Puede deberse a la distorsión y al ruido introducido por el canal y a imperfecciones en el circuito de recuperación de reloj.

EFECTOS:

El elemento de decisión no muestrea la señal en los instantes óptimos $\Rightarrow \uparrow$ n° de errores.



Problema de examen 1:

Una señal digital de 240 kbps se transmite por un canal paso bajo con pulsos de 4 amplitudes posibles. Calcule:

- a) La tasa de símbolo de la señal.
- b) El ancho de banda de la señal si se transmiten pulsos no conformados.
- c) El ancho de banda de la señal si se transmiten pulsos conformados con un factor de caída de 0'5.
- d) El factor de caída de la señal si se transmiten pulsos conformados por un canal paso bajo de 100 kHz de ancho de banda.

Problema de examen 2:

Una señal de 512 kbps se transmite por un canal paso bajo con pulsos de 8 amplitudes posibles. Determine:

- a) Los baudios que se transmiten por el canal.
- b) El ancho de banda necesario si los pulsos se conforman según el Primer Criterio de Nyquist de conformación de pulsos, con un factor de caída igual a 0'5.
- c) Dibuje la forma del espectro de los pulsos. Use característica lineal o de coseno alzado. Determine el valor de frecuencia en torno a la que el espectro tiene simetría residual. Indique en la figura la frecuencia por debajo de la cual el espectro tiene valor constante.

Problema de examen 3:

La respuesta al impulso de un medio de transmisión es:

$$h(t) = \text{sinc}(100 t) \text{sinc}^2(500 t)$$

en donde se consideran incluidos los efectos de los filtros del transmisor y del receptor. Explique si es posible transmitir sin IES por él. En caso afirmativo calcule la máxima tasa de símbolo posible.

Tema V: Transmisión digital en banda base

- ✓ 1. Introducción.
- ✓ 2. Sistema de comunicación digital en banda base.
- ✓ 3. Régimen binario, tasa de símbolos. Mensaje, carácter y símbolo.
- ✓ 4. Códigos de línea.
- ✓ 5. Efectos de la limitación del ancho de banda del canal en la recepción: Interferencia entre símbolos (IES). Primer criterio de Nyquist.
- ✓ 6. Regenerador de datos.
 - 6.1 Diagrama de ojos.
 - 6.2 Jitter.
- 7. Receptor.

7. Receptor.

DETECCIÓN BINARIA DE SEÑALES EN PRESENCIA DE RBGA:

Durante un intervalo de señalización, T_s , un sistema binario transmitirá una de las dos formas de onda posibles, $s_1(t)$ o $s_0(t)$. La señal transmitida en un intervalo de símbolo se representa por:

$$s_i(t) = \begin{cases} s_1(t) & 0 \leq t \leq T_s & \text{para un "1" binario} \\ s_0(t) & 0 \leq t \leq T_s & \text{para un "0" binario} \end{cases}$$

La señal $r(t)$, recibida será:

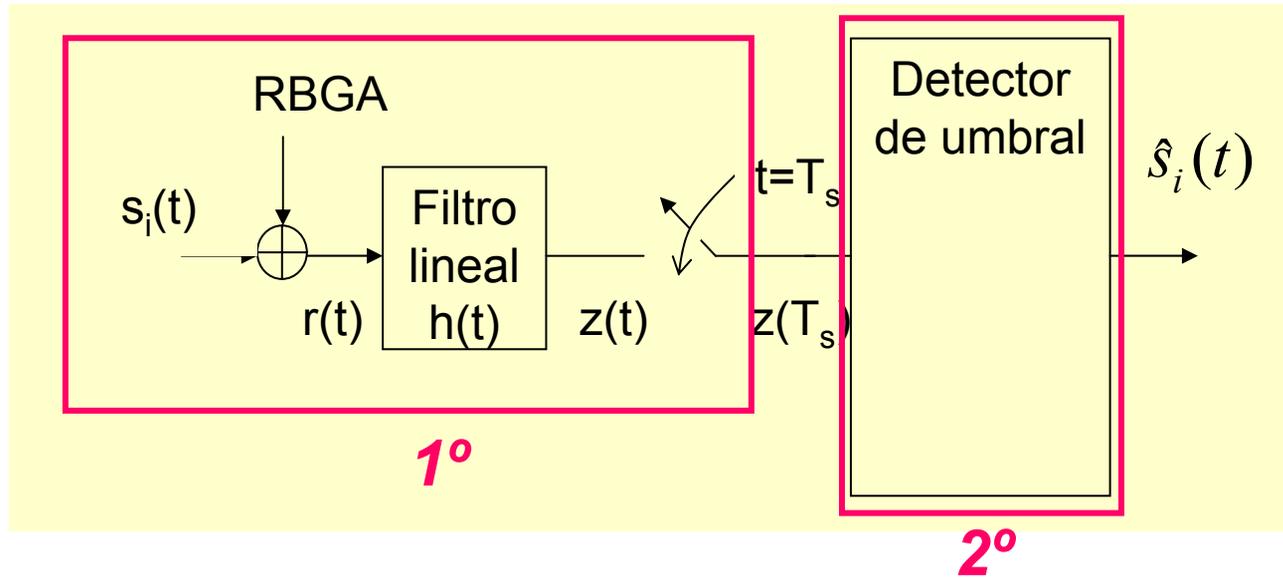
$$r(t) = s_i(t) + n(t); \quad i = 0, 1; \quad 0 \leq t \leq T_s$$



Ruido blanco gaussiano y aditivo (RBGA) de valor medio nulo.

7. Receptor.

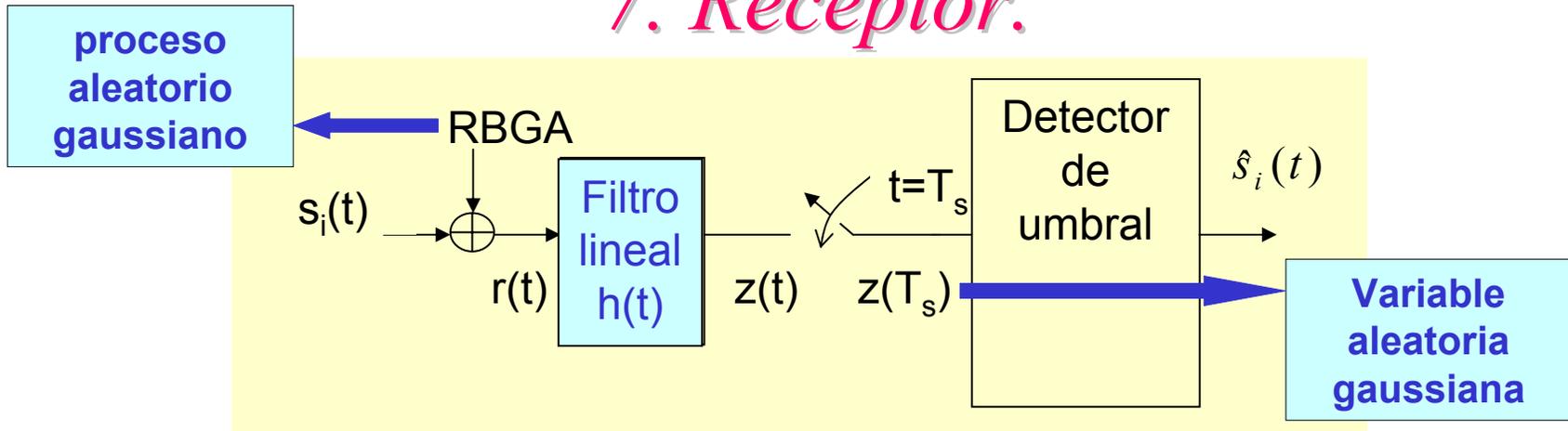
Proceso de detección en RBGA:



1º Reducir la forma de onda recibida a un número simple, $z(t=T_s)$.

2º Comparar $z(T_s)$ con el nivel de umbral para estimar qué señal se transmitió. (Una vez que de la onda recibida $r(t)$ se obtiene la muestra $z(T_s)$, ya no importa la forma de la onda).

7. Receptor.



La muestra en el instante T_s vale:

$$z(T_s) = a_i(T_s) + n_o(T_s); \quad i = 0, 1$$

$a_i(T_s)$:
componente de
señal de $z(T_s)$.

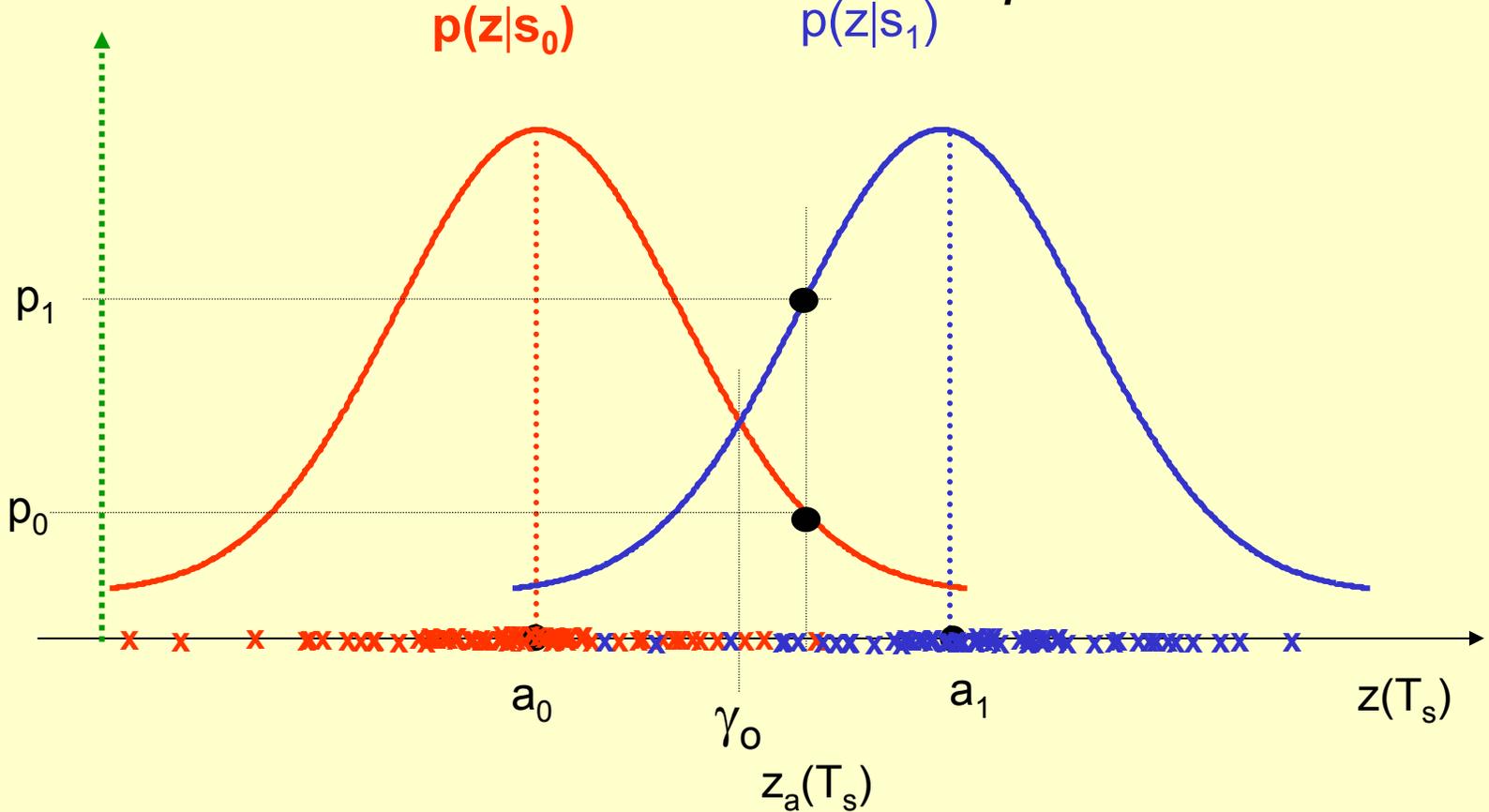
$n_o(T_s)$: componente de ruido. Es una
variable gaussiana de valor medio
nulo.

$z(T_s)$: variable aleatoria gaussiana con valor medio a_1 o a_0
dependiendo de si se envió un "1" ó un "0".

7. Receptor.

Probabilidad

Funciones de densidad de probabilidad condicionadas



7. Receptor.

Comparación de $z(T_s)$ con el nivel de umbral para estimar qué señal se transmitió:

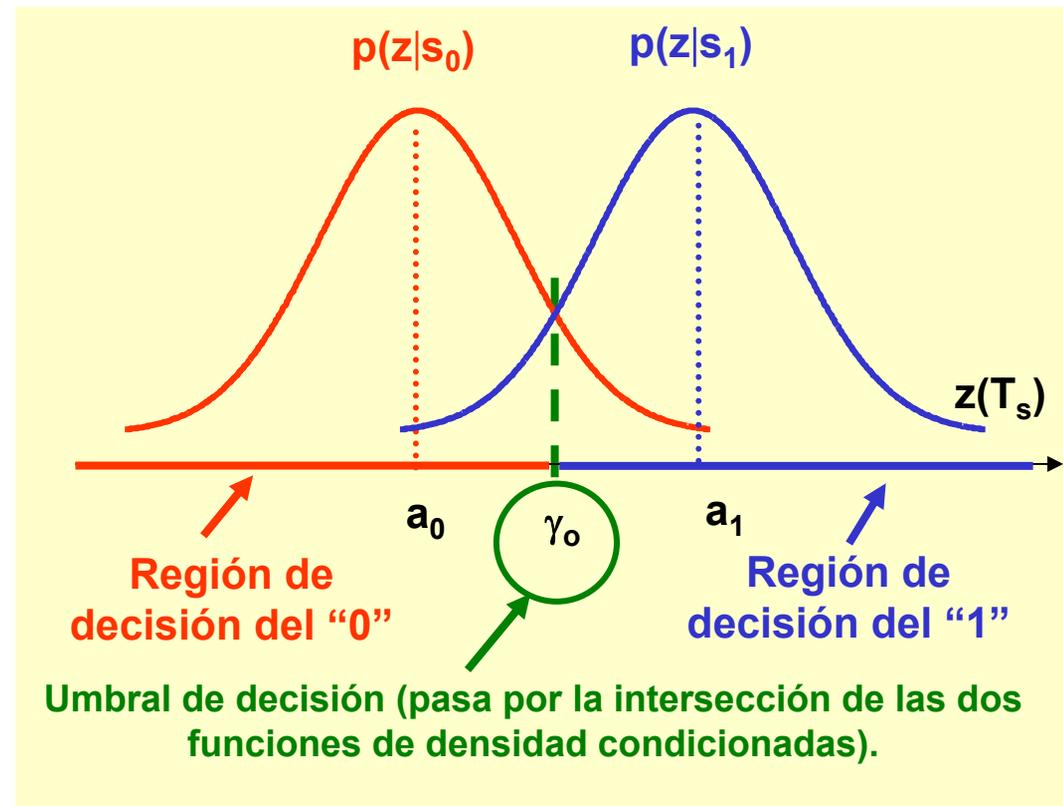
$$z(T_s) \begin{cases} > \gamma_0 \\ < \gamma_0 \end{cases} \begin{matrix} H_1 \\ H_0 \end{matrix}$$

H_1 y H_0 : hipótesis binarias.

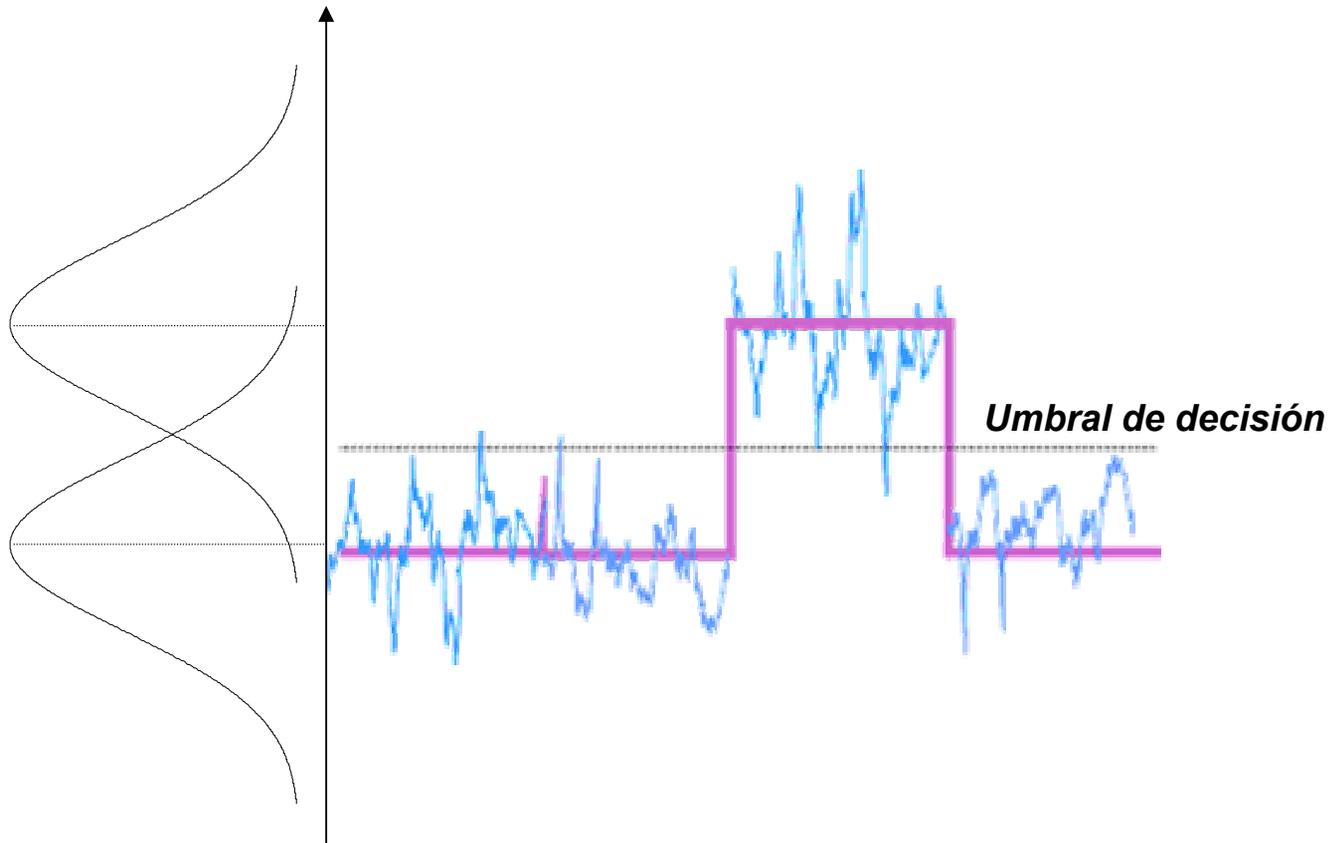
H_1 : se envió la señal $s_1(t)$.

H_0 : se envió la señal $s_0(t)$.

Si $z(T_s) = \gamma_0$ se puede tomar cualquiera de las dos.



7. Receptor.



7. Receptor.

¿CÓMO ELEGIR γ_0 , EL UMBRAL?

Criterio habitual: elegir el umbral para minimizar la probabilidad de error.

Planteamiento
de la *regla de
decisión*:

$$p(s_1|z) \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} H_1 \\ H_0 \end{matrix} p(s_0|z)$$

probabilidades a posteriori

Aplicando Teorema de Bayes y considerando $P(s_0) = P(s_1)$ (probabilidades a priori) y $p(z/s_i)$ ($i=0,1$) simétricas:

$$z(T_s) \begin{matrix} > \\ < \end{matrix} \begin{matrix} H_0 \\ H_1 \end{matrix} \frac{a_0 + a_1}{2} = \gamma_0$$

a_0 y a_1 : componentes de señal de $z(T_s)$ cuando se transmite $s_0(t)$ o $s_1(t)$.

Nivel de umbral, γ_0 : *umbral óptimo* para minimizar la probabilidad de que el detector tome una decisión incorrecta.

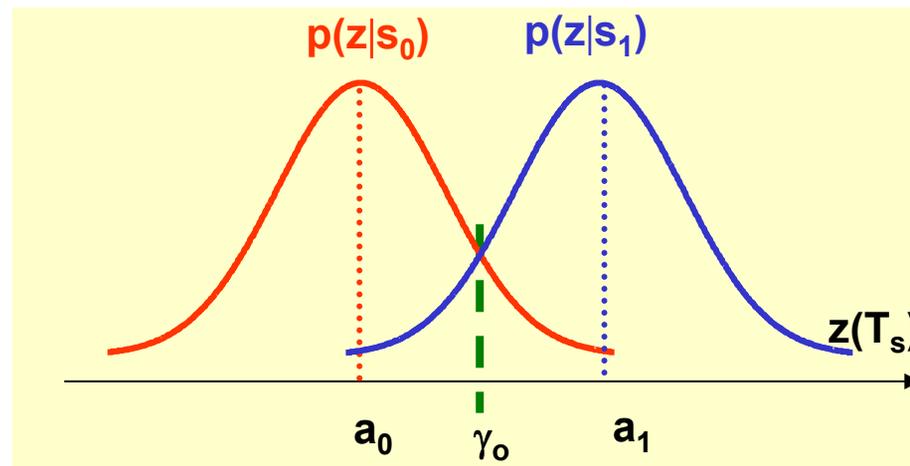
7. Receptor.

Probabilidad de error:

Un error, e , ocurrirá cuando se envíe $s_1(t)$ y debido al ruido del canal el valor $z(T_s)$ sea menor que γ_0 o viceversa. La probabilidad de que esto ocurra es:

$$P(e|s_1) = P(H_0|s_1) = \int_{-\infty}^{\gamma_0} p(z|s_1) dz$$

$$P(e|s_0) = P(H_1|s_0) = \int_{\gamma_0}^{\infty} p(z|s_0) dz$$



7. Receptor.

Probabilidad de error:

$$P(e|s_1) = P(H_0|s_1) = \int_{-\infty}^{\gamma_0} p(z|s_1) dz$$

$$P(e|s_0) = P(H_1|s_0) = \int_{\gamma_0}^{\infty} p(z|s_0) dz$$

Probabilidad de error de bit:

$$P_B = P(e|s_1)P(s_1) + P(e|s_0)P(s_0)$$



$$P_B = P(H_0|s_1)P(s_1) + P(H_1|s_0)P(s_0)$$



Si $P(s_1) = P(s_0) = 1/2$

$$P_B = \frac{1}{2} P(H_0|s_1) + \frac{1}{2} P(H_1|s_0)$$



Debido a la simetría de las fdp

$$P_B = P(H_0|s_1) = P(H_1|s_0)$$

7. Receptor.

Probabilidad de error:

$$P_B = \int_{\gamma_o = \frac{(a_1 + a_0)}{2}}^{\infty} \frac{1}{\sigma_o \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{z - a_0}{\sigma_o}\right)^2\right) dz$$

Cambio $u = (z - a_0) / \sigma_o$
 $\Rightarrow \sigma_o du = dz$

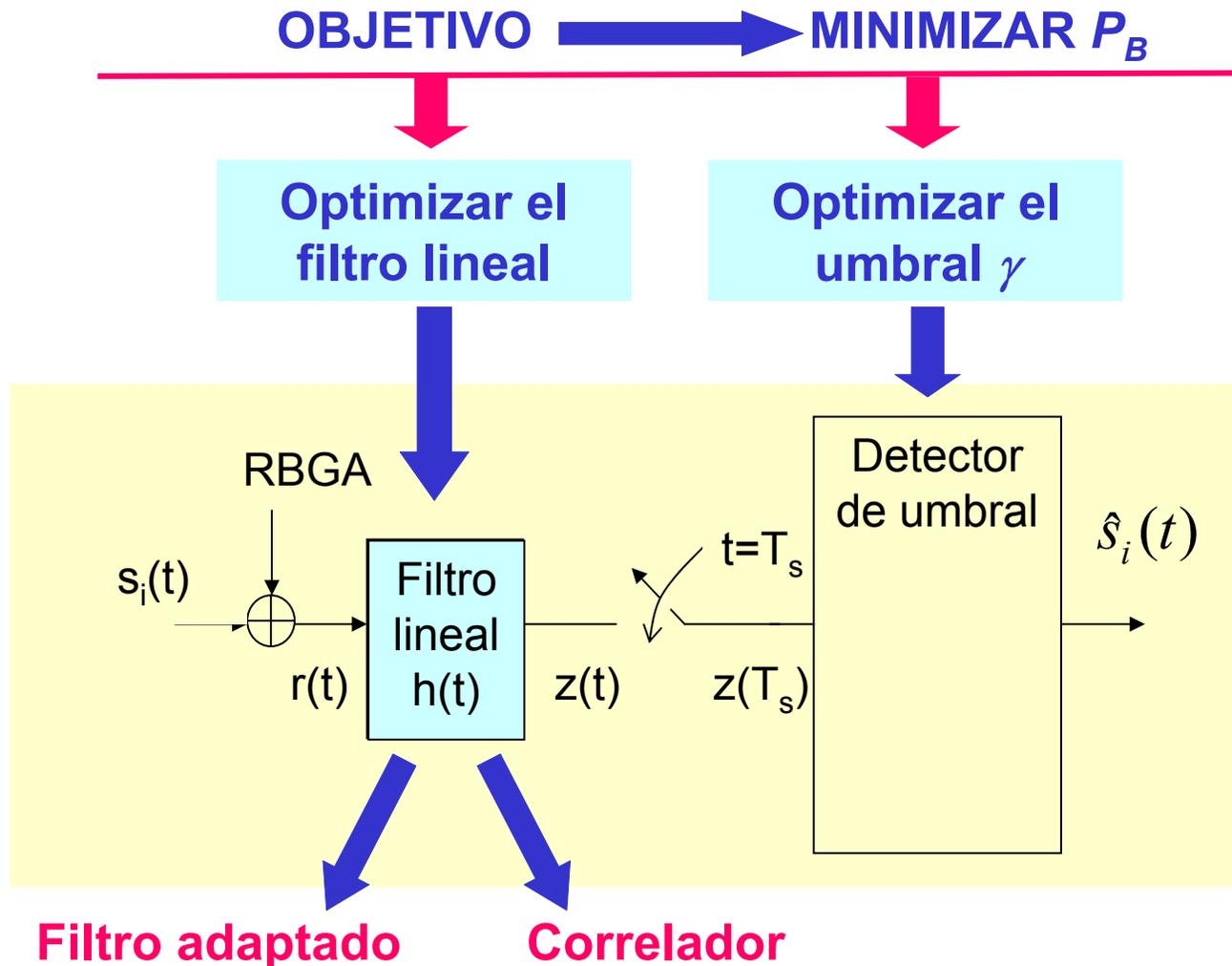
σ_o^2 : varianza del ruido a la salida del filtro lineal

$$P_B = \int_{u = \frac{(a_1 - a_0)}{2\sigma_o}}^{u = \infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du = Q\left(\frac{a_1 - a_0}{2\sigma_o}\right)$$

Función de error complementaria

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du$$

7. Receptor.



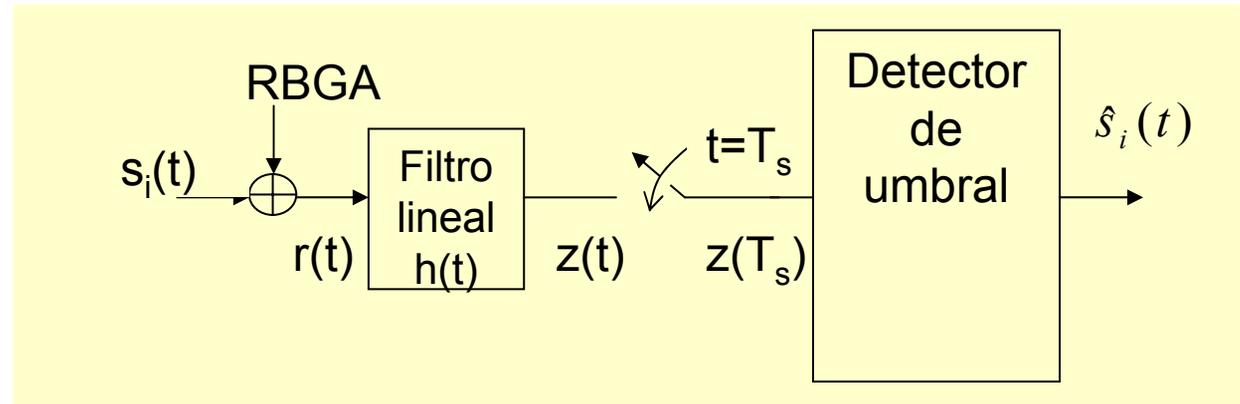
7. Receptor.

Filtro adaptado:

Filtro lineal que suministra la **máxima relación señal a ruido** en su salida para una forma de onda transmitida.

$$r(t) = s_i(t) + n(t)$$

$$z(T_s) = a_i + n_0$$



$(S/N)_{T_s}$, en $t=T_s$ a la salida del muestreador:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{T_s} = \frac{a_i^2}{\sigma_o^2}$$

potencia media
del ruido

Se puede
demostrar que
el máximo de
esta relación es:

$$\max\left(\frac{S}{N}\right)_{T_s} = \frac{2E}{N_0}$$

E: Energía de
la señal de
entrada s(t)
 $N_0/2$: DEP del
ruido a la
entrada

¿QUÉ BUSCAMOS?

La función de transferencia del filtro que maximiza la ecuación anterior.

7. Receptor.

Filtro adaptado:

La función de transferencia del filtro óptimo es:

$$h(t) = \begin{cases} ks(T_s - t) & 0 \leq t \leq T_s \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$$



La respuesta al impulso del filtro que produce la máxima S/N en la salida tiene la forma de **la señal enviada $s(t)$, reflejada respecto del origen y retardada T_s segundos.**

- ◆ El término *filtro adaptado* se usa como sinónimo de producto-integrador o *correlador*, ya que la salida del correlador y la salida del filtro adaptado valen lo mismo en el instante $t=T_s$.

7. Receptor.

Aplicación del filtro adaptado:

El umbral óptimo de decisión se traduce en:

$$P_B = Q\left(\frac{a_1 - a_0}{2\sigma_o}\right) \quad \text{Si } x \uparrow \Rightarrow Q(x) \downarrow$$

Para minimizar P_B se precisa seleccionar un filtro óptimo que maximice el argumento de $Q(x)$:

$$\equiv \text{maximizar } \frac{(a_1 - a_0)^2}{\sigma_o^2}$$

$(a_1 - a_0)$ es la diferencia de las componentes de señal a la salida del filtro, en $t = T_s$, y el cuadrado de esta diferencia es la potencia instantánea de la señal diferencia.

7. Receptor.

Aplicación del filtro adaptado:

Considerando el uso del **filtro adaptado a la señal diferencia**, la relación entre la potencia de la señal y la potencia media del ruido en el instante $t=T_s$ a la salida del filtro adaptado es:

Recordatorio del filtro adaptado:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{T_s} = \frac{a_i^2}{\sigma_o^2}$$

Se puede demostrar que el máximo de esta relación es:

$$\max\left(\frac{S}{N}\right)_{T_s} = \frac{2E}{N_0}$$

E: Energía de la señal de entrada $s(t)$
 $N_0/2$: DEP del ruido a la entrada

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{T_s} = \frac{(a_1 - a_0)^2}{\sigma_o^2} = \frac{2E_d}{N_0}$$

Energía de la señal diferencia:

$$E_d = \int_0^{T_s} (s_1(t) - s_0(t))^2 dt$$

$$P_B = Q\left(\frac{a_1 - a_0}{2\sigma_o}\right)$$

$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{E_d}{2N_0}}\right)$$

7. Receptor.

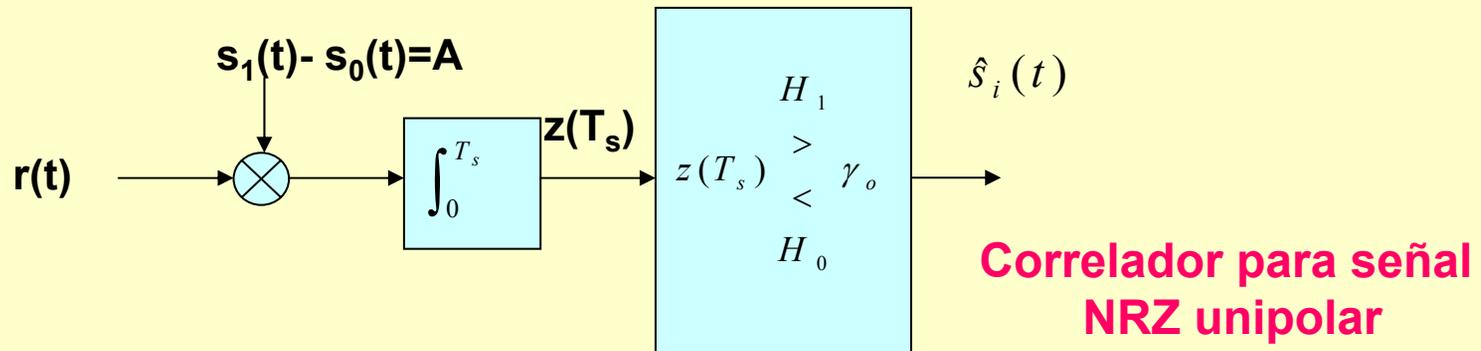
Probabilidad de error de señales binarias:

Señalización NRZ unipolar:

$$\begin{aligned}
 s_1(t) &= A & 0 \leq t \leq T_s & \text{ para el "1" binario} \\
 s_0(t) &= 0 & 0 \leq t \leq T_s & \text{ para el "0" binario}
 \end{aligned}$$

A es un
constante
positiva.

Se asume que a la entrada del filtro adaptado hay RBGA y se muestra la señal en $t = T_s$.



$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{E_d}{2N_o}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{A^2 T}{2N_o}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_o}}\right)$$

$E_b = A^2 T / 2$
energía media
por bit

7. Receptor.

Probabilidad de error de señales binarias:

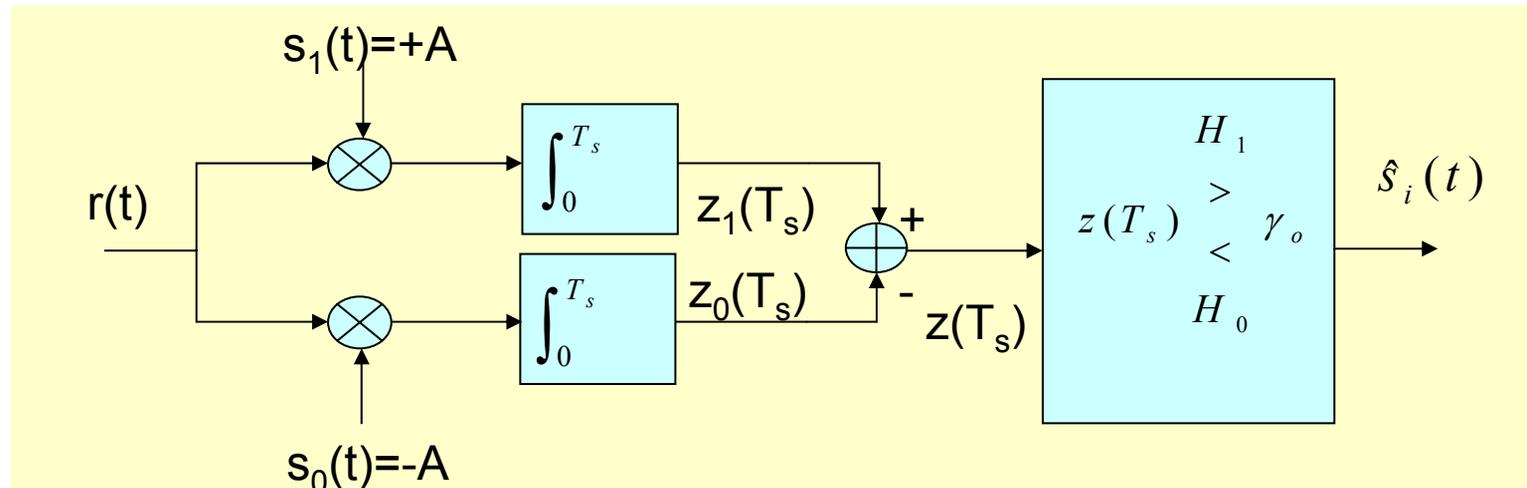
Señalización NRZ polar:

$$s_1(t) = +A \quad 0 \leq t \leq T_s \quad \text{para el "1" binario}$$

$$s_0(t) = -A \quad 0 \leq t \leq T_s \quad \text{para el "0" binario}$$

A es un
constante
positiva.

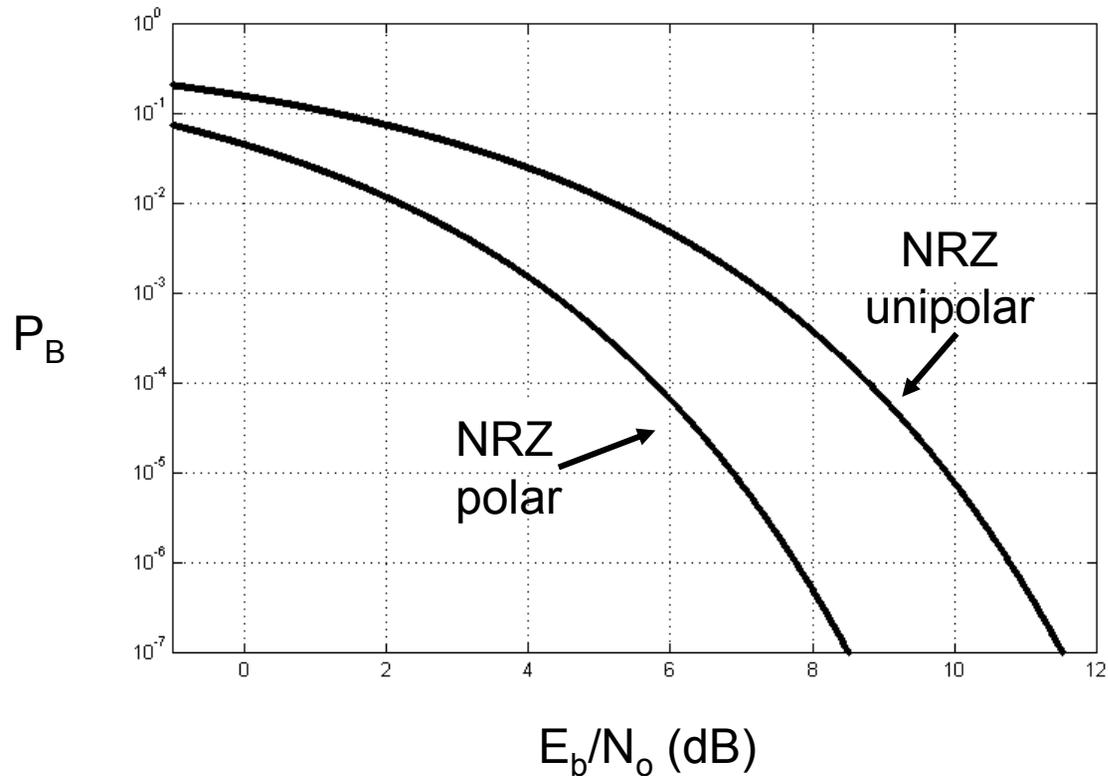
El receptor correlador puede configurarse como:



$$P_B = Q\left(\sqrt{\frac{2A^2T}{N_o}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_o}}\right)$$

Energía por bit
 $E_b = A^2T$

7. Receptor.



Probabilidad de error para las señales NRZ unipolar y polar

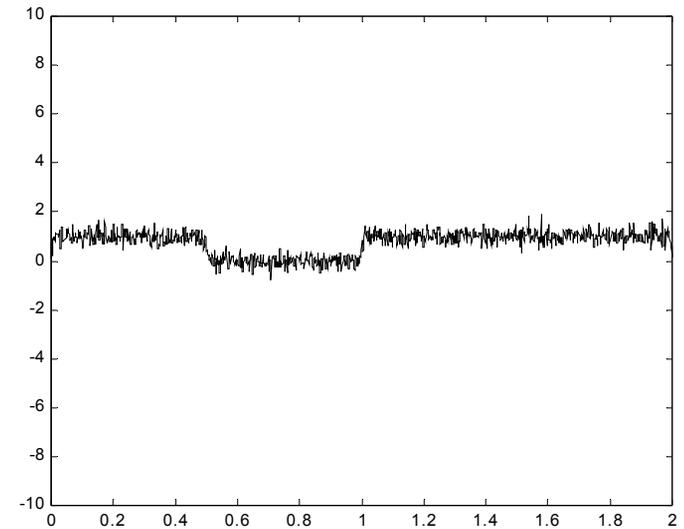
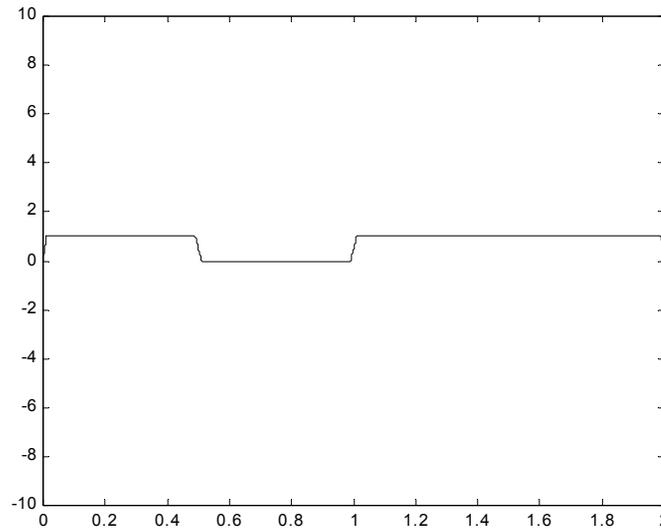
7. Receptor.

Código NRZ unipolar (I)

Señal

+

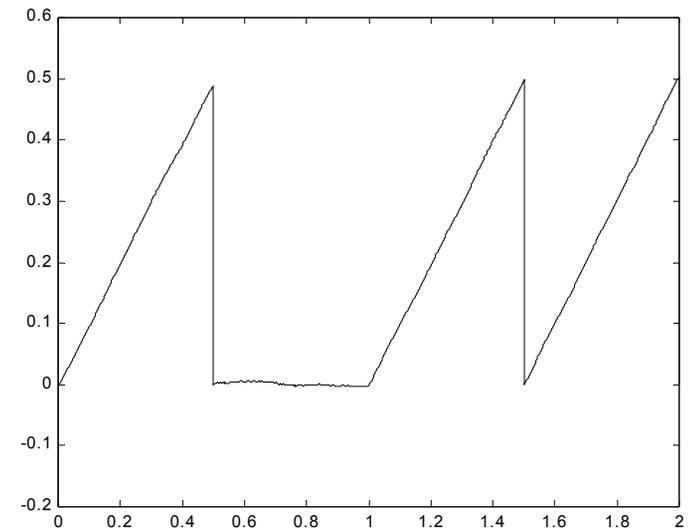
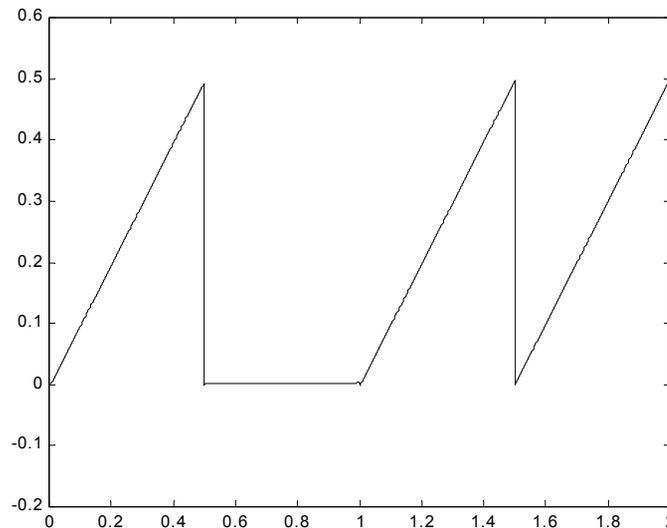
ruido



Salida

del

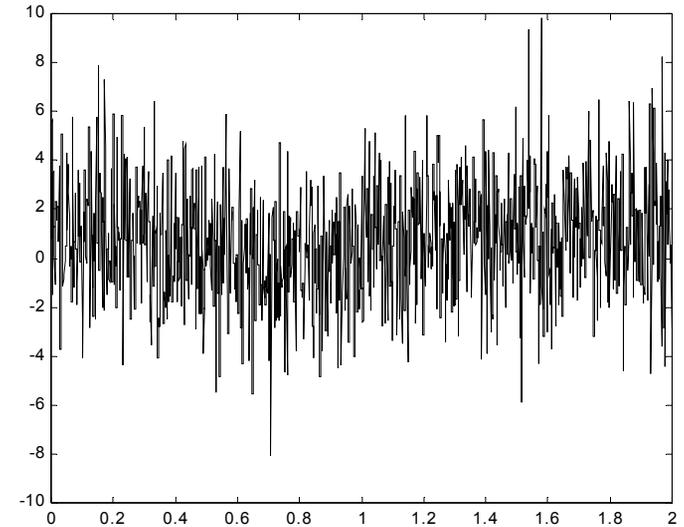
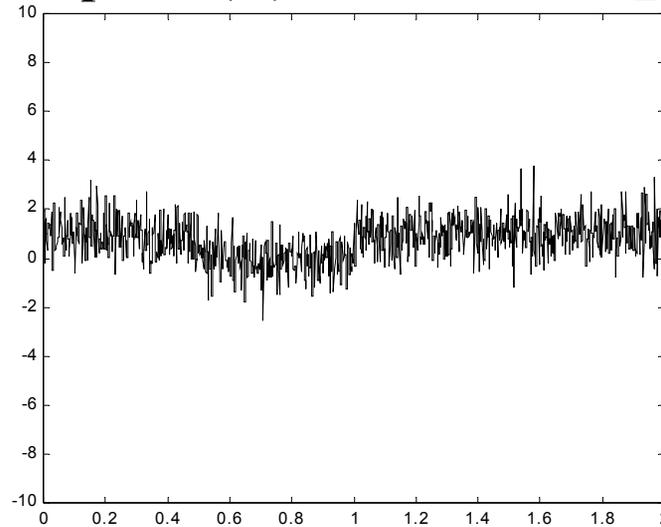
integrador



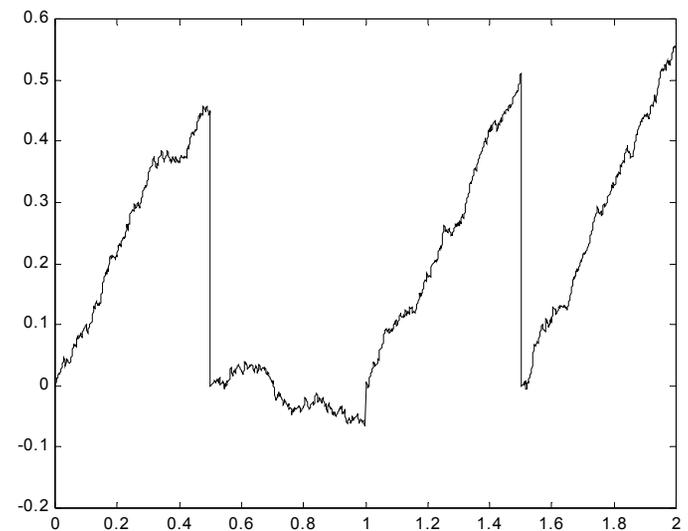
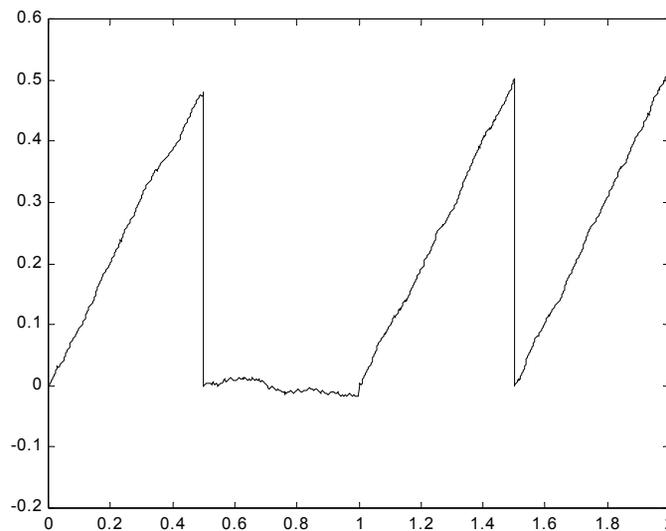
Código NRZ unipolar (II)

7. Receptor.

Señal
+
ruido



Salida
del
integrador



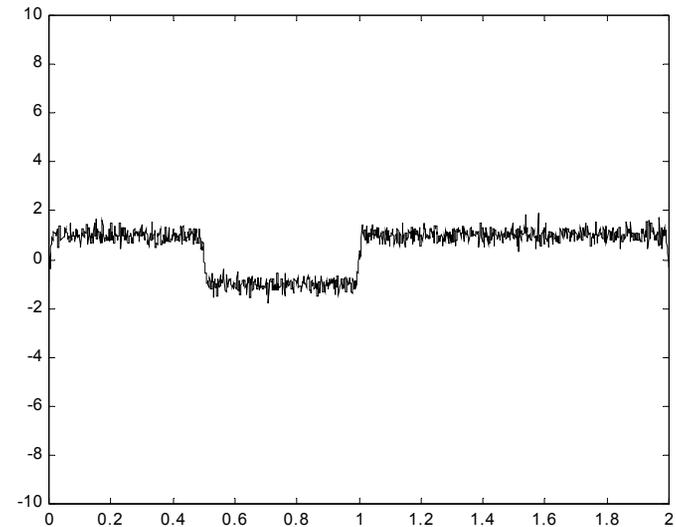
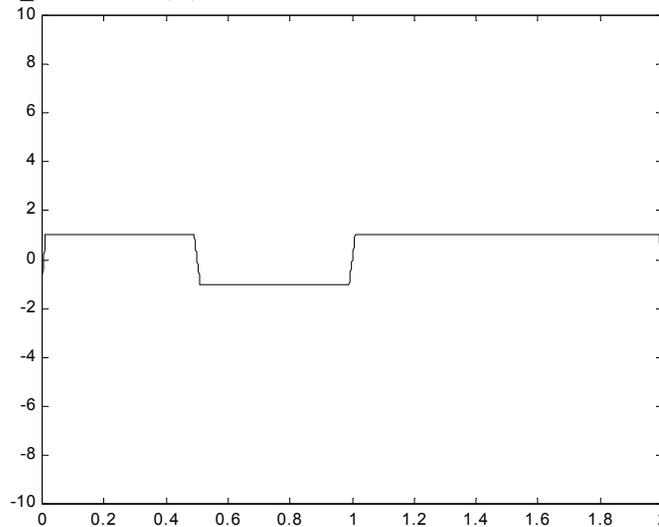
7. Receptor.

Código NRZ polar (I)

Señal

+

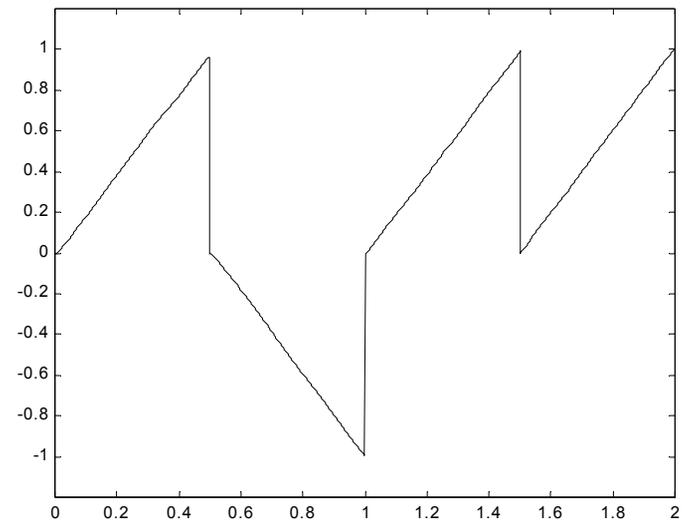
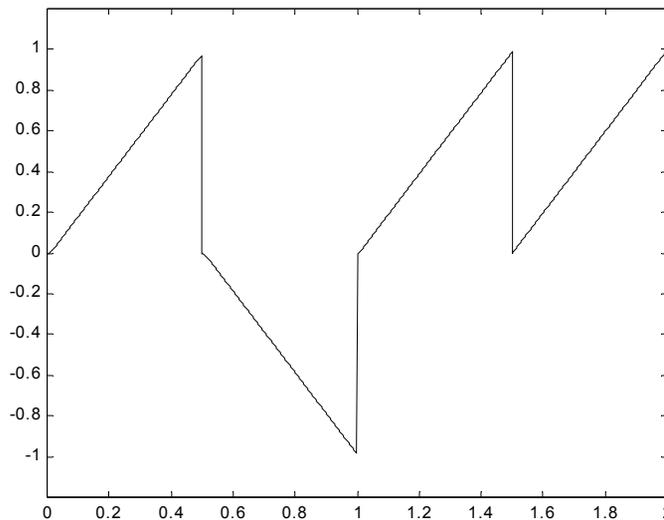
ruido



Salida

del

integrador



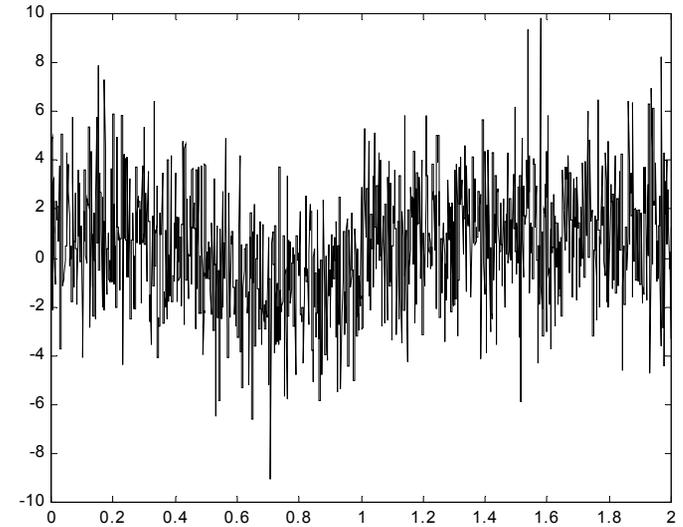
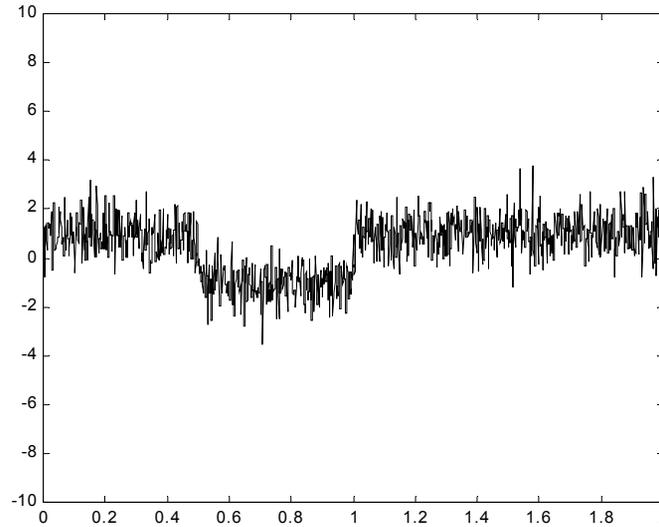
7. Receptor.

Código NRZ polar (II)

Señal

+

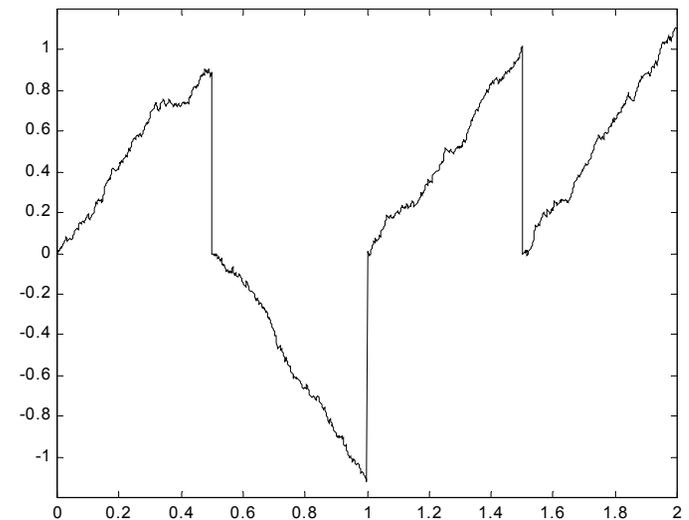
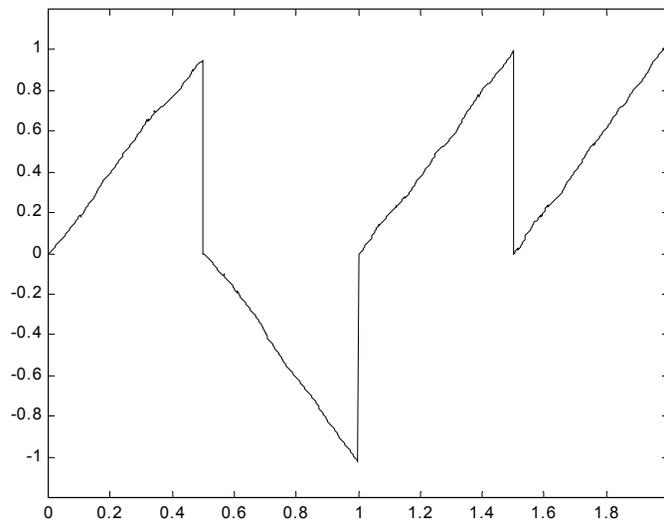
ruido



Salida

del

integrador



Problema de examen 4:

Un receptor de señales digitales binarias en banda base recibe señales con amplitud de pico de 0'75 mV. Si la probabilidad de transmitir un cero o un uno es la misma y suponiendo que el ruido del canal es gaussiano de valor medio cero y valor eficaz 100 μ V, determine la probabilidad de error en la detección si se emplea:

- a) Código de línea polar.
- b) Código de línea unipolar.

$$P_B = Q\left(\frac{a_1 - a_0}{2\sigma}\right)$$

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}x} \left(1 - \frac{0'7}{x^2}\right) e^{-\frac{x^2}{2}}$$