



Departamento de Ingeniería Eléctrica
Área Electrotecnia



Electrotecnia
(para la carrera de Ingeniería Mecánica)

Circuitos Trifásicos

Autor:
Ingeniero Electricista y Laboral Gustavo L. Ferro – Prof. Adjunto Electrotecnia
EDICION 2016

INDICE

Circuitos Trifásicos

1. **Introducción**
2. **Generador trifásico**
3. **Generación trifásico conectado en estrella (Y)**
4. **Orden de fases y simetría**
5. **Definiciones sobre la naturaleza de los sistemas**
6. **Conexiones Básicas de las Cargas: conexión “ Δ ” y “Y”**
7. **Tensiones y corrientes de línea y de fase**
8. **Carga trifásica balanceada (equilibrada) conectada en Δ y en Y a un sistema tetrafilar. Equivalente monofásico**
9. **Carga trifásica no balanceada (desequilibrada) conectada en Y a un sistema tetrafilar**
10. **Carga trifásica no balanceada (desequilibrada) conectada en Y a un sistema trifásico de tres conductores (trifilar)**
11. **Carga trifásica no balanceada (desequilibrada) conectada en Δ a un sistema trifásico tetrafilar**
12. **Potencias en los sistemas trifásicos equilibrados**
13. **Mejoramiento del factor de potencia en redes trifásicas**
14. **Medición de potencias en sistemas trifásicos**

1. Introducción

En el capítulo dedicado a estudiar los circuitos excitados por una tensión alterna se ha visto como se puede generar una tensión alterna senoidal, cuando una bobina se mueve dentro de un campo magnético.

La aparición de esta única onda alterna, hace que se denomine a esta máquina **generador monofásico**. Si el **número de bobinas en el rotor se incrementa de una forma especial**, el resultado es un **generador polifásico** que produce más de una onda alterna en cada revolución del rotor.

En este capítulo se estudiarán los **sistemas trifásicos** puesto que son los que con más frecuencia se utilizan en la **generación, transporte y distribución de la energía eléctrica**. Las instalaciones domésticas o de pequeña potencia son monofásicas, pero esto no supone más que una derivación del sistema trifásico. Existen también sistemas bifásicos que se emplean en servomecanismos, en aviones y barcos, para detectar y corregir señales de rumbo, indicación de alerones, etc.

Una fuente de tensión alterna del tipo usada en la generación de energía eléctrica a escala comercial casi invariablemente consiste en **“un grupo de tensiones que tienen ángulos de fase y magnitudes relacionadas entre sí”**

En general, para la transmisión de potencia, los sistemas trifásicos son los preferidos sobre los sistemas de una fase o monofásicos por muchas razones, incluidas las siguientes:

- a) Pueden usarse conductores de menor sección para transmitir los mismos kVA al mismo voltaje, lo que reduce la cantidad de cobre requerido (típicamente cerca del 25% menos) y a su vez bajan los costos de construcción y mantenimiento.
- b) Las líneas más ligeras son más fáciles de instalar y las estructuras de soporte pueden ser más livianas y situarse a distancias mayores una de la otra.
- c) En general, la mayoría de los grandes motores son trifásicos porque son esencialmente de autoarranque y no requieren un diseño especial o circuitos adicionales de arranque.
- d) La potencia instantánea de un sistema trifásico es constante, independiente del tiempo, por ello los motores trifásicos tienen un par absolutamente uniforme, lo que evita vibraciones y esfuerzos en el rotor.

2. Generador Trifásico

El generador trifásico de la *figura 1(a)* tiene tres bobinas de inducción situadas a 120° entre sí sobre el estator, como se muestra simbólicamente en la *figura 1(b)*.

Dado que las tres bobinas tienen un número igual de vueltas, y cada bobina gira con la misma velocidad angular, el voltaje inducido en cada una tendrá los mismos valores pico e iguales forma y frecuencia.

Conforme el rotor del generador gira por la acción de algún medio externo, los voltajes inducidos e_{AN} , e_{BN} y e_{CN} serán generados simultáneamente, como se muestra en la *figura 2*.

Observe el desplazamiento de fase de 120° entre las formas de onda y las similitudes en la apariencia de las tres funciones senoidales.

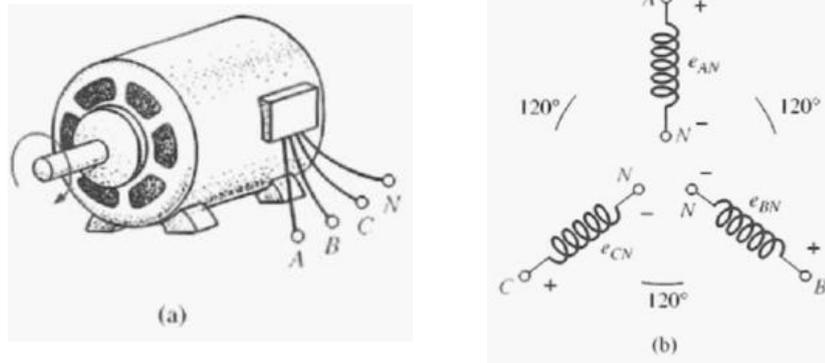


Figura 1
(a) Generador trifásico
(b) Voltajes inducidos de un generador trifásico

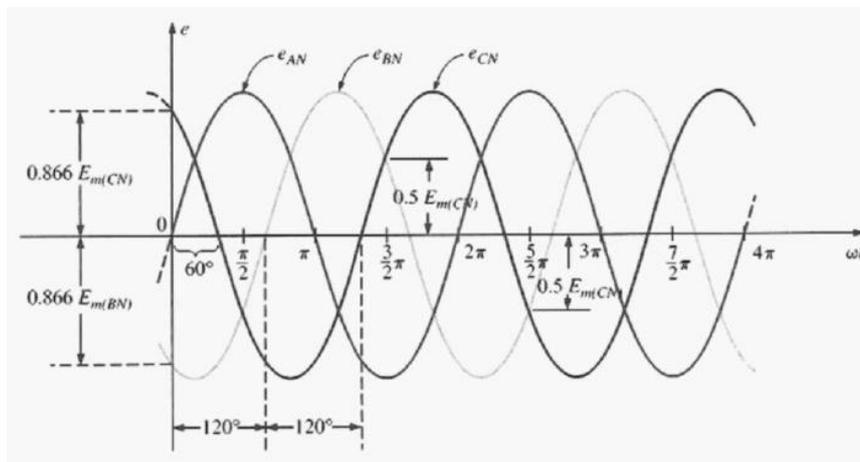


Figura 2.- Voltajes de fase de un generador trifásico

En particular, observe que:

En cualquier instante, la suma algebraica de los tres voltajes de fase en un generador trifásico es cero

Esto se muestra en $\omega t = 0$ en la *figura 2*, donde también resulta evidente que cuando un voltaje inducido es cero, los otros dos son 86,6% de sus máximos positivos o negativos. Además, cuando dos voltajes cualesquiera son iguales en magnitud y signo (en $0,5 E_m$), el restante voltaje inducido tiene la polaridad opuesta y su valor pico.

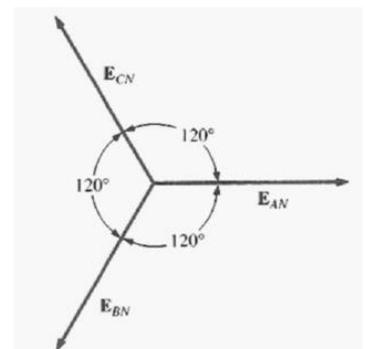
La expresión senoidal para cada uno de los voltajes inducidos de la figura 2 es:

$$e_{AN} = E_{m(AN)} \text{ sen } \omega t$$

$$e_{BN} = E_{m(BN)} \text{ sen } (\omega t - 120^\circ)$$

$$e_{CN} = E_{m(CN)} \text{ sen } (\omega t - 240^\circ) = E_{m(CN)} \text{ sen } (\omega t + 120^\circ)$$

Figura 3



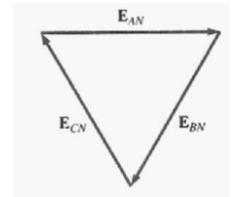
El diagrama fasorial de los voltajes inducidos se muestra en la *figura 3*, donde el **valor eficaz de cada voltaje** se determina mediante:

$$E_{AN} = (1/\sqrt{2}) E_{m(AN)} \Rightarrow E_{AN} = E_{AN} \angle 0^\circ$$

$$E_{BN} = (1/\sqrt{2}) E_{m(BN)} \Rightarrow E_{BN} = E_{BN} \angle -120^\circ$$

$$E_{CN} = (1/\sqrt{2}) E_{m(CN)} \Rightarrow E_{CN} = E_{CN} \angle +120^\circ$$

Figura 4



El conjunto de tensiones indicadas anteriormente constituyen un sistema denominado “SIMETRICO” ya que está formado por tres tensiones senoidales del mismo valor eficaz ($V_m = \sqrt{2} V_{eficaz}$), la misma frecuencia y desfasados 120° entre si.

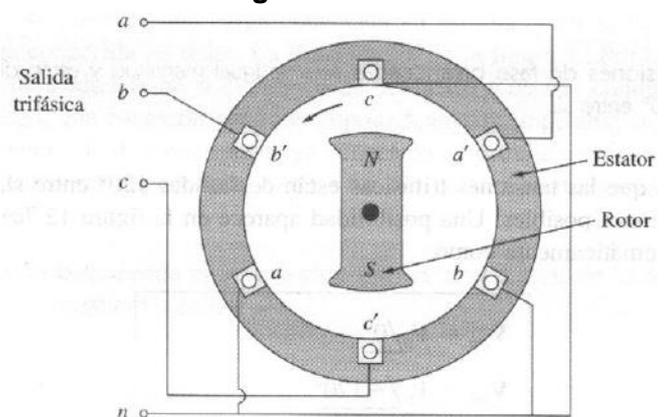
Reordenando los fasores como se muestra en la figura 4, y aplicando una ley de vectores que establece que la suma vectorial de cualquier cantidad de vectores de manera que la “cabeza” de uno esté conectada a la cola del primero es cero, podemos concluir que la suma fasorial de los voltajes de fase en un sistema trifásico es cero. Es decir: $E_{AN} + E_{BN} + E_{CN} = 0$

Las tensiones trifásicas se producen a menudo con un generador (o alternador) trifásico de ca, la apariencia de cuya sección transversal se muestra en la Figura 5.

Este generador consta básicamente de un imán giratorio (llamado rotor) rodeado de un devanado estacionario (llamado estator).

Tres devanados o bobinas independientes con terminales a-a', b-b' y c-c' se disponen físicamente alrededor del estator a 120° de distancia entre sí. Las terminales a y a', por representar uno de los extremos de las bobinas, hacia fuera de la página. Al girar el rotor, su campo magnético “corta” el flujo de las tres bobinas e induce tensiones en ellas. A causa de que las bobinas se hallan a 120° de distancia entre sí, las tensiones inducidas en ellas son iguales en magnitud pero están desfasadas 120° .

Figura 5



3. Generador trifásico conectado en estrella

Si las tres terminales de la figura 1 (b) denotadas con N son conectadas entre sí, al generador se le denomina **generador trifásico conectado en Y**. Como se indica en la figura 6, la Y está invertida por facilidad de notación y claridad.

El punto en que todas las terminales están conectadas se denomina **punto neutro**. Si un conductor no está unido desde este punto hasta la carga, el sistema se denomina **generador trifásico de tres conductores conectado en Y**.

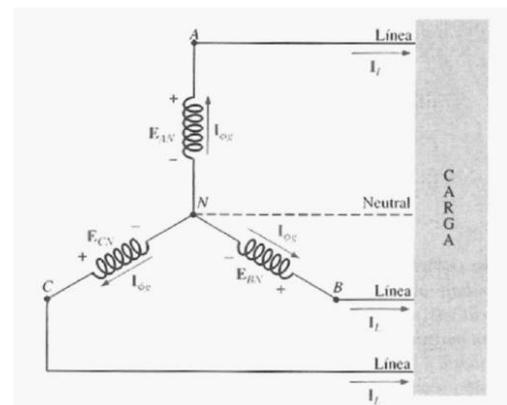


Figura 6 – Generador trifásico conectado en Y

Si el neutro está conectado, el sistema es un **generador trifásico de cuatro conductores conectado en Y**. La función del neutro será discutida con todo detalle cuando consideremos el circuito de carga.

Los tres conductores conectados desde A, B y C hasta la carga son llamados “líneas” Para el sistema conectado en Y, a partir de la figura 6 debe resultar obvio que la **corriente de línea** es igual a la **corriente de fase** para cada fase; es decir:

$$I_L = I_{\phi g}$$

Donde ϕ se usa para denotar una cantidad de fase y g es un parámetro del generador.

4. Orden de fases y simetría.

Al tratar con corrientes y tensiones alternas en circuitos trifásicos, se debe establecer la idea de **“orden de fases o secuencia de fases”**.

Se denomina secuencia en los sistemas polifásicos al orden de sucesión de fases.

Si se consideran tensiones senoidales de una frecuencia dada, la tensión de una fase del generador alcanza un cierto punto de su ciclo – por ejemplo máximo positivo – en un instante dado. Un cierto instante más tarde, la tensión de otra fase alcanza el mismo punto de su ciclo, y lo mismo sucede con la tercera fase.

Si el máximo de la tensión de la fase R, es seguido por el máximo de la fase S, y a su vez por el máximo de la fase T, se dice que el orden de fases es **“RST”**.

Por el contrario, si el máximo de la tensión de la fase R es seguido por el máximo de la fase T y luego por la fase S, se dice que el orden de fases es **“RTS”**.

En el presente trabajo se usará el orden de fases RST como normal a menos que se especifique lo contrario. El sentido de rotación de los fasores giratorios en función del tiempo es en todo caso el contrario a las agujas de un reloj. Este sentido se ha definido como normal internacionalmente.

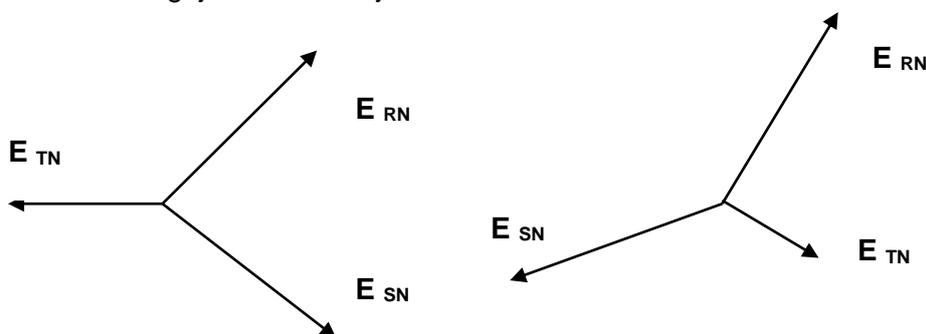


Figura 8.- Tensiones trifásicas de orden de fases RST y RTS

El orden de fases depende del sentido de rotación, de la construcción y conexiones de los devanados del generador y de la denominación de los terminales.

Si las tres tensiones o corrientes trifásicas de una frecuencia dada son de **igual magnitud y difieren uno del otro en el mismo ángulo de fase**, se dice que las tensiones y corrientes forman un **sistema simétrico**.

Evidentemente, sólo hay tres sistemas trifásicos simétricos posibles. Estos se muestran en la **Figura 9** como simétrico de secuencia positiva, cuyo orden de fases es RST; simétrico de secuencia cero, llamada así porque las tensiones de las tres fases están representadas por fasores sin orden de fases, y simétrico de secuencia negativa cuyo orden de fases es RTS.

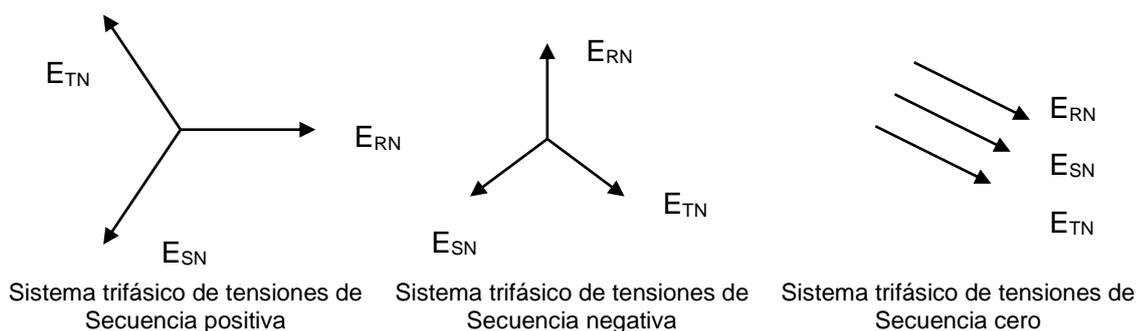


Figura 9.- Sistemas simétricos de fasores de tensiones trifásicos

5. Definiciones sobre la naturaleza de los sistemas. Simetría y equilibrio.

Se dice que un sistema polifásico es **perfecto**, cuando tratándose de alternadores trifásicos se generan **tensiones idénticas en “amplitud” con “iguales desfases entre ellas”**

Para los sistemas trifásicos podemos citar algunas definiciones interesantes:

a) Simetría: La simetría de un sistema trifásico se refiere a los módulos y a las fases del mismo.

- Un sistema es **simétrico en módulo** cuando los correspondientes a todas las fases son iguales entre sí, denominándose “regular”, luego: $|U_{RN}| = |U_{SN}| = |U_{TN}|$
- Un sistema es **simétrico en fase** cuando todas sus componentes están desfasadas el mismo ángulo, denominándose “propio”, entonces: $\alpha = \beta = \gamma = 120^\circ$
- Cuando un sistema reúne ambas simetrías o sea es regular y propio, se dice que es **perfecto**.

SISTEMA TRIFÁSICO PERFECTO es todo sistema trifásico que cumple simultáneamente las condiciones de propio y regular.

b) Equilibrio: Se dice que un sistema trifásico es equilibrado cuando la suma de sus componentes es igual a cero.

$$\sum U_i = 0 \text{ refiriéndose a tensiones o bien } \sum I_i = 0 \text{ refiriéndose a corrientes.}$$

c) Propiedad de los sistemas perfectos:

Todo sistema trifásico perfecto es equilibrado

6. Conexiones Básicas de las Cargas: conexión “ Δ ” y “ Y ”

Las cargas (receptores) trifásicas pueden tener dos tipos de conexión: la denominada **conexión en triángulo “ Δ ”** que está representada en la figura 10, o la **conexión en estrella “ Y ”** ejemplificada en la figura 11.

Además las cargas más allá de la conexión pueden ser **balanceadas o equilibradas** cuando las tres impedancias que la componen son iguales o **desequilibradas** cuando no se cumple dicha condición.

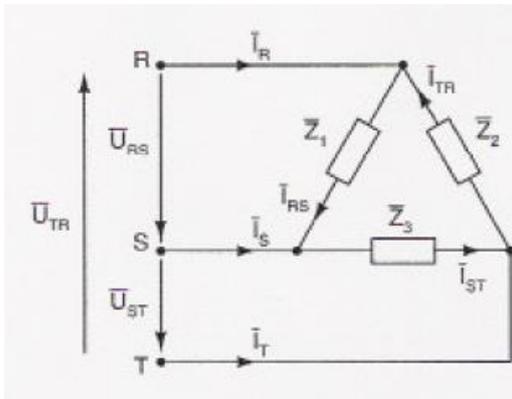


Figura 10

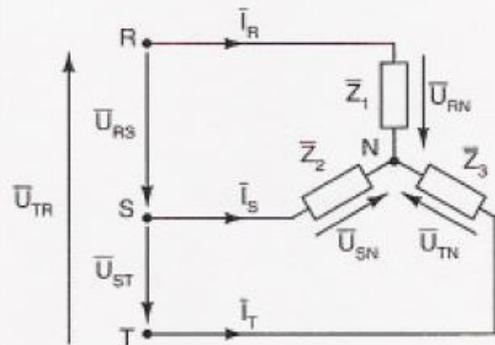


Figura 11

Si la carga esta balanceada (equilibrada), la conexión neutra puede eliminarse sin que el circuito se vea afectado de ninguna manera; esto es, si: $Z_1 = Z_2 = Z_3$, entonces I_N será cero.

Una carga balanceada (equilibrada) es aquella en la que las impedancias de las fases son iguales en magnitud y en fase.

En la práctica, por ejemplo, si una fábrica tiene solo cargas trifásicas balanceadas, la ausencia del neutro no tendría efecto ya que, idealmente, el sistema siempre estaría balanceado. El costo de la instalación, por lo tanto sería menor ya que el número de conductores requeridos se reduciría.

Sin embargo, la iluminación y la mayor parte de otros equipos eléctricos usarán sólo uno de los voltajes de fase, y aún si la carga está diseñada para ser balanceada (como debe ser), nunca se tendrá un balanceo perfecto ya que las luces y otros equipos se encenderán y apagarán aleatoriamente, perturbando la condición de balanceo.

El neutro es, por tanto, necesario para llevar la corriente resultante lejos de la carga y de regreso al generador conectado en Y

7. Tensiones y corrientes de línea y de fase.

7.1. Tensiones de línea y de fase

Para el caso de impedancias en triángulo es evidente que la conexión a las "líneas" hará que las tensiones impresas a cada una de las impedancias Z_Δ será una composición de tensiones de fase.

Las tensiones que aparecen entre las líneas se llamarán "**tensiones compuestas**" o de "línea" (V_L) y sus valores de módulos y argumentos resultan de analizar la **Figura 12**.

Considerando una secuencia positiva (ABC) para las tensiones de fase resultará:

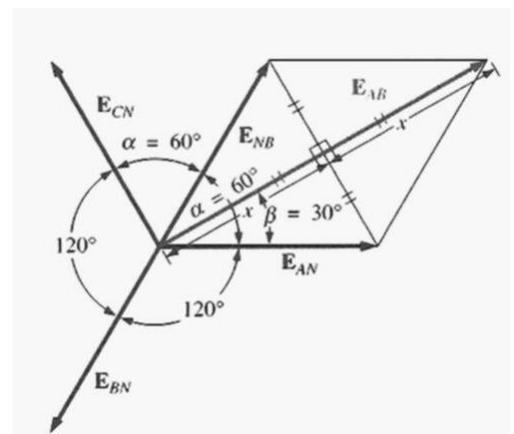


Figura 12

$$E_{AB} = E_{AN} - E_{BN} = E_{AN} + E_{NB}$$

Donde definimos: $E_{AB} = V_{\text{Linea}}$ = tensión de línea y $E_{AN} = V_{\text{Fase}}$ = tensión de fase. De un simple análisis geométrico, resulta: $V_{\text{línea}} / 2 = V_{\text{fase}} \cdot \cos 30^\circ = V_{\text{fase}} \sqrt{3}/2$

$$V_{\text{línea}} = V_L = \sqrt{3} V_{\text{fase}}$$

Si realizamos el mismo razonamiento para las tensiones E_{BC} y E_{CA} , la terna de tensiones compuestas pueden ser escritas como:

$$\begin{aligned} E_{AB} &= \sqrt{3} E_{RN} \angle 30^\circ = V_L \angle 30^\circ \\ E_{BC} &= \sqrt{3} E_{SN} \angle -90^\circ = V_L \angle 270^\circ \\ E_{CA} &= \sqrt{3} E_{TN} \angle -210^\circ = V_L \angle 150^\circ \end{aligned}$$

El diagrama fasorial de los voltajes de línea y de fase se muestra en la Figura 13.

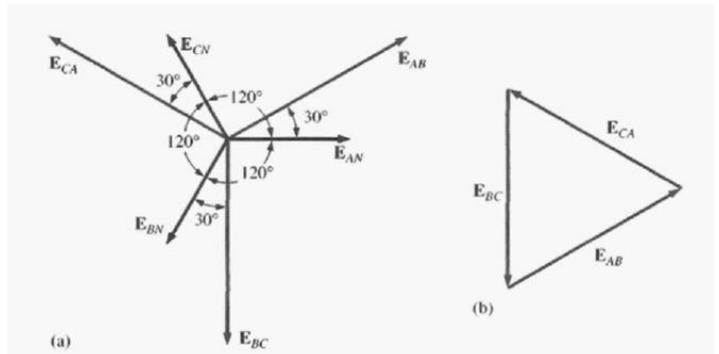


Figura 13

Si los fasores que representan los voltajes de línea en la figura 13(a) se reordenan ligeramente, formarán un lazo cerrado [Figura 13 (b)].

Por tanto, podemos concluir que la suma de los voltajes de línea es también cero; es decir: $E_{AB} + E_{CA} + E_{BC} = 0$.

7.2. Corrientes de línea y de fase

Evidentemente tres impedancias “Z” idénticas al conectarse a una terna perfecta de tensiones, poseerán **corrientes de fase diferentes según las configuraciones sean estrella o triángulo**. Un razonamiento análogo al realizado con las tensiones de línea y de fase, puede hacerse con las corrientes de línea y de fase para una carga conectada en estrella y en triángulo.

a) Carga equilibrada en triángulo

Considerando la figura 10 y aplicando la 1ª Ley de Kirchhoff en los nodos R, S y T, las corrientes de línea pueden expresarse en términos de las corrientes de fase, de la siguiente manera:

$$I_R = I_{RS} - I_{TR} \quad I_S = I_{ST} - I_{RS} \quad I_T = I_{TR} - I_{ST}$$

Donde las corrientes de fase pueden calcularse por aplicación de la ley de Ohm sobre cada impedancia que constituye la carga, es decir: $I_{\text{fase}} = V_L / Z$.

En la figura 14 se representa el diagrama fasorial de las corrientes de fase y de línea para una carga conectada en triángulo. En la misma se pone de manifiesto la relación existente entre ellas.

$$I_R = I_{RS} - I_{TR} = I_{RS} + (-I_{TR})$$

$$I_R = I_{RS} \angle 0^\circ + I_{RS} \angle -60^\circ =$$

$$I_R = I_{RS} [1 + (0,5 - j\sqrt{3}/2)] = I_{RS} (1,5 - j\sqrt{3}/2) = I_{RS} \sqrt{3} \angle -30^\circ$$

$$I_{\text{LINEA}} = \sqrt{3} I_{\text{FASE}} \angle -30^\circ$$

$$I_L = \sqrt{3} I_{\text{FASE}}$$

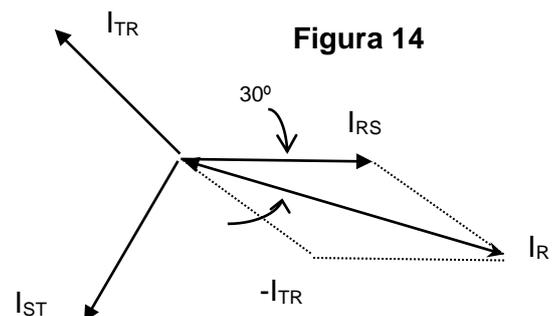


Figura 14

Igual que para los voltajes de línea es posible mostrar de la suma fasorial de las corrientes de fase para sistemas conectados en Δ con cargas balanceadas es cero ($\sum I_{\text{fase}} = 0$)

A título de síntesis se podrá decir:

- ✓ En un sistema de “cargas equilibradas en Y” se verifica: $I_{\text{línea}} = I_{\text{fase}} ; V_{\text{línea}} = \sqrt{3} V_{\text{fase}}$
- ✓ En un sistema de “cargas equilibradas en Δ ” se cumple: $V_{\text{línea}} = V_{\text{fase}} ; I_{\text{línea}} = \sqrt{3} I_{\text{fase}}$

En todos los casos el factor de amplitud entre los valores simples y compuestos será de $\sqrt{3} = 1,73205$, si es que no existen diferencias entre los módulos de las amplitudes. Lo anterior es válido para cargas balanceadas y un sistema perfecto de tensiones de generación.

8. Carga trifásica balanceada (equilibrada) conectada “ Δ ” y en “Y” a un sistema trifásico tetrafilar.

8.1 Carga balanceada (equilibrada) en “ Δ ”

En la **figura 15** se representa la conexión de una carga balanceada (equilibrada) conectada en Δ donde se cumple que: $Z_{RS} = Z_{ST} = Z_{TR} = Z_{\Delta}$.

Para determinar las corrientes de línea, se deberán primero calcular las corrientes de fase indicadas como I_{RS} , I_{ST} e I_{TR} .

Las corrientes de fase resultan de aplicar la ley de Ohm como:

$$I_{RS} = V_{RS} / Z_{RS} = V_{RS} / Z_{\Delta}$$

$$I_{ST} = V_{ST} / Z_{\Delta}$$

$$I_{TR} = V_{TR} / Z_{\Delta}$$

Las corrientes de línea aplicando la 1ª Ley de Kirchhoff en los nodos indicados como R, S y T en la figura 14, resultan:

$$I_R = I_{RS} - I_{TR}$$

$$I_S = I_{ST} - I_{RS}$$

$$I_T = I_{TR} - I_{ST}$$

En la figura 16 se representa el diagrama fasorial donde se ponen de manifiesto las relaciones indicadas anteriormente. Obsérvese que dado que la conexión en triángulo no admite la conexión del neutro no se han indicado las tensiones de fase o simples en el diagrama, representándose las tensiones de línea, por ser las tensiones que tienen aplicadas dada impedancia de carga.

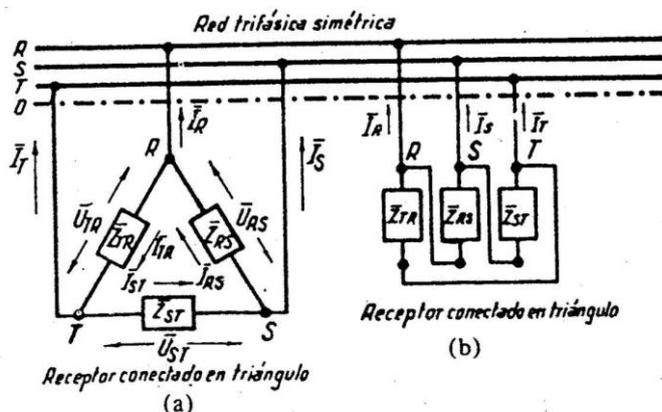
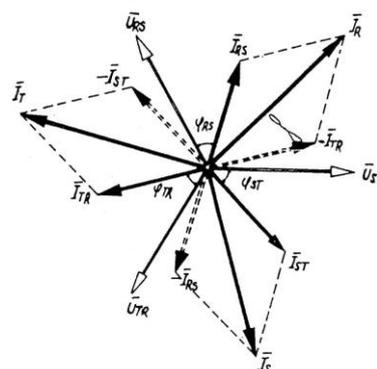


Figura 15



8.1.1. Ejemplo numérico de carga equilibrada conectada en triángulo o “Δ”

Un sistema trifásico con secuencia de fases ABC (secuencia directa) de tres conductores y **tensión de línea** igual a 110 V alimenta a una carga conectada en triángulo de **tres impedancias iguales** de $5 \angle 45^\circ \Omega$.

Determinar las intensidades de corriente en las líneas I_A , I_B e I_C y dibujar el diagrama fasorial.

✓ Resolución

Se elige una terna de tensiones de línea, que determinan los sentidos de las corrientes de fase indicados en el diagrama. Las tensiones de línea serán:

$$V_{AB} = 110 \angle 120^\circ \quad V_{BC} = 110 \angle 0^\circ \quad V_{CA} = 110 \angle 240^\circ$$

Aplicando la Ley de Ohm las corrientes de fase resultan:

$$I_{AB} = V_{AB} / Z = 110 \angle 120^\circ / 5 \angle 45^\circ = 22 \angle 75^\circ$$

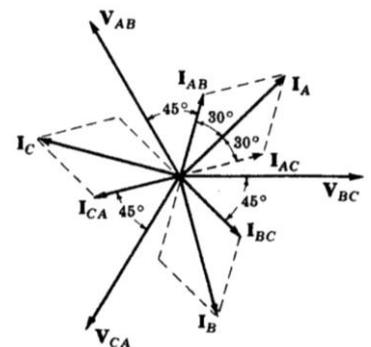
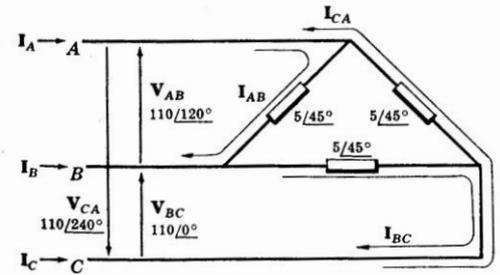
$$I_{BC} = 22 \angle -45^\circ, \quad I_{CA} = 22 \angle 195^\circ$$

Aplicando la 1ª Ley de Kirchhoff a cada nodo del triángulo de carga, las corrientes de línea resultan:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = 38,1 \angle 45^\circ$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = 38,1 \angle -75^\circ$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = 38,1 \angle 165^\circ$$



Nota: En una carga conectada en triángulo la tensión compuesta entre líneas y la simple de fase son iguales y la corriente en la línea es $\sqrt{3}$ veces mayor que la corriente en la fase y tiene un ángulo en atraso de 30° con respecto a la corriente de fase respectiva.

8.2. Carga equilibrada conectada en “Y”

En la figura 17 se representa la conexión de una carga balanceada (equilibrada) conectada en Y donde se cumple que: $Z_R = Z_S = Z_T = Z_Y$.

Para la conexión en estrella se cumple que las **corrientes de línea coinciden con las corrientes de fase** $I_L = I_F$, ya que la misma corriente recorre las líneas y las cargas.

Luego las corrientes de línea I_R , I_S e I_T se determinarán por aplicación de la ley de Ohm, dado que la tensión aplicada a cada carga es igual a la tensión de fase, es decir la medida entre cada conductor activo y el neutro.

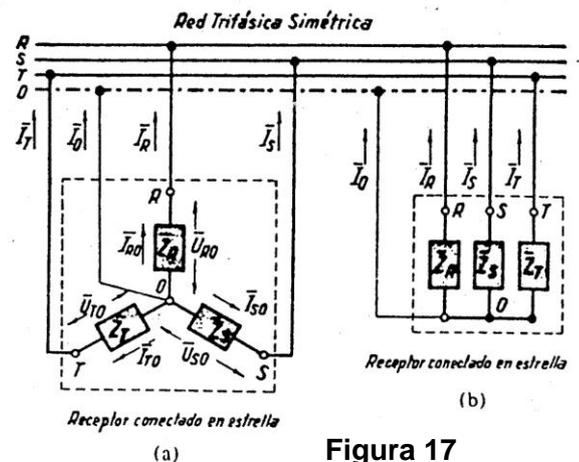


Figura 17

Como se demostró al definir las tensiones de fase y de línea la relación existente entre ellas es:
 $V_L = \sqrt{3} V_F$, con un ángulo de 30° en adelante entre la tensión de línea y la de fase más cercana.

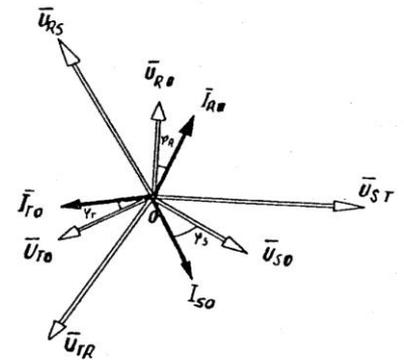
Las expresiones para calcular las corrientes de línea serán:

$$I_R = V_{RN} / Z$$

$$I_S = V_{SN} / Z$$

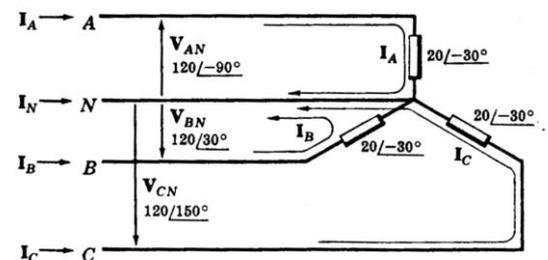
$$I_T = V_{TN} / Z$$

Por ser la carga equilibrada se cumple que la corriente de neutro I_0 es igual a cero, como podrá verificarse en el ejemplo numérico siguiente.



8.2.1. Ejemplo Nº 2: Carga equilibrada conectada en estrella

Un sistema trifásico CBA (secuencia inversa) de cuatro conductores y 208 V de tensión de línea alimenta a una carga equilibrada conectada en estrella con impedancias de $20 \angle 30^\circ \Omega$. Hallar las corrientes en las líneas y dibujar el diagrama fasorial.



✓ Resolución

Definimos las tensiones de fase y elegimos las corrientes de línea como se indica en la figura:

$$V_{AN} = 120 \angle -90^\circ \quad V_{BN} = 120 \angle 30^\circ \quad V_{CN} = 120 \angle 150^\circ$$

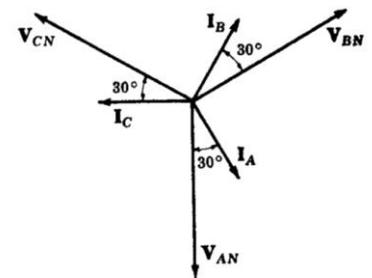
Las corrientes de línea serán:

$$I_A = V_{AN} / Z = 6 \angle -60^\circ$$

$$I_B = V_{BN} / Z = 6 \angle 60^\circ$$

$$I_C = V_{CN} / Z = 6 \angle 180^\circ$$

La corriente por el neutro valdrá: $I_N = -(I_A + I_B + I_C) = 0$



Nota: En una carga equilibrada conectada en estrella las corrientes en las líneas en las fases son iguales. La corriente en el neutro es cero y la tensión compuesta entre líneas es $\sqrt{3}$ veces mayor que la tensión simple de fase, es decir $V_L = \sqrt{3} V_F$.

El diagrama fasorial puede verse en la figura.

8.3. Carga equilibrada conectada en Y o Δ . Circuito monofásico equivalente.

El **circuito equivalente monofásico** está formado por una fase del circuito trifásico de cuatro conductores, conectado en estrella, como el indicado en la Figura 18, con una tensión que tiene el módulo de la **tensión simple de fase** y un **ángulo de fase nulo** y el retorno por el conductor neutro (Figura 19).

La corriente de línea calculada para este circuito tiene el ángulo de fase respecto del ángulo cero de la tensión.

Consideremos un ejemplo aplicar el concepto de equivalente monofásico.

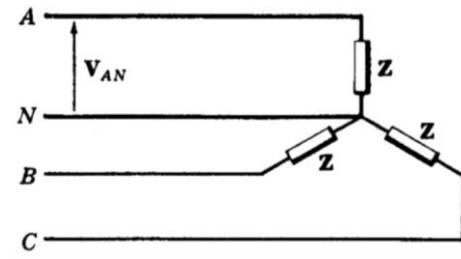


Figura 18

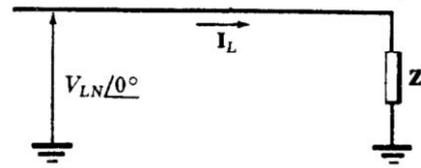


Figura 19

8.3.1. Ejemplo de carga equilibrada conectada en triángulo. Equivalente monofásico.

Consideremos el ejemplo del punto 8.1.1 correspondiente a una carga equilibrada conectada en triángulo, el cual lo resolveremos por el método del equivalente monofásico.

Como primer caso deberemos transformar la carga en triángulo a una estrella equivalente utilizando la transformación $\Delta - Y$.

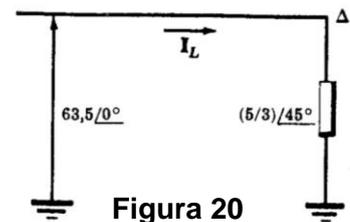


Figura 20

En la figura 20 dibujamos el circuito equivalente donde se ha indicado la carga en Y equivalente.

La impedancia en estrella equivalente valdrá: $Z_Y = Z_{\Delta} / 3 = (5/3) \angle 45^\circ$ y la tensión de fase es $V_{LN} = V_L / \sqrt{3} = 110 / \sqrt{3} = 63,5 \text{ V}$.

La corriente de línea es: $I_L = V_L / Z = 63,5 \angle 0^\circ / (5/3) \angle 45^\circ = 38,1 \angle -45^\circ$

Puesto que esta corriente retrasan respecto de sus correspondientes tensiones, V_{AN} , V_{BN} y V_{CN} en 45° . Seguidamente se dan las tensiones simples a neutro y las corrientes correspondientes.

$$\begin{aligned} V_{AN} &= 63,5 \angle 90^\circ & I_A &= 38,1 \angle 90^\circ - 45^\circ = 38,1 \angle 45^\circ \\ V_{BN} &= 63,5 \angle -30^\circ & I_B &= 38,1 \angle -30^\circ - 45^\circ = 38,1 \angle -75^\circ \\ V_{CN} &= 63,5 \angle -150^\circ & I_C &= 38,1 \angle -150^\circ - 45^\circ = 38,1 \angle -195^\circ \end{aligned}$$

Estas intensidades de corriente son idénticas a las que se obtuvieron en el ejemplo 8.1.1. Si se desean las corrientes de fase en las impedancias conectadas en triángulo, se pueden obtener a partir de la expresión $I_F = I_L / \sqrt{3} = 38,1 / \sqrt{3} = 22$. Los ángulos de fase de estas corrientes se deducen estableciendo primero los ángulos de las tensiones compuestas entre líneas, determinando después las corrientes con un retraso de 45° .

$$\begin{aligned} V_{AB} &= 110 \angle 120^\circ & I_{AB} &= 22 \angle 120^\circ - 45^\circ = 22 \angle 75^\circ \\ V_{BC} &= 110 \angle 0^\circ & I_{BC} &= 22 \angle 0^\circ - 45^\circ = 22 \angle -45^\circ \\ V_{CA} &= 110 \angle 240^\circ & I_{CA} &= 22 \angle 240^\circ - 45^\circ = 22 \angle 195^\circ \end{aligned}$$

9. Carga trifásica no balanceada (desequilibrada) conectada en Y a un sistema tetrafilar.

Generalmente en la práctica, los sistemas trifásicos están sensiblemente equilibrados, bien porque muchas de las cargas son trifásicas en sí mismas (como los motores trifásicos), o bien porque cuando existen cargas monofásicas, éstas se han repartido equitativamente entre las tres fases; de este modo, una gran parte de los problemas de circuitos trifásicos se puedan resolver por los procedimientos vistos hasta ahora.

Cuando las cargas dejan de ser iguales en las tres fases, se obtiene un sistema desequilibrado que debe resolverse simultáneamente para las tres fases, sin que pueda considerarse un circuito equivalente monofásico, porque las ecuaciones correspondientes han perdido sus condiciones de simetría.

En las **redes desequilibradas es muy importante conocer la secuencia de fases**, ya que un cambio en la secuencia puede dar lugar a un reparto de las corrientes de línea completamente distinto, aun cuando las tensiones de alimentación y las cargas se mantengan iguales.

En lo que sigue vamos a estudiar los circuitos trifásicos con cargas desequilibradas, suponiendo como es habitual, que el sistema de alimentación es perfecto.

Para analizar los sistemas no simétricos (desequilibrados), tanto en generación como en cargas, se utiliza una técnica denominada **“método de las componentes simétricas”** que permite hacer un estudio más general, convirtiendo un sistema no simétrico en simétrico, lo cual es muy útil, para analizar fallas o cortocircuitos en sistemas de potencia.

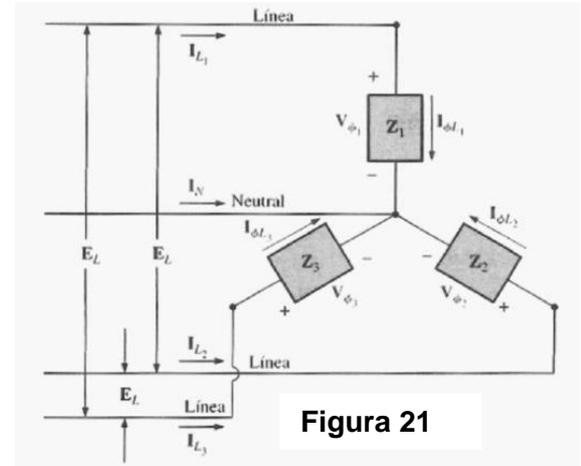


Figura 21

Las condiciones para la carga trifásica conectada en Y, en sistemas tetrafilares o de cuatro conductores, que aparece en la figura 21, son de tal naturaleza que **ninguna** de las impedancias de carga son iguales, por lo que tenemos una **carga trifásica no balanceada o desequilibrada**.

Como el neutro es un punto común entre la carga y la fuente, sin importar cuál sea la impedancia de cada fase de la carga y la fuente, **el voltaje en cada fase es el voltaje de fase del generador: $V_{\phi} = E_{\phi}$**

Las corrientes de fase pueden, por tanto, determinarse mediante la Ley de Ohm:

$$I_{\phi_1} = \frac{V_{\phi_1}}{Z_1} = \frac{E_{\phi_1}}{Z_1} \text{ y así sucesivamente}$$

Para cualquier sistema no balanceado, la corriente en el neutro puede encontrarse entonces aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff en el punto común n:

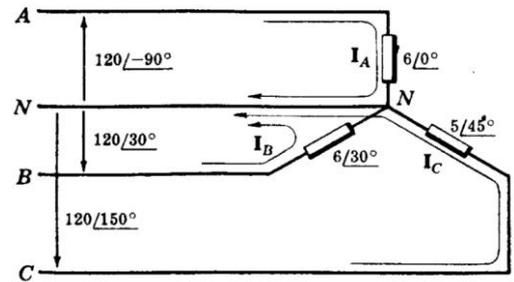
$$I_N = I_{\phi_1} + I_{\phi_2} + I_{\phi_3} = I_{L_1} + I_{L_2} + I_{L_3}$$

Debido a la diversidad de equipos que se encuentran en el ambiente industrial, la potencia trifásica y la monofásica se proporcionan, por lo general, con la monofásica obtenida del sistema trifásico. Además, como la carga de cada fase cambia en forma continua, normalmente se emplea un sistema de cuatro conductores (con un neutro) para asegurar niveles de voltaje uniformes, y con el fin de proporcionan una trayectoria para la corriente resultante de una carga no balanceada.

Todas las cargas que demandan las potencias más bajas, como la iluminación, los tomacorrientes, los sistemas de alarma, etc., usan una línea monofásica de 220 V como voltaje de fase, correspondientes a un sistema trifásico cuya tensión de línea vale 380 V; mientras que los grandes motores o las cargas más grandes se conectan a la línea trifásica.

9.1. Ejemplo de carga desequilibrada conectada en estrella “Y” a un sistema tetrafilar.

Un sistema trifásico trifásico de secuencia CBA (secuencia inversa) de cuatro conductores y 208 V de tensión de línea alimenta una carga en estrella con impedancias: $Z_A = 6 \angle 0^\circ$; $Z_B = 6 \angle 30^\circ$ y $Z_C = 5 \angle 45^\circ$. Obtener las tres corrientes en las líneas y en el neutro. Dibujar el diagrama fasorial.



• Resolución

Definimos las tensiones de fase y elegimos las corrientes de línea como se indican en la figura:

$$V_{AN} = 120 \angle -90^\circ$$

$$V_{BN} = 120 \angle 30^\circ$$

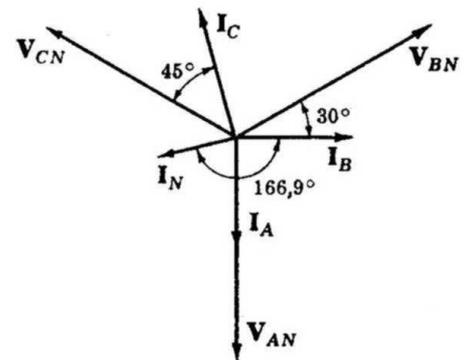
$$V_{CN} = 120 \angle 150^\circ$$

Las corrientes de línea serán:

$$I_A = V_{AN} / Z_A = 20 \angle -90^\circ$$

$$I_B = V_{BN} / Z_B = 20 \angle 0^\circ$$

$$I_C = V_{CN} / Z_C = 24 \angle 105^\circ$$



La corriente por el neutro valdrá: $I_N = -(I_A + I_B + I_C) = 14,1 \angle -166,9^\circ$

El diagrama fasorial podemos verlo en la figura.

10. Carga trifásica no balanceada (desequilibrada) conectada en Y conectada a un sistema trifásico de tres conductores (trifilar)

La situación se refleja en la Figura 22 en la que solamente se podrá afirmar que la terna de tensiones de línea aplicada en sus terminales se mantendrá igual a la de la generación.

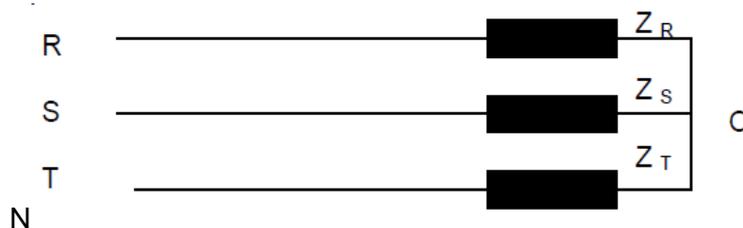


Figura 22.- Carga conectada en Y a un sistema trifásico trifilar

Además se cumple: $\sum I_{\text{línea}} = I_R + I_S + I_T = 0$

Resolviendo aplicando el método de las corrientes de malla, resulta:

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_I \\ I_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} \\ E_{22} \end{bmatrix}$$

Analizando el circuito, tenemos que:

$$Z_{11} = Z_R + Z_S \quad Z_{22} = Z_S + Z_T \quad Z_{21} = Z_{12} = -Z_S$$

$$E_{11} = E_R - E_S = E_{RS} \quad E_{22} = E_S - E_T = E_{ST}$$

Estas últimas dos expresiones genéricas variarán para secuencia 1 y para secuencia 2, es decir para directa:

$$E_{11} = E_{RS} = E_L \angle \alpha$$

$$E_{22} = E_{ST} = E_L \angle 240^\circ + \alpha$$

En cambio para secuencia inversa:

$$E_{11} = E_{RS} = E_L \angle \alpha$$

$$E_{22} = E_{ST} = E_L \angle 120^\circ + \alpha$$

Esto prueba que la distribución de corrientes variará según la secuencia, dado que se alternan los elementos de la matriz de tensiones.

En virtud de que no existe vinculación eléctrica entre los puntos N y O (Figura 22) se cumple por una parte que $\Sigma I_L = 0$, lo que significa que este juego de corrientes de línea será distinto de la terna de corrientes de línea del sistema estrella con neutro ya visto, donde se verificaba que $\Sigma I_L = I_N$ y si para este último caso resultaba que tanto las tensiones de fase y línea se imprimían rígidamente a la carga por la configuración circuital, es evidente que al mismo sistema de carga desequilibrada en Y, pero sin neutro, si se alteran las corrientes de fase será porque se alteran las respectivas tensiones de fase, ya que las Z_f son constantes.

Efectivamente se produce una “**deformación de las tensiones de fase de la carga**”, de manera que sus composiciones dan las mismas tensiones compuestas de generación (o sea los extremos de los fasores de las tensiones de fase de carga se ubican en los vértices del triángulo de tensiones de línea)

Lo anterior implica que el centro de estrella de la carga (punto O) no coincide con el centro de estrella del generador (punto N), es decir existe una “**tensión de desplazamiento de neutro V_{ON}** ”

El cálculo de V_{ON} se lo podrá hacer de la siguiente manera:

$$I_R = V_{RO} Y_R \quad I_S = V_{SO} Y_S \quad I_T = V_{TO} Y_T$$

En la Figura 23 que representa un caso en el que O no coincide con N, el subíndice G relaciona a los fasores de la generación.

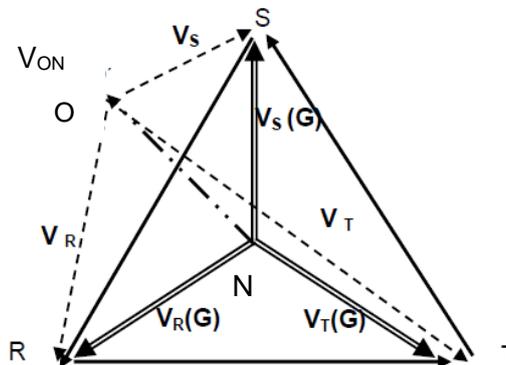


Figura 23

Se verifica que:

$$V_{ON} + V_{RO} = V_R(G), \text{ o sea que:}$$

$$V_{RO} = V_R(G) - V_{ON}$$

$$V_{SO} = V_S(G) - V_{ON}$$

$$V_{TO} = V_T(G) - V_{ON}$$

Reemplazando en las expresiones de las corrientes y dado que $\sum I_L = 0$, resulta:

$$[V_R(G) - V_{ON}] Y_R + [V_S(G) - V_{ON}] Y_S + [V_T(G) - V_{ON}] Y_T = 0$$

$$V_{ON} = \frac{V_R(G) Y_R + V_S(G) Y_S + V_T(G) Y_T}{Y_R + Y_S + Y_T}$$

Mediante el cálculo de la tensión entre neutros o centros de estrella se podrá calcular las demás incógnitas de análisis.

Esto es primero se halla V_{ON} , luego se podrán calcular las tensiones por fase de carga mediante las composiciones con las tensiones de generación $[V_i(G)]$, por último se calculan las corrientes de fase mediante la Ley de Ohm.

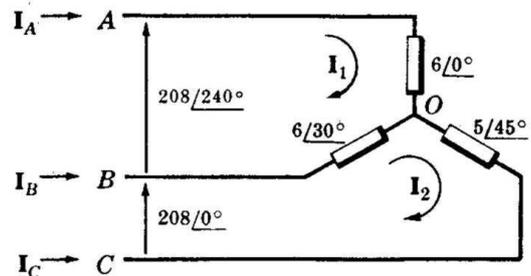
10.1. Ejemplo de carga desequilibrada en estrella “Y” conectada a un sistema trifásico “trifilar”

Si solamente hay tres líneas A, B y C conectadas a una carga en estrella desequilibrada, el punto común de las tres impedancias de carga no está al potencial del neutro y se designa por la letra “O” en lugar de N.

Las tensiones entre los extremos de las tres impedancias pueden variar considerablemente desde el valor de la tensión simple como se ve en el triángulo de tensiones que relaciona todas las tensiones del circuito. Tiene particular interés el desplazamiento de N a “O”, cuya tensión se denomina **tensión de desplazamiento de neutro**.

Un sistema trifásico, de secuencia CBA, trifilar, de 208 V, tiene una carga en estrella con $Z_A = 6 \angle 0^\circ$, $Z_B = 6 \angle 30^\circ$ y $Z_C = 5 \angle 45^\circ$.

Obtener las corrientes de línea la tensión en cada impedancia y determinar la tensión de desplazamiento de neutro V_{ON} .



• Resolución

Se elige una terna de tensiones de línea. Las tensiones de línea serán:

$$V_{BC} = 208 \angle 0^\circ$$

$$V_{CA} = 208 \angle 120^\circ$$

$$V_{AB} = 208 \angle 240^\circ$$

Se eligen las corrientes de malla, como se indica en la figura. El sistema de ecuaciones en forma matricial resulta:

$$\begin{vmatrix} 6 \angle 0^\circ + 6 \angle 30^\circ & -6 \angle 30^\circ \\ -6 \angle 30^\circ & 6 \angle 30^\circ + 5 \angle 45^\circ \end{vmatrix} \begin{vmatrix} I_1 \\ I_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 208 \angle 240^\circ \\ 208 \angle 0^\circ \end{vmatrix}$$

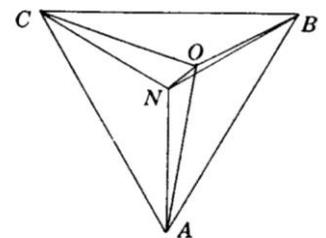
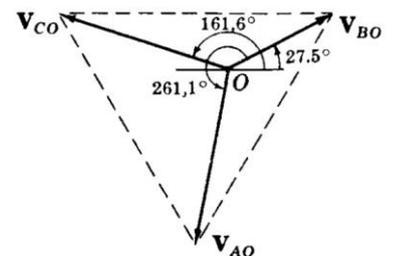
de donde $I_1 = 23,3 \angle 261,1^\circ$ e $I_2 = 26,5 \angle -63,4^\circ$

Las corrientes de línea serán:

$$I_A = I_1 = 23,3 \angle 261,1^\circ$$

$$I_B = I_2 - I_1 = 15,45 \angle -2,5^\circ$$

$$I_C = -I_2 = 26,5 \angle 116,6^\circ$$



Las tensiones en las tres impedancias vienen dadas por:

$$V_{AO} = I_A \cdot Z_A = 139,8 \angle 261,1^\circ, \quad V_{BO} = I_B \cdot Z_B = 92,7 \angle 27,5^\circ, \quad V_{CO} = I_C \cdot Z_C = 132,5 \angle 161,6^\circ$$

La tensión de desplazamiento de neutro puede calcularse:

$$V_{ON} = V_{OA} + V_{AN} = -139,8 \angle 261,1^\circ + 120 \angle -90^\circ = 28,1 \angle 39,8$$

10.2. Ejemplo de carga desequilibrada conectada en estrella "Y" conectada a un sistema trifilar. Método de la tensión de desplazamiento de neutro.

$$V_{ON} = \frac{V_{AN} Y_A + V_{BN} Y_B + V_{CN} Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}$$

siendo

$$Y_A = 1/(6/0^\circ) = 0,1667/0^\circ = 0,1667$$

$$Y_B = 1/(6/30^\circ) = 0,1667/-30^\circ = 0,1443 - j0,0833$$

$$Y_C = 1/(5/45^\circ) = 0,20/-45^\circ = 0,1414 - j0,1414$$

$$Y_A + Y_B + Y_C = 0,4524 - j0,2247$$

$$= 0,504/-26,5^\circ$$

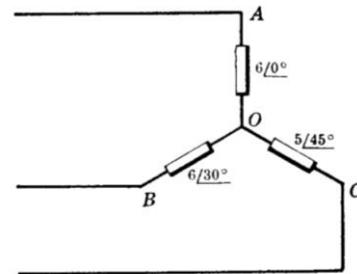
$$y \quad V_{AN} Y_A = 120/-90^\circ (0,1667/0^\circ) = 20/-90^\circ = -j20$$

$$V_{BN} Y_B = 120/30^\circ (0,1667/-30^\circ) = 20/0^\circ = 20$$

$$V_{CN} Y_C = 120/150^\circ (0,20/-45^\circ) = 24/105^\circ = -6,2 + j23,2$$

$$V_{AN} Y_A + V_{BN} Y_B + V_{CN} Y_C = 13,8 + j3,2 = 14,1/13,1^\circ$$

$$\text{Por tanto,} \quad V_{ON} = 14,1/13,1^\circ / 0,504/-26,5^\circ = 28,0/39,6^\circ$$



Las tensiones V_{AO} , V_{BO} y V_{CO} se obtienen a partir de V_{NO} y de la correspondiente tensión simple de línea a neutro.

$$V_{AO} = V_{AN} + V_{NO} = 120/-90^\circ - 28,0/39,6^\circ = 139,5/261,1^\circ$$

$$V_{BO} = V_{BN} + V_{NO} = 120/30^\circ - 28,0/39,6^\circ = 92,5/27,1^\circ$$

$$V_{CO} = V_{CN} + V_{NO} = 120/150^\circ - 28,0/39,6^\circ = 132,5/161,45^\circ$$

Las corrientes en las líneas se obtienen fácilmente de las tensiones y correspondientes admitancias de carga:

$$I_A = V_{AO} Y_A = 139,5/261,1^\circ (0,1667/0^\circ) = 23,2/261,1^\circ$$

$$I_B = V_{BO} Y_B = 92,5/27,1^\circ (0,1667/-30^\circ) = 15,4/-2,9^\circ$$

$$I_C = V_{CO} Y_C = 132,5/161,45^\circ (0,20/-45^\circ) = 26,5/116,45^\circ$$

Las corrientes y tensiones anteriores están de acuerdo con las obtenidas en el Ejemplo 6.

11. Carga trifásica desequilibrada conectada en triángulo "Δ" a un sistema trifilar.

En la figura 24 se representa la conexión de una carga no balanceada (desequilibrada) conectada en Δ donde se cumple que: $Z_{RS} \neq Z_{ST} \neq Z_{TR}$

Para determinar las corrientes de línea, se deberán primero calcular las corrientes de fase indicadas como I_{RS} , I_{ST} e I_{TR} .

Las corrientes de fase resultan de aplicar la ley de Ohm como:

$$I_{RS} = V_{RS} / Z_{RS}$$

$$I_{ST} = V_{ST} / Z_{ST}$$

$$I_{TR} = V_{TR} / Z_{TR}$$

Las corrientes de línea aplicando la 1ª Ley de Kirchhoff en los nodos indicados como R, S y T en la figura 24, resultan:

$$\begin{aligned} I_R &= I_{RS} - I_{TR} \\ I_S &= I_{ST} - I_{RS} \\ I_T &= I_{TR} - I_{ST} \end{aligned}$$

En la figura 25 se representa el diagrama fasorial donde se ponen de manifiesto las relaciones indicadas anteriormente. Obsérvese que dado que la conexión en triángulo no admite la conexión del neutro no se han indicado las tensiones de fase o simples en el diagrama, representándose las tensiones de línea, por ser las tensiones que tienen aplicadas dada impedancia de carga.

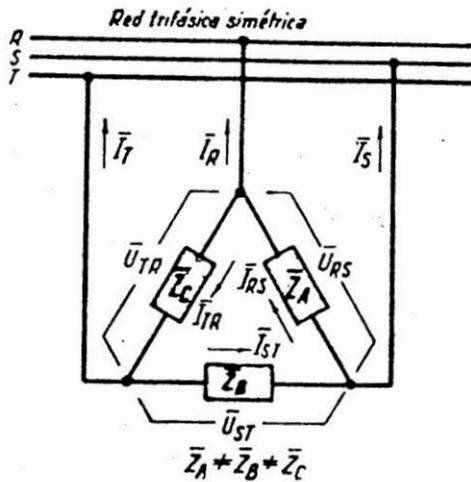


Figura 24

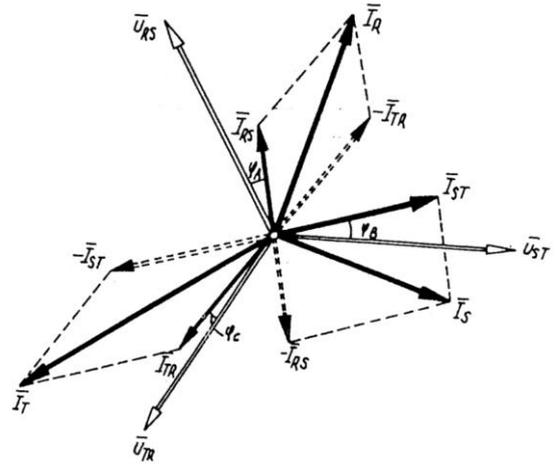


Figura 25

11.1. Ejemplo de carga desequilibrada conectada en Δ a un sistema trifilar

Un sistema trifásico de secuencia ABC (secuencia directa) de tres conductores y 240 V de tensión compuesta, tiene una carga conectada en triángulo con valores: $Z_{AB} = 10 \angle 0^\circ$, $Z_{BC} = 10 \angle 30^\circ$, $Z_{CA} = 10 \angle -30^\circ$. Obtener las corrientes de línea y dibujar el diagrama fasorial.

• Resolución

Se elige una terna de tensiones de línea, que determinan los sentidos de las corrientes de fase indicados en el diagrama. Las tensiones de línea serán:

$$V_{AB} = 240 \angle 120^\circ \quad V_{BC} = 240 \angle 0^\circ \quad V_{CA} = 240 \angle 240^\circ$$

Aplicando la Ley de Ohm las corrientes de fase resultan:

$$I_{AB} = V_{AB} / Z_{AB} = 24 \angle 120^\circ$$

$$I_{BC} = V_{BC} / Z_{BC} = 24 \angle -30^\circ$$

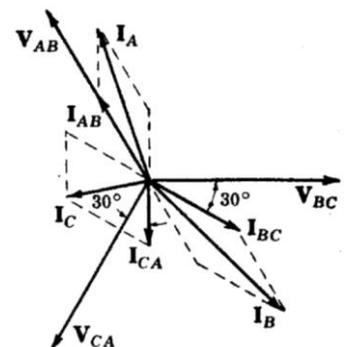
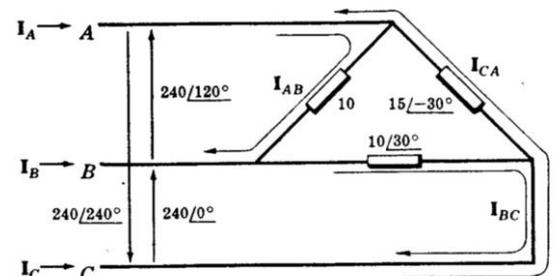
$$I_{CA} = V_{CA} / Z_{CA} = 16 \angle 270^\circ$$

Aplicando la 1ª Ley de Kirchhoff a cada nodo del triángulo de carga, las corrientes de línea resultan:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = 38,7 \angle 108,1^\circ$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = 46,4 \angle -45^\circ$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = 21,2 \angle 190,2^\circ$$



12. Potencia en sistemas trifásicos

12.1 Potencia instantánea en un sistema trifásico equilibrado

La potencia instantánea, suministrada por un generador trifásico equilibrado, es constante e igual a la potencia activa. La exposición que sigue es igualmente válida, para las conexiones en estrella como para las en triángulo.

Tensiones de fases

$$e_{f1}(t) = \sqrt{2} E_f \cos \omega t$$

$$e_{f2}(t) = \sqrt{2} E_f \cos (\omega t - 2\pi/3)$$

$$e_{f3}(t) = \sqrt{2} E_f \cos (\omega t - 4\pi/3)$$

Corrientes de fases

$$i_{f1}(t) = \sqrt{2} I_f \cos (\omega t - \varphi)$$

$$i_{f2}(t) = \sqrt{2} I_f \cos (\omega t - 2\pi/3 - \varphi)$$

$$i_{f3}(t) = \sqrt{2} I_f \cos (\omega t - 4\pi/3 - \varphi)$$

Las expresiones de las potencias instantáneas:

$$p_{f1} = 2 E_f I_f \cos \omega t \cos (\omega t - \varphi) = E_f I_f [\cos (2\omega t - \varphi) + \cos \varphi]$$

$$p_{f2} = 2 E_f I_f \cos (\omega t - 2\pi/3) \cos (\omega t - 2\pi/3 - \varphi) = E_f I_f [\cos (2\omega t - 4\pi/3 - \varphi) + \cos \varphi]$$

$$p_{f3} = 2 E_f I_f \cos (\omega t - 4\pi/3) \cos (\omega t - 4\pi/3 - \varphi) = E_f I_f [\cos (2\omega t - 8\pi/3 - \varphi) + \cos \varphi]$$

$$p = p_{f1} + p_{f2} + p_{f3} = 3 E_f I_f \cos \varphi = P$$

Esto supone otra ventaja del sistema trifásico, frente al monofásico cuya energía activa instantánea es unidireccional, más no constante. En máquinas rotatorias trifásicas, tanto generadoras como consumidoras, significa que el par es constante.

12.2 Potencias en los sistemas trifásicos equilibrados

12.2.1 Potencia activa

La potencia activa de un sistema trifásico es la suma de las potencias activas de los sistemas monofásicos que lo componen. Si se supone equilibrado, la potencia activa buscada es tres veces la de una de sus sistemas monofásicos. Véase cómo se llega a una expresión común a los dos tipos de conexiones, para lo cual nos basaremos en la **Figura 26**.

✓ **Conexión en estrella:**

$$P = 3 E_{f\text{fase } Y} I_{f\text{fase } Y} \cos \varphi = \sqrt{3} U I \cos \varphi$$

✓ **Conexión en triángulo:**

$$P = 3 E_{f\text{fase } \Delta} I_{f\text{fase } \Delta} \cos \varphi = \sqrt{3} U I \cos \varphi$$

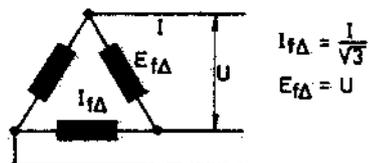
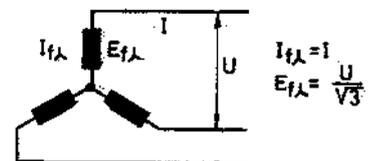


Figura 26

Nótese que φ es el ángulo que forman los fasores $E_{f\text{fase } Y}$ y $I_{f\text{fase } Y}$, o también $E_{f\text{fase } \Delta}$ y $I_{f\text{fase } \Delta}$, correspondientes a una misma fase, pero no el ángulo formado por una tensión compuesta U con una I de línea, que son los factores que intervienen en la fórmula final común. Queda claro que $\cos \varphi$ es el factor de potencia de cada sistema monofásico y, por consiguiente, el correspondiente al tipo de carga Z .

12.2.2 Potencia Reactiva “Q”

La potencia reactiva por fase vale, según lo desarrollado al estudiar las distintas potencias involucradas en los circuitos eléctricos excitados con corriente alterna:

$$Q_{\phi} = V_{\phi} I_{\phi} \text{sen } \theta_{I_{\phi}}^{V_{\phi}} = I_{\phi}^2 X_{\phi} \text{ (VAR)}$$

La potencia total consumida por la carga trifásica vale: $Q_T = 3 Q_{\phi}$ [VAR]

O procediendo como antes para la potencia activa será:

$$Q_T = \sqrt{3} E_L I_L \text{sen } \theta_{I_L}^{V_L} = 3 I_L^2 X_{\phi} \text{ (VAR)}$$

12.2.3 Potencia aparente “S”

La potencia aparente de cada fase vale: $S_{\phi} = V_{\phi} \cdot I_{\phi}$ [VA]

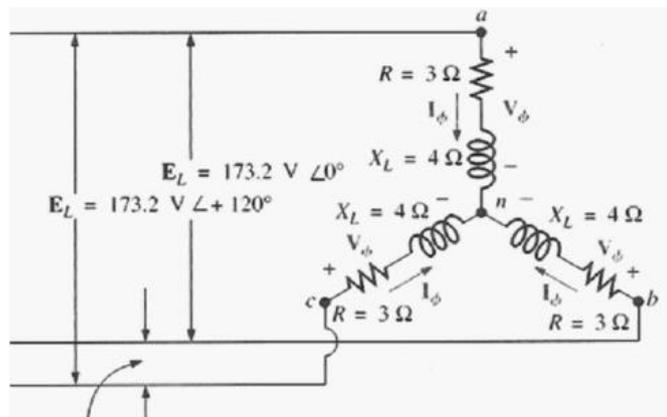
La potencia aparente total de la carga trifásica será: $S_T = 3 S_{\phi}$ [VA]

O, como antes:

$$S_T = \sqrt{3} E_L I_L \text{ (VA)}$$

Ejemplo 5.- Para la carga balanceada conectada en Y de la figura que sigue encontrar:

- Encuentre la potencia activa para cada fase y la carga total;
- Encuentre la potencia reactiva para cada fase y la carga total;
- Encuentre la potencia aparente para cada fase y la carga total;
- Encuentre el factor de potencia de la carga trifásica.



Solución:

a. La potencia promedio es:

$$P_{\phi} = V_{\phi} I_{\phi} \cos \theta_{I_{\phi}}^{V_{\phi}} = (100 \text{ V})(20 \text{ A}) \cos 53.13^{\circ} = (2000)(0.6) = 1200 \text{ W}$$

$$P_{\phi} = I_{\phi}^2 R_{\phi} = (20 \text{ A})^2 (3 \Omega) = (400)(3) = 1200 \text{ W}$$

$$P_{\phi} = \frac{V_R^2}{R_{\phi}} = \frac{(60 \text{ V})^2}{3 \Omega} = \frac{3600}{3} = 1200 \text{ W}$$

$$P_T = 3P_{\phi} = (3)(1200 \text{ W}) = 3600 \text{ W}$$

o bien:

$$P_T = \sqrt{3} E_L I_L \cos \theta_{I_L}^{V_L} = (1.732)(173.2 \text{ V})(20 \text{ A})(0.6) = 3600 \text{ W}$$

b. La potencia reactiva es:

$$Q_\phi = V_\phi I_\phi \sen \theta_{I_\phi}^{V_\phi} = (100 \text{ V})(20 \text{ A}) \sen 53.13^\circ = (2000)(0.8) = \mathbf{1600 \text{ VAR}}$$

o bien: $Q_\phi = I_\phi^2 X_\phi = (20 \text{ A})^2 (4 \ \Omega) = (400)(4) = \mathbf{1600 \text{ VAR}}$
 $Q_T = 3Q_\phi = (3)(1600 \text{ VAR}) = \mathbf{4800 \text{ VAR}}$

o bien:

$$Q_T = \sqrt{3} E_L I_L \sen \theta_{I_L}^{V_L} = (1.732)(173.2 \text{ V})(20 \text{ A})(0.8) = \mathbf{4800 \text{ VAR}}$$

c. La potencia aparente es:

$$S_\phi = V_\phi I_\phi = (100 \text{ V})(20 \text{ A}) = \mathbf{2000 \text{ VA}}$$

$$S_T = 3S_\phi = (3)(2000 \text{ VA}) = \mathbf{6000 \text{ VA}}$$

o bien: $S_T = \sqrt{3} E_L I_L = (1.732)(173.2 \text{ V})(20 \text{ A}) = \mathbf{6000 \text{ VA}}$

d. El factor de potencia es:

$$F_p = \frac{P_T}{S_T} = \frac{3600 \text{ W}}{6000 \text{ VA}} = \mathbf{0.6 \text{ atrasado}}$$

Ejemplo 6.- Para las cargas conectadas en Y y en Δ , encuentre las potencias totales activa, reactiva y aparente, además del factor de potencia de la carga total.

Solución: Tratando las cargas por separado resulta:

Para la Y:

$$Z_Y = 4 \ \Omega + j 3 \ \Omega = 5 \ \Omega \angle 36.87^\circ$$

$$I_\phi = \frac{E_L / \sqrt{3}}{Z_Y} = \frac{200 \text{ V} / \sqrt{3}}{5 \ \Omega} = \frac{116 \text{ V}}{5 \ \Omega} = 23.12 \text{ A}$$

$$P_{T_Y} = 3 I_\phi^2 R_\phi = (3)(23.12 \text{ A})^2 (4 \ \Omega) = \mathbf{6414.41 \text{ W}}$$

$$Q_{T_Y} = 3 I_\phi^2 X_\phi = (3)(23.12 \text{ A})^2 (3 \ \Omega) = \mathbf{4810.81 \text{ VAR (L)}}$$

$$S_{T_Y} = 3 V_\phi I_\phi = (3)(116 \text{ V})(23.12 \text{ A}) = \mathbf{8045.76 \text{ VA}}$$

Para la Δ :

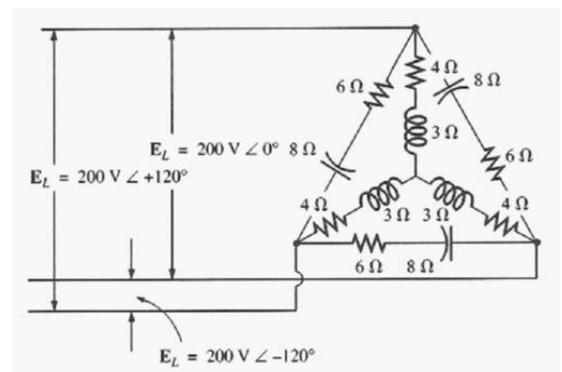
$$Z_\Delta = 6 \ \Omega - j 8 \ \Omega = 10 \ \Omega \angle -53.13^\circ$$

$$I_\phi = \frac{E_L}{Z_\Delta} = \frac{200 \text{ V}}{10 \ \Omega} = 20 \text{ A}$$

$$P_{T_\Delta} = 3 I_\phi^2 R_\phi = (3)(20 \text{ A})^2 (6 \ \Omega) = \mathbf{7200 \text{ W}}$$

$$Q_{T_\Delta} = 3 I_\phi^2 X_\phi = (3)(20 \text{ A})^2 (8 \ \Omega) = \mathbf{9600 \text{ VAR (C)}}$$

$$S_{T_\Delta} = 3 V_\phi I_\phi = (3)(200 \text{ V})(20 \text{ A}) = \mathbf{12,000 \text{ VA}}$$



Para la carga total:

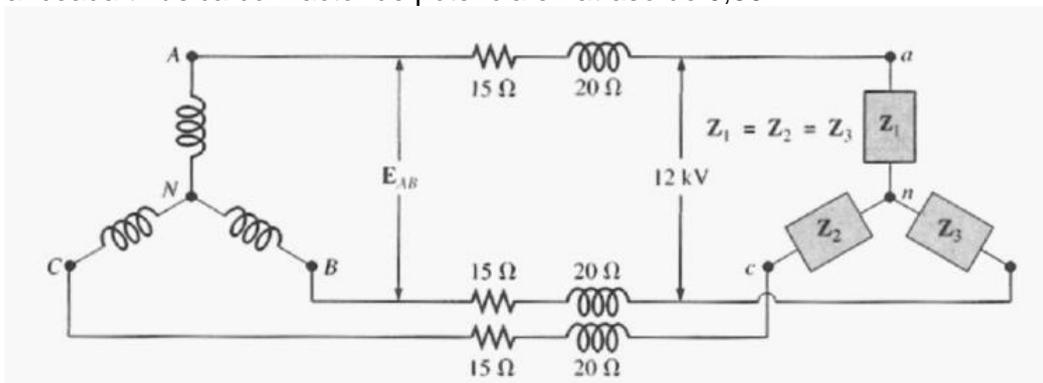
$$P_T = P_{T\Delta} + P_{TY} = 7200 \text{ W} + 6414.41 \text{ W} = \mathbf{13,614.41 \text{ W}}$$

$$Q_T = Q_{T\Delta} - Q_{TY} = 9600 \text{ VAR (C)} - 4810.81 \text{ VAR (I)} \\ = \mathbf{4789.19 \text{ VAR (C)}}$$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \sqrt{(13,614.41 \text{ W})^2 + (4789.19 \text{ VAR})^2} \\ = \mathbf{14,432.2 \text{ VA}}$$

$$F_p = \frac{P_T}{S_T} = \frac{13,614.41 \text{ W}}{14,432.20 \text{ VA}} = \mathbf{0.943 \text{ adelantado}}$$

Ejemplo 7.- Cada línea de transmisión del sistema trifásico de tres alambres de la figura tiene impedancia de $15 + j 20 \Omega$. El sistema entrega una potencia total de 160 kW a 12.000 V a una carga balanceada trifásica con factor de potencia en atraso de 0,86.



- Determine la magnitud del voltaje de línea E_{AB} del generador.
- Encuentre el factor de potencia de la carga total aplicada al generador.
- ¿Cuál es la eficiencia del sistema?

Solución:

$$a. V_\phi (\text{carga}) = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{12,000 \text{ V}}{1.73} = 6936.42 \text{ V}$$

$$P_T (\text{carga}) = 3V_\phi I_\phi \cos \theta$$

e

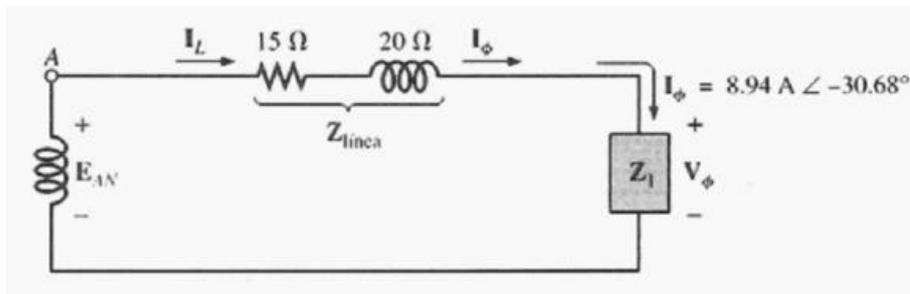
$$I_\phi = \frac{P_T}{3V_\phi \cos \theta} = \frac{160,000 \text{ W}}{3(6936.42 \text{ V})(0.86)} \\ = \mathbf{8.94 \text{ A}}$$

Como $\theta = \cos^{-1} 0.86 = 30.68^\circ$, asignando a V_ϕ un ángulo de 0° o $V_\phi = V_\phi \angle 0^\circ$, un factor de potencia atrasado resulta en:

$$\mathbf{I_\phi = 8.94 \text{ A} \angle -30.68^\circ}$$

Para cada fase, el sistema aparecerá como se muestra en la figura donde:

$$\mathbf{E_{AN} - I_\phi Z_{\text{línea}} - V_\phi = 0}$$



o bien:

$$\begin{aligned} E_{AN} &= I_{\phi} Z_{\text{linea}} + V_{\phi} \\ &= (8.94 \text{ A } \angle -30.68^{\circ})(25 \Omega \angle 53.13^{\circ}) + 6936.42 \text{ V } \angle 0^{\circ} \\ &= 223.5 \text{ V } \angle 22.45^{\circ} + 6936.42 \text{ V } \angle 0^{\circ} \\ &= 206.56 \text{ V} + j 85.35 \text{ V} + 6936.42 \text{ V} \\ &= 7142.98 \text{ V} + j 85.35 \text{ V} \\ &= 7143.5 \text{ V } \angle 0.68^{\circ} \end{aligned}$$

Entonces: $E_{AB} = \sqrt{3} E_{\phi g} = (1.73)(7143.5 \text{ V}) = 12,358.26 \text{ V}$

b. $P_T = P_{\text{carga}} + P_{\text{linea}}$
 $= 160 \text{ kW} + 3(I_L)^2 R_{\text{linea}}$
 $= 160 \text{ kW} + 3(8.94 \text{ A})^2 15 \Omega$
 $= 160,000 \text{ W} + 3596.55 \text{ W}$
 $= 163,596.55 \text{ W}$

y

$$P_T = \sqrt{3} V_L I_L \cos \theta_T$$

o bien: $\cos \theta_T = \frac{P_T}{\sqrt{3} V_L I_L} = \frac{163,596.55 \text{ W}}{(1.73)(12,358.26 \text{ V})(8.94 \text{ A})}$

y

$$F_p = 0.856 < 0.86 \text{ de carga}$$

c. $\eta = \frac{P_o}{P_i} = \frac{P_o}{P_o + P_{\text{pérdidas}}} = \frac{160 \text{ kW}}{160 \text{ kW} + 3596.55 \text{ W}} = 0.978$
 $= 97.8\%$

12.3. Potencias en cargas desequilibradas

Un sistema trifásico puede ser entendido como un circuito compuesto por tres circuitos monofásicos, adecuadamente vinculados.

Tratándose de tres fases, la potencia activa del conjunto trifásico será la suma de las potencias de las tres fases:

$$P = \sum P_i = P_A + P_B + P_C$$

Tratándose de una **carga desequilibrada conectada en Y**, tendremos:

$$P_Y = U_{RO} I_R \cos \phi_R + U_{SO} I_S \cos \phi_S + U_{TO} I_T \cos \phi_T$$

Donde:

U_{RO} ; U_{SO} ; U_{TO} = tensiones de fase aplicadas en las cargas.

φ_R ; φ_S ; φ_T = ángulo que forma la tensión de fase aplicada y la corriente de fase.

Tratándose de una carga desequilibrada conectada en Δ , tendremos:

$$P_{\Delta} = U_{RS} I_{RS} \cos \varphi_{RS} + U_{ST} I_{ST} \cos \varphi_{ST} + U_{TR} I_{TR} \cos \varphi_{TR}$$

Donde:

U_{RS} ; U_{ST} ; U_{TR} = tensiones de línea aplicadas en las cargas.

φ_{RS} ; φ_{ST} ; φ_{TR} = ángulo que forma la tensión de línea aplicada y la corriente de fase.

Para el caso de las potencias reactivas, el tratamiento es idéntico, vale decir:

$$Q_Y = U_{RO} I_R \sin \varphi_R + U_{SO} I_S \sin \varphi_S + U_{TO} I_T \sin \varphi_T$$

$$Q_{\Delta} = U_{RS} I_{RS} \sin \varphi_{RS} + U_{ST} I_{ST} \sin \varphi_{ST} + U_{TR} I_{TR} \sin \varphi_{TR}$$

Para la potencia aparente podemos hacer las mismas consideraciones que en el caso de los circuitos monofásicos, luego podemos establecer:

$$S = \sqrt{(P_R + P_S + P_T)^2 + (Q_R + Q_S + Q_T)^2} \quad S = \sqrt{P_{total}^2 + Q_{total}^2}$$

13. El factor de potencia en redes trifásicas y su mejoramiento

En el caso de los sistemas trifásicos desequilibrados hay que considerar tres desfases entre tensiones y corrientes de fase.

Solo es posible determinar un “**factor de potencia medio**” que viene expresado por:

$$fp = \frac{P}{S} = \frac{\sum P_i}{\sum S_i} = \frac{(P_A + P_B + P_C)}{\sqrt{(P_A + P_B + P_C)^2 + (Q_A + Q_B + Q_C)^2}}$$

o también en forma más general: $fp = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$

Al estudiar los circuitos monofásicos se definió el factor de potencia y se desarrollo como podía mejorarse para llevarlo a un valor deseado. Los conceptos generales desarrollados allí valen ahora también aquí para los sistemas trifásicos, en lo que es más corriente hacer una corrección. Para ello, examinemos, la **figura 27** que sigue, que representa una instalación industrial trifásica, cuyo factor de potencia es de naturaleza inductiva, en virtud de los motores que corrientemente se utilizan en este tipo de instalación y de los circuitos de iluminación que presentan características inductivas.

Se observa que a la entrada de la línea que alimenta la instalación desde la red de servicios públicos, debe existir un sistema de medición de energía activa y en muchos casos de energía reactiva.

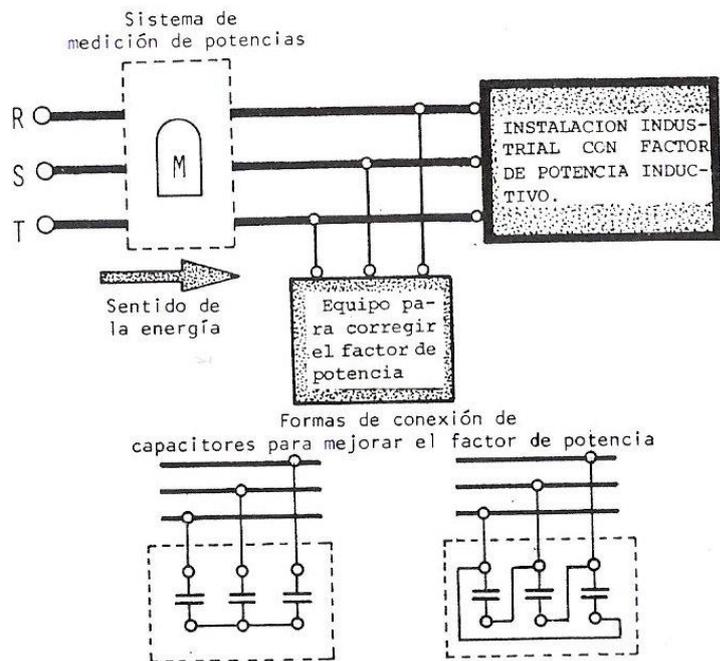


Figura 27

La operación que realizan estos medidores es la integración de las potencias a lo largo del tiempo, es decir:

$$E_{\text{activa}} = \sum P_i t_i \quad [\text{kWh}] \quad [\text{Medidor de energía activa}]$$

$$E_{\text{reactiva}} = \sum Q_i t_i \quad [\text{kVAh}] \quad [\text{Medidor de energía reactiva}]$$

Con estos dos valores, la empresa prestataria del servicio determina:

$$\text{tg } \varphi = (E_{\text{reactiva mensual}}) / (E_{\text{activa mensual}})$$

En las tarifas eléctricas, cuando el valor anteriormente citado de $\text{tg } \varphi$ es mayor que un valor fijado por la legislación, los precios de la energía activa, es decir, los precios del kilo - watt- hora (kWh) sufren recargos.

Es entonces evidencia que a los consumidores – sobre todo a los industriales y los llamados grandes consumos – les resulta beneficioso llevar el valor de $\text{tg } \varphi$ tendientes a cero, o sea que el factor de potencia debe tender a la unidad, vale decir: $\text{tg } \varphi \rightarrow 0 \quad \cos \varphi \rightarrow 1 \quad \varphi \rightarrow 0$

Por esa razón, muchos consumidores intercalan entre su instalación y los medidores de energía, un equipamiento capaz de conseguir una condición como la planteada.

De esta manera la potencia que en definitiva “ve” la empresa prestataria del servicio, es una instalación con un $\cos \varphi$ corregido, es decir que le sustrae potencia activa solamente.

Para lograr esto, el equipo intercalado debe tomar energía reactiva de naturaleza capacitiva, capaz de equilibrar la potencia reactiva inductiva que toma la instalación industrial.

Para lograr la condición de $\cos \varphi = 1$, es decir $\varphi = 0$ la potencia reactiva del equipo debe ser igual a la potencia reactiva de la instalación, la que sabemos vale: $Q_{\text{instalación}} = P_{\text{total}} \text{tg } \varphi$

El valor de P es la potencia activa de la instalación y $\text{tg } \varphi$ el valor con que funciona. Ambas cantidades se pueden calcular o medir sin dificultad.

Los equipos destinados a corregir el factor de potencia en las industrias o instalaciones medianas son las baterías de “capacitores”. Estos pueden ser conectados en estrella o en triángulo, según puede verse en la figura.

13.1. Ejemplo de aplicación

Una industria toma energía de la red de 3 x 380 V – 50 Hz a través de una línea trifásica. La carga está formada por:

- Motores trifásicos conectados en triángulo, que totalizan una potencia de 28 kW con factor de potencia 0,7 en atraso.
- Un horno de inducción conectado en estrella que consume 7200 W, con factor de potencia 0,25 inductivo.
- Un equipo de calefactores conectados en triángulo que consume 3800 W con factor de potencia igual a 1.

Se desea corregir el factor de potencia de la carga total, mediante un banco de capacitores conectados en triángulo, de modo de llevar el valor del factor de potencia a 0,85 en atraso.

Calcular:

- ✓ El valor de los capacitores a conectar en triángulo.
- ✓ La corriente por el alimentador antes y después de la corrección.

➤ Resolución:

Como primer paso en base a los datos dados calculamos las potencias activa, reactiva y aparente de cada carga y las totales.

Los resultados pueden verse en el siguiente cuadro:

CARGA	POTENCIA ACTIVA [W]	POTENCIA REACTIVA [VAr]	POTENCIA APARENTE [VA]
MOTORES	28.000	28.566	40.000
HORNO	7.200	27.885	28.800
CALEFACTORES	3.800	---	3.800
TOTAL	39.000	56.451	68.613

Determinamos el factor de potencia de la instalación, mediante la siguiente relación:

$$\varphi_m = \text{Arc tg} \frac{Q_m}{P_m} = \text{Arc tg} \frac{56.451}{39.000} = 55,4^\circ \quad \cos \varphi_m = 0,568$$

Las corrientes de línea serán iguales por tratarse de un circuito equilibrado en cargas, para calcular dicha corriente procedemos de la siguiente manera:

$$I = \frac{P_m}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi} = \frac{39.000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,568} = 104,35 \text{ A}$$

Para determinar el valor del capacitor por fase, partiremos de los datos que ya hemos calculado a saber:

- ✓ Tensión de línea= $U_L = 380 \text{ V}$
- ✓ Frecuencia= $f = 50 \text{ Hz}$ ($\omega = 2 \pi f$)

- ✓ Potencia activa total = $P_{\text{total}} = 39.000 \text{ W}$
- ✓ $\cos \varphi_m = 0,568 \text{ (L)}$ (factor de potencia inicial)
- ✓ $\cos \varphi_R = 0,85 \text{ (L)}$ (factor de potencia deseado)

$$C = \frac{P_m (\text{tg} \varphi_m - \text{tg} \varphi_R)}{3 \cdot \omega \cdot U_L^2} = \frac{39.000 (\text{tg} 55,4^\circ - \text{tg} 31,8^\circ)}{3 \cdot 314 \cdot 380^2} = 238 \mu\text{F}$$

La corriente de línea con la instalación corregida valdrá:

$$I_{\text{COR}} = \frac{P_m}{\sqrt{3} \cdot U \cdot \cos \varphi_R} = \frac{39.000}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,85} = 69,73 \text{ A}$$

14. Medición de potencia activa en circuitos trifásicos

14.1. Método de los tres vatímetros

La potencia entregada a una carga balanceada o no balanceada de cuatro conductores (tetrafilar), conectada en Y, puede encontrarse con el **método de los tres vatímetros**, es decir, usando tres vatímetros como se muestra en la **figura 28**.

Cada vatímetro mide la potencia entregada a cada fase. La bobina de voltaje de cada vatímetro se conecta en paralelo con la carga, mientras que la bobina de corriente está en serie con la carga. La potencia activa total del sistema se puede encontrar sumando las lecturas de los tres vatímetros, esto es:

$$P_T (Y) = P_1 + P_2 + P_3$$

Para una carga (balanceada o no balanceada), conectada en Δ los vatímetros se conectan como se indica en la figura 29. La potencia total es de nuevo la suma de las tres lecturas en los vatímetros:

$$P_T (\Delta) = P_1 + P_2 + P_3$$

Si en cualquiera de los casos antes descritos la carga está balanceada, la potencia entregada a cada fase será la misma. Entonces, la potencia total es precisamente tres veces la lectura de cualquier vatímetro.

14.2. Método de los dos vatímetros (Conexión Aron)

La potencia entregada a una carga balanceada o no balanceada trifásica, para un sistema trifilar o de tres conductores (sin neutro), conectada en Y o en Δ , puede encontrarse usando sólo dos vatímetros si se emplea la conexión apropiada y las lecturas de los vatímetros se interpretan adecuadamente.

Las conexiones básicas de este **método de los dos vatímetros** se muestran en la **figura 30**. Un extremo de cada bobina de voltaje se conecta a la misma línea, y las bobinas de corriente se colocan entonces en las líneas restantes.

La conexión mostrada en la figura 31 también cumplirá los requisitos. Una tercera conexión también es posible, pero se deja como ejercicio.

Figura 28

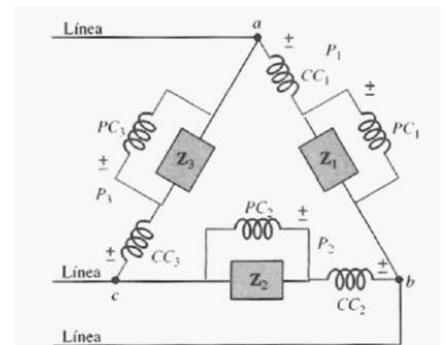
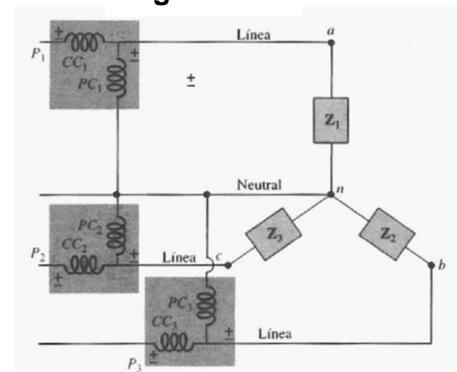


Figura 29

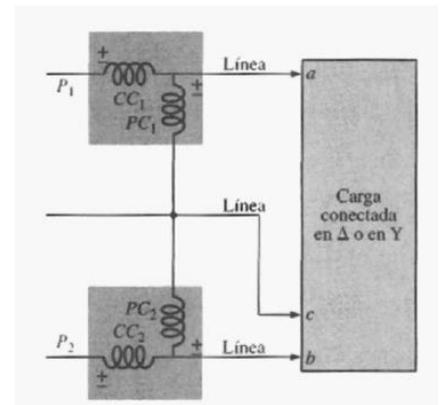


Figura 30

La potencia total entregada a la carga es la suma algebraica de las dos lecturas en los vatímetros.

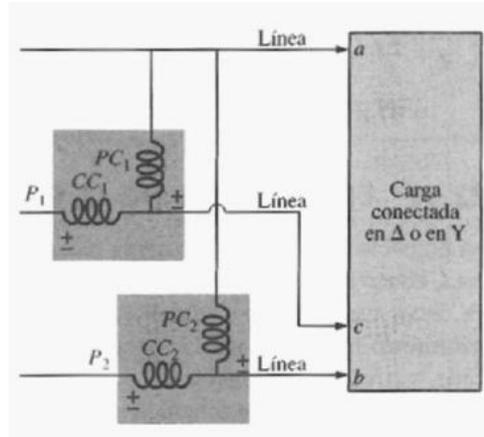
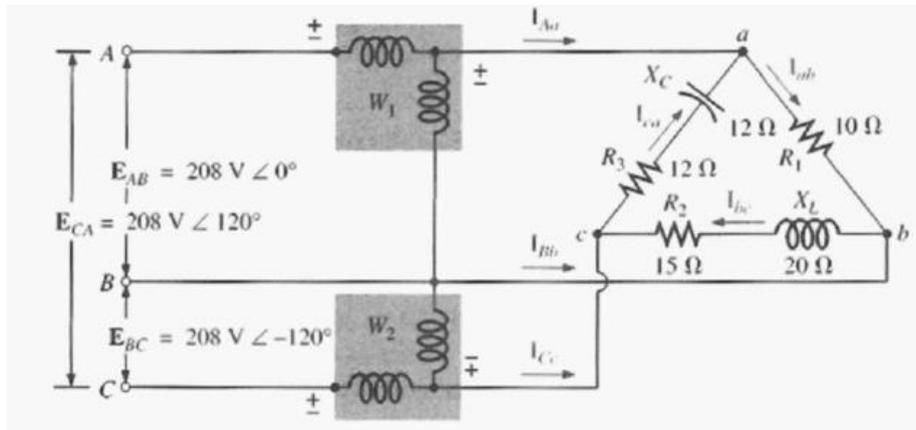


Figura 31

Ejemplo 8.- Para la carga no balanceada conectada en Δ de la figura con dos vatímetros apropiadamente conectados:



- Determine la magnitud y el ángulo de las corrientes de fase.
- Calcule la magnitud y el ángulo de las corrientes de línea.
- Determine la lectura de potencia de cada vatímetro.
- Calcule la potencia total absorbida por la carga.
- Compare el resultado del inciso (d) con la potencia total calculada usando las corrientes de fase y los elementos resistivos.

Solución:

$$\begin{aligned} \text{a. } I_{ab} &= \frac{V_{ab}}{Z_{ab}} = \frac{E_{AB}}{Z_{ab}} = \frac{208 \text{ V } \angle 0^\circ}{10 \Omega \angle 0^\circ} = 20.8 \text{ A } \angle 0^\circ \\ I_{bc} &= \frac{V_{bc}}{Z_{bc}} = \frac{E_{BC}}{Z_{bc}} = \frac{208 \text{ V } \angle -120^\circ}{15 \Omega + j 20 \Omega} = \frac{208 \text{ V } \angle -120^\circ}{25 \Omega \angle 53.13^\circ} \\ &= 8.32 \text{ A } \angle -173.13^\circ \\ I_{ca} &= \frac{V_{ca}}{Z_{ca}} = \frac{E_{CA}}{Z_{ca}} = \frac{208 \text{ V } \angle +120^\circ}{12 \Omega + j 12 \Omega} = \frac{208 \text{ V } \angle +120^\circ}{16.97 \Omega \angle -45^\circ} \\ &= 12.26 \text{ A } \angle 165^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } I_{Aa} &= I_{ab} - I_{ca} \\ &= 20.8 \text{ A } \angle 0^\circ - 12.26 \text{ A } \angle 165^\circ \\ &= 20.8 \text{ A} - (-11.84 \text{ A} + j 3.17 \text{ A}) \\ &= 20.8 \text{ A} + 11.84 \text{ A} - j 3.17 \text{ A} = 32.64 \text{ A} - j 3.17 \text{ A} \\ &= 32.79 \text{ A } \angle -5.55^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{Bb} &= I_{bc} - I_{ab} \\ &= 8.32 \text{ A } \angle -173.13^\circ - 20.8 \text{ A } \angle 0^\circ \\ &= (-8.26 \text{ A} - j 1 \text{ A}) - 20.8 \text{ A} \\ &= -8.26 \text{ A} - 20.8 \text{ A} - j 1 \text{ A} = -29.06 \text{ A} - j 1 \text{ A} \\ &= 29.08 \text{ A } \angle -178.03^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{Cc} &= I_{ca} - I_{bc} \\ &= 12.26 \text{ A } \angle 165^\circ - 8.32 \text{ A } \angle -173.13^\circ \\ &= (-11.84 \text{ A} + j 3.17 \text{ A}) - (-8.26 \text{ A} - j 1 \text{ A}) \\ &= -11.84 \text{ A} + 8.26 \text{ A} + j(3.17 \text{ A} + 1 \text{ A}) = -3.58 \text{ A} + j 4.17 \text{ A} \\ &= 5.5 \text{ A } \angle 130.65^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } P_1 &= V_{ab} I_{Aa} \cos \theta_{I_{Aa}}^{V_{ab}} \quad V_{ab} = 208 \text{ V } \angle 0^\circ \\ I_{Aa} &= 32.79 \text{ A } \angle -5.55^\circ \\ &= (208 \text{ V})(32.79 \text{ A}) \cos 5.55^\circ \\ &= 6788.35 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{bc} &= E_{BC} = 208 \text{ V } \angle -120^\circ \\ \text{pero: } V_{cb} &= E_{CB} = 208 \text{ V } \angle -120^\circ + 180^\circ \\ &= 208 \text{ V } \angle 60^\circ \end{aligned}$$

$$\text{con: } I_{Cc} = 5.5 \text{ A } \angle 130.65^\circ$$

$$\begin{aligned} P_2 &= V_{cb} I_{Cc} \cos \theta_{I_{Cc}}^{V_{cb}} \\ &= (208 \text{ V})(5.5 \text{ A}) \cos 70.65^\circ \\ &= 379.1 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } P_T &= P_1 + P_2 = 6788.35 \text{ W} + 379.1 \text{ W} \\ &= 7167.45 \text{ W} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e. } P_T &= (I_{ab})^2 R_1 + (I_{bc})^2 R_2 + (I_{ca})^2 R_3 \\ &= (20.8 \text{ A})^2 10 \Omega + (8.32 \text{ A})^2 15 \Omega + (12.26 \text{ A})^2 12 \Omega \\ &= 4326.4 \text{ W} + 1038.34 \text{ W} + 1803.69 \text{ W} \\ &= 7168.43 \text{ W} \end{aligned}$$

(La ligera diferencia se debe al nivel de precisión considerado en los cálculos.)

14.3. Medida de la potencia en circuitos equilibrados.

Supóngase que la carga de la Figura 32, está formada por tres impedancias iguales “Z” (carga equilibrada) conectada en estrella o en triángulo. En este caso se obtendrán unas corrientes de línea de igual módulo y desfasadas de las tensiones simples de la red un ángulo “φ” (argumento de las impedancias)

En la **figura 33** se han representado en un diagrama fasorial las tensiones simples y compuestas, y también las corrientes de línea.

Las lecturas de los vatímetros P₁ y P₂ resultan atento a la conexión de los mismos iguales a:

- **VATIMETRO 1:**
 - ✓ Bobina voltimétrica conectada entre las fases R y T
 - ✓ Bobina amperométrica en serie con la fase R
 - ✓ La lectura correspondiente será: $P_1 = V_{RT} I_R \cos \alpha = \text{Re} [V_{RT} \cdot I_R^*]$, siendo α el ángulo de desfase entre V_{RT} e I_R.
- **VATIMETRO 2:**
 - ✓ Bobina voltimétrica conectada entre las fases S y T
 - ✓ Bobina amperométrica en serie con la fase S
 - ✓ La lectura correspondiente será: $P_2 = V_{ST} I_S \cos \beta = \text{Re} [V_{ST} \cdot I_S^*]$, siendo β el ángulo de desfase entre V_{ST} e I_S.

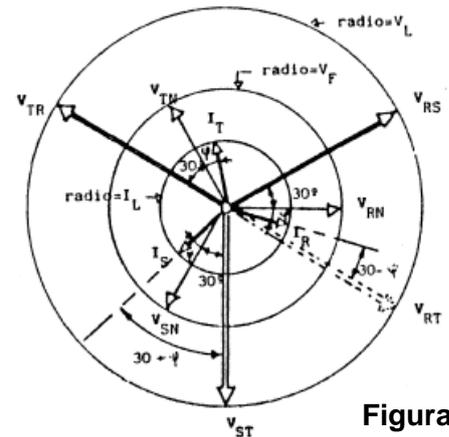
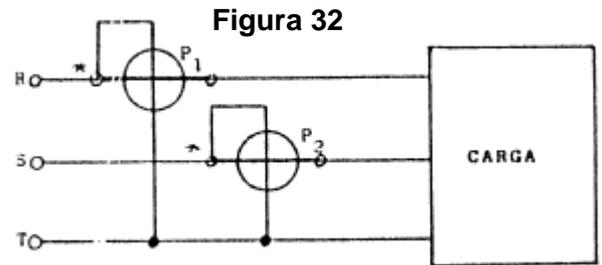


Figura 33

De acuerdo con este diagrama fasorial el ángulo α que aparece en la expresión de la lectura del vatímetro 1 y que representa el desfase entre V_{RT} e I_R es 30° - φ, mientras que el ángulo β que aparece en P₂ es el desfase que existe entre V_{ST} e I_S y que vale: 30° + φ.

El módulo de las tensiones de línea es V_L y el módulo de las corrientes es I_L, de este modo las lecturas de los vatímetros de acuerdo a las expresiones citadas anteriormente serán:

$$P_1 = \text{Re} [V_{RT} \cdot I_R^*] = V_L I_L \cos (30^\circ - \varphi)$$

$$P_2 = \text{Re} [V_{ST} \cdot I_S^*] = V_L I_L \cos (30^\circ + \varphi)$$

De este modo la potencia total absorbida por la carga será:

$$P = P_1 + P_2 = \sqrt{3} V_L I_L \cos \varphi$$

Que representa la potencia activa de un sistema equilibrado. Si se analizan las lecturas de los vatímetros, se pueden obtener los siguientes casos particulares:

1. Si la carga es resistiva pura, φ = 0°, y ambas lecturas serán iguales P₁ = P₂.
2. Si φ < 60°, es decir si el factor de potencia es superior a 0,5, entonces se tendrá: P₁ > 0 y P₂ > 0.
3. Si φ = 60°, es decir si el factor de potencia igual a 0,5 entonces se tendrá: P₂ = 0.
4. Si φ > 60°, entonces cos (30° + φ) es negativo y el vatímetro 2 dará una lectura negativa.

De las lecturas de los vatímetros se puede deducir también el factor de potencia de la carga. Restando los valores P₁ y P₂ se obtiene:

$$P_1 - P_2 = V_L I_L \text{ sen } \varphi$$

Y dividiendo las expresiones de la diferencia de lecturas y la suma resulta:

$$P_1 - P_2 / P_1 + P_2 = 1/\sqrt{3} \text{ tg } \varphi \quad \text{es decir:} \quad \text{tg } \varphi = (1/\sqrt{3}) [(P_1 - P_2) / (P_1 + P_2)]$$

De las lecturas de los vatímetros se puede obtener también la potencia reactiva de la carga:

$$Q = \sqrt{3} (P_1 - P_2) = \sqrt{3} V_L I_L \text{ sen } \varphi$$

GI/2016