

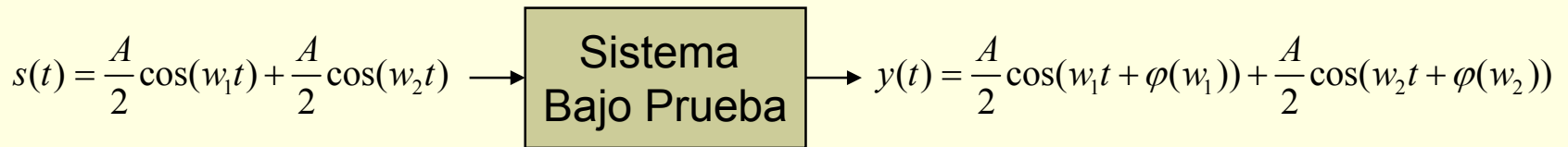
Caracterización de Sistemas Lineales con ondas senoidales

Retardo de Grupo

Retardo de grupo

El retardo de grupo consiste en el retardo de tiempo que sufre cada componente de una señal modulante al atravesar un sistema.

Dada $s(t) = A \underbrace{\cos(w_c t) \cos(w_0 t)}_{w_c \gg w_0}$ y $w_1 = w_c + w_0$, $w_2 = w_c - w_0$



$$H(w) = K \cdot e^{j\varphi(w)}; \quad K = 1$$

Retardo de grupo

$$y(t) = \frac{A}{2} \cos(\omega_1 t + \varphi(\omega_1)) + \frac{A}{2} \cos(\omega_2 t + \varphi(\omega_2))$$

$$= A \cos\left(\omega_c t + \frac{\varphi(\omega_1) + \varphi(\omega_2)}{2}\right) \cos\left(\omega_0 t + \frac{\varphi(\omega_1) - \varphi(\omega_2)}{2}\right)$$

$$\tau_c = -\frac{\varphi(\omega_1) + \varphi(\omega_2)}{2\omega_c} = -\frac{\varphi(\omega_1) + \varphi(\omega_2)}{\omega_1 + \omega_2}$$

$$\tau_0 = -\left(\frac{\varphi(\omega_1) - \varphi(\omega_2)}{2\omega_0}\right) = -\left(\frac{\varphi(\omega_1) - \varphi(\omega_2)}{\omega_1 - \omega_2}\right)$$

Retardo de fase

Retardo de grupo

Si la señal modulada es de banda estrecha, $\omega_0 \ll \omega_c$, se puede aproximar $\varphi(\omega)$ en la vecindad de $\omega = \omega_c$, utilizando la expansión mediante la serie de Taylor y aplicarla a los retardos de fase y de grupo.

Retardo de grupo

$$\varphi(\omega) = \varphi(\omega_c) + \left. \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_c} (\omega - \omega_c)$$

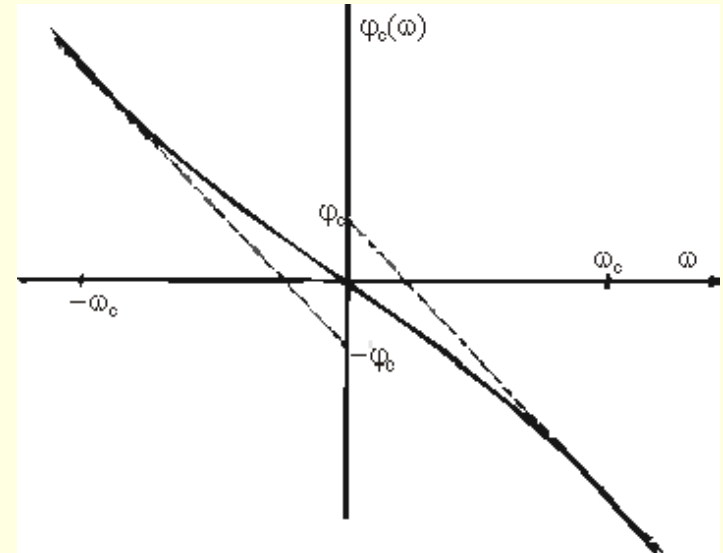
Reemplazando:

Retardo de fase

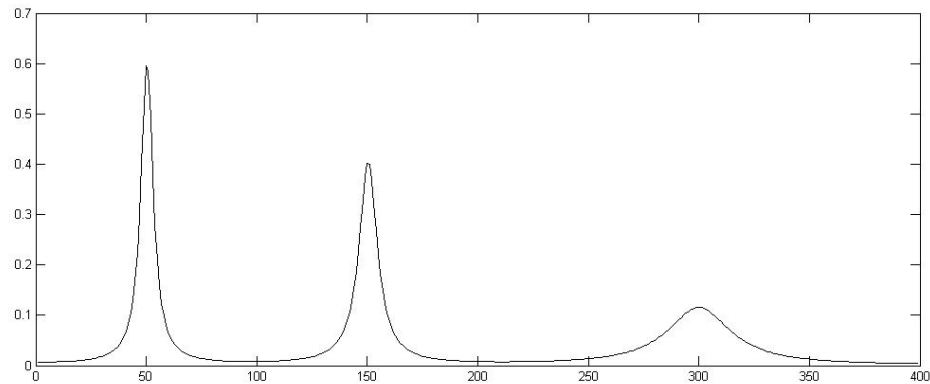
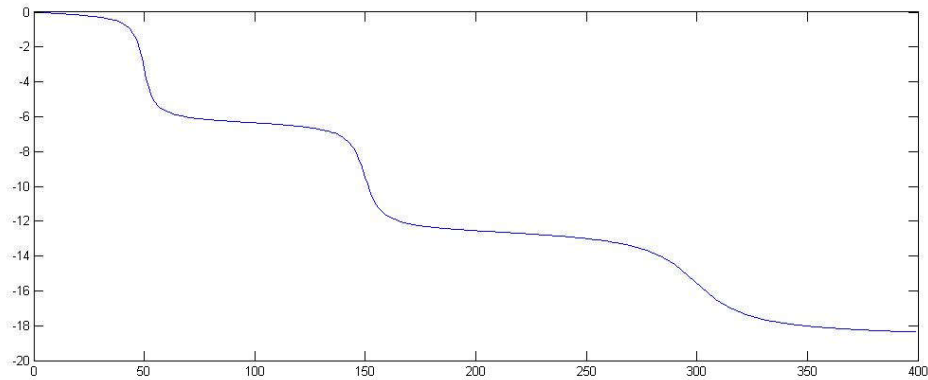
$$\tau_c = -\frac{\varphi(\omega_1) + \varphi(\omega_2)}{2\omega_c} \cong -\frac{\varphi(\omega_c)}{\omega_c}$$

Retardo de grupo

$$\tau_0 = -\frac{\varphi(\omega_1) - \varphi(\omega_2)}{2\omega_0} \cong -\left. \frac{d\varphi(\omega)}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_c}$$



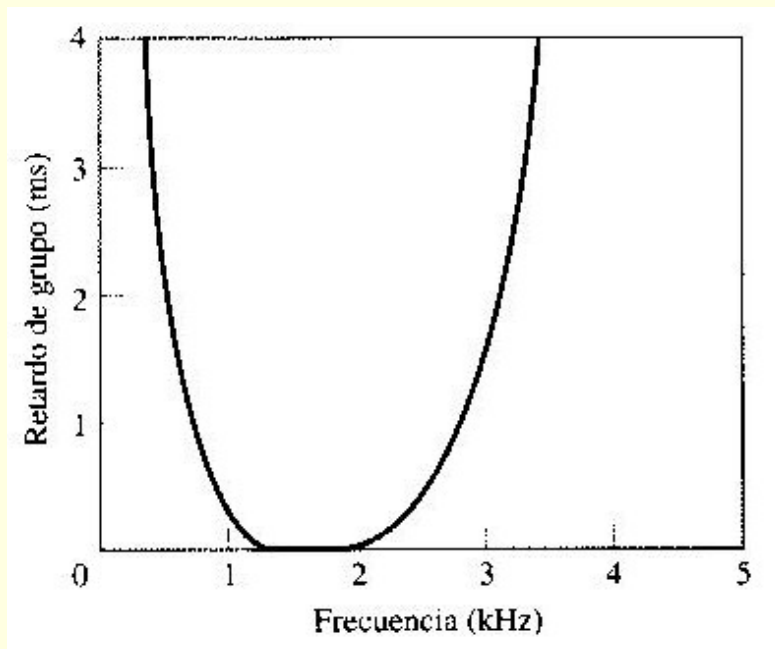
Retardo de grupo



Ejemplo: característica de fase (sup) y de retardo de grupo (inf).

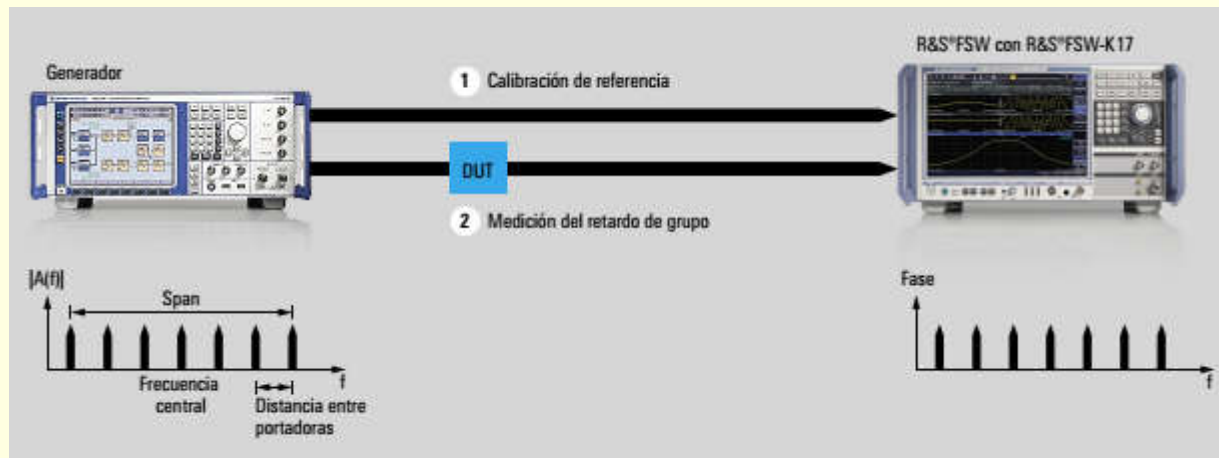
Retardo de grupo

Ejemplo del retardo de grupo de un canal telefónico



Medición de retardo de grupo

Ejemplo de equipamiento dedicado:

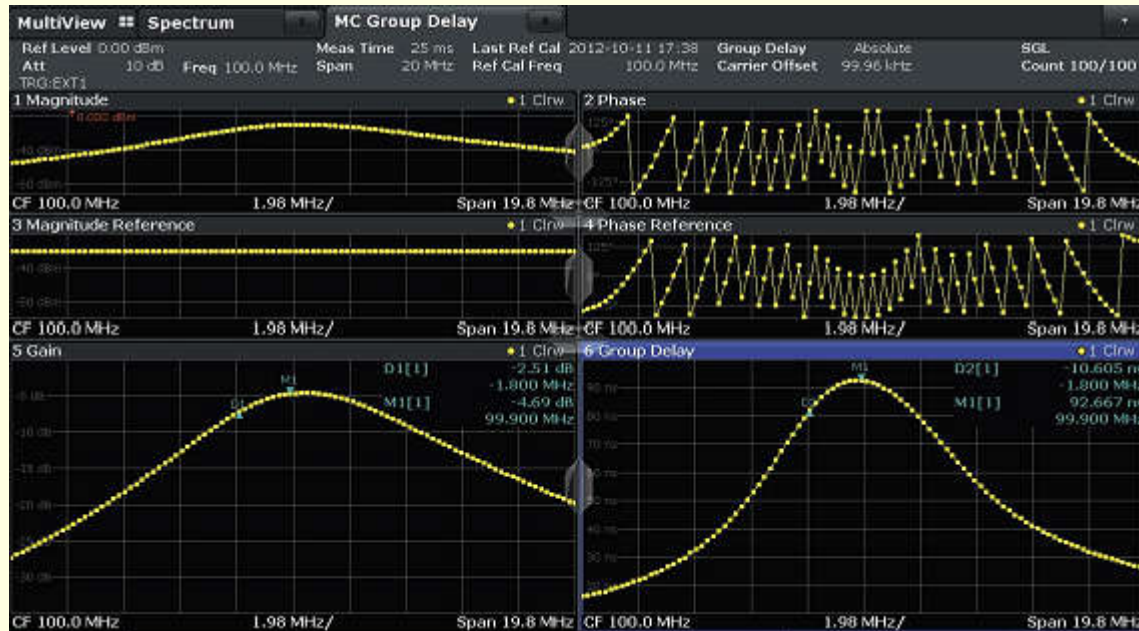


Analizador de señal y espectro R&S®FSW26 con la opción R&S®FSW-K17 (*multicarrier group delay*)

http://www.rohde-schwarz.es/file/NEWS_208_spanish_FSW-K17.pdf

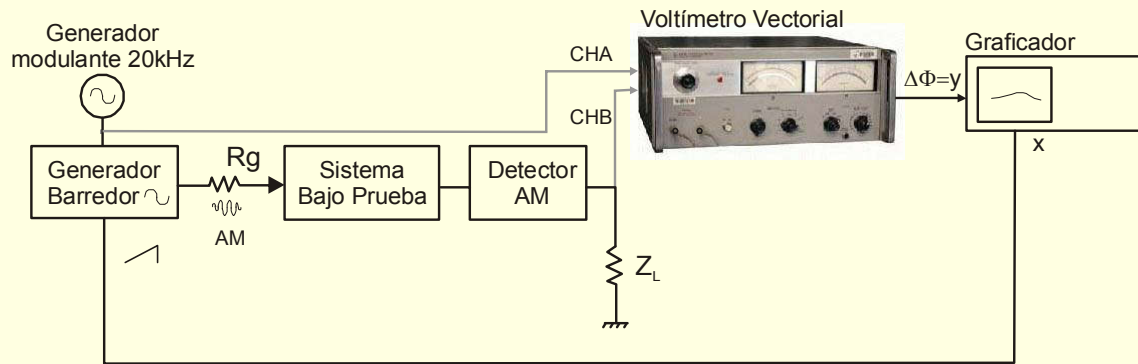
Medición de retardo de grupo

Ejemplo de equipamiento dedicado:



En este ejemplo se mide un dispositivo con característica paso banda. Las ventanas 1 y 2 muestran la amplitud y la fase de la señal de múltiples portadoras. Además de esta señal, presente en la salida del dispositivo, se muestran las señales de referencia de la calibración (ventanas 3 y 4). Comparando la señal de referencia y la señal medida, el R&S®FSW-K17 determina la función de transmisión como medida de las distorsiones de amplitud (ventana 5) y el retardo de grupo como medida de las distorsiones de fase (ventana 6).

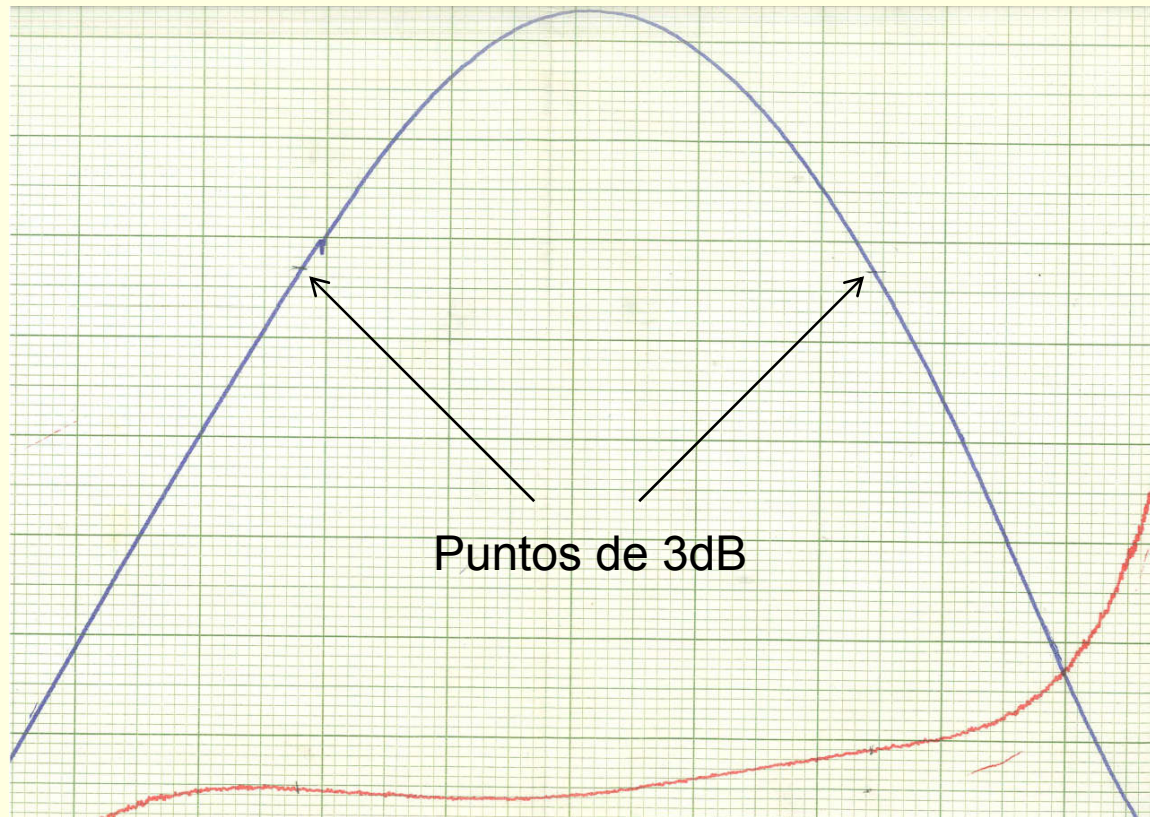
Medición de retardo de grupo con V.V.



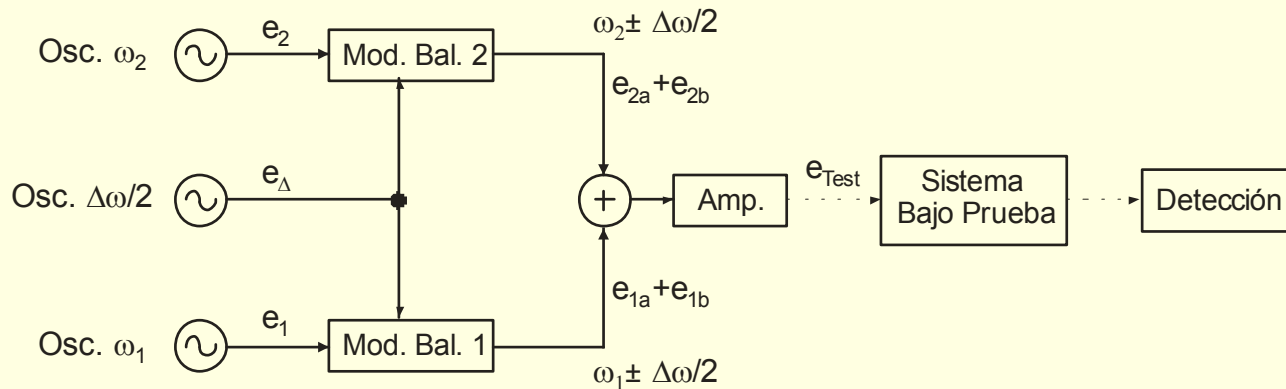
El Voltímetro Vectorial permite medir la diferencia de fase entre dos señales presentes en los canales A y B con una resolución de 0.1° .

- Se deben tener en cuenta los rangos señal que puede medir el VV.

Ejemplo: Medición sobre un sistema real.



Medición de SBP con extremos alejados



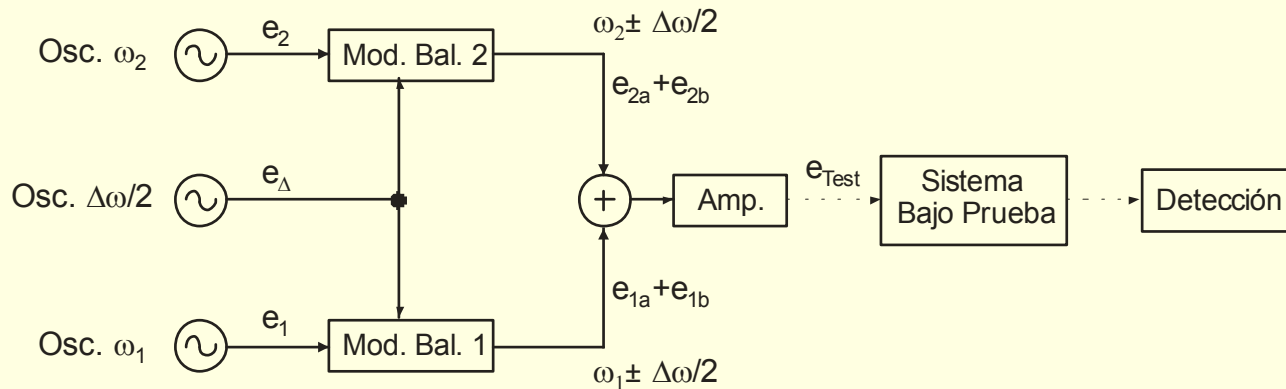
Este esquema de medición se utiliza en circuitos en los que no se puede acceder a ambos extremos simultáneamente.

$$e_1 = E_1 \cos(\omega_1 t + \alpha_1)$$

$$e_\Delta = E_\Delta \cos\left(\frac{\Delta\omega}{2} t\right)$$

$$e_2 = E_2 \cos(\omega_2 t + \alpha_2)$$

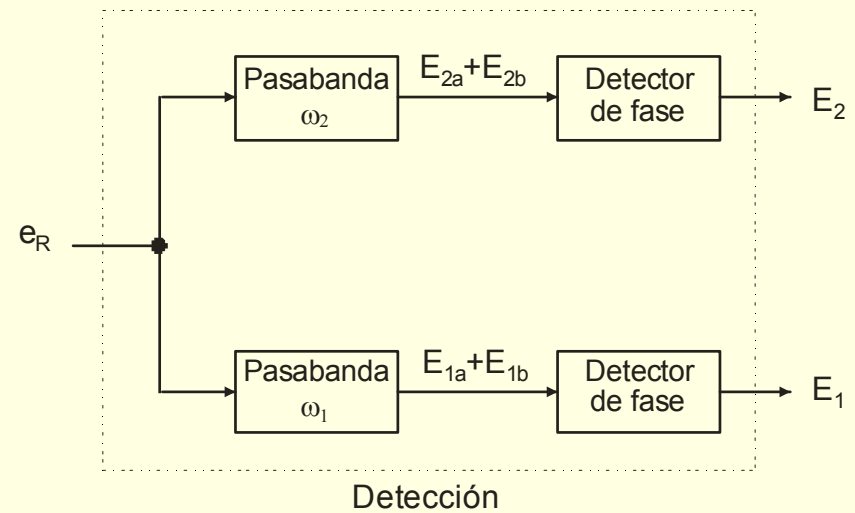
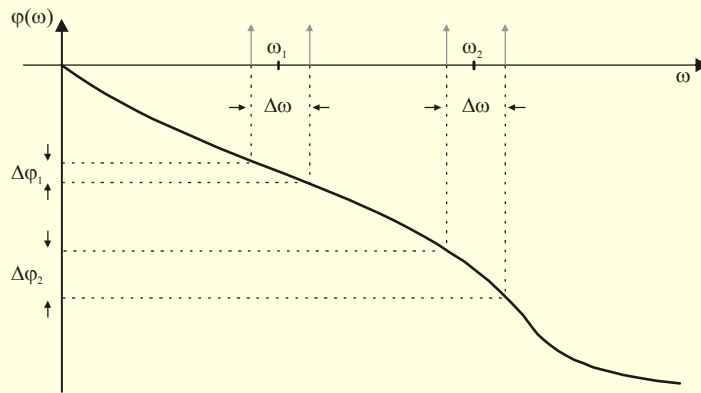
Medición de SBP con extremos alejados



Este esquema de medición se utiliza en circuitos en los que no se puede acceder a ambos extremos simultáneamente.

$$e_{1a} = E \cos\left(\left(\omega_1 - \frac{\Delta\omega}{2}\right)t + \alpha_1\right) \quad e_{2a} = E \cos\left(\left(\omega_2 - \frac{\Delta\omega}{2}\right)t + \alpha_2\right)$$
$$e_{1b} = E \cos\left(\left(\omega_1 + \frac{\Delta\omega}{2}\right)t + \alpha_1\right) \quad e_{2b} = E \cos\left(\left(\omega_2 + \frac{\Delta\omega}{2}\right)t + \alpha_2\right)$$

Medición de SBP con extremos alejados



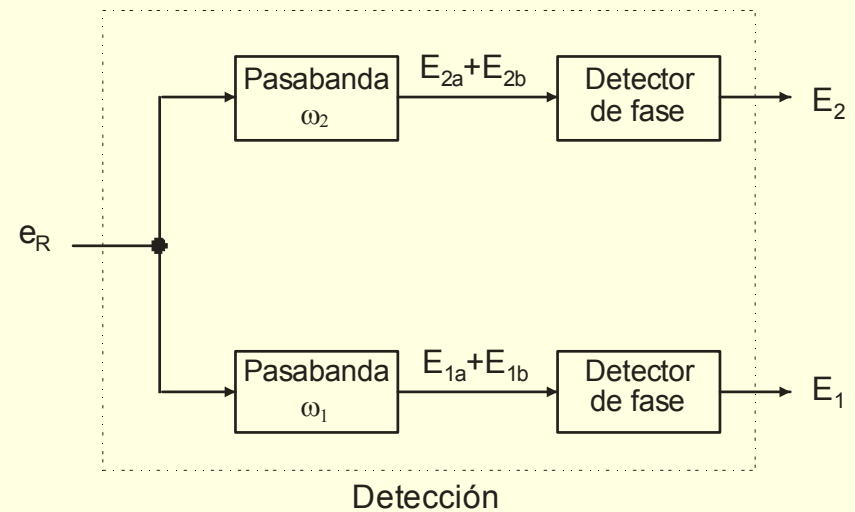
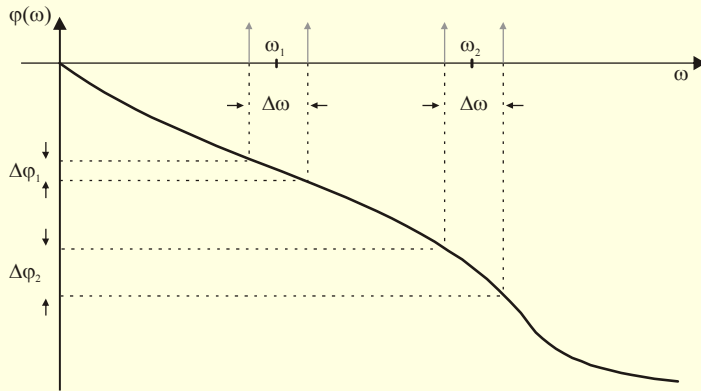
$$E_{1a} = K \cos \left(\left(\omega_1 - \frac{\Delta \omega}{2} \right) t + \alpha_1 + \varphi \left(\omega_1 - \frac{\Delta \omega}{2} \right) \right)$$

$$E_{1b} = K \cos \left(\left(\omega_1 + \frac{\Delta \omega}{2} \right) t + \alpha_1 + \varphi \left(\omega_1 + \frac{\Delta \omega}{2} \right) \right)$$

$$E_{2a} = K \cos \left(\left(\omega_2 - \frac{\Delta \omega}{2} \right) t + \alpha_2 + \varphi \left(\omega_2 - \frac{\Delta \omega}{2} \right) \right)$$

$$E_{2b} = K \cos \left(\left(\omega_2 + \frac{\Delta \omega}{2} \right) t + \alpha_2 + \varphi \left(\omega_2 + \frac{\Delta \omega}{2} \right) \right)$$

Medición de SBP con extremos alejados



$$E_1 = K_3 \cos \left(\Delta\omega t + \varphi\left(\omega_1 + \frac{\Delta\omega}{2}\right) + \varphi\left(\omega_1 - \frac{\Delta\omega}{2}\right) \right) = K_3 \cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi_1)$$

$$E_2 = K_3 \cos \left(\Delta\omega t + \varphi\left(\omega_2 + \frac{\Delta\omega}{2}\right) + \varphi\left(\omega_2 - \frac{\Delta\omega}{2}\right) \right) = K_3 \cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi_2)$$

$$\Delta\varphi_i = \varphi\left(\omega_i + \frac{\Delta\omega}{2}\right) - \varphi\left(\omega_i - \frac{\Delta\omega}{2}\right) \cong \Delta\omega \cdot \left. \frac{d\varphi}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_i} = -\Delta\omega \cdot \tau_g(\omega_i)$$

Medición de SBP con extremos alejados

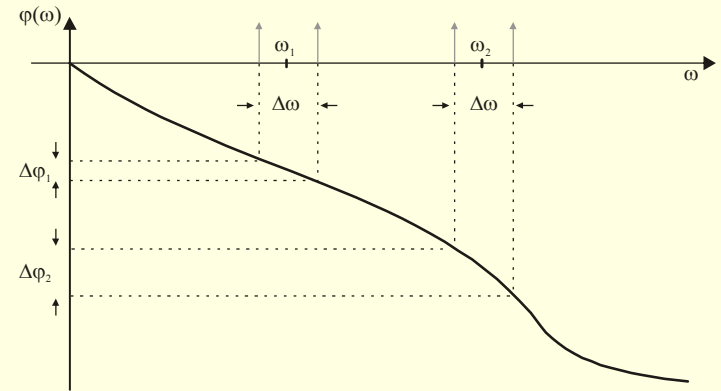
$$\Delta\varphi_i \cong -\Delta\omega \cdot \tau_g(\omega_i)$$

No interesa el τ_g , es de interés la diferencia de los retardos entre ω_1 y ω_2 .

$$\Delta\tau_g = \tau_{g2} - \tau_{g1} = \frac{\Delta\varphi_2 - \Delta\varphi_1}{\Delta\omega}$$

Importante:

- No se obtiene información de lo que sucede entre ω_1 y ω_2 .
- Se puede dejar constante ω_1 u ω_2 , y variar la frecuencia de modo de obtener la distorsión por retardo en función de la frecuencia.
- Dependiendo del valor del $\Delta\omega$ será la aproximación del valor de la pendiente que se obtiene, y se debe elegir lo suficientemente pequeño como para no perder detalles de la curva real de retardo.



Bibliografía sugerida:

- “Electronic Measurement and Instrumentation” Oliver and Cage. McGraw Hill.
- Nota de aplicación: “How vector measurements expand design capabilities”.
- Nota de aplicación: “AN77-4 Swept-Frequency Group Delay Measurements”.
- Detector de fase:

https://www.st-andrews.ac.uk/~www_pa/Scots_Guide/RadCom/part13/page1.html