Universidad Nacional
de Mar del Plata

Departamento de Ingeniería Eléctrica

Área Electrotecnia

FACULTAD DE INGENIERIA

Electrotecnia

(para la Carrera Ingeniería Mecánica)

Potencia eléctrica en CC y CA

Profesor Adjunto: Ingeniero Electricista y Laboral Gustavo L. Ferro
Mail: gferro@fi.mdp.edu.ar
EDICION 2016

INDICE

- **BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA:**

Fundamentos de Circuitos Eléctricos
Autor: Charles K. Alexander – Mattheu N. O. Sadiku
Capítulo 11

Circuitos Eléctricos y Magnéticos
Autor: Marcelo Sobrevila
Capítulo 2 – Capítulo 5

Ingeniería de energía eléctrica. Libro 1. Circuitos
Autor: Marcelo Sobrevila
Capítulo 1.2

5.1. INTRODUCCION

En este capítulo estudiaremos el concepto de potencia en circuitos excitados con corriente continua (cc) y alterna (ca)

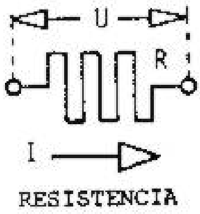
En los **circuitos de cc** tendremos una potencia **P = V I**, cuya unidad es el **[Watt],** que está referida a la potencia real o **potencia activa** y es la que se ***transforma en trabajo*** como en una lámpara incandescente emitiendo luz, potencia transformada en calor en una resistencia calefactora o en la potencia entregada en el eje por un motor eléctrico.

En los **circuitos de ca,** encontraremos otros tipos de potencia, por ejemplo en circuitos que contengan elementos reactivos (inductores o capacitores), existirá una segunda componente de la potencia que denominaremos **potencia reactiva Q** y cuya unidad será el **[VAr].** Esta potencia veremos no produce ningún trabajo, sino que representa ***la energía que va y viene desde la fuente a las cargas***.

Estas dos potencias nos permitirán definir otra potencia que denominaremos **aparente** y denotaremos con **S**, siendo su unidad él **[VA]**

5.2. POTENCIA EN CORRIENTE CONTINUA

Desde el punto de vista de su utilización la corriente continua pura como la que vimos al estudiar los tipos de excitación de uso más frecuente es muy poco empleada, pero constituye un elemento técnico de base para el estudio.



En la figura tenemos un resistor al que se le aplica ***una tensión U constante por lo que circula una corriente I continua*** fácilmente determinable por medio de la ***Ley de Ohm.***

En general si aplicamos una tensión alterna, circulará una corriente alterna; si las mismas NO fuesen perfectamente sinusoidales, podemos admitir que la potencia instantánea vale: $\boldsymbol{p = u \cdot i = R \cdot i^2}$

El trabajo desarrollado en un tiempo diferencial será: $\boldsymbol{dA = u \cdot i \cdot dt}$

En un intervalo definido, la energía total transformada será: $\boldsymbol{A = \int u \cdot i \cdot dt = \int p \cdot dt}$

Para el caso de ***corriente continua*** pura de valores de la tensión y corriente serán ***u = U = constante e i = I = constante,*** tendremos:

$$\boldsymbol{A = U \cdot I \cdot t = R \cdot I^2\ t = \frac{U^2}{R}\ t}$$

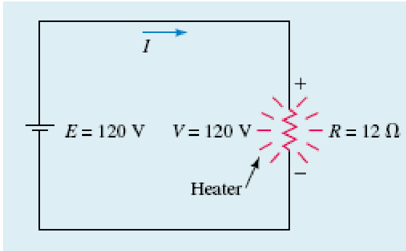
La potencia, es la energía por unidad de tiempo, por lo que para el caso de la corriente continua, resulta: $\boldsymbol{P = U \cdot I = R \cdot I^2 = \frac{U^2}{R}}$ medida en [W]

Resultando para corriente continua: $\boldsymbol{A = P \cdot t}$ medida en [J] (1J = 1 W x s)

Existe otra unidad antigua que es la kilo - caloría, estableciéndose la siguiente relación: 1 kCaloría = 4.186 J, aunque la norma IRAM recomienda utilizar el Joule como unidad de la cantidad de calor.

Recordemos que para la conversión de la energía eléctrica en calor, por Física sabemos que: $\boldsymbol{Q} = 0{,}239\ \boldsymbol{x}\ 10^3\ .\ \boldsymbol{P}\ .\ \boldsymbol{t}$

- **Ejemplo:** Para el circuito de la figura calcular la potencia activa entregada a un calentador eléctrico usando las relaciones vistas anteriormente.



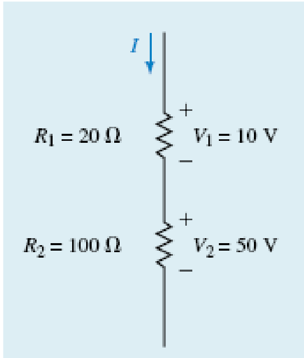
✓ **Resolución:**

La corriente valdrá: **I = V/R = 120 V / 12 Ω = 10 A**

La potencia activa podemos calcularla de tres formas distintas:

P = V I = 120 V . 10 A = 1200 W
P = I^2 . R = $(10)^2$. 12 Ω = 1200 W
P = V^2 / R = $(120)^2$ / 12 Ω = 1200 W

- **Ejemplo:** Calcular la potencia activa disipada por cada resistor de la figura.



✓ **Resolución:**

Cada resistor disipará una potencia que será función de la tensión existente en sus bornes, luego será:

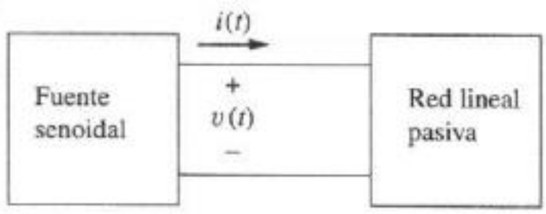
$P_1 = V^2_1 / R_1 = (10)^2$ / 20 Ω = 5 W
$P_2 = V^2_2 / R_2 = (50)^2$ / 100 Ω = 25 W

5.3. POTENCIA INSTANTÁNEA Y PROMEDIO EN CORRIENTE ALTERNA

Como se mencionó en la introducción, la potencia instantánea p(t) absorbida por un elemento es el producto de la tensión instantánea v(t) en las terminales del elemento y la corriente instantánea i(t) a través de él. Suponiendo la convención pasiva de los signos: $p(t) = v(t)\, i(t)$

La potencia instantánea (en watts) es la potencia en cualquier instante

Considérese el caso general de la potencia instantánea absorbida por una combinación arbitraria de elementos de circuitos bajo excitación senoidal, como se muestra en la figura. Sean la tensión y la corriente en las terminales del circuito:



$$v(t) = V_m \cos(wt + \theta_v) \qquad i(t) = I_m \cos(wt + \theta_i)$$

La potencia instantánea absorbida por el circuito es:

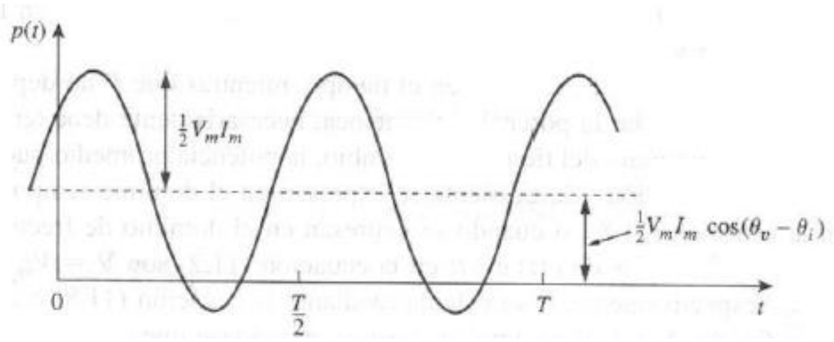
$$p(t) = v(t)\, i(t) = V_m\, I_m \cos(wt + \theta_v) \cos(wt + \theta_i)$$

Si aplicamos la identidad trigonométrica

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}\left[\cos(A - B) + \cos(A + B)\right]$$

La potencia puede expresarse:

$$p(t) = \frac{1}{2} V_m \, I_m \cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{1}{2} \cos(2wt + \theta_v + \theta_i)$$



Esto indica que la potencia instantánea tiene dos partes. La primera es constante o independiente del tiempo. Su valor depende de la diferencia de fase entre la tensión y la corriente. La segunda parte es una función senoidal cuya frecuencia es 2w, el doble de la frecuencia angular de la tensión y la corriente.
Una grafica de p(t) se representa en la figura que sigue donde T = 2π/w es el periodo de la onda. Obsérvese asimismo que p(t) es positiva en cierta parte del ciclo y negativa en el resto del ciclo. Cuando p(t) es positiva, el circuito absorbe potencia. Cuando p(t) es negativa, la fuente absorbe potencia, es decir se entrega potencia del circuito a la fuente. Esto es posible debido a la presencia de elementos (capacitores e inductores) que tienen la capacidad de almacenar energía.

La potencia instantánea cambia con el tiempo y por lo tanto es difícil de medir.

La ***potencia promedio es más fácil de medir.*** De hecho, el **vatímetro**, el instrumento para medir la potencia, responde a la potencia promedio.

La potencia promedio, medida en watts, es el promedio de la potencia instantánea a lo largo de un periodo.

La potencia promedio está dada por: $P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) \, dt$

La sustitución de p(t) produce:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} V_m \, I_m \cos(\theta_v - \theta_i) \, dt + \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} V_m \, I_m \cos(2wt + \theta_v - \theta_i) \, dt =$$

$$P = = V_m \, I_m \cos(\theta_v - \theta_i) + \frac{1}{2} V_m \, I_m \frac{1}{T} \int_0^T \cos(2wt + \theta_v + \theta_i) \, dt$$

El primer integrando es constante y el promedio de una constante es la misma constante.
El segundo integrando es una senoide. Se sabe que el promedio de una senoide a lo largo de su periodo es de cero, por lo que el área bajo la senoide durante medio ciclo positivo es cancelada por el área bajo ella durante el siguiente medio ciclo negativo. Así, el segundo término de la ecuación se anula y la potencia promedio se convierte en:

$$P = \frac{1}{2} V_m \, I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Puesto que cos (θ_v - θ_i) = cos (θ_i - θ_v), lo importante es la diferencia en la fases de la tensión y la corriente. Cabe señalar que p(t) es variable en el tiempo, mientras que P no depende del tiempo. La potencia promedio puede hallarse a partir de las formas fasoriales de la corriente y la tensión es decir: $V = V_m \angle \theta_v$ e $I = I_m \angle \theta_i$

Cabe destacar que para obtener el valor de la potencia promedio a partir de los valores fasoriales de tensión y corriente, habrá que multiplicar la tensión por el valor conjugado de la corriente para que dicho producto presente la potencia promedio.

Matemáticamente:

$$\frac{1}{2} V\ I^* = \frac{1}{2} V_m\ I_m \angle \theta_v - \theta_i = \frac{1}{2} V_m\ I_m \left[\cos(\theta_v - \theta_i) + j\ sen(\theta_v - \theta_i)\right]$$

La **parte real de esta expresión se denomina potencia promedio P**, que vale:

$$P = \frac{1}{2}\ Re\ [V\ I^*] = \frac{1}{2} V_m\ I_m \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Consideremos dos casos especiales para la expresión de P. Cuando $\theta_v = \theta_i$ la tensión y la corriente están en fase. Esto implica un circuito puramente resistivo o carga resistiva R, luego la potencia promedio P valdrá:

$$P = \frac{1}{2}\ V_m\ I_m = \frac{1}{2}\ I_m^{\ 2} R = \frac{1}{2}\ I^2\ R$$

Cuando θ_v - θ_i = ± 90º se tiene un circuito puramente reactivo, luego P = 0 lo que indica que un circuito puramente reactivo no absorbe potencia promedio. En suma:

Una carga resistiva (R) absorbe potencia todo el tiempo, mientras que una carga reactiva (L o C) absorbe una potencia promedio nula.

Ejemplo: Dadas v(t) = 120 cos (377t + 45º) e i(t) = 10 cos (377t – 10º), halle la potencia instantánea y la potencia promedio absorbidas por la red lineal pasiva.

La potencia instantánea está dada por

$$p = vi = 1\,200 \cos(377t + 45°) \cos(377t - 10°)$$

La aplicación de la identidad trigonométrica

$$\cos A \cos B = \frac{1}{2}[\cos(A + B) + \cos(A - B)]$$

da como resultado

$$p = 600[\cos(754t + 35°) + \cos 55°]$$

o sea

$$p(t) = 344.2 + 600 \cos(754t + 35°)\ \text{W}$$

La potencia promedio es

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{1}{2} 120(10) \cos[45° - (-10°)]$$

$$= 600 \cos 55° = 344.2\ \text{W}$$

la cual es la parte constante de $p(t)$, arriba.

Resumiendo: la potencia activa es el valor medio de la potencia instantánea desde el punto de vista matemático, por lo que integrando en función del tiempo la expresión vista para la potencia instantánea, resulta: $\boldsymbol{P = U\ I \cos\varphi}$

Desde el punto de vista conceptual podemos afirmar que:

Potencia Activa: *es la potencia que corresponde a una energía continuamente creciente en el tiempo. Es por lo tanto la potencia que se transforma en el circuito en forma irreversible y que por lo tanto, se utiliza.*

Aparece en la expresión de la potencia activa, una cantidad que cobrará importancia en otros estudios de la Electrotecnia y que es el ***factor de potencia o cos φ.***

Como por simple Ley de Ohm recordemos que $\mathbf{U = I \cdot Z}$ y además se cumple que $\cos\varphi = \dfrac{R}{Z}$, podemos escribir: $\mathbf{P = R \cdot I^2}$

5.4. VALOR EFICAZ O RMS

La idea del valor eficaz surge de la necesidad de medir la eficacia de una fuente de tensión o de corriente en el suministro de potencia de una carga resistiva.

El valor eficaz de una corriente periódica es la corriente de cd que suministra la misma potencia promedio a una resistencia que la corriente periódica.

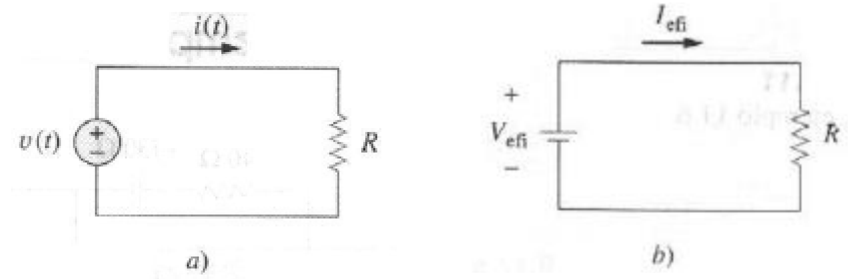
En la figura que sigue, el circuito en a) es de ca, mientras que el b) es de cd. El objetivo es hallar la I_{eficaz} que transferirá la misma potencia el resistor R que la senoide i. La potencia promedio absorbida por el resistor en el circuito de ca es:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T i^2\, R\, dt = \frac{R}{T}\int_0^T i^2\, dt$$

En tanto que la potencia absorbida por el resistor en el circuito de cd es: $P = I^2_{eficaz}\, R$

Al igualar las expresiones y despejar I_{eficaz} se obtiene: $I_{eficaz} = \sqrt{\dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T i^2\, dt}$

Esto indica que el valor eficaz es la raíz cuadrada de la media del cuadrado de la señal periódica. Así, el valor eficaz también se conoce como valor cuadrático medio o valor RMS y se escribe: $I_{eficaz} = I_{RMS}$



Para cualquier función periódica x(t) en general, el valor rms está dado por:

$$X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2\, dt}$$

El valor eficaz de una señal periódica es su valor medio cuadrático (rms)

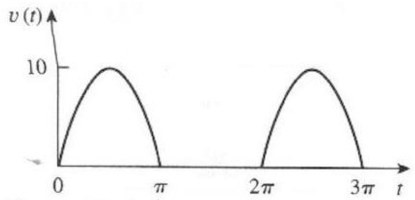
La ecuación anterior establece que para hallar el valor rms de x(t) primero se debe hallar su cuadrado x^2, después el valor promedio de éste, o

$$\frac{1}{T}\int_0^T x^2\,dt$$

y por último la raíz cuadrada de esa media. El valor rms de una constante es la propia constante. En el caso de la senoide i(t) = I_m cos wt, el valor eficaz o rms es:

$$I_{rms}=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I^2{}_m\cos^2 wt\,dt}=\sqrt{\frac{I^2{}_m}{T}\int_0^T(1+\cos 2wt\,dt}=\frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Ejemplo: La señal que se muestra en la figura es una senoide rectificada de media onda. Halle el valor rms y la potencia promedio disipada en una resistencia de 10 Ω.



Solución:

El periodo de esta forma de onda de tensión es $T = 2\pi$, y

$$v(t)=\begin{cases}10\ \text{sen}\,t, & 0<t<\pi\\ 0, & \pi<t<2\pi\end{cases}$$

El valor rms se obtiene como

$$V^2_{\text{rms}}=\frac{1}{T}\int_0^T v^2(t)\,dt=\frac{1}{2\pi}\left[\int_0^{\pi}(10\ \text{sen}\,t)^2\,dt+\int_{\pi}^{2\pi}0^2\,dt\right]$$

Pero $\text{sen}^2 t=\frac{1}{2}(1-\cos 2t)$. Así,

$$V^2_{\text{rms}}=\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\frac{100}{2}(1-\cos 2t)\,dt=\frac{50}{2\pi}\left(t-\frac{\text{sen}\,2t}{2}\right)\Big|_0^{\pi}$$

$$=\frac{50}{2\pi}\left(\pi-\frac{1}{2}\text{sen}\,2\pi-0\right)=25,\qquad V_{\text{rms}}=5\text{ V}$$

La potencia promedio absorbida es

$$P=\frac{V^2_{\text{rms}}}{R}=\frac{5^2}{10}=2.5\text{ W}$$

5.5. POTENCIA APARENTE Y FACTOR DE POTENCIA

En el punto 5.3 se vio que si la tensión y la corriente en las terminales de un circuito son:

$$v(t)=V_m\cos(wt+\theta_v)\qquad i(t)=I_m\cos(wt+\theta_i)$$

O en forma fasorial:

$$V=\ V_m\angle\theta_v\ \ e\ \ I=\ I_m\angle\theta_i$$

La potencia promedio vale:

$$P=\frac{1}{2}V_m\,I_m\cos(\theta_v-\theta_i)$$

Expresada en términos de valores rms:

$$P=V_{rms}\,I_{rms}\cos(\theta_v-\theta_i)=S\cos(\theta_v-\theta_i)$$

Se ha añadido un nuevo término a la ecuación:

$$S=\ V_{rms}\,I_{rms}$$

La potencia promedio es producto de dos términos. El producto V_{rms} y I_{rms} se conoce como potencia aparente S. El factor cos (θ_v - θ_i) se llama factor de potencia "fp"

La potencia aparente (en VA) es el producto de los rms del voltaje por la corriente

La potencia aparente se llama así porque aparentemente la potencia debería ser el producto voltaje – corriente, por analogía con los circuitos resistivos de cd.
Esta potencia se mide en volt – amper o VA para distinguirla de la potencia promedio o real, la cual se mide en watts. El factor de potencia es adimensional, ya que es la proporción entre la potencia promedio y la potencia aparente.

$$fp = \frac{P}{S} = \cos\,(\theta_v - \theta_i\,)$$

El ángulo θ_v - θ_i se llama ángulo del factor de potencia, dado que es el ángulo cuyo coseno es igual al factor de potencia. El ángulo del factor de potencia es igual al angulo de la impedancia de carga si V es la tensión entre terminales de la carga e I la corriente que fluye por ella. Matemáticamente:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{V_m \angle \theta_v}{I_m \angle \theta_i} = \frac{V_m}{I_m} \angle \theta_v - \theta_i$$

Dado V_{rms} = V/√2 = V_{rms} $\angle\theta_v$ e I_{rms} = I/√2 = I_{rms} $\angle\theta_i$, la impedancia es:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} = \frac{V_m}{I_m} \angle \theta_v - \theta_i$$

El factor de potencia es el coseno de la diferencia de fase entre la tensión (voltaje) y la corriente. También es igual al coseno del ángulo de la impedancia de la carga.

El factor de potencia puede interpretarse como el factor por el cual debe multiplicarse la potencia aparente para obtener la potencia real o promedio.

El valor del factor de potencia va de cero a la unidad. En el caso de una carga puramente resistiva, la tensión y la corriente están en fase, de modo que θ_v - θ_i = 0 y fp = 1. Esto implica que la potencia aparente es igual a la potencia promedio. En el caso de una carga puramente reactiva θ_v - θ_i = ± 90º y fp = 0. En esta circunstancia la potencia promedio es cero.

Entre estos dos casos extremos, se dice que el factor de potencia está adelantado o atrasado. Un factor de potencia adelantado significa que la corriente adelanta a la tensión, lo cual implica una carga capacitiva. Un factor de potencia atrasado significa que la corriente atrasa a la tensión, lo cual implica una carga inductiva.

Ejemplo 1.- Una carga conectada en serie toma una corriente i(t) = 4 cos (100π t + 10º) A cuando la tensión aplicada es v(t) = 120 cos (100π t – 20º) V. Halle la potencia aparente y el factor de potencia de la carga. Determine los valores de los elementos que forman la carga conectada en serie.

Solución:

La potencia aparente es

$$S = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}} = \frac{120}{\sqrt{2}} \frac{4}{\sqrt{2}} = 240 \text{ VA}$$

El factor de potencia es

$$\text{fp} = \cos(\theta_v - \theta_i) = \cos(-20° - 10°) = 0.866 \qquad \text{(adelantado)}$$

El fp está adelantado porque la corriente se adelanta a la tensión. El fp se puede obtenerse también a partir de la impedancia de la carga.

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{120\angle -20°}{4\angle 10°} = 30\angle -30° = 25.98 - j15\ \Omega$$

$$\text{fp} = \cos(-30°) = 0.866 \qquad \text{(adelantado)}$$

La impedancia de carga **Z** puede modelarse como una resistencia de 25.98-Ω en serie con un capacitor con

$$X_C = -15 = -\frac{1}{\omega C}$$

o sea

$$C = \frac{1}{15\omega} = \frac{1}{15 \times 100\pi} = 212.2\ \mu\text{F}$$

Ejemplo 2: Determine el factor del circuito completo de la figura visto desde la fuente. Calcule la potencia promedio suministrada por la fuente.

Solución:

La impedancia total es

$$\mathbf{Z} = 6 + 4 \parallel (-j2) = 6 + \frac{-j2 \times 4}{4 - j2} = 6.8 - j1.6 = 7\angle -13.24°\ \Omega$$

El factor de potencia es

$$\text{fp} = \cos(-13.24) = 0.9734 \qquad \text{(adelantado)}$$

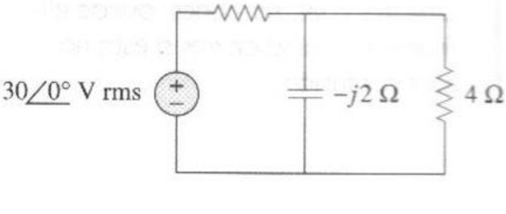
ya que la impedancia es capacitiva. El valor rms de la corriente

$$\mathbf{I}_{\text{rms}} = \frac{\mathbf{V}_{\text{rms}}}{\mathbf{Z}} = \frac{30\angle 0°}{7\angle -13.24°} = 4.286\angle 13.24°\ \text{A}$$

La potencia promedio suministrada por la fuente es

$$P = V_{\text{rms}} I_{\text{rms}}\ \text{fp} = (30)(4.286)0.9734 = 125\ \text{W}$$

o sea

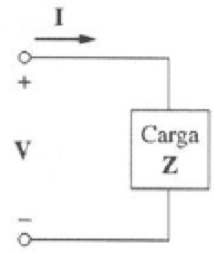


$$P = I_{\text{rms}}^2 R = (4.286)^2(6.8) = 125\ \text{W}$$

donde R es la parte resistiva de **Z**.

5.6. POTENCIA COMPLEJA

Los ingenieros del área de potencia han acuñado el término ***potencia compleja***, que se emplea para hallar el efecto total de cargas en paralelo. La potencia compleja es importante en el análisis de potencia a causa de que ella contiene toda la información correspondiente a la potencia recibida por una carga dada. Considérese la carga de ca de la figura.



Dada la forma fasorial: $V = V_m \angle \theta_v$ e $I = I_m \angle \theta_i$

de la tensión v(t) y a corriente i(t), la potencia compleja S recibida por la carga de ca es el producto de la tensión por el conjugado de la corriente. Es decir:

$$S = \frac{1}{2} V\ I^*$$

En términos de valores rms será:

$$S = V_{rms}\ I_{rms}^*$$

Donde:

$$V_{rms} = \frac{V}{\sqrt{2}} = V_{rms} \angle \theta_v \quad e \quad I_{rms} = \frac{I}{\sqrt{2}} = I_{rms} \angle \theta_i$$

Así, podemos escribir:

$$S = V_m\ I_m \angle \theta_v - \theta_i = V_m\ I_m \left[cos\,(\theta_v - \theta_i)\ \right] + j V_m\ I_m \left[\ sen\,(\theta_v - \theta_i)\ \right]$$

La potencia compleja puede expresarse en términos de la impedancia de carga Z. La impedancia de carga puede expresarse como:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} = \frac{V_{rms}}{I_{rms}} \angle \theta_v - \theta_i$$

Asi $V_{rms} = Z\ I_{rms}$. Sustituyendo en la ecuación de la potencia:

$$S = I^2_{rms}\ Z = \frac{V^2_{rms}}{Z^*} = V_{rms}\ I^*_{rms}$$

Puesto que Z = R + j X, podemos escribir:

$$S = I^2_{rms}\ (R + j\ X) = P + j\,Q$$

Donde P y Q son las partes real e imaginaria de la potencia compleja, es decir:

$$P = Re\,(S) = I^2_{rms}\ R \qquad y \qquad Q = Im\,(S) = I^2_{rms}\ X$$

P es la potencia promedio o real y depende de la resistencia de la carga R. Q depende de la reactancia de la carga X y se llama “***potencia reactiva”.***
Al comparar la expresión de la potencia compleja S podemos concluir que:

$$P = V_{rms}\ I_{rms}\ cos\,(\theta_v - \theta_i) \quad y \quad Q = V_{rms}\ I_{rms}\ sen\,(\theta_v - \theta_i)$$

La potencia real P es la potencia promedio en watts suministrada a una carga, es la potencia útil. Es la verdadera potencia disipada en la carga. La potencia reactiva Q es una medida del intercambio de energía entre la fuente y la parte reactiva de la carga.
La unidad de Q es el volt – amper reactivo o VAR, para distinguirla de la potencia real, cuya unidad es el watt. Sabemos que los elementos de almacenamiento de energía no disipan ni suministran potencia, sino que intercambian potencia con el resto de la red. De igual manera la potencia reactiva se transfiere entre la carga y la fuente.
Cabe señalar que:

1. $Q = 0$ en cargas resistivas (fp unitario)
2. $Q < 0$ en cargas capacitivas (fp adelantado)
3. $Q > 0$ en cargas inductivas (fp atrasado)

Así:

La potencia compleja (en VA) es el producto del fasor de la tensión rms y el conjugado del fasor complejo de la corriente rms. Como variable compleja, su parte real representa la potencia real P y su parte imaginaria la potencia reactancia Q.

$$\text{Potencia compleja} = \mathbf{S} = P + jQ = \frac{1}{2}\mathbf{V}\mathbf{I}^*$$
$$= V_{rms} I_{rms} \angle \theta_v - \theta_i$$
$$\text{Potencia aparente} = S = |\mathbf{S}| = V_{rms} I_{rms} = \sqrt{P^2 + Q^2}$$
$$\text{Potencial real} = P = \mathrm{Re}(\mathbf{S}) = S\cos(\theta_v - \theta_i)$$
$$\text{Potencia reactiva} = Q = \mathrm{Im}(\mathbf{S}) = S\,\mathrm{sen}(\theta_v - \theta_i)$$
$$\text{Factor de potencia} = \frac{P}{S} = \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Esto demuestra que la potencia compleja contiene todo la información de potencia relevante sobre una carga dada. Es práctica común representar S, P y Q con un triángulo llamado triángulo de potencias. Este triangulo es similar al triangulo de impedancias, que muestra la relación entre Z, R y X.
El triangulo de potencias contiene cuatro elementos: la potencia aparente/compleja, la potencia real, la potencia reactiva y el ángulo del factor de potencia.

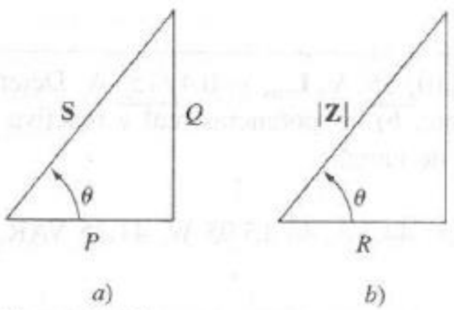


Figura 11.21
a) Triángulo de potencia, *b)* triángulo de impedancia.

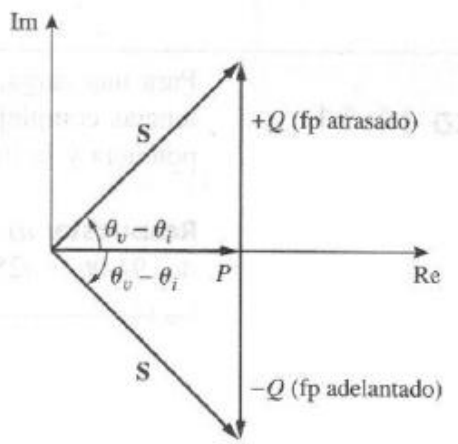


Figura 11.22
Triángulo de potencia.

Ejemplo: Una carga Z toma 12 kVA, con un factor de potencia atrasado de 0,856, de una fuente senoidal de 120 V rms. Calcule: a) las potencias promedio y reactiva suministradas a la carga; b) la corriente pico y c) la impedancia de carga.

Solución:

a) Dado que fp = $\cos\theta = 0.856$, el ángulo de potencia se obtiene como $\theta = \cos^{-1} 0.856 = 31.13°$. Si la potencia aparente es $S = 12\,000$ entonces la potencia promedio o real es

$$P = S\cos\theta = 12\,000 \times 0.856 = 10.272 \text{ kW}$$

mientras que la potencia reactiva es

$$O = S\,\text{sen}\theta = 12\,000 \times 0.517 = 6.204 \text{ kVA}$$

b) Dado que el fp es atrasado, la potencia compleja es

$$\mathbf{S} = P + jQ = 10.272 + j6.204 \text{ kVA}$$

De $\mathbf{S} = \mathbf{V}_{\text{rms}}\mathbf{I}^*_{\text{rms}}$ se obtiene

$$\mathbf{I}^*_{\text{rms}} = \frac{\mathbf{S}}{\mathbf{V}_{\text{rms}}} = \frac{10\,272 + j6204}{120\angle 0°} = 85.6 + j51.7 \text{ A} = 100\angle 31.13° \text{ A}$$

Así, $\mathbf{I}_{\text{rms}} = 100\angle -31.13°$ y la corriente pico es

$$I_m = \sqrt{2}I_{\text{rms}} = \sqrt{2}(100) = 141.4 \text{ A}$$

c) La impedancia de carga es

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}_{\text{rms}}}{\mathbf{I}_{\text{rms}}} = \frac{120\angle 0°}{100\angle -31.13°} = 1.2\angle 31.13° \ \Omega$$

la cual es una impedancia inductiva.

5.7. POTENCIA REACTIVA

En los problemas con circuitos excitados con corriente alterna es frecuente tener que recurrir a un valor que ahora vamos a tratar.
Partimos de la expresión de la potencia instantánea desarrollada en una impedancia, es decir:

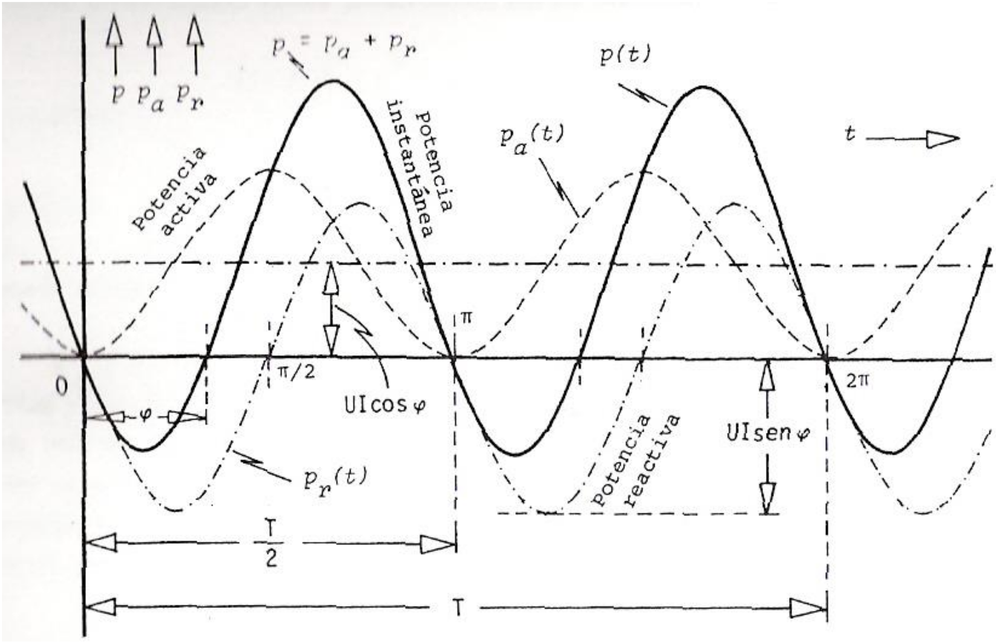
$$\mathbf{p = u\,.\,i = 2\,U\,I\,sen\,w\,t\,sen\,(w\,t \pm \varphi)}$$
$$\mathbf{p = U\,I\,(cos\,\varphi - cos\,2\,w\,t\,cos\varphi \pm sen\,2\,w\,t\,sen\,\varphi)}$$
$$\mathbf{p = U\,I\,cos\,\varphi\,(\,1 - cos\,2\,w\,t\,)\,\pm\,U\,I\,sen\,2\,w\,t\,sen\,\varphi}$$

Aparece así que la potencia total instantánea puede considerarse como la suma de dos potencias, que inmediatamente procedemos a identificar:

$$\boxed{p_a = U\,I\cos\varphi\ (1 - \cos 2wt) \qquad\qquad p_r = U\,I\,\text{sen}\,\varphi\ \ \text{sen}\,2wt}$$

Haremos el estudio de estas dos componentes, para determinar su sentido físico.

Para ello emplearemos la figura que sigue la cual la obtuvimos como producto de la tensión por la corriente.



A esta onda la descomponemos en dos, la **p_a (t) y p_r (t)**, las que sumadas componen la p (t). Haciendo varias transformaciones:

$$\boldsymbol{p_a} = \boldsymbol{U\,I}\cos\boldsymbol{\varphi}\ \ (1-\cos 2\boldsymbol{wt}) = \frac{1}{2}\boldsymbol{U_{mx}}\ \boldsymbol{I_{mx}}\ \cos\boldsymbol{\varphi}\,(1-\cos 2\boldsymbol{wt})$$

$$\mathbf{p_a} = \mathbf{U_{mx}\,I_{mx}\cos\varphi\ \ sen^2\ wt} = \mathbf{Z\,I_{mx}\,I_{mx}}\,\frac{\mathbf{R}}{\mathbf{Z}}\,\mathbf{sen^2\ wt}$$

$$\boxed{\boldsymbol{p_a} = \boldsymbol{R}\ \ \boldsymbol{I^2_{mx}}\ \text{sen}^2\ \boldsymbol{wt} = \boldsymbol{R\,i}^2}$$

- **Podemos concluir que la componente p_a es la potencia que se transforma en calor en la resistencia en forma irreversible.**

- **Obsérvese que el valor medio es justamente la cantidad U. I. cos φ, o sea la POTENCIA ACTIVA.**

Tomemos ahora la componente p_r y tratemos de averiguar su naturaleza.

$$\boldsymbol{p_r} = \boldsymbol{U\,I}\,\text{sen}\,\boldsymbol{\varphi}\ \ \text{sen}\,2\boldsymbol{wt} = \frac{1}{2}\boldsymbol{U_{mx}}\ \boldsymbol{I_{mx}}\ \text{sen}\boldsymbol{\varphi}\,\text{sen}\,2\boldsymbol{wt}$$

$$\boldsymbol{p_r} = \boldsymbol{U\,I}\,\text{sen}\,\boldsymbol{\varphi}\ \ \text{sen}\,2\boldsymbol{wt} = \frac{1}{2}\boldsymbol{Z\,I_{mx}}\ \boldsymbol{I_{mx}}\ \frac{\boldsymbol{X}}{\boldsymbol{Z}}\,\text{sen}\,2\boldsymbol{wt}$$

$$\boxed{\boldsymbol{p_r} = \boldsymbol{U\,I}\,\text{sen}\,\boldsymbol{\varphi}\ \ \text{sen}\,2\boldsymbol{wt} = \frac{1}{2}\boldsymbol{X}\ \boldsymbol{I^2_{mx}}\ \text{sen}\,2\boldsymbol{wt}}$$

Veamos que el valor medio es nulo en medio período. También en un período. Por lo tanto integrando en un cuarto de período recién podemos apreciar el sentido de las energías involucradas.

$$\int_0^{\mathbf{T}/4}\frac{1}{2}\,\mathbf{X\,I^2_{mx}\ sen}\,2\,\mathbf{w\,t\,dt} = \frac{\mathbf{X\,I_{mx}}^2}{2\,.\,2\,\mathbf{w}}\,[-\mathbf{cos}\,2\mathbf{wt}]_0^{\mathbf{T}/4} = \frac{\mathbf{X\,I^2_{mx}}}{2\,\mathbf{w}}$$

Si se tratase de un circuito totalmente inductivo, X = w L, reemplazamos:

$$\boldsymbol{A}_{T/4} = \frac{\boldsymbol{X}\,\boldsymbol{I}_{mx}^{2}}{2\,\boldsymbol{w}} = \frac{1}{2}\,\boldsymbol{L}\,\boldsymbol{I}_{mx}^{2}$$

Si en vez, se tratase de un circuito totalmente capacitivo, X = 1/wC, tenemos:

$$\boldsymbol{A}_{T/4} = \frac{\boldsymbol{X}\,\boldsymbol{I}_{mx}^{2}}{2\,\boldsymbol{w}} = \frac{1}{2}\,\boldsymbol{C}\,\boldsymbol{U}_{mx}^{2}$$

Queda comprobado que la energía acumulada a lo largo de un cuarto de período por la función p_r corresponde a la energía que se acumula en los campos magnéticos o eléctricos, según el caso.

En función de lo expresado anteriormente podemos definir que:

Potencia Reactiva: es la potencia que corresponde al valor máximo de la energía que en un cuarto de período entra al circuito y se acumula en los campos del mismo y en el cuarto de período siguiente, se devuelve a la red.

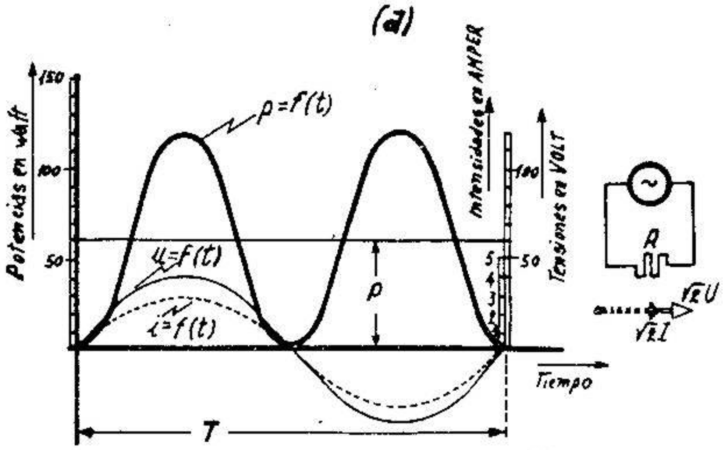
- ❑ Por lo tanto la potencia instantánea de un ***circuito de corriente alterna*** se compone de dos potencias:
  - ***POTENCIA ACTIVA***
  - ***POTENCIA REACTIVA***

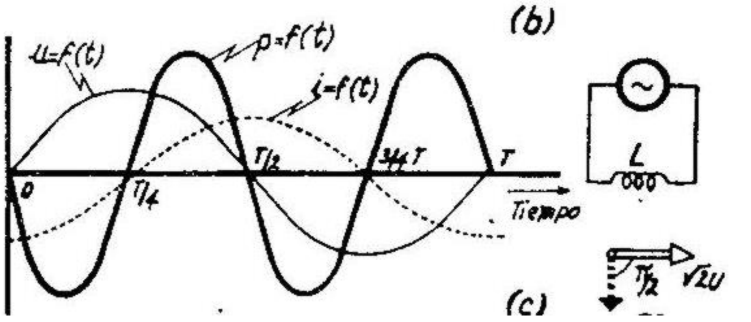
- ✓ La potencia activa se transforma en calor y es la que realmente se aprovecha para fines técnicos.
- ✓ La reactiva entra y sale del circuito, dando como balance a lo largo de un período valor nulo.
- ✓ El valor medio de la potencia reactiva es nulo pero de la expresión vista anteriormente podemos extraer que el valor máximo es $\frac{1}{2}\,\boldsymbol{X}\,\boldsymbol{I}_{mx}^{2}$ que resulta :

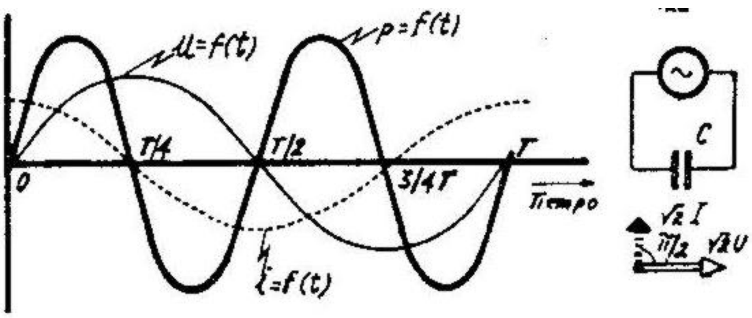
$$\boldsymbol{Q} = \boldsymbol{X}\,\boldsymbol{I}^{2} = \boldsymbol{I}^{2}\,\boldsymbol{Z}\,\mathrm{sen}\,\varphi = (\boldsymbol{I}\,\boldsymbol{Z})\,\boldsymbol{I}\,\mathrm{sen}\,\varphi = \boldsymbol{U}\,\boldsymbol{I}\,\mathrm{sen}\,\varphi$$

Al valor Q se lo conoce como potencia reactiva cuya unidad de medida es la denominada VAr.

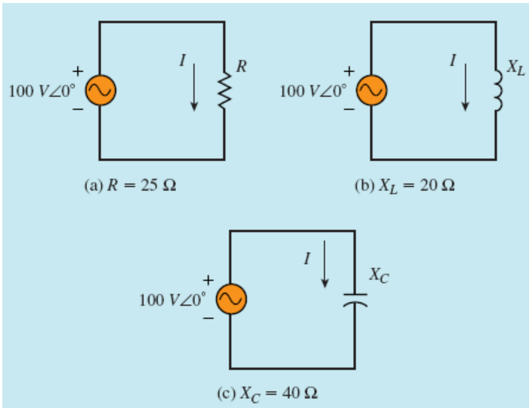
En la figura que sigue podemos ver las curvas que representen la potencia instantánea y los correspondientes diagramas fasoriales para los tres tipos de circuitos básicos compuestos por **un resistor (a), un inductor (b) o un capacitor (c)**







- **Ejemplo:** Para los circuitos de la figura, calcular las potencias activa y reactiva entregada por cada elemento.



Resolución: Dado que el voltaje aplicado es conocido, sólo debemos calcular la corriente que circula en cada circuito, y con estos valores encontrar el valor de las potencias puestas en juego. A saber:

a) I = 100 / 25 = 4 A ; P = V I = (100) . (4) = 400 W ; Q = 0 VAR.

b) I = 100 / 20 = 5 A ; P = 0 W ; Q = (100) (5) = 500 VAR (ind).

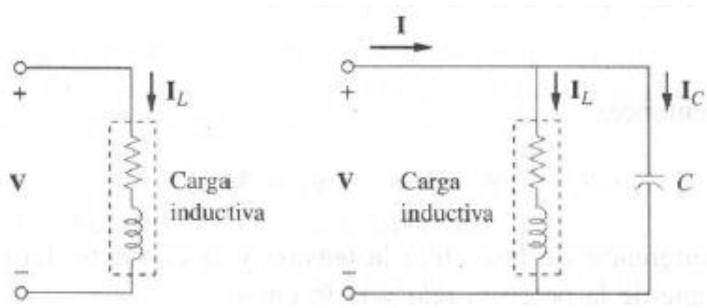
c) I = 100 / 40 = 2,5 A ; P = 0W ; Q = (100) (2,5) = 250 VAR (cap)

La respuesta c) puede ser dada, utilizando la convención que asigna el signo (-) a la potencia reactiva capacitiva como **Q = - 250 VAR.**

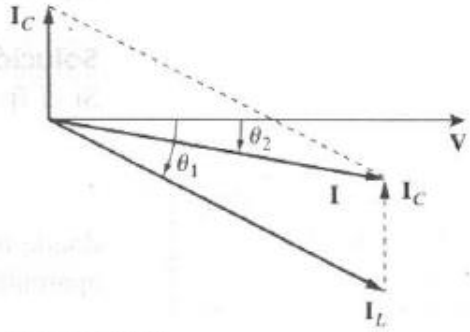
5.8. CORRECCION DEL FACTOR DE POTENCIA

La mayoría de las cargas domésticas (lavadoras, aparatos de aire acondicionado, heladeras, etc.) y de las cargas industriales (motores de inducción) son inductivas y operan con un factor de potencia bajo y atrasado. Aunque la naturaleza inductiva de la carga no puede modificarse, es posible incrementar su factor de potencia.
El proceso de incrementar el factor de potencia sin alterar la tensión o corriente de la carga original se conoce como “corrección del factor de potencia”.
Dado que la mayoría de las cargas son inductivas, el factor de potencia de una carga se mejora o se corrige al instalar un capacitor en paralelo con la carga, como se observa en la figura que sigue.

El efecto de añadir el capacitor puede ilustrarse con el triangulo de potencias o el diagrama fasorial de las corrientes implicadas.
Las empresas proveedoras de energía eléctrica cobran más por corrientes mayores, a causa de que estas provocan mayores pérdidas de potencia.



La corrección del factor de potencia puede examinarse desde otra perspectiva. Considérese el triangulo de potencias de la figura. Si la carga es inductiva original tiene la potencia aparente S_1, entonces:



$$P = S_1 \cos \theta_1 \qquad Q_1 = S_1 \operatorname{sen} \theta_1 = P \tan \theta_1$$

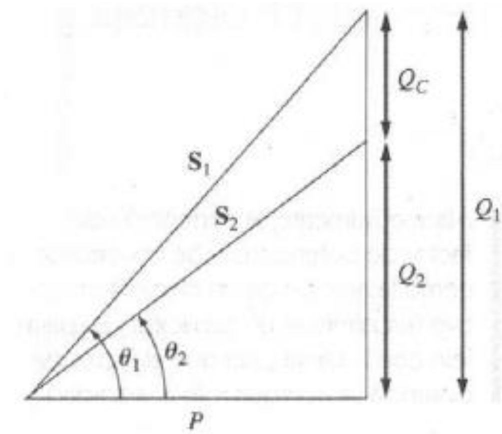
Si se desea incrementar el factor de potencia de cos θ_1 a cos θ_2 sin alterar la potencia real (es decir P = S_2 cos θ_2) la nueva potencia reactiva es: Q_2 = P tan θ_2.

La reducción de la potencia reactiva es causada por el capacitor en paralelo, es decir:

$$Q_C = Q_1 - Q_2 = P\,(\tan \theta_1 - \tan \theta_2\,)$$

Por otra parte el valor de la capacidad en paralelo requerida se determina como:

$$C = = \frac{Q_C}{w\,V^2_{rms}} = \frac{P\,(\tan \theta_1 - \tan \theta_2\,)}{w\,V^2_{rms}}$$



Adviértase que la potencia real o promedio no se ve alterada por la incorporación en paralelo de un capacitor, dado que la potencia activa consumida por un capacitor es cero.

Ejemplo.- Considérese se conecta a una línea de potencia de 120 V (rms) a 60 Hz, una carga que absorbe 4 kW con factor de potencia atrasado de 0,8. Halle el valor de la capacidad necesaria para aumentar el fp a 0,95.

Solución:
Si el fp = 0.8, entonces

$$\cos\theta_1 = 0.8 \quad \Rightarrow \quad \theta_1 = 36.87°$$

donde θ_1 es la diferencia de fase entre la tensión y la corriente. La potencia aparente se obtiene de la potencia real y el fp como

$$S_1 = \frac{P}{\cos\theta_1} = \frac{4\ 000}{0.8} = 5\ 000\ \text{VA}$$

La potencia reactiva es

$$Q_1 = S_1 \operatorname{sen}\theta = 5\ 000 \operatorname{sen} 36.87 = 3\ 000\ \text{VAR}$$

Cuando el fp aumenta a 0.95,

$$\cos\theta_2 = 0.95 \quad \Rightarrow \quad \theta_2 = 18.19°$$

La potencia real P no ha cambiado. Pero la potencia aparente sí; su nuevo valor es

$$S_2 = \frac{P}{\cos\theta_2} = \frac{4\ 000}{0.95} = 4\ 210.5\ \text{VA}$$

La nueva potencia reactiva es

$$Q_2 = S_2 \operatorname{sen}\theta_2 = 1\ 314.4\ \text{VAR}$$

La diferencia entre la nueva y la antigua potencias reactivas se debe a la adición a la carga del capacitor en paralelo. La potencia reactiva debida al capacitor es

$$Q_C = Q_1 - Q_2 = 3\ 000 - 1\ 314.4 = 1\ 685.6\ \text{VAR}$$

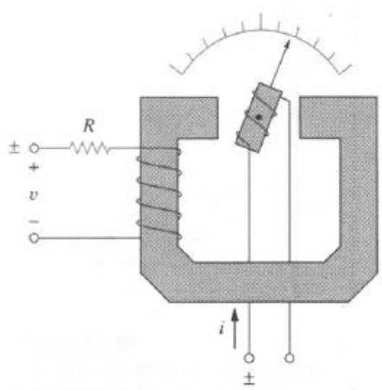
y

$$C = \frac{Q_C}{\omega V_{\text{rms}}^2} = \frac{1\ 685.6}{2\pi \times 60 \times 120^2} = 310.5\ \mu\text{F}$$

Nota: Al comprar capacitores, normalmente se toman en cuenta las tensiones esperadas. En este caso, la tensión máxima que este capacitor soportará es de alrededor de 170 V de pico. Se sugiere adquirir un capacitor con una tensión nominal igual o mayor a 200 V.

5.9. MEDICIÓN DE LA POTENCIA

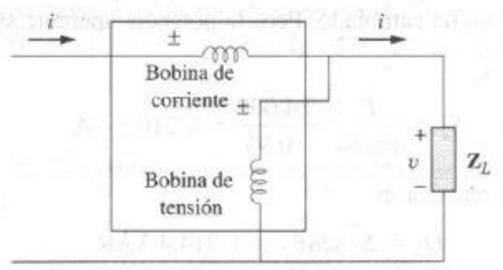
La potencia promedio absorbida por una carga se mide con un instrumento denominado "vatímetro"



En la figura aparece un vatímetro que consta en esencia de dos bobinas: la bobina de corriente (amperométrica) y la bobina de tensión (voltimétrica). Una bobina de corriente con muy baja impedancia (idealmente cero) se conecta en serie con la carga y responde a la corriente de carga. La bobina de tensión con una impedancia muy alta (idealmente infinita) se conecta en paralelo con la carga, y responde a la tensión de la carga.

Cuando las dos bobinas se energizan, la inercia mecánica del sistema móvil produce un ángulo de desviación proporcional al valor promedio del producto v(t) i(t). Si la corriente y la tensión de la carga son $v(t) = V_m \cos(wt + \theta_v)$ e $i(t) = I_m \cos(wt + \theta_i)$, sus correspondientes fasores rms son:

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \angle \theta_v \quad e \quad I_{rms} = \frac{I_{rms}}{\sqrt{2}} \angle \theta_i$$



y el vatímetro mide la potencia promedio dada por:

$$P = V_{rms}\ I_{rms}\ cos\ (\theta_v - \theta_i) = \frac{1}{2} V_m\ I_m\ cos\ (\theta_v - \theta_i)$$

5.10. LOS EFECTOS TÉRMICOS DE LA CORRIENTE ELECTRICA

Si una determinada potencia eléctrica se desarrolla en una resistencia y se transforma íntegramente en calor, la Ley de Joule expresa:

$$Q = 0{,}239\ x\ 10^{-3}\ .\ P\ .\ t$$

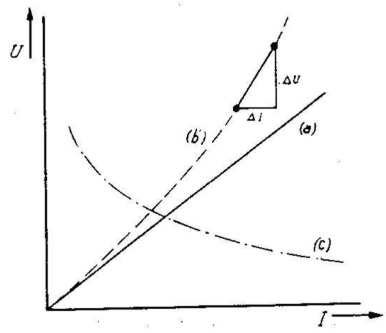
Con esta fórmula podemos calcular la cantidad de calor que produce una corriente en un cierto tiempo.
Los efectos que causa este calor son:

✓ ***Variación del valor de la resistencia en los conductores, según la siguiente ley de variación:***

$$R_\theta = R_{\theta 1}\ [1 + \alpha\ (\theta - \theta_1)] = R_{\theta 1} + \Delta R_{\theta 1}$$

✓ ***Llamaremos resistencias lineales a las que no varían con la temperatura y resistencias NO lineales a las que experimentan variaciones cuando pasa corriente por ellas.***

En la figura que sigue tenemos la representación gráfica de la tensión en bornes de una resistencia en función de la corriente que la recorre.



- Curva (a) corresponde a una resistencia lineal
- Curva (b) corresponde a una resistencia NO LINEAL.
- Curva (c) determinados receptores de energía tienen un comportamiento que los asemeja a resistencias negativas como es ele caso de lámparas de descarga.

5.11. LA CAPACIDAD DE LOS CONDUCTORES ELÉCTRICOS PARA CONDUCIR CORRIENTE

Consideremos que un ***conductor de resistencia R*** es atravesado por una ***corriente I,*** generando en cada unidad de tiempo una ***cantidad de calor:***

$$Q_g = 0{,}239\ x\ 10^{-3}\ R\ I^2 = 0{,}223\ x\ 10^{-3}\ \rho\ \frac{L}{s}\ I^2$$

Si está a temperatura constante es porque emite todo el calor que genera y tendremos:

$$Q_e = h\ .\ s_L\ .\ (\theta - \theta_{amb})$$

siendo:
s_L = superficie lateral
θ = temperatura del conductor

θ_{amb} = temperatura ambiente
h = coeficiente de emisión

Luego:

$$0{,}239 \ \boldsymbol{x} \ 10^{-3} \ \boldsymbol{R} \ \boldsymbol{I}^2 = \boldsymbol{h} \ \boldsymbol{s_L} \ (\theta - \theta_{amb}) \quad \Rightarrow \textbf{ecuación de equilibrio térmico}.$$

La densidad de corriente en los conductores es igual a $\boldsymbol{j} = \frac{\boldsymbol{I}}{\boldsymbol{s}}$ reemplazando este y teniendo en cuenta que: $\boldsymbol{s} = \frac{\pi \ \boldsymbol{d}^2}{4}$ **y** $\boldsymbol{s_L} = \pi \ \boldsymbol{d} \ \boldsymbol{L}$, luego operando y simplificando:

$$\boldsymbol{d} = \frac{4 \ \boldsymbol{h}}{0{,}239 \ \boldsymbol{x} \ 10^{-3}} \ \frac{\theta - \theta_{anb}}{\rho \ \boldsymbol{j}^2}$$

Finalmente resulta:

$$\boldsymbol{d} = \boldsymbol{K} \ \frac{\theta - \theta_{amb}}{\boldsymbol{j}^2}$$

- Con esta fórmula es posible determinar el tamaño de un conductor en función de la diferencia de temperatura (generalmente se adopta θ - θ_{amb} = 10º) y de la densidad.

- Para el uso práctico se utilizan tablas como la que sigue obtenidas de la experiencia práctica que permite encontrar en función de la corriente que toma la carga adoptar la sección del conductor de cobre necesaria.

Secciones normalizadas de conductores en [mm²]	**0,8**	**1,0**	**1,5**	**2,5**	**4,0**	**6,0**	**10,0**
Intensidad de corriente máxima admisible en [A]	**9**	**11**	**14**	**20**	**25**	**31**	**43**
Densidad de corriente en [A/mm²]	**11,25**	**11**	**9,33**	**8,0**	**6,25**	**5,16**	**4,3**

5.12. LOS FUSIBLES

- El fusible es una de las formas de protección de las instalaciones eléctricas. Se encarga de sacar de servicio un circuito o parte de él, si por accidente o mala maniobra circula una corriente que lo compromete, o pone en peligro la seguridad general.
- Al fusible se lo conecta en **SERIE** con la carga, o sea se trata que la corriente a controlar pase indefectiblemente por él.
- El fusible es un trozo de alambre especialmente preparado para que, pasado cierto valor de la intensidad de corriente, la temperatura que alcance sea suficiente como para producir la fusión, con lo que se destruye el vínculo eléctrico y actúa como un interruptor.
- Partiendo de la expresión de equilibrio térmico:

$$0{,}239 \ \boldsymbol{x} \ 10^{-3} \ \boldsymbol{R} \ \boldsymbol{I}^2 = \boldsymbol{h} \ \boldsymbol{s_L} \ (\theta - \theta_{amb}) \ \text{y operando llegamos a:}$$

$$\boldsymbol{d}^3 = \frac{4 \ \boldsymbol{x} \ 0{,}239 \ \boldsymbol{x} \ 10^{-3}}{\pi^2 \ \boldsymbol{x} \ \boldsymbol{h}} \ \rho \ \frac{\boldsymbol{I}^2}{\theta - \theta_{amb}} \quad \textbf{de donde resumimos} \ \boldsymbol{I} = \boldsymbol{K} \ \boldsymbol{d}^{3/2}$$

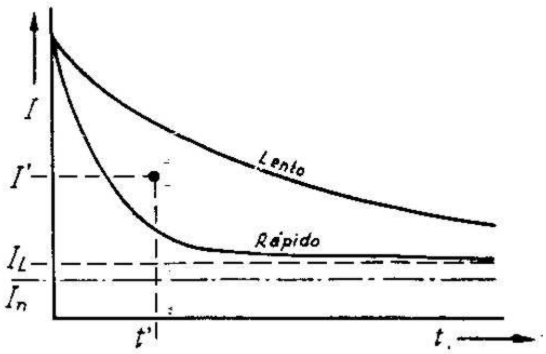
- Los valores de K son:

cobre	**K = 80**	**Plomo**	**K = 11**
Plata	**K = 40**	**Plomo y estaño**	**K = 10**

- La fórmula anterior sirve para determinar la corriente que provocará la fusión del hilo, pero no nos indica nada del TIEMPO que demandará llegar a la fusión.
- La ley de variación que establece la relación entre el tiempo de fusión de un fusible y la corriente I que circula por él es la siguiente:

$$\mathbf{t = \frac{C}{I^2} \quad donde\ "C"\ es\ una\ constante}$$

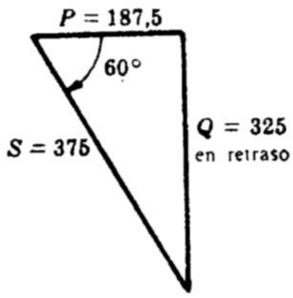
- En base a estos razonamientos y a estudios experimentales los proveedores de fusibles suelen proveer las **curvas de fusión** que tienen el aspecto mostrados en la figura que sigue.



- Otro elemento protector de comportamiento análogo al fusible es el ***bimetal o protector térmico***, consistente en un adecuado empalme de dos metales con distinto coeficiente de dilatación, que al calentarse por medio de la corriente eléctrica, sufre deformaciones. Con estos elementos se construyen las llaves térmicas o relevadores térmicos.

5.13. EJEMPLOS RESUELTOS

Ejemplo 1.- Trazar el triángulo de potencias de un circuito cuya tensión es: $\mathbf{v = 150\,sen(wt + 10^{o})\ V}$ y cuya corriente viene dada por $\mathbf{i = 5\,sen(wt - 50^{o})\ A}$.



Expresamos v (t) e i (t) fasorialmente, luego resulta:

$$\mathbf{V = \frac{150}{\sqrt{2}} \angle 10^{o} = 106 \angle 10^{o}} \qquad \mathbf{e} \qquad \mathbf{I = \frac{5}{\sqrt{2}} \angle -50^{o} = 3{,}54 \angle -50^{o}}$$

La potencia aparente valdrá:

$$\mathbf{S = V\,I^{*} = (106\angle 10^{o})\,(3{,}54\angle 50^{o}) = 375 \angle 60^{o} = 187{,}5 + j\,325}$$

Donde: **P = 187,5 W; Q = 325 VAr (ind); S = 375 VA y fp = 0,6.**

Ejemplo 2.- El rendimiento de un motor de 2 CV de potencia es del 85 %. El factor de potencia de la carga vale 0,8 en atraso. Hallar las potencias eléctricas de entrada.

Como **1 CV = 736 W** , la potencia de entrada será:

$$\mathbf{P_{entrada} = (2 \times 736\ W) / 0{,}85 = 1732\ W}$$

Por lo tanto: **S = 1732 / 0,8 = 2165 VA , φ = arc cos 0,8 = 36,9º**
Q = 2165 sen 36,9º = 1299 VA (en retaso).

Ejemplo 3.- Determinar las componentes del triángulo de potencias de la asociación de tres cargas que tiene las siguientes características:

Carga 1	**250 VA**	**fp = 0,5 (L)**
Carga 2	**180 W**	**fp = 0,8 (C)**
Carga 3	**300 VA**	**100 VAR (L)**

Vamos a calcular las potencias activa y reactiva para cada carga:

Carga 1. Datos S = 250 VA , fp = 0,5 en retraso.

P = S x fp = 250 x 0,5 = 125 W , θ = arc cos 0,5 = 60º , Q = S sen θ = 250 sen 60º = 216 VAR en atraso.

Carga 2. Datos P = 180 W , fp = 0,8 en adelanto.

S = P / fp = 180 / 0,8 = 225 VA , θ = arc cos 0,8 = 36,9º , Q = S sen θ = 225 sen 36,9º = 135 VAR en adelanto.

Carga 3. Datos S = 300 VA , Q = 100 VAR en retraso.

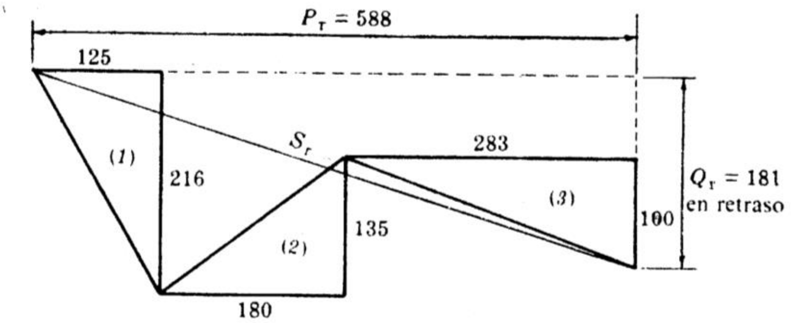
θ = arc sen (Q/S) = arc sen (100/300) = 19,5º ,P = S cos 19,5º = 283 W.

Por lo tanto:

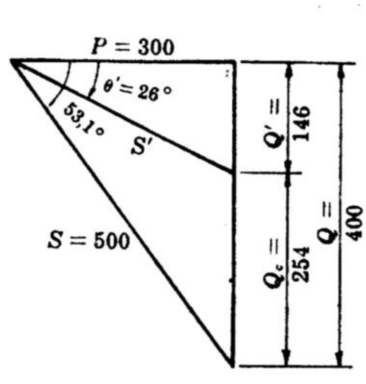
P_{total} = 125 + 180 + 283 = 588 W; Q_{total} = 216 – 135 + 100 = 181 VAR en retraso.

S_{total} = P_{total} + j Q_{total} = 588 + j 181 = 616 $\angle$ 17,1º , luego

S = 616 VA y fp = P/S = 0,955 en retraso.



Ejemplo 4.- Un transformador de 500 kVA funciona a plena carga con un factor de potencia de 0,6 en retraso. Conectando en paralelo con la carga unos capacitores se modifica el factor de potencia pasando a valer 0,9 en retraso.
Hallar la potencia reactiva de los capacitores conectados. Después de la corrección del factor de potencia, ¿qué tanto por ciento respecto de plena carga soporta el transformador?



Cuando el transformador funciona a plena carga, véase en la figura que los valores de P, Q y S resultan:

P = V I cos θ = S cos θ = 500 x 0,6 = 300 kW

θ = arc cos 0,6 = 53,1º

Q = V I sen θ = S sen θ = 500 sen 53,1º = 400 kVAR (L)

Cuando el fp = 0,9 en retraso resulta:

θ´ = arc cos 0,9 = 26º ; S´= 300 / 0,9 = 333 kVA , Q´ = 333 sen 26º = 146 VAR (L)

Por lo tanto, la potencia reactiva de los capacitores es:

Δ Q = Q – Q´= 400 – 146 = 254 kVAR (C)

Al corregir el factor de potencia el porcentaje de plena carga a que está trabajando el transformador será:

% plena carga = (333 / 500) / 100 = 66,7

Glf/2015