



Universidad Nacional
de Mar del Plata

*Departamento de Ingeniería
Eléctrica*

Área Electrotecnia



Electrotecnia

(para la Carrera Ingeniería Mecánica)

Circuitos Magnéticos

Profesor Adjunto: Ingeniero Electricista y Laboral Gustavo L. Ferro
Mail: gferro@fi.mdp.edu.ar
EDICION 2016

INDICE

Capítulo 10

Circuitos Magnéticos

10.1. Los elementos fundamentales

10.2. Los circuitos magnéticos

10.3. La dispersión

10.4. Los entrehierros

10.5. Las pérdidas magnéticas

10.6. Resolución de circuitos magnéticos: método de resolución directa y indirecta

10.7. La corriente y la tensión de excitación

10.8. Forma de onda de la corriente alternada de excitación

10.9. Fuerza portante de los electroimanes

10.10. Imanes permanentes

10.11. Efecto pelicular

10.12. Problemas resueltos

• BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA:

- Circuitos Eléctricos y Magnéticos
- Autor: Marcelo Sobrevila.
- Capítulo 11

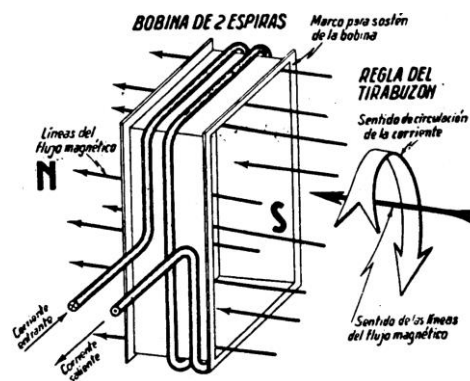
- Ingeniería de energía eléctrica. Libro 1. Circuitos.
- Autor: Marcelo Sobrevila.
- Capítulo 1.7

10.1. Los elementos fundamentales

Al circular **una corriente continua** por una bobina en el interior de la misma se produce un **campo magnético**.

El sentido de las denominadas líneas de campo o líneas de inducción esta indicado en la figura, y se puede obtener aplicando la denominada regla de tirabuzón, conociendo el sentido para la corriente.

El campo magnético existe también en el exterior de la bobina, aun cuando sus efectos son mucho más débiles, por lo que es necesaria otra magnitud para dejarlo completamente determinado en todos los puntos del espacio en donde aparece.



Esa magnitud, es la **inducción magnética o densidad de flujo o densidad de líneas “B”**, cuya unidad es el [Wb/m²] y tiene en cada punto del espacio en donde existe: **una dirección, un sentido y un valor determinado**. La dirección y el sentido se determinan con el sentido de la corriente que lo provoca.

En algunos casos en lugar de emplear la inducción se emplea el **“flujo magnético” o “flujo de inducción”** para señalar la acción magnética total en una superficie dada, que se indica con la letra Φ y se mide en **Weber [Wb]**.

La relación es: $\Phi = B \cdot S$, donde S es la superficie recta por donde pasa el flujo en [m²]. Esta fórmula es válida si B se mantiene constante en cualquier parte de la sección S.

En la figura se muestra el denominado “anillo de Rowland” donde se puede establecer que la B en el anillo vale:

$$B = \mu_a \frac{N i}{l}$$

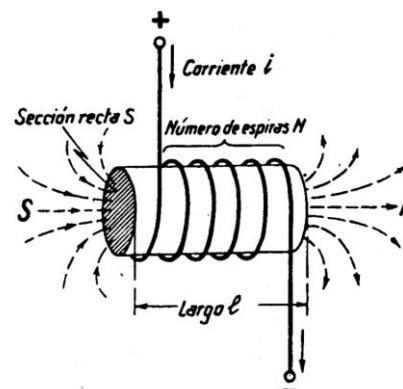
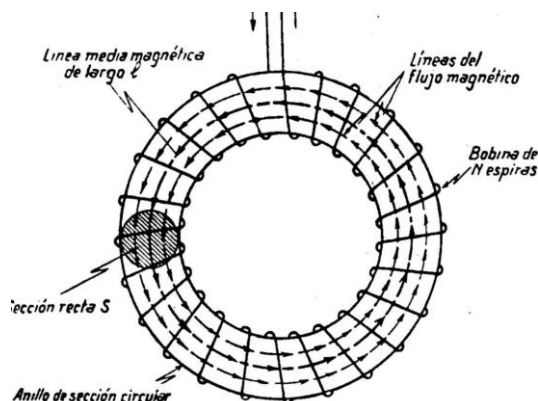
Si el anillo está arrollado en el vacío el valor de μ_a se denomina “permeabilidad absoluta o permeabilidad del vacío” y vale:

$$\mu_0 = \frac{4 \pi}{10^7} = 1,2566 \times 10^{-6} \frac{\text{Henry}}{\text{metro}}$$

Si “N” es el número de espiras del anillo, “i” es la corriente que circula en Amper y “l” el largo de la línea media magnética definimos la **“intensidad de campo o excitación magnética H”** medida en [Amper – vuelta /metro] o simplemente [A/m] a la relación:

$$H = \frac{N i}{l} \quad \left[\frac{\text{A}}{\text{m}} \right]$$

Si en lugar de un anillo de Rowland tomamos una bobina común en el **vacío** como se muestra en la figura se cumple que: $H \approx \frac{N i}{l}$.

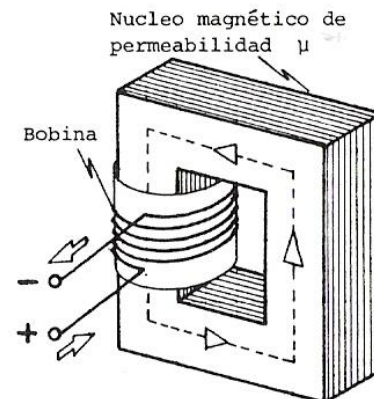


Pero si a la bobina le colocamos un núcleo magnético como se muestra en la figura el valor de la inducción magnética valdrá: $B = \mu_0 \mu \frac{Ni}{l}$.

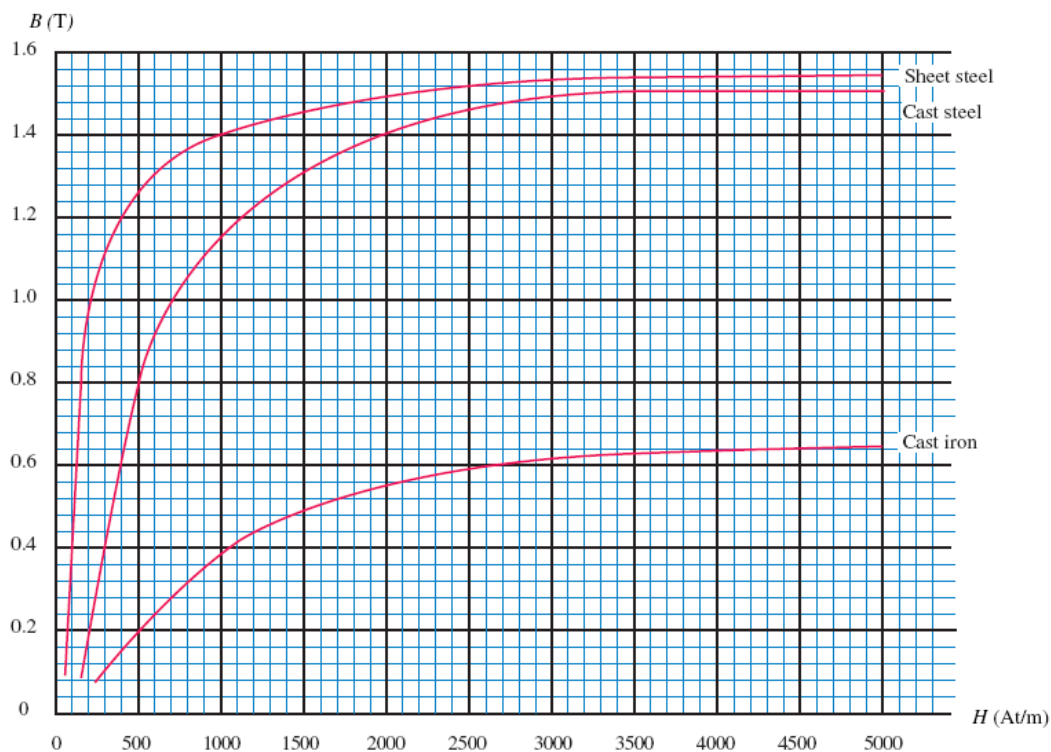
Donde μ es un coeficiente que indica la relación entre la permeabilidad del vacío y la permeabilidad de la sustancia colocada en el campo magnético y se denomina “**permeabilidad relativa**”.

Resumiendo las expresiones resulta:

$$B = \mu_0 \mu H, \text{ donde } H \text{ [A-v/m] y } B \text{ [Wb/m}^2\text{].}$$



En la técnica se utilizan el hierro y sus aleaciones para la construcción de los circuitos magnéticos, en la figura vemos las curvas de imantación $B = f(H)$ con las que trabajan normalmente en el cálculo de dichos circuitos.



Efectuemos un repaso general de las leyes que se utilizan para resolver problemas de circuitos magnéticos:

$$\Phi = B \cdot S = \mu \mu_0 \frac{Ni}{l} S = \frac{Ni}{\frac{l}{\mu \mu_0 S}}$$

- Al valor $N \cdot i$ se lo llama “**fuerza magnetomotriz**” y se la mide en [A-v] y la señalaremos con $F = N \cdot i$.
- Al valor $l / \mu \mu_0 S$ se lo llama “reluctancia”, y se lo mide en Henry⁻¹ y lo indicaremos con R, luego: $R = \frac{l}{\mu \mu_0 S}$.

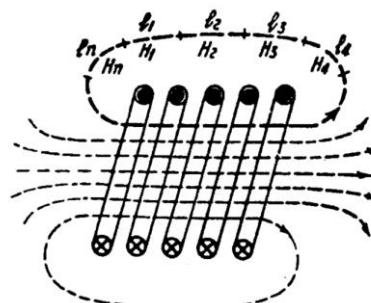
Luego el valor del flujo magnético resulta: $\Phi = \frac{F}{R}$ que nos indica que el flujo es función de la fuerza magnetomotriz y de la reluctancia.

Esta ley se denomina ley de Ohm de los circuitos magnéticos por su similitud con la ley para los circuitos eléctricos o también **Ley de Hopkinson**.

Al valor $H \cdot l$ se lo denomina “**tensión magnética**” siendo igual a $N \cdot i = H \cdot l = F$, si H resulta constante.

En forma más general si consideramos la bobina de la figura que sigue podemos escribir:

$$\sum HI = Ni \text{ denominada “ley de circuitación”}$$



10.2. Los circuitos magnéticos

Un circuito magnético es una sucesión de piezas metálicas ensambladas en forma de contener y encauzar las líneas de flujo hacia un lugar deseado.

La función del circuito magnético es asegurar un flujo útil Φ en un determinado lugar de una máquina o aparato. En las figuras que siguen ilustramos algunos circuitos magnéticos comunes.

En la **figura A** se ve un transformador monofásico del tipo a ventana. El circuito magnético está afectado por dos bobinas y en el dibujo se han señalado con líneas de trazos las líneas del flujo magnético. Se aprecia que hay un solo camino para ellas.

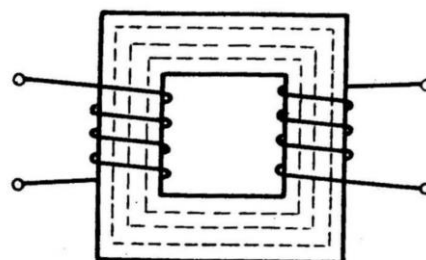


Figura A

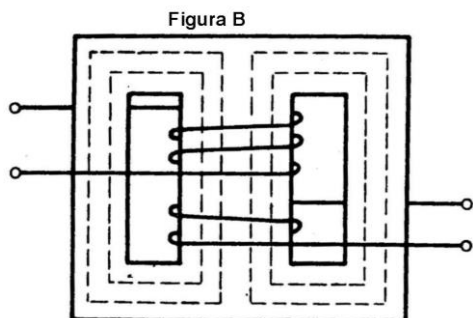


Figura B

En la **figura B** tenemos el esquema de un transformador monofásico del tipo acorazado, donde el circuito magnético es de una forma tal que las líneas de flujo se reparten en los dos tramos laterales, mientras que en el tramo central se concentra el flujo total. En este aparato las bobinas se

arrollan en el tramo central.

En la **figura C** puede verse el dibujo esquemático de un relevador (relé o relay). Se trata de un circuito magnético con una parte algo más separada, de tal manera que cuando se establece una corriente en la bobina, se forman en las partes metálicas que se enfrentan, polaridades magnéticas, y la parte separada es atraída procurando unirse al resto. Este movimiento se aprovecha para accionar un pequeño interruptor, el a su vez comando un circuito más importante. En este caso también las líneas de flujo magnético que se forman en el tramo central se reparten entre los brazos laterales, pero pasando por un tramo de aire que se llama “**entrehierro**”. En la figura que sigue podemos ver la foto de un relé.

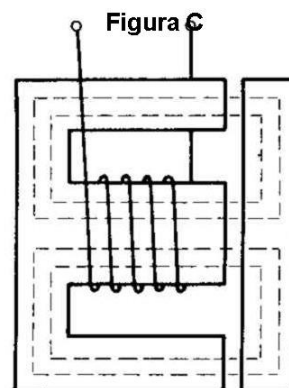


Figura C

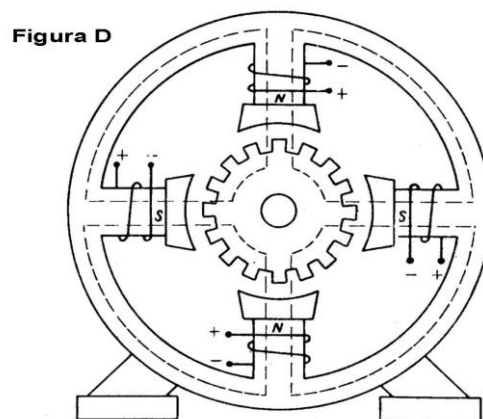


En la **figura D** tenemos un corte por un plano normal al eje de giro de una máquina de corriente continua de cuatro polos.

Este circuito consta de cuatro bobinas arrolladas sobre los cuatro polos, que generan el flujo que se reparte por mitades en las partes exteriores, y penetra en el rotor para completar el recorrido.

En todos los ejemplos observamos que el flujo magnético es producido por adecuadas bobinas que se llaman **“bobinas excitadoras o bobinas de excitación”**.

A la corriente que circula por las bobinas de excitación, se la llama **“corriente de excitación”**, y es la encargada de producir el flujo magnético.



10.3. La dispersión

En la figura vemos en planta un circuito magnético, en el que se dibujaron las líneas de inducción que se establecen en el núcleo y cuyo conjunto forma el flujo útil Φ .

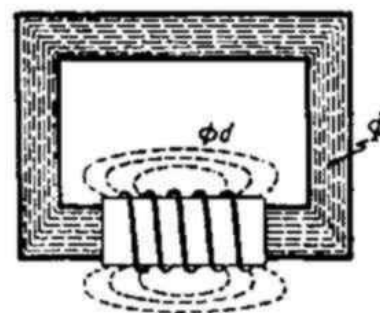
Pero por razones constructivas, ese flujo es un poco menor que el total que produce la bobina, ya que algunas líneas se cierran por el aire en razón de encontrar por este camino menor reluctancia.

Al flujo magnético que no se concatena completamente con el circuito principal se lo llama “flujo disperso” o simplemente “dispersión Φ_d ”.

El flujo total que debe generar la bobina vale: $\Phi_t = \Phi + \Phi_d$.

Llamaremos coeficiente de dispersión a la relación: $\sigma = \frac{\Phi_d}{\Phi_t}$. Este coeficiente tiene

valores que oscilan el 1% al 3% como máximo.

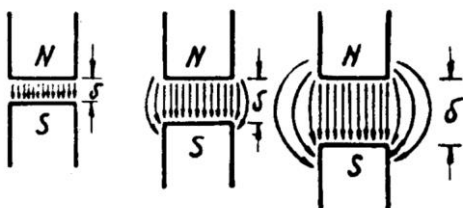
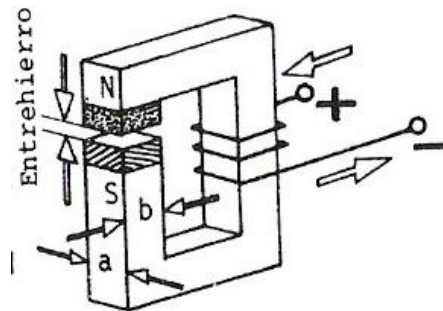


10.4. Los entrehierros

En los circuitos magnéticos que se utilizan en la técnica existen los denominados “**entrehierros**”, que son tramos en los cuales el flujo magnético se establece en el aire.

En la figura podemos ver un núcleo de material magnético el cual tiene un entrehierro.

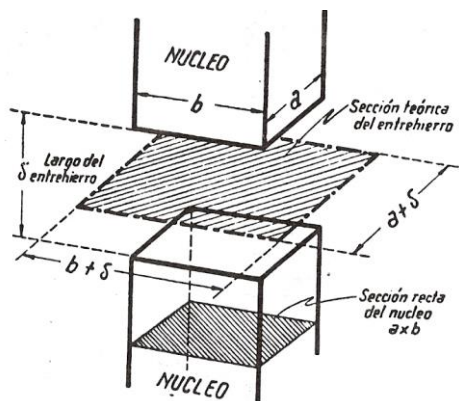
Experimentalmente puede demostrar que las líneas de inducción se expanden, como puede verse en la figura que sigue, para tres valores distintos de entrehierro δ .



Existen fórmulas empíricas para tener en cuenta la deformación del flujo en los entrehierros como ser:

$$S_{\delta} = (a + \delta) (b + \delta)$$

donde: **a y b**: son los lados de la sección del hierro y δ : el valor de la longitud del entrehierro.



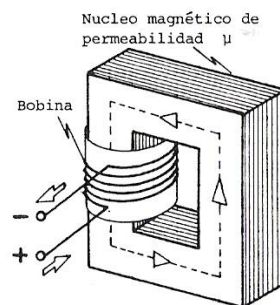
Como se podrá apreciar en el punto de problemas resueltos, el entrehierro es un factor desfavorable en un circuito magnético.

10.5. Las pérdidas magnéticas

Al circular una corriente alterna en la bobina de la figura, el flujo originado será también alterno y es sabido que el núcleo aumenta de temperatura debido al desarrollo de calor.

Dos son las causas que dan lugar a esta transformación de energía:

- las pérdidas por histéresis.
- las pérdidas por corrientes parásitas o corrientes de Foucault.

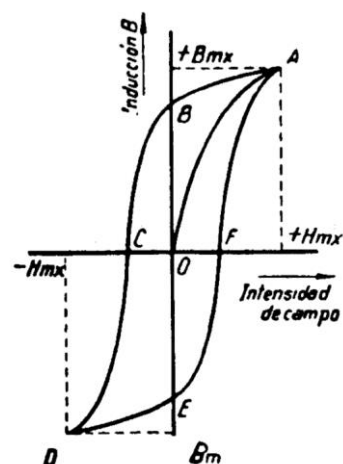


A continuación repasaremos estos conceptos.

10.5.1. Las pérdidas por histéresis

En la figura vemos el conocido ciclo de histéresis. En el ciclo de histéresis distinguimos:

- OA: curva virgen de magnetización.
- OB: magnetismo remanente.
- OC: excitación necesaria para anular el magnetismo remanente denominada “fuerza coercitiva”.



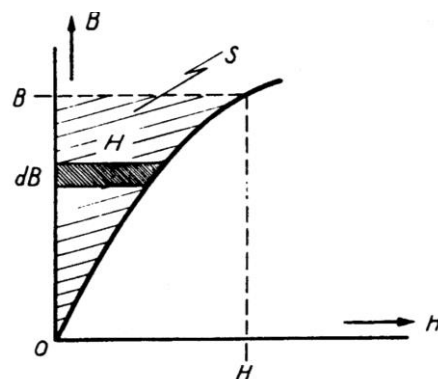
Según se estudia en Física, **el trabajo necesario para cumplir el ciclo completo es proporcional al área encerrada por el mismo.**

En la figura que sigue, tenemos la curva de magnetización de un material, y deseamos conocer la energía acumulada en el campo magnético cuando alcanzamos la inducción dada, por lo que debemos calcular:

$$A_{mg} = V \int_0^B H \cdot dB \quad \text{es igual a } A_{mg} = V \cdot S \cdot \text{Escala}$$

Si en vez de trazar una curva abierta efectuamos un ciclo cerrado como el de la figura la energía resultante de su realización estará dada por:

$$A_{mg} = V \cdot S_{ciclo} \cdot \text{Escala}$$



Steinmetz formuló una expresión empírica que suministra las pérdidas por histéresis dada por:

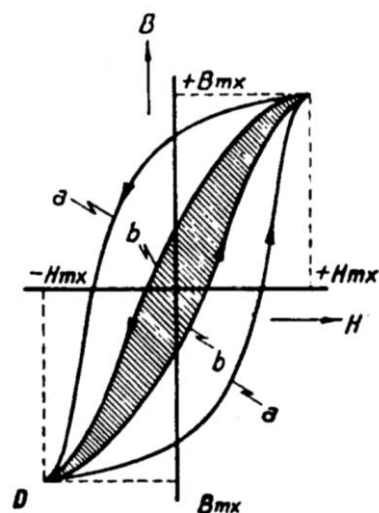
$$p_h = \eta \cdot f \cdot B_{mx}^2 \quad [\text{Watt/kg}]$$

donde:

- ✓ **es un coeficiente característico del material en juego.**
- ✓ **f es la frecuencia o cantidad de ciclos realizados por segundo.**
- ✓ **B_{mx} es la inducción máxima alcanzada al realizar cada ciclo.**

En la figura vemos representados los ciclos de histéresis de dos materiales distintos, donde:

- Un material (a) es de inferior calidad dado que el ciclo tiene mayor superficie.
- Un material (b) tiene menores pérdidas por ser menor el área encerrada por su ciclo.

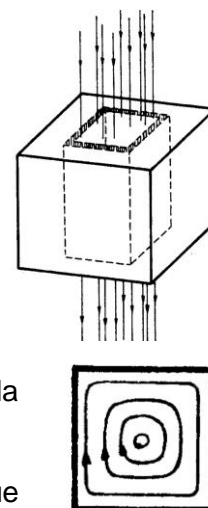


Estas pérdidas se deben al frotamiento intermolecular, ocasionado por el giro de los imanes elementales que se estudian en la teoría del magnetismo.

10.5.2. Las pérdidas por corrientes parásitas o de Foucault

Se originan en la masa del material magnético sometido a flujo variable.

Consideremos un prisma de hierro está atravesado por un flujo variable, cuyas líneas se representan en la figura, y cuyos valores oscilan entre + B_{mx} y - B_{mx} pasando por cero.



De todo el volumen separemos imaginariamente una parte hueca sombreada en la figura.

Esta parte forma una especie de **anillo cerrado** y si hay un flujo variable que lo atraviesa habrá **una f.e.m. inducida** y por lo tanto **una corriente**.

Habrán tantos anillos hasta completar el volumen y en cada uno habrá corrientes que tomarán caminos cerrados arbitrarios. La figura nos da idea de los recorridos de las corrientes viendo el prisma desde arriba.

Como estos caminos presentarán resistencia habrá desarrollo de calor de acuerdo a la Ley de Joule, por eso las corrientes parásitas generan calor que eleva la temperatura de los núcleos. También se presentan corrientes parásitas cuando un material se desplaza dentro de un campo magnético fijo.

Para estudiar analíticamente las corrientes parásitas, recurriremos a la figura que sigue. Suponemos que se trata de una chapa, y que normalmente a una de las caras estrechas penetra un flujo variable regido por la función:

$$\phi = \Phi_{mx} \cos w t$$

En el paralelepípedo hueco imaginario que se ha indicado en la figura, que se asemeja a una espira cerrada en corto circuito, se inducirá una f.e.m.:

$$e = - \frac{d\phi}{dt} = w \Phi_{mx} \text{ sen } w t$$

$$e = 2 \pi f B_{mx} S_{Fe} \text{ sen } w t$$

donde: $S_{Fe} = 2 x c$

$$E_{mx} = 2 \pi f B_{mx} 2 x c$$

$$E = \frac{4 \pi f c B_{mx} x}{\sqrt{2}}$$

Este es el valor eficaz de la f.e.m. inducida en la imaginaria espira. La misma tiene, a su vez, una resistencia R_{esp} igual a: $R_{esp} = \rho \frac{l}{S_{esp}} = \rho \frac{2 c}{a dx}$.

La potencia desarrollada en dicha espira elemental:

$$dP = \frac{E^2}{R_{esp}} = \frac{16 \pi^2 B_{mx}^2 f^2 c^2 a x^2 dx}{4 c \rho}$$

Por lo tanto la potencia total desarrollada en la chapa vale:

$$P = \int_0^{b/2} dP = \frac{4 \pi^2 B_{mx}^2 f^2 c^2 a}{\rho} \left| \frac{x^2}{3} \right|_0^{b/2}$$

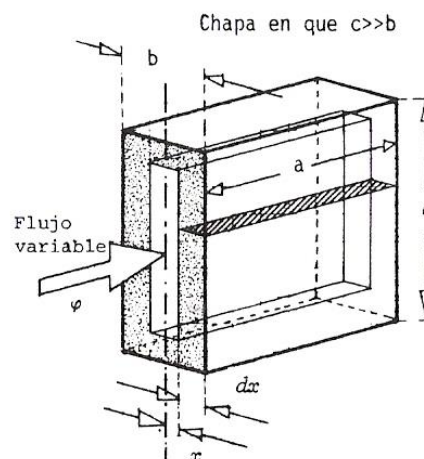
$$P = \frac{4 \pi^2 B_{mx}^2 f^2 c a b^3}{24 \rho} \quad \text{donde } V = a c b \text{ representa el volumen}$$

La expresión de las pérdidas por corrientes parásitas, agrupando valores está dada por:

$$p_p = \gamma \cdot f^2 \cdot b^2 \cdot B_{mx}^2 \quad [\text{Watt/kg}]$$

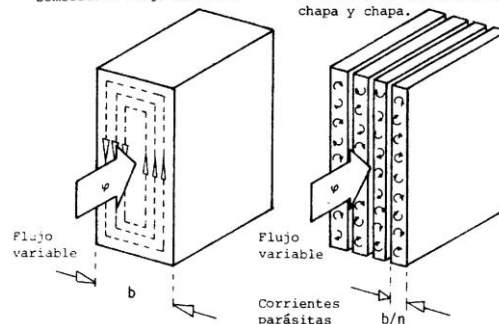
γ = es factor que reúne características del material

b = espesor de la chapa en sentido normal al flujo.



Trozo de material magnético sometido a flujo variable

Trozo de igual volumen pero laminado, con aislación entre chapa y chapa.



En función de lo expresado vemos que las pérdidas por corrientes parásitas es función del espesor de la chapa al cuadrado, por lo que los circuitos magnéticos sometidos a flujo variable, no se construyen macizos, sino que son “laminados” para reducir los caminos de las pérdidas de esta naturaleza.

En la figura a la izquierda mostramos una chapa de espesor “b” sometida a flujo variable, cuyas pérdidas pueden calcularse con la expresión antes deducida.

Si como enseña la parte derecha de la figura hacemos el mismo volumen, pero en forma láminas o chapas, aisladas entre sí, las perdidas en las mismas condiciones constantes resultarán la cuarta parte.

La **suma de las potencias** desarrolladas por **histéresis y corrientes parásitas** en un circuito magnético sometido a flujo magnético variable cíclicamente se denominan “**pérdidas en el hierro p_{Fe}** ”.

En la práctica estas pérdidas se calculan en forma global con una fórmula de fácil empleo:

$$p_{Fe} = p_0 \cdot c \cdot B_{mx}^2 \quad \text{Watt/kg}$$

p_0 = cifra de pérdidas

c = coeficient e función de la frecuencia

p_0 = representa las pérdidas en Watt que experimenta un kilogramo de material en las condiciones reales de empleo, trabajando a una inducción máxima de 1 Weber /m² y una frecuencia de 50 Hz.

Los valores usuales para los materiales comunes empleados son:

- ✓ Chapa común de acero: 2 a 3 W/kg.
- ✓ Chapa de hierro al silicio: 1 a 1,5 W/kg.
- ✓ Chapa de grano orientado: 0,5 a 0,7 W/kg.

• **Conclusiones:**

Los circuitos magnéticos de corriente alternada se construyen con chapas de hierro al silicio por tener ciclos de histéresis estrechos (bajas pérdidas) y laminados porque reduce las perdidas por corrientes parásitas.

También se usan chapas de grano orientado por sus bajas pérdidas por histéresis.

En electrónica al emplearse altas frecuencias se ha llevado la laminación, para lo cual se toma hierro al silicio pulverizado y se lo mezcla con plásticos aislantes, para luego moldearlos según la forma deseada. No obstante la mayor parte de los circuitos electrónicos se hacen sin núcleo metálico.

10.6. La resolución de circuitos magnéticos

El cálculo de los circuitos magnéticos implica recurrir a curvas del tipo $B = f(H)$, lo que nos obliga a la utilización de métodos gráficos. Por lo tanto, el grado de exactitud está condicionado a esta forma de operación.

Antes del tratamiento en detalle, conviene dejar sentado un hecho conceptual de importancia. La permeabilidad relativa μ puede ser escrita como: $\mu = \frac{B}{\mu_0 H}$.

Pero examinando las curvas $B = f(H)$ de la página 4 podemos apreciar que la relación entre la inducción magnética B y la intensidad de campo H "no es lineal", ni tiene formas matemáticas de fácil expresión. Por lo tanto si queremos aplicar la Ley de Hopkinson, con la cual podríamos resolver gran cantidad de problemas por similitud con los circuitos eléctricos, nos encontramos con evidentes dificultades.

Basándonos en la analogía existente entre la **Ley de Hopkinson y la Ley de Ohm** podemos afirmar que todo lo dicho en la resolución de circuitos eléctricos es aplicable a la resolución de los circuitos magnéticos.

Podemos afirmar que:

a) En un lugar de encuentro, la suma de los flujos magnéticos es nula (1º Ley de Kirchhoff): $\sum_{i=1}^{i=n} \Phi_i = 0$.

b) En una malla, la suma de las fuerzas magnetomotrices es igual a la suma de los productos flujo x reluctancia (2º Ley de Kirchhoff): $\sum_{i=1}^{i=n} F_i = \sum_{r=1}^{r=m} \Phi \cdot \mathfrak{R}_r$

c) Varias reluctancias en serie se suman: $\mathfrak{R} = \sum_{i=1}^{i=n} \mathfrak{R}_i$

d) La inversa de varias reluctancias en paralelo es igual a la suma de las inversas de cada una de las reluctancias consideradas: $\frac{1}{\mathfrak{R}} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{\mathfrak{R}_i}$

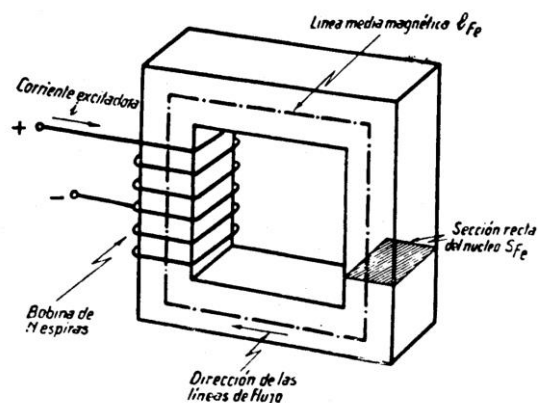
e) **Diferencia fundamental entre los circuitos eléctricos y magnéticos:**

La **resistividad de un conductor eléctrico es CONSTANTE** (si la temperatura y otros factores no varían) mientras que la **PERMEABILIDAD de un material magnético es fuertemente VARIABLE** con la inducción B sin seguir una ley matemática.

Por lo dicho, aparece como muy fácil el cálculo de cualquier circuito magnético si se le hace el mismo tratamiento que a un circuito eléctrico. Pero ello, desafortunadamente no es posible, porque la resistividad en un conductor eléctrico es constante, mientras que la permeabilidad relativa de un material magnético es variable. Por esto, la reluctancia es de cálculo dudoso y pocas veces se emplea, utilizándose para razonamientos teóricos.

Para resolver los circuitos magnéticos utilizaremos **la ley de circuitación y las curvas de magnetización de los materiales involucrados**, evitando de esta manera calcular las reluctancias \mathfrak{R} .

Para ilustrar el proceso de cálculo de un circuito de corriente continua (flujo constante) y de un circuito de corriente alternada (flujo alternado) consideraremos un núcleo muy común como se ilustra en la figura.



10.6.1. Proceso de cálculo de un circuito magnético en CC y en CA

Consideremos un circuito de corriente continua (flujo constante) y un circuito de corriente alterna (flujo alternado) tomando como ejemplo un núcleo como el ilustrado en la figura.

10.6.2. Método de resolución directa.

10.6.2.1. Circuito magnético excitado con corriente continua

El problema usual es, conociendo las dimensiones, el material y el número de espiras de la bobina excitadora, determinar que corriente continua es necesaria para crear un flujo constante de valor conocido.

| | |
|---|--|
| Datos | Incógnita |
| Flujo constante: Φ | Valor de la corriente continua necesaria para establecer el valor de flujo constante conocido i [A]. |
| Las dimensiones (secciones, longitudes, etc.) | |
| Material [curva $B = f(H)$]. | |
| Número de espiras de la bobina excitadora. | |

✓ **Los pasos necesarios son:**

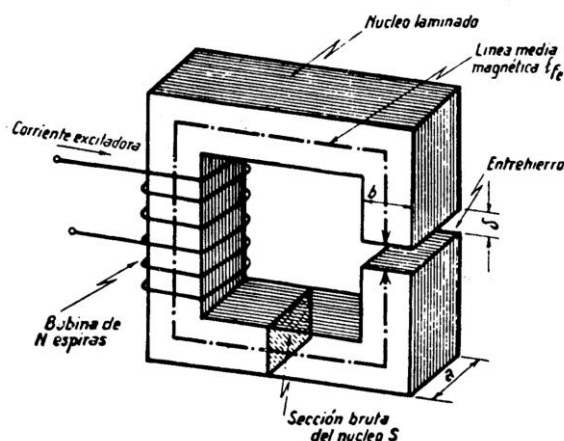
- 1) Calculamos el valor de la inducción en el hierro B_{Fe} como: $B_{Fe} = \frac{\Phi}{S_{Fe}}$
- 2) Con este valor entramos en la curva $B=f(H)$ para el material del circuito magnético (en este caso hierro) y obtenemos el valor de la intensidad de campo que es capaz de provocarla: con $B_{Fe} \Rightarrow$ determino H_{Fe}
- 3) Conociendo las dimensiones del núcleo calculamos el largo l_{Fe} de la línea media magnética, que es la línea promedio de todas las líneas de flujo que pueden existir en el núcleo.
- 4) Con H_{Fe} y l_{Fe} aplicando la Ley de circuitación calculamos los $N \cdot i$ necesarios a saber: $H_{Fe} \cdot l_{Fe} = (N \cdot i)_{Fe}$
- 5) Como se conoce el número de espiras N de la bobina se obtiene la corriente necesaria para crear el flujo Φ : $i = I = \frac{(N \cdot i)_{Fe}}{N}$

Si el **núcleo** considerado fuera **laminado** y con un **entrehierro** como se ilustra en la figura que sigue veamos que inconvenientes se nos presentan.

Debemos calcular la **“sección efectiva”** de hierro atento a que es laminado y no macizo, luego introducimos un coeficiente denominado **“factor de laminación”** k_{Fe} que suele valer **0,90 a 0,95**.

Luego la sección del hierro vale: $S_{Fe} = k_{Fe} S$

Con este valor repetimos el procedimiento detallado anteriormente y determinamos los $(N \cdot i)_{Fe}$.



Resta determinar los amper – vueltas necesarios para crear el flujo en el entrehierro para lo cual seguimos el siguiente proceso:

I. **Calculamos la sección ideal del entrehierro con la fórmula:**

$$S_{\delta} = (a + \delta) (b + \delta) \text{ y con ella: } B_{\delta} = \frac{\Phi}{S_{\delta}}$$

II. **Con este valor dado que el material del entrehierro es el aire y $\mu = 1$ la intensidad de campo H valdrá:**

$$H_{\delta} = \frac{B_{\delta}}{\mu_0}$$

III. **Aplicando la ley de circuitación para el entrehierro: $H_{\delta} \cdot \delta = (N \cdot i)_{\delta}$**

IV. **Tomando ahora todo el circuito magnético:**

$$H_{Fe} l_{Fe} + H_{\delta} l_{\delta} = (Ni)_{Fe} + (Ni)_{\delta} = (Ni)$$

donde :

$$i = I = \frac{(Ni)}{N}$$

Normalmente el sumando $(N i)_{\delta}$, que representa la tensión magnética en el entrehierro, es muy superior al otro término de la expresión vista, por lo que los entrehierros se los procura que sean pequeños.

10.6.2.2. Circuito magnético excitado con corriente alterna

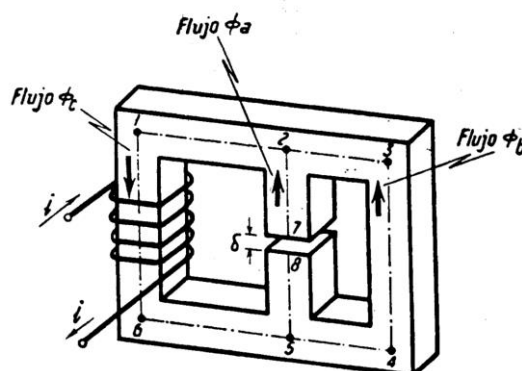
Tratándose de circuitos excitados con C.A. el dato es el flujo máximo Φ_{mx} y el proceso de cálculo es idéntico al visto llegándose a determinar al valor máximo de la corriente necesaria. Solo hay que recordar que $I = I_{mx} / \sqrt{2}$ para obtener el valor eficaz.

Resumiendo:

Hemos establecido el procedimiento para determinar los amper - espiras necesarios para establecer un flujo magnético en un circuito SERIE con excitación continua o alterna.

10.6.2.3. Determinación de los $N \times i$ en un circuito con derivaciones

Consideremos ahora un caso más complicado, para lo cual veamos la figura que sigue, y supongamos que se requiere un flujo Φ_a en el entrehierro del brazo central.



Datos

Flujo constante en el entrehierro: Φ_a

Las dimensiones (secciones, longitudes).

Material [curva $B = f(H)$].

Número de espiras de la bobina excitadora.

Incógnita

Valor de la corriente continua necesaria para establecer el valor de flujo constante conocido i [A].

Los pasos necesarios son:

1. Calculamos la sección ideal del entrehierro con la fórmula: $S_{\delta} = (a + \delta)(b + \delta)$ y con ella: $B_{\delta} = \frac{\Phi}{S_{\delta}}$
2. Con este valor de B_{δ} obtenemos: $H_{\delta} = \frac{B_{\delta}}{\mu_0}$
3. La tensión magnética el entrehierro valdrá: $H_{\delta} \cdot \delta = (N \cdot i)_{\delta}$
4. Dado que el mismo flujo se establece en los tramos 2-7 y 5-8 determinamos las tensiones magnéticas para estos tramos, luego resulta:

$$H_{2-7} l_{2-7} + H_{5-8} l_{5-8} + H_{\delta} l_{\delta} = (Ni)_{2-7} + (Ni)_{5-8} + (Ni)_{\delta} = (Ni)_{2-5}$$

5. Esta tensión magnética está aplicada al tramo 2-3-4-5 porque está en paralelo. Luego podemos calcular la intensidad de campo de esta parte del circuito como:

$$H_{\delta} = \frac{B_{\delta}}{\mu_0}$$

6. Con las curvas magnéticas $B = f(H)$ con $H_{2-3-4-5}$ calculamos $B_{2-3-4-5}$.

7. Finalmente el flujo Φ_b lo calculamos como: $\Phi_b = \frac{B_{2-3-4-5} S_b}{\mu_0}$

8. En los puntos 2 –5 se cumple que: $\Phi_c = \Phi_a + \Phi_b$

9. Con este valor calculamos $B_{2-1-6-5}$ y con esta $H_{2-1-6-5}$.

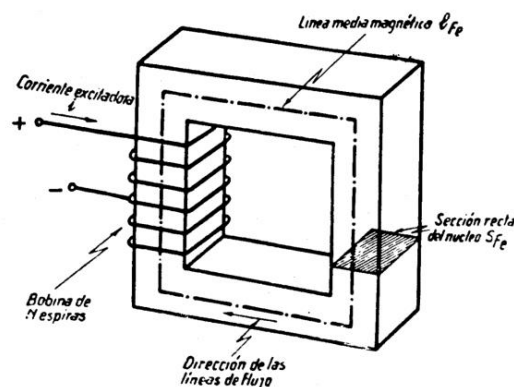
10. Finalmente calculamos $H_{2-1-6-5} \times l_{2-1-6-5} = (N \cdot i)_{total}$.

Todos los problemas vistos hasta aquí son directos. El problema inverso es aquel en que el dato son los A-v y se desea calcular el flujo magnético Φ , problema que no siempre tiene solución inmediata.

10.6.2. Método de resolución indirecto.

Tomemos el ejemplo de la figura y conociendo todas las dimensiones del núcleo, el material, el número de espiras y la corriente, se desea conocer el flujo que se establece. **Este tipo de problema NO siempre tiene solución inmediata.**

| | |
|--|------------------|
| Datos | Incógnita |
| Corriente I [A] | Flujo: Φ |
| Número de espiras N | |
| Las dimensiones (secciones, longitudes). | |
| Material [curva $B = f(H)$]. | |



El proceso es el que sigue:

- a) Determinamos $H_{Fe} = N i / l_{Fe}$
- b) Con $H_{Fe} \rightarrow B_{Fe}$
- c) $\Phi = B_{Fe} \cdot S_{Fe}$

Tomemos otro ejemplo en el cual la sección no uniforme sino que tenemos un tramo del circuito magnético de sección diferente S_1 .

Veamos que sucede: como la sección es menor, la inducción B será mayor siendo mayor la intensidad de campo H .

Pero al no poder conocer B ya que se requiere el flujo que es la incógnita no se puede determinar H en esa columna.

Matemáticamente sería:

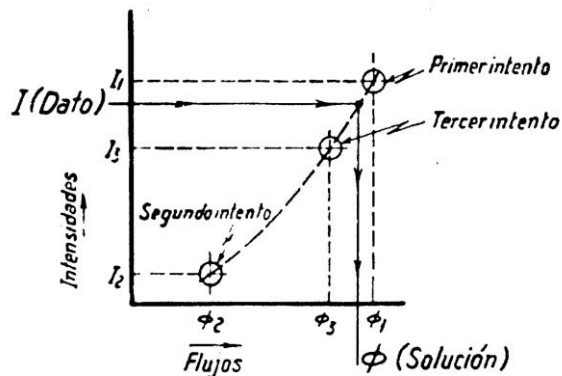
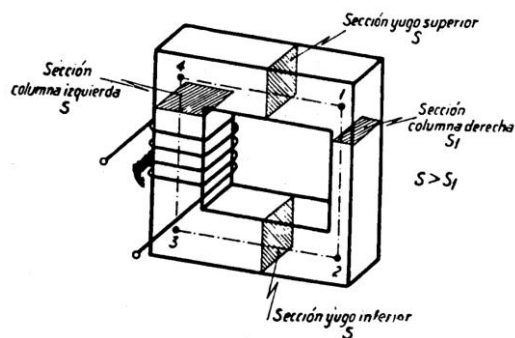
$$H \cdot l_{1-4-3-2} + H' \cdot l_{1-2} = (Ni)$$

En esta ecuación conocemos las longitudes, $N \cdot l$ pero necesitamos otra ecuación ya que tenemos dos incógnitas H y H' .

La forma de resolver este tipo de problema es **POR APROXIMACIONES SUCESIVAS o POR ITERACIÓN.**

El proceso es el que sigue:

- I. Se fija un valor del flujo Φ y se determina la corriente necesaria siguiendo el PROCESO DIRECTO descrito anteriormente.
- II. Se prueba con varios valores de Φ que dan sus correspondientes valores de i , con estos pares de valores se traza una curva como la de la figura.
- III. Se entra en el gráfico con el valor $N \cdot i$ dato y se obtiene el valor de Φ buscado.



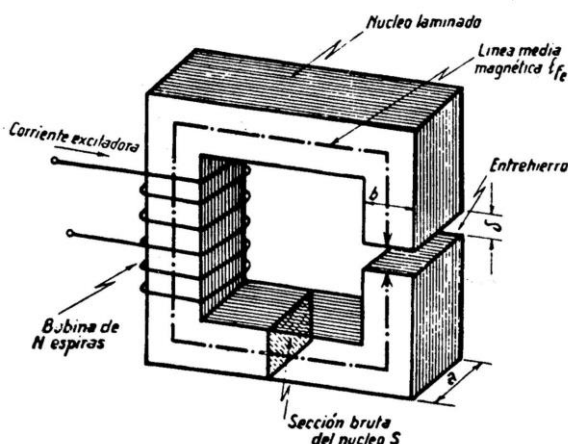
10.7. La corriente y la tensión de excitación.

10.7.1. Corriente de excitación continua.

Aplicando la Ley de Hopkinson podemos calcular el flujo magnético Φ que se establece:

$$\Phi = \frac{Ni}{\mu \mu_0 S}$$

Consideremos un circuito magnético como el de la figura, que tiene un entrehierro, la corriente de excitación al recorrer la bobina excitadora desarrolla una potencia que denominaremos "potencia de excitación" dada por: $P_e = R \cdot I^2 \mu$



Esta potencia es totalmente disipada en la resistencia de la bobina y transformada en calor por efecto Joule.

Para establecer esta corriente I_μ el sistema toma de la red a la que se conecta **una energía que no se disipa en forma de calor y que se acumula en el campo magnético** creado, tal como se estableció al estudiar el fenómeno transitorio de un circuito RL alimentado por una fuente de tensión continua.

La tensión necesaria para mantener el flujo magnético, llamada “**tensión de excitación**”, será en el caso de corriente continua: $U = I_\mu \cdot R$

El valor de la resistencia “R” será determinado por el alambre que compone la bobina, la cual tiene N vueltas, conociendo la resistividad del material, el largo del alambre y la sección del mismo, dado que : $R = \rho \frac{l}{S}$.

10.7.2. Corriente de excitación alterna

Consideremos ahora que una corriente de excitación alterna recorre la bobina de excitación. Los fenómenos más significativos que se producen son:

- ✓ **Creación de un flujo magnético alternado.**
- ✓ **Aparición de pérdidas magnéticas (pérdidas en el hierro).**

El flujo alternado se obtiene mediante la expresión: $\phi = \frac{N}{\mu \mu_0 S} \sqrt{2} I_\mu \text{ sen } w t$

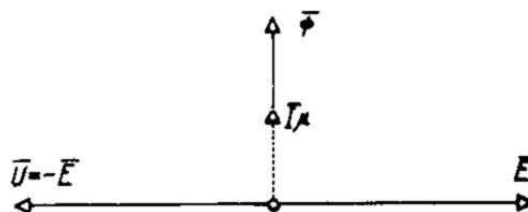
Donde el flujo máximo vale: $\Phi_{\text{max}} = \frac{N \sqrt{2} I_\mu}{\mu \mu_0 S} = \sqrt{2} \Phi$ luego $\phi = \sqrt{2} \Phi \text{ sen } w t$

En el valor de Φ interviene el valor de la permeabilidad relativa μ que NO ES CONSTANTE, por lo que el flujo alternado creado por una corriente alternada es una FUNCION POLIARMÓNICA.

Para un estudio general puede admitirse que la expresión obtenida para **el flujo magnético Φ es sinusoidal** y por lo tanto puede ser representado mediante **un fasor**, luego podemos escribir: $\Phi = k I_\mu$ donde $k = \frac{N \mu \mu_0 S}{l}$.

El flujo alternado origina en la bobina excitatriz una f.e.m. alterna inducida cuyo valor eficaz vale: $E = - j w N \Phi$.

Podemos representar estos fasores en un diagrama fasorial como el de la figura.



Si el circuito fuese una inductancia pura, la tensión aplicada sería igual y opuesta a la f.e.m. inducida, o sea $U = - E$. Pero la bobina excitatriz tiene resistencia ohmica, luego el circuito debe tratarse como uno RL.

Además, las pérdidas en el hierro estudiadas introduce un factor más a considerar; luego el diagrama fasorial que sigue representaremos la corriente magnetizante I_μ y una corriente de pérdidas I_p .

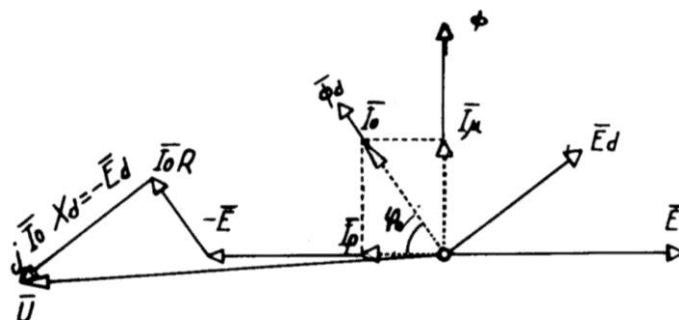
Por lo tanto la **corriente de excitación** de un **circuito magnético alimentado por corriente alternada** está compuesta por:

- Una componente que se encarga de crear el flujo magnético I_μ denominada **corriente magnetizante**.
- Una componente que se encarga de representar la pérdidas I_p en el núcleo magnético.

Dicha corriente tiene por valor:

$$I_0 = I_\mu + I_p$$

Además debemos considerar el efecto que produce la dispersión del flujo Φ , que llamaremos flujo disperso Φ_d .



Este flujo causará una **f.e.m. inducida “E_d”**, que será de valor algo más reducido y que estará desfasada 90° en atraso con I_0 .

Resumiendo todo lo expuesto la tensión aplicada a la bobina excitadora deberá equilibrar a la f.e.m. principal E, a la caída en la resistencia ohmica $I_0 R$ y a la f.e.m. inducida por el flujo disperso Φ_d .

Resumiendo todo lo expuesto la tensión aplicada a la bobina excitadora deberá equilibrar a la f.e.m. principal E, a la caída en la resistencia ohmica $I_0 R$ y a la f.e.m. inducida por el flujo disperso Φ_d .

Matemáticamente:
$$U = -E + I_0 R + j I_0 X_d$$

Con esta expresión determinamos la tensión de excitación necesaria para crear un determinado flujo alterno.

El ángulo φ_0 permite determinar la **potencia de excitación “P_e”** que vale:

$$P_e = U I_0 \cos \varphi_0 = P_{Fe} + I_0^2 R$$

esta potencia comprende las **pérdidas en el hierro y la potencia desarrolla por efecto Joule en la bobina excitadora.**

En corriente alterna debemos agregar la denominada **potencia magnetizante** que es el producto de la tensión por las corriente magnetizante, es decir: $P_{mg} = I_\mu U$.

Esta potencia es de naturaleza reactiva dado que en la práctica el desfasaje entre la tensión U y la corriente magnetizante es de 90°.

La potencia total que una red de corriente alterna debe entregar a la bobina excitatriz de un circuito magnético está compuesta por:

- ✓ Una componente activa destinada a cubrir las pérdidas en el hierro.
- ✓ Una componente activa destinada a cubrir el efecto Joule de la bobina.
- ✓ Una componente reactiva destinada exclusivamente a crear el flujo alterno.

$$S = P_{Fe} + I_0^2 R + j I_\mu U$$

10.8. Forma de onda de la corriente alterna de excitación

Si consideramos un circuito RL en el cual la autoinducción L está formada por una bobina con núcleo de hierro, el comportamiento de dicho circuito será diferente al estudiado anteriormente donde se consideraban constantes tanto a R como a L.

La diferencia fundamental estriba en que L depende de la permeabilidad μ , y esta es función del flujo que se establece, no siendo la misma constante.

Como resultado de esto si aplicamos una tensión sinusoidal, se origina un flujo también sinusoidal, pero **la corriente que recorre la bobina excitatriz no será sinusoidal**.

En la figura tenemos, a la izquierda, la curva de magnetización de un material magnético, en el que supondremos que no se presenta el fenómeno de histéresis ni de corrientes parásitas.

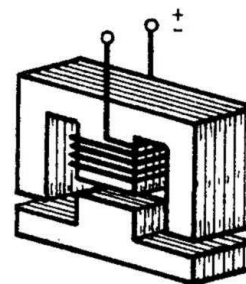
A la derecha se han representado la tensión aplicada, el flujo establecido en el circuito magnético y la corriente de excitación, donde se puede observar la forma de onda que no es sinusoidal.

Esta corriente es la que asegura un flujo sinusoidal y es por lo tanto la que llamamos **“corriente de magnetización”**.

Como la histéresis y las corrientes parásitas han de existir, aceptemos que la corriente de pérdidas esté en fase con la tensión, resultando una corriente total como la representada en la figura, que se denomina **“corriente de vacío”**.

10.9. Fuerza portante de los electroimanes

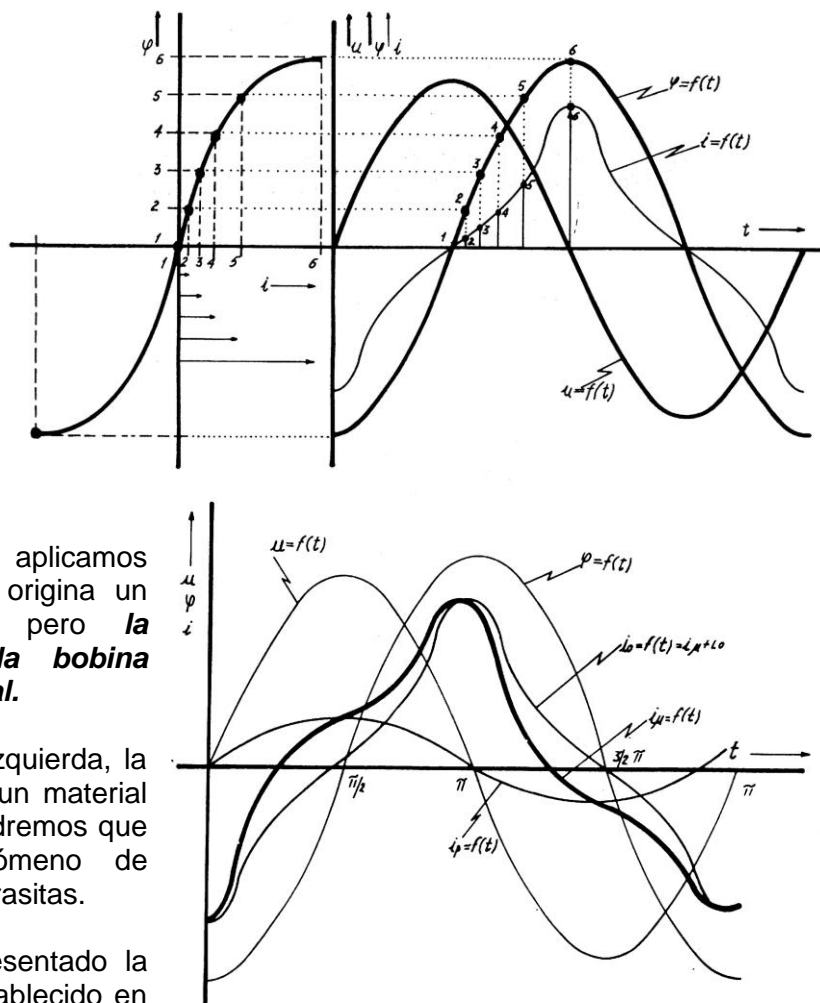
En la figura tenemos el esquema de un electroimán muy corrientemente empleado. En el brazo central del circuito magnético está la bobina de accionamiento y la pieza móvil que se llama “yugo”.



Por la teoría de la energía asociada al campo magnético, tenemos que: $dA = u \cdot i \cdot dt$ (1).

La fuerza electromotriz de autoinducción vale: $e_L = -u$, reemplazando resulta:

$$dA = -e \cdot i \cdot dt \quad (2)$$



Según la Ley de Faraday – Lenz tenemos que: $\mathbf{e}_L = - \frac{d\phi}{dt} \mathbf{N}$, luego podemos

escribir: $d\mathbf{A} = - \mathbf{e} \cdot \mathbf{i} \cdot dt = \mathbf{N} \frac{d\phi}{dt} \mathbf{i} dt = (\mathbf{N} \mathbf{i}) (d\phi)$ (3)

Reemplazamos por las expresiones conocidas: $d\mathbf{A} = (\mathbf{H} \mathbf{l}) (\mathbf{S} d\mathbf{B}) = \mathbf{S} \mathbf{H} d\mathbf{B}$ (4).

Como la sección “S” por el largo “l” del circuito magnético, constituye el volumen del mismo , nos queda: $d\mathbf{A} = \mathbf{V} \mathbf{H} d\mathbf{B}$ (5).

La energía asociada a un campo magnético vendrá dada por:

$$\mathbf{A} = \int_0^{\mathbf{B}} d\mathbf{A} = \mathbf{V} \int_0^{\mathbf{B}} \mathbf{H} d\mathbf{B} = \mathbf{V} \int_0^{\mathbf{B}} \frac{\mathbf{B} d\mathbf{B}}{\mu \mu_0}$$
 (6)

Esta es la expresión general de la energía contenida en un campo de inducción B, para el caso de los entrehierros debemos reemplazar el valor de μ por el que corresponde al medio, es decir el aire, que sabemos vale la unidad, ya que la cantidad $\mu_0 = 1,2566 \times 10^{-6}$ reemplazando resulta:

$$\mathbf{A} = \frac{\mathbf{V}}{\mu_0} \int_0^{\mathbf{B}} \mathbf{B} d\mathbf{B} = \frac{\mathbf{V} \mathbf{B}^2}{8 \pi} 10^7$$
 (7)

La energía está expresada en Joule [J] , el volumen en metros cúbicos [m³] y la inducción B en Weber/m² [Wb/ m²] . Aplicando la fórmula al caso de cada entrehierro de la figura tenemos:

$$\mathbf{A} = \frac{\mathbf{S} \mathbf{L} \mathbf{B}^2}{8 \pi} 10^7$$
 (8)

Si desplazamos la armadura hacia abajo una cantidad diferencial, se producirá una variación diferencial de energía acumulada en el campo, porque cambia el volumen del mismo, en la cantidad: $d\mathbf{A} = \mathbf{f} \cdot d\mathbf{l}$ (9).

Igualando y despejando la fuerza vale:

$$\mathbf{f} = \frac{\mathbf{B}^2 \mathbf{S}}{8 \pi} 10^7$$
 (10)

- ✓ f = fuerza portante de los polos, en Newton [N]
- ✓ S = sección útil del entrehierro, en metros [m]
- ✓ B = inducción magnética en el entrehierro, en [Wb/m²].

❖ **Importante:**

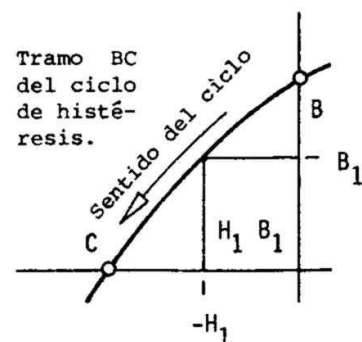
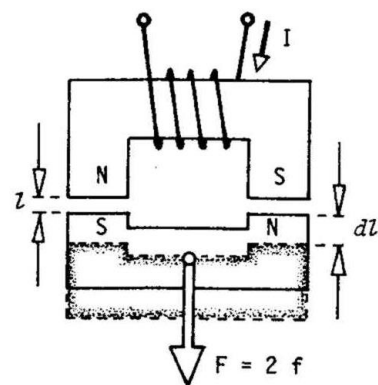
- En la fórmula no interviene la longitud del entrehierro, porque se supuso que al inducción B es constante.
- La fórmula es válida para entrehierros pequeños, no superiores a 3 mm.
- Para entrehierros grandes hay que recurrir a métodos experimentales.
- La fuerza portante es función del cuadrado de la inducción B.

10.10. Imanes permanentes

Hay materiales ferromagnéticos en los cuales el denominado magnetismo remanente (segmento OB del ciclo de histéresis) es singularmente apreciable.

Estos materiales son usados como “imanes permanentes”.

En la figura vemos un tramo del ciclo, si por intentos sucesivos, dibujamos una superficie procurando que el área del rectángulo sea lo mayor posible en los lados H_1 y B_1 ,



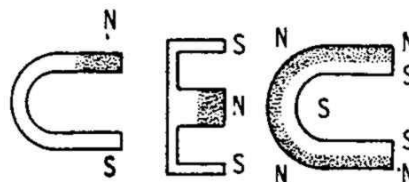
multiplicamos ambos valores, la superficie del rectángulo máximo determina lo que se conoce como **“cifra de mérito”**.

Los imanes permanentes se construyen de aleaciones, algunas las citamos a continuación.

| | | | | | | | | |
|-------------|----|------|-------------|----|------|-------------|----|--------|
| RENCO 120 | Ti | 1 % | ALNICO | Al | 10 % | | | |
| | Co | 4 % | | Fe | 55 % | | | |
| | Ni | 26 % | | Ni | 22 % | | | |
| | Al | 13 % | | Co | 13 % | | | |
| | Cu | 3 % | | | | | | |
| | Fe | 53 % | | | | | | |
| PERMALLOY A | Ni | 78 % | PERMALLOY B | Ni | 48 % | PERMALLOY C | Ni | 78,5 % |
| | Fe | 22 % | | Fe | 52 % | | Fe | 18 % |
| | | | | | | | Mo | 3 % |
| | | | | | | | Mn | 0,5 % |

Los imanes permanentes pueden tener materiales que es factible magnetizarlos en cualquier dirección, recibiendo el nombre de **“isotrópicos”**. Los que son susceptibles de ser magnetizados en una sola dirección reciben el nombre de **“anisotrópicos”**. Los **anisotrópicos** son en general materiales pulverizables, llamados comercialmente **“ferritas”**.

En la figura que sigue vemos la forma física de algunos imanes permanentes.



10.11.Efecto pelicular

Cuando estudiamos el elemento resistor caracterizado por la denominada resistencia “R” dijimos que el valor de la misma aumentaba cuando era recorrida por una corriente alterna, en lugar de una continua.

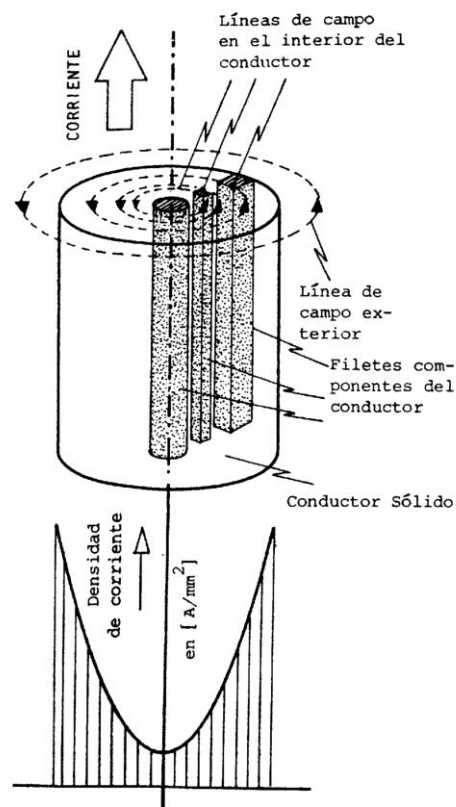
Trataremos ahora el denominado efecto pelicular, para lo cual según puede verse en la figura consideraremos un trozo de conductor de sección circular, que se supone recorrido por una corriente alterna.

Por la regla del tirabuzón podemos afirmar que se forma alrededor del conductor un campo magnético de líneas circulares y concéntricas.

La misma situación se produce en el interior del mismo.

Si la corriente es continua establecido el régimen permanente nada anormal aparece.

Si la corriente es alterna, el **flujo magnético** de líneas concéntricas que aparece en el interior ocasiona **“fuerzas electromotrices inducidas”** en el seno del mismo.



Consideremos imaginariamente filetes de conductor, por ejemplo el central, dicho filete es abrazado por la totalidad de las líneas de campo magnético dibujadas.

Pero si tomamos filetes imaginarios más apartados del eje del conductor, veremos que no son abrazados por la totalidad de las líneas concéntricas.

Por lo tanto, si la corriente es variable sinusoidalmente, el flujo lo será de igual manera y los filetes materiales de conductor recibirán la acción de ese flujo “**en forma desigual**”.

Los **filetes centrales** al ser abrazados por mayor cantidad de líneas producirán una **fuerza electromotriz inducida de mayor cuantía**, no así los más **externos** que por recibir menor cantidad de líneas se verán sometidos a **fuerzas electromotrices de valor inferior**.

Por o tanto, la corriente en el filete interior encuentra una fuerza electromotriz inducida mayor que en los exteriores, y como esa fuerza electromotriz inducida es la “**reacción del medio**”, es decir tiene sentido constantemente opuesto a la causa que lo provoca, que es la corriente, los filetes interiores próximos al eje, se comportan como se tuviesen una resistividad mayor.

Podemos decir que: **la corriente tiene la tendencia a ubicarse preferentemente en las capas periféricas**.

El fenómeno puede imaginarse como si el conductor tuviese una desigual resistividad o estuviese constituido por un material muy particular, en el que, a medida que se avanza hacia el eje, va creciendo su resistividad.

En la parte inferior de la figura vemos la representación de la densidad de corriente

$$\mathbf{J} = \frac{d\mathbf{l}}{d\mathbf{S}}$$

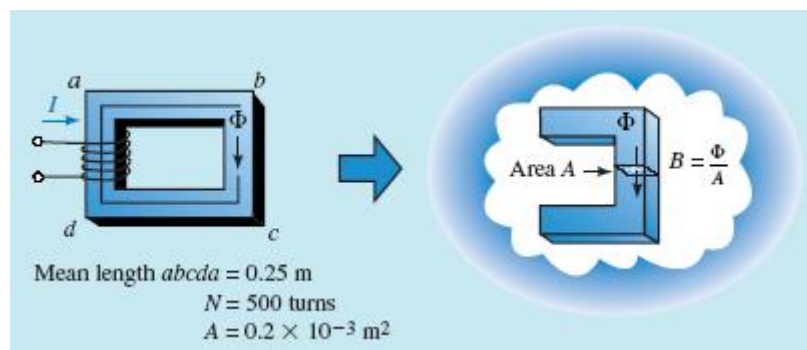
en función de las distintas posiciones diametrales del conductor.

Este efecto es más intenso cuanto mayor es la variación de flujo, lo que equivale a decir, que el **efecto pelicular es función de la frecuencia e influye también la forma del conductor**.

10.12. Problemas resueltos.

Problema 1.-

En el núcleo de material magnético de la figura se desea establecer un flujo $\Phi = 0,1 \times 10^{-3} \text{ Wb}$, calcular la corriente I que debe circular por la bobina.



Solution Following the four steps outlined above:

1. The flux density is

$$B = \frac{\Phi}{A} = \frac{0.1 \times 10^{-3}}{0.2 \times 10^{-3}} = 0.5 \text{ T}$$

2. From the B - H curve (cast iron), Figure 12-19, $H = 1550 \text{ At/m}$.

3. Apply Ampere's law. There is only one coil and one core section. Length = 0.25 m. Thus,

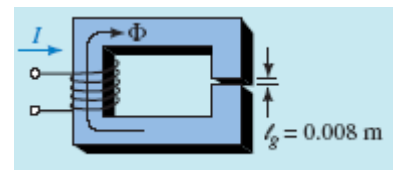
$$NI = H\ell = 1550 \times 0.25 = 388 \text{ At}$$

4. Divide by N :

$$I = 388/500 = 0.78 \text{ amps}$$

Problema 2.-

Al núcleo del problema anterior se le practica un entrehierro $\ell_g = 0,008 \text{ m}$, como se muestra en la figura que sigue. Calcular en cuanto se debe incrementar la corriente para mantener el flujo constante del problema 1.. Desprecie el flujo de dispersión.



Solution

Iron

$\ell_{\text{iron}} = 0.25 - 0.008 = 0.242 \text{ m}$. Since Φ does not change, B and H will be the same as before. Thus, $B_{\text{iron}} = 0.5 \text{ T}$ and $H_{\text{iron}} = 1550 \text{ At/m}$.

Air Gap

B_g is the same as B_{iron} . Thus, $B_g = 0.5 \text{ T}$ and $H_g = 7.96 \times 10^5 B_g = 3.98 \times 10^5 \text{ At/m}$.

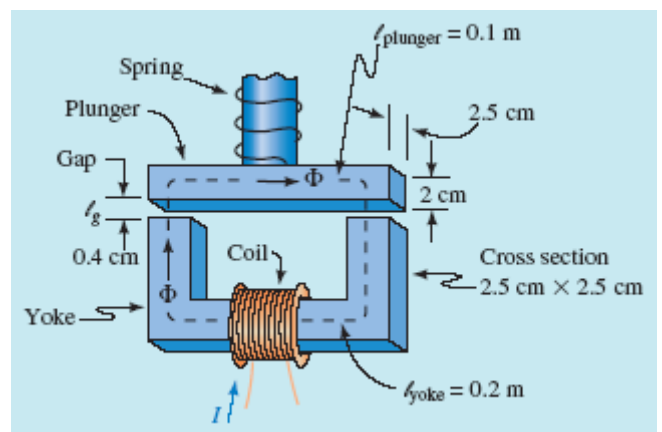
Ampere's Law

$NI = H_{\text{iron}}\ell_{\text{iron}} + H_g\ell_g = (1550)(0.242) + (3.98 \times 10^5)(0.008) = 375 + 3184 = 3559 \text{ At}$. Thus, $I = 3559/500 = 7.1 \text{ amps}$. Note that the current had to increase from 0.78 amp to 7.1 amps in order to maintain the same flux, over a ninefold increase.

Problema 3.-

Para el circuito magnético de la figura conoce que el flujo tiene un valor igual a $4 \times 10^{-4} \text{ Wb}$ y circula una corriente $I = 2,5 \text{ A}$.

Encuentre el número de espiras de la bobina excitadora.



Solution

Yoke

$$A_{\text{yoke}} = 2.5 \text{ cm} \times 2.5 \text{ cm} = 6.25 \text{ cm}^2 = 6.25 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B_{\text{yoke}} = \frac{\Phi}{A_{\text{yoke}}} = \frac{4 \times 10^{-4}}{6.25 \times 10^{-4}} = 0.64 \text{ T}$$

$$H_{\text{yoke}} = 410 \text{ At/m} \quad (\text{from Figure 12-19})$$

Plunger

$$A_{\text{plunger}} = 2.0 \text{ cm} \times 2.5 \text{ cm} = 5.0 \text{ cm}^2 = 5.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$B_{\text{plunger}} = \frac{\Phi}{A_{\text{plunger}}} = \frac{4 \times 10^{-4}}{5.0 \times 10^{-4}} = 0.8 \text{ T}$$

$$H_{\text{plunger}} = 500 \text{ At/m} \quad (\text{from Figure 12-19})$$

Air Gap

There are two identical gaps. For each,

$$B_g = B_{\text{yoke}} = 0.64 \text{ T}$$

Thus,

$$H_g = (7.96 \times 10^5)(0.64) = 5.09 \times 10^5 \text{ At/m}$$

The results are summarized in Table 12-2.

Ampere's Law

$$NI = H_{\text{yoke}}\ell_{\text{yoke}} + H_{\text{plunger}}\ell_{\text{plunger}} + 2H_g\ell_g = 82 + 50 + 2(2036) = 4204 \text{ At}$$

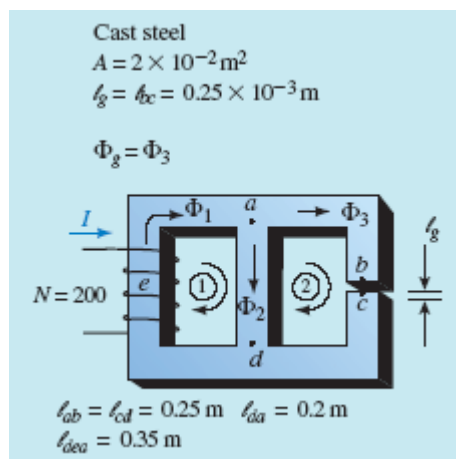
$$N = 4204/2.5 = 1682 \text{ turns}$$

TABLE 12-2

| Material | Section | Length (m) | A (m ²) | B (T) | H (At/m) | Hℓ (At) |
|------------|---------|------------------------|-------------------------|-------|------------------------|---------|
| Cast steel | yoke | 0.2 | 6.25 × 10 ⁻⁴ | 0.64 | 410 | 82 |
| Cast steel | plunger | 0.1 | 5 × 10 ⁻⁴ | 0.8 | 500 | 50 |
| Air | gap | 0.4 × 10 ⁻² | 6.25 × 10 ⁻⁴ | 0.64 | 5.09 × 10 ⁵ | 2036 |

Problema 4.-

Para el núcleo de acero esquematizado en la figura, determinar la corriente para establecer un flujo en el entrehierro de $\Phi_g = 6 \times 10^{-3} \text{ Wb}$. Desprecie la dispersión.



Solution Consider each section in turn.

Air Gap

$$B_g = \Phi_g/A_g = (6 \times 10^{-3})/(2 \times 10^{-2}) = 0.3 \text{ T}$$

$$H_g = (7.96 \times 10^5)(0.3) = 2.388 \times 10^5 \text{ At/m}$$

Sections ab and cd

$$B_{ab} = B_{cd} = B_g = 0.3 \text{ T}$$

$$H_{ab} = H_{cd} = 250 \text{ At/m} \quad (\text{from Figure 12-19})$$

Ampere's Law (Loop 2)

$\sum_{\odot} NI = \sum_{\odot} H\ell$. Since you are going opposite to flux in leg *da*, the corresponding term (i.e., $H_{da}\ell_{da}$) will be subtractive. Also, $NI = 0$ for loop 2. Thus,

$$0 = \sum_{\odot} \text{loop2} H\ell$$

$$0 = H_{ab}\ell_{ab} + H_g\ell_g + H_{cd}\ell_{cd} - H_{da}\ell_{da}$$

$$= (250)(0.25) + (2.388 \times 10^5)(0.25 \times 10^{-3}) + (250)(0.25) - 0.2H_{da}$$

$$= 62.5 + 59.7 + 62.5 - 0.2H_{da} = 184.7 - 0.2H_{da}$$

Thus, $0.2H_{da} = 184.7$ and $H_{da} = 925 \text{ At/m}$. From Figure 12-19, $B_{da} = 1.12 \text{ T}$.

$$\Phi_2 = B_{da}A = 1.12 \times 0.02 = 2.24 \times 10^{-2} \text{ Wb}$$

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = 2.84 \times 10^{-2} \text{ Wb.}$$

$$B_{dea} = \Phi_1/A = (2.84 \times 10^{-2})/0.02 = 1.42 \text{ T}$$

$$H_{dea} = 2125 \text{ At/m} \quad (\text{from Figure 12-19})$$

Ampere's Law (Loop 1)

$$NI = H_{dea}\ell_{dea} + H_{ad}\ell_{ad} = (2125)(0.35) + 184.7 = 929 \text{ At}$$

$$I = 929/200 = 4.65 \text{ A}$$

Problema 5.-

Para el núcleo de la figura es de acero, $NI = 1100 \text{ A}\cdot\text{v}$, una sección transversal igual a $0,0025 \text{ m}^2$. Determinar el flujo en el núcleo.

Solution

Initial Guess

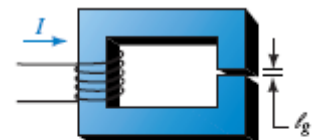
Assume that 90% of the mmf appears across the gap. The applied mmf is 1100 At. Ninety percent of this is 990 At. Thus, $H_g \approx 0.9NI/\ell = 990/0.002 = 4.95 \times 10^5 \text{ At/m}$ and $B_g = \mu_0 H_g = (4\pi \times 10^{-7})(4.95 \times 10^5) = 0.62 \text{ T}$.

Trial 1

Since the area of the steel is the same as that of the gap, the flux density is the same, neglecting fringing. Thus, $B_{\text{steel}} = B_g = 0.62 \text{ T}$. From the B - H curve, $H_{\text{steel}} = 400 \text{ At/m}$. Now apply Ampere's law:

$$NI = H_{\text{steel}}\ell_{\text{steel}} + H_g\ell_g = (400)(0.2) + (4.95 \times 10^5)(0.002) \\ = 80 + 990 = 1070 \text{ At}$$

This answer is 2.7% lower than the given NI of 1100 At and is therefore acceptable. Thus, $\Phi = BA = 0.62 \times 0.0025 = 1.55 \times 10^{-3} \text{ Wb}$.



$$\Phi = H_{\text{steel}}\ell_{\text{steel}} + H_g\ell_g \\ \approx H_g\ell_g \text{ if } H_g\ell_g \gg H_{\text{steel}}\ell_{\text{steel}}$$

$$\ell_g = 0.002 \text{ m}$$

$$\ell_{\text{steel}} = 0.2 \text{ m}$$

Problema 6.-

Si el núcleo del problema anterior es de hierro en lugar de acero, calcular el flujo Φ .

Solution Because cast iron has a larger H for a given flux density (Figure 12-19), it will have a larger $H\ell$ drop and less will appear across the gap. Assume 75% across the gap.

Initial Guess

$$H_g \approx 0.75 NI/\ell = (0.75)(1100)/0.002 = 4.125 \times 10^5 \text{ At/m.}$$

$$B_g = \mu_0 H_g = (4\mu \times 10^{-7})(4.125 \times 10^5) = 0.52 \text{ T.}$$

Trial 1

$B_{\text{iron}} = B_g$. Thus, $B_{\text{iron}} = 0.52 \text{ T}$. From the B - H curve, $H_{\text{iron}} = 1700 \text{ At/m}$.

Ampere's Law

$$\begin{aligned} NI &= H_{\text{iron}}\ell_{\text{iron}} + H_g\ell_g = (1700)(0.2) + (4.125 \times 10^5)(0.002) \\ &= 340 + 825 = 1165 \text{ At} \quad (\text{high by } 5.9\%) \end{aligned}$$

Trial 2

Reduce the guess by 5.9% to $B_{\text{iron}} = 0.49 \text{ T}$. Thus, $H_{\text{iron}} = 1500 \text{ At/m}$ (from the B - H curve) and $H_g = 7.96 \times 10^5$, $B_g = 3.90 \times 10^5 \text{ At/m}$.

Ampere's Law

$$\begin{aligned} NI &= H_{\text{iron}}\ell_{\text{iron}} + H_g\ell_g = (1500)(0.2) + (3.90 \times 10^5)(0.002) \\ &= 300 + 780 = 1080 \text{ At} \end{aligned}$$

The error is now 1.82%, which is excellent. Thus, $\Phi = BA = (0.49)(2.5 \times 10^{-3}) = 1.23 \times 10^{-3} \text{ Wb}$. If the error had been larger than 5%, a new trial would have been needed.

Glf/2015