1. MEHANIKA TOČKASTEGA TELESA

Kaj je točkasto telo? To je telo, ki je majhno v primerjavi z razdaljami v sistemu, v katerem to telo opazujemo:

Primer: planet Zemlja v Vesolju

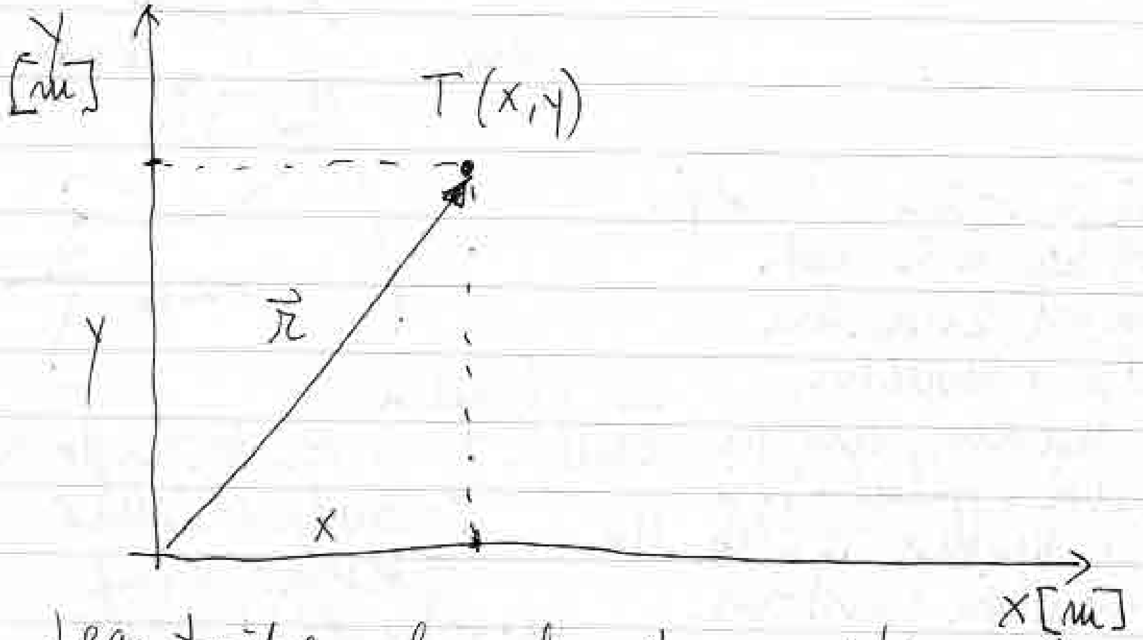
ali

Zemlja je točka v Vesolju
Velikost zemlje je dosti manjša od značilne razdalje v Vesolju, celo v našem osončju in v naši Galaksiji je Zemlja modra točka na črnem ozadju prostora.

za človeka na Zemlji to ni več točkasto telo
Po Zemlji se lahko gibljemo, njene razsežnosti so velike v primerjavi s človekom.

1.1. Opis gibanja točkastega telesa v prostoru, hitrost in pospešek

Kaj potrebujemo za opis točkastega telesa (točke v prostoru? Potrebujemo koordinatni sistem. Običajno uporabljamo kartezični koordinatni sistem, ki ga tvorijo med seboj pravokotne osi (premice). Lahko je 3D, 2D ali 1D sistem.



Lego točke v koordinatnem sistemu, ki je pritrjen v prostoru, opišemo s krajevnim vektorjem $\vec{r}$:

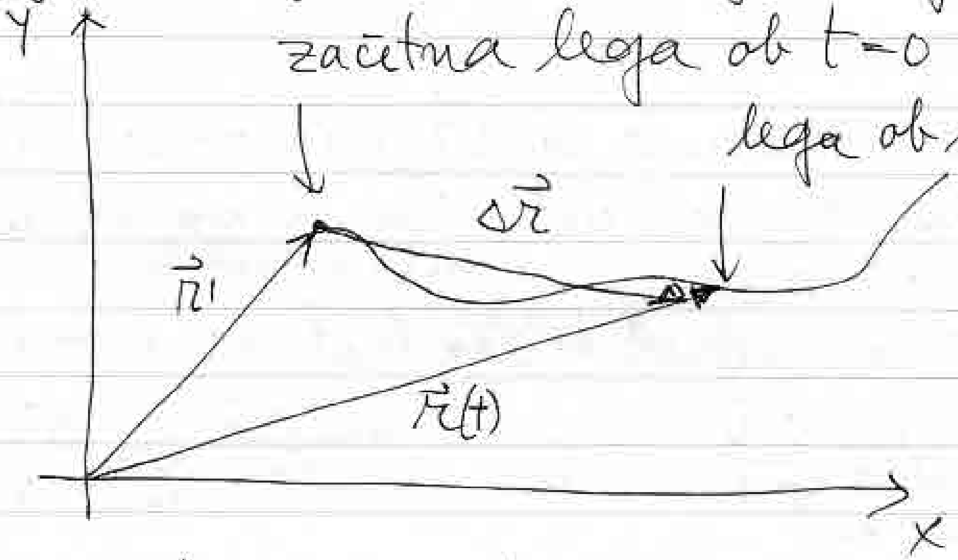
$$\vec{r} = (x, y)$$

Če točka miruje, potem je $\vec{r} = \text{konst}$, torej sta obe koordinati konstantni.
Če se točka s časom t giblje, je

Krajevni vektor $\vec{r} = \vec{r}(t)$ funkcija časa.
To pomeni, da sta tudi x in y (oba ali vsaj eden od njiju) tudi funkciji časa:

$$\vec{r}(t) = (x(t), y(t)), z(t))$$

Če opazujemo gibanje točke v koordinatnem sistemu, vidimo, da za seboj pušča "sled", ki jo imenujemo tir gibanja (angl. "trajectory").



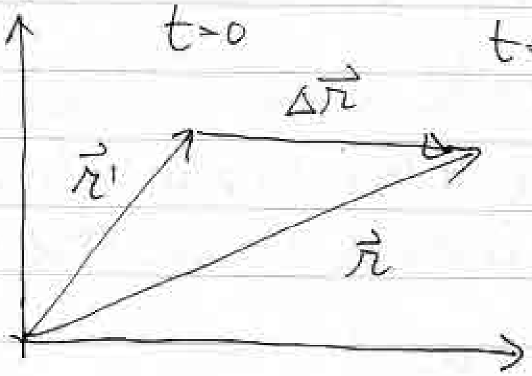
Naj bo $\vec{r}'$ začetni krajevni vektor ob $t = 0$ in $\vec{r}$ krajevni vektor ob času t. Takrat velja:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}' + \Delta\vec{r}$$

Vektor $\Delta\vec{r}$ imenujemo vektor premika točke v času t, oziroma Δt.

Definicija trenutne hitrosti točkastega telesa.

Pod izrazom "trenutna hitrost" razumemo hitrost, ki jo ima točkasto telo ob določenem času.



Telo se je premaknilo za $\Delta\vec{r}$ v časovnem intervalu Δt. Tvorimo kvocient $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ in ga limitiramo ko gre $\Delta t \to 0$.

Definiramo hitrost telesa kot limito:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \quad \text{in} \quad \cancel{\lim \Delta\vec{r}} \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

Po drugi strani iz matematike vemo, da je limita kvocienta $\Delta\vec{r}/\Delta t$, ko gre $\Delta t \to 0$ enaka odvodu $\vec{r}$ po t. Torej dobimo:

$$\boxed{\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}}$$

Hitrost telesa je torej časovni odvod krajevnega vektorja $\vec{r}$.

Spomnimo se, da je $\vec{r}$ vektor, ki ima 3 komponenti:

$$\vec{r} = (x(t), y(t), z(t))$$

Ta vektor odvajamo po času tako, da odvajamo vsako komponento po času posebej. Torej:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}(x(t), y(t), z(t)) =$$

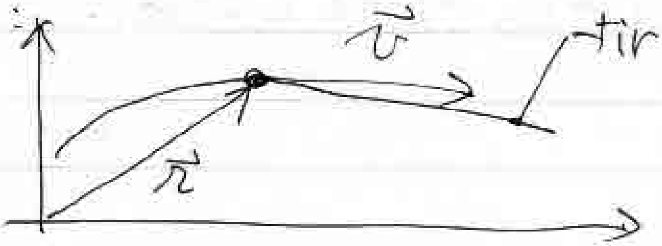
$$= \left(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}\right)$$

Sedaj pa hitro vidimo, da smo dobili tudi posamezne komponente hitrosti, saj sledi:

$\frac{dx}{dt} = v_x$, to je hitrost gibanja T v smeri x

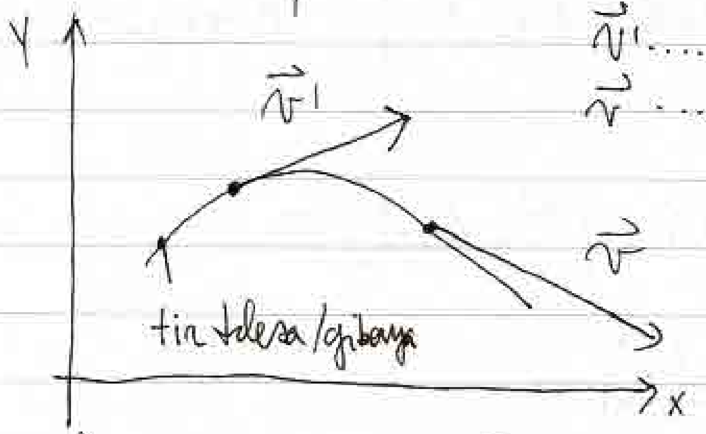
$$\left.\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= v_y \\ \frac{dz}{dt} &= v_z \end{aligned}\right\}$$ to sta hitrosti v y in z-smeri.

Pokazati se da, da je hitrost telesa $\vec{v}$ vedno tangentna na tir:



Definicija pospeška točkastega telesa:

S pospeškom telesa označujemo časovno spremembo hitrosti točkastega telesa. Definiramo ga podobno kot hitrost, z razliko hitrosti v časovni enoti

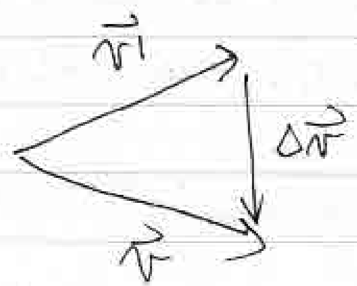


$\vec{v}'$ .... hitrost ob $t=0$

$\vec{v}$ .... hitrost ob času $t = \Delta t$

telo se je premaknilo, spremenila se je tudi njegova hitrost

Definiram razliko hitrosti:



$\vec{v}' + \Delta\vec{v} = \vec{v}$ ali $\Delta\vec{v} = \vec{v} - \vec{v}'$

Zopet tvorim kvocient in ga limitiram:

$$\boxed{\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}}$$

ali po komponentah

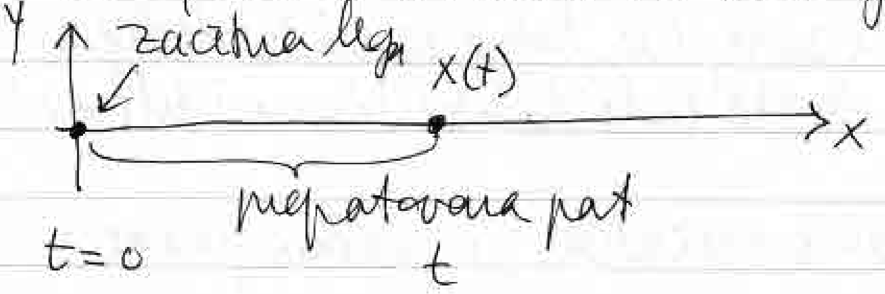
$$\vec{a} = \frac{d}{dt}(v_x, v_y, v_z) = \left(\frac{dv_x}{dt}, \frac{dv_y}{dt}, \frac{dv_z}{dt}\right)$$

pospešek telesa je torej časovni odvod hitrosti.

1.2. Primeri gibanja točkastega telesa

1.2.1. Premo enakomerno gibanje TT

Tir gibanja je premica (premo gibanje).
Hitrost takega telesa je konstantna, pospešek pa je enak 0.
Koordinatni sistem vedno lahko zasučem tako, da os x kaže v smeri gibanja TT



Pot, ki jo telo opravi v času t je kar $x(t) = v \cdot t$.
Torej enakomerno narašča s časom. To bomo izračunali na bolj kompliciran način, to je z uporabo integralov:
Začnemo iz definicije hitrosti:

$$v = \frac{dx}{dt} \quad / \cdot dt$$

$v \cdot dt = dx$: to je pot dx, ki jo telo opravi v času dt. Sedaj pa integriramo obe strani enačbe

$$dx = v \cdot dt \quad / \cdot \int$$

$$\int_0^x dx = \int_0^t v \cdot dt$$; v je konstantna in gre pred znak za $\int$

$$x\Big|_0^{x(t)} = v\cdot\int_0^t dt = v\cdot t\Big|_0^t$$

najprej na zgornji meji, nato na spodnji

$$x(t) - 0 = v\cdot(t-0)$$

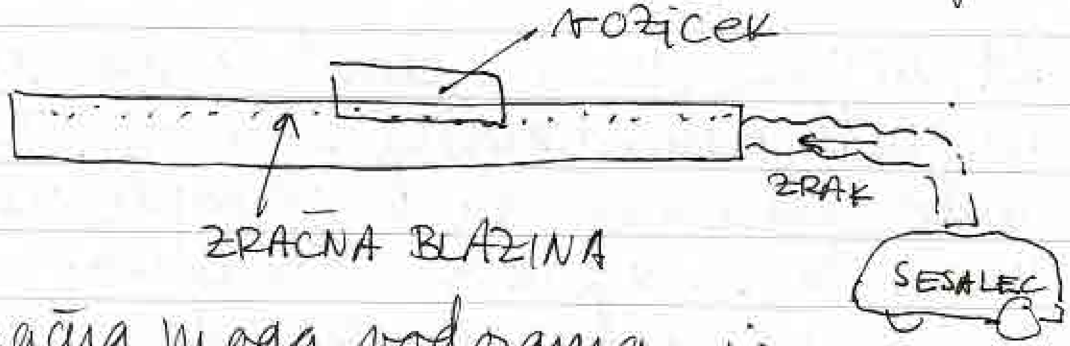
ali

$$\boxed{x(t) = v\cdot t}$$

pot (koordinata) ki enakomerno narašča s časom

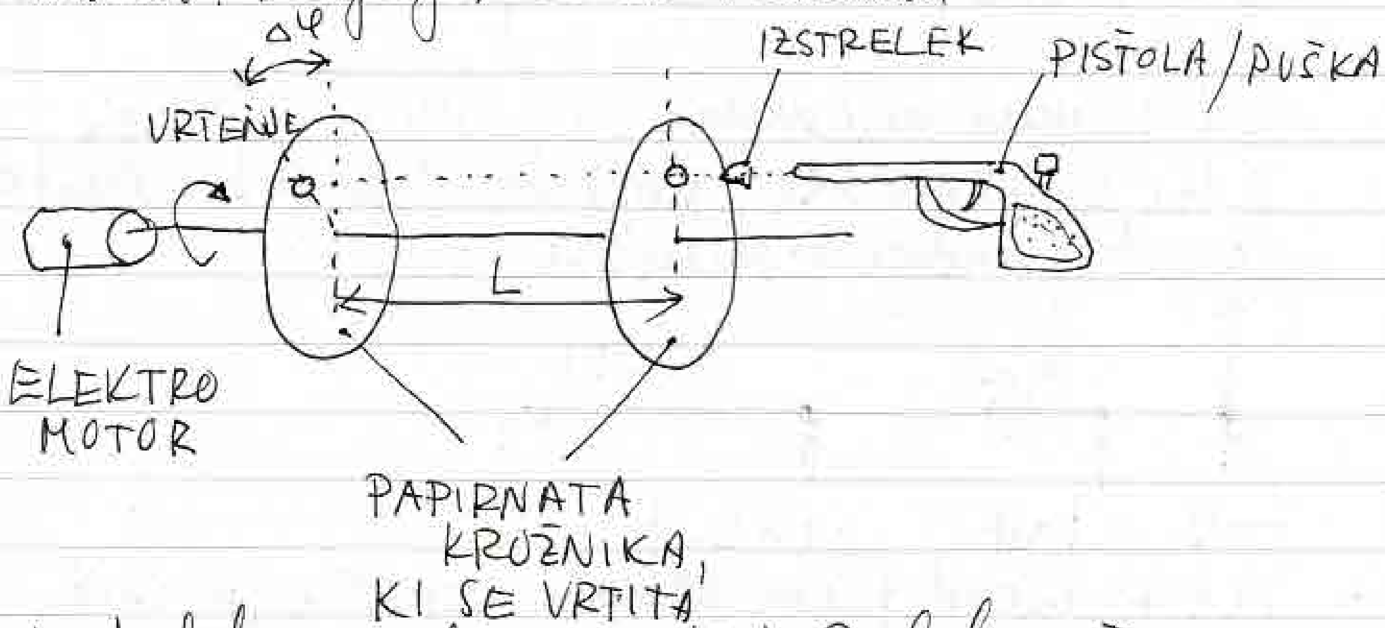
To smo naredili zato, ker bomo že pri naslednjem primeru imeli malo bolj kompliciran integral

Primer: gibanje vozička po zračni progi:



Če je zračna proga vodoravna, je gibanje vozička (skoraj) enakomerno. Čez čas se ustavi zaradi zračnega upora in trenja.

Primer: merjenje hitrosti izstrelka



Izstrelek naredi v papirju 2 luknji. Druga luknja je zamaknjena za kot $\Delta\varphi$ glede na prvo. To se zgodi, ker je med prvo in drugo luknjo izstrelek prepotoval razdaljo L, zato pa je rabil čas Δt.

Velja:

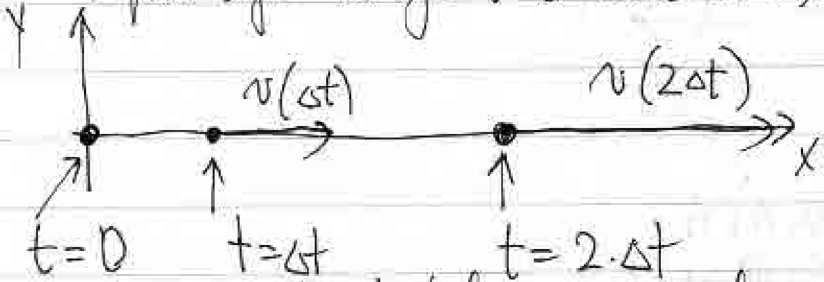
$$L = v_{izst.} \cdot \Delta t$$

~~Ka~~ Pomerimo L (z metrom) in izračunamo Δt (iz hitrosti vrtenja in kota $\Delta\varphi$) nato pa izračunamo hitrost izstrelka kot

$$\boxed{v_{izst.} = \frac{L}{\Delta t}}$$

1.2.2. Premo, enakomerno pospešeno gibanje

Pri premem enakomerno pospešenem gibanju je tir zopet premica, pospešek telesa je konstanten. Zopet gibanje v smeri osi x:



Ker se hitrost telesa zaradi pospeška povečuje, opravi v enakem času vedno daljše poti.

Zapišemo izraz za pospešek:

$$a = \frac{dv}{dt}$$ a je konstanten

integriramo obe strani enačbe

$$a\cdot dt = dv$$ dv je sprememba hitrosti v času dt

$$dv = a\cdot dt \quad / \int_a^b$$ sedaj pa integriramo v mejah

$$\int_{v'}^{v} dv = \int_0^t a\cdot dt = a\cdot\int_0^t dt$$ a je konstanten, zato ga lahko damo pred $\int$

$$v\Big|_{v'}^{v(t)} = a\cdot t\Big|_0^t$$

$$v(t) - v' = a(t-0) = a\cdot t$$

ali: $v(t) = v' + a\cdot t$ hitrost telesa torej enakomerno narašča s časom.

v' je začetna hitrost ob $t=0$

Kako pa izračunam opravljeno pot?
Zapišem definicijo za hitrost in jo izenačim z izrazom, ki smo ga izračunali:

$$\underbrace{v = \frac{dx}{dt} = v' + a\cdot t}$$

dobili smo novo enačbo, ki jo napišem:

$$\frac{dx}{dt} = v' + a\cdot t \qquad / \cdot dt$$

$$dx = v'\cdot dt + a\cdot t\cdot dt \qquad / \int_a^b$$

integriram obe strani enačbe v mejah

$$\int_0^x dx = \int_0^t v'\cdot dt + \int_0^t a\cdot t\cdot dt$$

$$x(t)\Big|_0^x = v'\cdot \int_0^t dt + a\cdot \int_0^t t\cdot dt$$

$$x(t) - 0 = v'\cdot t + a\cdot \frac{1}{2}t^2 \Big|_0^t$$

$$\boxed{x(t) = v'\cdot t + \frac{1}{2}at^2}$$

Vidimo, da hitrost telesa raste s kvadratom časa.

Izračunamo še zvezo med hitrostjo v in potjo x:

$$\left.\begin{aligned} v &= v' + a\cdot t \\ x &= v'\cdot t + \tfrac{1}{2}at^2 \end{aligned}\right\} \quad \text{Izločimo } t\,!$$

Iz prve enačbe: $t = \frac{v - v'}{a}$, vstavim v 2. enačbo

$$x = v'\cdot\frac{(v-v')}{a} + \frac{1}{2}a\cdot\left(\frac{v-v'}{a}\right)^2 = \frac{vv' - v'^2}{a} + \frac{1}{2}\frac{(v-v')^2}{a}$$

Množim $\times 2a$:

$$2a\cdot x = 2vv' - 2v'^2 + \frac{\cancel{2}}{\cancel{2}}(v-v')^2$$

$$2ax = \cancel{2vv'} - \cancel{2v'^2} + v^2 + \cancel{v'^2} - \cancel{2v\cdot v'}$$

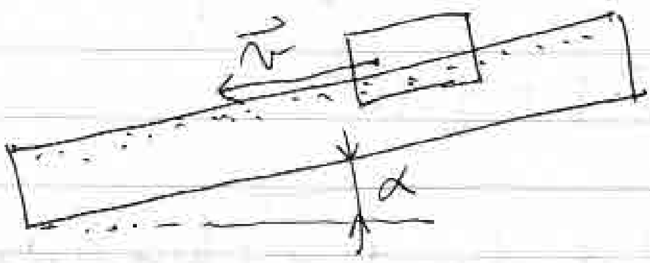
$$2ax = v^2 - v'^2 \quad \text{ali}$$

$$\boxed{v^2 = v'^2 + 2ax}$$

zveza med trenutno hitrostjo (v) in trenutno potjo (x)

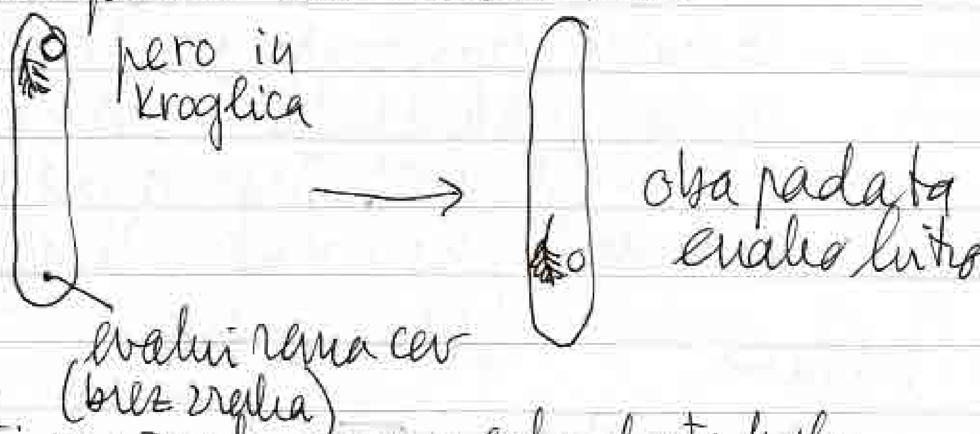
Primeri enakomerno pospešenega gibanja:

Voziček na poševni zračni progi:



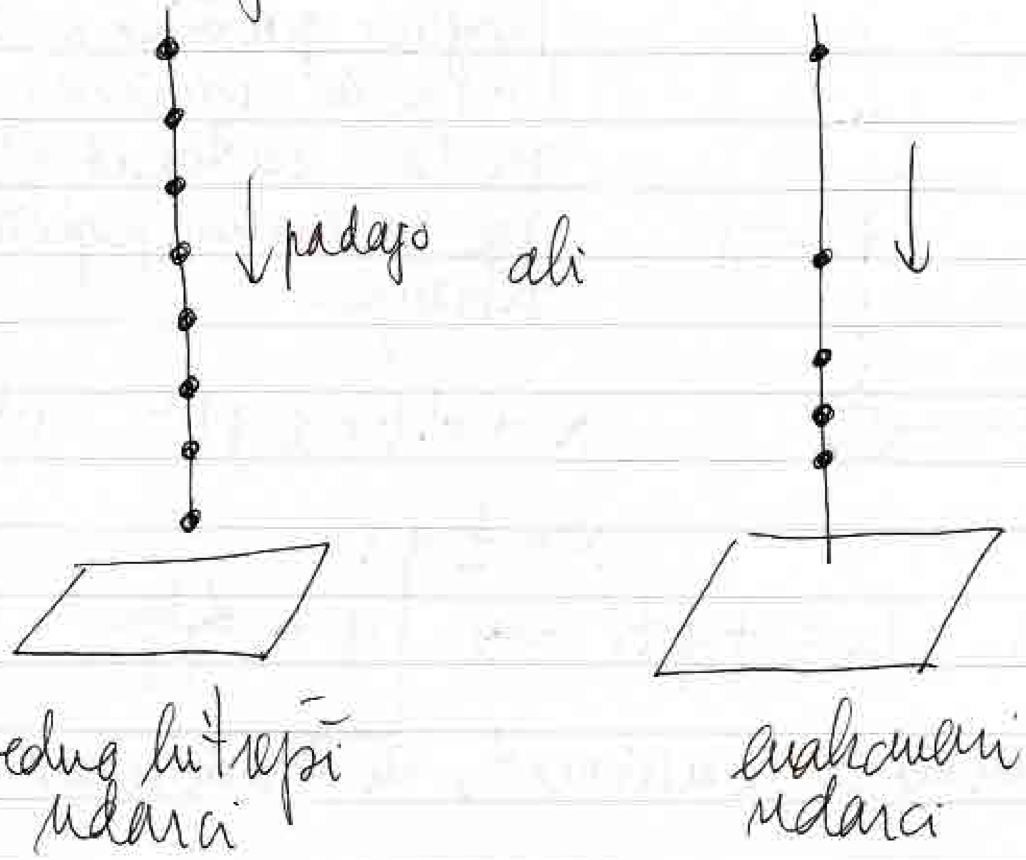
vozišček se giblje pospešeno zaradi težnostnega pospeška.

Primer: prosti pad v evakuirani cevi

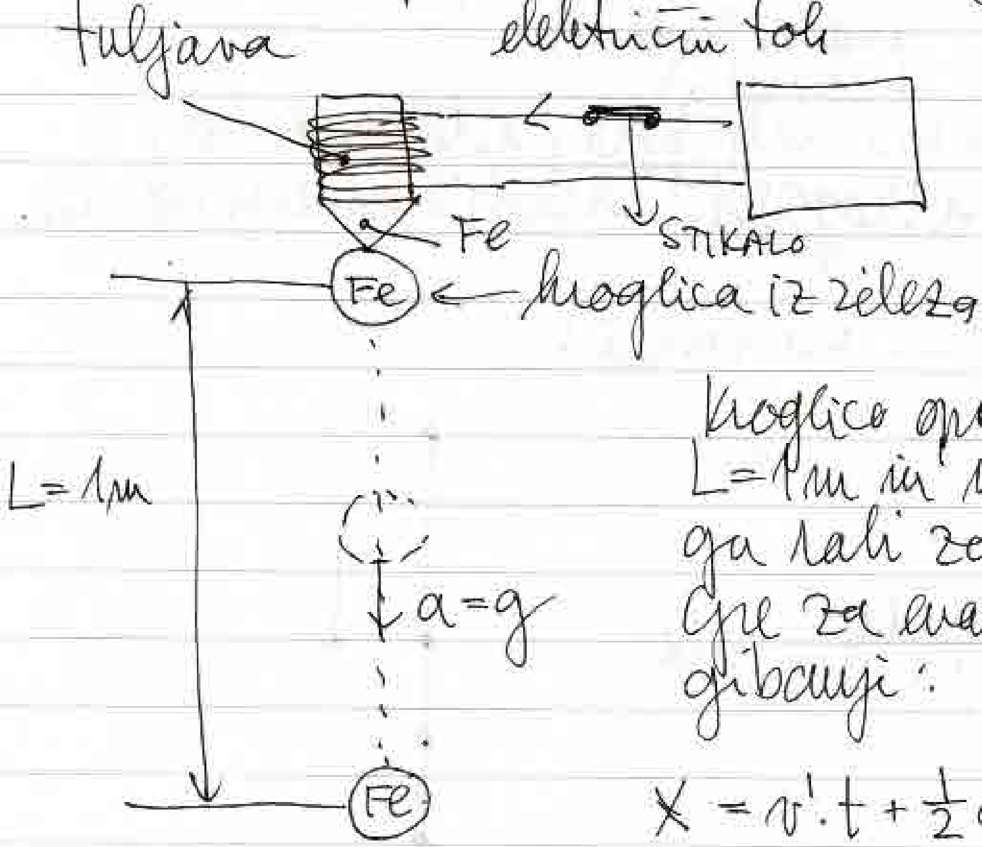


Če v cev spustimo zrak, pero pada dosti bolj počasi, kot pa kroglica. Zaradi zračnega upora.

Poskus: kroglice na vrvici:



Poskus: merjenje gravitacijskega pospeška g.
Zaradi gravitacije na Zemlji telesa padajo proti središču Zemlje s pospeškom $g = 9{,}8 \, m s^{-2}$. To je g na površini Zemlje. Se manjša, ko gremo v vesolje.



Kroglico spustimo z višine L = 1m in merimo čas, ki ga rabi za to pot, t_0. Gre za enakom. pospešeno gibanje:

$$x = v' \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2 \qquad v' = 0$$

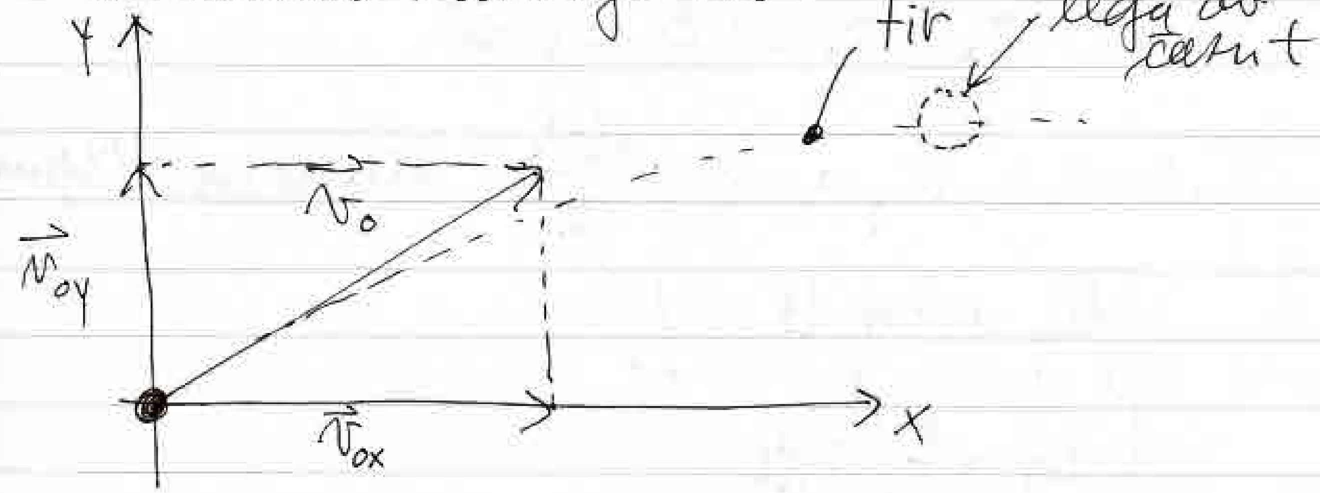
$$x = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Torej: $L = \frac{1}{2} g \cdot t_0^2 \Rightarrow \boxed{g = \frac{2L}{t_0^2}}$

Izmerimo L, izmerimo t_0 in izračunamo g.

1.2.3. Poševni met

To je gibanje v ravnini, ki jo opišemo z dvema koordinatama, x in y.
V začetku je telo v izhodišču koordinatnega sistema, ki ga izstrelimo pod kotom β z začetno hitrostjo $\vec{v}_0$:



Hitrost telesa razdelimo na dve medsebaj pravokotni komponenti. Gibanje v eni smeri ne vpliva na gibanje v drugi smeri.

Kolikšen je pospešek telesa?

$$\vec{a} = (0, -g)$$

Vidimo, da je gibanje telesa v x-smeri enakomerno ($a_x = 0$), v y-smeri pa pospešeno, $a_y = -g$.

Gibanji v x in y smeri zato obravnavemo posebej:

X-smer: $a_x = 0 \Rightarrow v_x = \text{konst}$

Hitrost v_x je taka, kot je začetna hitrost v x-smeri

$$v_x = v_0 \cdot \cos\beta = \text{konst}$$

Y-smer: $a_y = -g = \frac{dv_y}{dt}$ sedaj pa integriramo.

$$dv_y = -g \cdot dt \quad / \int$$

$$\int_{v_y'}^{v_y} dv_y = -\int_0^t g \cdot dt$$

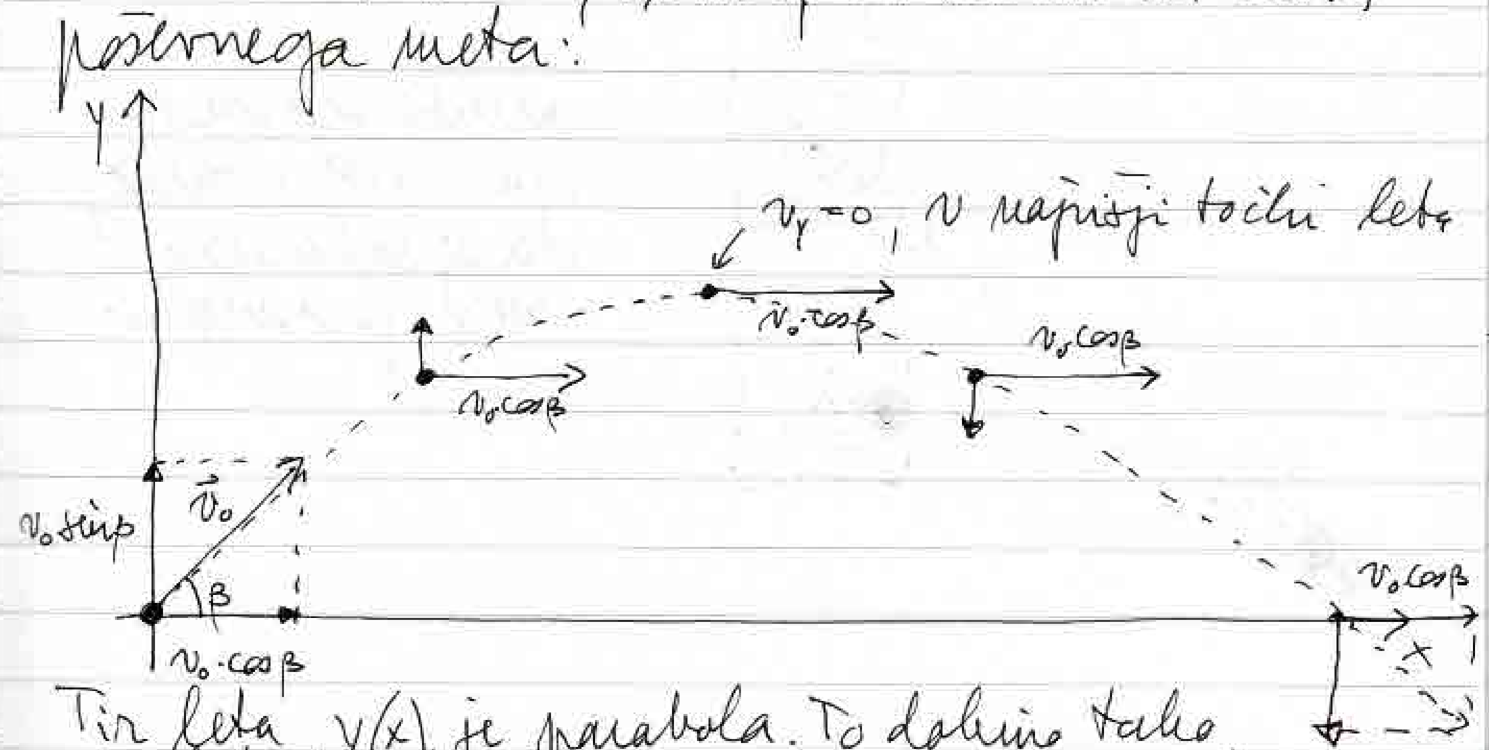
$$v_y \Big|_{v_y'}^{v_y} = -g \cdot t \Big|_0^t$$

$$v_y(t) - v_y'(t=0) = -g \cdot t - (-0)$$

$$v_y(t) = v_y'(t=0) - g \cdot t = v_0 \cdot \sin\beta - g \cdot t$$

Hitrost v navpični smeri se torej spreminja. Najprej je pozitivna (ob $t=0$ kaže navzgor), potem pojema. V najvišji točki leta je $v_y = 0$, telo potem začne padati

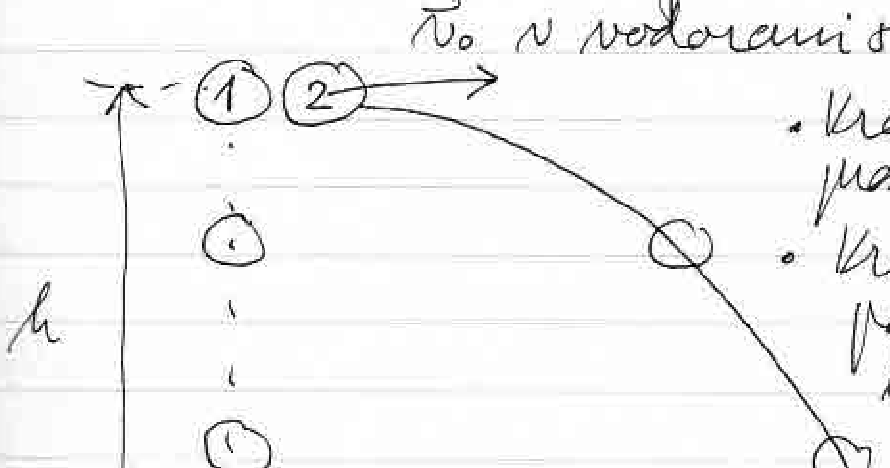
Slika obeh hitrosti, v_x in v_y ob različnih časih poševnega meta:



Tir leta $y(x)$ je parabola. To dobimo tako da hitrosti integriramo in dobimo $x(t)$ in $y(t)$, torej obe koordinati kot funkciji časa. Če čas t izločimo, dobimo $y(x)$, ki je kvadratna funkcija x-a, torej je to parabola.

Poskus #1: primerjava prostega pada in vodoravnega meta:

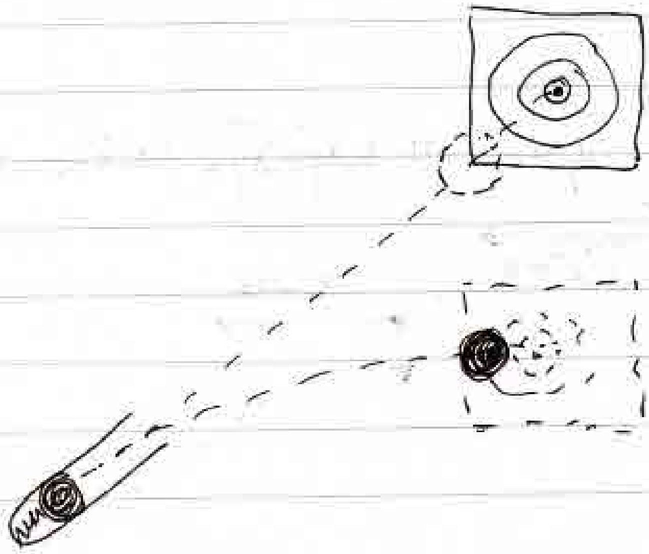
$\vec{v}_0$ v vodoravni smeri



- Kroglica #1 samo prosto pada.
- Kroglica #2 prosto pada in se še enakomerno giblje v desno.

Obe opravita enako dolgo pot navzdol. Torej porabita enak čas.

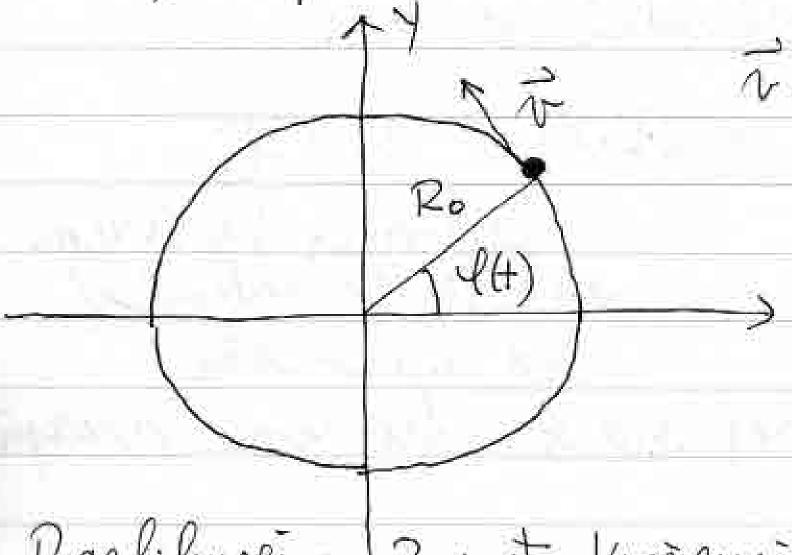
Poskus #2: streljanje v tarčo!



meriti moramo nasproti v tarčo, da jo zadenemo med padanjem.

1.2.4. Kroženje točkastega telesa

Pri kroženju je tir gibanja TT krožnica. Trenutni položaj TT na krožnici opišemo s kotom $\varphi(t)$ in polmerom R.



$\vec{v}$... krožilna hitrost, je tangentna na krožnico.

Razlikujemo 2 vrsti kroženja:

a) enakomerno kroženje:
pri tem kroženju kot $\varphi(t)$ enakomerno narašča s časom:

$$\varphi(t) = \varphi' + \omega \cdot t$$

φ' ... začetni kot ob $t=0$

Kaj je ω? Izračunamo iz zgornje enačbe

$$\varphi(t) - \varphi' = \omega \cdot t \Rightarrow \omega = \frac{\varphi(t)-\varphi'}{t} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

ω nam pove spremembo kota $\Delta\varphi$ v spremembi časa Δt. To je torej kotna hitrost, ki jo definiramo kot limito $\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$

Dobimo diferencialni izraz za kotno hitrost:

$$\boxed{\omega = \frac{d\varphi}{dt}}$$ to je časovni odvod kota $\varphi(t)$)

Definiramo še obhodni čas t_0:

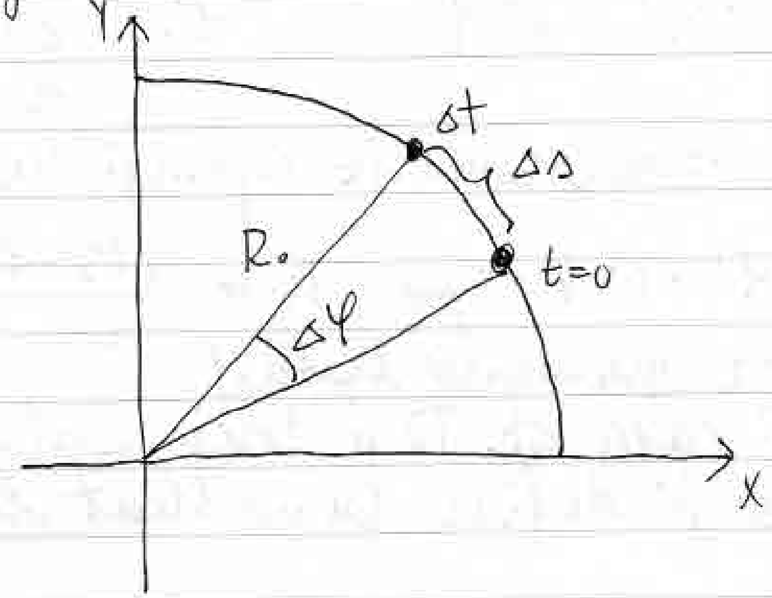
$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{2\pi}{t_0} = 2\pi \cdot \nu \qquad \nu = \frac{1}{t_0}$$

frekvenca kroženja
ali število obhodov
na enoto časa.

Kotna hitrost se torej izraža s frekvenco kroženja.

$$\boxed{\omega = 2\pi \cdot \nu}$$

b) ~~enakomerno pospešeno kroženje:~~
Krožilna hitrost v je povezana s kotno hitrostjo:



v času Δt opiše telo pot po krožnici Δs. To je dolžina loka, ki ustreza kotu $\Delta \varphi$. Velja:

$$\Delta s = R_0 \cdot \Delta \varphi \quad / : \Delta t$$

$$\frac{\Delta s}{\Delta t} = R_0 \cdot \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$$

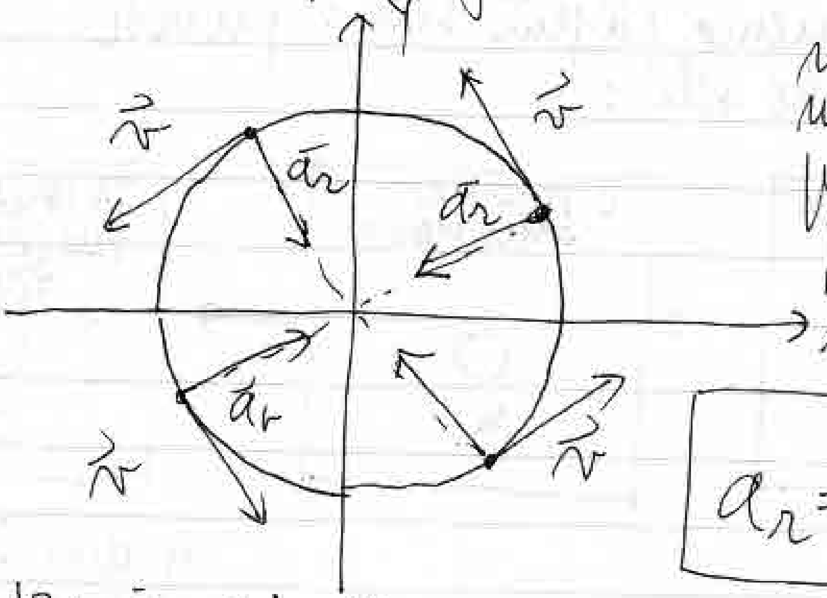
ali diferencialno

$$\frac{ds}{dt} = R_0 \cdot \frac{d\varphi}{dt}$$

ali

$$\boxed{v = R_0 \cdot \omega}$$

Pospešek pri enakomernem kroženju: ves čas se spreminja smer hitrosti $\vec{v}$:



na telo torej mora delovati pospešek v smeri proti centru kroženja

$$\boxed{a_r = \omega^2 \cdot R_0}$$

D.N. Izračunaj v_x, v_y, a_x in a_y iz definicij! $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$, $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$.

1.3. Sile in Newtonovi zakoni

1.3.1. Pojem sile med telesi

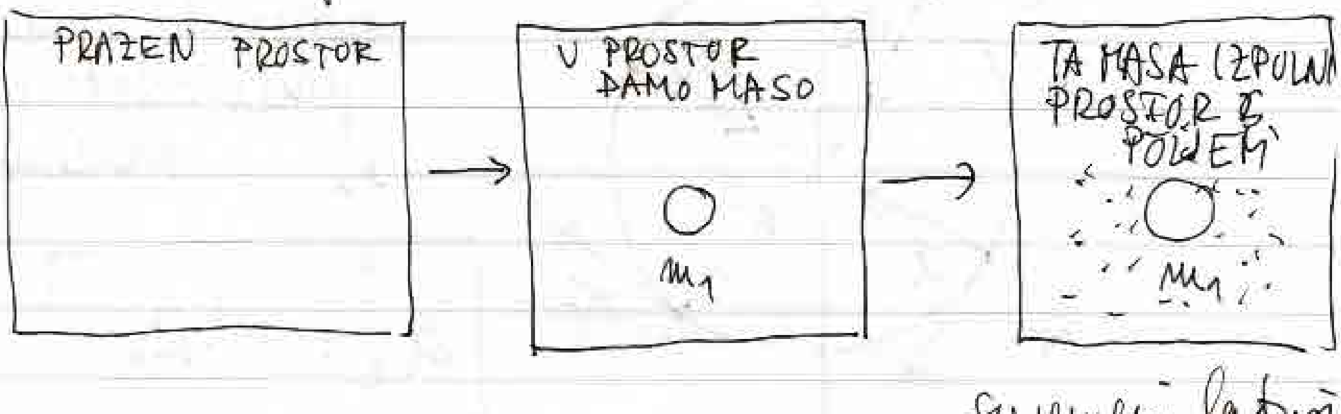
Isaac Newton, 1642–1727

Angleški matematik in fizik, ki je postavil temelje "klasične" fizike, oziroma mehanike. Opisuje gibanje teles pri majhnih hitrostih v primerjavi s hitrostjo svetlobe.

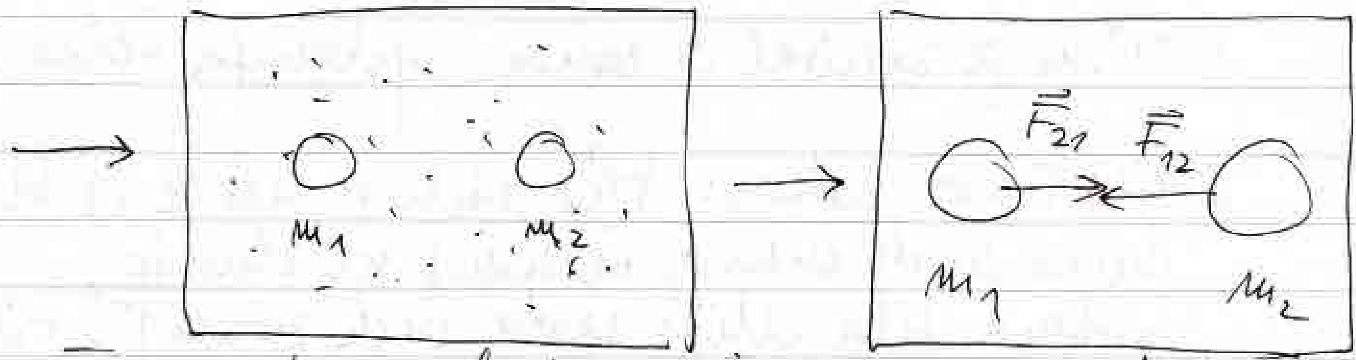
V delu Principia Mathematica, izdanem leta 1687 je zapisal 3 zakone gibanja teles in gravitacijski zakon.

Isaac Newton je uvedel pojem sile, s katerim je označil vplive okolice (okoliških teles) na dano telo. To je pomembna abstrakcija, saj dopustimo, da eno telo deluje na drugo na razdaljo (action at a distance).

Kako razumemo pojem sile: primer gravitacijske sile:



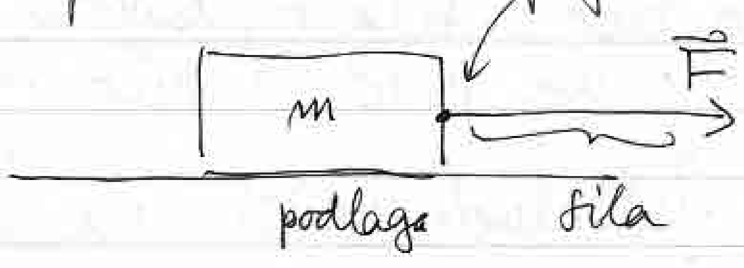
spremeni lastnosti prostora



Če v prostor, v katerem je masa m_1, dodamo še drugo maso m_2, potem masa m_1 deluje s silo na m_2 in obratno.
Primer gravitacijske sile Sonca, ki drži skupaj planete v našem osončju (gravitacija)
Primer električne sile v atomih, kjer električno polje ⊕ jedra privlači in drži skupaj ⊖ elektrone v atom.

V splošnem imamo torej neko telo z maso m, na katerega lahko deluje zunanja sila $\vec{F}$:

prijemališče sile



Newton je zapisal 3 zakone gibanja teles:

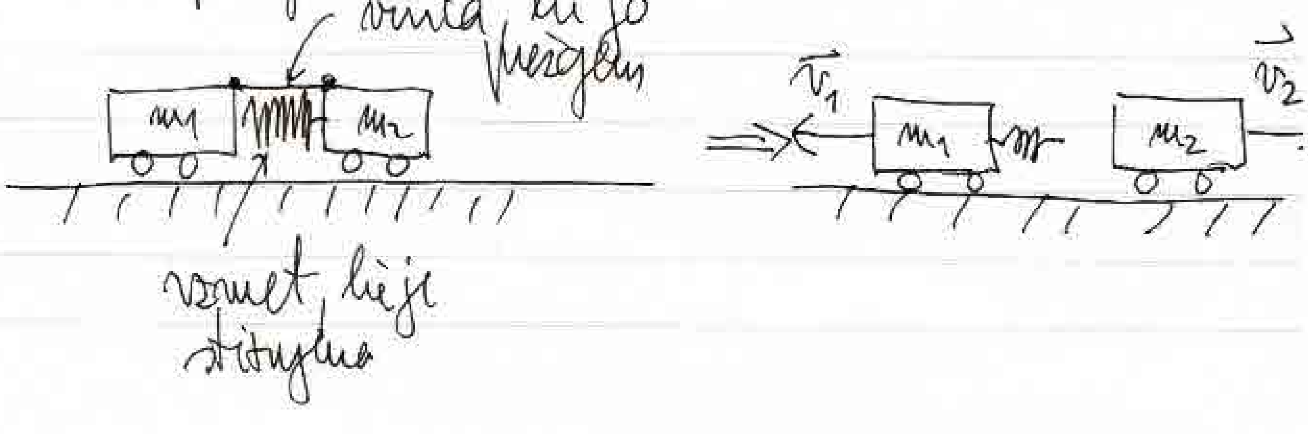
1. Newtonov zakon: telo miruje ali se giblje premo enakomerno, če nanj ne deluje nobena sila ali je vsota vseh zunanjih sil enaka 0 (zakon o vztrajnosti)
Primer: voziček na zračni progi.

2. Newtonov zakon: Če na telo deluje zunanja sila $\vec{F}$, potem se telo giblje v smeri sile s pospeškom $\vec{a}$. Pospešek je sorazmeren s silo $\vec{F}$ in obratno sorazmeren z maso telesa m:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad \text{ali} \quad \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

3. Newtonov zakon: če deluje prvo telo na drugo telo s silo $\vec{F}$, potem deluje drugo telo na prvo s silo $-\vec{F}$.

Primer: odriv dveh vozičkov na zračni progi



Z vpeljavo sile smo vpeljali tudi ustrezne enote za nove fizikalne količine: masa in sila. Skupaj z enotami za dolžino in čas tvorijo metrični merski sistem.

Enota za meter: dolžina, ki jo prepotuje svetloba v času 1/299.792.458 s

Enota za čas: sevalni prehod v Cs atomu. Ena sekunda je čas, potreben za 9.192.631.770 nihajev EM polja pri prehodu v ^{133}Cs atomu.

Enota za maso: Masa atoma ^{12}C je 12 atomskih masnih enot
$m_0 = 1.6605402 \cdot 10^{-27}\,kg$

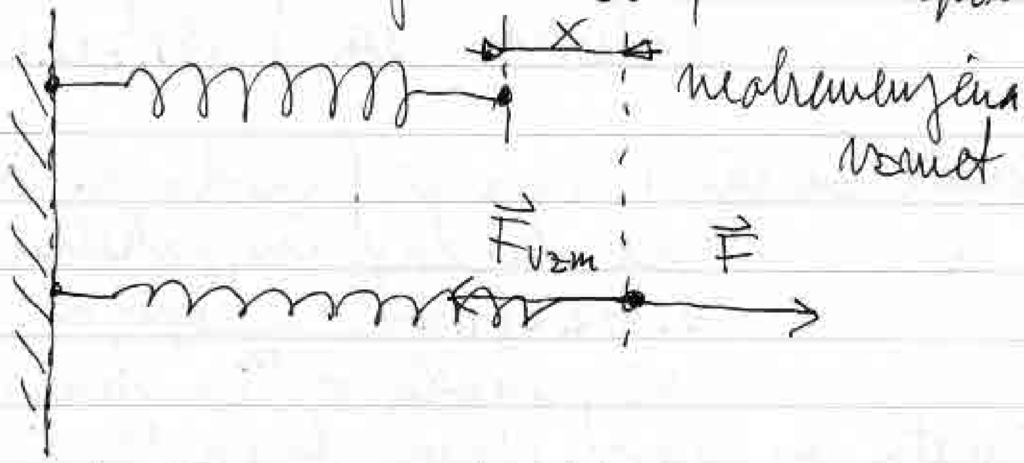
Avogadrovo število: $N_A = 6{,}0221402 \cdot 10^{23}\,mol^{-1}$ 1 mol kateregakoli elementa vsebuje toliko atomov, kot 12 gramov ^{12}C.

Enota za silo je torej sestavljena iz enote za maso in enoto za pospešek:

$\vec{F} \ldots [kg \cdot m \cdot s^{-2}] = [N]$ njuton, enota za silo.

1.3.2. Hookov zakon, sila trenja, sila lepenja, sila teže

Sile merimo z vzmetmi (vzmetna tehtnica). Imamo na primer vijačno vzmet, ki je narejena iz elastične jeklene žice, zvite v spiralo.

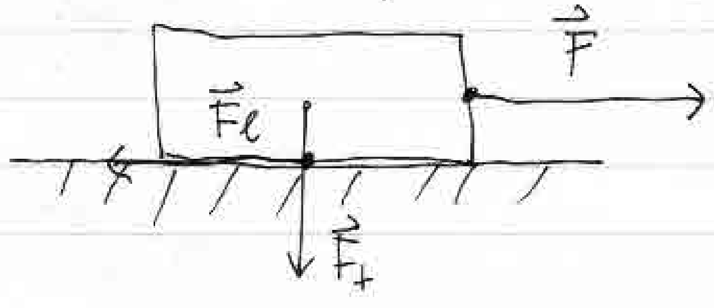


Če na prosti konec vzmeti delujemo z zunanjo silo $\vec{F}$, se vzmet raztegne za x.
Zveza med zunanjo silo in raztezkom se imenuje Hookov zakon:

$$F = k \cdot x$$

k .... koeficient vzmeti [N/m]

Sila lepenja: to je najmanjša sila, ki je potrebna, da telo spravimo v gibanje.



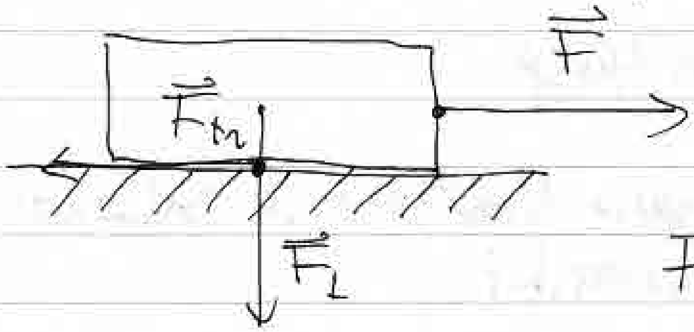
Ker telo miruje, je $\vec{F}_e + \vec{F} = 0$. Ko $\vec{F}$ povečujemo, zdrsne pri določeni vrednosti:

$$F_e = k_e \cdot F_\perp$$

$F_\perp$ ... sila, ki pritiska telo pravokotno ob podlago. To je običajno sila teže

k_e ... koeficient lepenja

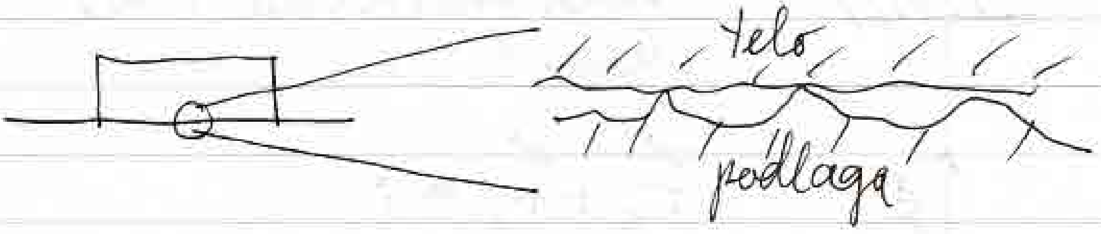
<u>Sila trenja</u>: to je sila, ki je potrebna, da vzdržujemo konstantno hitrost gibanja telesa po vodoravni podlagi.



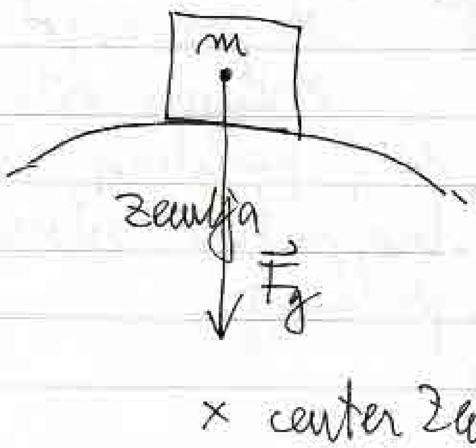
$$F_{tr} = k_{tr} \cdot F_\perp$$

k_{tr} ... koeficient trenja

Vzroki za lepenje in trenje so v obeh stičnih površinah telesa in podlage:



Sila teže: to je gravitacijska sila, s katero Zemlja (ali drugo telo) privlači telesa v njeni bližini ali na površini

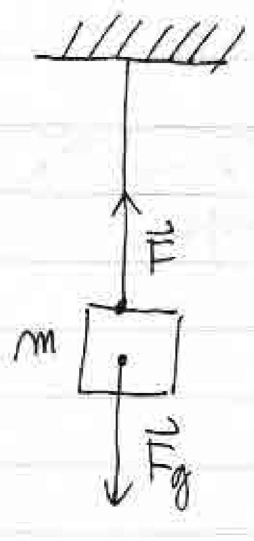


$F_g = m \cdot g$ $g = 9{,}8\ ms^{-2}$ gravitacijski pospešek na Zemljski površini

1.3.3. Primeri uporabe Newtonovih zakonov v statiki in dinamiki

a) Statika: telo miruje, kar pomeni, da je vsota vseh sil na to telo enaka 0!

Primer 1: telo na vrvici. Ko telo miruje, je vsota vseh sil na to telo enaka 0.

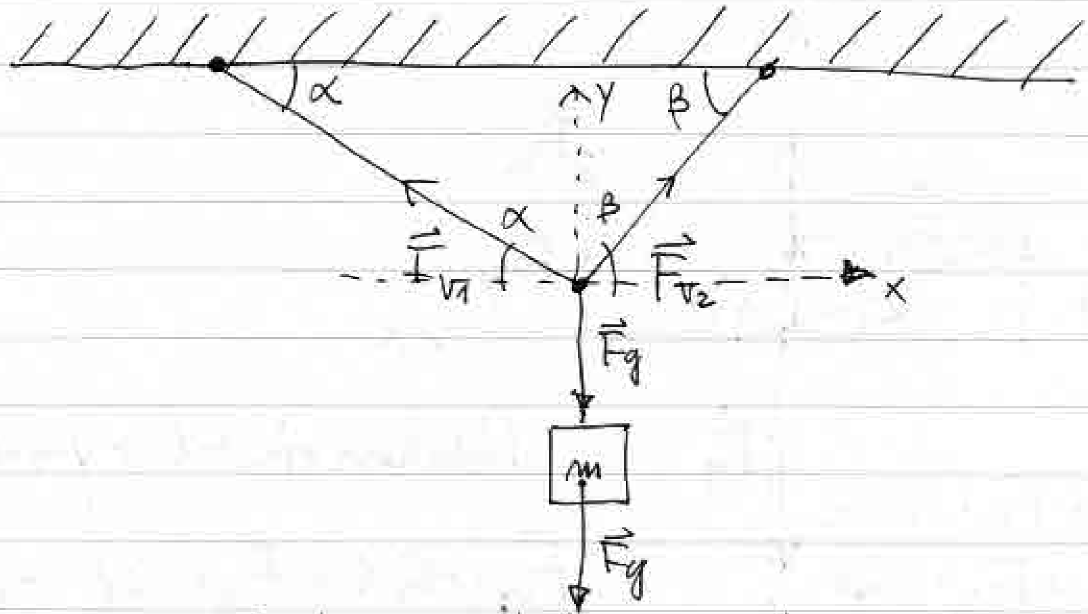


$$\vec{F}_g + \vec{F}_v = 0$$

$$-m \cdot g + F_v = 0$$

$$F_v = +m \cdot g$$ velikost sile vrvice

Primer 2: sestavljanje sil v ravnini

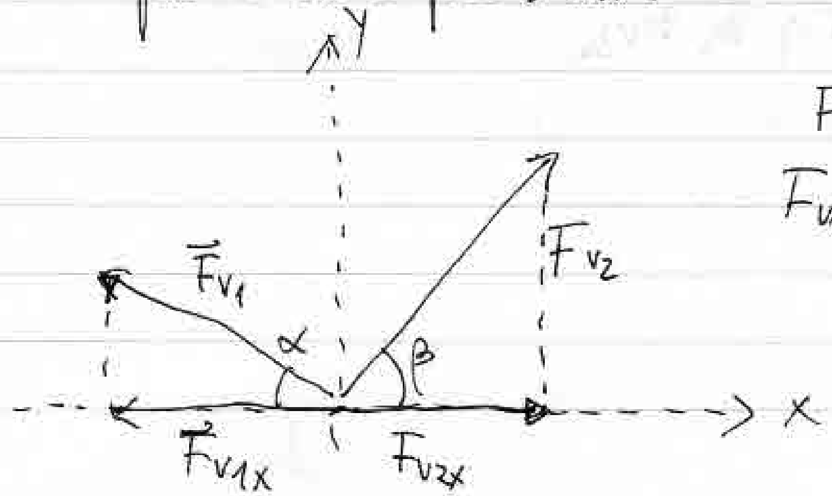


Točka, v kateri se stikajo vse tri vrvice miruje, torej je vsota vseh sil v tej točki enaka 0.

$$\vec{F}_{v1} + \vec{F}_{v2} + \vec{F}_g = 0$$

To je vektorska enačba, ki jo zapišemo po komponentah v x in y smeri posebej.

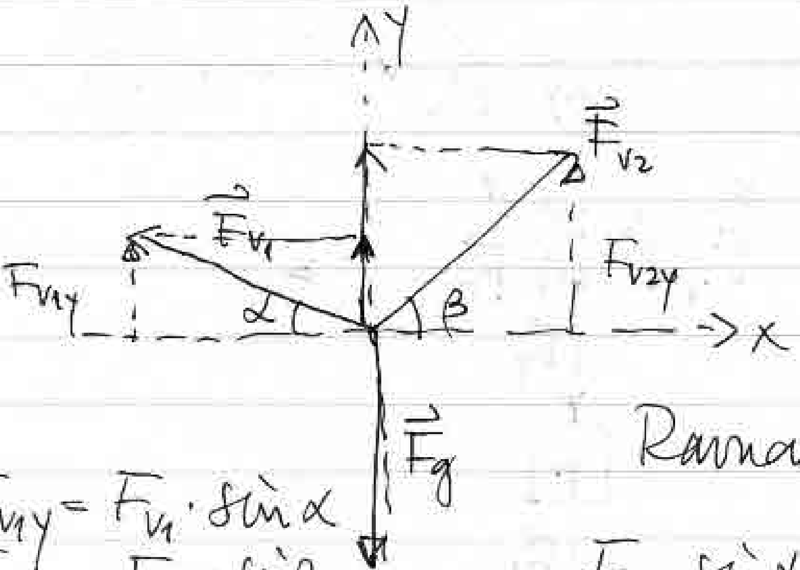
X - smer: vsota vseh sil v vodoravni smeri je 0.
Upoštevamo predznak



$$F_{v1x} = F_{v2x}$$

$$F_{v1} \cdot \cos\alpha = F_{v2} \cdot \cos\beta$$

y-smer: tudi v tej smeri je vsota vseh sil enaka nič.



$F_{v1y} = F_{v1} \cdot \sin\alpha$

$F_{v2y} = F_{v2} \cdot \sin\beta$

Ravnovesje sil v y-smeri:

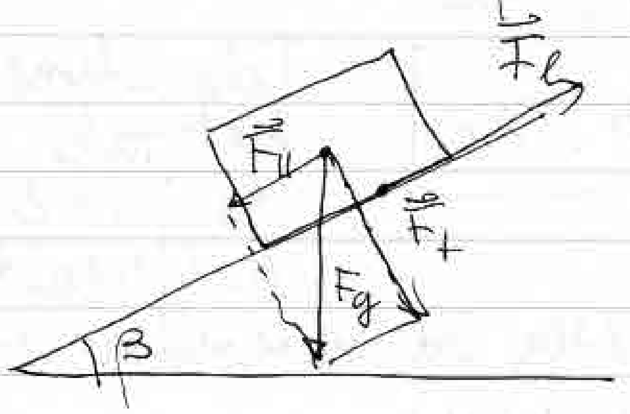
$$F_{v1} \cdot \sin\alpha + F_{v2} \cdot \sin\beta - F_g = 0$$

Imamo torej dve enačbi:

$$\left.\begin{aligned} F_{v1} \cdot \cos\alpha - F_{v2} \cdot \cos\beta &= 0 \\ F_{v1} \cdot \sin\alpha + F_{v2} \cdot \sin\beta - m \cdot g &= 0 \end{aligned}\right\}$$

To sta dve enačbi. Če poznamo m, α in β, preostaneta neznani sili F_{v1} in F_{v2}. Ker imamo dve enačbi z dvema neznankama, lahko izračunamo F_{v1} in F_{v2}.

Primer 3: Imamo telo na klancu. Zaradi sile lepljenja miruje, čeprav imamo klanec. Če povečujemo naklon klanca, bo telo zdrsnilo. Kako je kot, pri katerem telo zdrsne, povezan s kotom klanca, β?



Silo teže razdelimo na dve komponenti glede na klanec:

$F_{\parallel} = F_g \cdot \sin\beta$ ta sila potiska telo po klancu navzdol

$F_{\perp} = F_g \cdot \cos\beta$ ta sila pritiska telo ob klanec

Ker telo na klancu miruje, mora v smeri po klancu navzgor delovati še ena sila. To je sila lepenja, ki prijemlje na stiku telesa in klanca. Telo bo zdrsnilo ko bo $F_{\parallel}$ večja od F_l:

$$F_{\parallel} > F_l$$

$$F_g \cdot \sin\beta > F_\perp \cdot k_e$$

$$m \cdot g \cdot \sin\beta > F_g \cdot \cos\beta \cdot k_e$$

$$\cancel{m} \cdot \cancel{g} \cdot \sin\beta > \cancel{m} \cdot \cancel{g} \cdot \cos\beta \cdot k_e \quad / : \cos\beta$$

$$\frac{\sin\beta}{\cos\beta} > k_e$$

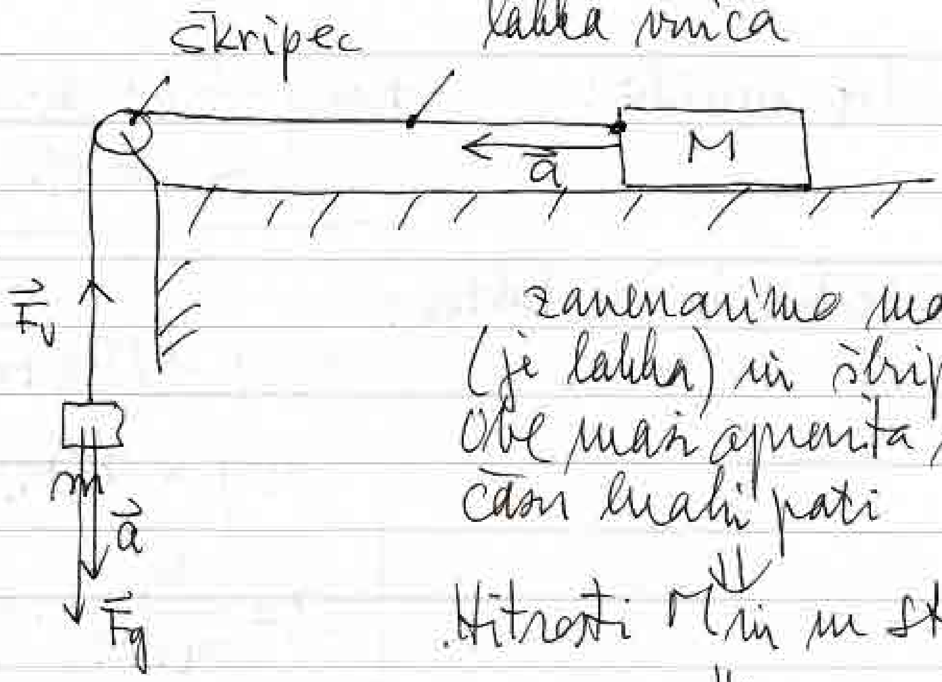
$$\boxed{\operatorname{tg}\beta > k_e}$$

Telo zdrsne ko je kot tako velik, da je $\operatorname{tg}\beta$ večji od koeficienta lepenja.

Kot β je neodvisen od mase telesa, ki je na klancu! Zanimivo!

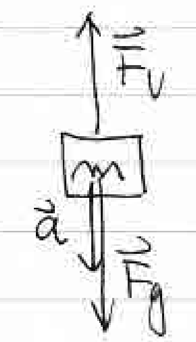
b) Dinamika: pod vplivom sile se telesa premikajo pospešeno.

Imamo voziček z maso M, ki se brez trenja premika po ravni podlagi (zračna blazina). Preko vrvice in škripca je voziček povezan z utežjo z maso m. Izračunajmo, s kakšnim pospeškom se gibljeta voziček in utež.



zanemarimo maso vrvice (je lahka) in škripec.
Obe masi opravita v enakem času enaki poti
⇓
Hitrosti M in m sta enaki
⇓
Hitrost se enako spreminja za obe telesi
⇓
pospeška obeh teles sta enaka

Poglejmo maso m: na to telo delujeta dve sili. Njuna vsota pospešuje telo:

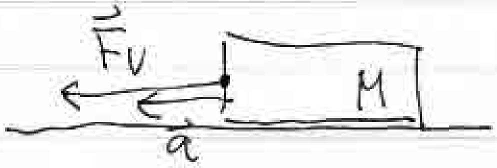


$$\vec{F}_g + \vec{F}_v = m \cdot \vec{a}$$

$$F_g - F_v = m \cdot a$$

$$+ m \cdot g - F_v = m \cdot a$$

Poglejmo maso M: nanj deluje v smeri gibanja samo sila F_v



$$F_v = M \cdot a$$

Imamo dve enačbi:

$$\left.\begin{aligned} +mg - F_v &= m \cdot a \\ F_v &= M \cdot a \end{aligned}\right\}$$

Enačbi seštejem in dobim:

$$m \cdot g = M \cdot a + m \cdot a$$

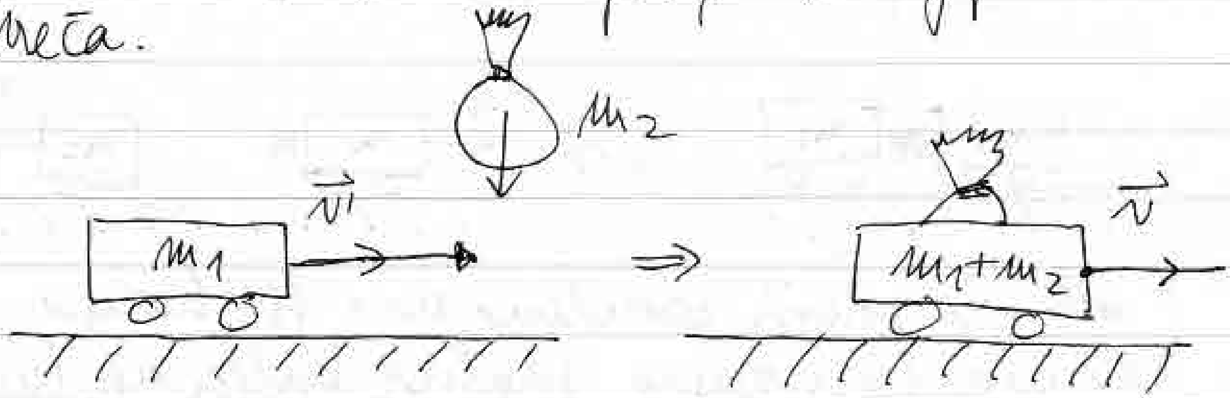
$$m \cdot g = a(M+m)$$

$$\boxed{a = \frac{m}{m+M} \cdot g}$$

1.4. Newtonovi zakoni in gibalna količina točkastega telesa

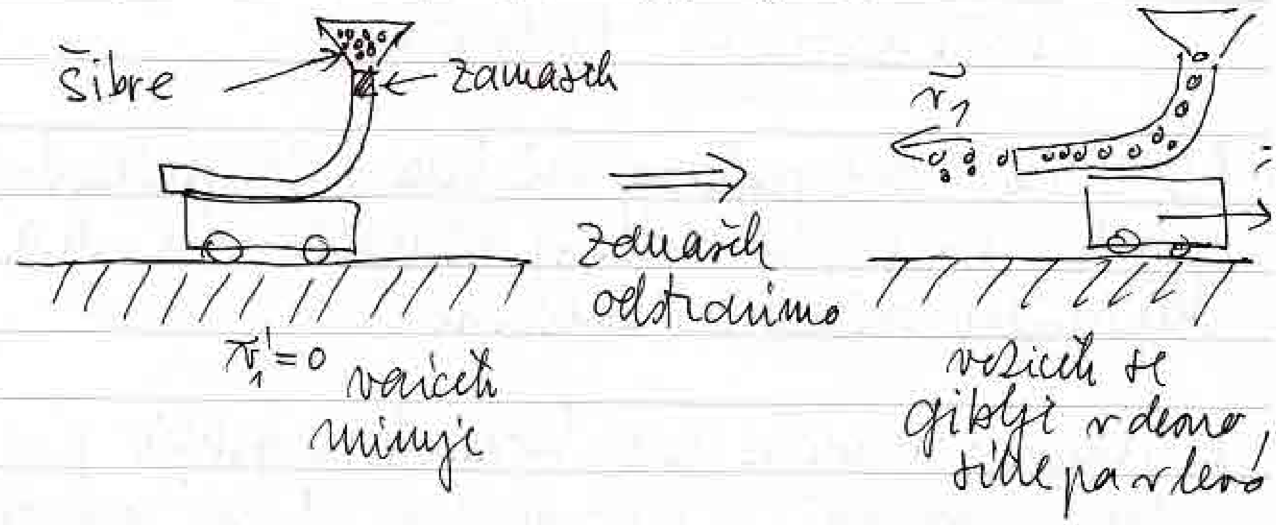
Naredimo dva poskusa, ki nama ilustrirata gibalno količino telesa in vpliv sile na ohranitev gibalne količine:

1. Poskus: bančni rop. Voziček se giblje po ravni podlagi s hitrostjo v'. Nanj spustimo vrečo z določeno maso. Vidimo, da se hitrost vozička zmanjša, ko nanj pade vreča.

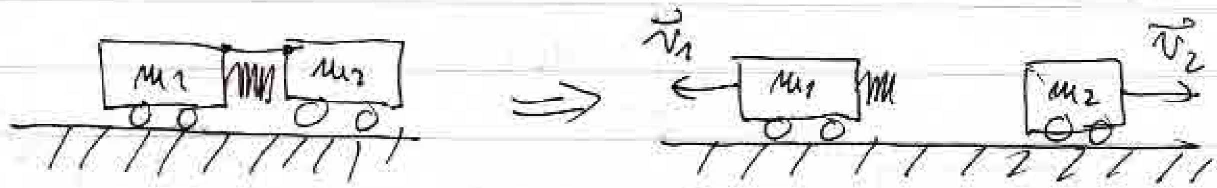


$v < v'$ hitrost vozička z vrečo je manjša. Zakaj? Ker se je povečala masa, se zmanjša hitrost!

2. Poskus: Raketa na svinčene šibre



3. Poskus: odriv dveh vozičkov na zračni progi (akcija, reakcija)



V vseh teh poskusih zasledimo novo fizikalno količino, kiji rečemo gibalna količina telesa. To je produkt mase in hitrosti telesa:

$\boxed{\vec{G} = m \cdot \vec{v}}$ gibalna količina telesa

Če na telo deluje zunanja sila, se bo spremenjala hitrost telesa in s tem gibalna količina.
Kot zakon iz 2. N.Z. lahko izpeljemo zakon o ohranitvi gibalne količine:

Zapišemo 2. N. z. $\vec F = m\cdot\vec a = m\cdot\frac{d\vec v}{dt}$ $/\cdot dt$

$$\vec F\cdot dt = m\cdot d\vec v \quad /\int$$

$$\int_0^t \vec F(t)\,dt = \int_{\vec v'}^{\vec v} m\cdot d\vec v = m\cdot\int_{v'}^{v} d\vec v = \underbrace{m\cdot\vec v}_{=\vec G} - \underbrace{m\cdot\vec v'}_{=\vec G'}$$

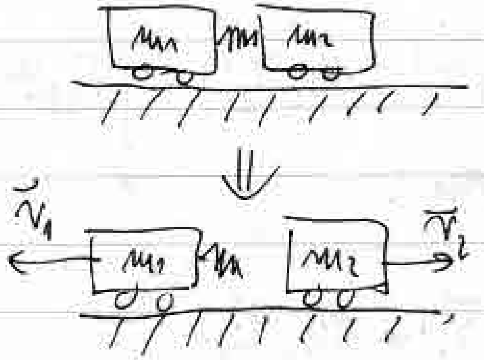
končna gibalna količina — začetna gibalna količina.

$$\boxed{\Delta\vec G = \vec G - \vec G' = \int_0^t F(t)\,dt}$$

Zakon o ohranitvi gibalne količine enega telesa. Gibalna količina se ohranja ($\vec G - \vec G' = 0$) čim je sunek zunanje sile $\int_0^t F(t)dt$ enak 0.

S tem lahko pojasnimo vse tri poskuse:

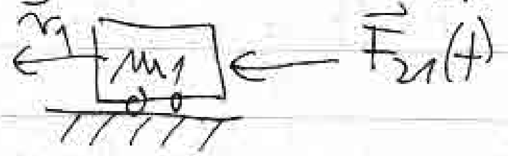
ad 3) vzajemni odriv dveh vozičkov.



obe gibalni količini začetni sta 0, ker sta hitrosti enaki 0

gibalni količini kažeta vsaka v svojo smer ⇒ ali je njuna vsota ves čas nič?

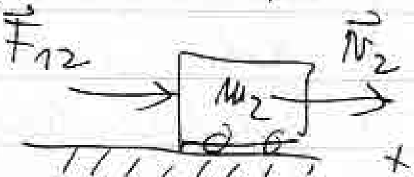
Gibanje m_1: nanj deluje sila drugega vozička $\vec{F}_{21}(t)$



velja zakon o ohranitvi gibalne količine tega vozička:

$$\vec{G}_1 - \vec{G}_1' = m_1 \vec{v}_1 - m_1 \vec{v}_1' = \int_0^t \vec{F}_{21}(t)\,dt$$

Enako velja za drugi voziček:



$$\vec{G}_2 - \vec{G}_2' = m_2 \vec{v}_2 - m_2 \vec{v}_2' = \int_0^t \vec{F}_{12}(t)\,dt \underset{\text{po 3. N.Z.}}{=} -\int_0^t F_{21}(t)\,dt$$

Sedaj pa seštejem obe enačbi:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 - (m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2') = \int_0^t \vec{F}_{21}(t)\,dt - \int_0^t \vec{F}_{21}(t)\,dt =$$

prenesem na drugo stran:

$$\boxed{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{v}_1' + m_2 \vec{v}_2'}$$

to je skupna gibalna količ. obeh vozičkov na koncu

skupna gib. količ. na začetku

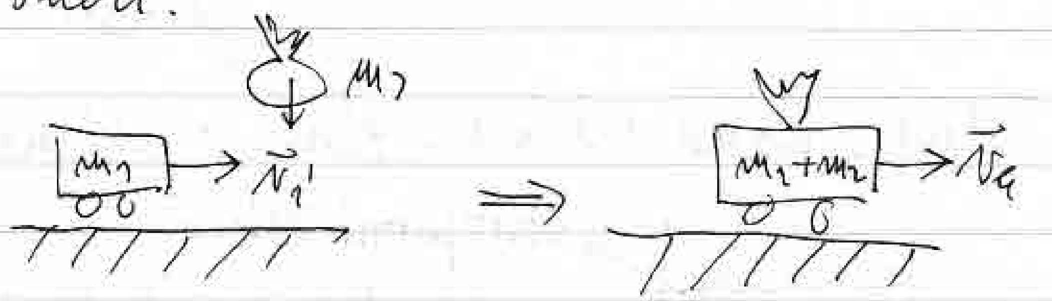
Vidimo da se skupna gibalna količina obeh vozičkov ohranja $\Rightarrow$ ker je celotna kot na začetku, torej enaka 0:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = 0 \Rightarrow m_1\vec{v}_1 = -m_2\vec{v}_2$$

vozička se gibljeta v različnih smereh, skupna gibalna količ. se ohrani.

ad 2) Tudi za šibre + raketo velja, da se skupna gibalna količina v vodoravni smeri ohrani.

ad 1) Tudi pri vbacanem repu se ohrani skupna gibalna količina v vodoravni smeri:



$]dt = 0$

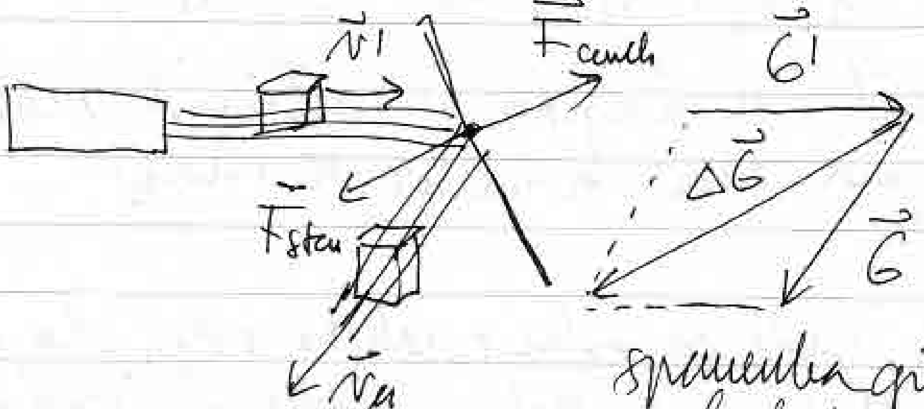
$$(m_1+m_2)\cdot v_a - (m_1 v_1' + 0) = 0$$ v vodoravni smeri.

$$\boxed{v_a = \frac{m_1}{m_1+m_2}\cdot v_1'}$$

Premisli: Kaj se dogaja z gibalno količino v navpični smeri? Ali se ohranja?

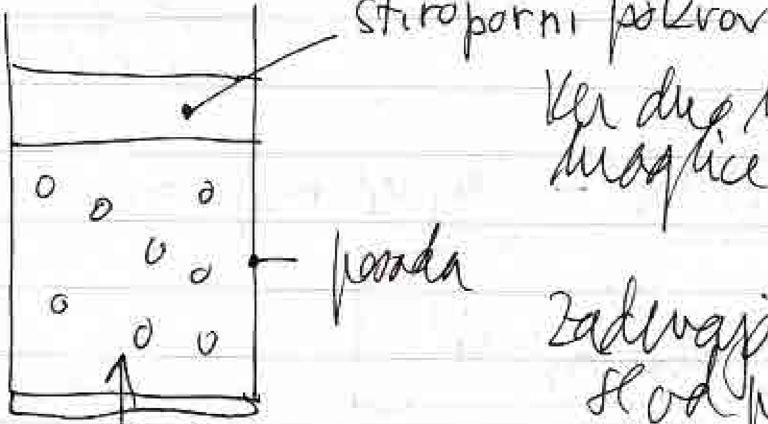
Dodatni primeri odvodov gibalne količine in sunka zunanje sile:

4. Poskus: sila curka, ki se odbije od plošče



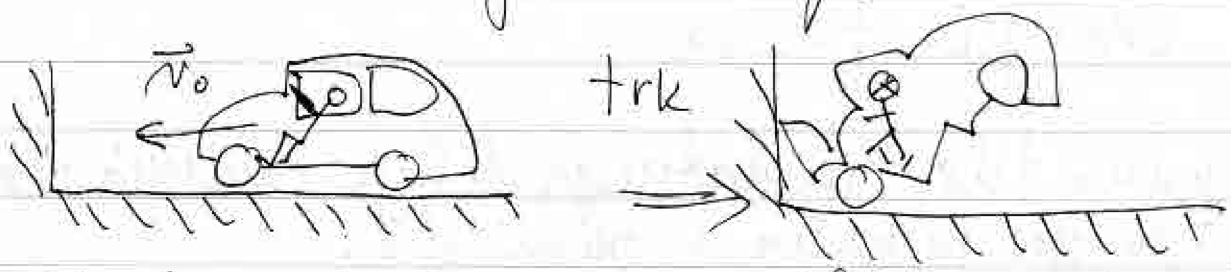
sprememba gibalne količine vode ΔG ⇒ povzroči jo sila stene
⇓
po 3. N. Z. voda deluje z nasprotno silo na ploščo.

5. Poskus: Kako nastane zvok v plinu?



Ker dno močno treseno kroglice poskakujejo
⇓
zadevajo in odbijajo se od pokrova
⇓
ustvarjajo zvok.

6. Poskus: delovanje air-baga



človek v avtu ima gibalno količino:

$$\vec{G}_{če}' = m_{če} \cdot \vec{v}_0$$

človek miruje $\Rightarrow \vec{G} = 0$

$\Downarrow$

med trkom je delovala zunanja sila F_{zun}, ki je v času Δt ustavila telo.

$$\int_0^t \vec{F}(t)\,dt \approx \vec{F}_{zun} \cdot \Delta t = \underset{G_{ka}=0}{\vec{0}} - m_{če} \cdot \vec{v}_0$$

$$\boxed{\overline{F}_{zun} = \frac{m_{če} \cdot v_0}{\Delta t}}$$

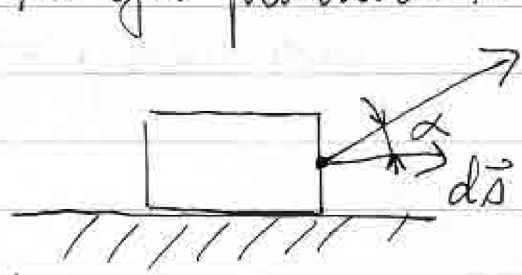
velikost sile, ki deluje na telo, je obratno sorazmerna s časom delovanja Δt.

Air-bag znatno podaljša čas ustavljanja telesa, ki deluje kot blazina, s tem se zelo zmanjša sila na telo:

D.N. Izračunaj silo, s katero deluje avto na človeka z $m_{če} = 80\,kg$, ki se vozi z $v_0 = 80\,km/h$ in se ustavi v $100\,ms$.

1.5. Delo zunanje sile in kinetična energija telesa

Imamo telo, na katerega deluje zunanja sila $\vec{F}$ in ga premika v smeri $d\vec{s}$:



Definiramo diferencial dela zunanje sile:

$$\boxed{dA = \vec{F}\cdot d\vec{s} = F\cdot ds\cdot\cos\alpha}$$

Delo je skalarni produkt sile in premika telesa.
Če se telo ne premakne, je delo sile enako 0.
Delo sile je 0 tudi če se telo premika $\perp$ na smer sile!
Poglejmo, v kaj se pretvarja delo sile pri premikanju telesa. Začnemo zopet z 2. N. Z.

$$\vec{F} = m\cdot\vec{a} = m\cdot\frac{dv}{dt}$$

Delo se izraža kot:

$$dA = \vec{F}\cdot d\vec{s} = m\cdot\frac{d\vec{v}}{dt}\cdot d\vec{s} = m\cdot\frac{d\vec{v}}{\underbrace{dt}}\underbrace{\cdot d\vec{s}}_{=v} = m\cdot\vec{v}\cdot d\vec{v}$$

Sedaj pa obe strani enačbe integriramo:

$$\int_0^A dA = \int_{v'}^{v} m \cdot \vec{v} \cdot d\vec{v}$$

$$A - 0 = m \cdot \int_{v'}^{v} \vec{v}\, d\vec{v} = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 \Big|_{v'}^{v} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v'^2$$

Dobili smo izraz za opravljeno delo sile:

$$A = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m \cdot v'^2 = \underbrace{W_k}_{\text{končna kinetična energija telesa}} - \underbrace{W_k'}_{\text{začetna kinet. energ. telesa}}$$

Vidimo, da se delo sile pretvori v spremembo kinetične energije telesa:

$$\boxed{A = W_k - W_k'} \qquad W_k = \frac{1}{2} m v^2$$

Kinetična energija je energija, ki jo ima telo zaradi gibanja in hitrosti.
Dobili smo zakon o ohranitvi kinetične energije telesa. Delo zunanjih sil je enako spremembi kinetične energije telesa.

Enota za delo $[N \cdot m] = [J]$ džul.

Definiramo še moč sile: $\boxed{P = \frac{dA}{dt}}$

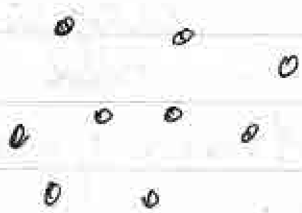
To je količina dela, ki se vsako sekundo troši pri premikanju telesa.

Enota za P: $[J s^{-1}] = [W]$ vat.

Z izrazom za kinetično energijo točkastega telesa lahko zapišemo celotno kinetično energijo enoatomnega plina.

m_0 .... masa atoma plina

$W_{ki} = \frac{1}{2} m_0 v_i^2$ kinetična energija i-tega atoma



idealni plin: model

N atomov plina

Skupna kinetična energija enoat. plina je enaka vsoti vseh W_{ki}:

$$\boxed{W_k = \sum_{i=1}^{N} W_{ki} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_0 v_i^2 = W_n}$$

To je tudi notranja energija enoatomnega plina. Pri večatomnih molekulah plina je potrebno upoštevati še energijo zaradi vrtenja molekul. To bomo spoznali pri vrtenju togih teles.

1.6. Potencialna ali težnostna energija telesa

Začnemo z zakonom o ohranitvi kinetične energije telesa:

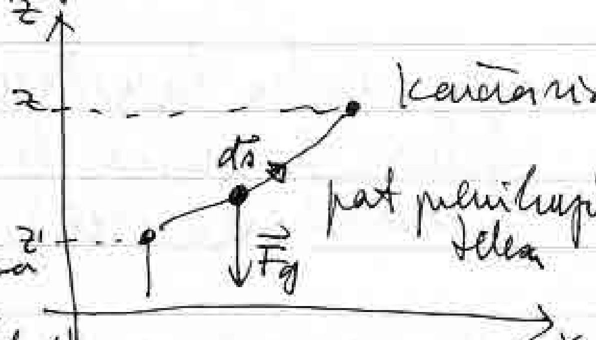
$$W_k - W_k' = A \qquad \vec F = \vec F_g + \vec F_{ostale} \quad / \cdot d\vec s$$

$$\vec F \cdot d\vec s = \vec F_g d\vec s + \vec F_{ost} \cdot d\vec s$$

Sedaj pa delo zunanjih sil razdelim na delo sile teže ($\vec F_g$) in delo ostalih sil

$$W_k - W_k' = A_g + A_{ostale}$$

Delo sile teže A_g pri premikanju telesa izračunam posebej:



$$\vec F_g = (0, 0, -mg)$$

$$d\vec s = (dx, dy, dz)$$

$$dA_g = \vec F_g \cdot d\vec s = (0,0,-mg)(dx,dy,dz)$$

$$= -m \cdot g \cdot dz$$

$$dA_g = -m \cdot g \cdot dz \quad / \int$$

$$A_g = \int_0^{A_g} dA_g = -\int_{z'}^{z} m \cdot g \cdot dz = -m \cdot g \cdot \int_{z'}^{z} dz = -m \cdot g z + mg \cdot z'$$

velja če je $g = konst$

$$W_k - W_k' = \underbrace{-m \cdot g \cdot z + m \cdot g z'}_{= A_g} + A_{ostale}$$

$$W_k - W_k' + m \cdot g z - m \cdot g \cdot z' = A_{ostale}$$

to definiram kot W_p (končna potenc. energ.)

W_p' začetna potencialna energija

Dobim posplošen energijski zakon, v katerem nastopa še težnostna (potencialna) energija.

$$\boxed{W_k - W_k' + W_p - W_p' = A_{ostale}}$$

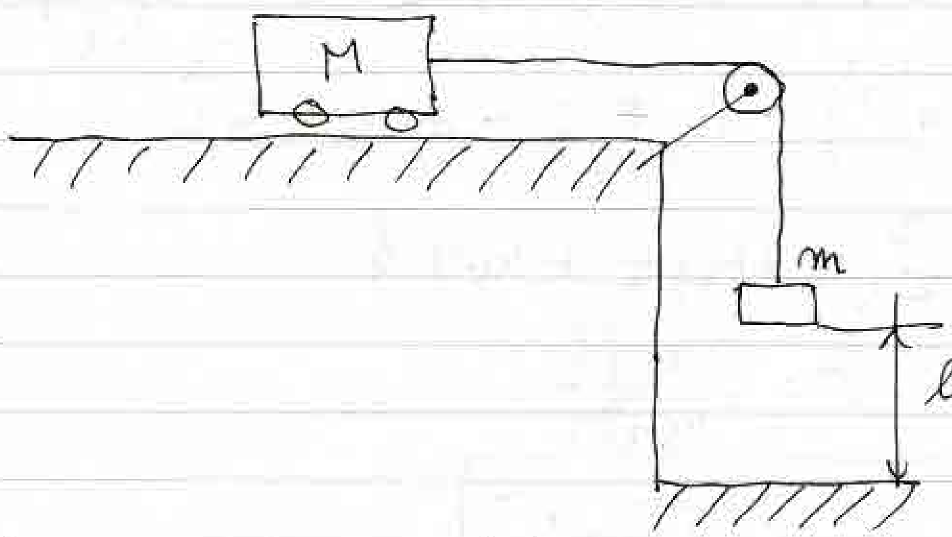
Sprememba kinetične in potencialne energije telesa je enaka delu ostalih zunanjih sil (razen sile teže)

$W_p = m \cdot g \cdot z$: ta izraz velja za majhne spremembe višine (v primerjavi z R_{zemlje})

$g = g(z)$, pada s kvadratom višine od središča Zemlje

Primer: uporaba zakona o ohranitvi kinetične in potencialne energije teles.

Namesto enega telesa bomo imeli dve telesi. V tem primeru je potrebno seštevati posebej W_k obeh teles in tudi W_p obeh teles. Imamo vozička na ravni podlagi, ki se brez trenja giblje po njej (zračna proga). Preko vrvice je voziček povezan z utežjo, ki visi preko škripca:



Na začetku obe telesi mirujeta, masa m je na višini h nad tlemi. Ko se začneta telesi gibati, narašča njuna $W_k = W_{k1} + W_{k2}$, obenem se manjša W_{p2}, W_{p1} pa ostaja enaka! Na koncu je m na tleh. S kolikšno hitrostjo se potem giblje M?

Velja ohranitev skupne kinetične in potencialne energije:

Začetek: $W_k' = W_{k1} + W_{k2} = 0$

$W_p' = W_{p2}' = m \cdot g \cdot h$

Konec: $W_k = \frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} m \cdot v^2$ tik preden

$W_p = 0$ m je na tleh. Je m udari

Masa M ima ves čas enako potencialno energijo

Zakon o ohranitvi $\Delta W_k + \Delta W_p = A_{\text{drugih sil}} = 0$ ni drugih sil

$$\left(\frac{1}{2} M v^2 + \frac{1}{2} m v^2\right) - 0 + 0 - m \cdot g \cdot h = 0$$

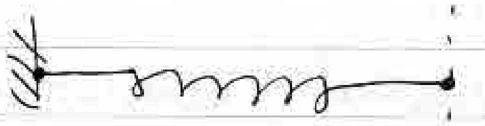
$$\frac{v^2}{2}(m + M) = + m \cdot g \cdot h$$

$$v^2 = \frac{2mgh}{m + M}$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2mgh}{m + M}}}$$

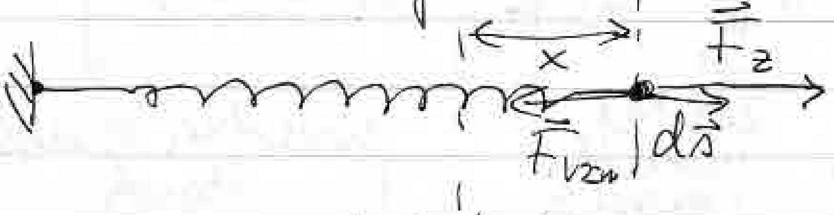
1.7. Prožnostna energija vzmeti

Poglejmo, kolikšno delo opravimo, ko raztegujemo vzmet:



začetna lega: vzmet ni niti raztegnjena niti stisnjena. Sila vzmeti je 0

vzmet raztegnjena z zunanjo silo



$d\vec s$ ... premik konca vzmeti, kjer prijemlje sila

- če vzmet bolj raztegnemo, sila bolj narašča.

Izračunajmo delo, ki ga opravi zunanja sila pri raztegovanju vzmeti od njenega začetnega raztezka x' do končnega raztezka x. Najprej zapišimo diferencial dela zunanje sile:

$$dA_z = \vec F_z \cdot d\vec s = F_z \cdot ds \cdot \underbrace{\cos \overset{=0}{\alpha}}_{=1} = F_z \cdot ds$$

Po drugi strani je velikost $F_z = F_{vzmet} = k \cdot x$ in $ds = dx$. Vstavimo in dobimo:

$$dA_z = F_{vzm} \cdot dx = k \cdot x \cdot dx \qquad / \int$$

Celotno delo dobimo z integriranjem:

$$\int_0^{A_z} dA_z = \int_{x'}^{x} k\cdot x\cdot dx$$

$$A_z = k\int_{x'}^{x} x\,dx = k\cdot\frac{1}{2}x^2\Big|_{x'}^{x} = \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}k\cdot x'^2$$

Delo zunanje sile A_z gre v spremembo prožnostne energije vzmeti:

$$A_z = \underbrace{W_{pr}}_{\text{končna prožnostna energ.}} - \underbrace{W_{pr}'}_{\text{začetna prožnostna energija}} = \Delta W_{pr} ; \quad \boxed{W_{pr} = \frac{1}{2}k\cdot x^2}$$

prožnostna energija vzmeti

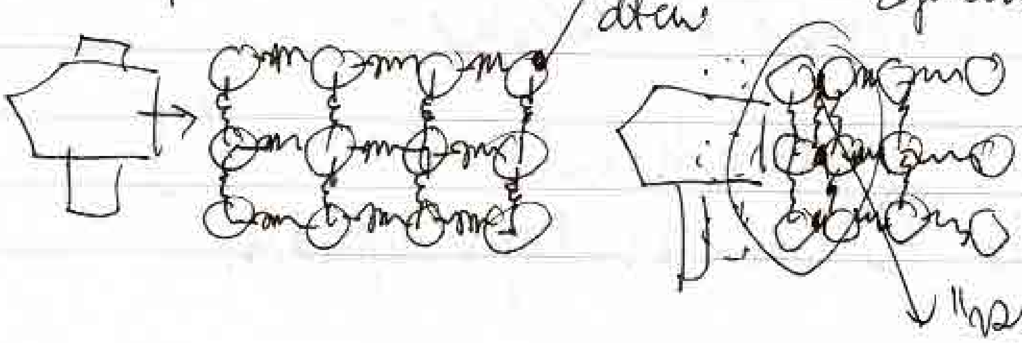
To lahko vstavimo v energijski zakon:

$$\boxed{\Delta W_k + \Delta W_p + \Delta W_{pr} = A_{ostale}}$$

v delu A_{ostale} ne smemo upoštevati sile teže in sile vzmeti.

Prožnostna energija je pomembna pri elastičnih deformacijah teles. Telesa si mislimo sest. iz atomov, ki so povezani z vzmetmi.

zgoščena, deformirana snov



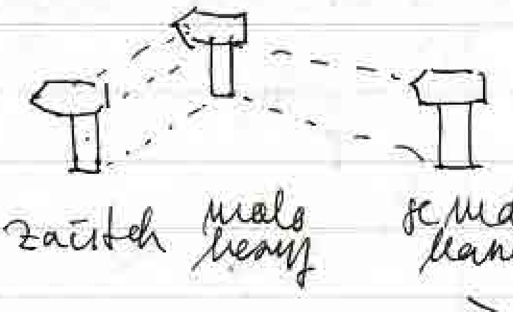
"vzmeti" med

2.2. MEHANIKA TOGIH TELES

Togo telo je veliko telo, ki se ne deformira pod vplivom zunanjih sil. Torej ves čas ohranja svojo obliko.
Togo telo si mislimo, da je sestavljeno iz velikega števila točkastih teles. V naravi so to atomi ali molekule, ki sestavljajo trdno snov. Ta se ne deformira pod vplivom zunanje sile.

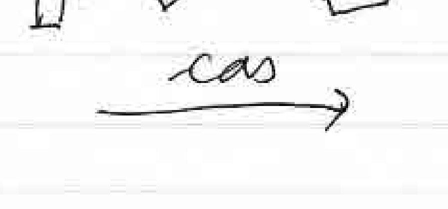
Obravnavali bomo gibanje togih teles. Ugotovimo, da lahko gibanje togega telesa sestavimo iz translacije in rotacije telesa.

Translacija:



Telo se med gibanjem ne vrti

Translacija + rotacija telesa:

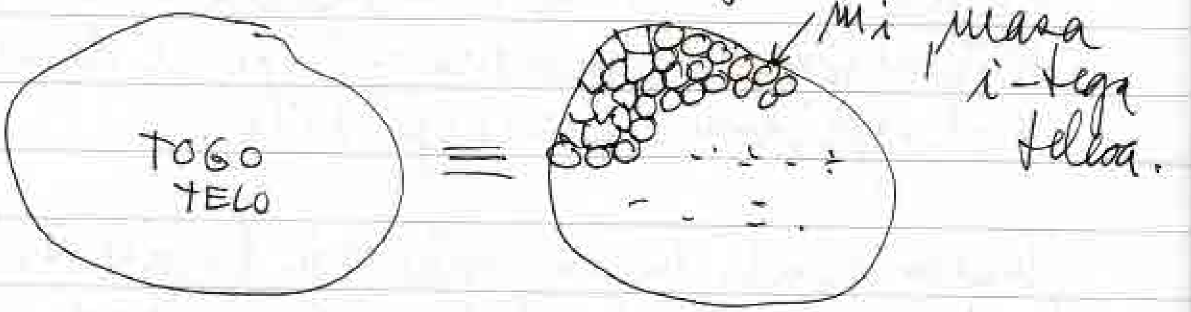


vidimo, da se telo giblje translatorno, obenem pa se vrti okoli točke, ki ji pravimo težišče.

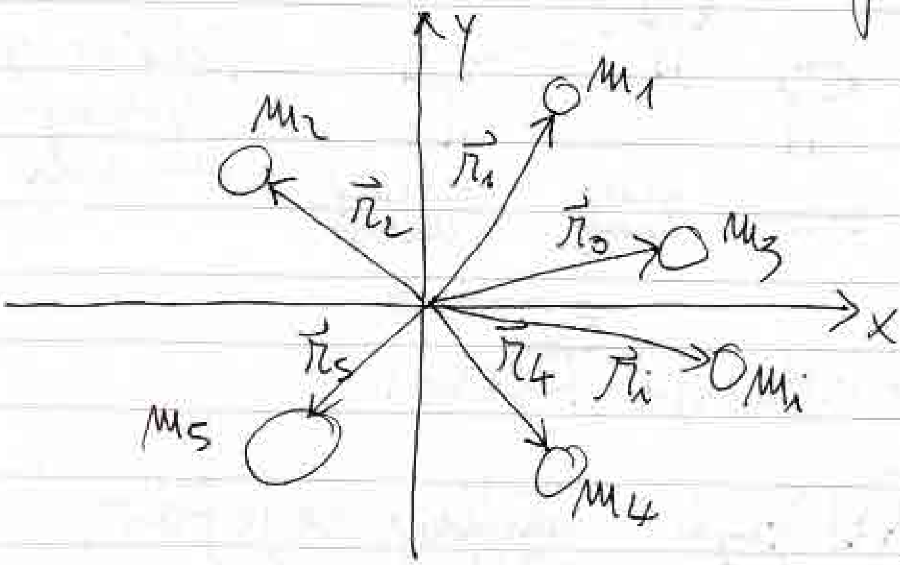
Najprej bomo definirali težišče telesa.

2.1. Težišče telesa in zakon o gibanju težišča

Videli bomo, da ima vsako telo posebno točko, ki jo imenujemo težišče. Togo telo si mislimo da je sestavljeno iz N neskončno majhnih teles (atomov), ki so med seboj trdno pritrjeni



Teh N teles imenujemo "sistem N točkastih teles". Za tak sistem bomo definirali težišče:

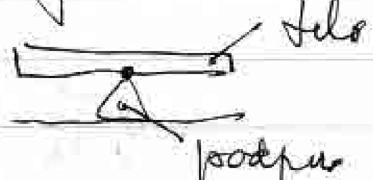


Definiramo krajevni vektor težišča $\vec{r}^*$:

$$\boxed{\vec{r}^* = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \dots + m_N\vec{r}_N}{m_1 + m_2 + \dots + m_N}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i}{M}$$

$M = m_1 + m_2 + \dots + m_N = \sum_{i=1}^{N} m_i$ skupna masa togega telesa (ki je sest. iz N teles)

Pokazati se da na preprostem primeru, da je taka definicija težišča $\vec{r}^*$ enakovredna definiciji z navori:



„vaga" deluje po principu navorov teže levega in desnega dela telesa

Iz definicije težišča dobimo enačbo gibanja sistema N teles:

$$\vec{r}^* = \frac{\sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i}{M} \qquad / \cdot M$$

$$M\cdot\vec{r}^* = \sum_{i=1}^{N} m_i\vec{r}_i \qquad / \text{ odvajamo obe strani enačbe po času } \frac{d}{dt}$$

$$M\cdot\frac{d\vec{r}^*}{dt} = \frac{d}{dt}\left(m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \dots + m_N\vec{r}_N\right) =$$

$$\underset{\text{hitrost težišča}}{\vec{v}^*} \quad = m_1\underset{\uparrow \vec{v}_1}{\frac{d\vec{r}_1}{dt}} + m_2\underset{\uparrow \vec{v}_2}{\frac{d\vec{r}_2}{dt}} + \dots + m_N\underset{\uparrow \vec{v}_N}{\frac{d\vec{r}_N}{dt}}$$

$$\underbrace{M\cdot\vec{v}^*}_{\text{gibalna količina } M} = \underbrace{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots + m_N\vec{v}_N}_{\text{vsota gib. količin sest. delov}}$$

Dobili smo izraz za gibalno količino togega telesa:

$$\boxed{\vec{G} = M \cdot \vec{v}^*}$$

gibalna količina togega telesa: kot bi bila vsa masa zbrana v težišču!

$$M \cdot \vec{v}^* = \vec{G}_1 + \vec{G}_2 + \ldots + \vec{G}_N$$

vsota gibalnih količin vseh delov telesa

Sedaj pa enačbo za gibalno količino še enkrat odvajamo po času:

$$M \cdot \vec{v}^* = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \ldots + m_N \vec{v}_N \quad \Big/ \frac{d}{dt}$$

$$M \cdot \underbrace{\frac{d\vec{v}^*}{dt}}_{\vec{a}^*} = m_1 \underbrace{\frac{d\vec{v}_1}{dt}}_{\vec{a}_1} + m_2 \underbrace{\frac{d\vec{v}_2}{dt}}_{a_2} + \ldots + m_N \underbrace{\frac{d\vec{v}_N}{dt}}_{a_N}$$

pospešek težišča

$$M \cdot \vec{a}^* = \underbrace{m_1 \vec{a}_1}_{\vec{F}_1} + \underbrace{m_2 \vec{a}_2}_{\vec{F}_2} + \ldots + \underbrace{m_N a_N}_{F_N} = \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i}$$

vsota vseh zunanjih sil na to telo v točki.

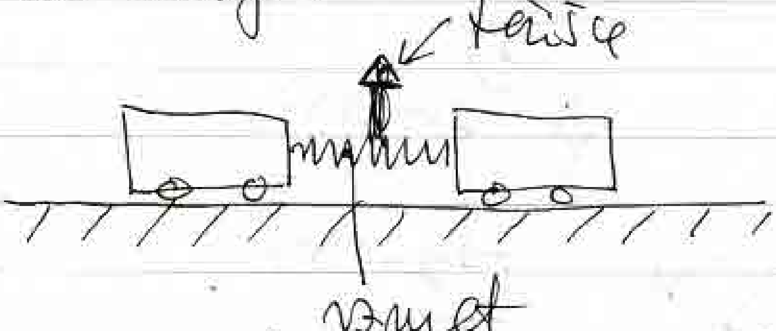
Dobili smo 2. Newtonov zakon za gibanje težišča:

$$\boxed{M \cdot \vec{a}^* = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{iz}}$$

vsota vseh zunanjih sil podeli telesu z maso M pospešek $\vec{a}^*$ v smeri REZULTANTE

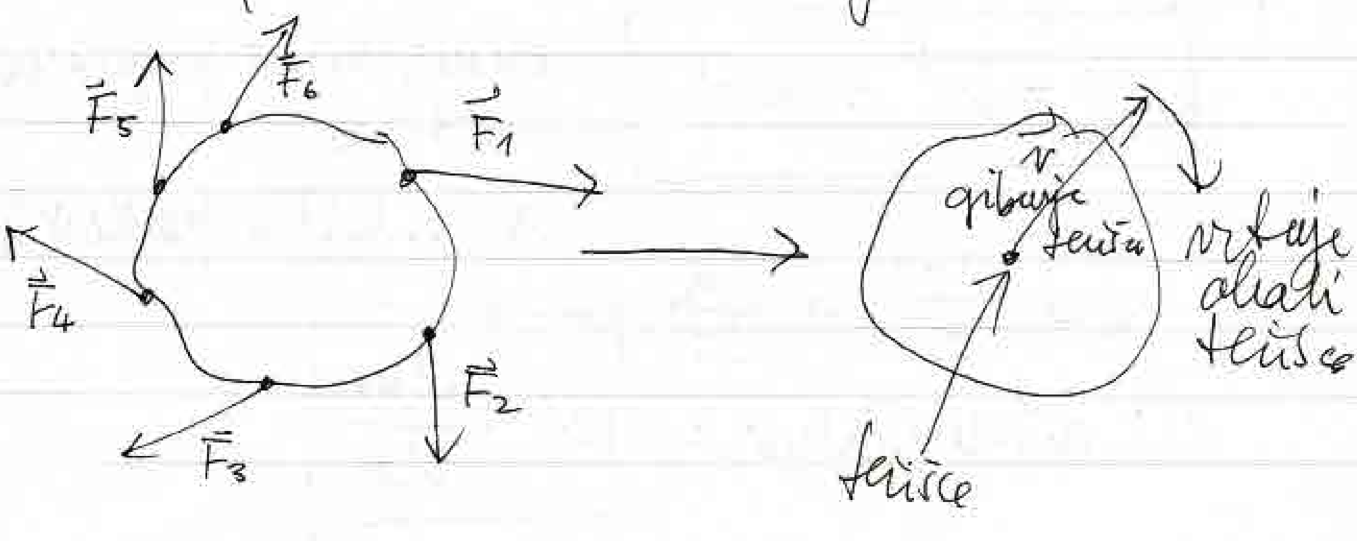
Vidimo, da je gibanje togega telesa pod vplivom zunanjih sil preprosto, kakor bi bilo to točkasto telo.

Primer: gibanje 2 vozičkov na zračni progi, ki sta med seboj povezana z vzmetjo.



Ko bi vozička sunemo, se začneta oba gibati. Gibanje posameznega vozička je komplicirano gibanje puščice, gibanje težišče pa je premo enakomerno.

Zunanje sile, ki delujejo na telo, ne povzročajo samo translacije (gibanja) težišča, temveč tudi vrtenje telesa!



Dobil sem izraz za gibalno količino togega telesa:

$$\boxed{\vec{G} = M \cdot \vec{v}^*}$$

gibalna količina togega telesa: kot bi bila vsa masa zbrana v težišču!

$$M \cdot \vec{v}^* = \vec{G}_1 + \vec{G}_2 + \ldots + \vec{G}_N$$

vsota gibalnih količin vseh delov telesa

Sedaj pa enačbo za gibalno količino še enkrat odvajamo po času:

$$M \cdot \vec{v}^* = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \ldots + m_N \vec{v}_N \quad \Big/ \frac{d}{dt}$$

$$\underbrace{M \cdot \frac{d\vec{v}^*}{dt}}_{\vec{a}^*} = m_1 \underbrace{\frac{d\vec{v}_1}{dt}}_{\vec{a}_1} + m_2 \underbrace{\frac{d\vec{v}_2}{dt}}_{a_2} + \ldots + m_N \underbrace{\frac{d\vec{v}_N}{dt}}_{a_N}$$

pospešek težišča

$$M \cdot \vec{a}^* = \underbrace{m_1 \vec{a}_1}_{\vec{F}_1} + \underbrace{m_2 \vec{a}_2}_{F_2} + \ldots + \underbrace{m_N a_N}_{F_N} = \underbrace{\sum_{i=1}^{N} \vec{F}_i}$$

vsota vseh zunanjih sil na dele telesa v točki.

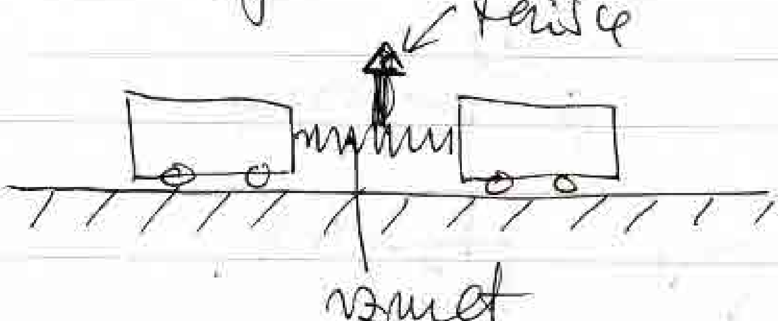
Dobili smo 2. Newtonov zakon za gibanje težišča:

$$\boxed{M \cdot \vec{a}^* = \sum_{i=1}^{N} \vec{F}_{iz}}$$

vsota vseh zunanjih sil podeli telesu z maso M pospešek $\vec{a}^*$ v smeri REZULTA

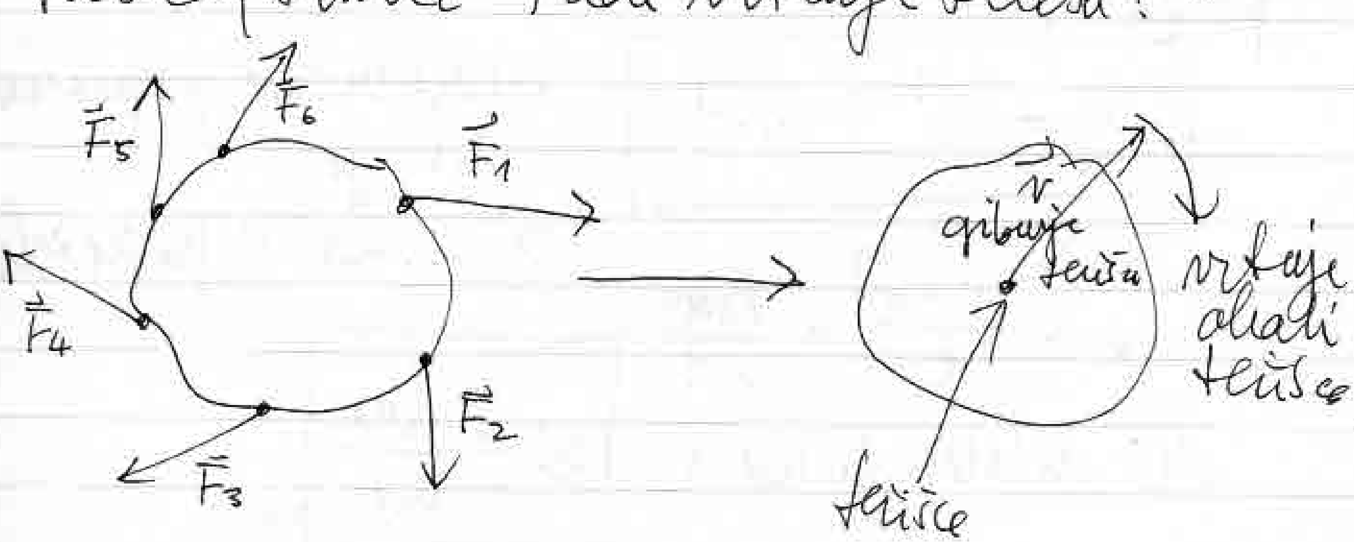
Vidimo, da je gibanje togega telesa pod vplivom zunanjih sil preprosto, kot bi bilo to točkasto telo.

Primer: gibanje 2 vozičkov na zračni progi, ki sta med seboj povezana z vzmetjo.



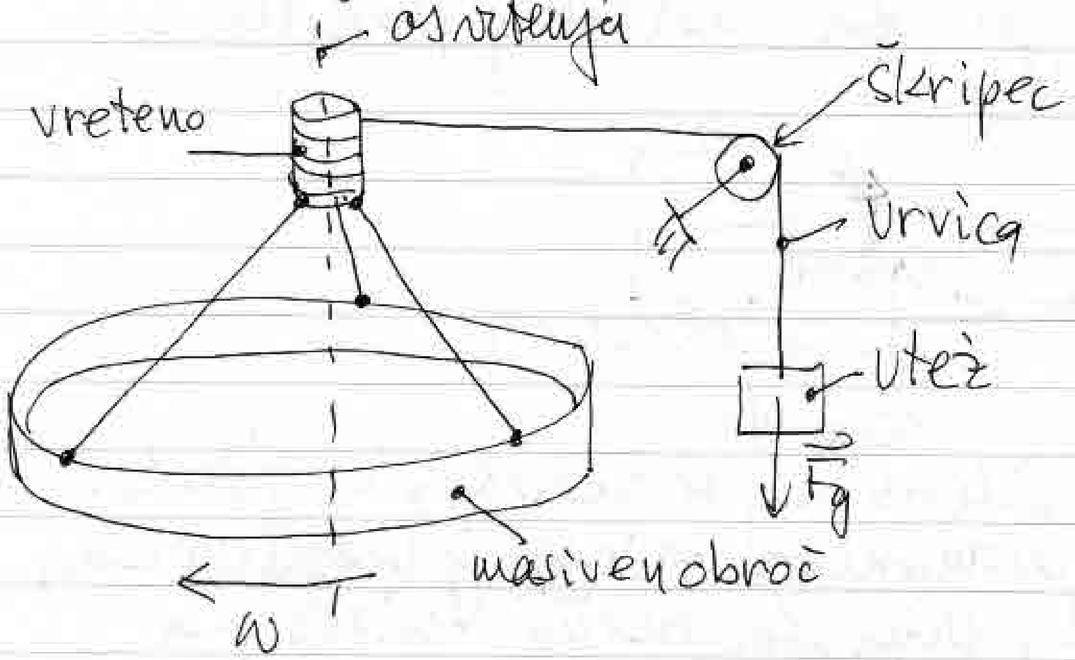
Ko ju vozička sunemo, se začneta oba gibati. Gibanje posameznega vozička je komplicirano, gibanje puščice, ki označuje težišče pa je premo enakomerno.

Zunanje sile, ki delujejo na telo, ne povzročajo samo translacije (gibanja) težišča, temveč tudi vrtenje telesa!



2.2. Vrtenje togega telesa: navor sile in vztrajnostni moment

Naredimo poskus s kolesom in povratcem ter utežjo:



V poskusu vidimo da se zaradi sile teže uteži začne obroč vrteti. Kotna hitrost vrtenja ω ni konstantna, temveč se enakomerno povečuje:

$$\boxed{\omega = \omega' + \alpha \cdot t}$$

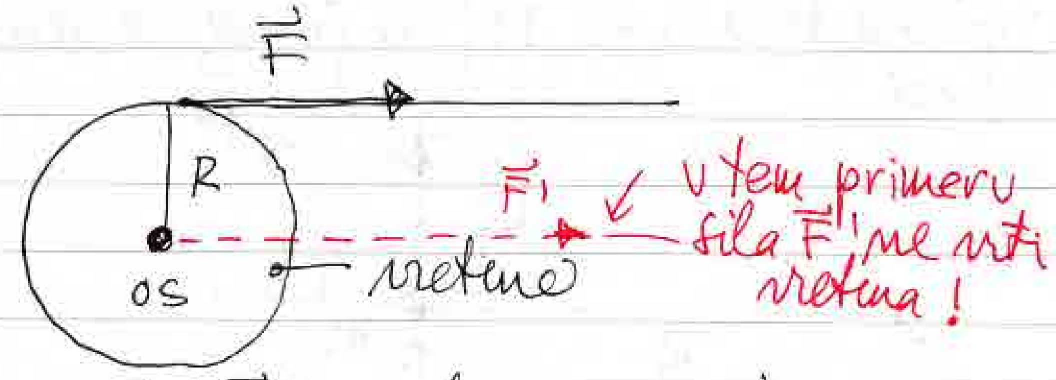
enakomerno pospešeno vrtenje

α .... kotni pospešek

$$\alpha = \frac{\omega - \omega'}{t} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

ali diferencialno: $\boxed{\alpha = \frac{d\omega}{dt}}$

Zakaj se začne obroč vrteti: razlog je v vrvici in vretenu:



Vrvica s silo $\vec{F}$ prijemlje na vreteno v smeri tangente in zaradi tega vrti vreteno. Videli bomo, da je za učinkovitost vrtenja pomembna sila $\vec{F}$, polmer R in smer $\vec{F}$ glede na R.

Ko se vreteno vrti, se hitrost ω povečuje prav tako pa se povečuje hitrost vsake točke na krožnici:

$$\omega(t) = \omega' + \alpha \cdot t$$

enak. pospešeno gibanje

$$v(t) = v' + a \cdot t$$

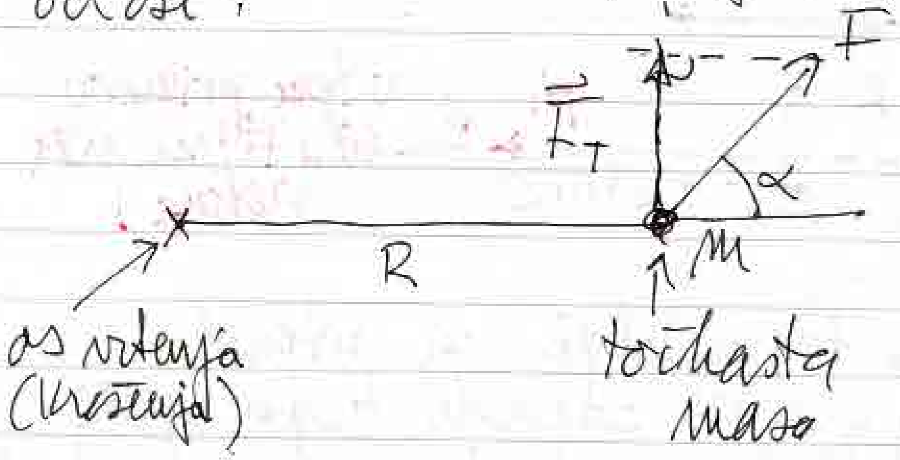
pospešek

$$v(t) = R \cdot \omega(t) = \underbrace{R \cdot \omega'}_{=v'} + \underbrace{R \cdot \alpha}_{=a_T} \cdot t$$

vidimo, da je tangentna hitrost vedno večja zaradi tangentnega pospeška:

$$\boxed{a_T = R \cdot \alpha}$$

Sedaj pa poglejmo, kako sila $\vec{F}$ povzroča vrtenje. Vzeli bomo preprost primer ene točkaste mase m, ki je na razdalji R od osi:



Na točkasto maso deluje sila $\vec{F}$ pod kotom α glede na R. Kroženje lahko povzroča samo tangentna komponenta sile $\vec{F}$:

$$F_T = F \cdot \sin\alpha$$

Ta sila po 2. N.Z. povzroča ravno tangentni pospešek mase m, ki začne pospešeno krožiti:

$$F_T = m \cdot a_T \qquad \text{vstavi}$$

$$F \cdot \sin\alpha = m \cdot R \cdot \alpha \quad / \cdot R$$

$$F \cdot R \cdot \sin\alpha = mR^2 \cdot \alpha$$

Sedaj pa definiram dve novi količini:

a) navor sile: $M = R \cdot F \cdot \sin\alpha$

b) vztrajnostni moment točkastega telesa:

$$J = m \cdot R^2$$

Zvezo med navorom zunanje sile in kotnim pospeškom zapišem kot:

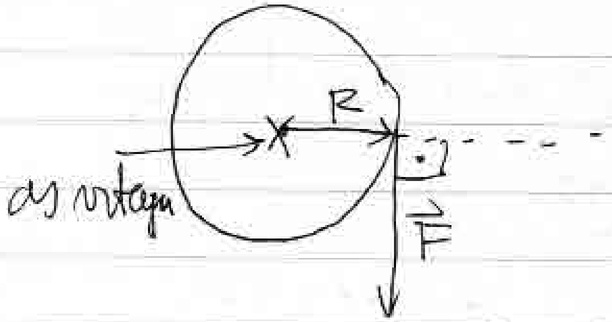
$$\boxed{M = J \cdot \alpha}$$

To je osnovna enačba vrtenja togih teles. Videli bomo da velja splošno za vsako telo upoštevati pa je potrebno, da je J različen za različna telesa.

Poglejmo navor: kdaj je največji? Kdaj je enak 0?

$M = R \cdot F \cdot \sin\alpha$ velikost navora je odvisna od 3 količin. Če sta R in F konstantni je odvisen od kota α med silo F in ročico R:

Za velikost navora je tudi pomembna usmerjenost sile $\vec{F}$ glede na ročico $\vec{R}$:



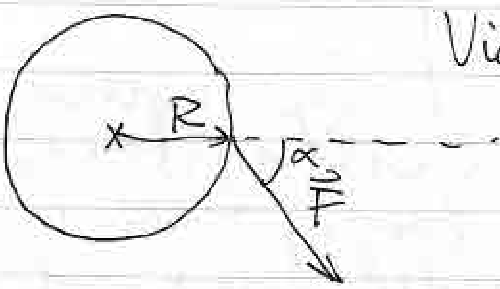
Sila $\vec{F}$ je pravokotna na $\vec{R}$

$\Downarrow$

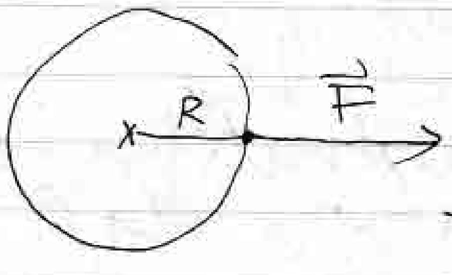
$\alpha = 90° \Rightarrow \sin\alpha = +1$

Navor je največji: $M = R \cdot F$

Sedaj pa naj sila deluje pod $\alpha < 90$ glede na $\vec{R}$



Vidimo, da je navor manjši, saj je $\sin\alpha < 1$, ker je $\alpha < 90°$

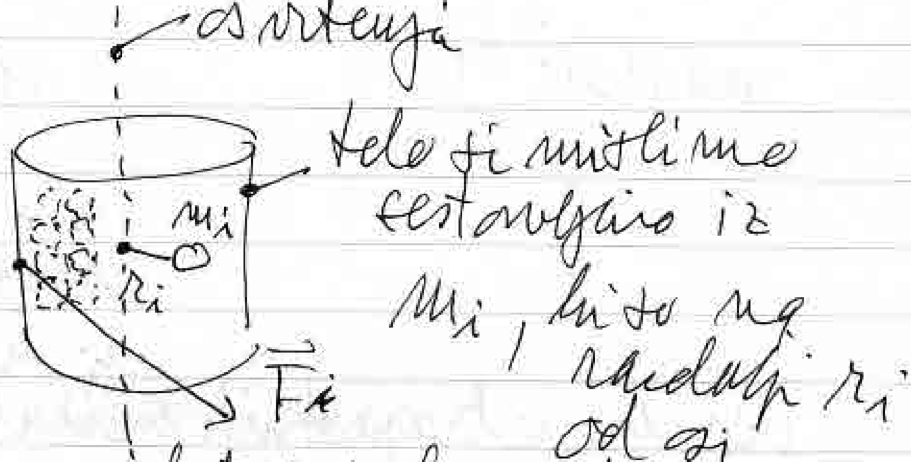


V tej smeri je navor sile enak nič: kot $\alpha = 0 \Rightarrow \sin\alpha = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow M = 0$

Ta sila sploh ne more vrteti telesa, ker je njena smer radialna / ni tangentna.

Izračun sveze med navorom M in kotnim pospeškom α je bil narejen za točkasto telo z maso m, ki je v razdalji R od osi.

To pa je osnova za izračun vrtenja togega telesa. Togo telo si namreč predstavljamo kot množico N teles z masami m_i, ki so v razdaljah r_i od osi:



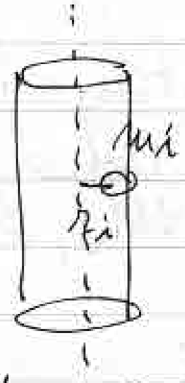
Množica mas m_i v celoti izpolnjuje telo (ne rišemo vseh m_i). Pod vplivom zunanje sile F in njenega navora M se vse mase m_i vrtijo z enakim pospeškom. Iz tega sledi enačba vrtenja za togo telo:

$$\boxed{M = J_{telo}\cdot\alpha \quad , \quad J_{telo} = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2}$$

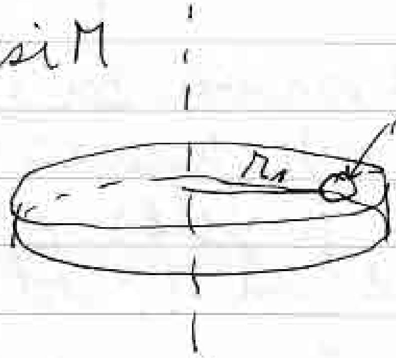
Enačba vrtenja je torej podobna kot za točkasto telo, nastopa pa vztrajnostni moment telesa J_{telo}.

Vztrajnostni moment telesa je odvisen od mas
velikosti in razporeditve mase po telesu:
Primer dveh valjev z enako maso M:

isti masi M



ali



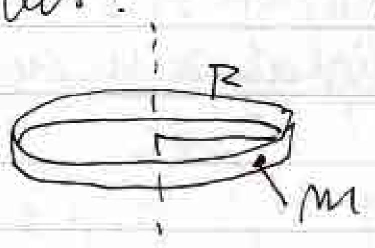
majhen J

velik J

⇓

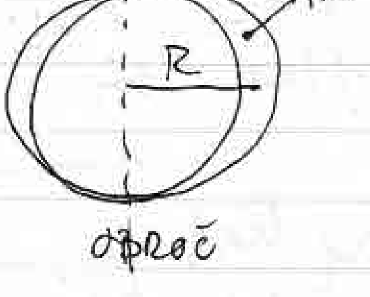
tukaj je masa m_i razporejena na velikih r_i kar zelo poveča J

Primeri vztrajnostnih momentov nekaterih teles:



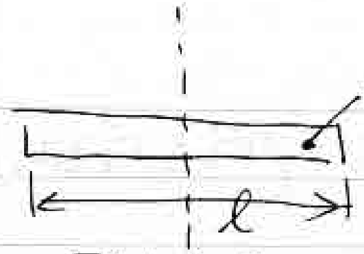
$$\Longrightarrow J = mR^2$$

OBROČ



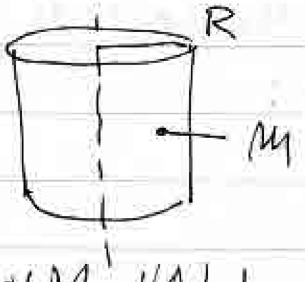
$$\Longrightarrow J = \frac{1}{2} mR^2$$

OBROČ



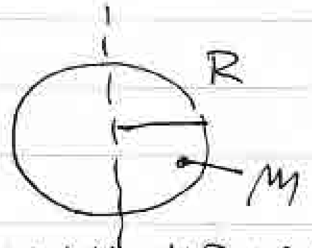
$\Rightarrow J = \frac{1}{12} m \cdot l^2$

PALICA



$\Rightarrow J = \frac{1}{2} m R^2$

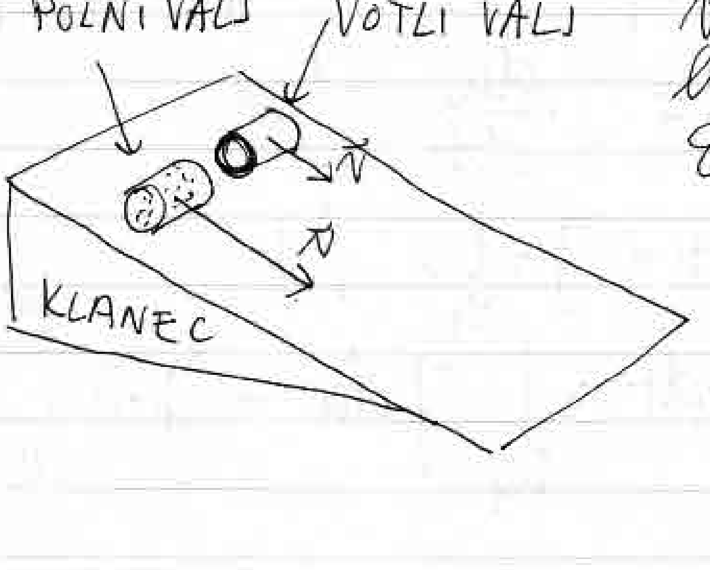
POLNI VALJ



$\Rightarrow J = \frac{2}{5} m R^2$

POLNA KROGLA

Poskus: kotaljenje polnega in votlega valja po klancu navzdol



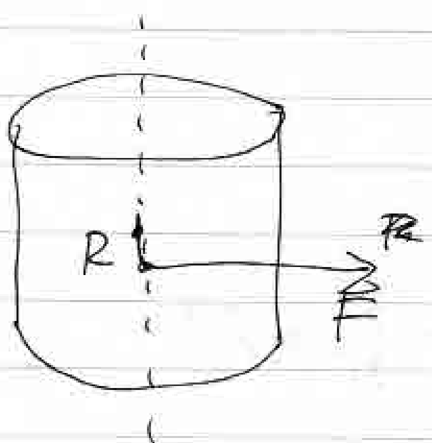
valja imata enaki masi M. Enaki polmer in dolžino. Kateri je hitrejši?

$\Downarrow$

polni, ker ima manjši J.

2.3. Vrtilna količina teles pri vrtenju okoli stalne osi

Imamo na primer valj, ki ga vrtimo z zunanjo silo (: navorom):



Valj se pospešeno vrti, s kotnim pospeškom α. Velja zveza med navorom M in kotnim pospeškom α:

$$M = J \cdot \alpha$$

Sedaj pa uporabimo definicijo kotnega pospeška:

$$M = J \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad / \cdot dt$$

$$M \cdot dt = J \cdot d\omega \quad / \int$$

$$\int_0^t M \cdot dt = \int_{\omega_1}^{\omega_2} J \, d\omega = J \cdot \omega \Big|_{\omega_1}^{\omega_2} = J\omega_2 - J\omega_1$$

Definiramo vrtilno količino telesa zaradi vrtenja:

$$\boxed{\Gamma = J \cdot \omega}$$

vrtilna količina (analogna gibalni količini)

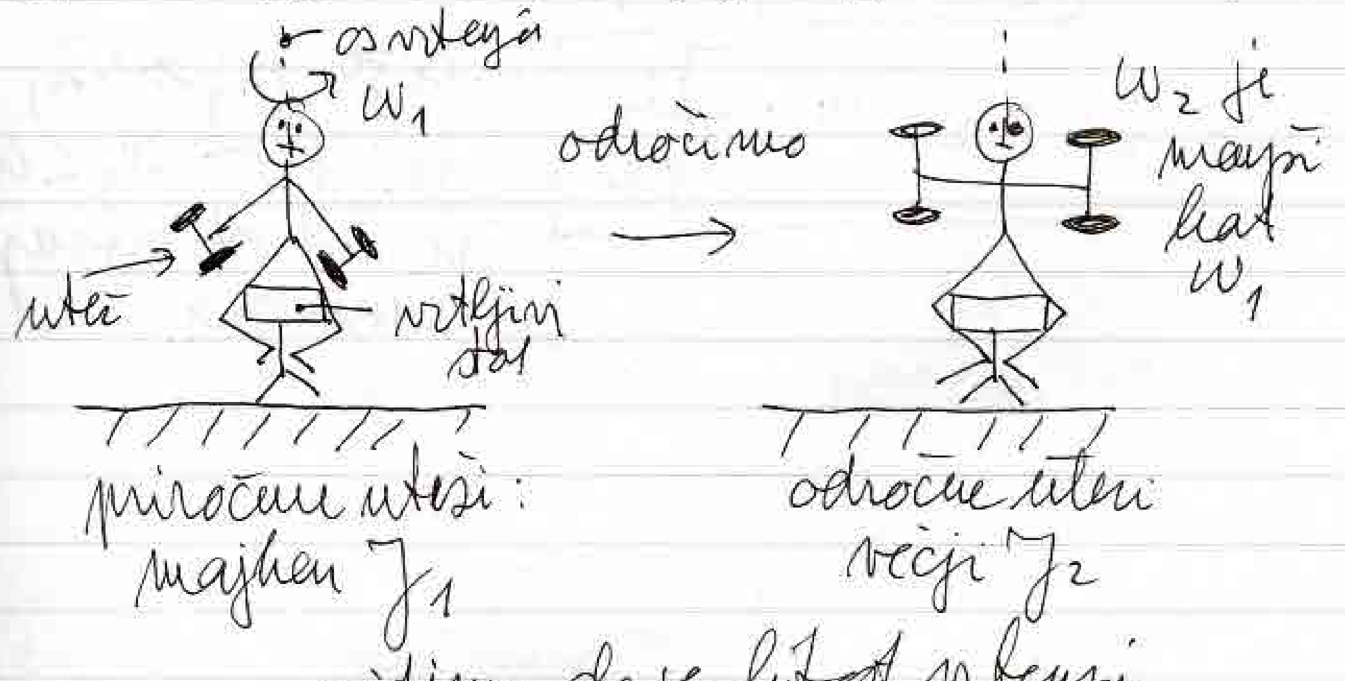
Velja torej zakon o ohranitvi vrtilne količine teles pri vrtenju:

$$\boxed{\Delta\Gamma = \Gamma_k - \Gamma_{zač} = \int_0^t M(t)\,dt}$$

sprememba vrtilne količine je enaka sunku navora zunanjih sil.

Sedaj pa naredimo poskus, pri katerem pokažemo ohranitev vrtilne količine:

Poskus: človek z utežmi se vrti na stolu.



vidimo, da se hitrost vrtenja pri odročenih utežeh zmanjša!

zmanjša se zato, ker se J poveča.
Vrtilna količina človek + uteži pa ostane konstantna:

$$\Delta \Gamma = \Gamma_{konč} - \Gamma_{zač} = 0$$

Zakaj? Ker je $\int_0^t M(t)\,dt = 0$, ker je $M(t) = 0$.

Navor zunanje sile, ki deluje na telo, je vedno 0. To je sila teže, ki deluje točno vzdolž navpičnice oz. kot $\alpha = 0$ v izrazu za $M = R \cdot F \sin\alpha \Rightarrow M = 0$.

$$\Gamma_{konč} = \Gamma_{zač}$$

$$J_2 \cdot \omega_2 = J_1 \cdot \omega_1$$

$$\boxed{\omega_2 = \omega_1 \cdot \frac{J_1}{J_2}}$$

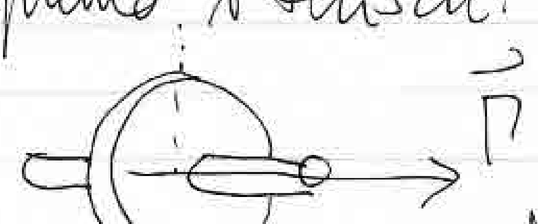
- če je J_2 poveča, $J_2 > J_1 \Rightarrow \omega_2 < \omega_1$, se hitrost vrtenja zmanjša.

Posebej so zanimivi poskusi z ohranitvijo vrtilne količine teles pri vrtenju okoli gibajoče se osi:

a) precesija vrtavke: vrtavko iz masivnega železnega diska zavrtimo do visokih obratov. Je podprta na enem koncu, ki je oddaljen od težišča:

Os vrtenja se počasi giblje po plašču stožca. Temu gibanju pravimo precesija. Precesija je posledica tega, da vrtavka ni podprta v težišču in to precesijo jo sili navor sile teže

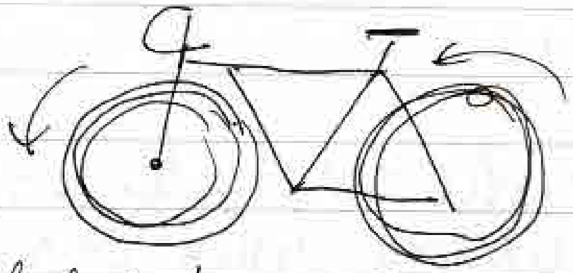
b) žiroskop: to je vrtavka, ki jo podpremo v težišču. S posebnim sistemom obročev (Gimbal)



Žiroskop vedno kaže v isto smer v prostoru.

$\vec{\Gamma}$ ... vektor vrtilne količine

c) stabilizacija gibanja bicikla:



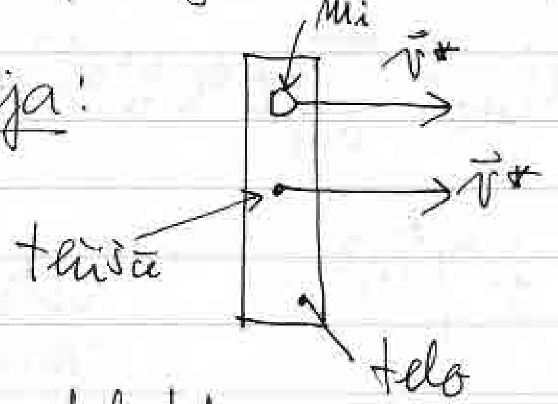
Obe kolesi sta masivni in se hitro vrtita. Imata veliko vrtilno količino in delujeta kot žiroskopa ⇒ ves čas kažeta v isto smer in stabilizirata gibanje bicikla.

2.4 Kinetična energija zaradi splošnega gibanja togega telesa

Videli smo, da lahko gibanje togega telesa lahko sestavimo iz translacije in rotacije (vrtenja) okoli težišča.
Na osnovi te slike lahko izračunamo skupno kinetično energijo togega telesa pri splošnem gibanju.

Mislimo si, da je telo sestavljeno iz N točk

Translacija:



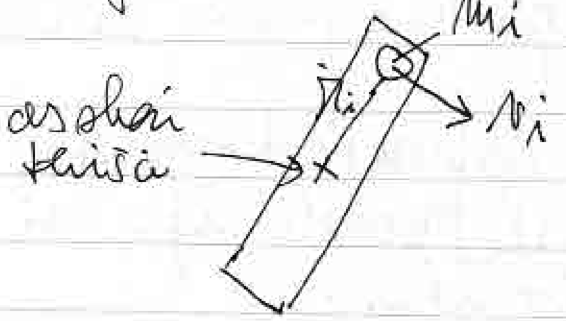
Vsak i-ti del telesa z maso m_i ima isto hitrost, ki je enaka hitrosti težišča, $\vec{v}^*$.
Skupna kinetična energija zaradi translacije je enaka vsoti W_{ki} vseh delov telesa:

$$W_{k\,trans} = \sum_{i=1}^{N} W_{ki} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i v^{*2} =$$

$$= \frac{1}{2} v^{*2} \cdot \sum_{i=1}^{N} m_i = \underline{\underline{\frac{1}{2} M v^{*2}}}$$

Vidimo, da je $W_{k\,trans}$ enaka kot za točkasto telo s skupno maso M v težišču.

Vrtenje okoli težišča: velja: $v_i = r_i \omega$



Kinetična energija i-tega dela telesa zaradi vrtenja:

$$W_{rot_i} = \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \frac{1}{2} m_i \cdot r_i^2 \omega^2$$

Skupno W_k zaradi vrtenja dobim z vsoto vseh kinet. energij:

$$W_{rot} = \sum_{i=1}^{N} W_{rot_i} = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \cdot \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2$$

Dobim $W_{rot} = \frac{1}{2} J^* \omega^2$

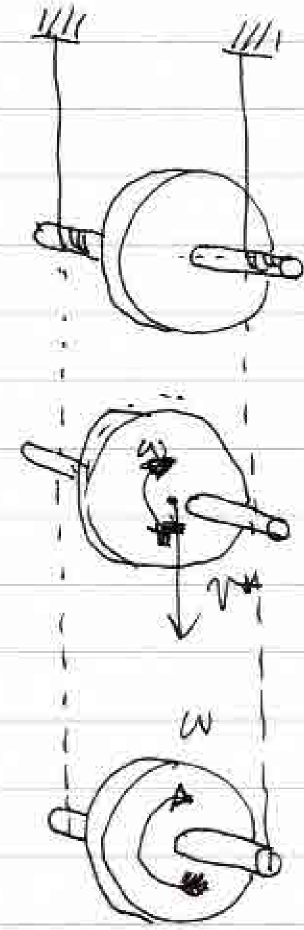
to je vztrajnostni moment glede na os okoli težišča

Skupna kinetična energija togega telesa je torej:

$$\boxed{W_k = \frac{1}{2} M v^{*2} + \frac{1}{2} J^* \omega^2}$$

Trimer: gibanje Jo-jo. Jo-jo je priprava v obliki vztrajnika cilindrične oblike, ki ima os skozi težišče. Na oba konca osi navijemo vrvici in jo-jo spustimo.

začetna lega.



$z' = h \quad \omega' = 0, \; v^{*\prime} = 0$

miruje, se ne vrti

$W_p' = M \cdot g \cdot h, \quad W_k = 0$

vmesna lega

jo-jo se vrti zelo, obenem se težišče giblje navzdol

$W_p < W_p', \quad W_k = \frac{1}{2} M v^{*2} + \frac{1}{2} J^* \omega^2$

$W_p = 0, \quad W_k = \frac{1}{2} J^* \omega_{max}^2$

$v^* = 0$ ne gre niti dol niti gor.

3. MEHANIKA TEKOČIN

Tekočine so eno od treh osnovnih stanj snovi:

Plini: nimajo stalne oblike, brez reda dolgega dosega, nizka gostota, velika stisljivost. Zavzamejo ves prostor, ki je na razpolago

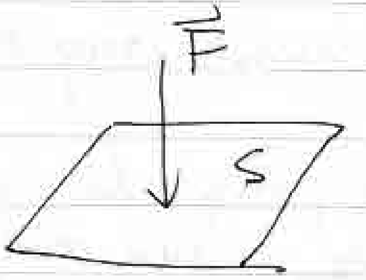
Tekočine: imajo površine. Nimajo stalne oblike, so brez reda dolgega dosega, visoka gostota, nizka stisljivost. Ne prenašajo statičnih sil, tečejo.

Trdnine: imajo stalno obliko, prenašajo sile, so mejene. Visoka gostota, nizka stisljivost.

3.1. Hidrostatski tlak in vzgon v tekočinah

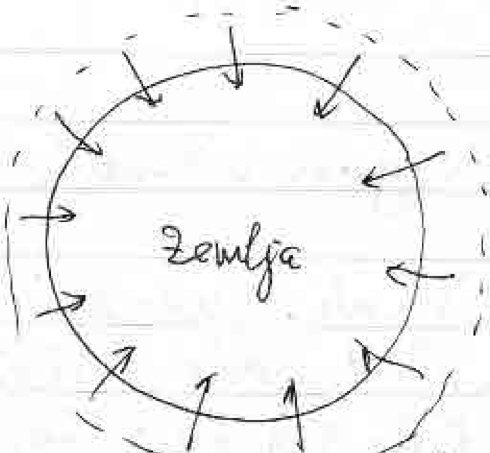
Hidrostatski tlak v tekočinah v naravi spoznamo pri potapljanju. Pod vodo občutimo kako voda s svojo težo pritiska na telo. Pomembno je ~~[illegible]~~ ... Vprašanje je, ali tlak v tekočinah pritiska samo navzdol, tako kot pritiska sila teže ali je tlak iz vseh smeri. | Položaj teže

Kako zaznamo tlak: preko sile, ki deluje na določeno površino: po celotni površini S enakomerno deluje sila F. Trdimo, da je tlak enak:

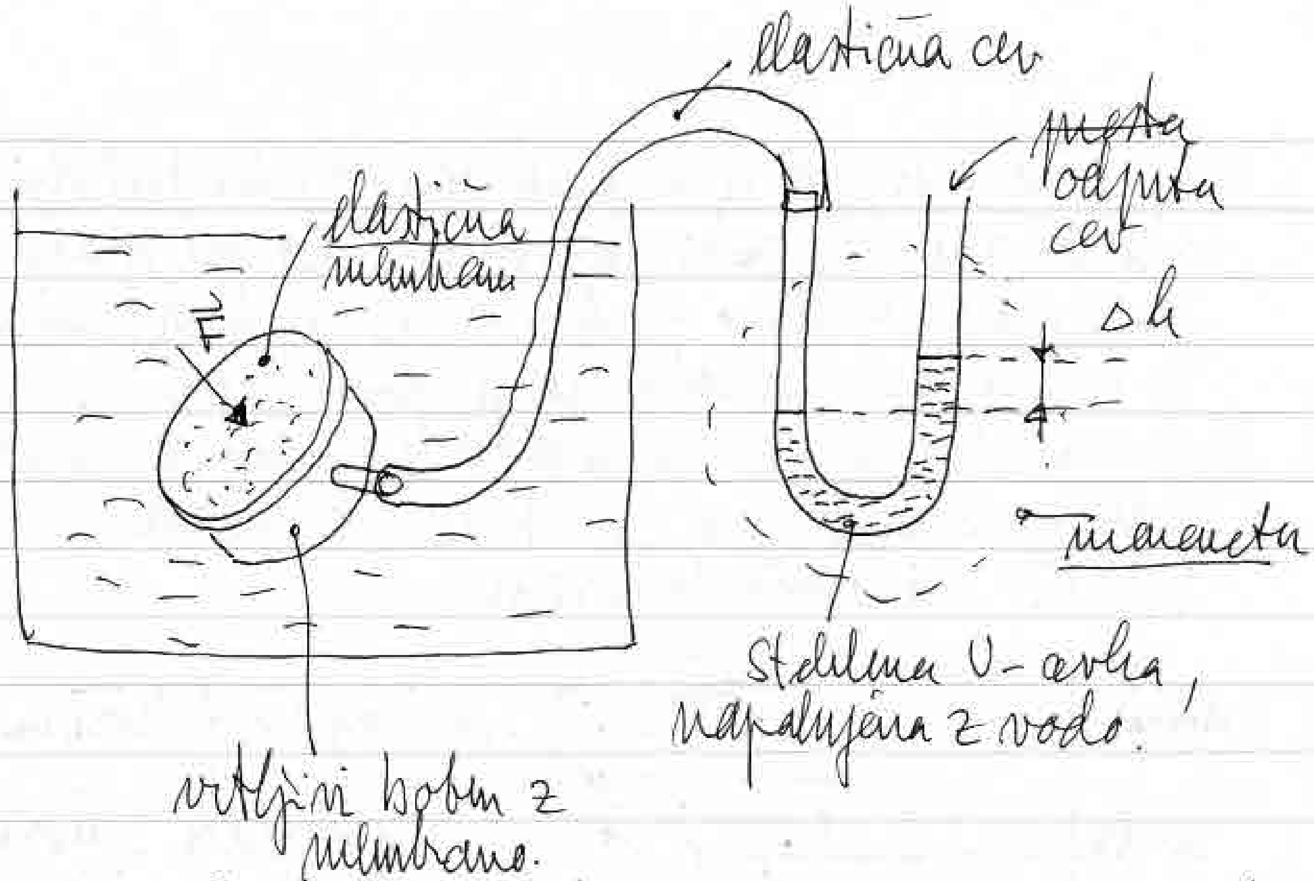


$$\boxed{p = \frac{F}{S}}$$

enota za tlak je $[N/m^2] = [Pa]$ paskal.
$10^5 Pa = 1 bar$ (približno zemljski atmosferski tlak)
Zemljski tlak atmosfere nastane zaradi sile teže, s katero 30 km debelo ozračje pritiska na površino. Zemljska gravitacija pritiska vsako molekulo zraka ob površino.



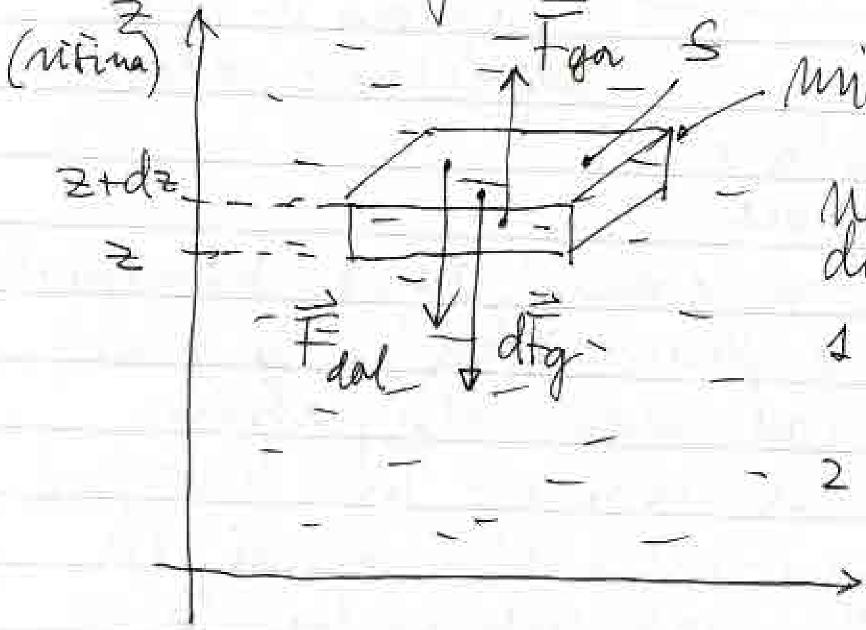
Kako ugotovimo, ali pod vodo hidrostatični tlak deluje v vse smeri? Naredimo preprost poskus z bobnom, ki ima elastično membrano, ki ga potopimo v vodo. Tlak merimo z manometrom.



Boben z elastično membrano je zaprt, z gumijasto cevko je povezan z manometrom, ki ~~je~~ meri razliko tlakov. Pod vodo voda pritiska s silo $F = p \cdot S$ na membrano. Ta se upogne navznoter in pritisne zrak v cevki. Ta pritisne na levi krak manometra, da se gladina tekočine v tem kraku zniža. Na desni se zviša. Razlika v višinah vodnega stolpca manometra je merilo za tlak v boben

Boben vrtimo, tako da membrana gleda v različne smeri. Ugotovimo da je ~~tlak~~ hidrostatski tlak v vseh smereh enak.
Pravimo, da je tlak izotropen.

Vprašamo se, od česa je odvisen hidrostatski tlak v tekočinah. Iz izkušenj vemo, da od globine nahajanja merimo tlak. Globlje je tlak višji. To lahko izračunamo na preprost način. Zamislimo si mirujočo tekočino v gravitac polju. Zamislimo si tenek kvader tanke mirujoče tekočine:



mirujoča tekočina

⇓

na kvader tekočine delujejo 3 sile:

1. $d\vec{F}_g$ sila teže tekočine
2. sila $\vec{F}_{gor}$ zaradi tlaka na spodnji ploskvi
3. sila $\vec{F}_{dol}$ zaradi tlaka na zg. ploskvi

Kvader tekočine miruje $\Rightarrow$ vsota vseh sil je 0.

$$d\vec{F}_g + \vec{F}_{gor} + \vec{F}_{dol} = 0$$

$$-dm \cdot g + p(z) \cdot S - p(z+dz) \cdot S = 0$$

$$-\rho \cdot g \cdot dV + p(z) \cdot S - p(z+dz) \cdot S = 0 \qquad dV = S \cdot dz$$

$$-\rho g \, dz \cdot \cancel{S} + p(z) \cdot \cancel{S} - p(z+dz) \cdot \cancel{S} = 0$$

$$\overbrace{p(z+dz)-p(z)}^{\text{to je razlika tlakov } dp} = -\rho g\, dz$$

$$\boxed{dp = -\rho \cdot g \cdot dz}$$

To je osnovna enačba za hidrostatični tlak, iz katere lahko izpeljemo vse. Če gremo navzgor za dz, se tlak zniža za $-\rho g \cdot dz$.
Enačba je lahko komplicirana, ker je:

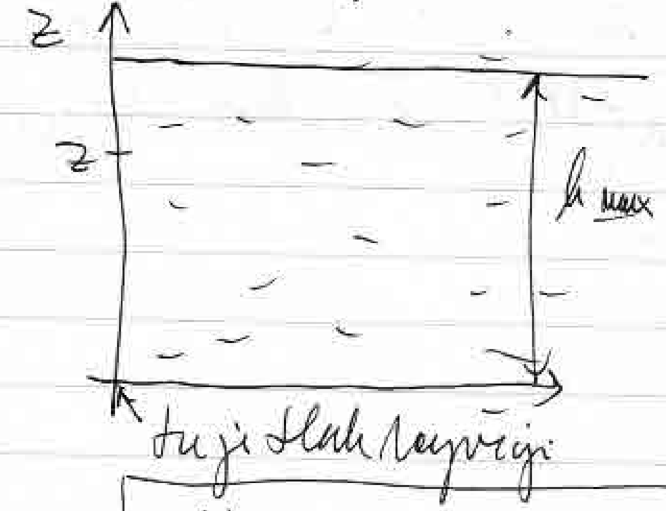
$$dp = -\rho(z)\cdot g(z)\cdot dz$$

gostota in g sta odvisna od z. To je primer v zemeljski atmosferi.

Mi bomo tlak izračunali za primer, ko je:

1. ρ = konst., neodvisna od z (tekočine so nestisljive)
2. g = konst $= g_0$, majhne razlike višin.

Iščemo krajevno odvisnost tlaka v tekočini:



tu je tlak največji

enačbo integriramo

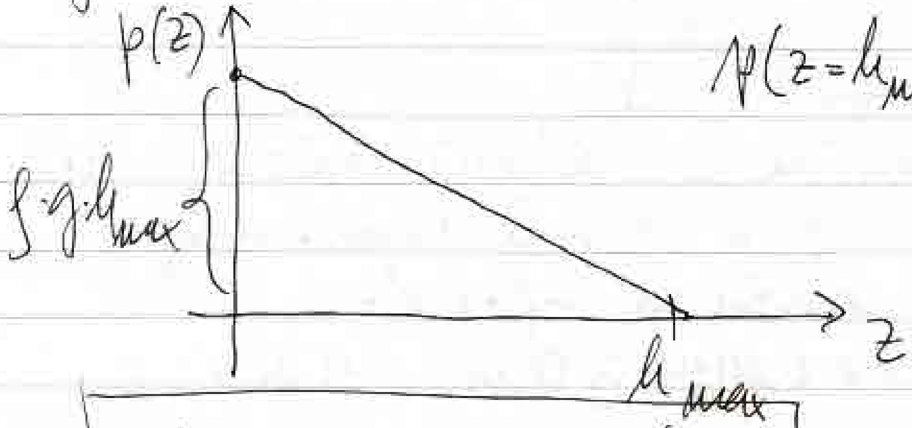
$$\int_{p_{max}}^{p(z)} dp = -\int_{z=0}^{z} \rho g\, dz \Rightarrow$$

$$p(z) - p_{max} = -\rho g z \Big|_0^z = -\rho\cdot g\cdot z$$

ali $\boxed{p(z) = p_{max} - \rho\cdot g\cdot z}$

tlak pada lin navzgor

Ugotovili smo, da se tlak veča z globino, tako je odvisen samo od višine tekočine.

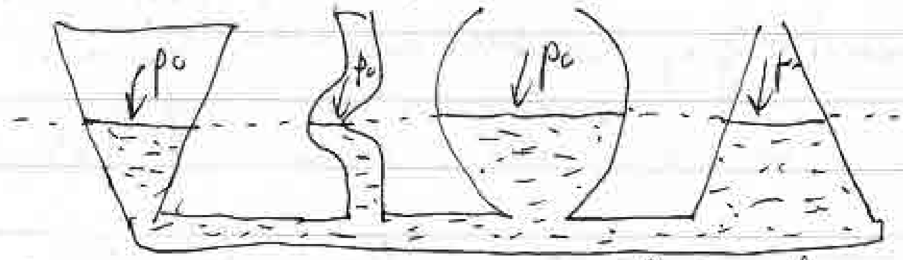


$$p(z=h_{max}) = 0 = p_{max} - \rho g h_{max}$$
$$\Downarrow$$
$$\boxed{p_{max} = \rho g h_{max}}$$

$$\boxed{p(z=0) = p_{max} = \rho \cdot g \cdot h_{max}}$$

Pomembno: tlaki se seštevajo, ker se sile seštevajo.

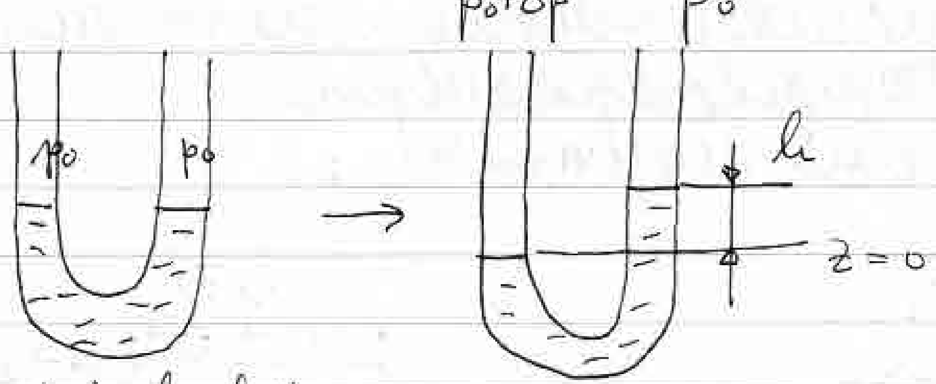
Dejstvo, da je tlak odvisen samo od višine tekočine, nam pokažejo vezne posode:



voda sega v vseh kraklih do točno iste višine.

To je zato, ker je zunaj tlak atmosfere, ki je v vseh kraklih enak, p_0.

Razliko tlakov merimo s preprostim manometrom na U-cevko:



v obeh krakih je enak tlak

V levem kraku je tlak višji

$\Downarrow$

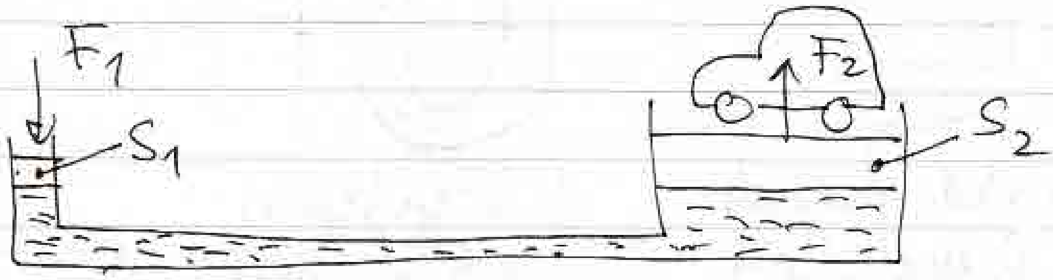
tekočina v desnem kraku se dvigne za h

Na višini $z=0$ je tlak v levi cevki enak $p_0+\Delta p$. Na tej višini je v desni cevki tlak enak $p_0 + \rho_{tek} g \cdot h$

$$p_0+\Delta p = p_0 + \rho g \cdot h$$

$$\boxed{\Delta p = \rho_{tek} g \cdot h}$$ $\Rightarrow$ višina stolpca je sorazmerna z razliko tlakov Δp

Za tlak v tekočinah velja Pascalovo načelo: tlak, ki ga ustvarimo v delu tekočine se prenaša po celotni tekočini in na vse njene ploskve. To načelo uporabljamo v hidravličnih napravah:



Tlak je v obeh batih enak:

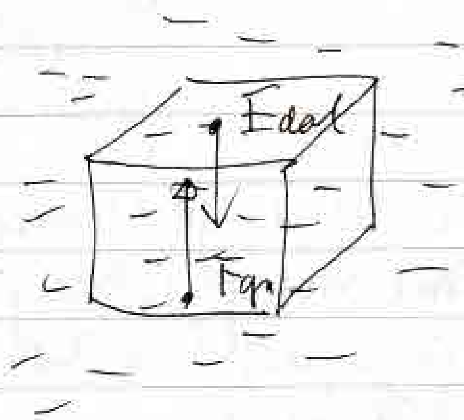
$$p_1 = p_2$$

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Rightarrow \boxed{F_2 = F_1 \cdot \frac{S_2}{S_1}}$$

Če vzamemo $S_2 = 1000 \cdot S_1$, bo sila F_2 1000x večja od F_1. Na ta način ojačamo sile (servo volan, zavore).

Vzgon v tekočinah: opazimo, da nekatera telesa plavajo v tekočinah. Opazimo, da so potopljena telesa navidez lažja, torej se njihova teža navidez zmanjša! Zakaj?

Vzgon na telesa v tekočinah je posledica hidrostatskega tlaka v tekočinah. To si najlažje predstavimo na primeru kvadra v tekočini:



$\vec{F}_{dol}$ je sila zaradi hidrost. tlaka, ki kaže dol.

$\vec{F}_{gor}$ je sila zaradi tlaka na spodnjo ploskev, ki kaže gor

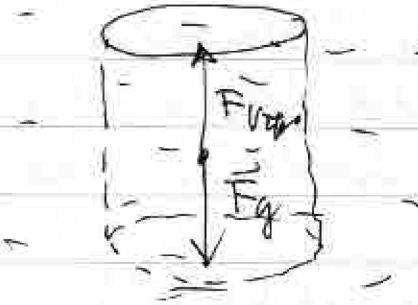
⇓

tlak spodaj je večji kot tlak zgoraj

⇓

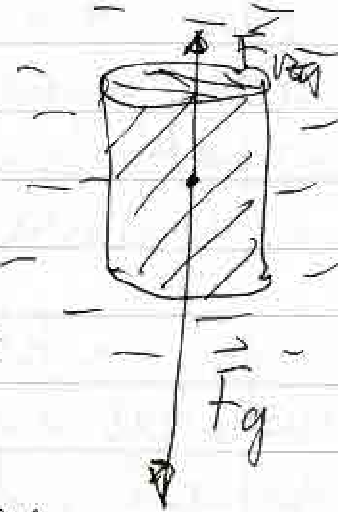
pojavi se razlika sil zaradi hidro. tlaka, ki kaže navzgor. To je vzgon.

Silo vzgona najlažje pojasnimo z Arhimedovo razlago.



valj iz tekočin

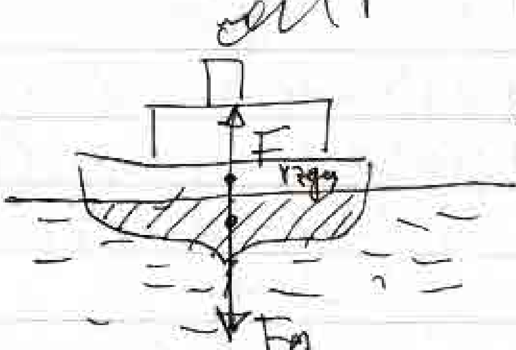
zamenjamo z enakim valjem iz snovi



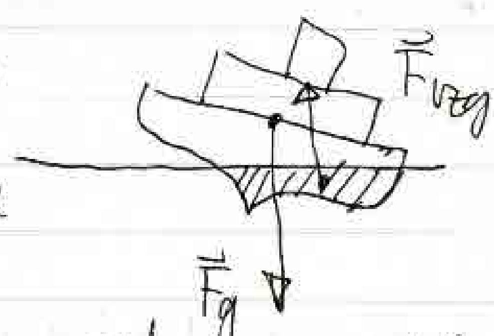
Samo tekočina. Namišljeni valj iz tekočine miruje. Sila teže valja je enaka sili vzgona.

Sila vzgona je enaka kot prej saj se ni nič spremenilo v bližini valja

Od tu sledi sklep: sila vzgona je enaka sili teže izpodrinjene tekočine in prijemlje v njenem težišču. To je pomembno za plavanje in stabilnost plavajočih teles.

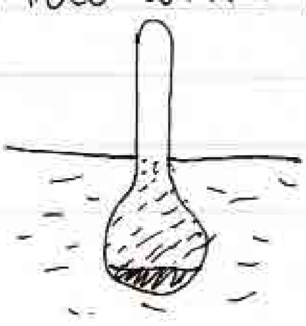


ladja se nagne



Sila vzgona deluje kot stabilizator plavajočega telesa.

Areometri: merilnik gostote tekočine

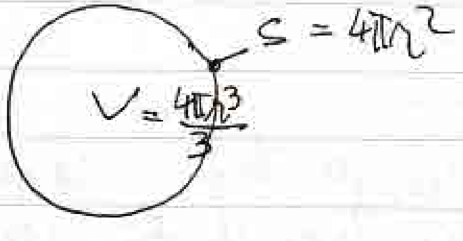


sila teže izpodr. tekočine je enaka F_g areometra

3.2. Površinska napetost tekočin

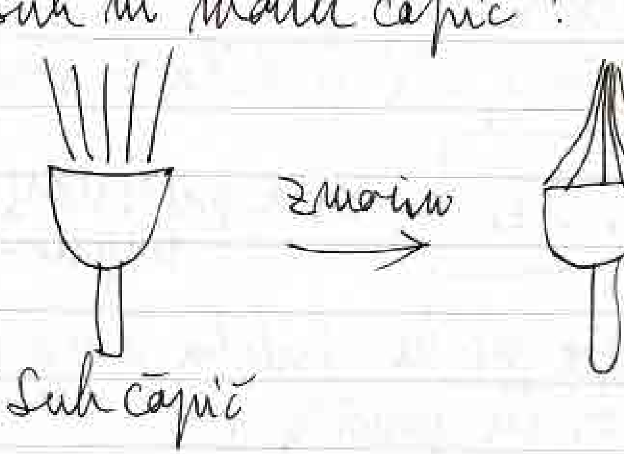
Kot smo omenili, tekočine spontano tvorijo površino. To je meja med tekočino in okolico. Okolica je lahko plin (kaplja vode v zraku) ali druga tekočina (kaplja vode v olju). Opazimo, da želijo tekočine minimizirati svojo površino, to vidimo v naslednjih primerih:

a) Kaplja tekočine v breztežnem stanju (vesoljska postaja) lebdi in ima obliko krogle.



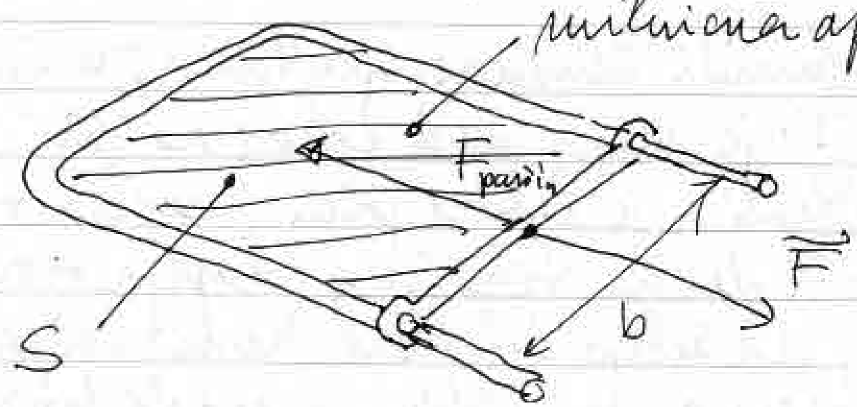
Pri danem volumnu (in masi) je krogelna površina najmanjša.

b) Suh in moker čopič:



moker čopič: dlake se zlepijo zaradi vodne plasti, ki obdaja dlake.

c) poskus z milnično opno:



Napnemo milnično opno na okvir z gibljivo prečko. Ugotovimo, da rabimo določeno silo $\vec{F}$, da držimo prečko v ravnovesju:

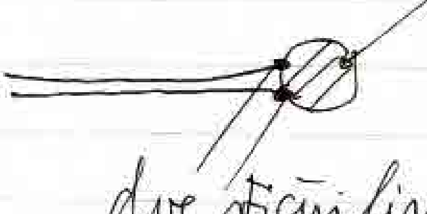
$$\boxed{\vec{F} + \vec{F}_{površ} = 0}$$

Očitno opna deluje na prečko v nasprotni smeri s silo površinske napetosti. Ta sila poskuša zmanjšati S.

S poskusom ugotovimo, da je sila F sorazmerna z:

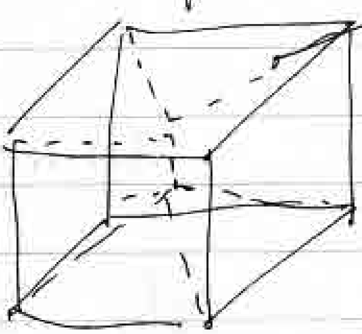
$$\boxed{F = \gamma \cdot 2b}$$ Sila površinske napetosti

b je dolžina gibljive prečke, faktor 2 pa je zato, ker imamo dve stični površini:



Sila površinske napetosti je sorazmerna z:
γ ..... površinska napetost [N/m] ali [sila/dolžina]
2b ..... dolžina stičnega linije milnične opne

Telesi z različnimi oblikami in napetimi milničnimi opnami:

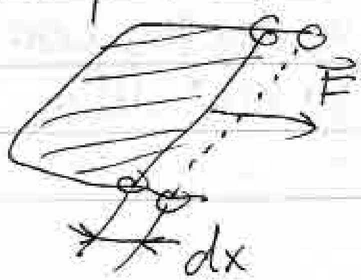


tvorijo se različne površine z minimalnimi površinami. Zelo atraktivno!

Pomembno: Sila zaradi površinske napetosti je konstantna, ni odvisna od "raztezka". Torej se milnična opna ne obnaša kot elastično sredstvo podvrženo zakonu:

$$\boxed{F_{pov} = \text{konst. za razliko } F_{vzmet} = k \cdot x}$$

Površinsko napetost je lahko definiramo tudi preko dela, ki ga opravimo pri tvorbi površine:



$$dA = F \cdot dx = F_{pov} \cdot dx =$$
$$= \gamma \cdot \underbrace{2b \cdot dx}_{dS} = \gamma \cdot dS$$

Tako je površinska napetost tudi definirana kot delo za tvorbo enote površine:

$$\boxed{\gamma = \frac{dA}{dS}}$$

dA .... delo, potrebno za tvorbo površine.

Poleg površinske napetosti vpeljemo še površinsko energijo:

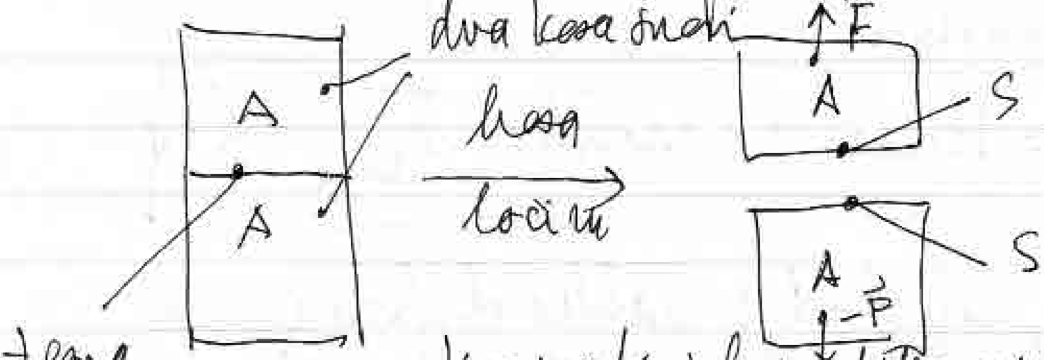
$$dW_{po} = dA + dQ$$

dA ... delo za tvorbo dS površine

$$\boxed{dW_p = \gamma \cdot dS + dQ}$$

dQ .... toplota, ki se sprejme ali odda pri tvorbi dS

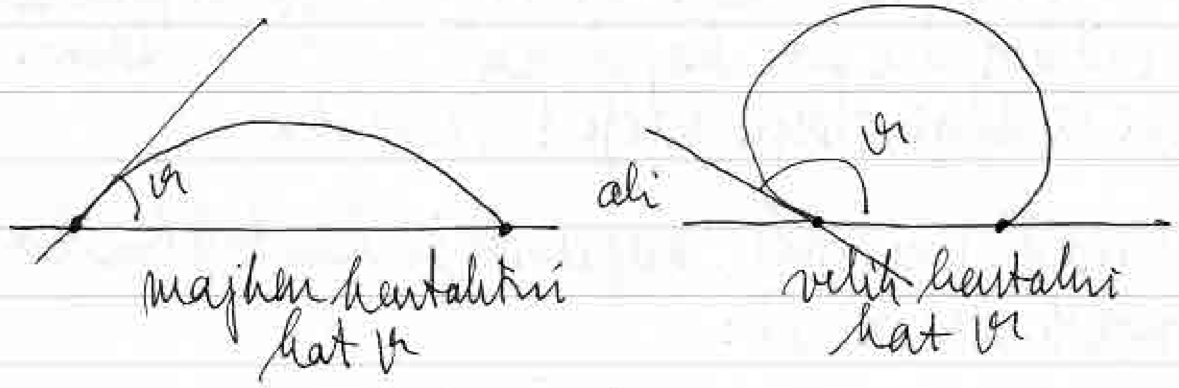
Od kod izvira površinska energija? Ugotovimo, da rabimo za tvorbo površine vedno nekaj dela:



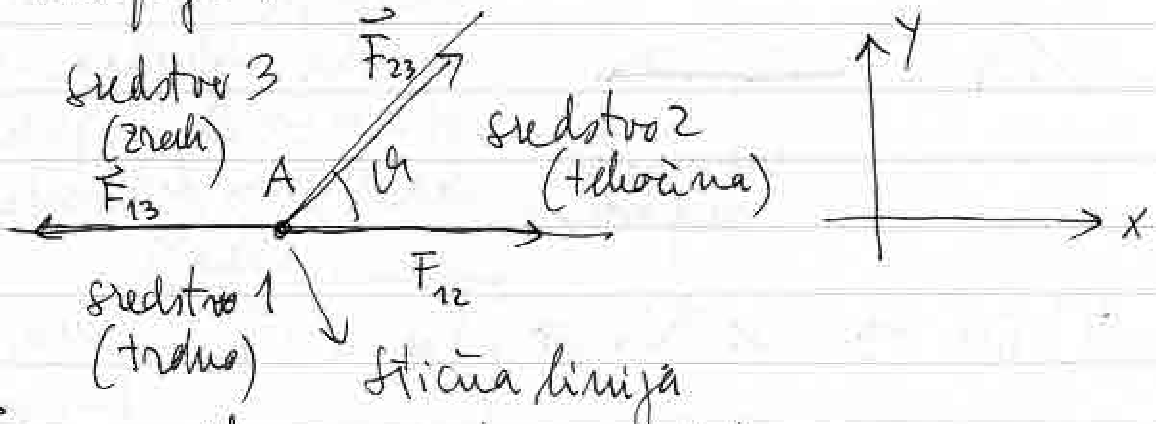
Ko material razdelimo na dva dela, moramo porušiti vezi ali sile med atomi v enem in drugem kosu. Za to rabimo energijo ali delo.

3.3. Kontaktni kot tekočine in Youngova enačba

Površinska napetost je povezana z obliko kapljice, ki jo ima kapljica tekočine na neki podlagi, na primer steklu:



Videli bomo, da je ϑ merilo za površinsko napetost tekočine na podlagi. Poglejmo rob kapljice:



F_{ij} ... sila površinske napetosti med i in j:
Na linijo A dolžine b delujejo 3 sile, ki so v ravnovesju:

$$F_{12} + F_{23} \cdot \cos\vartheta - F_{13} = 0$$

ravnovesje v x-smeri

$\gamma_{12}\cdot b + \gamma_{23}\cdot b\cdot\cos\vartheta = \gamma_{13}\cdot b \quad /:b$

Youngova enačba $\boxed{\cos\vartheta = \frac{\gamma_{13}-\gamma_{12}}{\gamma_{23}}}$

γ_{12} ... pov. napetost trdno–tekoče

γ_{13} ... pov. nap. trdno–zrak

γ_{23} ... pov. napetost tekoče–zrak

Površinska napetost ima torej 2 indeksa, ker pove kaj je na levi in desni strani meje! Pomembno.

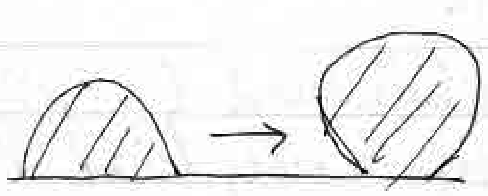
Zaradi površinske napetosti je kontaktni kot velik ali nizek:

$\vartheta<\pi/2 \Rightarrow \cos\vartheta>0 \Rightarrow \boxed{\gamma_{13}>\gamma_{12}}$ energija meje 1–3 je visoka

energijsko ugodno!

energija meje 1–2 je nizka. Skupna energija se zniža če 2 prevlada nad 3 → tekočina omoči

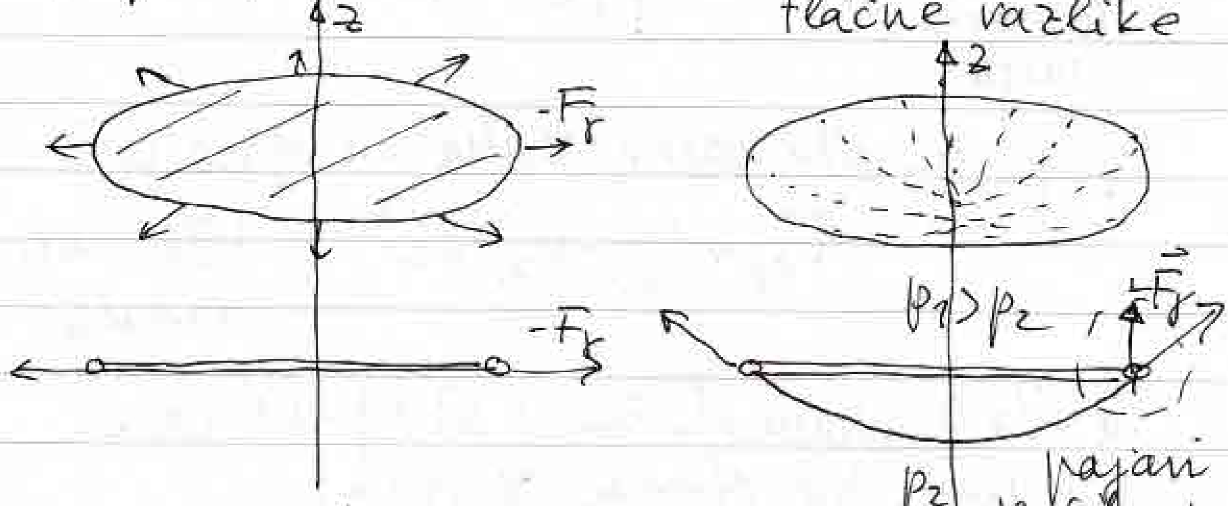
$\vartheta>\pi/2 \Rightarrow \cos\vartheta<0 \Rightarrow \boxed{\gamma_{13}<\gamma_{12}}$ energija 1–2 je visoka, zato gre kapljica skup



3.4. Laplaceov tlak zaradi ukrivljene površine in kapilarni dvig tekočine

ravna opna napeta na obroč:

ukrivljena opna → zaradi tlačne razlike



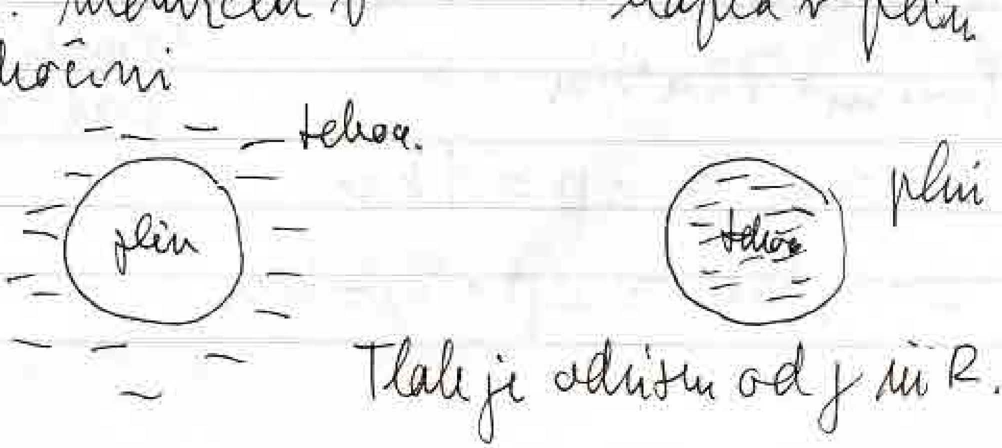
pojavi se sila v z-smeri!

Če med eno in drugo površino opne ustvarimo tlačno razliko

$$\Delta p = p_1 - p_2$$

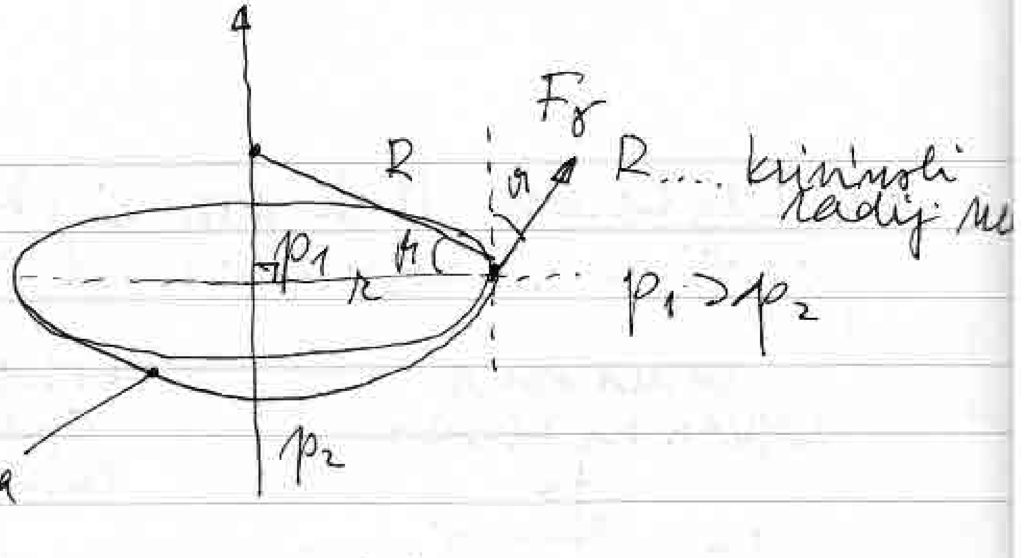
se bo opna ukrivila in imela krivinski radij R. Sklepamo lahko obratno: če je meja ukrivljena, se pojavi razlika tlakov na eni in drugi strani meje. To je Laplaceov tlak zaradi ukrivljenih površin:

Primer: mehurček v tekočini kapla v plinu



Tlak je odvisen od γ in R.

Slika:



$p_1 > p_2$ in sila zaradi tlaka na opno je:

$$F_{\Delta p} = (p_1 - p_2) \cdot \pi r^2$$ sila kaže vzdolž $-z$

Ta sila je uravnotežena s silo površinske napetosti po obodu obrisja:

$$F_z = F_\gamma \cdot \cos\vartheta = 2\pi r \cdot \gamma \cdot \cos\vartheta \cdot 2$$ (dve površini)

računanje: $F_z = F_{\Delta p}$

$$2 \cdot 2\pi r \cdot \gamma \cdot \cos\vartheta = (p_1 - p_2) \cdot \pi r^2 \quad / \cos\vartheta = \frac{r}{R}$$

$$\frac{4\gamma \cdot r}{R} = (p_1 - p_2) \cdot r \Rightarrow \boxed{p_1 - p_2 = \frac{4\gamma}{R}}$$

Laplaceov tlak zaradi ukrivljenosti površine.

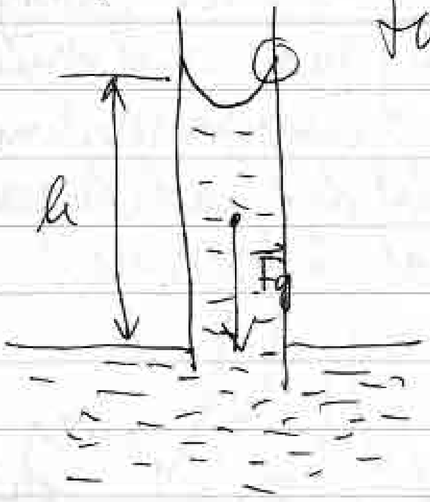
Tlak v mehurčku v vodi:

$\gamma_{voda/zrak} = 72\, mN/m$

$R = 3\,\mu m \Rightarrow \Delta p = 1\, bar$

$R = 0{,}3\,\mu m \Rightarrow \Delta p = 9{,}4\, bar$

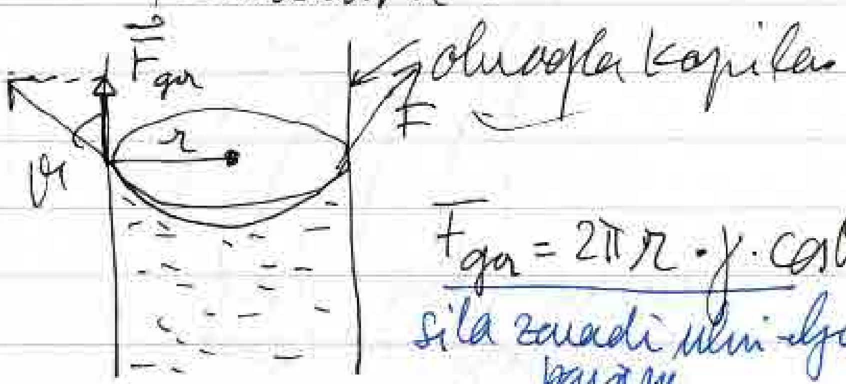
Posledica površinske napetosti je kapilarni dvig tekočine v tankih kapilarah:



tekočina "moči" steno in se dvigne za h od gladine.

⇓

sila teže stolpca F_g je enaka sili površinske napetosti po zgornjem menisku:



$$\underline{F_{gor} = 2\pi r \cdot \gamma \cdot \cos\vartheta}$$

sila zaradi ukrivljene površine

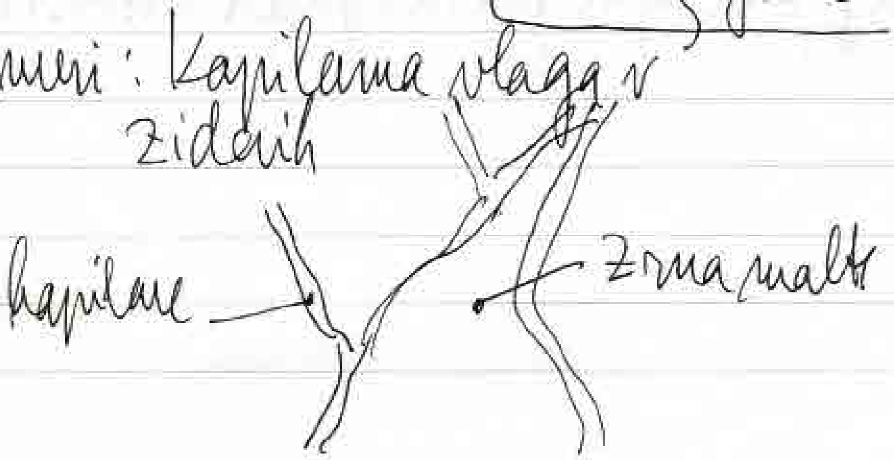
$$F_{gor} = F_g \Rightarrow 2\pi r \cdot \gamma \cdot \cos\vartheta = m \cdot g = \rho \cdot S \cdot h \cdot g$$

$$2\cancel{\pi}\cancel{r}\gamma \cdot \cos\vartheta = \rho \cdot \cancel{\pi} r^2 \cdot h \cdot g$$

$$\boxed{h = \frac{2\gamma \cdot \cos\vartheta}{\rho g r}}$$

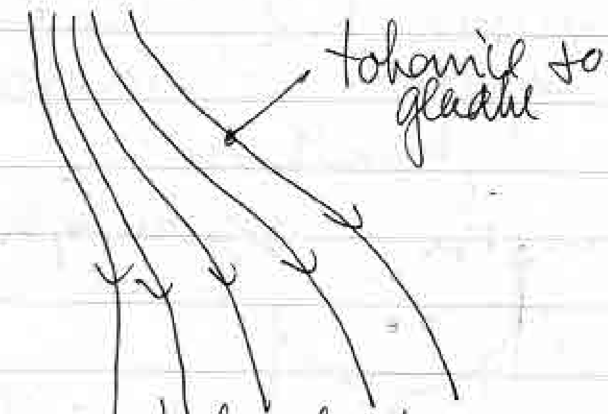
čim manjši je r, tem bolj se tekočina dvigne

Primeri: kapilarna vlaga v zidovih

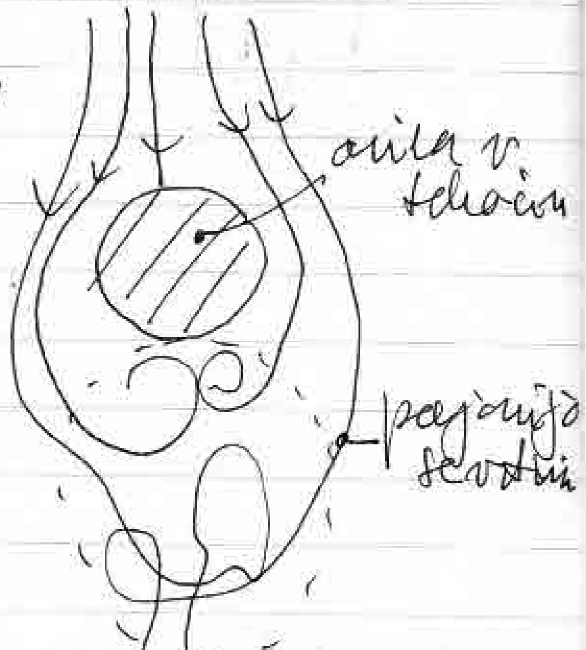


3.4. Kontinuitetna in Bernoullijeva enačba

Sedaj pa obravnavamo gibanje tekočine. Gibanje ali tok tekočine si predstavljamo s tokovnicami. Tokovnice so trajektorije (tiri) gibanja majhnih delov tekočine. Glede na obliko razlikujemo laminarni in turbulentni tok tekočine:



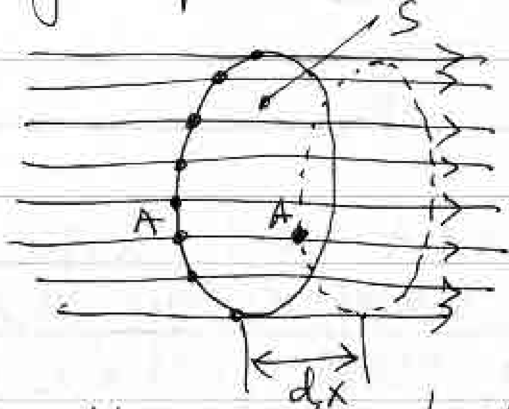
laminarni tok: kot lepo počesani lasje. Ni vrtincev.

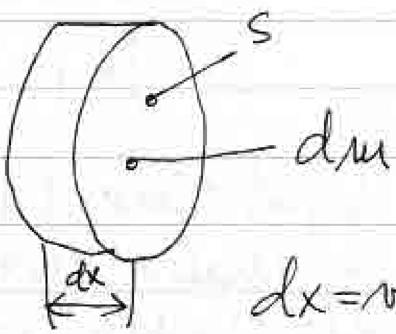


turbulentni tok tekočine kaže vrtinčenje tekočine.

V nadaljevanju obravnavamo laminarni tok tekočine, ki je običajen pri majhnih hitrostih tekočine!

Mislimo si gladke tokovnice, ki gredo skozi namišljeno ploskev S:





$dx = v \cdot dt$

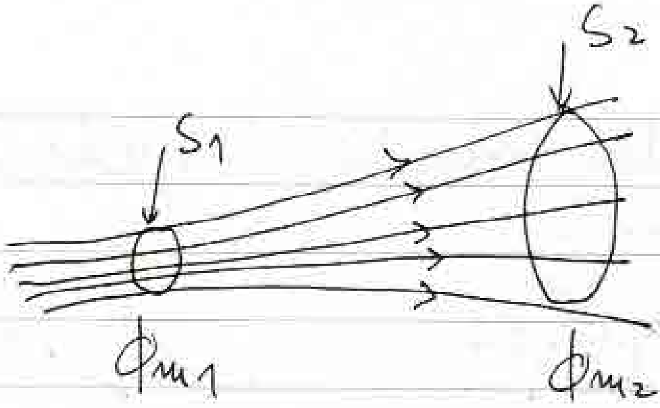
v času dt se vsaka točka A v tekočini premakne za dx. Skozi ploskev S je šla določena masa snovi (kot zobna pasta iz tube)

$$dm = \rho \cdot dV = \rho \cdot S \cdot dx = \rho \cdot S \cdot v \cdot dt$$

Masni pretok skozi ploskev S je torej:

$$\boxed{\Phi_m = \frac{dm}{dt} = \rho \cdot S \cdot v}$$

Poglejmo, kaj se zgodi s tokom tekočine, če so tokovnice neenakomerne, recimo da se razširijo:



Ugotovimo, da je količina mase, ki gre skozi S_1 enaka kot tista masa, ki gre skozi S_2. Ali drugače povedano, masna pretoka sta enaka:

$$\Phi_1 = \Phi_2$$

$$\boxed{\rho_1 \cdot S_1 \cdot v_1 = \rho_2 \cdot S_2 \cdot v_2}$$

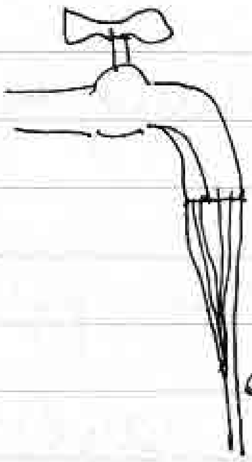
To je kontinuitetna enačba

Za tekočine običajno velja, da so nestisljive, torej je $\rho_1 = \rho_2$ in iz tega sledi:

$$\boxed{S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2}$$

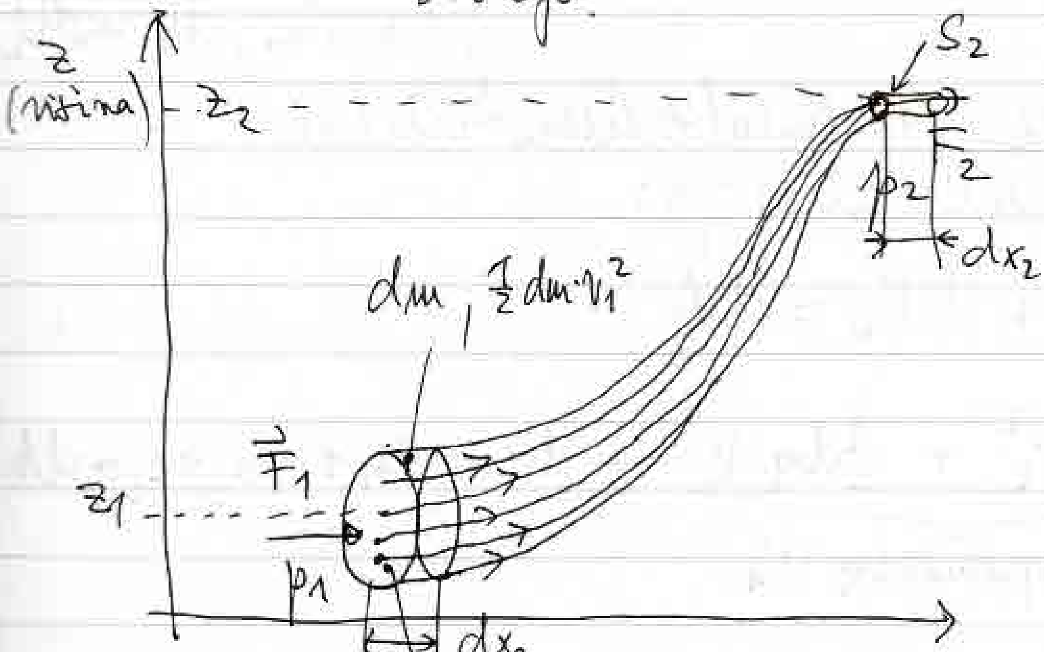
Enostavna oblika kont. enačbe. Če se S zmanjša, se v poveča.

Goste tokovnice pomenijo velike hitrosti. To vidimo pri vodi, ki teče iz pipe:



← tu je hitrost vode večja, ker dlje časa prosto pada!

Poleg kontinuitetne enačbe, ki obravnava tok tekočine pri konstantnem hidrostatskem tlaku imamo še eno enačbo za tok tekočine, kiji pravimo Bernoullijeva enačba: mislimo si neenakomerno cev s tekočino, kijo potiskamo v tok, obenem pa je en konec višji kot drugi:



Tekočino moremo od spodaj potiskati s silo $\vec{F}_1$, ki ustvarja ustrezen tlak, da tekočina teče gor, Na spodnjem delu sila $\vec{F}_1$ opravlja delo, saj tekočino potisne gor:

$$dA_1 = +F_1 \cdot dx_1 = p_1 \cdot S_1 \cdot dx_1 = p_1 \cdot dV_1$$

Na zgornjem delu teče tekočina in naslednji cevi delu in oddaja delo:

$$dA_2 = -F_2 \cdot dx_2 = -p_2 \cdot S_2 \cdot dx_2 = -p_2 \cdot dV_2$$

Skupno je delo ki ga dobi tekočina:

$$dA = dA_1 + dA_2 = +p_1 dV_1 - p_2 \cdot dV_2 = (p_1 - p_2) dV$$

nestisljiva, $dV_1 = dV_2$

To delo gre v spremembe kinetične in potencialne energije:

$$dW_k + dW_p = dA$$

$$\underbrace{-\frac{1}{2} dm_1 v_1^2 + \frac{1}{2} dm_2 v_2^2}_{\text{sprememba } W_k} - dm_1 \cdot g \cdot z_1 + dm_2 g z_2 = dA$$

$dm_1 = dm_2$

$-\cancel{\frac{1}{2} dm}$

$$\frac{1}{2} dm \left(v_2^2 - v_1^2\right) + dm\, g (z_2 - z_1) = (p_1 - p_2) \cdot dV \quad / : dV$$

$$= +\frac{1}{2}\overbrace{\frac{dm}{dV}}^{=\rho}(v_2^2 - v_1^2) + \overbrace{\frac{dm}{dV}}^{=\rho} g(z_2 - z_1) = p_1 - p_2$$

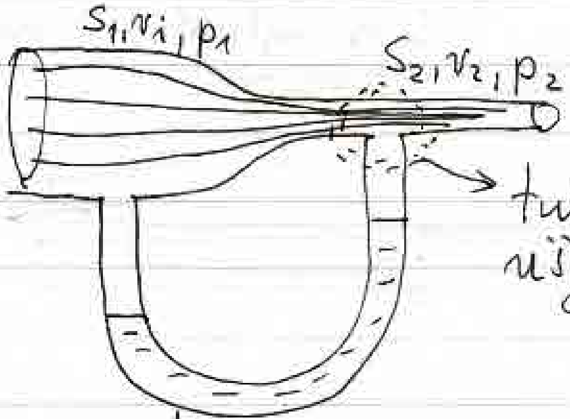
$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_2 - \rho g z_1 = p_1 - p_2$$

$$\boxed{p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2}$$

Bernoullijeva enačba.

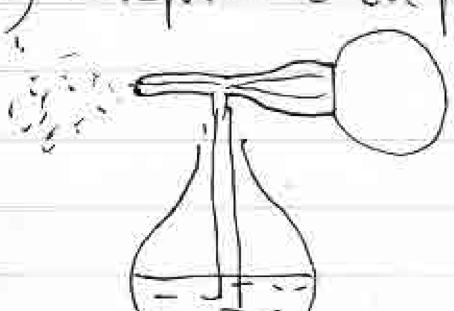
Poskusi za ilustracijo Bernoullijeve enačbe

a). Venturijeva cev:



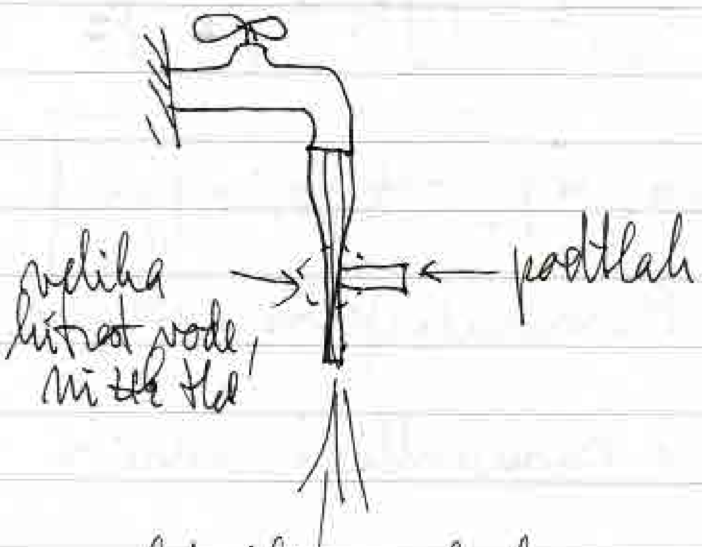
tukaj je hitrost višja, zato tlak pade

b) Razpršilec za parfume:

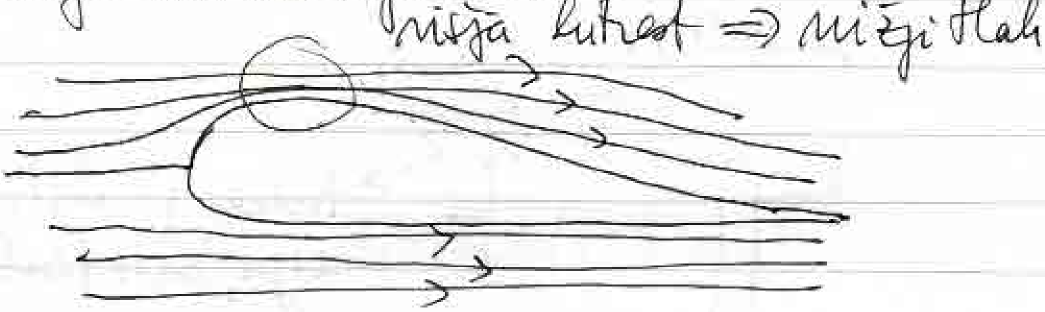


c) ~~vodna~~ vakuumska črpalka za laboratorij

V laboratoriju so zelo priročne vakuumske črpalke, ki delujejo na vodo:



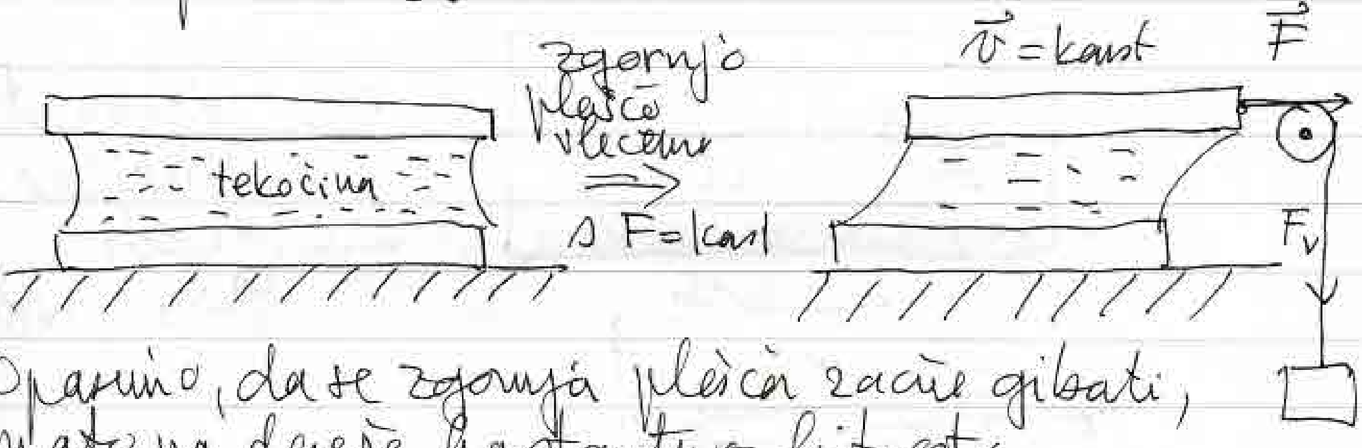
d) vzgon letalskega krila:



3.5. Viskoznost in upor v tekočinah

Viskoznost tekočin je pomembna fizikalna lastnost tekočin, ki je pomembna tudi z vidika praktične uporabe pretoka tekočin po cevi, mazanju strojev in podobno.

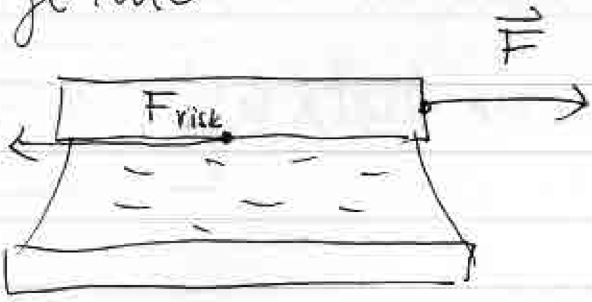
Naredimo poskus, s katerim pokažemo viskoznost medu. Vzamemo dve ravni plošči, vmes pa damo nekaj medu, da zapolni prostor med ploščama:



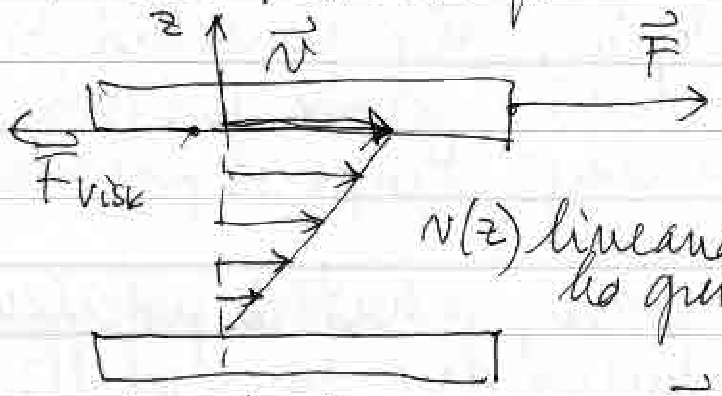
Opazimo, da se zgornja plošča začne gibati, nato pa doseže konstantno hitrost:

v_{pl} = konst $\Rightarrow$ vsota vseh sil na zg. ploščo je nič

Torej mora na ploščo delovati še ena sila, ki nasprotuje vlečni sili. To je sila viskoznosti.



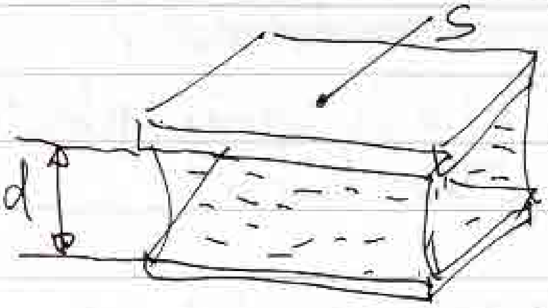
Najenostavnejši hitrostni profil: tekočina ob ploščah miruje. Torej je hitrost tekočine spodaj nič, zgoraj pa enaka hitrosti plošče:



Sila viskoznosti ali strižna sila F_{visk} je sorazmerna z:

$$\boxed{\frac{F_{visk}}{S} = \frac{v}{d} \cdot \eta}$$

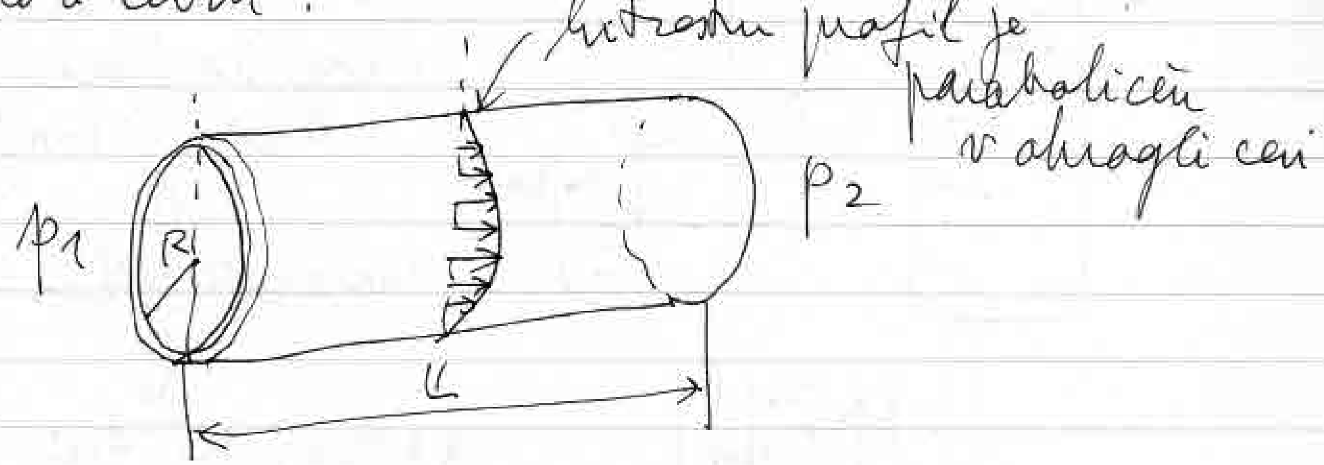
η .... viskoznost tekočine.
S .... presek stične plošče



Enota za viskoznost: $\eta = \frac{F}{S} \cdot \frac{d}{v} \left[\frac{N}{m^2} \cdot \frac{\cancel{m}\, s}{\cancel{m}} \right] =$

Stara enota je $\boxed{1 \text{ Poise} = 0{,}1 \text{ Pa} \cdot s}$ $\left[\frac{N}{m^2} \cdot s \right] = [Pa \cdot s]$ paskal sekunda.

Viskoznost tekočin je pomembna pri mazivih (oljih) za delovanje strojev. Recimo avtomobilski motor mora imeti olje ustrezne viskoznosti. Diesel motorji drugačna olja od bencinskih. Olje za menjalnike ipd. Olje za šivalni stroj.
Viskoznost je pomembna za pretok tekočin po cevi:



Izračun pokaže, da je masni pretok tekočine po cevi odvisen od:

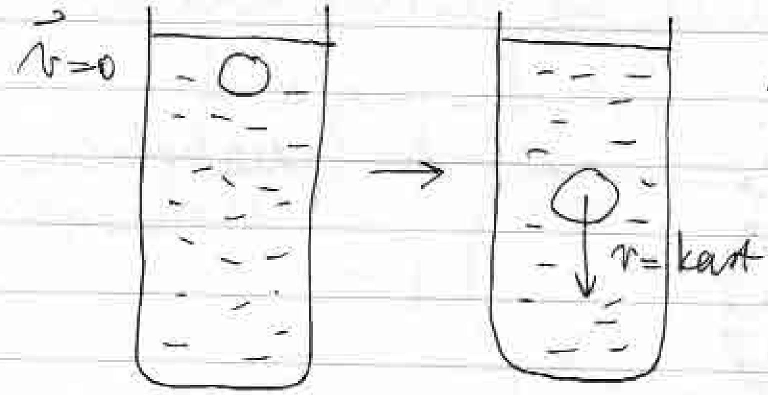
$$\boxed{\Phi_m = \frac{dm}{dt} = \frac{\pi \cdot \rho}{8 \eta L}(p_1 - p_2) \cdot R^4}$$

Pomembna je R^4!! 10x večji premer $\Rightarrow 10^4$x večji pretok!

Pomembno za laboratorije!! Mikrofluidika

Sila upora zaradi gibanja teles v tekočinah

Poglejmo primer kroglice, ki jo spustimo da pada v glicerin.



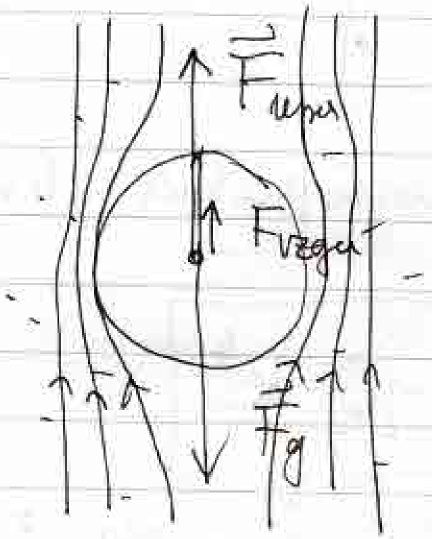
ugotovimo da kroglica pada s konst. hitrostjo

$\Downarrow$

rezultanta sil je 0

$\Downarrow$

nasprotni sili teži deluje sila upora zaradi gibanja po tekočini (tudi F_{vzgona} upoštevamo)



Poznamo dva "režima" oziroma zakona o sili upora:

a) linearni zakon upora pri majhnih hitrosti gibanja:

$$\boxed{F_{upor} = 6\pi R \eta \cdot v}$$

za kroglico.
Stokesov zakon.

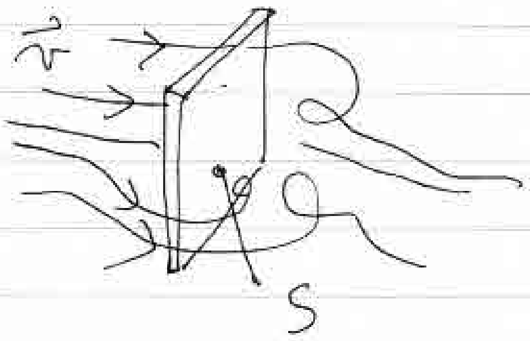
V tem izrazu nastopa viskoznost tekočine η in hitrost v linearno.

b) Kvadratni zakon upora:

$$\boxed{F_u = \frac{1}{2} C_u \cdot \rho \cdot v^2 \cdot S}$$

C_u ... koef. upora (od oblike telesa)
S ... presek, površina

Ta zakon sledi iz Bernoullijeve enačbe



Ali velja linearni ali kvadratni zakon odloča Reynoldsovo število:

$$\boxed{Re = \frac{2R\rho \cdot v}{\eta}}$$

$Re < 0{,}5 \Rightarrow$ linearni zak.
$Re > 10^3 \Rightarrow$ kvadratni zakon upora.

4. TOPLOTA

4.1. Temperatura

S pojmom temperature označujemo stanje teles, oziroma snovi. Temperaturo definiramo takole: temperaturi dveh teles, ki sta v toplotnem ravnovesju, sta med seboj enaki.

Razpon temperature:

a) pogoj za obstoj življenja → človeško telo se termostatira, temperaturo uravnava na 0,1°C.

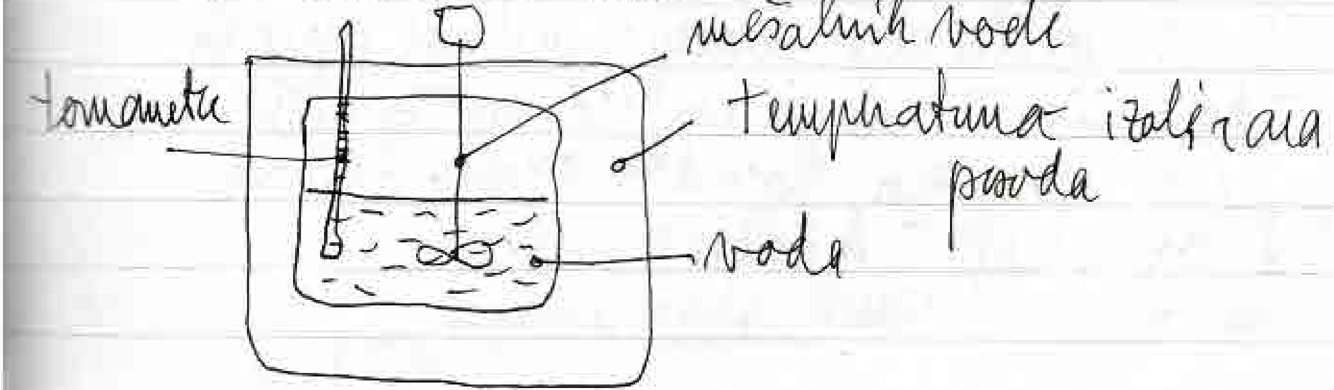
b) temperature okolice: od -50°C → +50°C

c) ekstremne temperature: 10^6 za fuzijo jeder, 10^{-6} K hladni atomi.

Pogledali bomo, s čim spreminjamo temperaturo teles, kako merimo temperaturo.

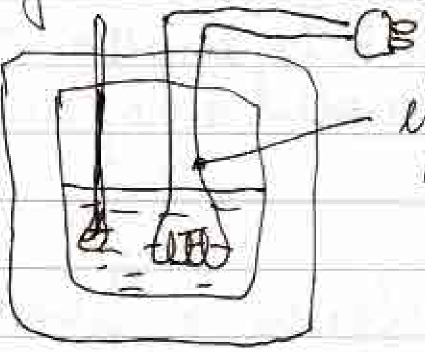
Spreminjanje temperature teles:

a) Dovajamo zunanje delo, npr. mehansko ali električno delo



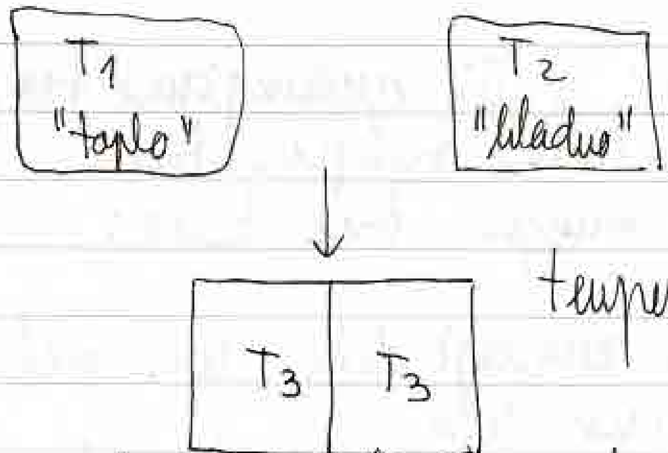
Z mešalom dovajamo mehansko delo in to energijo pretvarjamo v notranjo energijo vode. Zaradi viskoznega trenja se temperatura vode poviša.

Dovajamo lahko električno delo:



Grelec se zaradi gibanja elektronov v grelni žici segreje, oddaja toploto vodi, temperatura se poveča.

b) Dovajanje toplote: telo damo v stik/mešanico z drugim telesom, ki ima drugačno temperaturo. Opazimo, da se čez čas temperaturi obeh teles izenačita.



temperaturi se izenačita.

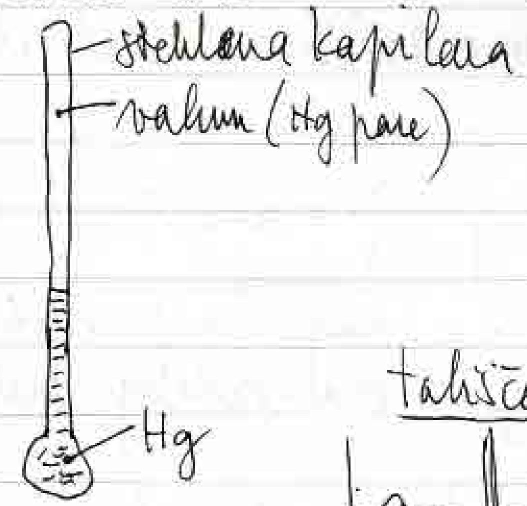
Trdimo, da med telesoma prehaja toplota. Telo z višjo T oddaja toploto, telo z nižjo temp pa jo sprejema. Toplota vedno teče od telesa z višjo T k telesu z nižjo T.

Temperaturo teles torej spreminjamo tako da:
- dovajamo ali odvzemamo delo A
- dovajamo ali odvzemamo toploto Q

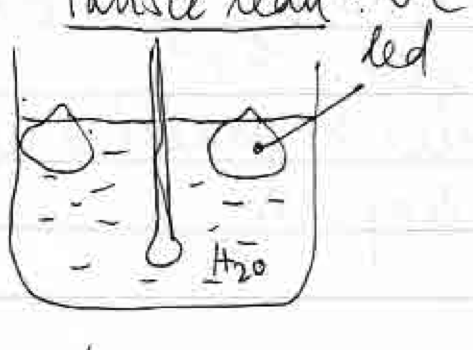
A .... delo [J]
Q .... toplota [J]

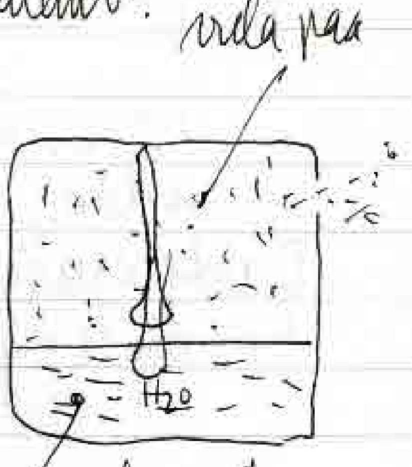
Kako merimo temperaturo teles: s termometri.
Termometer mora priti v toplotno ravnovesje s telesom, katerem merimo temperaturo.

Vsak termometer deluje na principu spreminjanja določene lastnosti snovi. Primer: Hg termometer ali alkoholni termometer:



Vsak termometer umerimo. Za referenčne točke vzamemo temperature faznih sprememb.

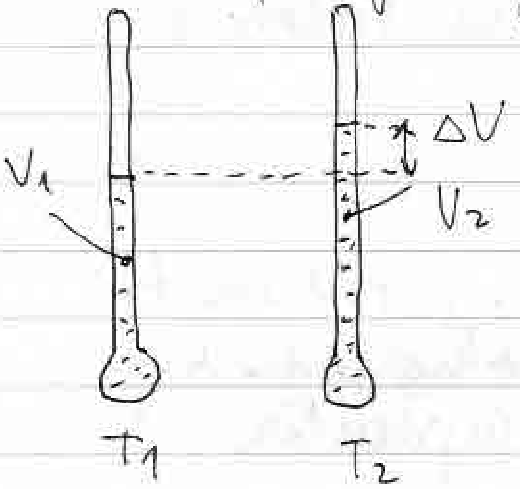




to dejansko spremljajo v eksperimentu

Dobimo Celzijevo temperaturno skalo, kije omejena na tališče ledu in vrelišče vode. Vmesni interval razdelimo na 100 delov.

Uporabljamo dejstvo, da se snov običajno razteza, ko jo segrevamo: n.pr. tekočine



$T_2 > T_1$

Velja linearna zveza:

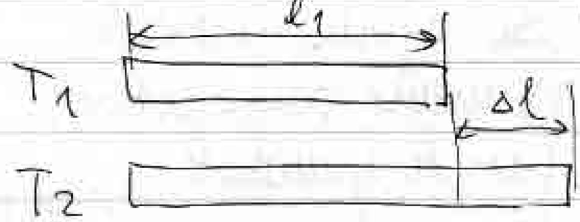
$$\boxed{\frac{\Delta V}{V_1} = \beta \cdot \Delta T}$$

β.... temp. koeficient prostorn. raztezka.

Velikosti β: glicerin $\beta = 4{,}9 \cdot 10^{-4}\,K^{-1}$

Hg $\beta = 1{,}8 \cdot 10^{-4}\,K^{-1}$

Pri trdnih telesih navajamo dolžinski raztezek



$$\boxed{\frac{\Delta l}{l_1} = \alpha \cdot \Delta T}$$

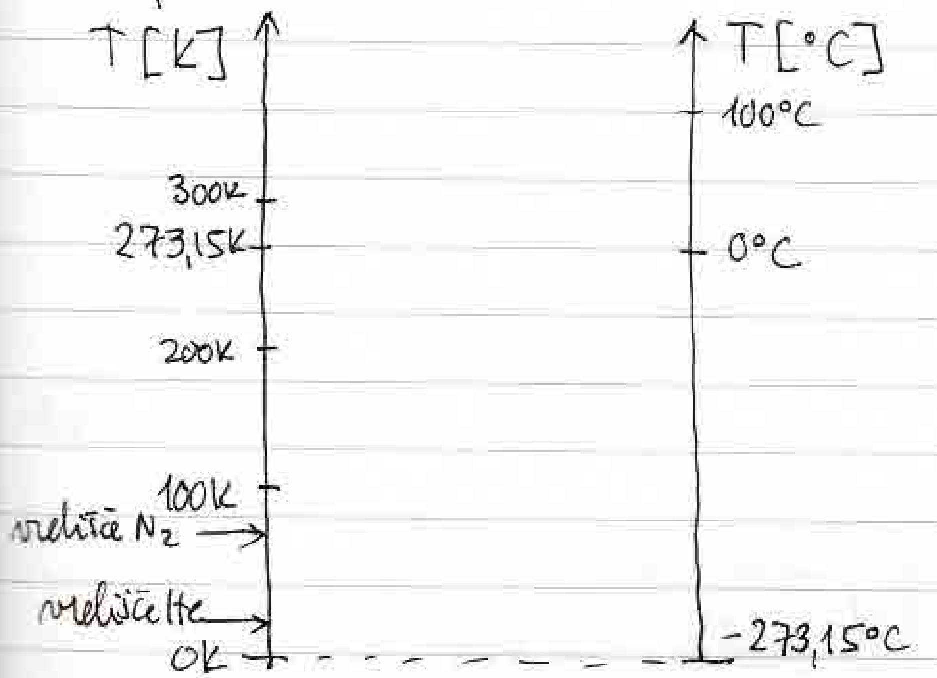
α .... temp. koeficient dolžinskega raztezka

Al ... $\alpha = 2{,}4 \cdot 10^{-5}\,K^{-1}$

steklo ... $\alpha = 0{,}8 \cdot 10^{-5}\,K^{-1}$

Raztezanje teles je pomembno upoštevati pri konstrukciji naprav.

Celzijeva temperaturna skala je praktično uporabna zaradi enostavne izvedbe dveh referenčnih temperatur (0°C in 100°C). V fiziki je pomembna in se vedno uporablja absolutna ali Kelvinova temperaturna skala:



vrelišče He: 4,2 K

vrelišče N_2: 78 K

vrelišče O_2: 90,18 K

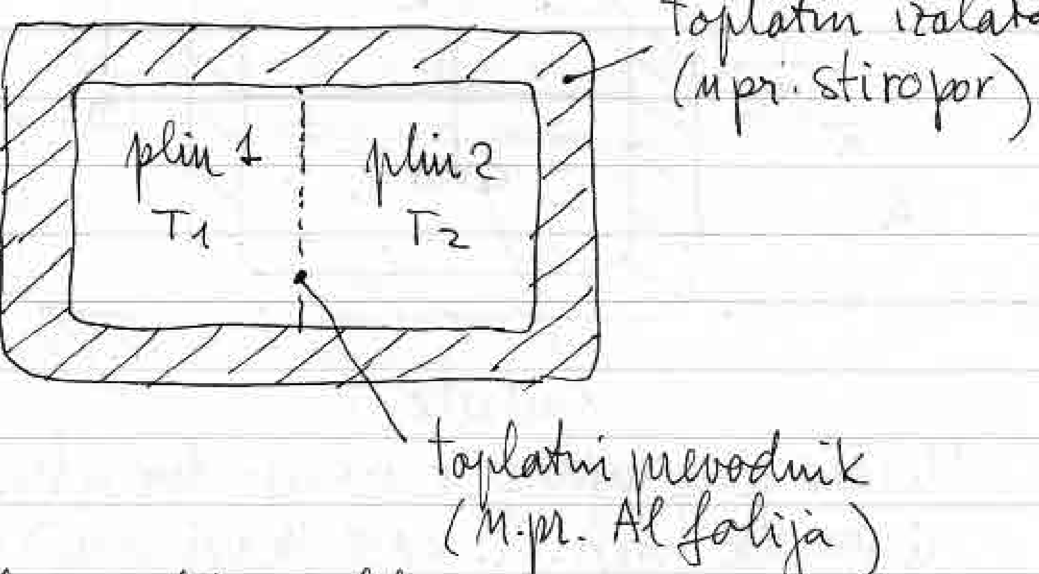
tališče Au: 1336,15 K

4.2. Prvi zakon termodinamike: toplota, delo, notranja energija in specifična toplota.

Najprej bomo definirali nove fizikalne količine:

<u>Toplota</u>: toplota je energija, ki se prenaša med telesi, ki so v toplotnem stiku in imajo različne temperature. Toplota vedno prehaja s telesa z višjo temperaturo na telesa z nižjo temperaturo.

Naredimo (miselni) poskus:



Toplejši plin se ohlaja, hladnejši se segreva. Recimo, da se notranja energija plina 1 zmanjša, notranja energija plina 2 pa zviša zaradi prenosa toplote:

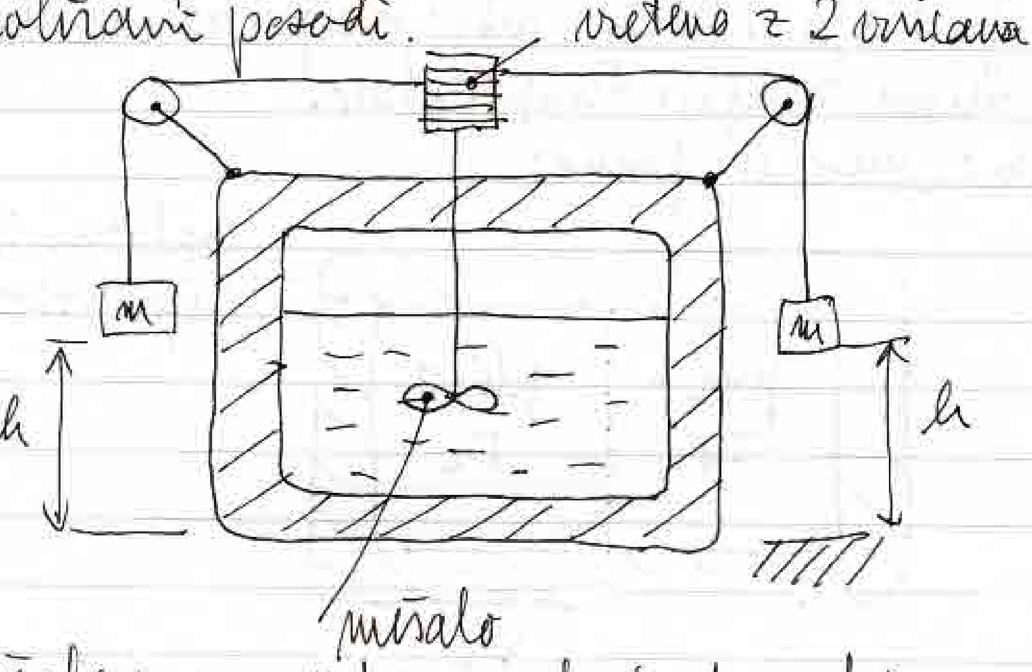
$dW_{n1} = -dQ$ oddal je toploto dQ

$dW_{n2} = +dQ$ prejel je toploto dQ

Uvedli smo torej tudi nov pojem notranje energije (W_n), ki je enolična funkcija T pri idealnem plinu. Kasneje bomo videli, kakšen je fizikalni pomen W_n pri plinu in kristalih.

Temperaturo in s tem notranjo energijo lahko spreminjamo tudi z dovajanjem ali odvajanjem mehanskega ali drugega dela.

<u>Joulov poskus</u>: tekočino mešamo v toplotno izolirani posodi.



Mešalo poganjata v vrtenje dve uteži z maso m, ki sta na višini h. Ko se masi spuščata, vrtita mešalo, ki prek viskoznosti (trenja) dovaja delo tekočini in jo greje. Potencialna energija obeh mas se pretvori v notranjo energijo tekočine. W_n se poveča, zato tudi temperatura.

V tem primeru je:

$$dW_n = +dA$$

Iz tega sklepamo, da W_n lahko spreminjamo bodisi z dovajanjem ali odvajanjem toplote Q ali dela A:

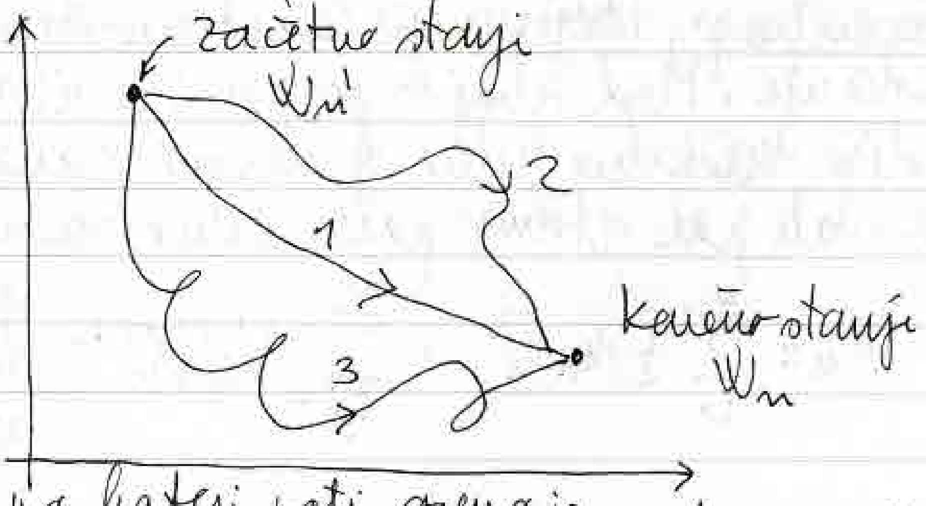
$$\boxed{W_n - W_n' = A + Q}$$ Prvi zakon termodinamike.

Včasih prvi zakon TD razširimo z dodatkom kinetične in pot. energije telesa (large-scale energy) ki ju poznamo iz mehanike:

$$\boxed{W_k - W_k' + W_p - W_p' + W_n - W_n' = A + Q}$$

Notranja energija je enolična funkcija stanja oziroma osnovnih TD spremenljivk (p, V, T). Vsakem stanju ki ga opišemo z (p, V, T) pripada ena sama, točno določena vrednost W_n.

Primer:



Ne glede po kateri poti gremo iz zač. v končno stanje, je $W_n - W_n' = \Delta W_n$ enaka.

Kaj točno sestavlja notranjo energijo snovi? To je odvisno od njene zgradbe oziroma agregatnega stanja. Pojem W_n si najlažje pojasnimo na primeru idealnega plina. To je razredčen plin, molekule so lahko enoatomne ali večatomne.
Molekule se v plinu gibljejo, translacija in rotacija, zato imajo kinetično energijo. Notranja energija plina je potem seštevek vseh W_{ni} $i = 1 \dots N$

Notranja energija plina: $W_n = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{1}{2} m_i v_i^2 + \frac{1}{2} J_i \omega_i^2 \right)$

translacija molekul

rotacija molekul.

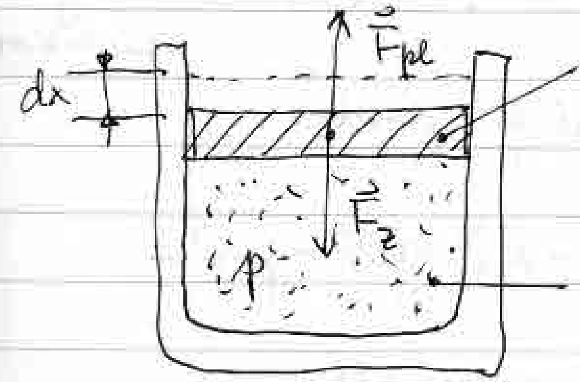
Rotacijsko energijo imajo dvo- ali večatomne molekule. Atomi plina zaradi kvantnomehanskih razlogov ne morejo imeti rotacijske energije.

Notranja energija kristala: atomi v kristalni mreži nihajo, torej imajo kinetično energijo zaradi translacije. Med sabo so povezani s silami, ki gradijo kristalno trdno strukturo. Zaradi tega ima vsak par atomov potencialno (vezano) energijo.

$$W_n = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i v_i^2 + \sum_{i,j=1}^{N} V_{ij}(\vec{r})$$

potencialna energija para atomov.

Pri delu zunanjih sil pogosto omenjamo delo sile zaradi tlaka. Poglejmo, kaj je s tem mišljeno:



na steno bata plin pritiska s silo $F_p = p \cdot S$

plin s tlakom p

Ko se bat premakne za dx, zunanja sila opravi delo (dx je nasproten sile F_z)

$$dA = -F_z\, dx = -p \cdot S \cdot dx = -p \cdot dV$$

$$\boxed{dA = -p \cdot dV}$$

Specifična toplota snovi: ločimo dve vrsti specifične toplote, pri p = konst (c_p) in pri V = konst (c_v). Če v sistem dovedemo toploto, se mu spremeni temperatura. Želimo dobiti zvezo med dovedeno toploto dQ in spremembo temperature dT.

$$Q = W_n - W_n' - A = W_n - W_n' + \int_{V'} p\,dV$$

Razlikujemo torej dve vrsti specifičnih toplot:

a) specifična toplota c_v pri $V = \text{konst.}$

$$dQ = dW_n = m \cdot c_v \cdot dT \Rightarrow Q = m \cdot c_v \cdot \Delta T \quad \text{če je } c_v = \text{konst}$$

b) specifična toplota c_p pri $p = \text{konst.}$

$$Q = W_n - W_n' + p \int_{V'}^{V} dV = W_n - W_n' + p \cdot V - p \cdot V' =$$

$$= W_n + p \cdot V - (W_n' + p \cdot V') = H - H'$$

Količino $W_n + p \cdot V = H$ imenujemo entalpija snovi.

$$dQ = dH \quad \text{če je } p = \text{konst.}$$

Specifična talilna toplota: to je količina toplote, ki je potrebna da se stali 1kg snovi iz trdnega v tekoče.

$$\boxed{Q_{tal} = m \cdot q_{tal}}$$

Led - voda: $q_{tal} = 0{,}336 \cdot 10^6 \, J\,kg^{-1}$

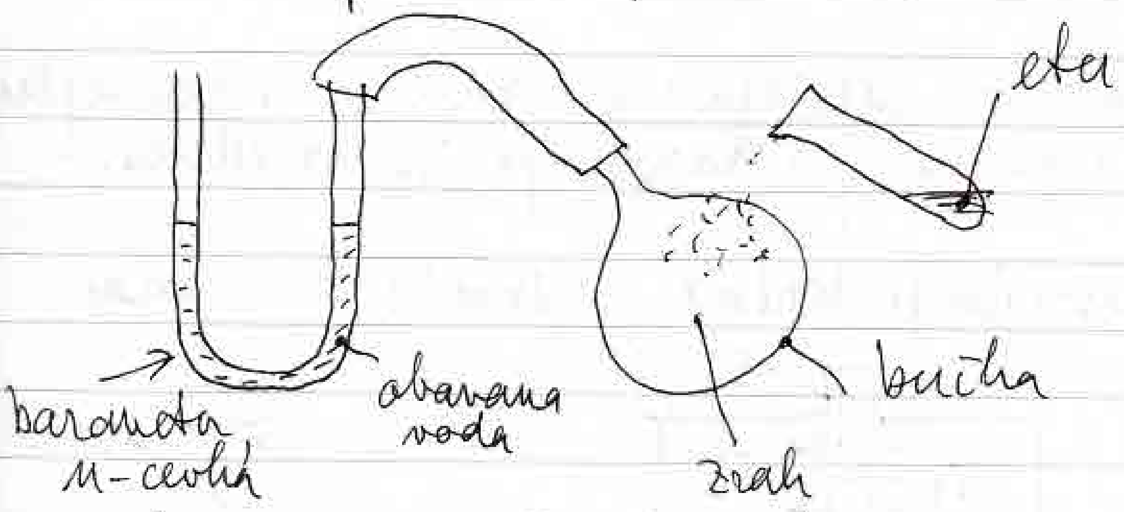
Pomembno: pri taljenju je T ves čas konstantna!

Specifična izparilna toplota: to je količina toplote, ki je potrebna za izparevanje 1kg tekočine

$$\boxed{Q_{izp} = m \cdot q_{izp}}$$

voda: $q_{izp} = 2{,}26 \cdot 10^6 \, J\,kg^{-1}$

Poskus: izparilna toplota etra

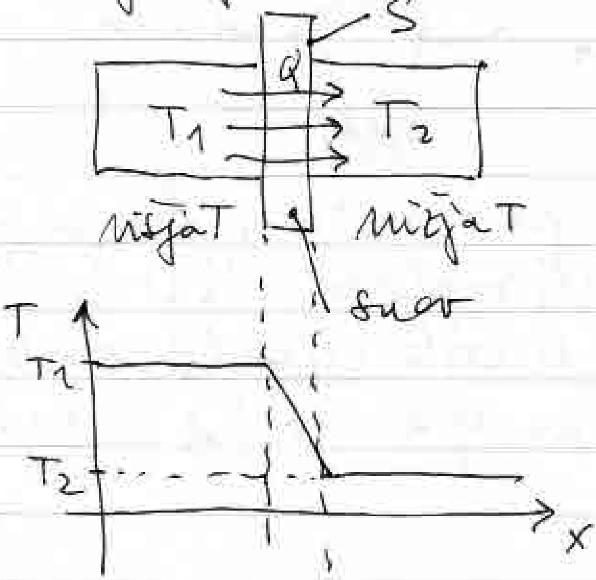


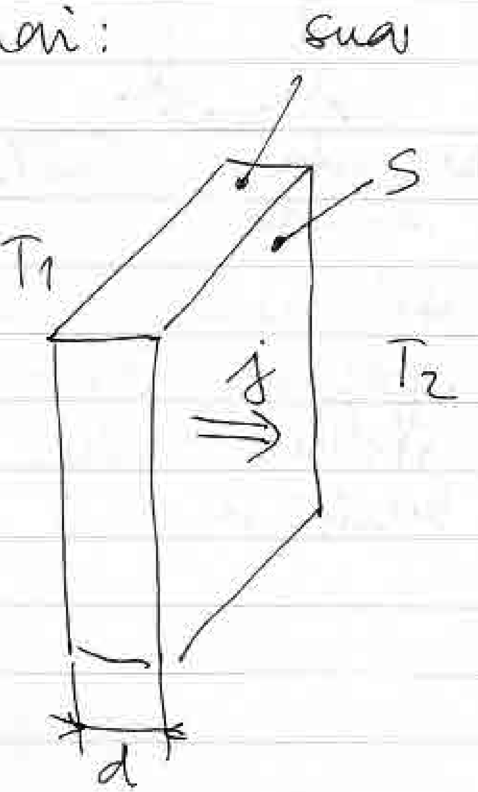
Steklena bučko polijemo z etrom, ki začne izparevati. Za to rabi toploto, ki jo dobi od steklene bučke. Ta se zato ohladi, zrak v bučki se skrči, kar opazimo na manometru.

4.3. Razširjanje toplote

Toplota se razširja na 3 načine: s prevajanjem toplote po snovi, s konvekcijo in s sevanjem.

a) prevajanje toplote po snovi:





Skozi snov teče toplotni tok

$$\boxed{j = \frac{P}{S} = \frac{dQ/dt}{S}}$$

$\frac{dQ}{dt} = P$ količina toplote ki steče skozi S v času dt.

Za prevajanje toplote velja linearna zveza:

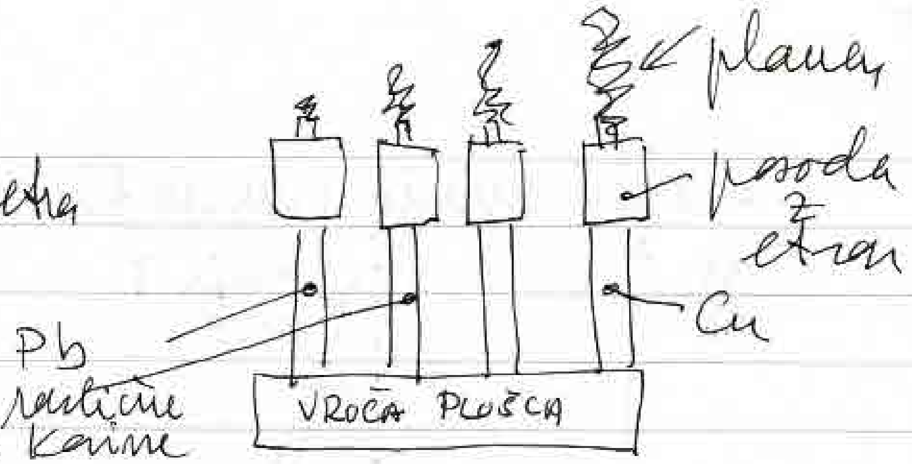
$$\boxed{j = \frac{P}{S} = \lambda \cdot \frac{\Delta T}{d} = \lambda \cdot \frac{T_1 - T_2}{d}} \quad T_1 > T_2$$

λ.... toplotna prevodnost

Cu $\lambda = 390\ W/m{\cdot}K$

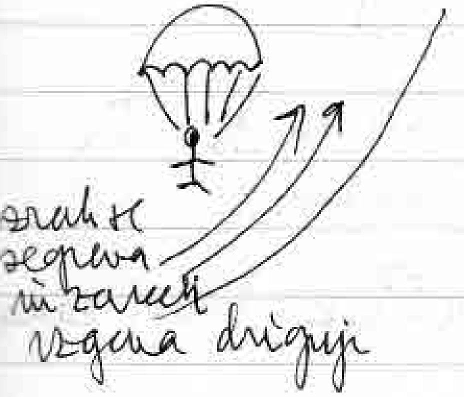
zrak $\lambda = 0{,}025\ W/m \cdot K$

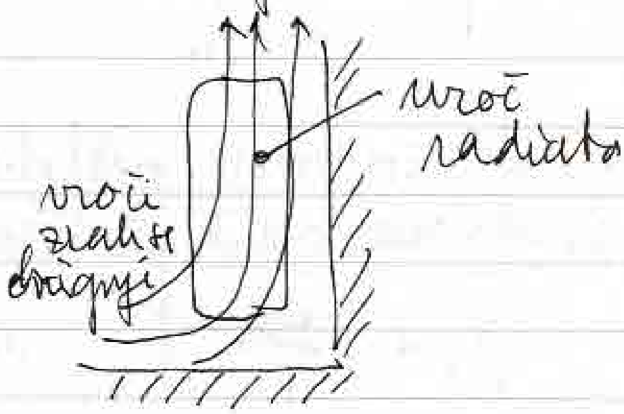
Poskus: izparevanje etra



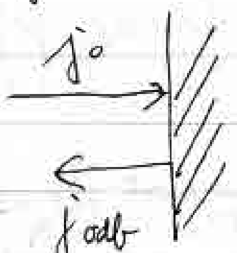
Plamen je največji tam, kjer je prevajanje toplote najboljše, to je Cu palica. Najslabši je Pb.

b) prenašanje toplote s konvekcijo:



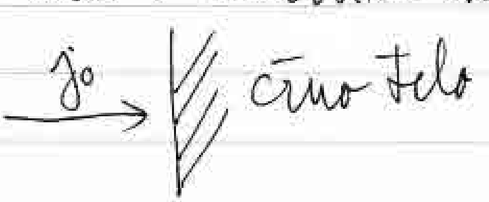


c) Sevanje črnega telesa:



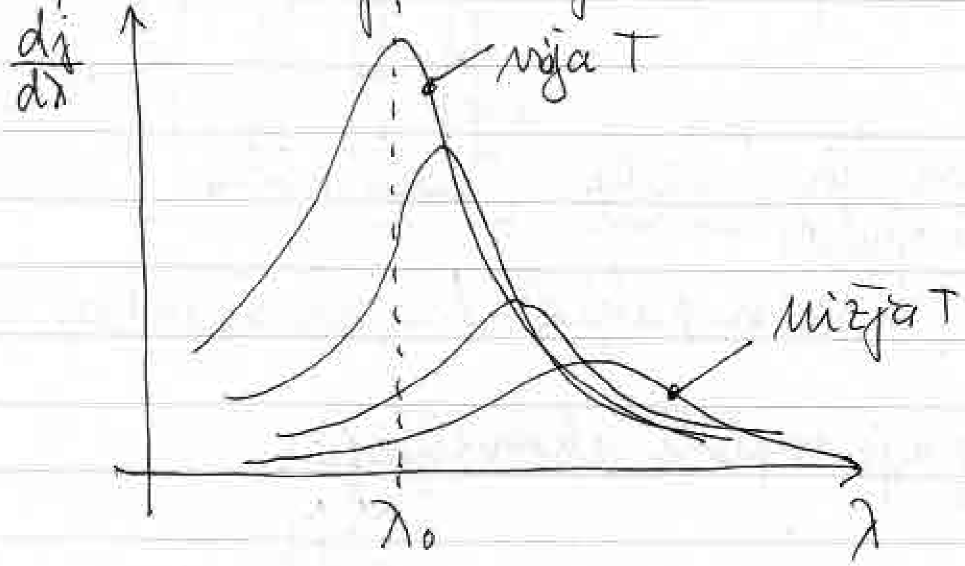
j_0 ... vpadni svetlobni tok
j_{odb} ... odbiti svetlobni tok

Črno telo: absorbira vso svetlobo, ki nanj vpade



$j_{odb} = 0$

Spektri sevanja črnega telesa:



Spekter izsevane svetlobe ima vrh pri λ_0. Ta je odvisna od T po Wienovem zakonu:

$$\boxed{\lambda_0 = \frac{k_W}{T}}$$

$k_W = 2{,}9 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{mK}$ Wienov zakon

Za celotno izsevano svetlobo (energijo) velja Stefanov zakon:

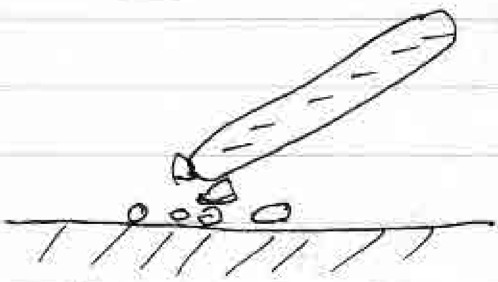
$$\boxed{j = \sigma \cdot T^4}$$

$\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W m^{-2} K^{-4}}$
Stefanova konstanta

5. ELEKTRIKA

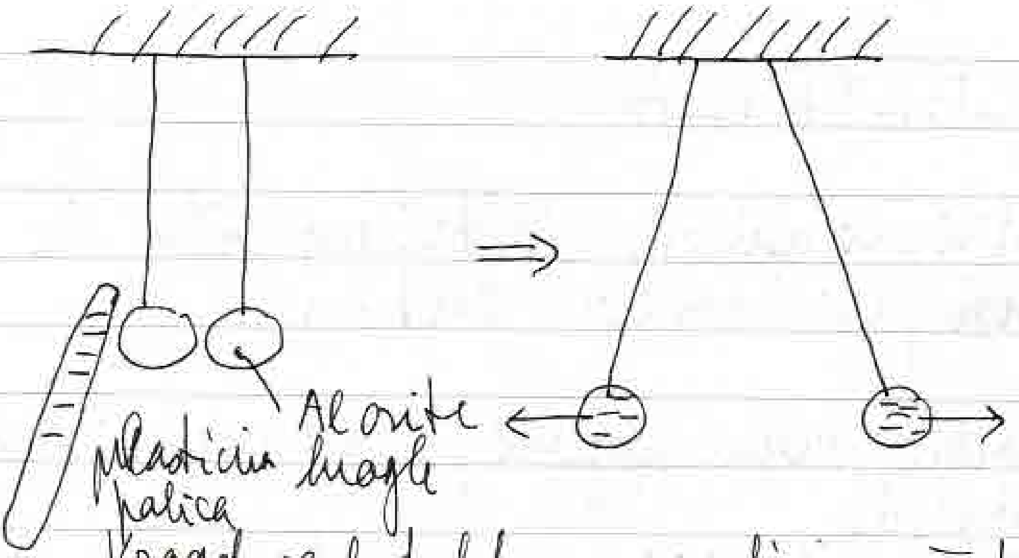
5.1. Električni naboj, električna sila in ~~el. polje~~, Coulombov zakon

Obravnavamo znane pojave, ki so vezani na elektrostatiko.
<u>Električni naboj</u> je znan že zelo dolgo. Že 600 let pred našim štetjem so grški filozofi vedeli, da z drgnjenjem jantarja dosežemo da privlači druge delce. To je znani pojav v elektrostatiki in ga poznamo iz "statične elektrike" ki nastane z drgnjenjem snovi

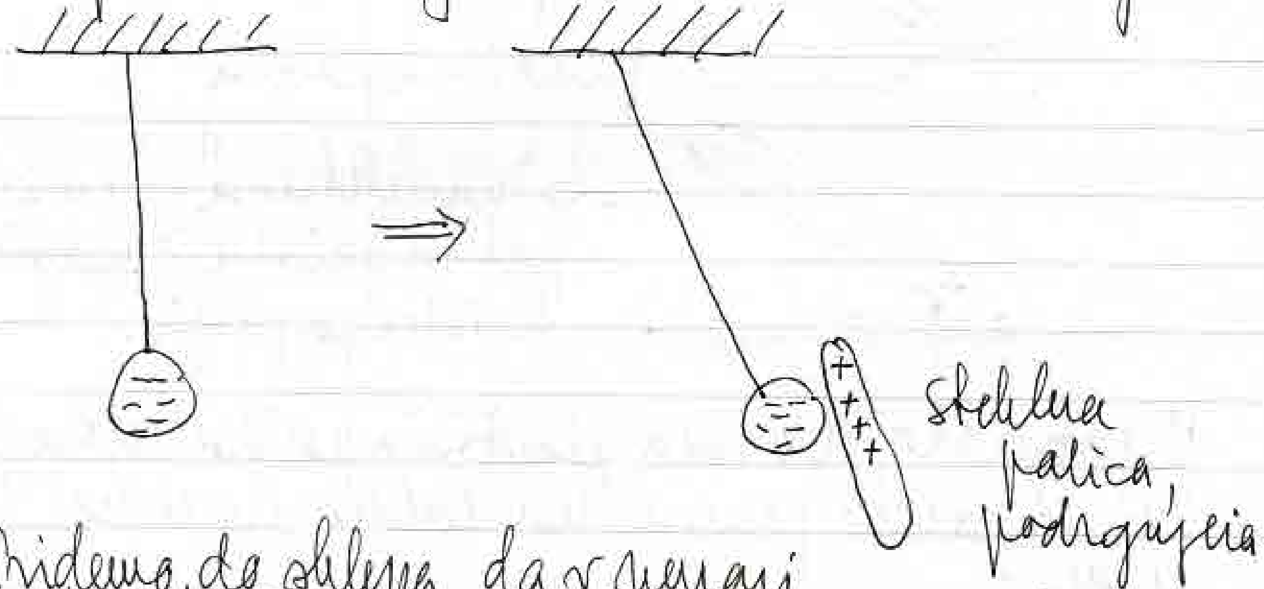


⇒ "naelektrena" plastična palica privlači majhne koščke papirja.

Ugotovimo, da ima plastična palica naboj, kar se lahko prenese na lahke kovinske krogle:



Krogel se dotaknemo s palico, začneta se odbijati. Torej smo z naelektrene palice nekaj prenesli na kovinske krogle. Temu rečemo električni naboj. Rečemo, da se enaka naboja med seboj odbijata. Ugotovimo, da ima podrgnjena steklena palica druge vrste naboj, imenujemo ga pozitivni (+). Ta privlači negativno naelektreno kroglo.



Pridemo do sklepa, da v naravi obstajata dve vrsti naboja, ki ju imenujem pozitivni in negativni.

Poskusi pokazejo:
1. nosilci naboja so osnovni delci, kot so elektron, proton.
2. el. naboj osnovnega delca ima točno določeno velikost, ki ji pravimo osnovni naboj

$$e_0 = \pm 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ A \cdot s \quad [A \cdot s] \ \ldots \text{amper-sekunda}$$

3. zaradi tega se naboj pojavlja v obliki celega mnogokratnika osnovnega naboja $N \cdot e_0$
4. Skupni naboj se vedno ohranja

$$e = e^+ - |e^-| = konst$$

5. Naboj se lahko parema izniči:

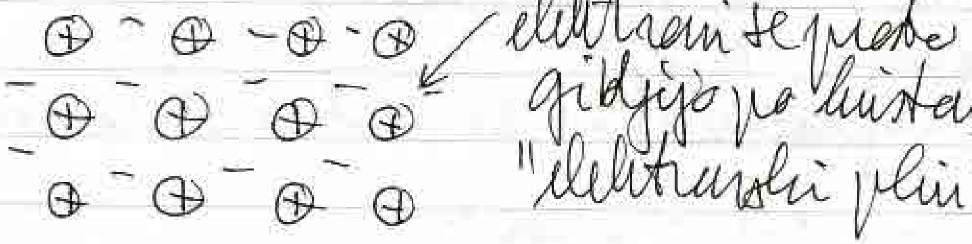
$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma$$

iz elektrona (e^-) in pozitrona (e^+) nastaneta dva γ žarka. masa obeh elektronov se pretvori v energijo obeh γ žarkov (svetloba)

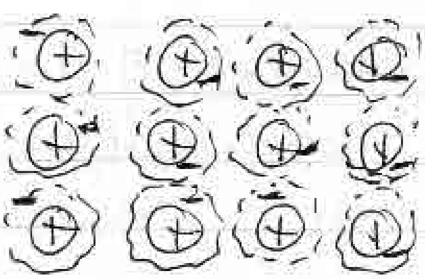
a) Poskusimo razumeti zakaj naboj prehaja iz enega telesa na drugo:

Ker se naboji iste vrste odbijajo, prehajajo iz palice na kroglo in se po njej razporedijo.

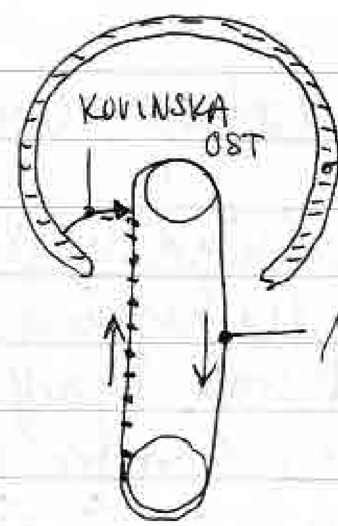
b) Prevodniki in izolatorji: snovi razdelimo na prevodnike in izolatorje. El. prevodniki omogočajo pretok prosto gibanje elektronov. Primer je Cu, Au, Al.
V prevodnikih atomi kovine oddajo elektrone, ki se praktično prosto gibljejo po prevodniku.



Izolatorji obdržijo vezane elektrone na atom, zato se ne morejo gibati po kristalu

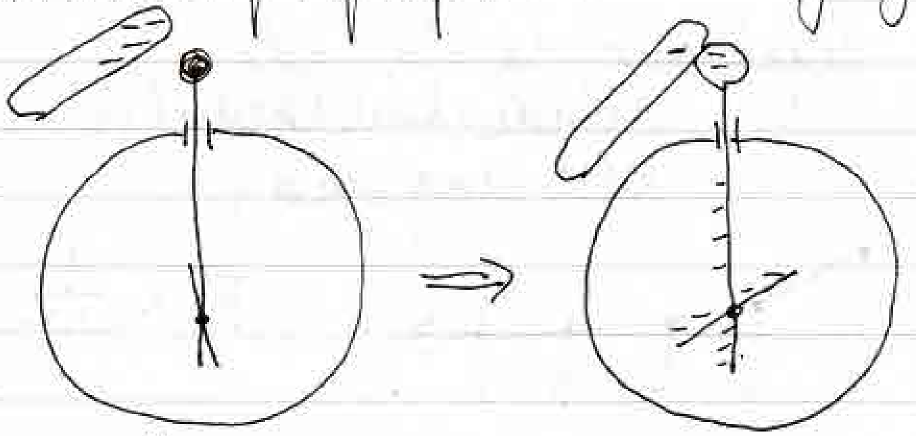


c) Napetost za pridobivanje el. naboja: van de Graafov generator



Neprevodni trak (iz gume) se zaradi drgnjenja naelektri. Ker je izolator, se naboji po traku ne premikajo. Vozimo jih s trakom pod kupolo, kjer jih pobere kovinska ost. Ker se med sabo odbijajo, se razporedijo po zunanji površini kupole, kjer je razdalja med njimi največja.

d) elektroskop: priprava za merjenje el. naboja

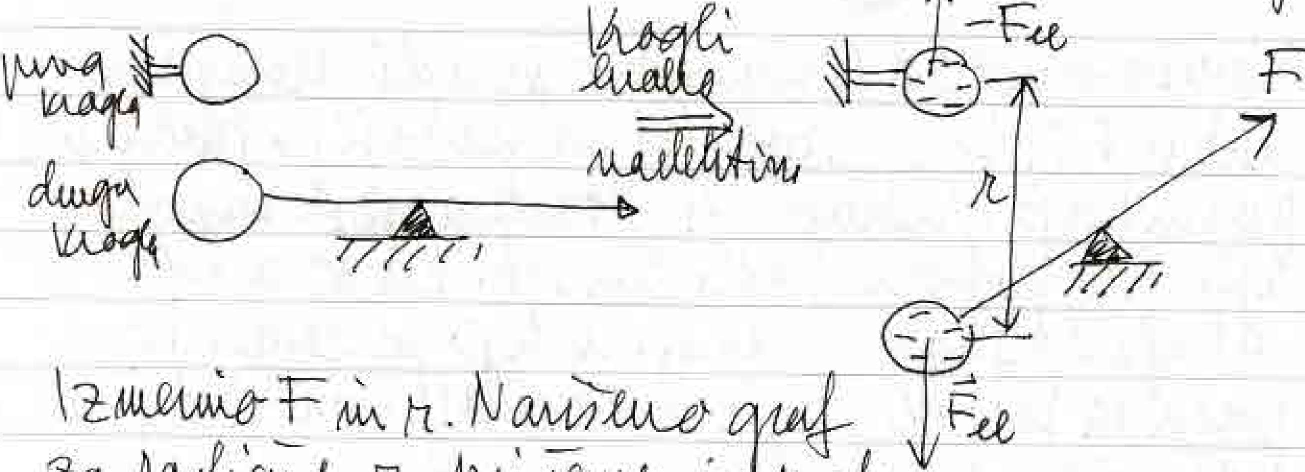


ni naelektren

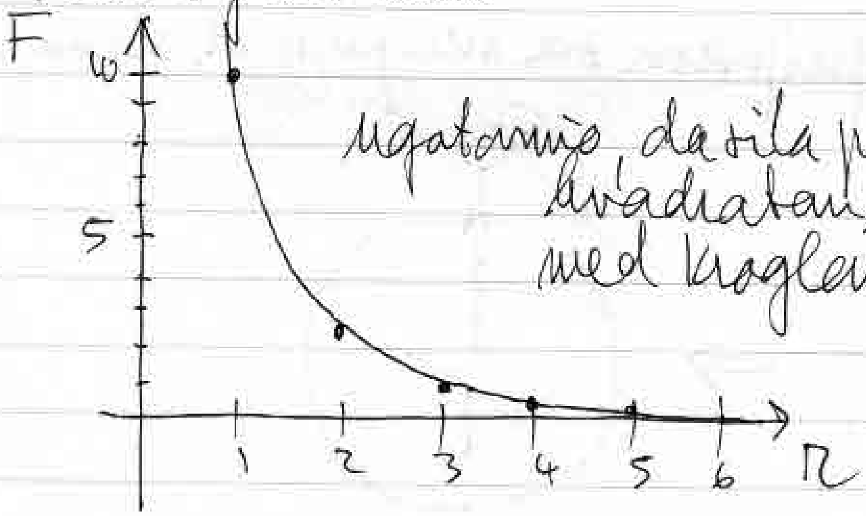
naboj se prenese na natanji dele, ki se med seboj odbijajo, ker so enako naelektreni

Električna sila med naboji: Coulombov zak

Zanima nas, od česa je odvisna velikost el. sile med dvema točkastima nabojema. Naredimo poskus z dvema naelektrenima kroglicama, kar je enako kot če bi imeli dva točkasta naboja.



Izmerimo F in r. Narišemo graf za različne r pri čemer je naboj na kroglah enak



Ugotovimo, da sila pada s kvadratom razdalje med kroglama:

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

Ugotovimo tudi, da je $F \propto e_1 \cdot e_2$ sorazmerna s produktom obeh nabojev.

Na osnovi tega zapišemo Coulombov zakon za električno silo med dvema točkastima nabojema:

$$\boxed{F_e = \frac{e_1 \cdot e_2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot r^2}}$$

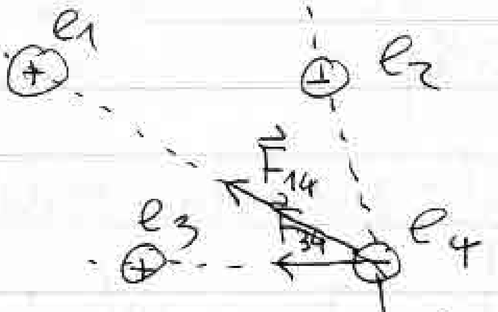
$\varepsilon_0 = 8{,}9 \cdot 10^{-12}$ As/Vm influenčna konstanta

To nam poda velikost sile.
Smer sile pa je odvisna od predznaka nabojev

enaki se odbijajo

nasprotni se privlačijo.

Električna sila med nabojema je vektorska količina. Sile od različnih nabojev se vektorsko seštevajo:



na naboj e_4 delujejo 3 sile od 3 sosedov, ki jih vektorsko seštejemo

Električna sila je ena od 4 osnovnih sil v naravi in je odgovorna za obstoj atomov in molekul. Veže elektrone z el. silo med jedri in elektroni v atomu.

5.2. Električno polje

Coulombov zakon za električno silo med dvema nabojema zapišem v obliki:

$$F_{12} = \frac{e_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \cdot e_2$$

Izraz $\frac{e_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ tolmačim kot električno polje prvega naboja:

$$F_{12} = E_1(r) \cdot e_2 \quad \text{in} \quad E_1(r) = \frac{e_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

Tolmačim pa takole: naboj e_1 spremeni lastnosti prostora okoli sebe in ga napolni z električnim poljem. Ko v to polje damo drugi naboj e_2, potem to polje/naboj deluje nanj z el. silo. Podobno razmišljaj kot pri gravitaciji.

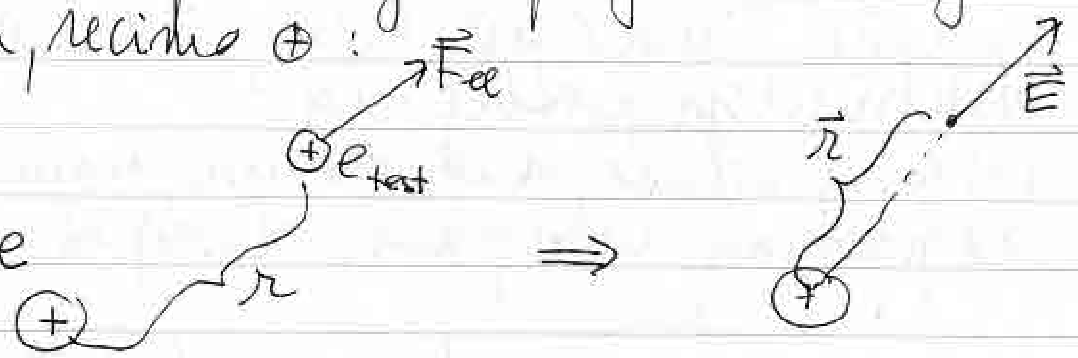
Enačbo za el. silo zapišem tudi splošno:

$$\boxed{\vec{F} = \vec{E} \cdot e} \qquad \vec{E} \ \text{.... jakost el. polja}$$

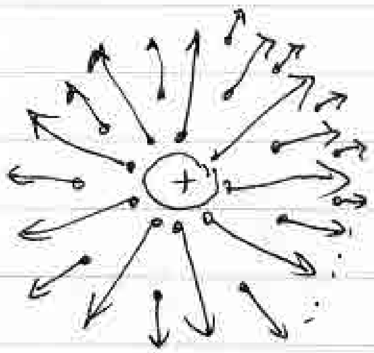
Pri tem je $\vec{E}$ neko polje v katerega damo naboj e. Kolikšna je enota za $\vec{E}$!

$$E = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \quad \left[\frac{A \cdot s \cdot V \cdot m}{A \cdot s \ \ m^2}\right] = \left[\frac{V}{m}\right]$$

Kako si lahko predstavljamo polje točkastega naboja, recimo ⊕:

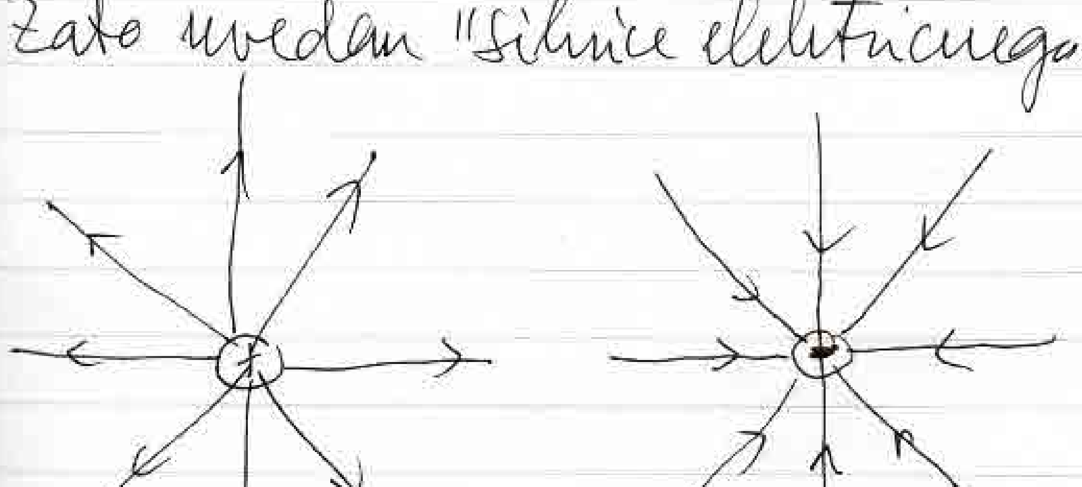


V razdaljo r damo testni ⊕ naboj in ugotovimo, da el. sila kaže radialno navzven. Tako narišemo samo $\vec{E}(\vec{r})$. $\vec{E}$ je vektorsko polje:



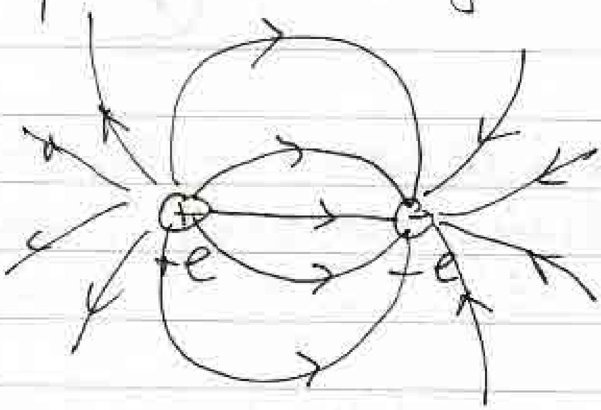
Slika polja je tako komplicirana, ker ga moramo risati v vsaki točki in postane nepregledna.

Zato uvedemo "silnice električnega polja"



Silnice kažejo samo smer el. polja, ne pa tudi njegove velikosti. Gostota silnic meri jakost polja

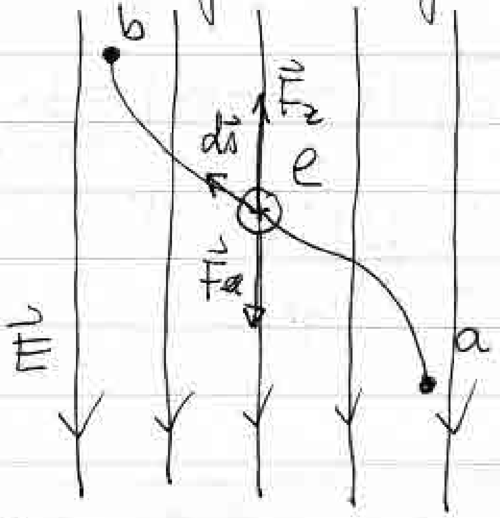
Silnice so precej zavajajoči, saj kažejo samo smer sile. Pomagajo nam pri načrtovanju električnega potenciala.
Primer: silnice med dvema kroglama in nasprotnima nabojema, el. dipol



Slika silnic električnega dipola.

5.3. Električna potencialna energija, el. napetost in el. potencial

Zamislimo si homogeno električno polje $\vec{E}$. V to polje damo ⊕ el. naboj (po definiciji) in ga z zunanjo silo premikamo. Izračunamo delo zunanje sile A_z pri premikanju naboja iz točke a v točko b.



$\vec{F}_{el} = \vec{E} \cdot e$ el. sila na naboj

$\vec{F}_z$ je zunanja sila, ki je nasprotno enaka $\vec{F}_{el}$:

$$\vec{F}_z + \vec{F}_{el} = 0$$

Sedaj pa izračunamo delo A_z, ko premikamo naboj od $a \to b$. Diferencial dela

$$dA_z = \vec{F}_z \cdot d\vec{s} = -\vec{F}_{el} \cdot d\vec{s} = -e \cdot \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

Skupno delo sile:

$$A_z = \int_a^b -e \cdot \vec{E} \cdot d\vec{s} = -e \int_a^b \vec{E}\, d\vec{s}$$

Sedaj pa rečemo, da je vloženo delo A_z enako spremembi el. potencialne energije naboja

$$W_{ep}(b) - W_{ep}(a) = A_z = -e\int_a^b \vec{E}\,d\vec{s}$$

$$\boxed{W_{ep}(b) - W_{ep}(a) = -e\int_a^b \vec{E}\,d\vec{s}}$$

sprememba el. potencialne energije naboja v polju $\vec{E}$

Primer: Izračunaj W_{ep_b} dveh nabojev e_1 in e_2

$$W_{ep}(b) - W_{ep}(a) = -e_2\int_a^b \vec{E}_1\,d\vec{s} = -e_2\int_{r'}^{r} \frac{e_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\,dr =$$

$$= -\frac{e_1 e_2}{4\pi}\int_{r'}^{r}\frac{dr}{r^2} = -\frac{e_1 e_2}{4\pi}\left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg|_{r'}^{r} =$$

$$= \frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0 r} - \frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0 r'}$$

Od tukaj vidimo, da je $\boxed{W_{ep}(r) = \dfrac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0 r}}$

To je el. potencialna energija dveh nabojev ali Coulombov potencial, ki ga imamo v atomih. To je el. potencial elektrona e v el. polju atomskega jedra.

Iz el. potencialne energije naboja e v polju E izračunam še el. napetost med točkama a in b:

$$W_{ep}(b) - W_{ep}(a) = -e\int_a^b \vec{E}\,d\vec{s} \quad : e$$

$$\underbrace{\frac{W_{ep}(b)}{e}}_{U(b)} - \underbrace{\frac{W_{ep}(a)}{e}}_{U(a)} = -\int_a^b \vec{E}\,d\vec{s}$$

$U(b)$ ... el. potencial v točki b

$U(a)$ ... el. potencial v točki a

$$U(a) = \frac{W_{ep}(a)}{e} \quad \text{in} \quad U(b) = \frac{W_{ep}(b)}{e}$$

Ter končno el. napetost $U(b,a)$ kot razliko potencialov

$$\boxed{U(b,a) = U(b) - U(a) = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{s}}$$

Poglejmo še enote:

$$\Delta W_{ep} = -e\int_a^b \vec{E}\,d\vec{s} \Rightarrow \left[A \cdot s \cdot \frac{V}{\cancel{m}} \cdot \cancel{m}\right] = [J]$$

osnovna zveza med mehanskimi in el. količinami je preko energiji.

$$[V \cdot A \cdot s] = [J]$$

Enota za napetost $-\int_a^b \vec{E}\,d\vec{s} \Rightarrow \left[\frac{V}{m} \cdot m\right] = [V]$

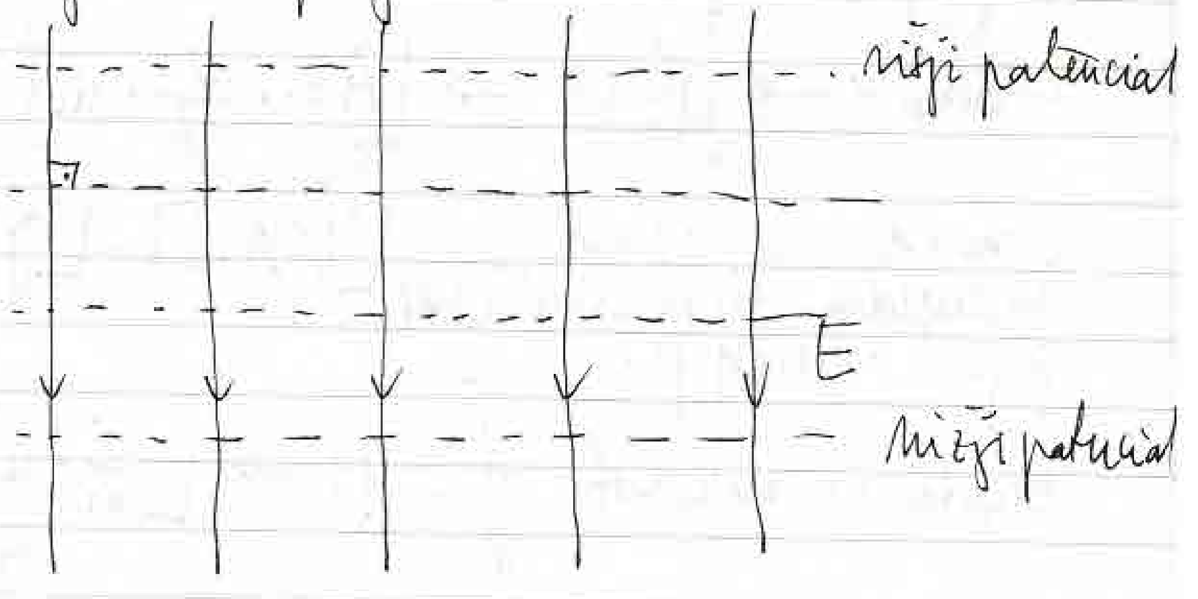
volt (Volta)

Električni potencial pogosto uporabljamo pri študiju elektrolitov, kjer imamo različne elektrode, na njih pa električno napetost. Elektrokemija in koloidna kemija.

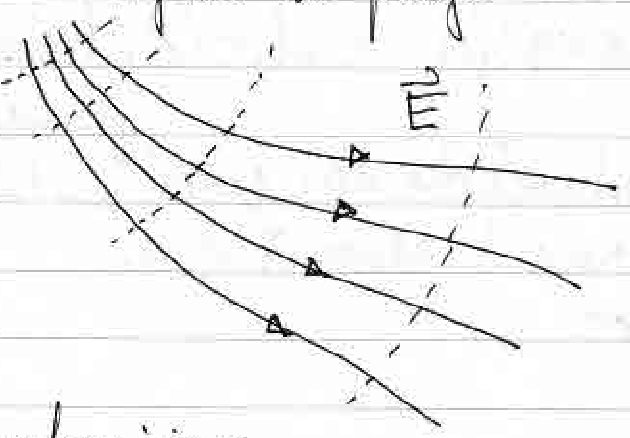
Ekvipotencialne ploskve: delo zunanje sile pri premagovanju el. sile na ⊕ naboj zapišemo:

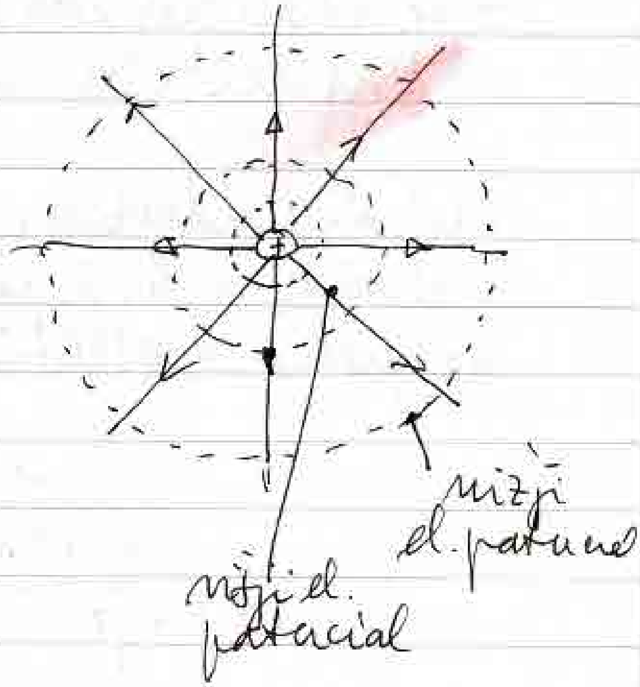
$$dA_z = \vec{F}_z \cdot d\vec{s} = -e \cdot \vec{E} \cdot d\vec{s} = -e \cdot E \cdot ds \cdot \cos\vartheta$$

Vidimo, da je dA_z odvisen od $\cos\vartheta$ to je od kota med $\vec{E}$ in premikom $d\vec{s}$. Če je ta kot $90° \Rightarrow \cos 90° = 0$ in $dA_z = 0$. Vidimo, da se v smeri ⊥ na $\vec{E}$ ohranja el. energija naboja, je ves čas konstanta. Zato ploskvam, ki so ⊥ na $\vec{E}$ pravimo ekvipotencialne ploskve.
Primeri ekvipotencialnih ploskev:
Homogeno el. polje:



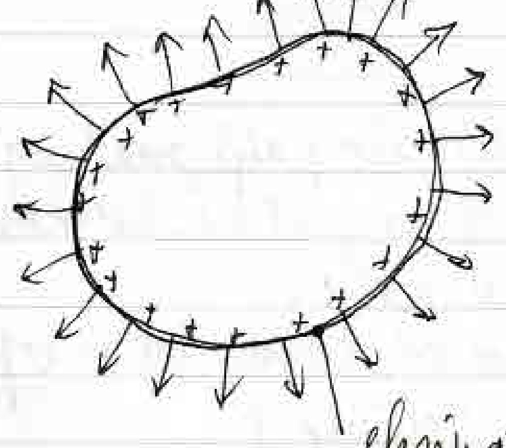
Nehomogeno el. polje:





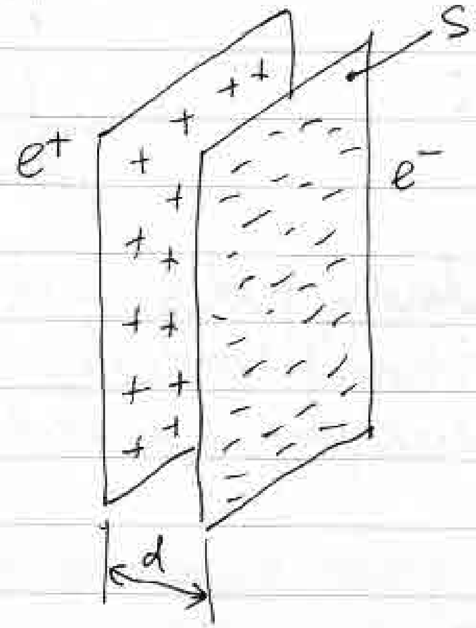
Analogija s silo teže F_g in ploskvami konstantne višine.

Če imamo prevodne predmete, potem je el. polje na njihovih površinah pravokotno na ploskev. Torej je prevodna površina ekvipotencialna ploskev



5.4. Ploščati kondenzator: el. polje kapaciteta, energija in dielektriki

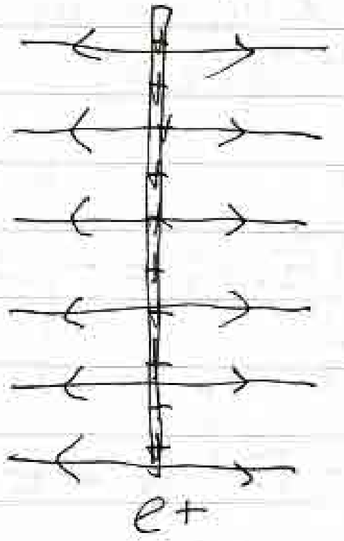
Ploščati kondenzator sestavljata dve ravni prevodni plošči s ploščino S, ki ju postavimo v razmik d in nasprotno naelektrimo:



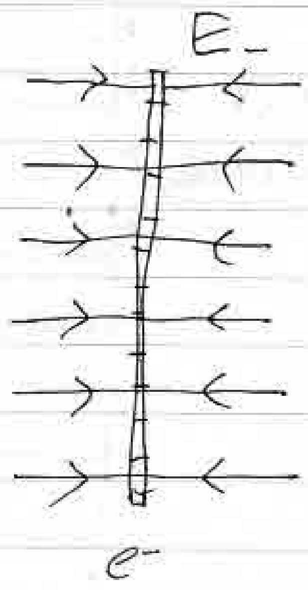
$|e^+| = |e^-|$

Zanima nas, kakšno je električno polje znotraj in zunaj kondenzatorja. Ko so na ploščah kondenzatorja naboji, morajo ustvarjati el. polje.
Za izhodišče vzamemo eno od plošč in se vprašamo kakšno je polje te plošče, recimo ⊕

Sklepamo tako: ker so naboji + mora el. polje kazati iz plošče ven. Kazati mora pravokotno na ploščo, če ne bo po plošči tekel tok. Plošča je vedno ekvipotencialna ploskev



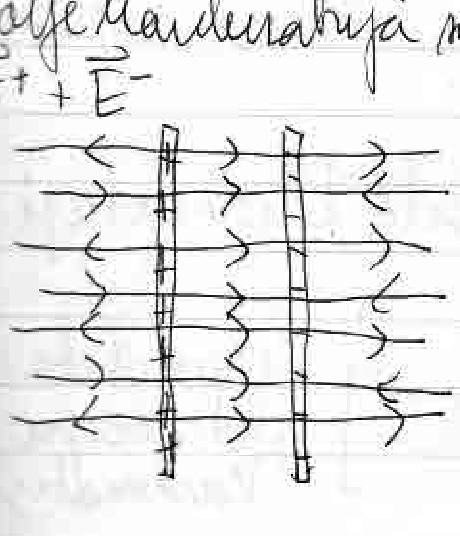
jakost el. polja je konstantna, povsod enaka, ker je naboj enakomerno porazdeljen



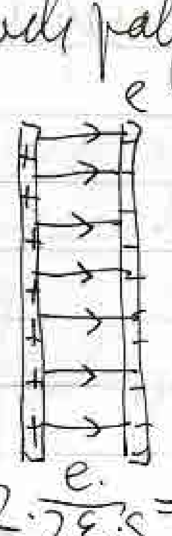
S pomočjo posebnega zakona iz elektrostatike dobimo izraz za jakost el. polja velike, enakom. naelektrene plošče:

$$\boxed{|E_+| = |E_-| = \frac{|e_\pm|}{2\varepsilon_0 S} = \frac{e}{2\varepsilon_0 S}}$$

Polje kondenzatorja sestavimo iz dveh polj, seštejemo $\vec{E}^+ + \vec{E}^-$



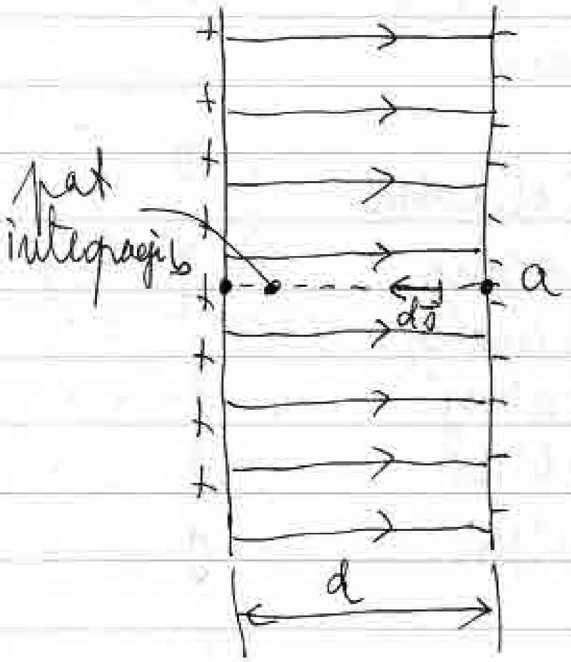
$\Rightarrow$



Polje je samo znotraj kondenzatorja in je 2x polje ene plošče

$$E_c = 2 \cdot \frac{e}{2\varepsilon_0 \cdot S} = \frac{e}{\varepsilon_0 \cdot S}$$

Sedaj, ko poznamo električno polje v kondenzatorju lahko izračunamo el. napetost med ploščama:



integrirati moramo med a in b, potem dobimo napetost $U(b,a)$

$$U(b,a) = -\int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{s} = -\int_a^b E\cdot ds\cdot \underset{180^\circ}{\cos}$$

$$= +\int_a^b E\cdot ds = E\cdot \underbrace{\int_a^b ds}_{\text{to je razdalja med ploščama}} = E\cdot d$$

Dobimo izraz za napetost med ploščama kondenzatorja:

$$U = E\cdot d = \frac{e}{\varepsilon_0\cdot S}\cdot d$$

To enačbo, ki predstavlja zvezo med nabojem e na plošči in napetostjo med ploščama zapišemo v obliki:

$$e = C\cdot U \qquad C\text{.... kapaciteta kondenzatorja}$$

ali

$$e = \left(\varepsilon_0\cdot\frac{S}{d}\right) U \Rightarrow \boxed{C_{\text{ploščati}} = \varepsilon_0\cdot\frac{S}{d}}$$ kapaciteta ploščatega kondenzatorja.

Poznamo različne izvedbe kondenzatorjev. Običajno jih sestavljata dve prevodni foliji ali plošči (elektrodi) in vmes dano izolator.

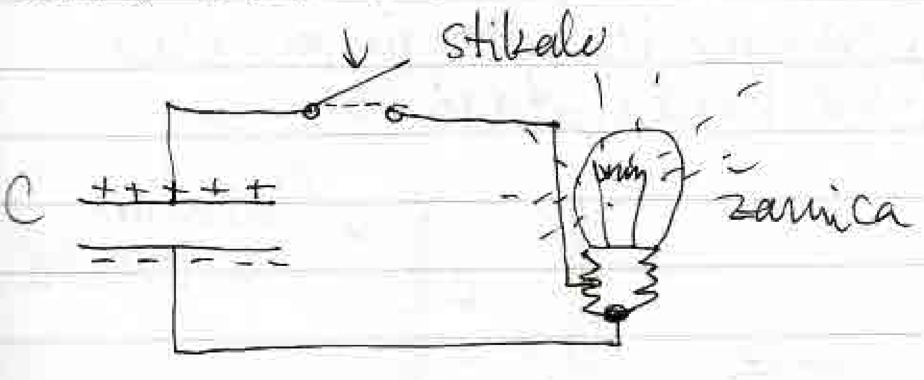
Simbol za kondenzator $\dashv\vdash^{C}$

enota za kapaciteto:

$C = \frac{e}{U} \Rightarrow \left[\frac{As}{V}\right] = [F]$ farad. Farad je velika enota.

Kondenzator služi za shranjevanje el. naboja in je eden od osnovnih elementov elektronike in mikroelektronike. V čipih so natisnjeni milijone kondenzatorjev.

Ker kondenzator shranjuje el. naboj, ga lahko razelektrimo:



Ko stikalo sklenemo, po žici steče iz kondenzatorja elektroni preko žarnice in stikala na + pol kondenzatorja, kjer se naboj kompenzira. Traja, da se kondenzator razelektri. Opazimo, da žarnica sveti

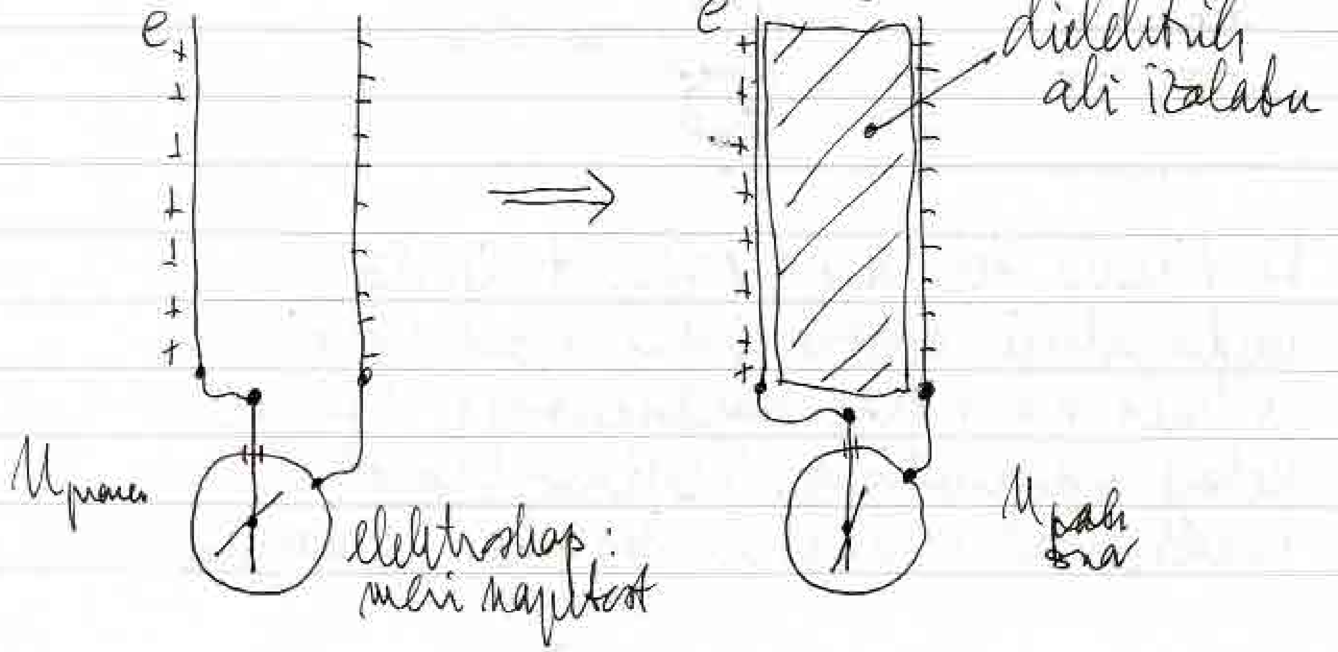
Ker žarnica sveti, se je morala nitka segreti.
Torej je el. tok segrel nitko od žarnice.
To lahko razumemo, kot da kondenzator shranjuje el. energijo, ki jo odda žarnici, da segreje nitko.
Električno energijo nabitega kondenzatorja izračunamo z integralnim računom dela, ko premikamo naboje skozi kondenzator.
Dobimo izraz:

$$\boxed{W_e = \frac{1}{2} C \cdot U^2}$$

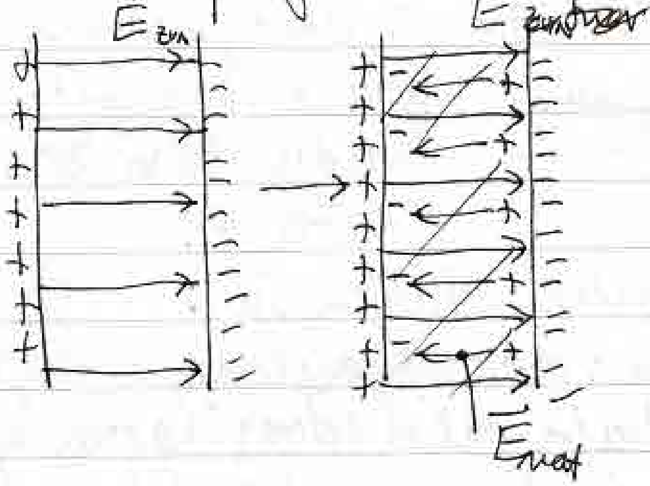
el. energija naelektrenega kondenzatorja.

Snov v električnem polju kondenzatorja.

Naredimo poskus, pri katerem v naelektreni kondenzator postavimo izolator in merimo el. napetost na kondenzatorju



Ugotovimo, da napetost na ~~praznem~~ kondenzatorju zapolnjenim s snovjo, napetost pade.
Sklepamo takole: Ker je napetost padla ko sem dal v kondenzator snov, je morala pasti tudi jakost el. polja. Torej se je v snovi morala pojaviti nasprotno el. polje, ki je zmanjšalo zunanje polje. Temu polju rečemo notranje polje



Skupno polje v snovi je: $\vec{E}_{snov} = \vec{E}_{zun} + \vec{E}_{not}$
Po velikosti je polje v snovi manjši kot či je kondenzator prazen.

$$\boxed{E_{snov} = \frac{E_{zun}}{\varepsilon}}$$

ε ... dielektrična konstanta snovi

Napetosti: $U_{praz} = E_{zun} \cdot d$

$$U_{snov} = E_{snov} \cdot d = \frac{E_{zun}}{\varepsilon} \cdot d$$

Naboj je v obeh primerih enak

$$e_{pra} = e_{snov}$$

$$\frac{C_{praz}}{U_{praz}} = \frac{C_{snov}}{U_{snov}} \rightarrow \cancel{C_{snov}} = C_{praz} \frac{U_{snov}}{U_{praz}} =$$

$$= C_{praz} \cdot \frac{E_{zun}\, d}{\varepsilon\, E_{zun} \cdot d}$$

$e_{prazn} = e_{snov}$

$C_{prazn} \cdot U_{prazn} = C_{snov} \cdot U_{snov}$

$C_{prazn} \cdot E_{zun} \cdot \cancel{d} = C_{snov} \cdot \frac{E_{zun}}{\varepsilon} \cdot \cancel{d}$

snov	ε
zrak	1,00059
pleksi	3
voda	88
steklo	6–8

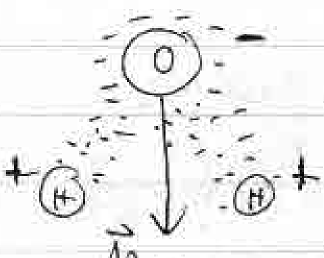
ali $\boxed{C_{snov} = \varepsilon \cdot C_{prazn}}$

vidimo, da snov poveča kapaciteto kondenzatorja za faktor ε.

Mehanizmi električne polarizacije:

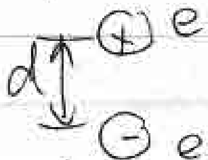
a) polarne molekule: to so molekule, v katerih je težišče − in + naboja medsebojno izmaknjeno zaradi lastnosti molekularnih orbital.

Taka molekula je H_2O:



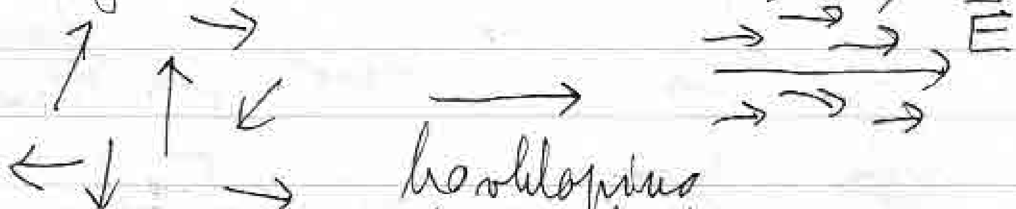
kisik privlači elektrone, v njegovi bližini negat. naboj, pri vodikovih atomih pa presežek + naboja

$\boxed{p_{el} = e \cdot d}$



smer el. dipola od − proti +.

Take molekule so brez polja neurejene, $\vec{p}_{el}$ kažejo v vse smeri.

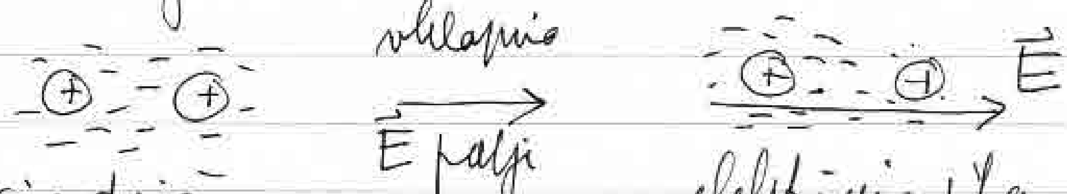


kaotično

polje el. sila

zavrti vsako molekulo v smer polja

b) nepolarne molekule: nimajo spontane polarizacije. V zunanjem polju se zaradi el. sile na elektrone in jedra težišči + in − naboja razmakneta:

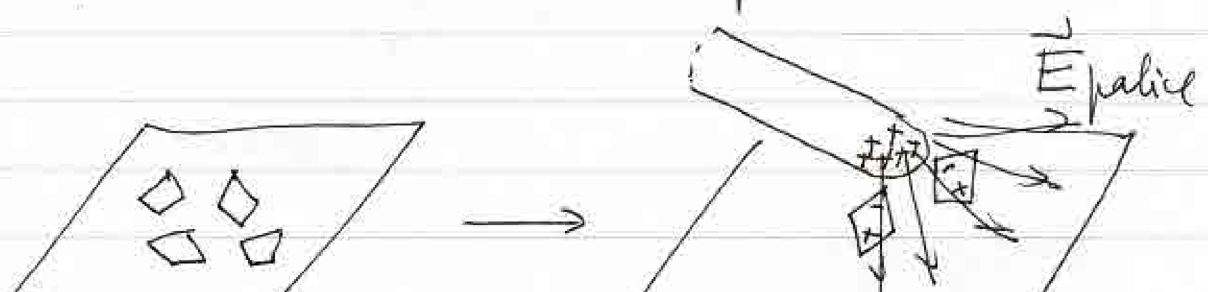


simetrična molekula nima $\vec{p}_{ee}$

električna sila razmakne težišči + in − naboja.

Nepolarna snov se v el. polju polarizira zaradi el. sile.

c) z električno polarizacijo pojasnimo poskus s papirčki in naelektreno palico:



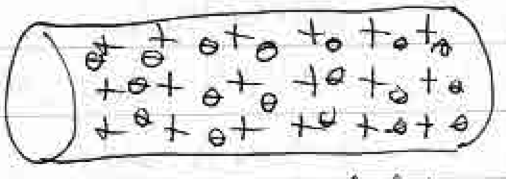
papir je izolator, ni naelektren, nima polarizacije

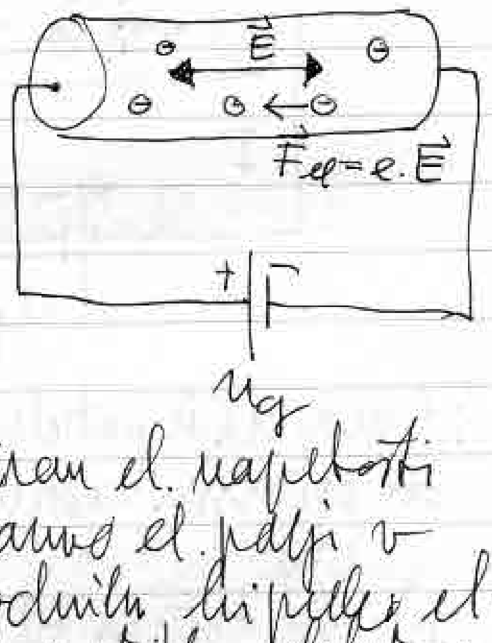
papir se v el. polju palice polarizira. − naboji so bližji palici, zato je privlačna el. sila večja kot odbojna sila na + naboje na papirju, ki so dlje.

5.5. Električni tok, Kirchoffovi zakoni in Ohmov zakon

Električni tok predstavlja gibanje naelektrenih delcev v snovi ali vakuumu. Električni tok merimo preko efektov, ki jih ima.

Najlažje si predstavljamo el. tok elektronov v kovinah, ki so dobri prevodniki. V kovini imamo plin prostih elektronov, ki se pod vplivom zunanje el. napetosti (in električne sile) gibljejo:

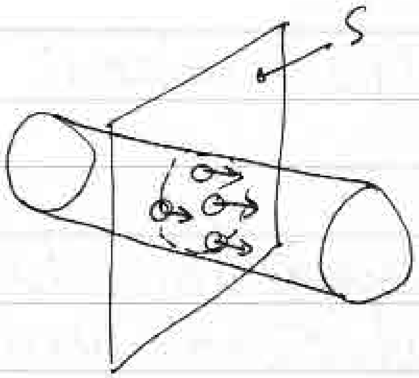




prevodnik je električno nevtralen: toliko + kot − naboja

z virom el. napetosti ustvarimo el. polje v prevodniku, ki preko el. sile potisne elektrone v gibanje. Pozit. naboji (ioni) so negibni

Določimo tok el. naboja skozi namišljeno ploskev:

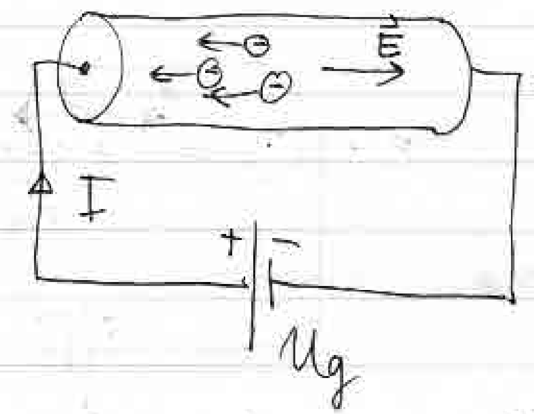


Definiramo el. tok kot:

$$\boxed{I = \frac{de}{dt}}$$

Količina el. naboja, ki se v času dt pretoči skozi neko namišljeno ploskev S.

Enota za el. tok je [A], amper.
Smer el. toka je definirana kot smer gibanja + nabojev. To je nasprotna smer kot gibanje elektronov.



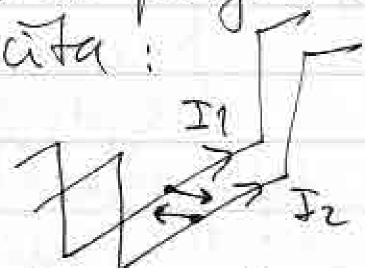
El. tok teče v sklenjenem tokokrogu od + pola baterije proti − polu.

Vidimo, da je potrebno za električni tok dvoje:
a) gibljivi nosilci el. naboja: elektroni ali ioni
b) električna sila, ki jo dobimo iz vira električne napetosti (baterija ali galvanski člen).

Poskusi:

a) električni tok po prevodni žici segreje žico. Slika: maglice + žeblji

b) električni tok okoli sebe ustvari magnetno polje: dve vzporedni žici se privlačita:

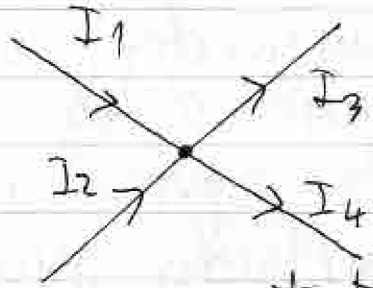


c) el. tok teče po plinih (neonke)

d) el. tok teče po elektrolitih: voda + ioni, ki so gibljivi

e) el. tok teče po vakuumu: TV ima vakuumsko cev, elektronski mikroskopi...

Za električni tok velja 1. Kirchhoffov zakon (ohranitev el. naboja):

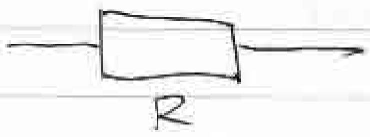


$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

vsota tokov, ki pritečejo v razvejišče, je enaka vsoti tokov, ki iz razvejišča tečejo ven.

Ohmov zakon: opazujemo kako je odvisen električni tok skozi prevodnik od električne napetosti, ki jo priključimo na prevodnik.

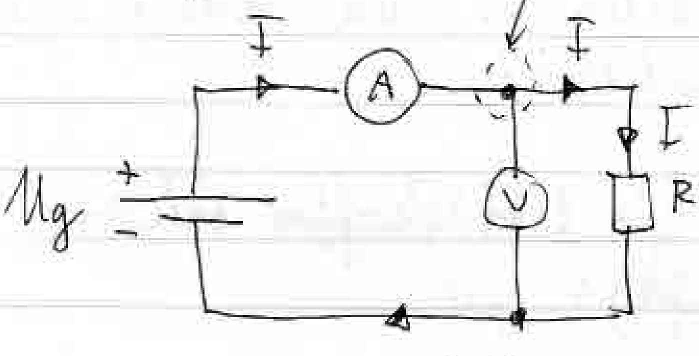
Iz prevodnika oblikujemo električni upor:



To je priprava, ki ima dve priključni žici, med njima pa je snov, ki dobro prevaja el. tok.

Sestavimo najbolj preprosto električno vezje, ki ga sestavljata baterija, upor, voltmeter in ampermeter:

v tem razcepi se zelo majhen del toka odcepi in teče skozi voltmeter. ($10^6 : 1$)

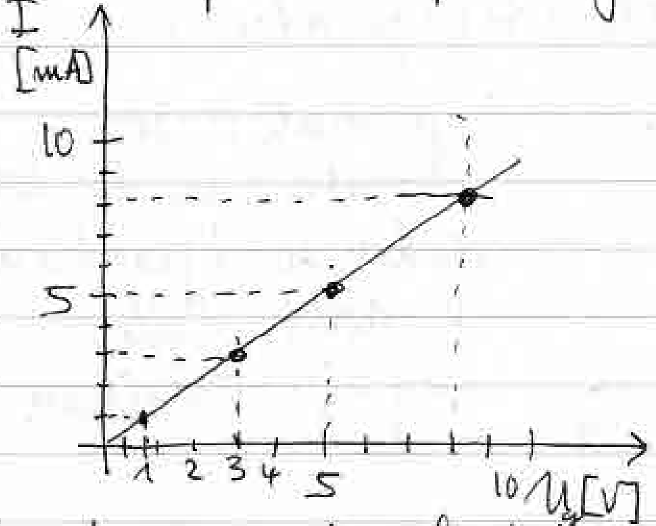


—(A)— to je simbol za ampermeter, merilnik el. toka. Skozi prepušča el. tok brez oviranja. Njegova upornost je zelo nizka

—(V)— to je simbol za voltmeter, merilnik el. napetosti. Ima zelo veliko upornost, skozenj ne teče praktično nič el. toka

simbol za ~~galvan~~ vir enosmerne el. napetosti (baterija, akumulator, galv. člen).

Naredimo poskus: spreminjamo U_g in merimo I:

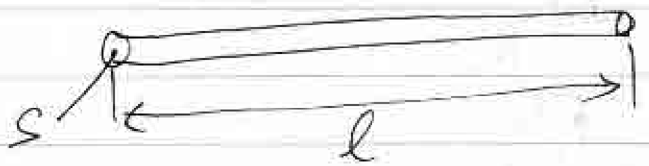


Ugotovimo, da el. tok I linearno narašča z U_g:

$$\boxed{I = \frac{U}{R}}$$ Ohmov zakon

R .... el. upor [Ω] om

Električni upor je odvisen od vrste snovi, iz katere je element izdelan. Če je to grelna žica, ki se uporablja v grelnih elementih:



Potem je el. upor take žice kar sorazmeren z dolžino l in obratnosorazmeren s presekom S:

$$\boxed{R = \rho \cdot \frac{l}{S}}$$

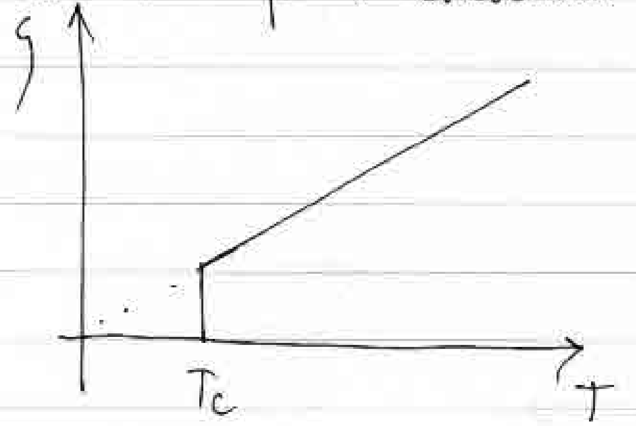
ρ .... specifična upornost snovi [$\Omega\, mm^2 m^{-1}$]

Baker: $\rho = 0{,}017\ \Omega\, mm^2 m^{-1}$

Železo: $\rho = 0{,}1\ \Omega\, mm^2 m^{-1}$

Aluminij: $\rho = 0{,}026\ \Omega\, mm^2 m^{-1}$

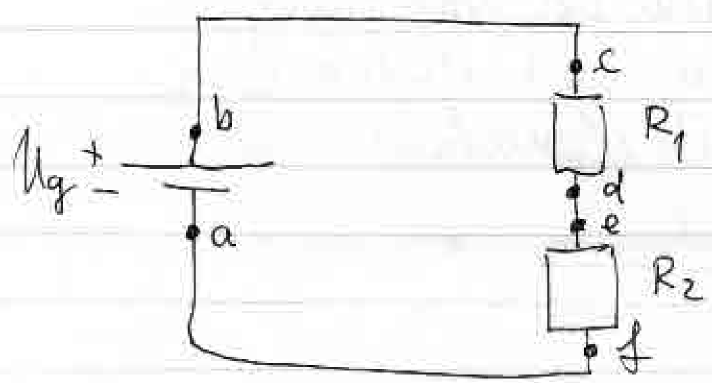
Nekatere snovi izgubijo električno upornost, ko jih pohladimo pod določeno temperaturo:



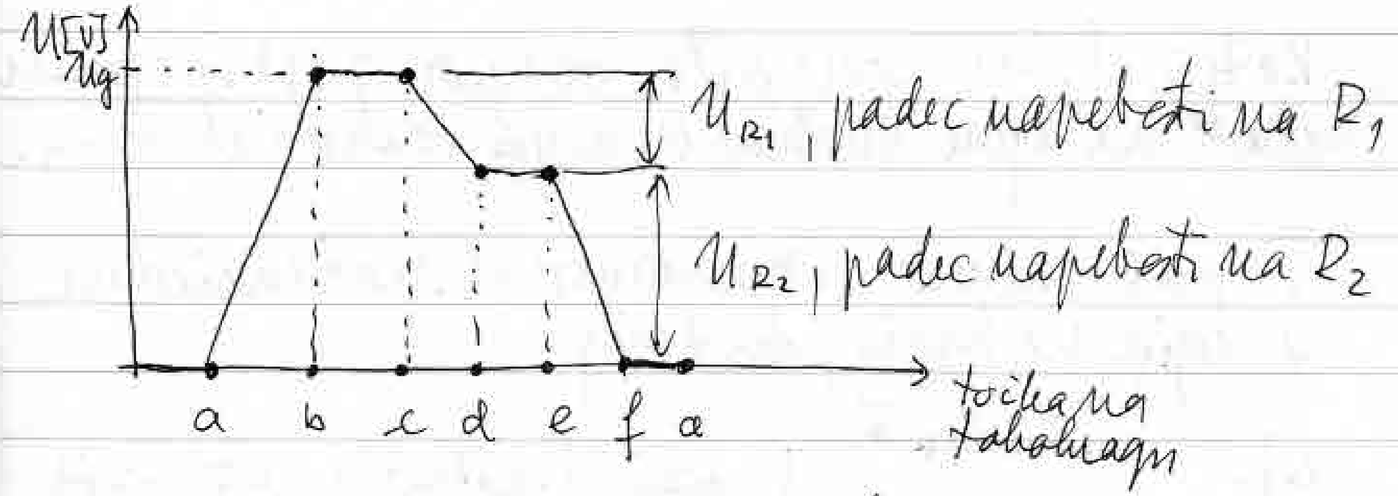
T_c je okoli 10-20K. Nekatere snovi do 200K, vendar še ni praktične uporabe takih superprevodnikov.

Padec el. napetosti in 2. Kirchhoffov zakon:

Vzemimo el. vezje, ki ima dva zaporedno vezana upora:



Narišemo vrednost el. potenciala v posameznih točkah tega vezja:



Tako vidimo, da je vsota vseh gonilnih napetosti in padcev el. napetosti po sklenjenem tokokrogu enaka nič:

$$U_g + U_{R1} + U_{R2} = 0$$

ali z Ohmovim zakonom

$$U_g - I\cdot R_1 - I\cdot R_2 = 0$$

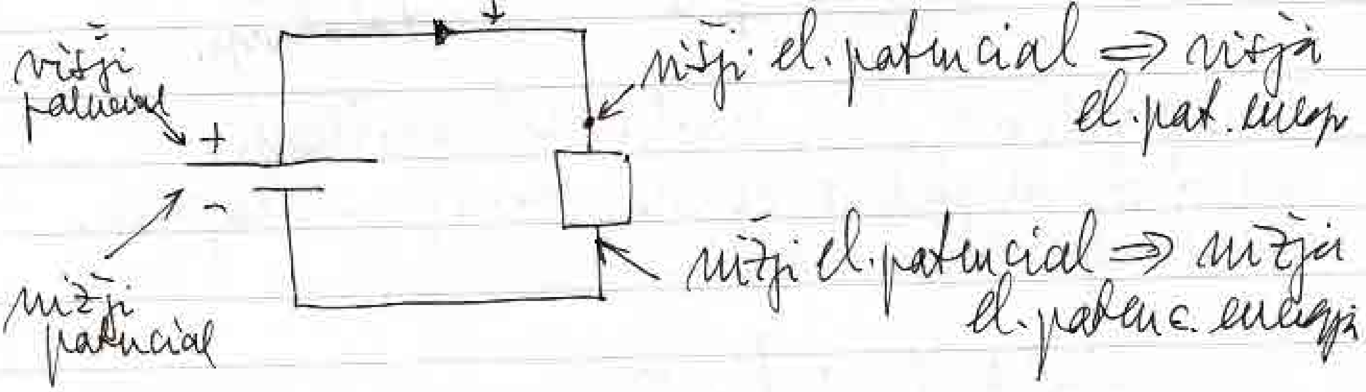
Padec napetosti na uporu: $\boxed{U_{R1} = -I\cdot R_1}$

To je 2. Kirchhoffov zakon, ki pravi da je vsota gonilnih napetosti in padcev napetosti po sklenjenem tokokrogu enaka nič:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{N} U_i = 0}$$

Ko teče el. tok po uporniku, se upor greje. To pomeni, da se na njem sprošča energija zaradi el. toka.

To pojasnimo s spremembo el. potencialne energije nabojev, ki tečejo;



Sprememba el. potencialne energije je $U_R \cdot de$, to se spremeni v toploto dQ:

$$dQ = U_R \cdot de \qquad / : dt$$

$$\frac{dQ}{dt} = P = U_R \cdot \frac{de}{dt} = U \cdot I$$

Električna moč, ki se troši na uporu je:

$$\boxed{P = U \cdot I}$$ enota $[W] = [V \cdot A]$

6. MAGNETIZEM

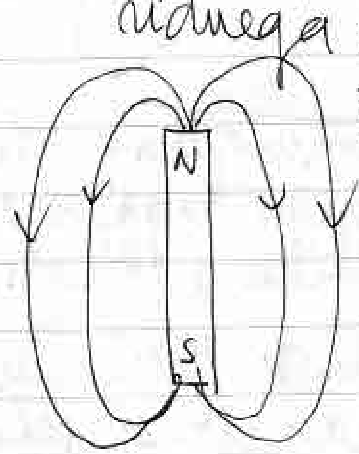
6.1. Statično magn. polje okoli prevodnika s tokom.

Do sedaj smo spoznali električno polje, ki izvira iz električnih nabojev. V naravi pa obstajajo tudi drugo polje, ki nastane takrat, kadar se naboji gibljejo in imamo el. tok. To polje ki nastane zaradi gibanja el. nabojev imenujemo magnetno polje.

Magnetno polje in magnetizem sta poznana že zelo dolgo. V naravi obstajajo snovi, ki so magnetne in magnetno polje nanje deluje s silo. Primer je kompas – magnetna igla in zemeljsko magnetno polje

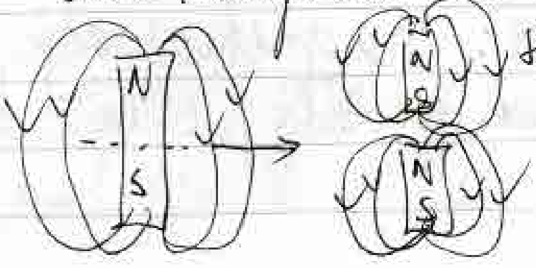
1. Poskus s kompasom: usmeri se v smeri Zemeljskega magn. polja.

2. Poskus: magnet + železni opilki: delovanje silnice magn. polja in ga naredijo vidnega:

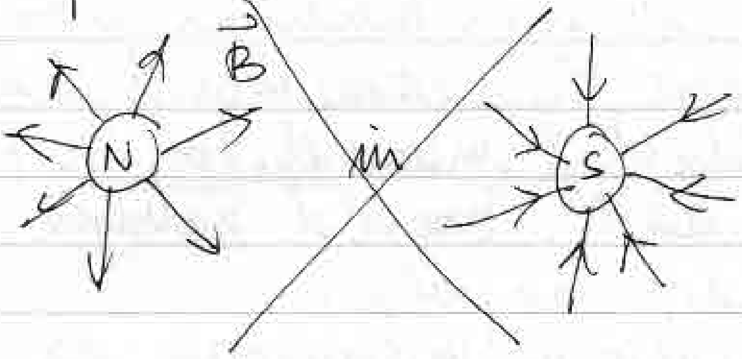


$\vec{B}$ .... gostota magn. polja.

Če magnet delimo, dobimo dva magneta: število polov se podvaji.

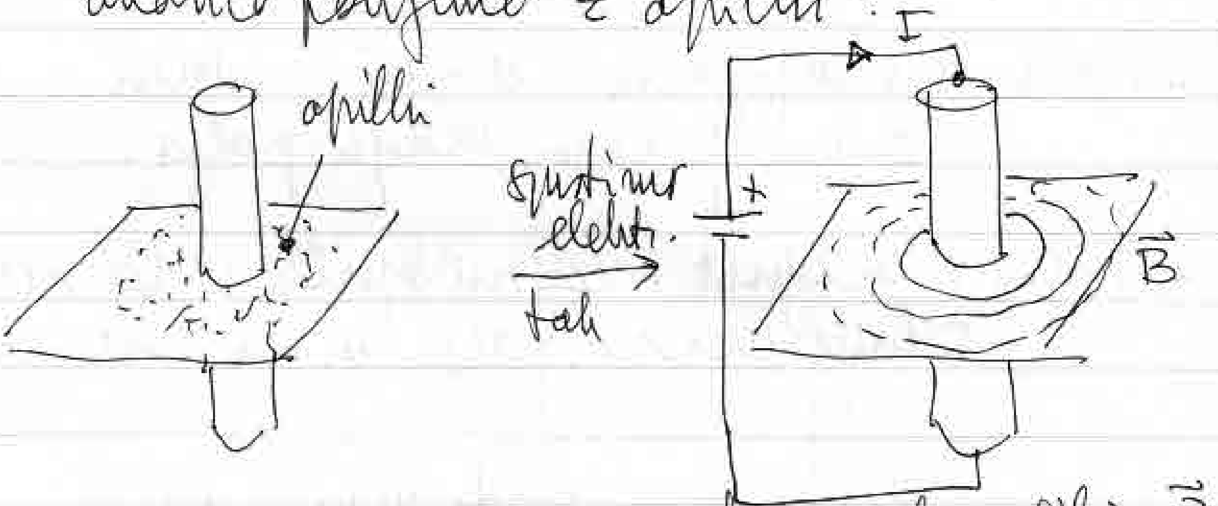


V naravi ne obstajajo magnetni monopoli (naboji) iz katerih bi magnetno polje izviralo ali v njih ponikalo:



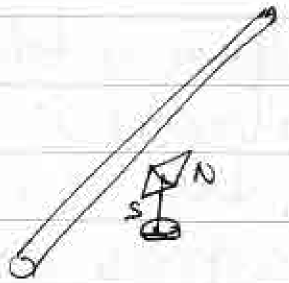
Če ni magnetnih nabojev bi bili izvir $\vec{B}$, od kod pa potem magnetno polje izvira?

3. Poskus: skozi ravno žico spustimo el. tok, okolico posujemo z opilki:



ugotovimo, da so silnice $\vec{B}$ sklenjeni krogi okoli vodnika s tokom.

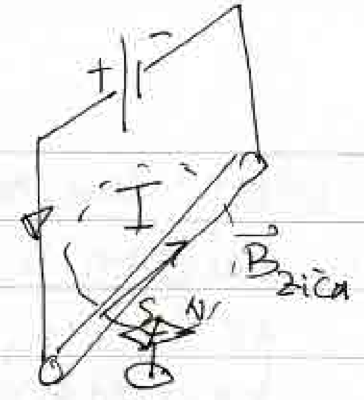
4. Poskus: magnetno polje, ki ga naredimo s tokom po žici, zaznati magnetno iglo:



po žici spustimo

$\longrightarrow$

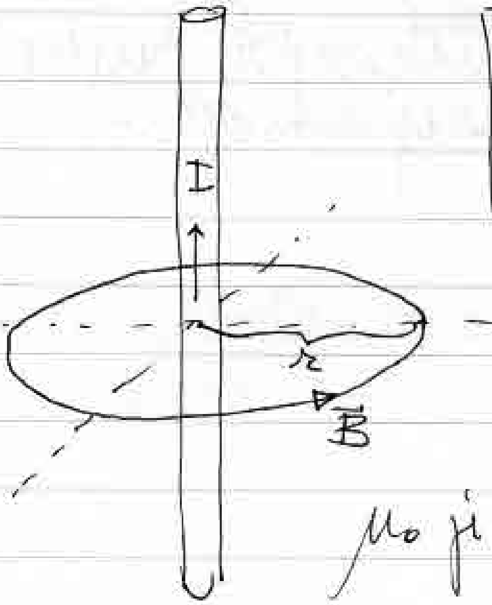
el. tok



igla se zasuče v smeri silnic magn. polja žice

Sklep: izvor magnetnega polja je električni tok.

Magnetno polje okoli ravne, dolge žice, po kateri teče el. tok:



$$\boxed{B(r) = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r}}$$ gostota magn. polja

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$

indukcijska konstanta

μ_0 je sorodna $\varepsilon_0 = 8{,}9 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$

influenčna konstanta.

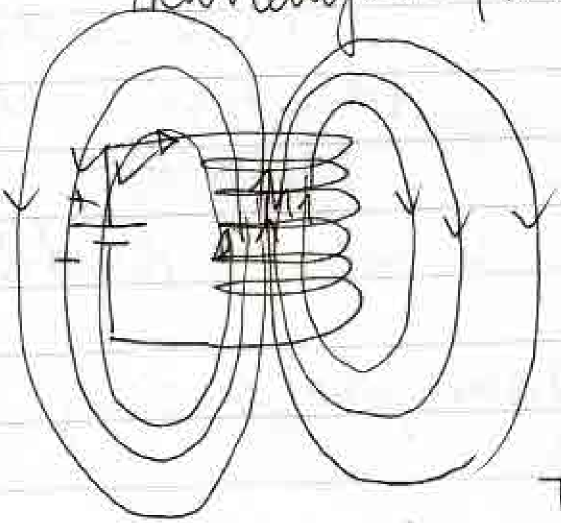
Enota za ~~int~~ B: $\left[\frac{V \cdot s}{A \cdot m} \cdot \frac{A}{m}\right] = \left[\frac{Vs}{m^2}\right] = [T]$

$1T = 10^4$ Gauss

tesla (N. Tesla)

Magnetno polje okoli ravnega vodnika stalno ima obliko sklenjenih krožnih silnic, polje pada kot $1/r$ z razdaljo od žice.

5. Poskus: magnetno polje tuljave s tokom.
Tuljava je navitje el. izolirane žice. Ko po tuljavi spustimo el. tok, se v notranjosti (in zunaj) ustvari magn. polje



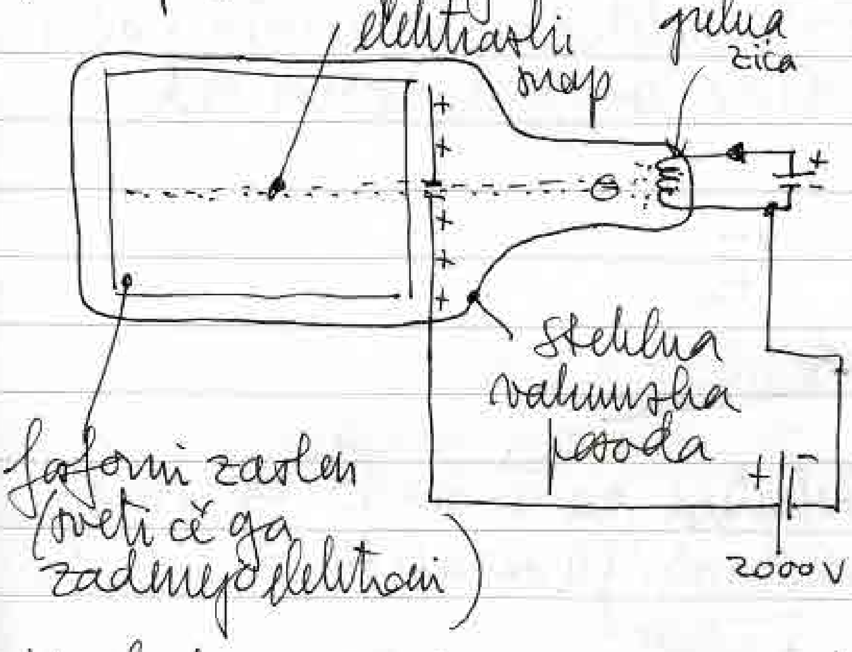
$$\boxed{B_{tuljave} = \mu_0 \cdot N \cdot \frac{I}{l}}$$

N .... število ovojev žice
I .... tok po tuljavi
l .... dolžina tuljave

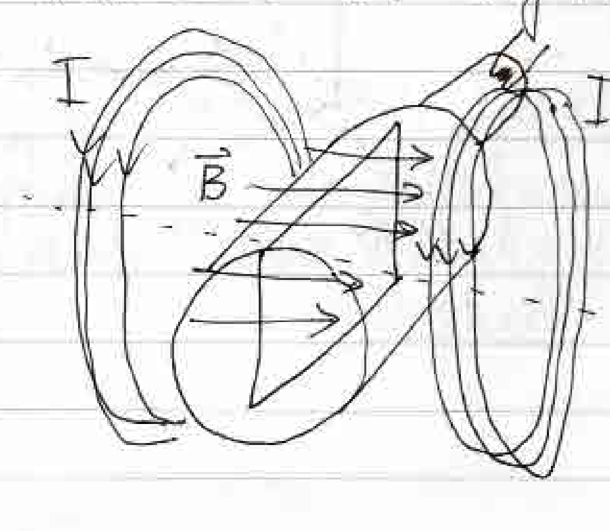
To je izraz za magn. polje v notranjosti tuljave. Je precej homogeno

6.2. Magnetna sila na gibajoči se el. naboj, sila na vodnik s tokom

Naredimo poskus s snopom elektronov v evakuirani cevi, ki jo postavimo v zunanje magnetno polje

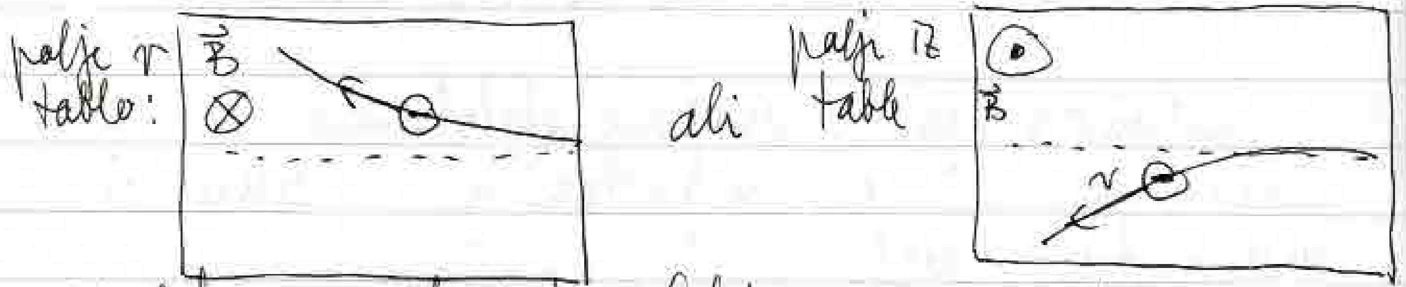


Na fosfornem zaslonu opazimo tir elektronov oziroma elektronskega snopa.
Sedaj pa dodamo še magnetno polje, ki ga naredimo z dvema tuljavama:

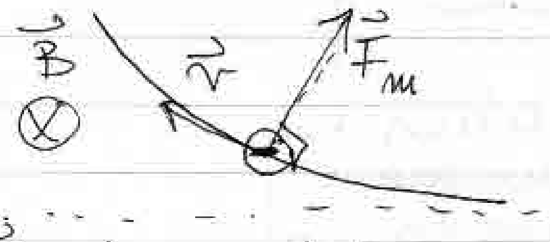


ustvarimo homogeno (povsod enako) magnetno polje $\vec{B}$. Lahko ga spreminjamo sicer, če spreminjamo smer toka I.

Opazujemo tir elektronov na fosfornem zaslonu:



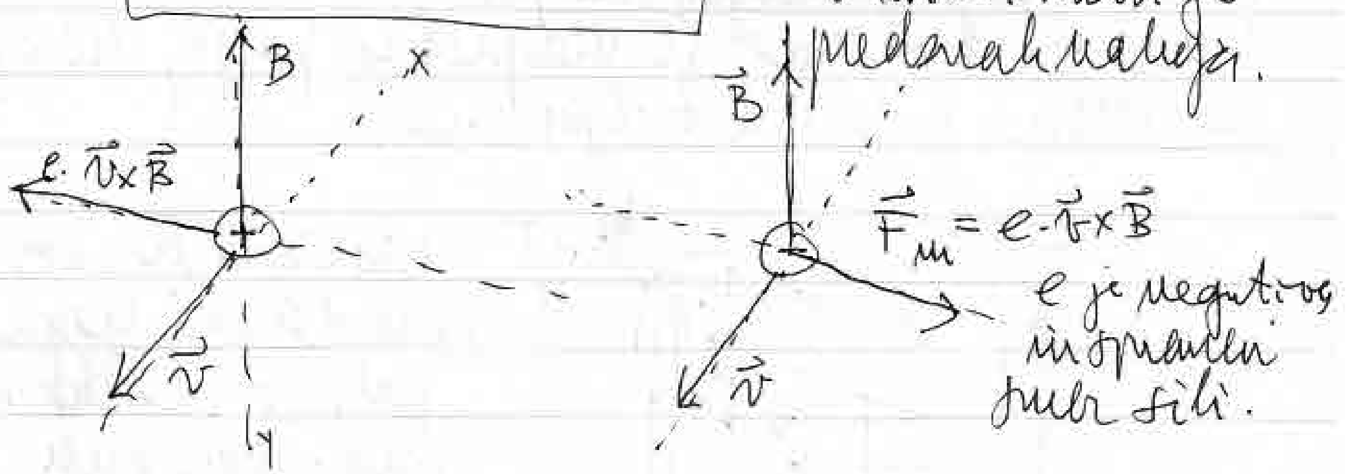
V obeh primerih je tir elektronov v prečnem polju del krožnice. Torej mora biti magnetna sila radialna:



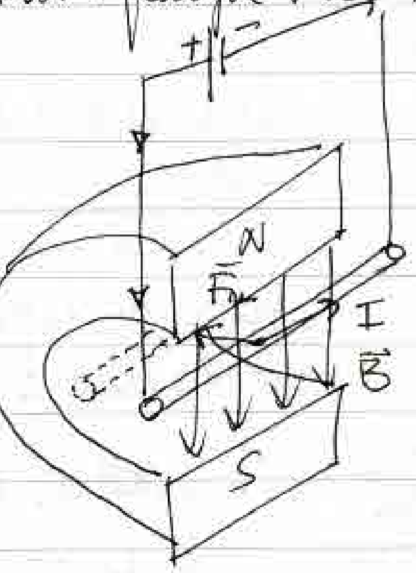
Sila $\vec F_m$ je pravokotna na $\vec v$ in $\vec B$ $\Rightarrow$ torej moramo imeti vektorski produkt:

$$\boxed{\vec F_m = e \cdot \vec v \times \vec B}$$

vektorski produkt $\vec v$ in $\vec B$. Važen je predznak naboja.



Soroden pojav opazimo če po prevodniku v magnetnem polju teče el. tok:



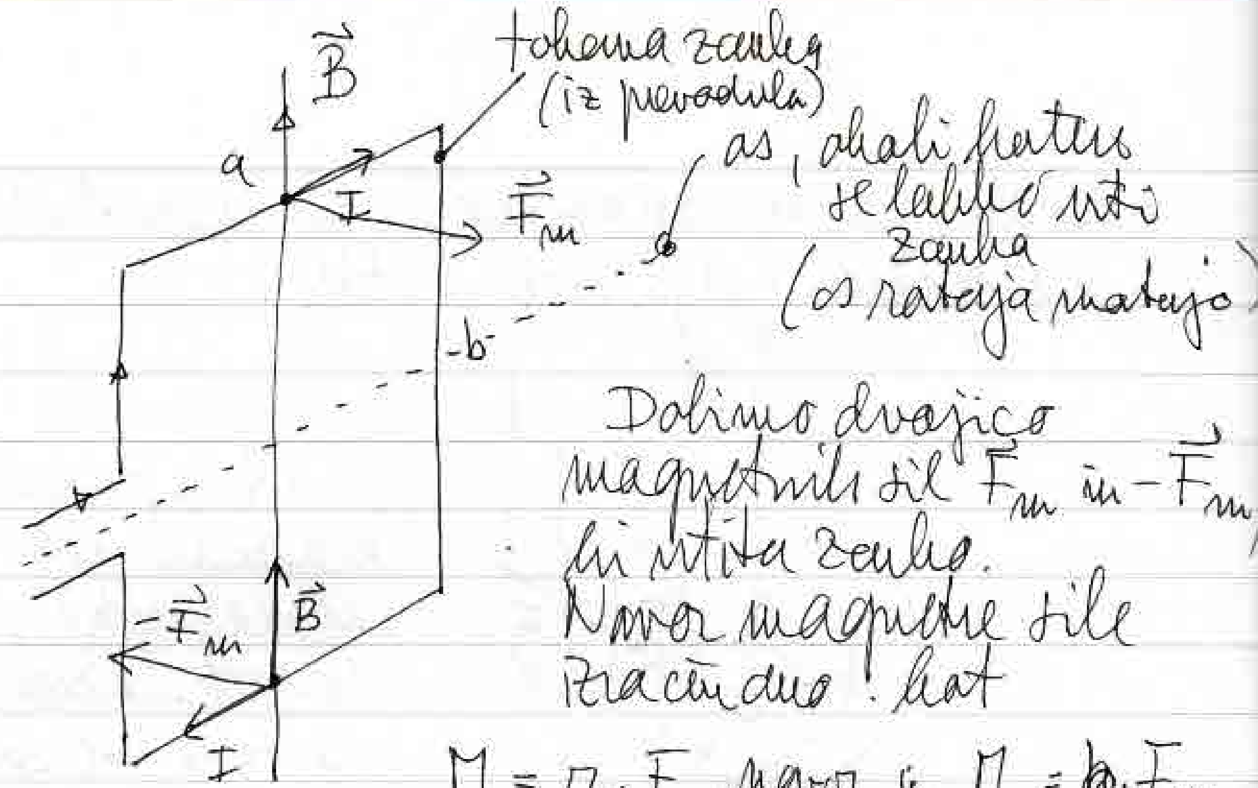
v tem primeru magnetna sila $\vec{F}_m$ potiska prečko v magnet. Če zamenjamo smer toka, se zamenja smer sile.

Magnetna sila na vodnik s tokom je posledica magnetne sile na električne naboje gibajoče se naboje, ki tvorijo tok. Silo na vodnik lahko izračunamo iz sile na posamičen el. naboj in dobimo izraz:

$$\boxed{\vec{F}_m = l \cdot \vec{I} \times \vec{B}}$$

l ... dolžina vodnika v magn. polju.

Ta pojav magnetne sile na vodnik s tokom izkoriščamo pri elektromotorjih.
Imamo sklenjeno zanko po kateri teče tok, zanka pa je v magnetnem polju:



Dobimo dvojico magnetnih sil $\vec{F}_m$ in $-\vec{F}_m$, ki vrtita zanko.
Navor magnetne sile izračunamo kot

$M_m = r \cdot F$, navor je $M_m = \frac{a}{2} \cdot F_m$

Imamo dvojico sil: $M_m = 2 \cdot \frac{a}{2} \cdot F_m = \cancel{2}\frac{a}{\cancel{2}} \cdot b \cdot F_m$

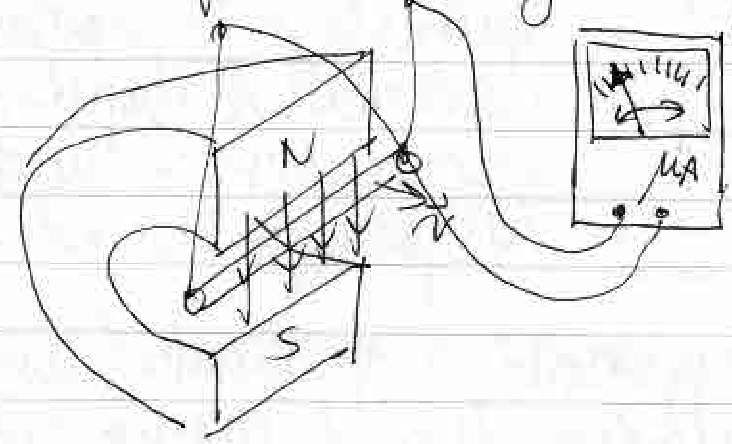
$= b \cdot a \cdot I \cdot B = S \cdot I \cdot B$

V tej legi je navor največji in je enak $M_m = S \cdot I \cdot B$.
Ta navor začne vrteti zanko in dobimo elektromotor.

6.3. Magnetni pretok in zakon o indukciji

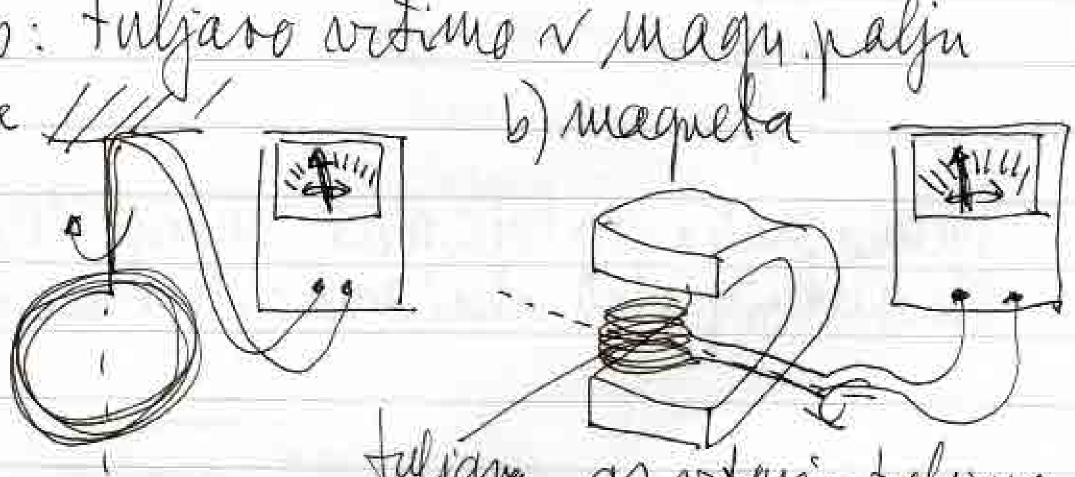
Navedimo tri poskuse, kjer prevodnike premikamo v zunanjem magnetnem polju ali pa spreminjamo magn. polje s časom.

1. Poskus: prečko premikamo v magn. polju permanentnega magneta



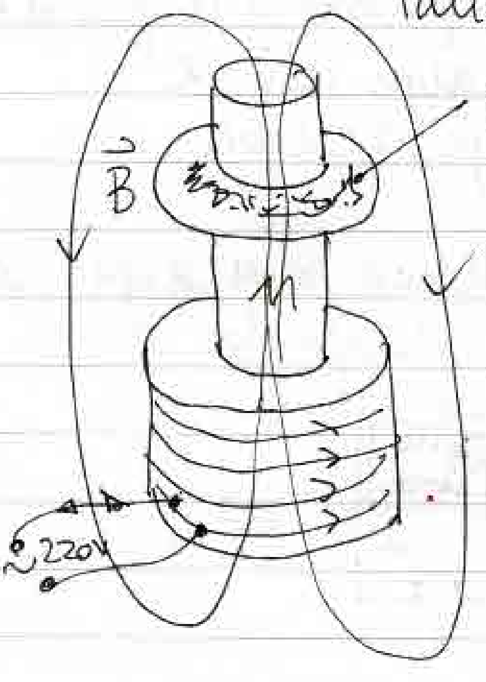
Ko prečko premikamo se kazalec ampermetra premika, torej teče el. tok. Torej se je morala v gibajoči se žici pojaviti el. napetost. Tej napetosti rečemo inducirana el. napetost.

2. Poskus: tuljavo vrtimo v magn. polju
a) Zemlje b) magneta



3. Poskus: 2 tuljavi. V prvi naredimo časovno spremenljivo ~~el.~~ magn. polje.

talilni transformator

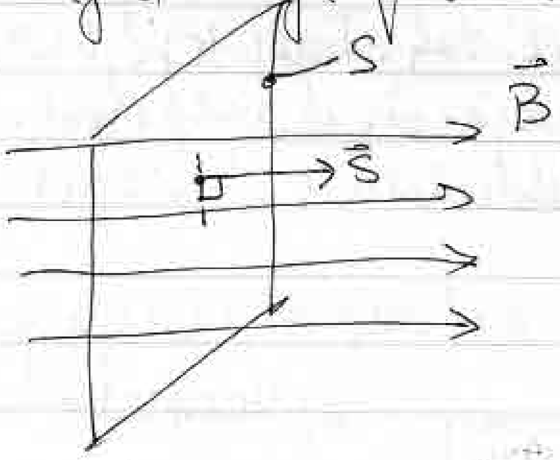


obroč iz prevodnika se segreje

Skozi obroč tečejo silnice magn. polja, ki se s časom spreminjajo. To povzroči nastanek el. napetosti v obroču, ki se začne segrevati, ker po njem teče tok.

Vsi ti poskusi so povezani s spremembo (časovno) magnetnega pretoka skozi sklenjeno zanko

Definicija magn. pretoka:

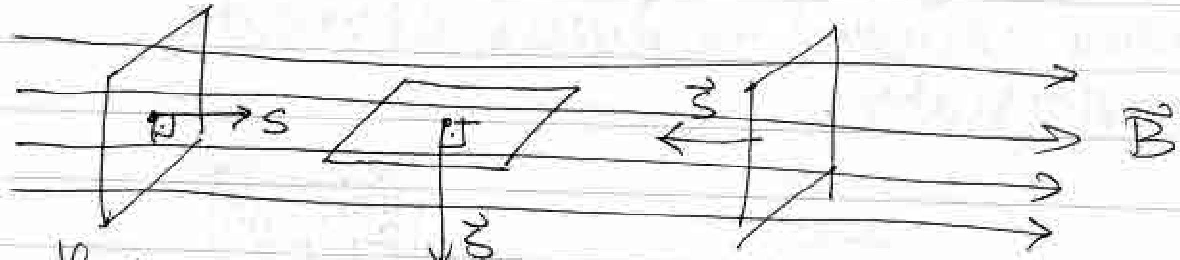


Imamo zanko s ploščino S, skozi njo tečejo silnice $\vec{B}$

Magnetni pretok skozi zanko definiramo kot

$$\boxed{\Phi_m = \vec{B}\cdot\vec{S} = B\cdot S\cdot\cos\varphi}$$

φ ... kot med $\vec{S}$ in $\vec{B}$



$\varphi = 0$ največji pretok

$\varphi = \pi/2$ pretok je nič

$\varphi = \pi$ pretok je negativen

Vidimo, da se magnetni pretok s časom lahko spreminja na 3 načine:

1. $\Phi_m(t) = B(t)\cdot S\cdot\cos\varphi$ talilni transformator
2. $\Phi_m(t) = B\cdot S(t)\cdot\cos\varphi$ premikanje žice v $\vec{B}$
3. $\Phi_m(t) = B\cdot S\cdot\cos\varphi(t)$ vrtenje tuljave

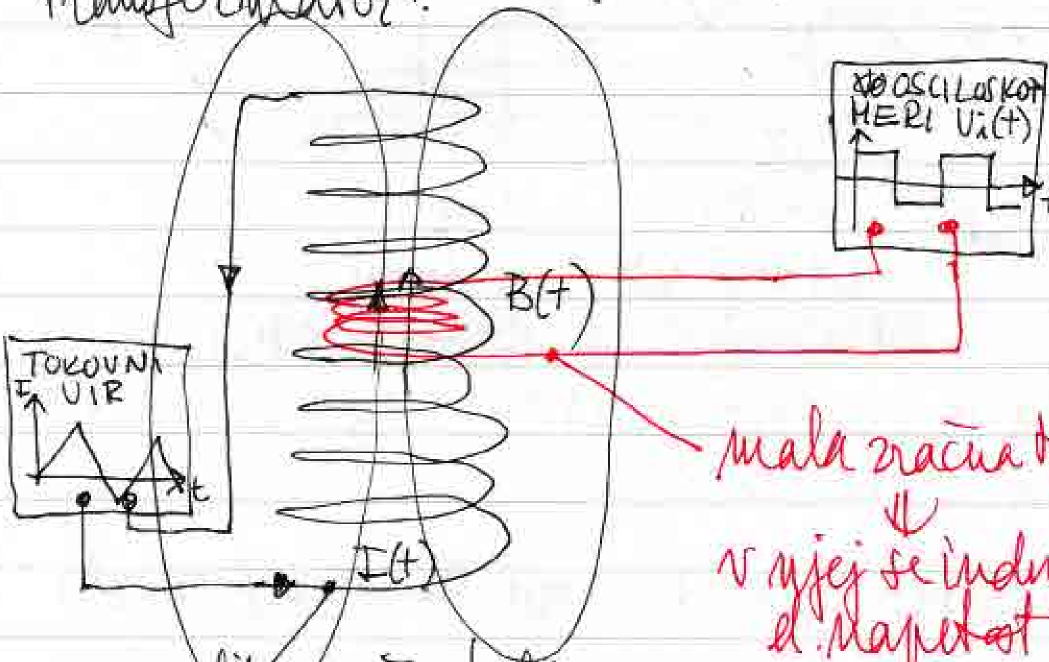
V vseh teh primerih je inducirana el. napetost posledica časovne spremembe magn. pretoka. Ta zakon izluščimo v eksperimentu z velikim zračnim transformatorjem

$$\boxed{U_i = -\frac{d\Phi_m}{dt}}$$

Zakon o indukciji ali Faradayev indukcijski zakon.

Inducirana napetost v sklenjeni zanki, skozi katero teče Φ_m.

Dejstvo, da je inducirana električna napetost v tuljavi sorazmerna s časovnim odvodom magnetnega pretoka skozi tuljavo pokažemo v poskusu z dvema zračnima tuljavama, ki tvorita transformator:



mala zračna tuljava

⇓

v njej se inducira el. napetost

velika zračna tuljava

⇓

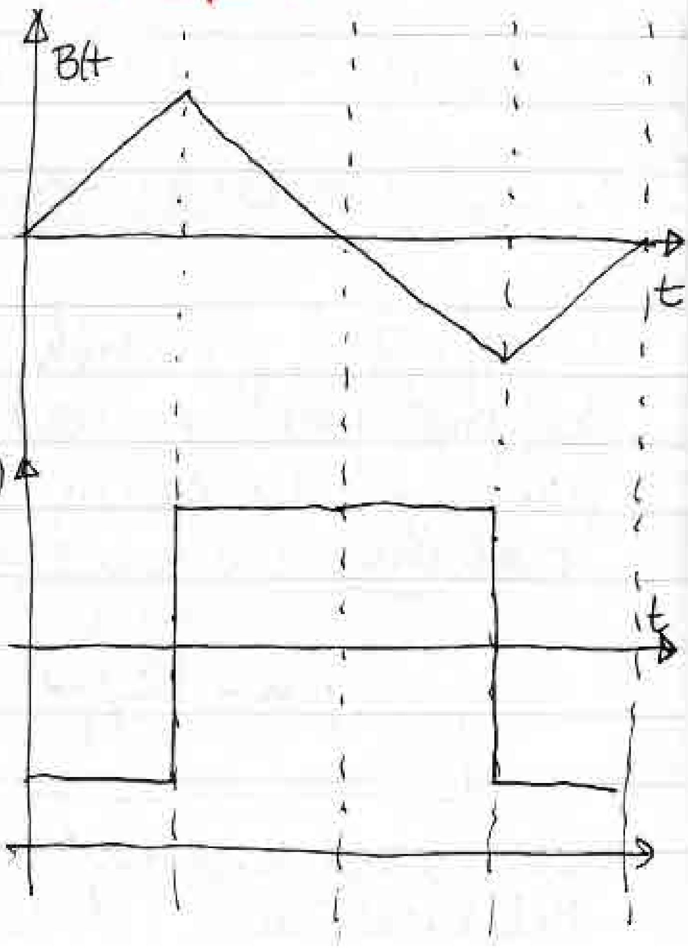
ustvarja $\vec{B}(t)$

To je "primarna" tuljava

Če narišemo na isto časovno os $I(t)$, torej $B(t)$ in $U_i(t)$

⇓

Iz eksperimenta vidimo, da je U_i negativni časovni odvod toka skozi primarno tuljavo, torej tudi Φ_m!!



Transformatorji el. energije

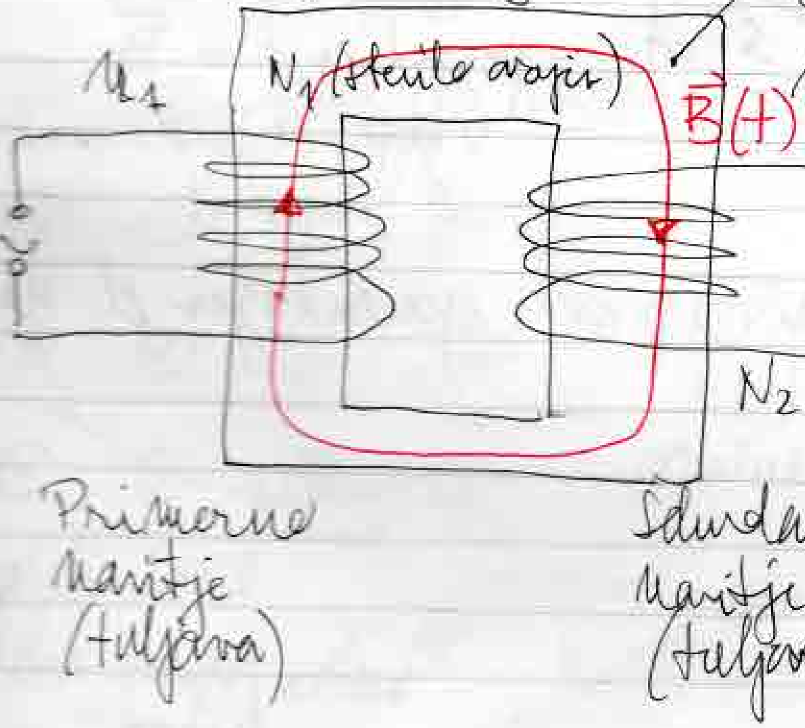
Naprava, ki smo jo spoznali, se imenuje transformator in je osnovna naprava za prenos in transformiranje električne napetosti in energije na velike razdalje (Nikola Tesla)

Vsak transformator ima vsaj dve tuljavi: primarno in sekundarno tuljavo

Primarna tuljava: ko skozjo pošljemo izmenični el. tok ta tuljava ustvari časovno spremenljivo magnetno polje $B(t)$

Sekundarna tuljava: skozi presek te tuljave tečejo silnice $B(t)$ in ustvarjajo $\Phi_m(t)$. Zaradi tega se v sekundarni tuljavi inducira el. napetost. Ta napetost je lahko višja ali nižja glede na napetost primarne tuljave.

Shema transformatorja — jarem iz Fe ujame $\vec{B}$



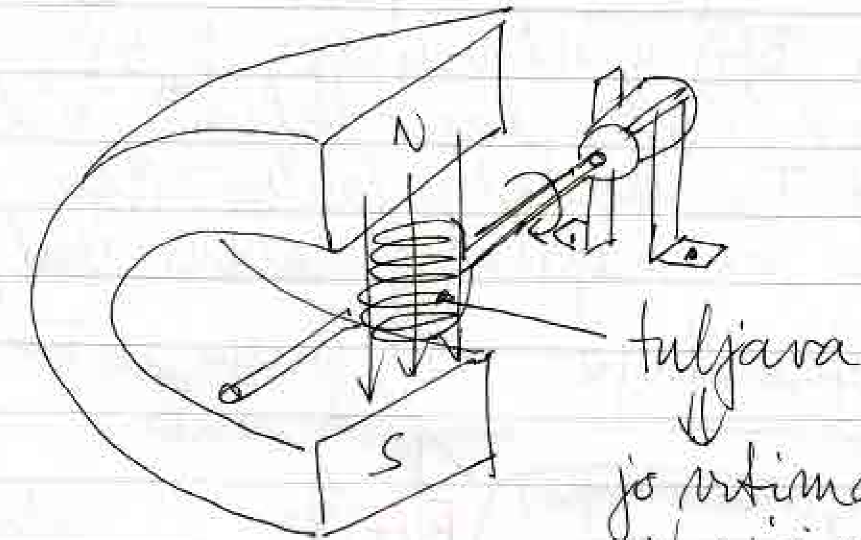
Velja zveza

$$\boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}}$$

Napetost višamo ali znižamo.

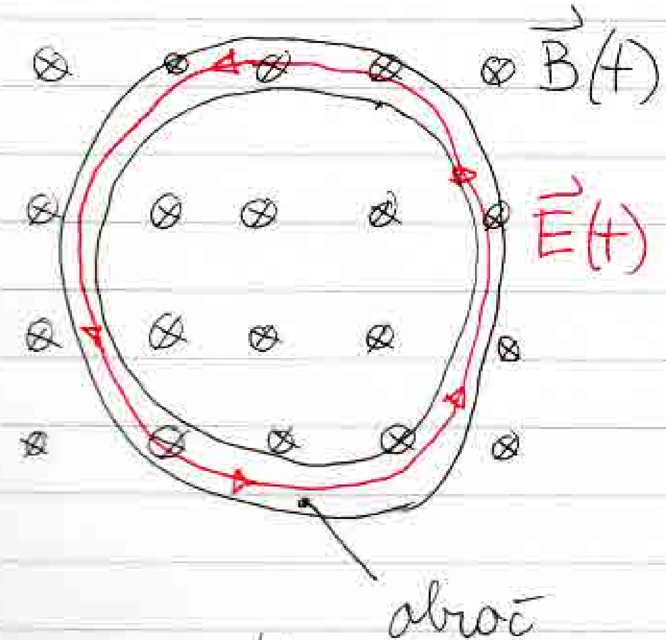
Transformatorji se uporabljajo za zvišanje el. napetosti v elektrarnah na nekaj 100.000 V izmenične napetosti po daljnovodu. V bližini naselij se ta visoka napetost s transformatorji zniža na 10.000 V izmenično in nato v lokalnih transformatorjih na omrežno napetost 220 V~.

Na zakonu o indukciji temeljijo tudi vsi <u>generatorji izmenične el. napetosti</u>:



To je osnovni princip vseh generatorjev el. napetosti

Premislek za začetnike: imamo sklenjen obroč iz prevodne žice. Damo ga v spremenljivo magn. polje, ki prebada ploskev obroča in ustvarja $\Phi_m(t)$



v obroču se inducira el. napetost, tok teče

⇓

torej imamo sklenjene silnice $\vec{E}(t)$ v obroču, ki poganjajo el. tok

obroč odstranimo ⇒ ali imamo $\vec{E}(t)$?

⇓

seveda imamo

⇓

torej se spremenljivo $\vec{B}(t)$ obda s spremenljivim $\vec{E}(t)$

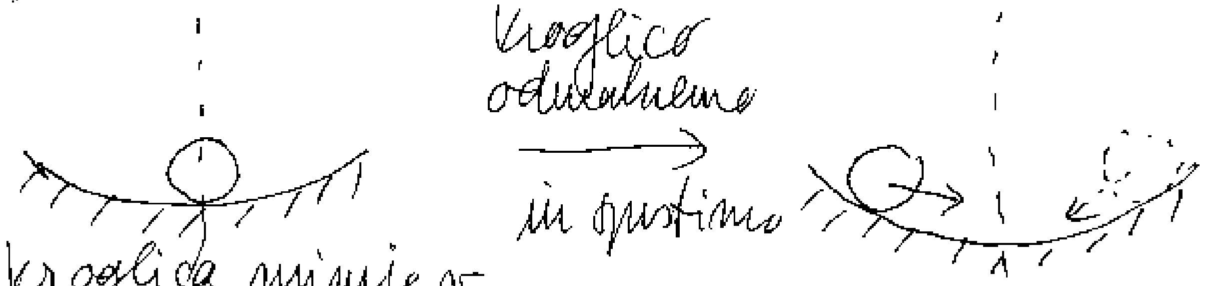
⇓

polji sta povezani in nihata ⇒ dobili smo elektromagnetno polje!

5. NIHANJE IN VALOVANJE

Razlika med nihanjem in valovanjem: posamezna nihala nihajo, valujejo pa sistemi med seboj povezanih nihal. V takem sistemu se pojavi "kolektivno gibanje" nihal, ki mu pravimo valovanje. Osnova vsakega valovanja so torej nihala. Poglejmo nekaj primerov mehanskih nihal:

a) Kroglica v "skledi":



kroglica miruje v najnižji legi. To je mirovna lega

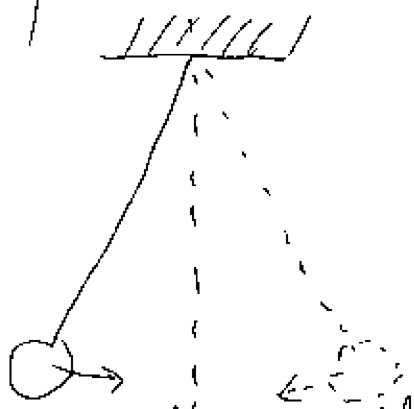
vidimo, da se kroglica giblje periodično. Vedno se vrača proti mirovni legi, ker jo v to sili sila teže F_g oziroma njena komponenta.

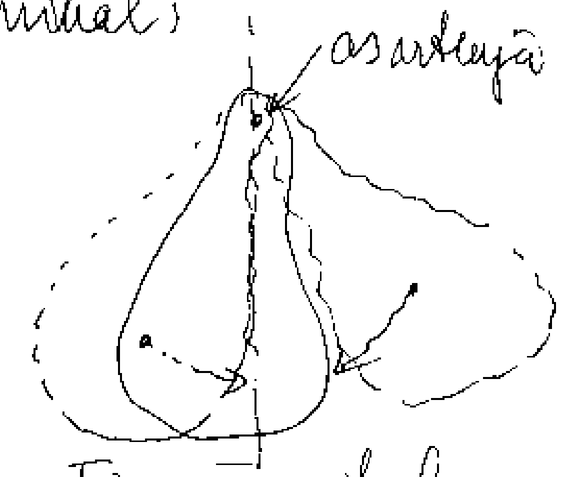
Sklep: kroglica v "skledi" niha, ker jo sila teže vedno poganja proti mirovni legi.

⇓

To je osnovni princip vseh nihal.

b) vrste mehanskih nihal:

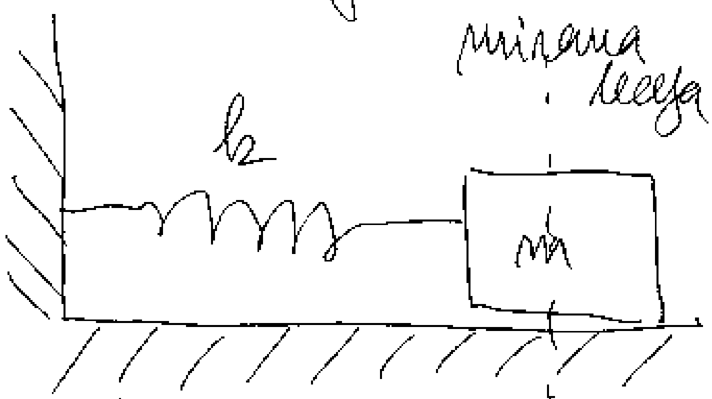




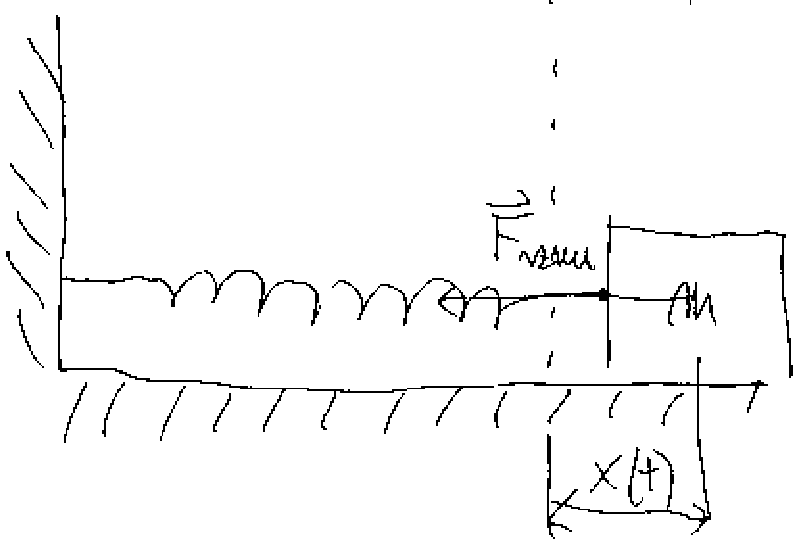
matematično nihalo: telo z dano maso ki je pripeto z lahko nitjo dolžine l

Fizično nihalo: neko telo je podprto tako da se vrti okoli osi. Niha zaradi sile teže.

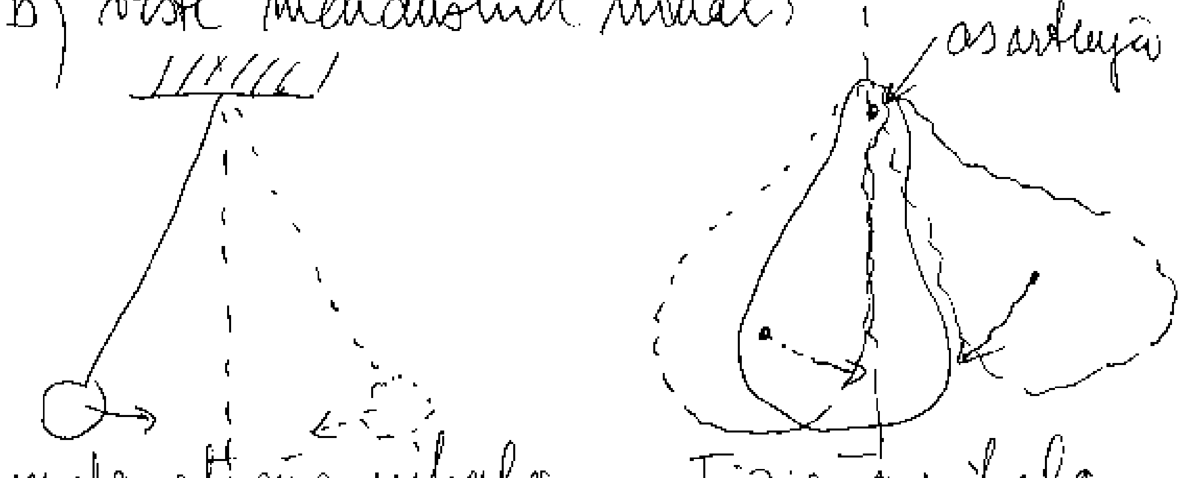
Nihalo na vijačno vzmet: masa m drsi po gladki podlagi, z vzmetjo s koeficientom k je pripeta na steno.



Ko maso m izmaknemo, se vzmet napne za x(t). Če telo spustimo bo sila vzmeti pospeševala maso proti mirovni legi



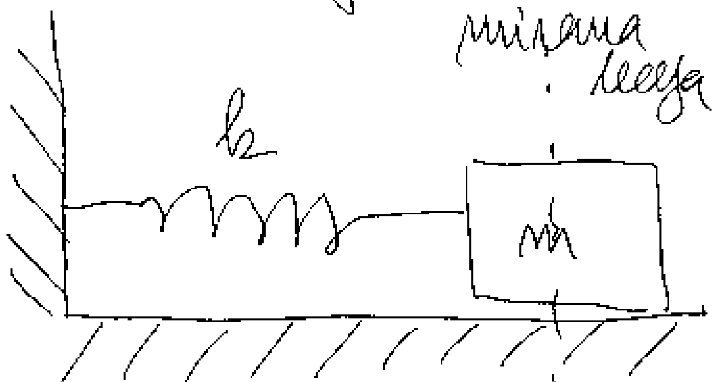
b) vrste mehanskih nihal:



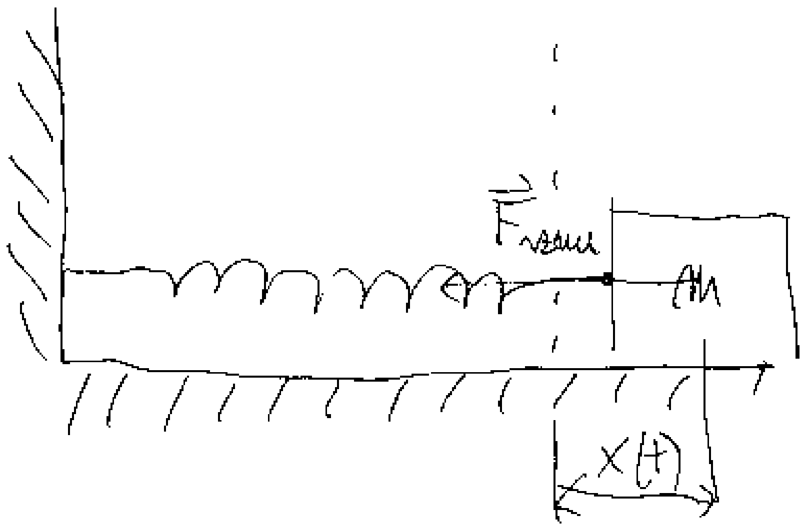
matematično nihalo: telo z dano maso, ki je pripeto z lahko nitko dolžine l

Fizično nihalo: nihalo telo je podprto tako, da se vrti okoli osi. Niha zaradi sile teže.

Nihalo na vijačno vzmet: masa m drsi po gladki podlagi, z vzmetjo s koeficientom k je pripeta na steno.

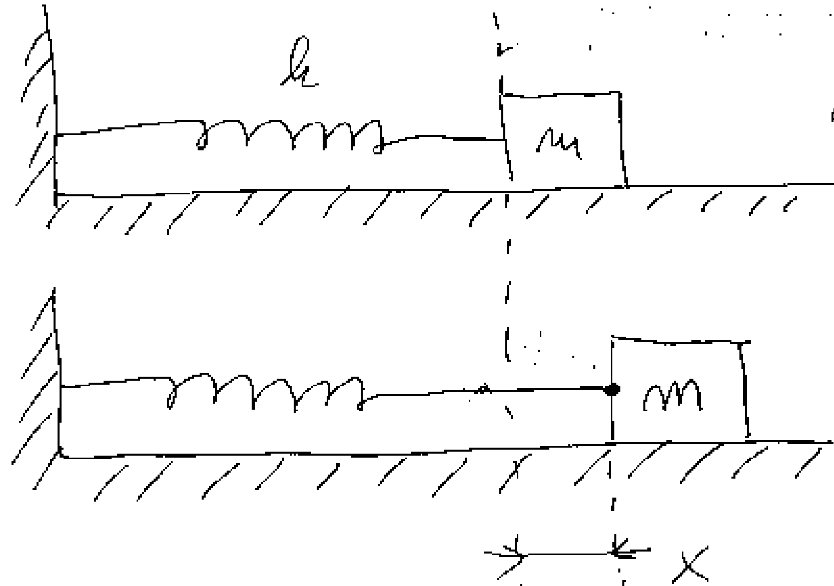


Ko maso m izmaknemo, se vzmet napne za $x(t)$. Če telo spustimo bo sila vzmeti pospeševala maso proti mirovni legi



5.1. Nihanje nihala na vijačno vzmet

Imamo telo z maso m, ki se lahko brez trenja giblje po vodoravni podlagi (najprej zaliv vodoravno, da se izognemo sili teže, ki zamegli sliko nihanja). Kaj se zgodi če maso odmaknemo za $x(t)$ in spustimo?



mirovna lega. Vzmet ni niti napeta niti skrčena

telo izmaknemo, da se vzmet raztegne za x.

Na telo z maso m sedaj deluje sila vzmeti F_{vzmet}, ki telo sili proti mirovni legi. Sedaj velja 2. Newtonov zakon:

$$F = m \cdot a$$

$$-k \cdot x = m \cdot a$$

(predznak – zato, ker sila kaže v – smer, če je odmik v + smeri)

Spomnimo se definicije pospeška: $a = \frac{dv}{dt}$

Ker pa je $v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow a = \frac{d^2x}{dt^2}$ pospešek telesa je drugi odvod odmika po času

Dobimo diferencialno enačbo, ki opisuje gibanje mase m zaradi vzmeti:

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m} \cdot x = 0}$$

To je diferencialna enačba, ker v njej nastopajo drugi odvod $\frac{d^2x}{dt^2}$. Tej enačbi pravimo diferencialna enačba za nihanje nihala na vijačno vzmet.

Kako razumemo to enačbo? Očitno opisuje gibanje nihala (mase m). Enačba pravi, da mora gibanje nihala opisovati takšna funkcija $x(t)$, da je enačba izpolnjena ob vsakem času t.

Kakšna pa je funkcija, ki opisuje nihanje mase m, okoli ravnovesne lege, $x(t)$?

⇓

Očitno mora biti $x(t)$ periodična funkcija časa t. Saj se nihalo periodično vrača okoli ravnovesne lege, niha pa v nedogled.

Poznamo ~~x~~ osnovne periodične funkcije. To so sinusne in kosinusne funkcije časa.

Dobimo diferencialno enačbo, ki opisuje gibanje mase m na vzmeti:

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}\cdot x = 0}$$

To je diferencialna enačba, ker v njej nastopajo drugi odvod $\frac{d^2x}{dt^2}$. Tej enačbi pravimo diferencialna enačba za nihanje nihala na vijačno vzmet.

Kako razumemo to enačbo? Očitno opisuje gibanje nihala (mase m). Enačba pravi, da mora gibanje nihala opisovati takšna funkcija $x(t)$, da je enačba izpolnjena ob vsakem času t.

Kakšna pa je funkcija, ki opisuje nihanje mase m, okoli ravnovesne lege, $x(t)$?

$\Downarrow$

Očitno mora biti $x(t)$ periodična funkcija časa t. Saj se nihalo periodično vrača okoli ravnovesne lege, niha pa v neskončnost.

Poznamo osnovne periodične funkcije. To so sinusne in kosinusne funkcije časa.

Zato si izberemo sinusno funkcijo časa $x(t)$:

$$x(t) = x_0 \cdot \sin(\Omega t + \phi_0)$$

V tem izrazu je x_0 amplituda nihanja, Ω je krožna frekvenca, ϕ_0 pa določa odmik ob času $t=0$

$$x(t=0) = x_0 \cdot \sin\phi_0$$

To so seveda vse neznane količine, kar pa nas ne skrbi.

Izbrana funkcija $x(t)$ mora zadoščati diferencialni enačbi nihanja, zato poiščemo d^2x/dt^2, najprej pa dx/dt

Prvi odvod: $\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left(x_0 \cdot \sin(\Omega t + \phi_0)\right) =$

$$= x_0 \cdot \frac{d}{dt}\left(\sin(\Omega t + \phi_0)\right) = x_0 \cdot \cos(\Omega t + \phi_0)\cdot \Omega$$

Drugi odvod: $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(x_0 \cdot \Omega \cdot \cos(\Omega t + \phi_0)\right) =$

$$= -x_0 \cdot \Omega^2 \cdot \sin(\Omega t + \phi_0)$$

Sedaj pa drugi odvod vstavimo v dif. enačbo:

$$-x_0 \cdot \Omega^2 \cdot \sin(\Omega t + \phi_0) + \frac{k}{m} x_0 \sin(\Omega t + \phi_0) = 0$$

in izpostavimo sinus in x_0:

$$x_0 \cdot \sin(\Omega t + \phi_0) \cdot \left(-\Omega^2 + \frac{k}{m}\right) = 0$$

Ker je to produkt 3 členov, imamo 3 možnosti, ki zadostijo enačbi:

1. $x_0 = 0 \Rightarrow$ amplituda je 0, torej nihalo ne niha. To ne opisuje nihanja.

2. $\sin(\Omega t + \phi_0) = 0$ to mora biti izpolnjeno za $\forall t$, kar pa je mogoče samo če je $\Omega = 0$ in $\phi_0 = 0$. Tudi to ne opisuje nihanja.

3. $-\Omega^2 + \frac{k}{m} = 0$ ali

$$\boxed{\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

Ta rešitev pa predstavlja sinusno nihanje nihala z amplitudo x_0 (ni predpisana) in krožno frekvenco nihanja $\sqrt{\frac{k}{m}}$

$$\boxed{x(t) = x_0 \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\, t + \phi_0\right)}$$

Krožni frekvenci nihala Ω pravimo tudi lastna frekvenca nihala.

ϕ_0 pa določimo tako, da predpišemo, kje se nihalo nahaja ob $t = 0$.

$$x_0 \cdot \sin(\Omega t + \phi_0) \cdot \left(-\Omega^2 + \frac{k}{m}\right) = 0$$

Ker je to produkt 3 členov, imamo 3 možnosti, ki zadostijo enačbi:

1. $x_0 = 0 \Rightarrow$ amplituda je 0, torej nihalo ne niha. To ne opisuje nihanja.
2. $\sin(\Omega t + \phi_0) = 0$ to mora biti izpolnjeno za $\forall t$, kar pa je mogoče samo, če je $\Omega = 0$ in $\phi_0 = 0$. Tudi to ne opisuje nihanja.
3. $-\Omega^2 + \frac{k}{m} = 0$ ali

$$\boxed{\Omega = \sqrt{\frac{k}{m}}}$$

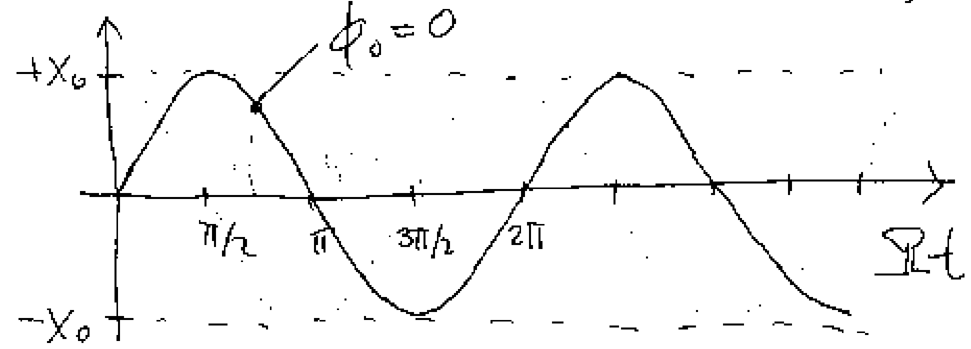
Ta rešitev pa predstavlja sinusno nihanje nihala z amplitudo x_0 (ni predpisana) in krožno frekvenco nihanja $\sqrt{\frac{k}{m}}$

$$\boxed{x(t) = x_0 \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}\, t + \phi_0\right)}$$

Krožni frekvenci nihala Ω pravimo tudi lastna frekvenca nihala.

ϕ_0 pa določimo tako, da predpišemo, kje se nihalo nahaja ob $t=0$.

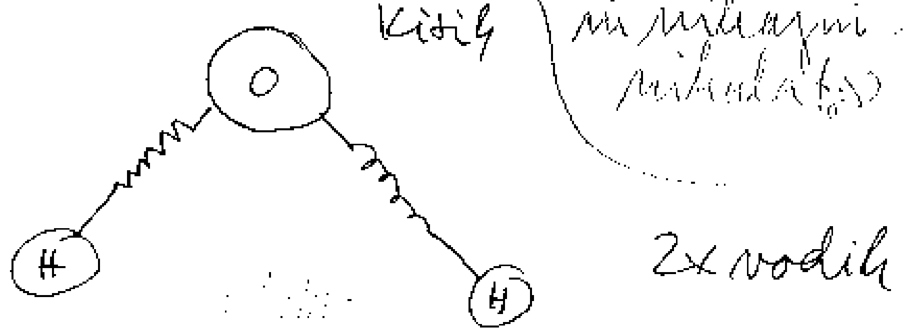
Narišemo še odmik nihala $x(t) = x_0 \cdot \sin(\Omega t + \phi_0)$



Podobne enačbe nihanja izpeljemo tudi za druga nihala (matematično, fizično, ...)

Primeri nihal v molekularnem svetu: molekula vode, H_2O:

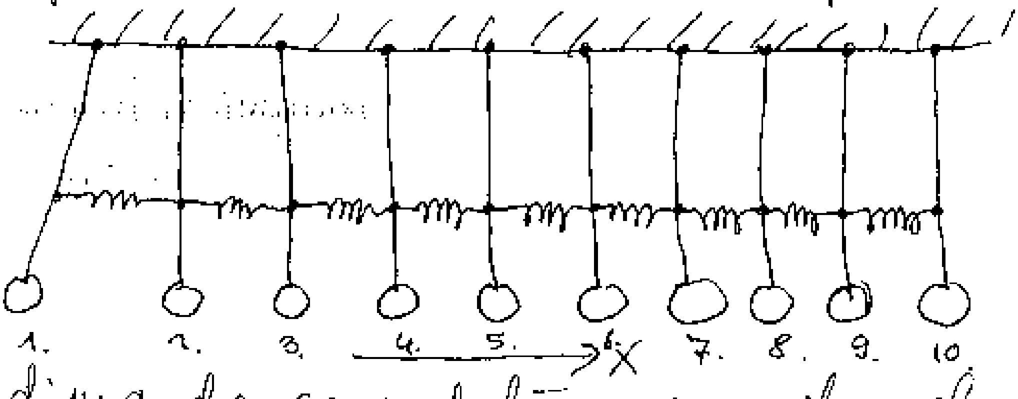
Poleg krožne frekvence Ω (tudi ω) vpeljemo frekvenco ν: $\Omega = 2\pi\nu$ in nihajni čas nihala $t_0 = \frac{1}{\nu_0}$



Molekule niso toge povezave. Mislimo si, da so atomi povezani med seboj z "vzmetmi". Zato imajo molekule lastna nihanja, vibracijska stanja. To se vidi v spektrih absorbiranega EM valovanja (Raman, IR) in služi za kemijsko identifikacijo snovi.

5.2. Nihanje sistema sklopljenih nihal in valovanje

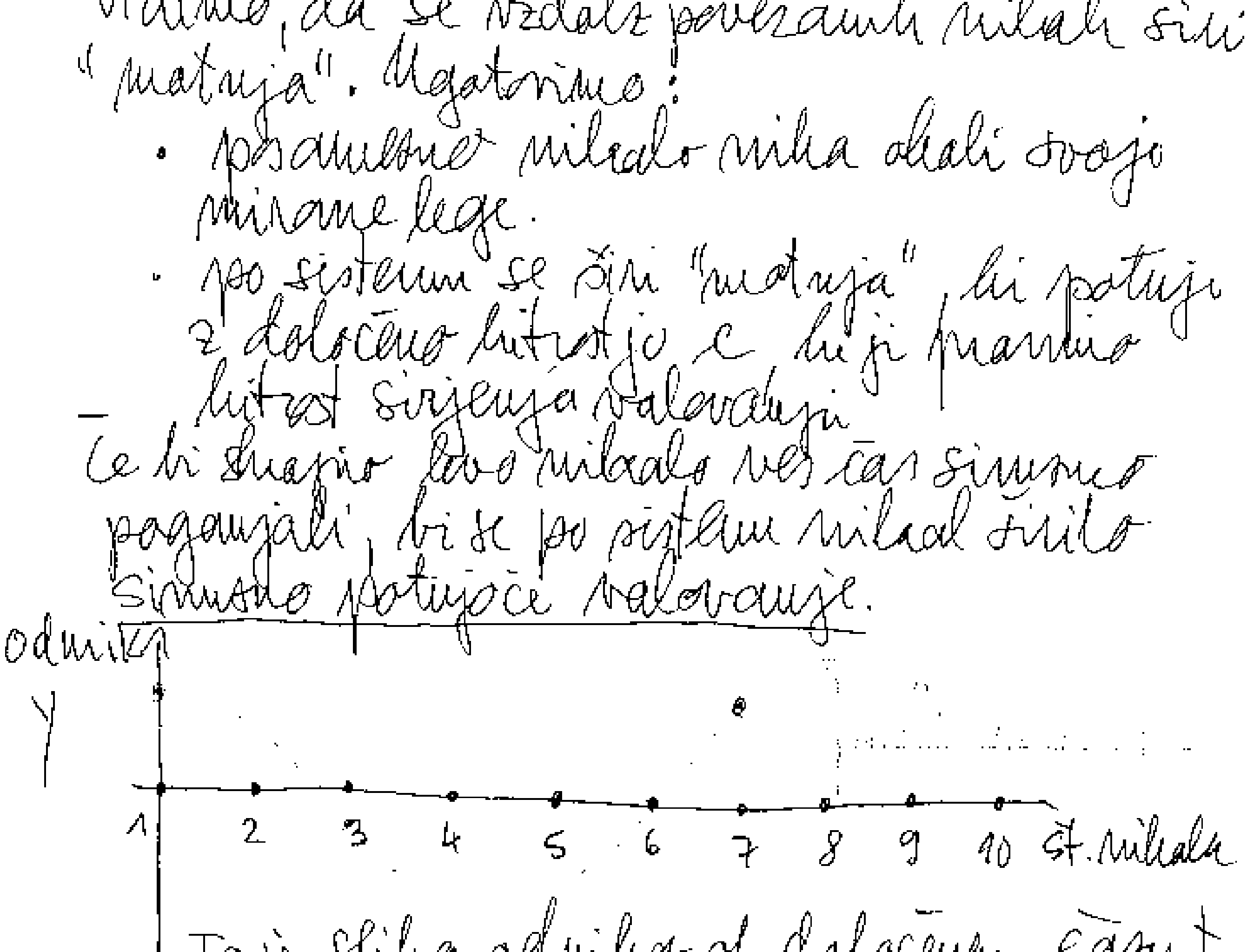
Naredimo poskus, pri katerem imamo 10 nihal, ki so med seboj povezana s šibkimi vzmetmi. Skrajno nihalo odmaknemo in spustimo:



Vidimo, da se vzdolž povezanih nihal širi "motnja". Ugotovimo:

- posamezno nihalo niha okoli svoje mirovne lege.
- po sistemu se širi "motnja", ki potuje z določeno hitrostjo c, ki ji pravimo hitrost širjenja valovanja

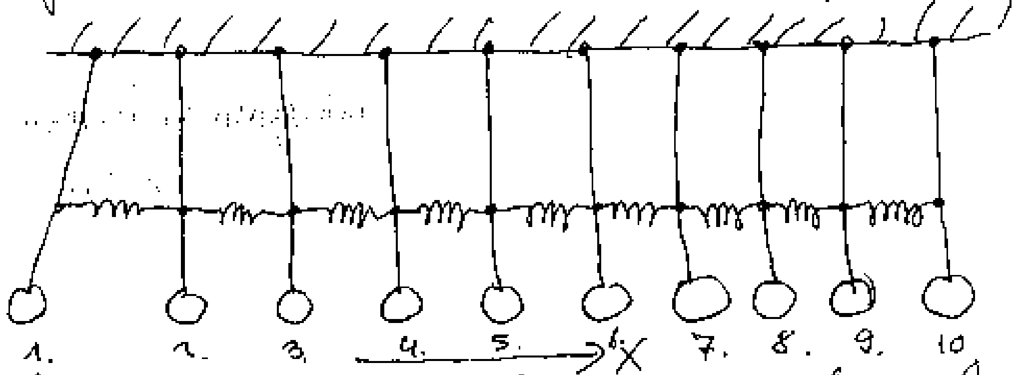
Če bi skrajno levo nihalo ves čas sinusno poganjali, bi se po sistemu nihal širilo sinusno potujoče valovanje.



To je slika odmikov ob določenem času t.
Ta slika se s časom spreminja.

5.2. Nihanje sistema sklopljenih nihal in valovanje

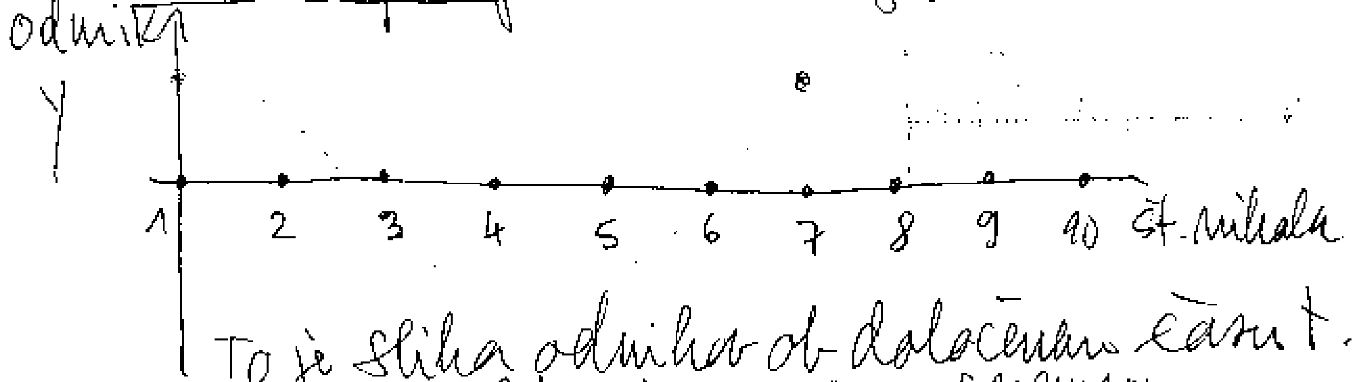
Naredimo poskus, pri katerem imamo 10 nihal, ki so med seboj povezana s šibkimi vzmetmi. Skrajno nihalo odmaknemo in spustimo:



Vidimo, da se vzdolž povezanih nihal širi "motnja". Ugotovimo:

- posamezno nihalo niha okoli svoje mirovne lege.
- po sistemu se širi "motnja", ki potuje z določeno hitrostjo c, ki ji pravimo hitrost širjenja valovanja.

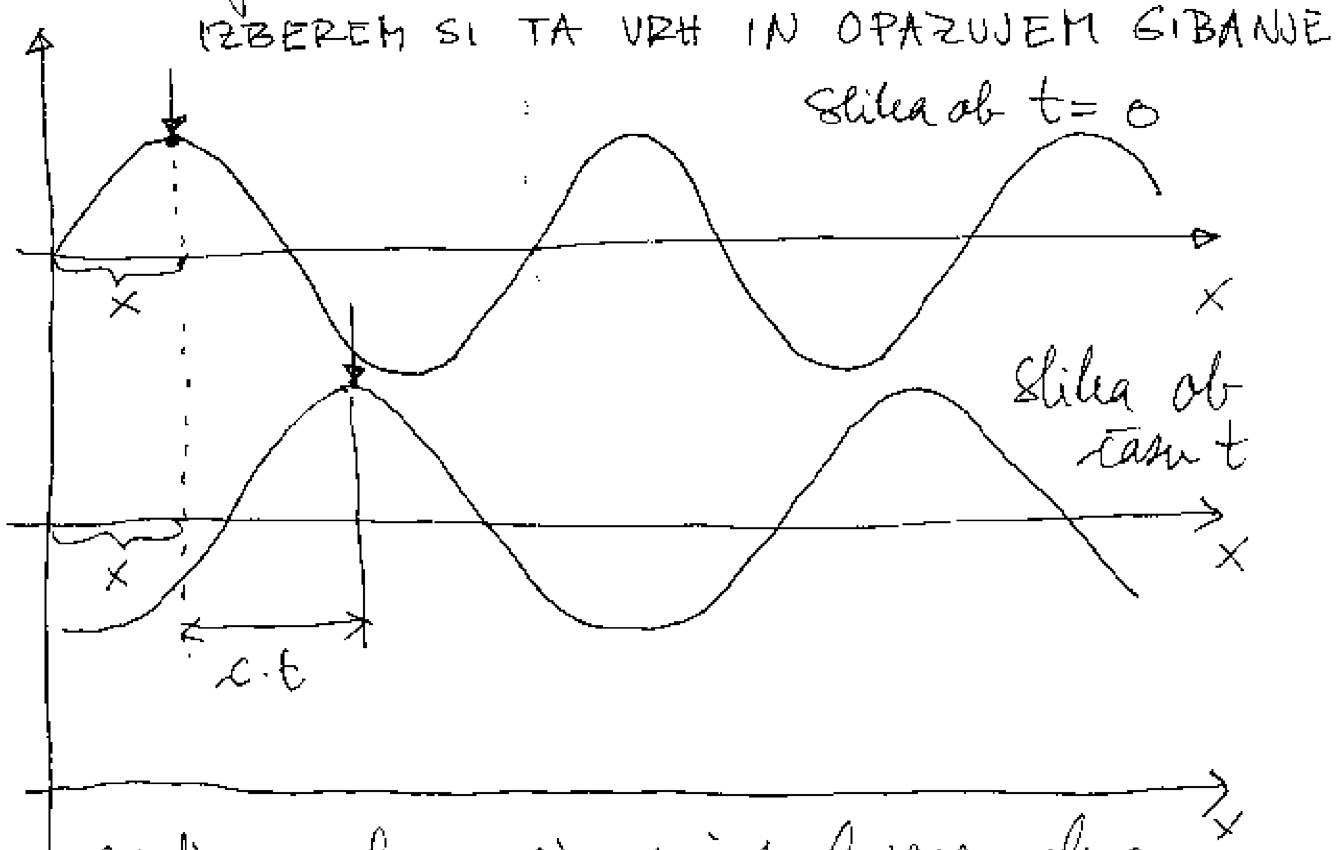
Če bi skrajno levo nihalo ves čas sinusno poganjali, bi se po sistemu nihal širilo sinusno potujoče valovanje.



To je slika odmikov ob določenem času t. Ta slika se s časom spreminja.

Za lažjo predstavo si mislimo, da so nihala zelo gosta, tako da tvorijo zvezno množico točk. Tako si lažje predstavljamo odmike: koordinata x predstavlja torej krajevno koordinato v sistemu sklopljenih nihal. Vidimo, da je odmik y določene točke sistema v resnici funkcija dveh spremenljivk: kraja, x in časa, t:

Slika širjenja potujočega sinusnega valovanja ob različnih časih:

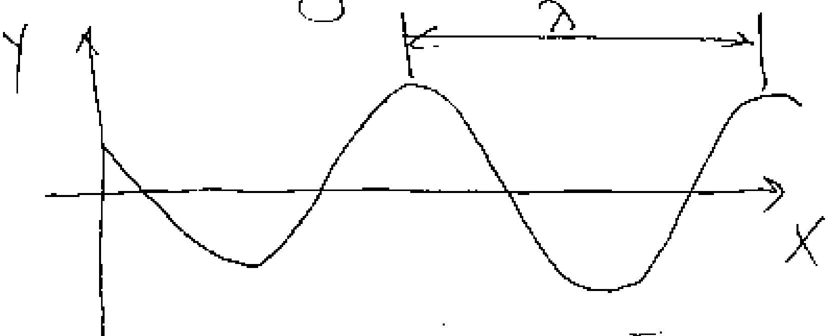


Vidimo, da se sinusni val premakne "kot celota". Izbrani vrh je prepotoval pot $c \cdot t$

Iz slike potovanja valovanja vidimo, da se oblika sinusne funkcije ohranja:

$$y(x,t) = y_0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - c \cdot t)\right)$$

Pri čemer je $y(x,t)$ odmik na mestu x in ob času t, y_0 je amplituda, c hitrost širjenja valovanja, λ pa valovna dolžina valovanja. λ je razdalja med dvema vrhovoma valovanja, torej dolžina celotnega sinusnega vala:



Zgornji izraz zapišemo malo drugače:

$$y(x,t) = y_0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} x - \frac{2\pi \cdot c}{\lambda} \cdot t\right) =$$

$$= y_0 \cdot \sin(kx - \omega t)$$

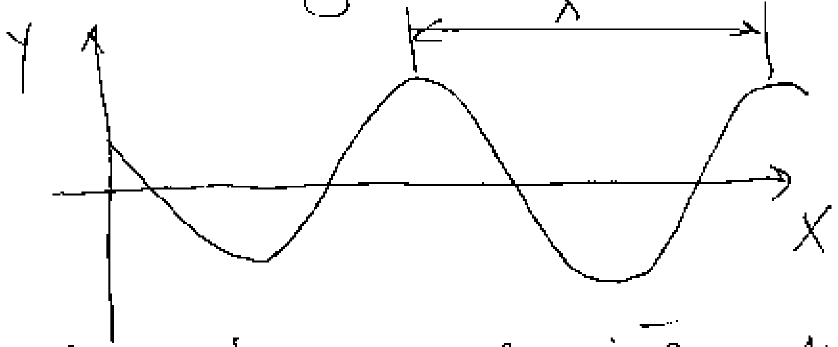
Definirali smo: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ valovni vektor valovanja

$\omega = 2\pi \cdot \frac{c}{\lambda} = 2\pi \cdot \nu$ krožna frekvenca valovanja

Iz slike potovanja valovanja vidimo, da se oblika sinusne funkcije ohranja:

$$y(x,t) = y_0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x - c t)\right)$$

Pri čemer je $y(x,t)$ odmik na mestu x in ob času t, y_0 je amplituda, c hitrost širjenja valovanja, λ pa valovna dolžina valovanja. λ je razdalja med dvema vrhovoma valovanja, torej dolžina celotnega sinusnega vala!



Zgornji izraz zapišemo malo drugače:

$$y(x,t) = y_0 \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot x - \frac{2\pi \cdot c}{\lambda} \cdot t\right) =$$

$$= y_0 \cdot \sin(kx - \omega t)$$

Definirali smo: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ valovni vektor valovanju

$\omega = 2\pi \cdot \frac{c}{\lambda} = 2\pi \cdot \nu$ krožna frekvenca valovanja

Tako je definirana frekvenca valovanja

$$\boxed{\nu = \frac{c}{\lambda} \quad \text{ali} \quad c = \nu \cdot \lambda}$$

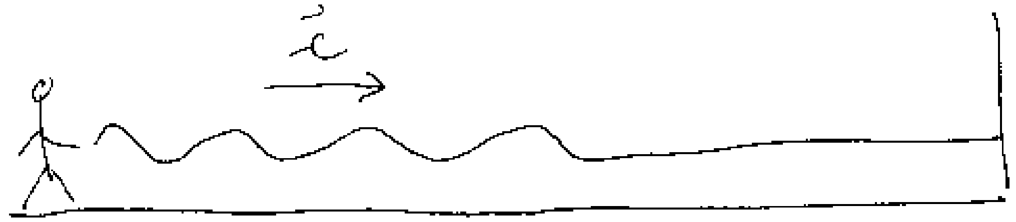
Ta zveza velja za vsa valovanja, tudi za svetlobo in zvok. Frekvenca ν je povezana z nihajnim časom t_0:

$$\nu = \frac{1}{t_0} \Rightarrow c = \frac{\lambda}{t_0}$$

hitrost valovanja: valovanje opravi pot ene valovne dolžine λ v enem nihajnem času t_0

Ločimo longitudinalna in transverzalna valovanja.

Primer transverzalnega valovanja: potujoče valovanje na napeti vrvi:

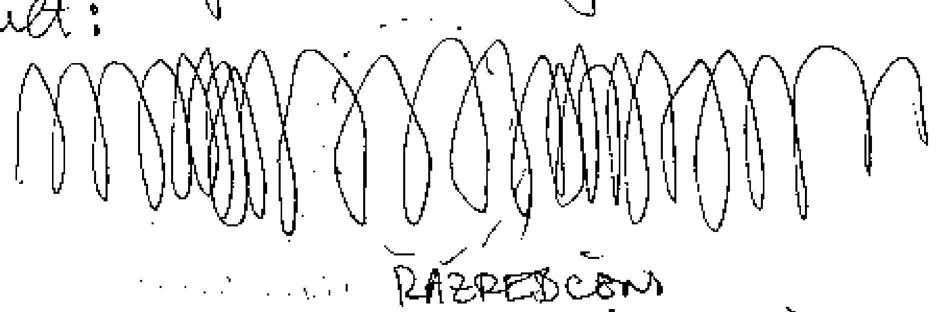


Vrv se odmika prečno (trans) na ~~gibanje~~ širjenje valovanja

Drugi primer: valovanje na vodni gladini.

Tretji primer: palčke na jekleni struni

Primer longitudinalnega valovanja:
Vzmet:

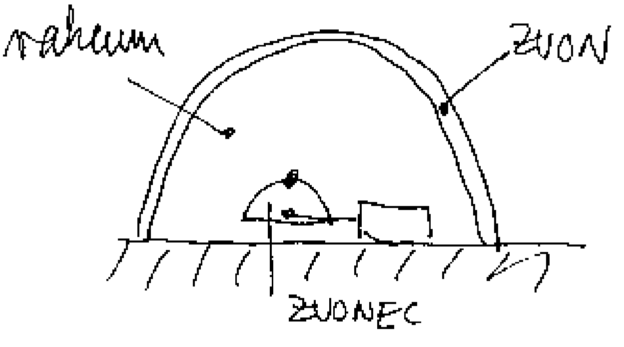


Ko vzmet udarimo se naredi zgoščina, ki potuje po vzmeti. V tem primeru se odmikli deli vzmeti v smeri širjenja valovanja. Primer longitudinalnega valovanja je zvok.

5.3. Zvok

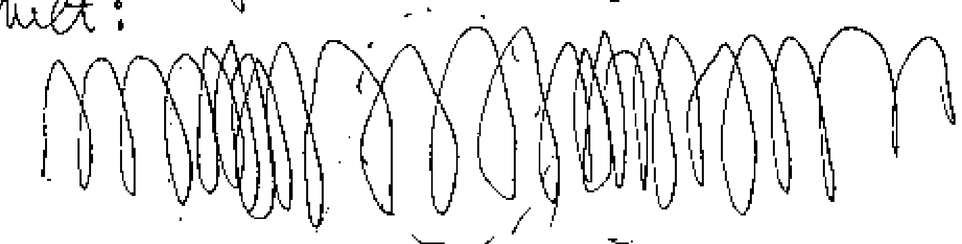
Zvok je longitudinalno valovanje v snovi, katerega frekvenca je v območju 20Hz in 20 kHz. Če je frekvenca zvoka višja od >20kHz, govorimo o ultrazvoku (20kHz – 100MHz).

Zvok za svoje širjenje potrebuje snov. Dokaz: zvonec v evakuirani posodi.



Na začetku slišimo zvok. Ko zvon evakuiramo, zvonenje preneha.

Primer longitudinalnega valovanja: Vzmet:

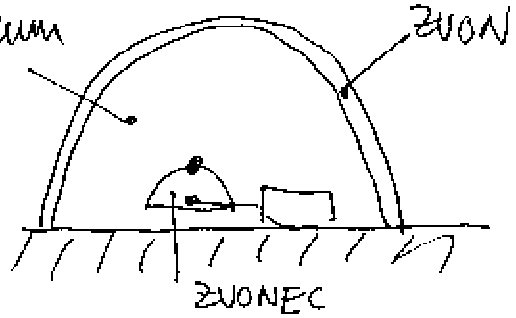


Ko vzmet udarimo se naredi zgoščina, ki potuje po vzmeti. V tem primeru se odmiki delov vzmeti v smeri širjenja valovanja. Primer longitudinalnega valovanja je zvok.

5.3. Zvok

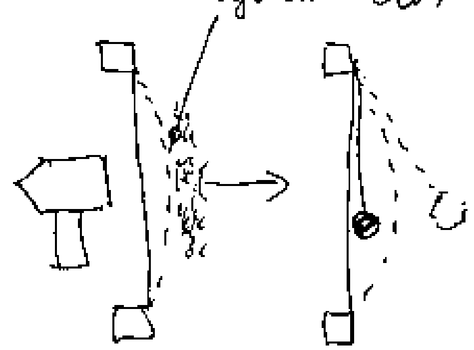
Zvok je longitudinalno valovanje v snovi, katerega frekvenca je v območju 20 Hz in 20 kHz. Če je frekvenca zvoka višja od > 20 kHz, govorimo o ultrazvoku (20 kHz – 100 MHz).

Zvok za svoje širjenje potrebuje snov. Dokaz: zvonec v evakuirani posodi.



Na začetku slišimo zvok. Ko zvon evakuiramo, zvonenje preneha.

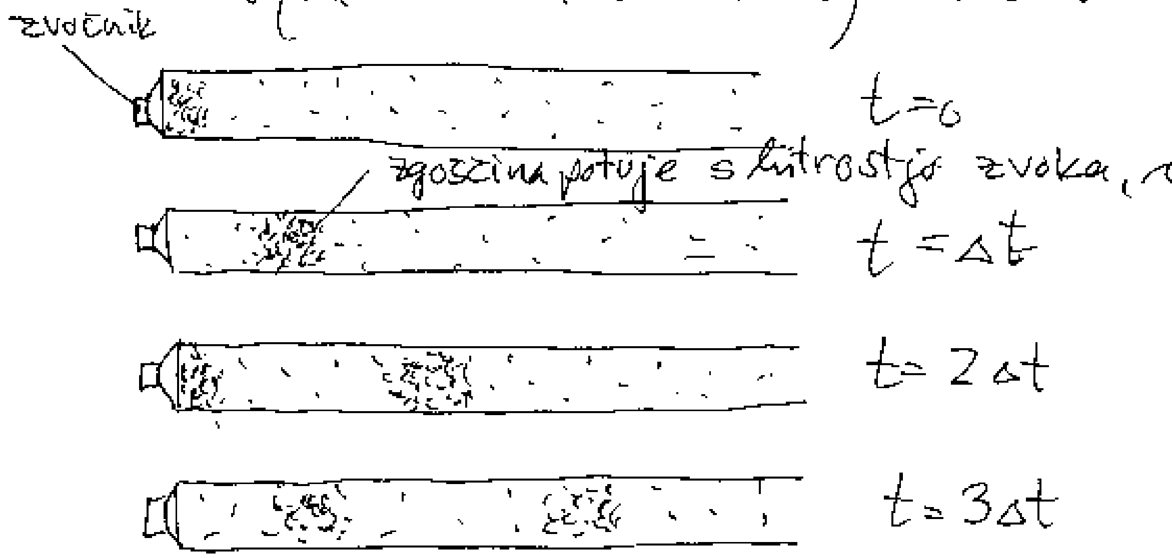
Kako nastane zvok: poskus s kladivom in opno



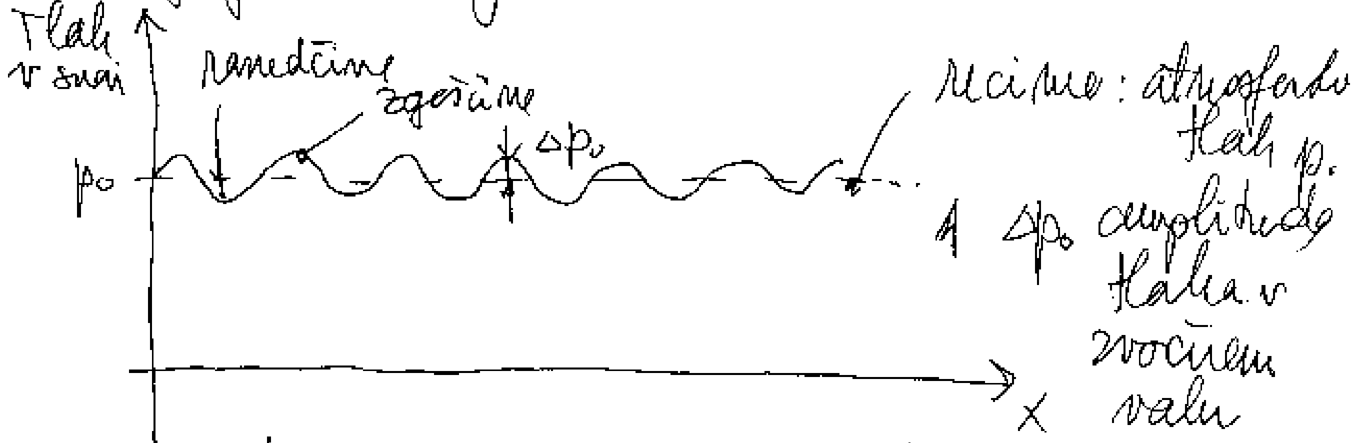
Ko udarimo po prvi opni, se ustvari zgoščina zraka, ki potuje do druge opne. Nanjo pritisne zaradi gibanja zračne zgoščine, kroglica odskoči.

Sklep: opna ustvari zgoščino zraka, kjer sta gostota in tlak povišana. Ta "motnja" potuje po zraku in ko "udari" ob drugo opno, jo odmakne. Na drugo opno je morala delovati sila na določeno površino => povečan tlak.

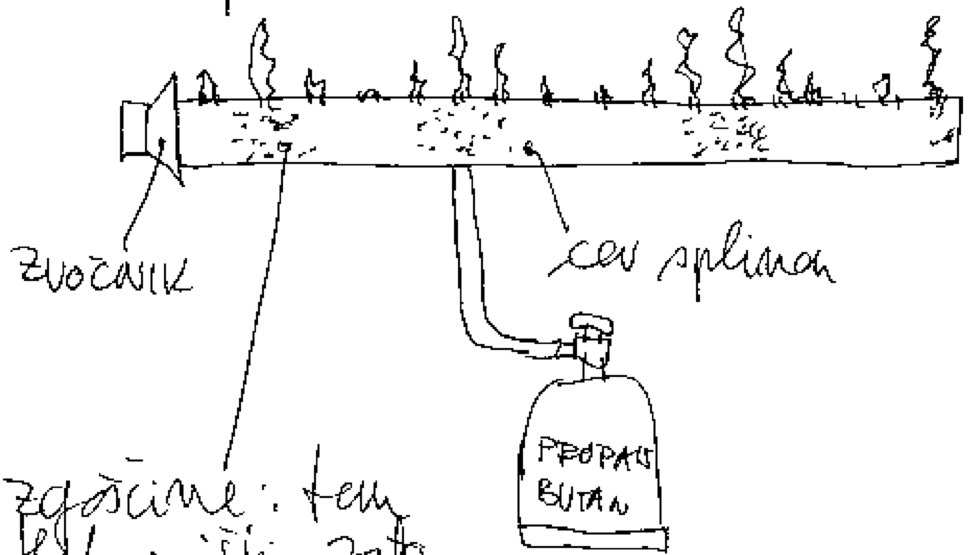
Zvok dejansko predstavlja širjenje zgoščin in razredčin (področij višjega in nižjega tlaka) v snovi



V zgoščinah je tlak zraka/snovi višji kot v razredčinah, tako da vali predstavlja širjenje tlačnega vala:

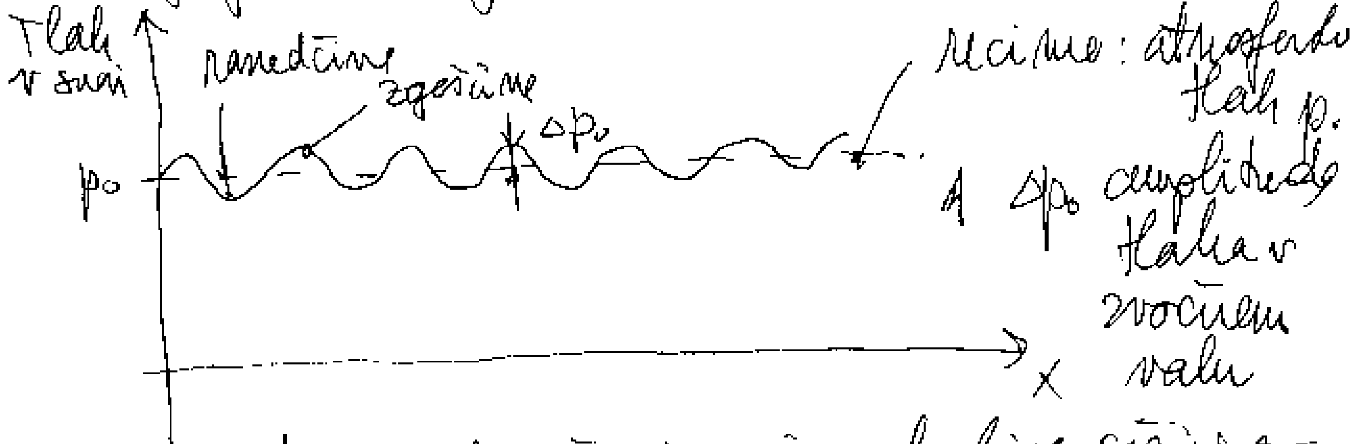


Imamo torej potujoči sinusni val, ki se širi po snovi. Nihanje tlaka zaradi zvoka dejansko vidimo v poskusu:

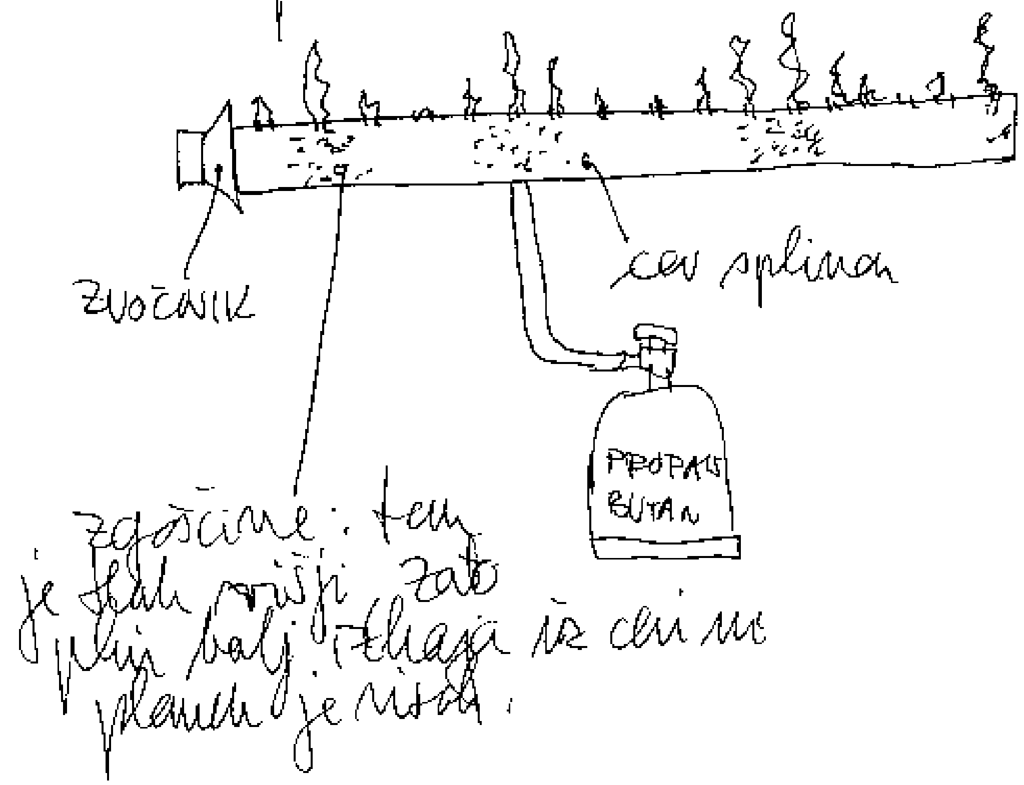


zgoščine: tam je tlak višji, zato plin bolj izhaja iz cevi in plamen je višji.

V zgoščinah je tlak zraka/snovi višji kot v razredčinah, tako da val predstavlja širjenje tlačnega vala:



Imamo tak potujoči sinusni val, ki se širi po snovi. Nihanje tlaka zaradi vala dejansko vidimo v poskusu:



Hitrost zvoka v snovi je odvisna predvsem od agregatnega stanja (plin, tekoče, trdno):

Plin: $c=\sqrt{\frac{\kappa R T}{M}}$ zrak 20°C $c = 331\ m s^{-1}$

Tekočina: $c=\sqrt{\frac{1}{\chi \cdot \rho}}$ χ... stisljivost voda 25°C: $c = 1500\ m s^{-1}$

Trdnina: $c=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ jeklo 20°C $c = 5.000\ m s^{-1}$
E... Youngov elastični modul.

Pomembno: v zvočnem valu delci snovi nihajo okoli ravnovesne lege, tlačni ali gostotni val pa potuje. S seboj nosi energijo, saj ko zvok pripotuje na neko mesto, začnejo delci snovi nihati okoli mirovne lege.

Sklep: zvok s seboj nosi energijo.

Moč zvočnega vala lahko izračunamo s pomočjo mehanske slike

$P = F \cdot v$

F.... sila, ki deluje na košček snovi

v.... hitrost gibanja snovi

Moč izračunamo za potujoči sinusni val:

odmiki delcev: $s(x,t) = s_0 \cdot \sin(kx - \omega t)$

S tem izrazom je izraz za moč P, ki jo nosi zvočni val:

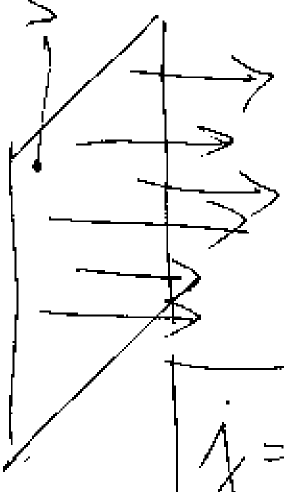
$$P = F \cdot v = F \cdot \frac{ds}{dt} = S \cdot \omega^2 \cdot c \cdot \rho \cdot s_0^2 \cdot \cos^2(kx - \omega t)$$

Pri tem je: S ... presek ploskve skozi katero gre zvok

$\omega = 2\pi\nu$ ... krožna frekvenca valovanja

ρ ... gostota snovi

s_0 ... amplituda odmika delcev



$$j = \frac{\bar{P}}{S}$$

Uvedemo gostoto energijskega toka zvoka

$$\boxed{j = \frac{\bar{P}}{S} = \frac{1}{2}\rho \cdot c \cdot \omega^2 \cdot s_0^2}$$

To je dejanska mehanska moč, ki jo po prostoru nosi zvok. POZOR: moč raste z ω^2!

Enota za j: $[W/m^2]$

Moč izračunamo za potujoči sinusni val:

odmik delcev $s(x,t) = s_0 \cdot \sin(kx - \omega t)$

S tem izrazom je izraz za moč, ki jo nosi zvočni val:

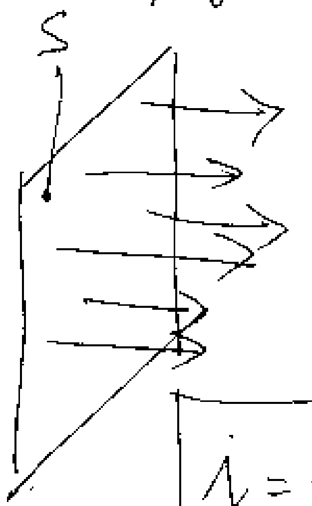
$P = $ [illegible] $\cdot \omega^2 \cdot c \cdot \rho \cdot s_0^2 \cdot \cos^2(kx - \omega t)$

[illegible] ... presek ploskve skozi katero gre zvok.

$\omega = 2\pi\nu$ ... krožna frekvenca nihanja

ρ ... gostota snovi

s_0 ... amplituda odmika delcev



$j = \frac{\bar{P}}{S}$

Uvedemo gostoto energijskega toka zvoka

$$\boxed{j = \frac{\bar{P}}{S} = \frac{1}{2} \rho \cdot c \cdot \omega^2 \cdot s_0^2}$$

To je dejanska mehanska moč, ki jo po prostoru nosi zvok. POZOR: moč se niža z ω^2!

Enota za j: $[W/m^2]$

Osnove akustike: glasnost zvoka.

Zvok zaznamo z bobničem in mehanskimi mehanizmi, ki se pretvorijo v kemijske impulze in električne, kar zaznajo možgani. Zvok očitno predstavlja mehansko obremenitev bobniča in ušesa, saj nosi s seboj moč.

Povprečen človek zazna neko minimalno gostoto energijskega toka zvoka j_0:

$j_0 = 10^{-12}\ W/m^2$ to je prag slišnosti (povprečen človek)

Jakost zvoka definiramo z logaritemsko skalo:

$$\boxed{J = 10 \cdot \log \frac{j}{j_0}}$$

j ... gostota energ. toka zvoka.

Enota za jakost zvoka J so decibeli [dB].

Primeri: tiktakanje zapestne ure : 20 dB ali $10^{-10}\ W/m^2$
tih govor : 40 dB ali $10^{-8}\ W/m^2$
prometna ulica : 80 dB ali $10^{-4}\ W/m^2$
reaktivno letalo : 120 dB ali $1\ W/m^2$

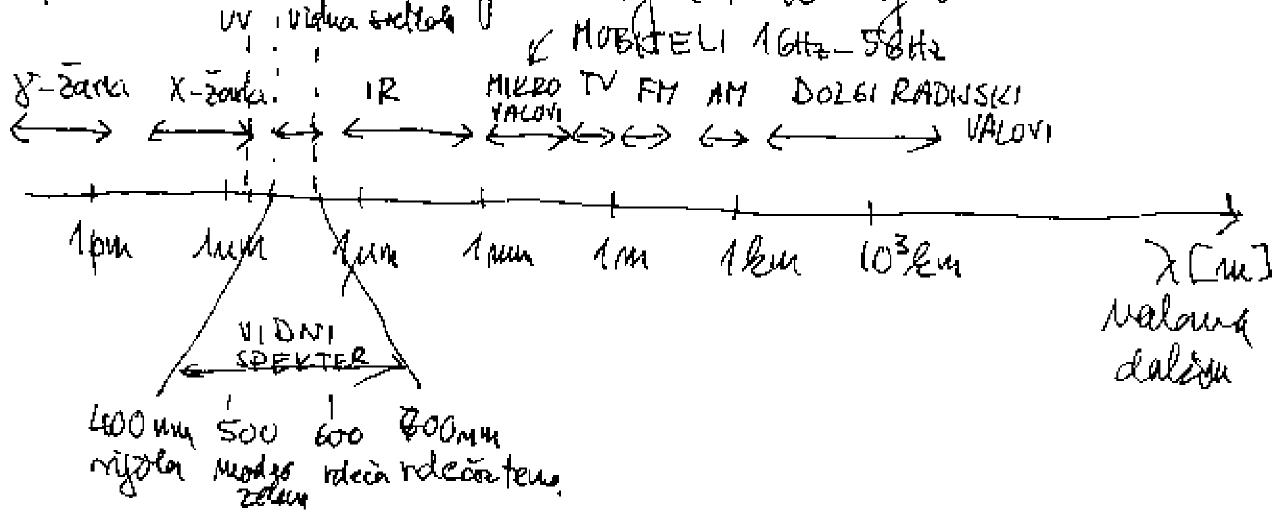
Meja bolečine: 130 dB

POZOR: dolgotrajna izpostavljenost visokim dB povzroča nepopravljive okvare sluha.

6. ELEKTROMAGNETNO VALOVANJE IN SVETLOBA

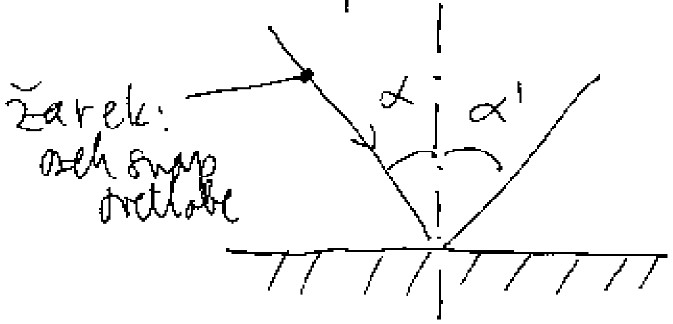
6.1. Valovne lastnosti svetlobe

Spekter elektromagnetnega valovanja:



Elektromagnetno valovanje obsega zelo širok spekter, običajno ga rišemo po valovnih dolžinah. Pojasnili bomo kako nastane EM valovanje in pojasnili osnovne valovne lastnosti svetlobe.

a) odboj svetlobe: na meji dveh sredstev se svetloba odbije tako, da je odbojni kot enak vpadnemu:



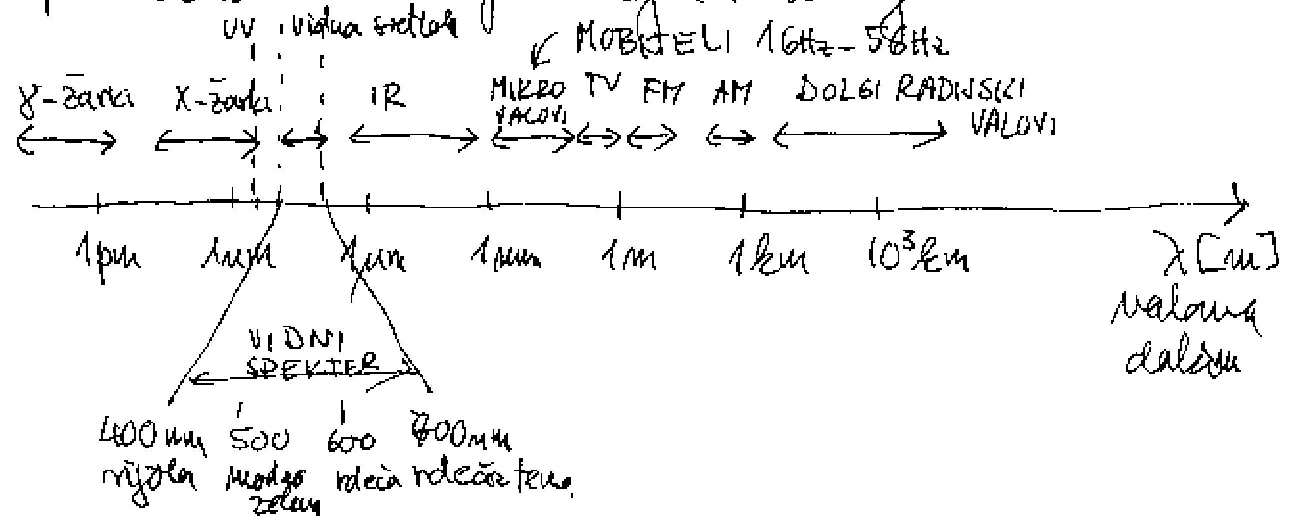
$\alpha = \alpha'$ odbojni zakon

Odboj svetlobe je značilen za vsa valovanja, ki se od meje odbijejo.

6. ELEKTROMAGNETNO VALOVANJE IN SVETLOBA

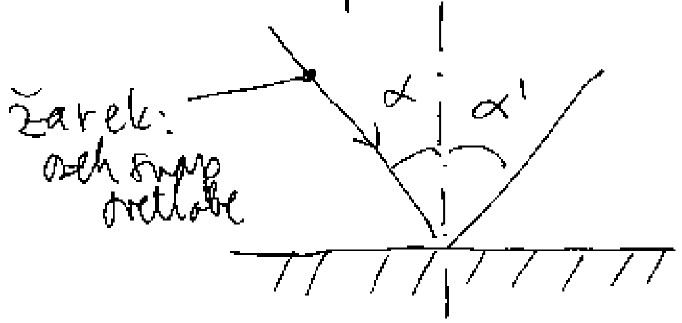
6.1. Valovne lastnosti svetlobe

Spekter elektromagnetnega valovanja:



Elektromagnetno valovanje obsega zelo širok spekter, običajno ga rišemo po valovnih dolžinah.
Pojasnili bomo kako nastane EM valovanje in pojasnili osnovne valovne lastnosti svetlobe.

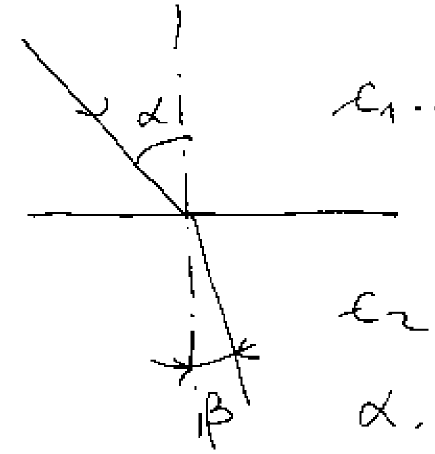
a) odboj svetlobe: na meji dveh sredstev se svetloba odbije tako, da je odbojni kot enak vpadnemu:



$\alpha = \alpha'$ odbojni zakon

Odboj svetlobe je značilen za vsa valovanja, ki se od ~~???~~ meje odbijejo.

b) lom svetlobe na meji dveh sredstev



c_1 .... hitrost svetlobe v sredstvu 1

c_2 .... hitrost svetlobe v sredstvu 2

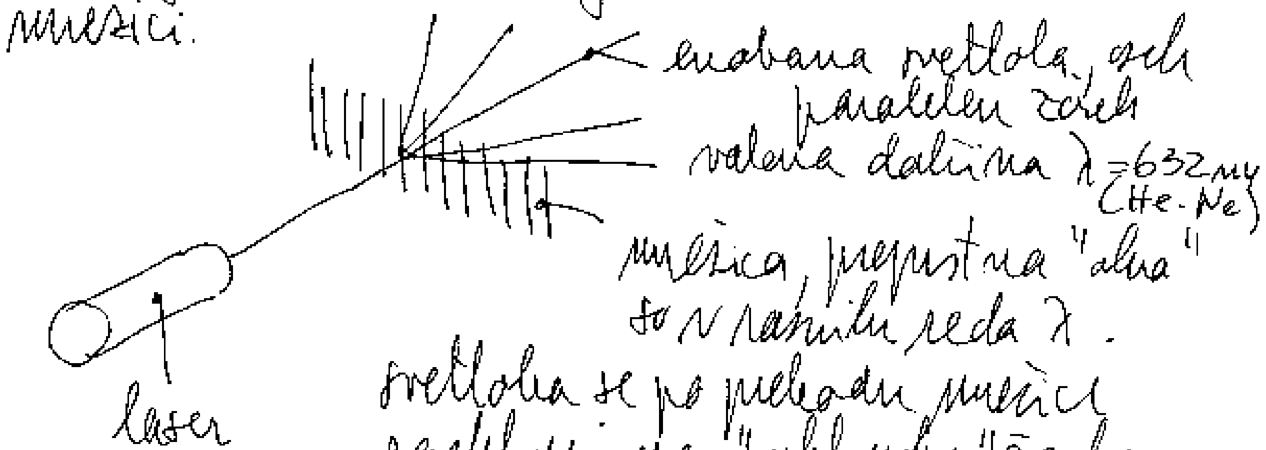
α .... vpadni kot

β .... lomni kot

Velja lomni zakon: $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{c_1}{c_2}$

Lom je značilen za vsa valovanja, ko prehajajo med sredstvoma, ki imata različni hitrosti širjenja valovanja.

c) interferenca valovanja na uklonski mrežici.



svetloba se po prehodu mrežice razkloni na "uklonske" žarke.
To je mogoče pojasniti samo na ta način, da je svetloba valovanje

d) hitrost širjenja svetlobe: svetloba se širi po praznem prostoru s hitrostjo

$c_0 = 2{,}99792458 \cdot 10^8\, m s^{-1}$

Hitrost svetlobe merimo s fizikalni poskusi, meritvami.

V snovi se svetloba širi s hitrostjo, ki je manjša od c_0:

$$\boxed{c_{snov} = \frac{c_0}{n}}$$

n ... lomni količnik snovi

$n_{H_2O} = 1{,}33$ $\quad n_{dia} = 2{,}417$

$n_{steklo} = 1{,}5$

6.2. Nastanek EM valovanja

EM valovanje nastane zaradi nihanja električnega dipola. Električni dipol sestavljata + in − naboj v razdalji d:

$$p_e = e \cdot d \Rightarrow p_e(t) = e \cdot d(t)$$

nihajoči električni dipol: d(t) niha s časom, recimo kot sinusna funkcija.

d) hitrost širjenja svetlobe: svetloba se širi po praznem prostoru s hitrostjo

$c_0 = 2{,}99792458 \cdot 10^8 \, m s^{-1}$

Hitrost svetlobe merimo s fizikalnimi poskusi, meritvami.

V snovi se svetloba širi s hitrostjo, ki je manjša od c_0:

$$\boxed{c_{snov} = \frac{c_0}{n}}$$

n ... lomni količnik snovi

$n_{H_2O} = 1{,}33$ $n_{diam} =$ [illegible]

$n_{steklo} = 1{,}5$

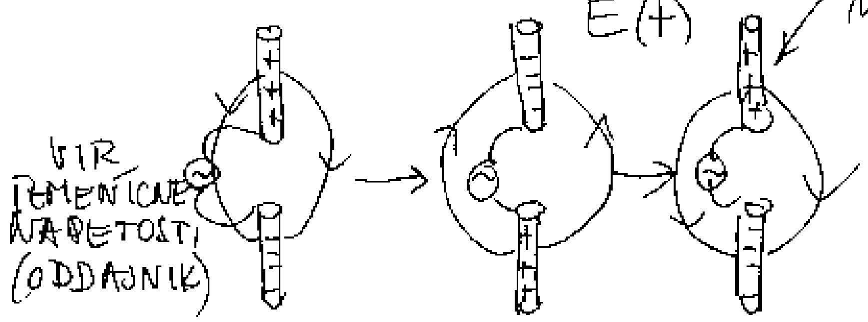
6.2. Nastanek EM valovanja

EM valovanje nastane zaradi nihanja električnega dipola. Električni dipol sestavljata + in − naboj v razdalji d:

$$p_{el} = e \cdot d \Rightarrow p_{el}(t) = e \cdot d(t)$$

nihajoči električni dipol: d(t) niha s časom, recimo kot sinusna funkcija.

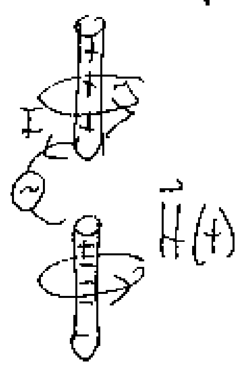
Nihajoči el. dipol si predstavimo z dipolno anteno. Takšne so na primer radijske ali TV antene (analogni oddajniki). Ali mobitel. Dipolno anteno sestavljata dve prevodni palici, med njima pa je električni generator spremenljive napetosti – izmenične (MHz za radijo, GHz za mobitele)



Ugotovitve: → čas

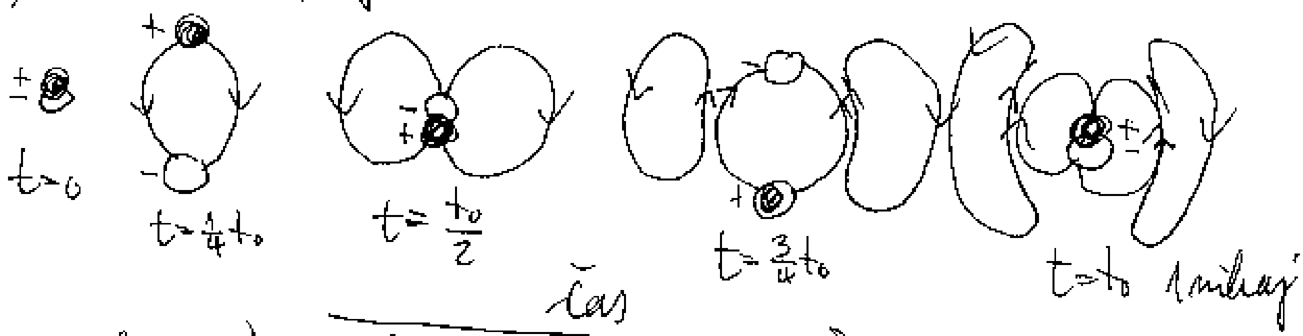
1. Ker se naboj na anteni periodično zamenjuje se periodično spreminja tudi električno polje okoli antene.

2. Ker se naboj spreminja, skozi žice antene teče električni tok. Ker po ravni žici teče tok, se okoli nje ustvari magnetno polje $\vec{H}(t)$:



Nastali električno in magnetno polje si lahko skiciramo na modelu električnega dipola, ki niha periodično s časom.

a) električno polje

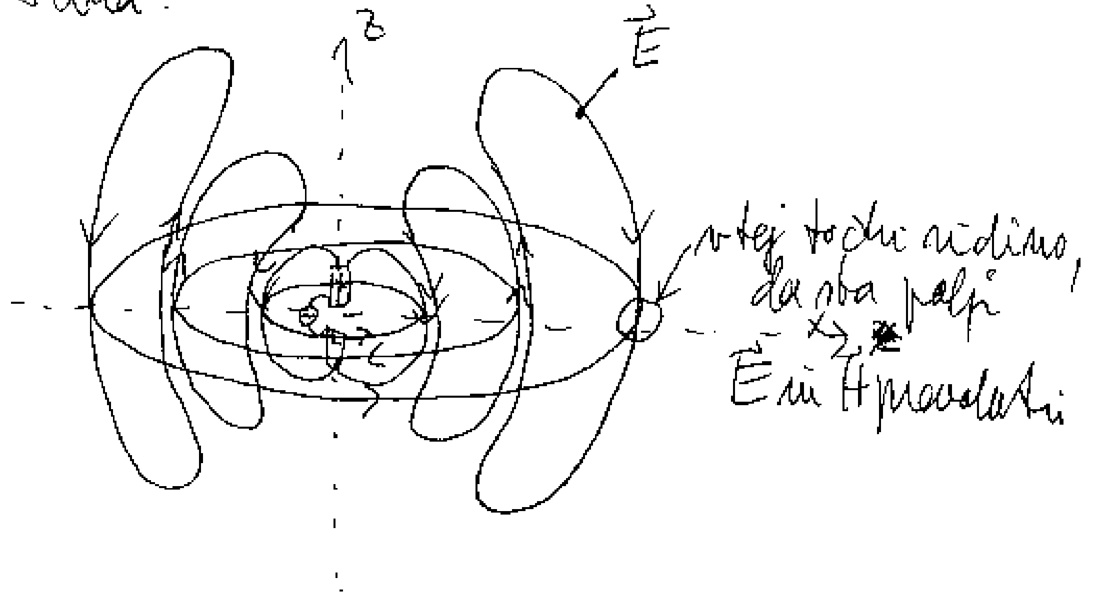


- silnice $\vec{E}$ so sklenjene in se napihujejo s časom
Širijo se navzven s hitrostjo c_0

b) magnetno polje:

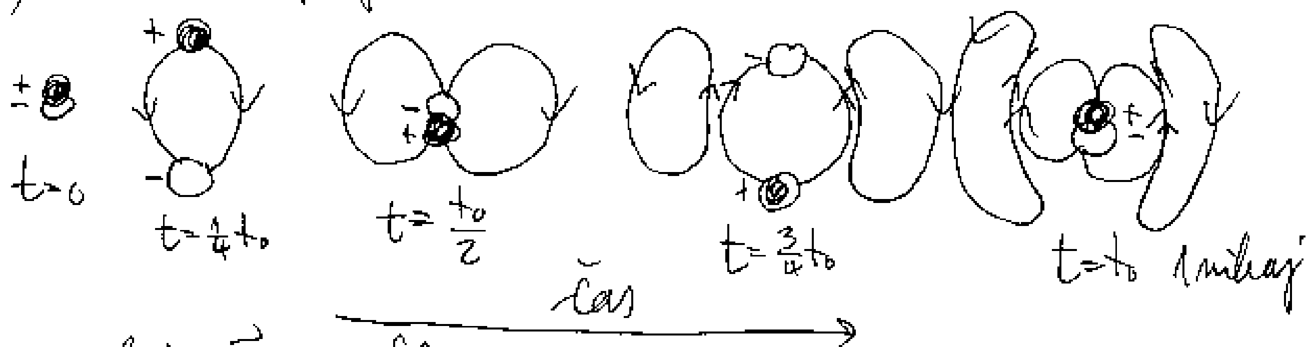
silnice $\vec{H}$ so koncentrični krogi, ki se napihujejo s hitrostjo c_0 navzven.

Skupna slika:



Nastali električno in magnetno polje si lahko skiciramo na modelu električnega dipola, ki niha periodično s časom.

a) električno polje

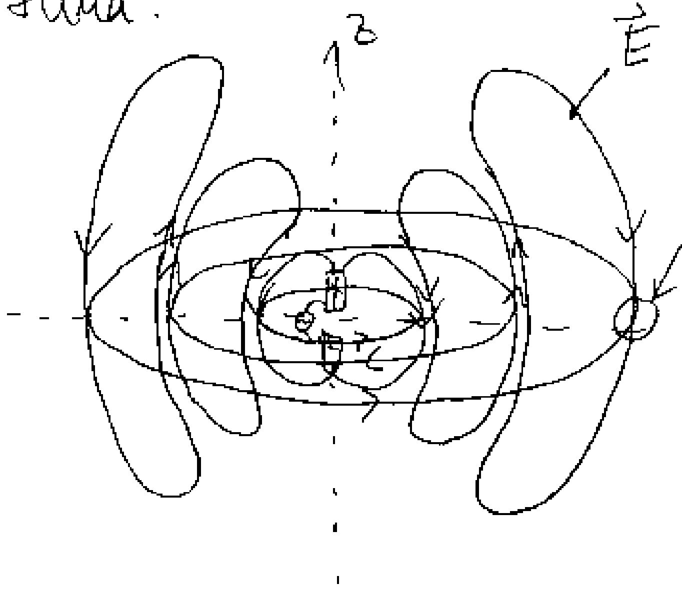


- Silnice $\vec{E}$ so sklenjene in se napihujejo s časom
Širijo se navzven s hitrostjo c_0

b) magnetno polje:

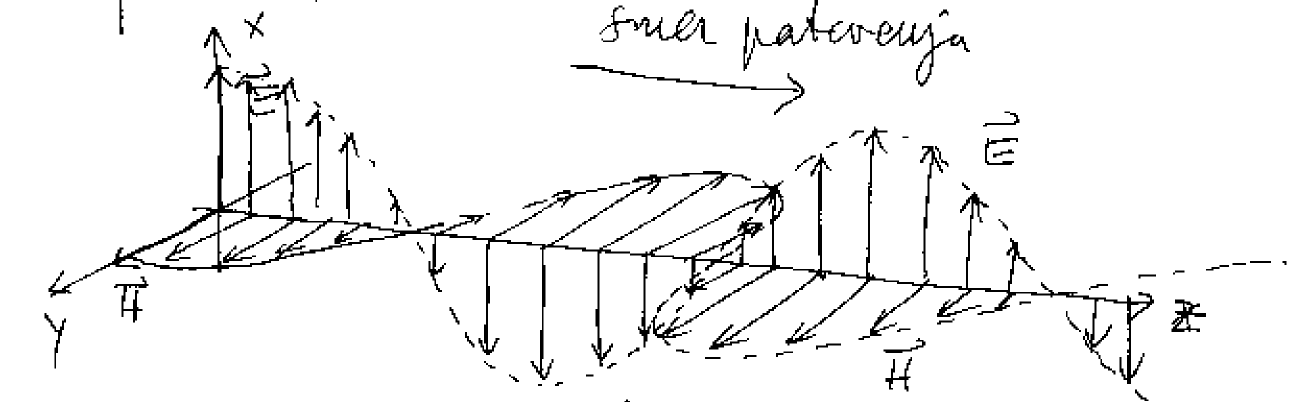
Silnice $\vec{H}$ so koncentrični krogi, ki se napihujejo s hitrostjo c_0 navzven.

Skupna slika:



v tej točki vidimo, da sta polji $\vec{E}$ in $\vec{H}$ pravokotni

Če gremo od el. dipola radialno navzven, vidimo, da sta polji $\vec{E}$ in $\vec{H}$ vedno pravokotni med seboj, in sta povezani.



Dobimo potujoče elektromagnetno sinusno valovanje, v katerem sočasno nihata in se širita $\vec{E}$ in $\vec{H}$:

$$\left.\begin{aligned} E_x(z,t) &= E_0 \cdot \cos(kz-\omega t) \\ H_y(z,t) &= H_0 \cdot \cos(kz-\omega t) \end{aligned}\right\} \qquad k=\frac{2\pi}{\lambda},\quad \omega = 2\pi\cdot\nu,\quad c_0=\nu\cdot\lambda$$

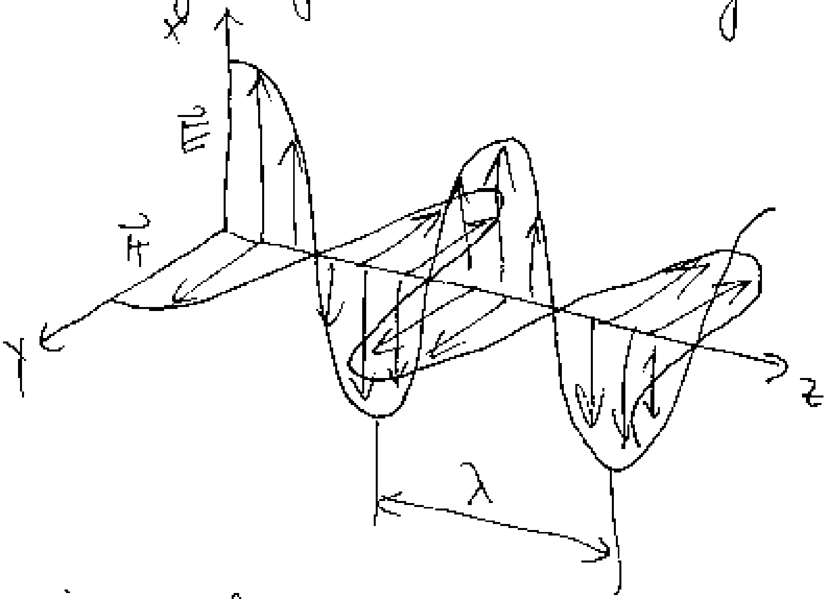
Teorija EM valovanja nam da naslednji izraz za c_0:

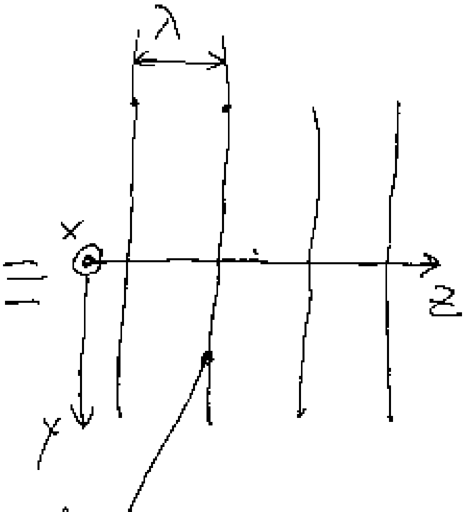
$$\boxed{c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\cdot\mu_0}}}$$

ε_0 .... influenčna konstanta
μ_0 ... indukcijska konstanta

6.3. Odboj in lom svetlobe

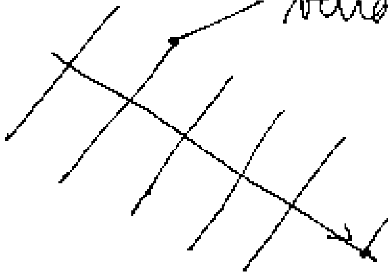
Pri obravnavi širjenja svetlobe okoli snov si pomagamo z grafično predstavo sinusnega potujočega EM valovanja:





valovne fronte = ploskve E = konst.

in uvedemo si pojem žarka :

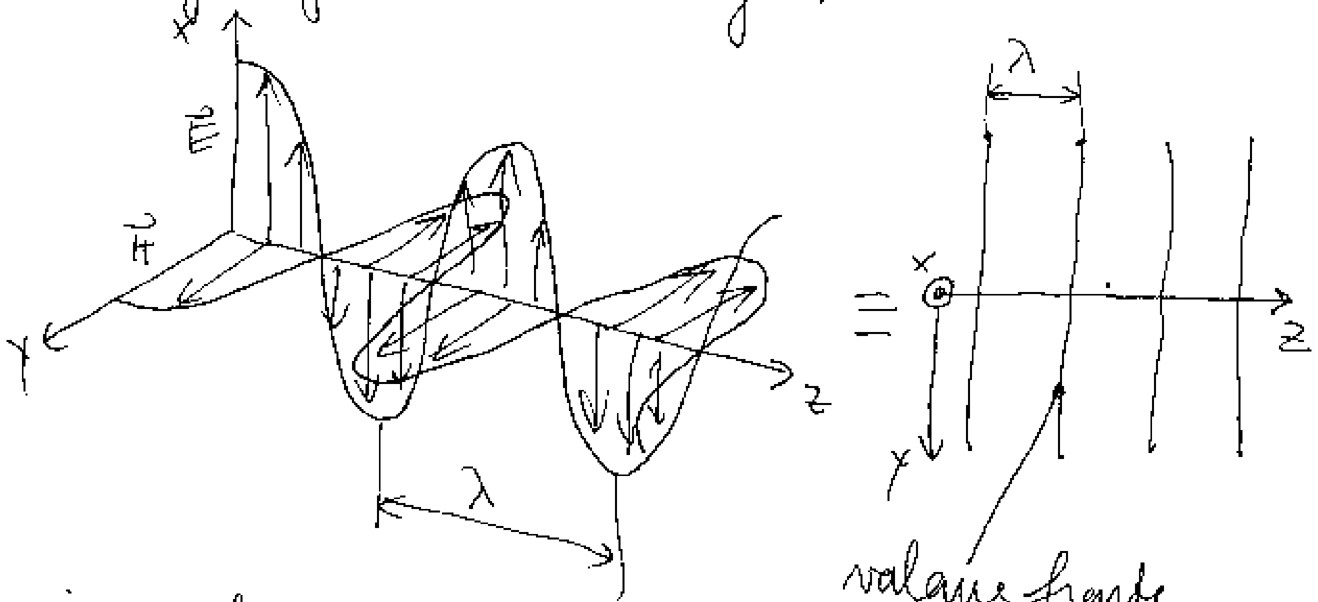


valovne fronte.

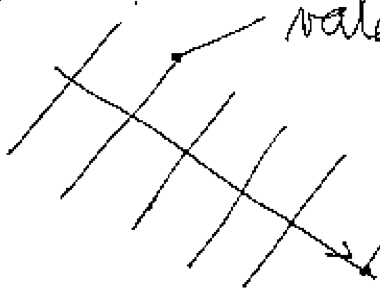
žarek : os snopa svetlobe, ki označuje smer širjenja svetlobe

6.3. Odboj in lom svetlobe

Pri obravnavi širjenja svetlobe skozi snov si pomagamo z grafično predstavo sinusnega potujočega EM valovanja:

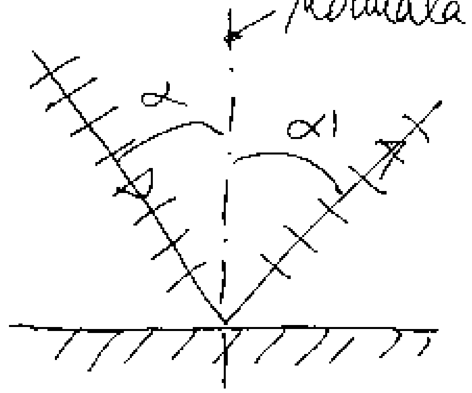


in uvedemo si pojem žarka:



Žarke uporabljamo pri analizi odboja in loma svetlobe.

~~Lom~~ Odboj svetlobe od ravne in gladke površine:



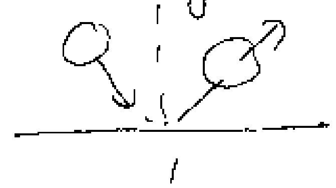
α ... vpadni kot (merimo ga od normale)

α' ... odbojni kot

Za odboj velja zakon:

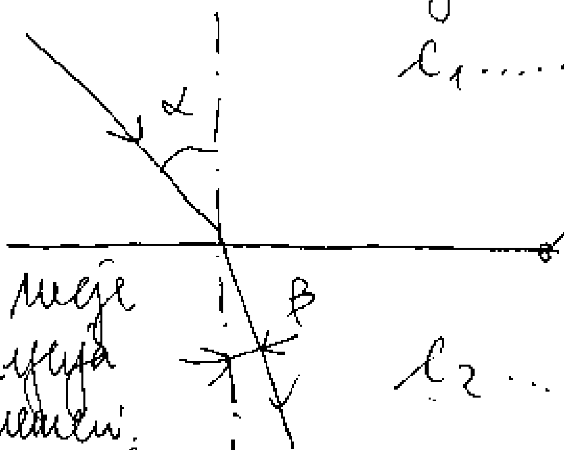
$$\boxed{\alpha = \alpha'}$$

Podobno: odboj žoge od tal

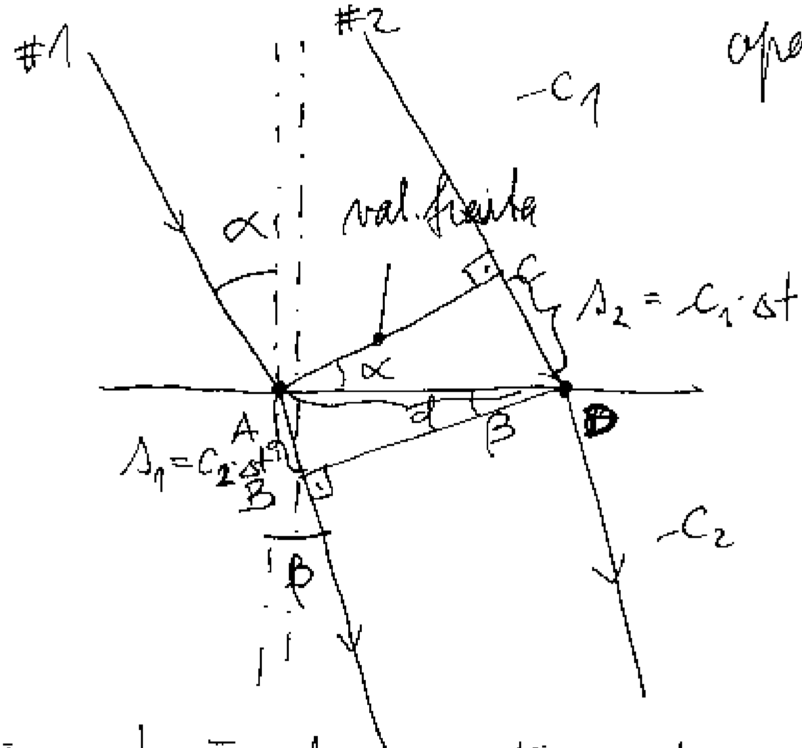


Odbojni zakon je posledica valovnih lastnosti svetlobe. To posebej vidimo pri lomu valovanja, kakor za razumevanje zrcal.

Lom svetlobe (valovanja) pri prehodu iz prvega sredstva v drugo:



Lom svetlobe na meji dveh sredstev pojasnimo z valovnimi lastnostmi svetlobe:



opazujemo dva žarka, ki zaporedoma vpadata na mejo

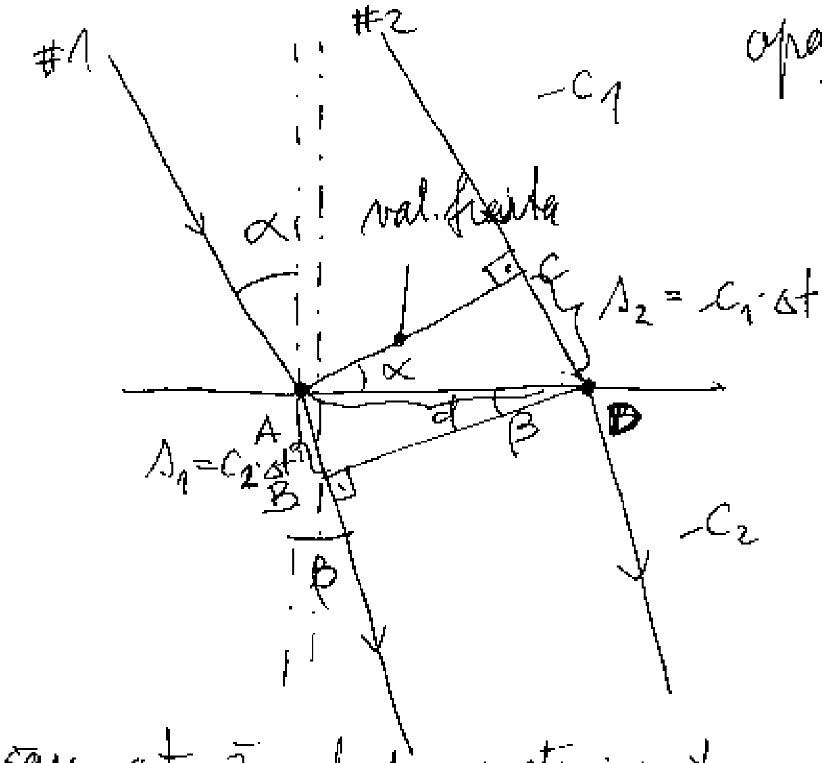
V času Δt žarek 1 prepotuje pot v sredstvu #2:
$s_1 = c_2 \cdot \Delta t$.
V istem času Δt žarek 2 prepotuje pot v sredstvu #1: $s_2 = c_1 \cdot \Delta t$

velja: $\sin\alpha = \frac{s_2}{d} = \frac{c_1 \cdot \Delta t}{d}$
$\sin\beta = \frac{s_1}{d} = \frac{c_2 \cdot \Delta t}{d}$ } delimo obe enačbi

$$\boxed{\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2}}$$

lomni zakon za prehod svetlobe med dvema sredstvoma
Rabi se za računanje leč.

Lom svetlobe na meji dveh sredstev pojasnimo z valovnimi lastnostmi svetlobe:



opazujemo dva žarka, istočasno vpadata na mejo

V času Δt žarek 1 prepotuje pot v sredstvu #2: $s_1 = c_2 \cdot \Delta t$.
V istem času Δt žarek 2 prepotuje pot v sredstvu #1: $s_2 = c_1 \cdot \Delta t$

velja:
$$\left.\begin{aligned} \sin\alpha &= \frac{s_2}{d} = \frac{c_1 \cdot \Delta t}{d} \\ \sin\beta &= \frac{s_1}{d} = \frac{c_2 \cdot \Delta t}{d} \end{aligned}\right\} \text{ delimo obe enačbi}$$

$$\boxed{\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2}}$$

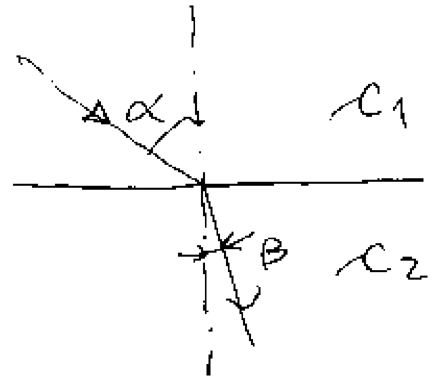
lomni zakon za prehod svetlobe med dvema sredstvoma.
Dalje za računanje leč.

z lomnimi količniki: $c_1 = \frac{c_0}{n_1}$ in $c_2 = \frac{c_0}{n_2}$

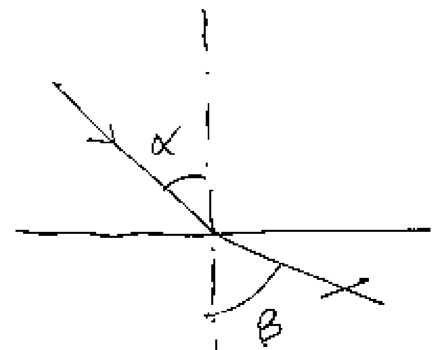
dobimo: $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1}$.

Obstajata dve možnosti:

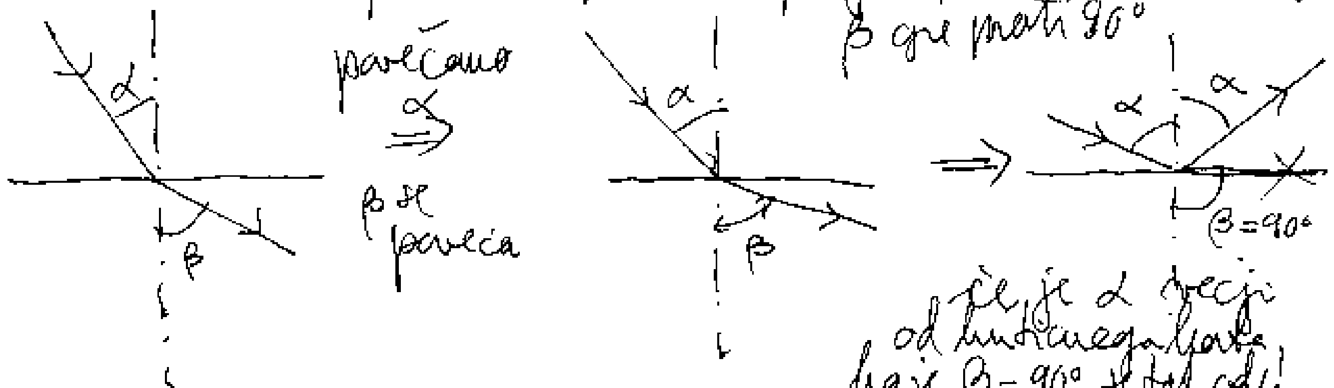
a) $c_2 < c_1 \Rightarrow \beta < \alpha$ → žarek se lomi proti normali



b) $c_2 > c_1$, hitrost se po prehodu poveča.
$\Rightarrow \alpha < \beta$ kot se poveča, svetloba se lomi stran od normale.



V tem primeru dobimo poseben pojav, totalni odboj: β gre proti 90°



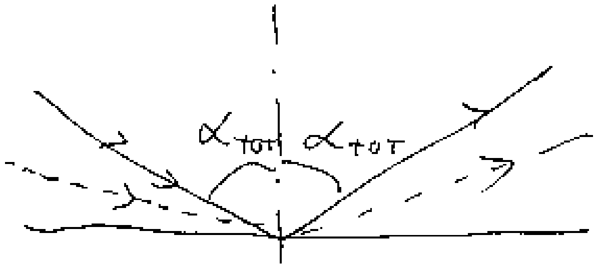
Če je α večji od kritičnega kota, ko je $\beta = 90°$, se totalno odbije.

Dobimo totalni odboj: pri takem α, da je po lomu kot $\beta = 90°$:

$$\frac{\sin\alpha_{TOT}}{\underset{= 1}{\sin 90°}} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \boxed{\sin\alpha_{TOT} = \frac{c_1}{c_2}}$$

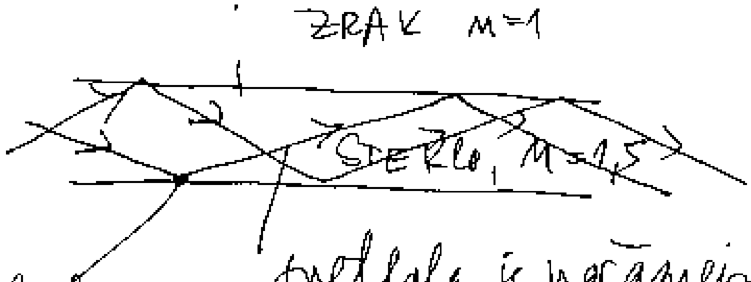
seveda je $c_2 > c_1$

svetloba ne potuje pod $\beta = 90°$ ampak se v celoti (totalno) odbije pod istim kotom, kot vpada.



Tudi za vse $\alpha > \alpha_{TOT}$ se svetloba v celoti odbije

Uporaba: optična vlakna



svetloba je počasnejša kot v zraku

svetloba se totalno odbija od sten vlakna in je ujeta v steklu

Uporaba: optična vlakna za internet in komunikacije s svetlobo po vlaknih.

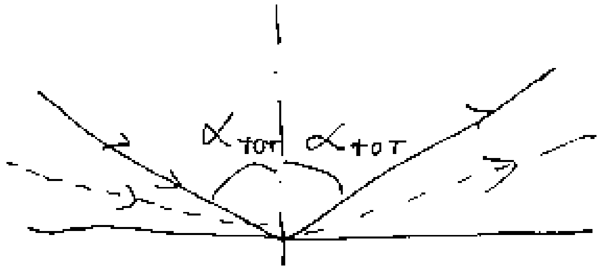
Dobimo totalni odboj: pri takem α, da je po lomnem zakonu $\beta = 90°$:

$$\frac{\sin\alpha_{TOT}}{\sin 90°} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow \boxed{\sin\alpha_{TOT} = \frac{c_1}{c_2}}$$

$\sin 90° = 1$

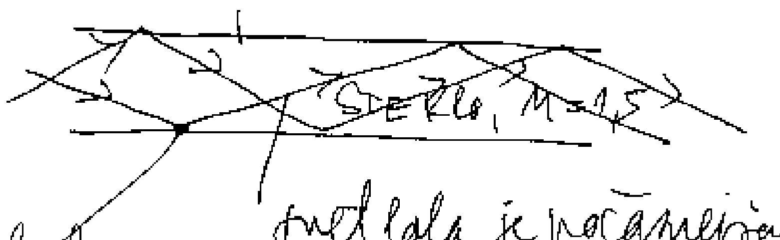
seveda je $c_2 > c_1$

Svetloba ne potuje pod $\beta = 90°$ temveč se v celoti (totalno) odbije pod istim kotom, kot vpada.



Tudi za vse $\alpha > \alpha_{TOT}$ se svetloba v celoti odbije

Uporaba: optična vlakna



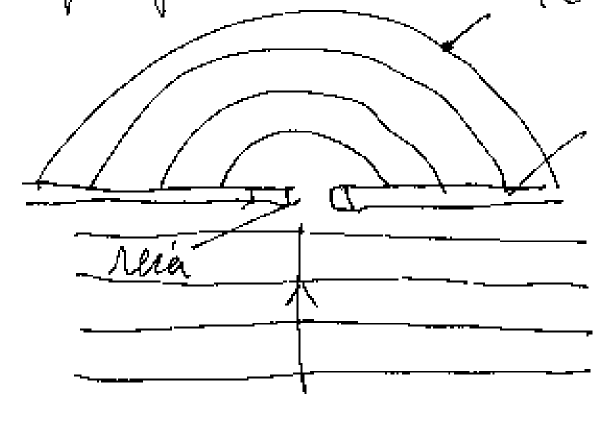
svetloba je počasnejša kot v zraku

svetloba se totalno odbija od stene vlakna in je ujeta v steklu

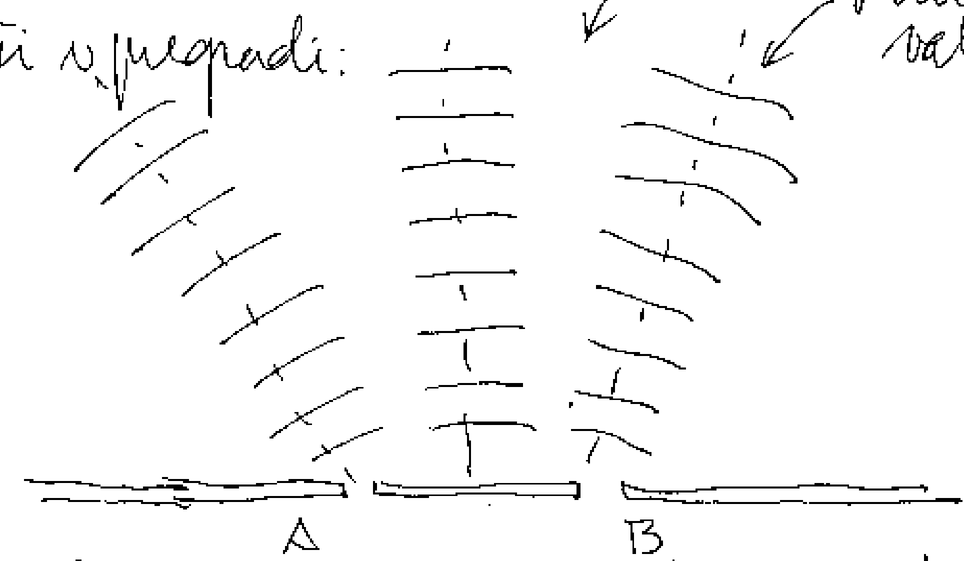
Uporaba: optična vlakna za internet in komunikacije s svetlobo po vlaknih.

6.4. Interferenca valovanja na uklonski mrežici

Naredimo poskus z valovanjem na vodni gladini, ki prehaja skozi eno ali dve reži v pregradi:

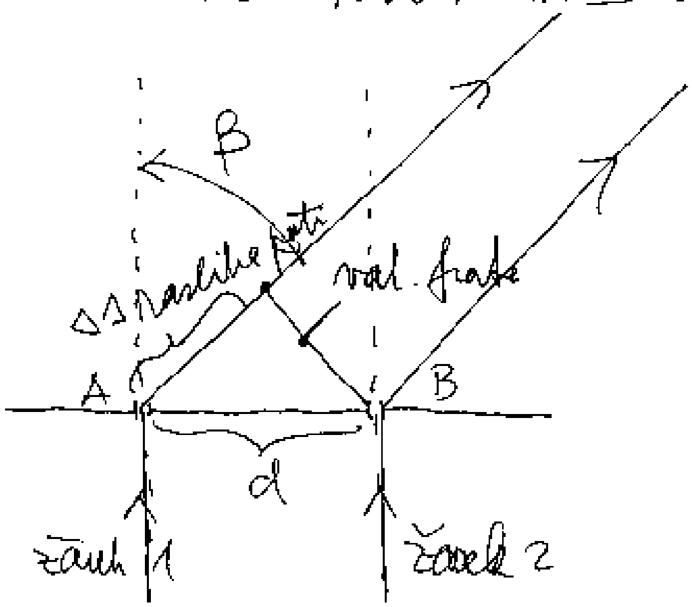


Dve reži v pregradi:



Za pregrado z dvema režama dobimo "interferenčno sliko" dveh valovanj, ki se seštejeta v ojačitvene smeri in smer oslabitve.
Vidimo, da je pojav interference na uklonski mrežici posledica valovne narave svetlobe.
Iz reže A in reže B izhajata dve valovanji, ki valujeta sočasno.

Izračunajmo, v kateri smeri se valovanji po prehodu skozi reži A in B ojačí:



Iz reži A in B gresta ven dva žarka. Imata isto fazo, isto val. fronto, če je razlika poti med žarkoma

$$\Delta s = d \cdot \sin\beta = \begin{cases} N \cdot \lambda, & N = 1, 2, 3 \text{ ojačitev} \\ (2N+1)\frac{\lambda}{2}, & N = 1, 2, 3 \text{ oslabitev} \end{cases}$$

Torej je pogoj za prvo ojačitev valovanja

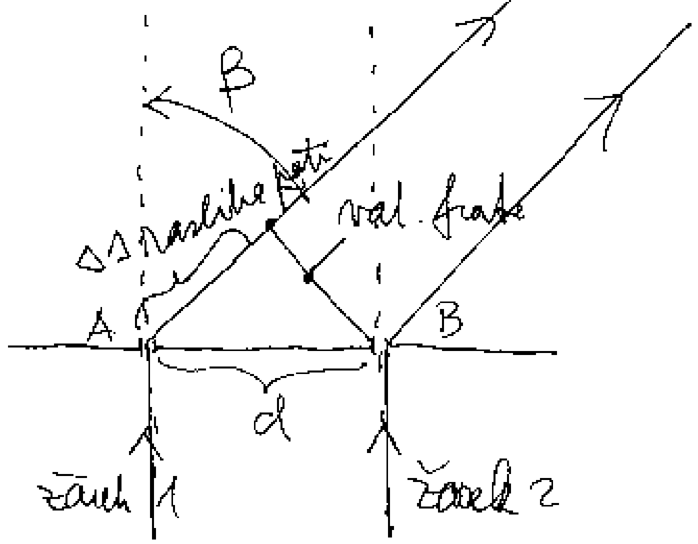
$N = 1$: ~~da~~ $d \cdot \sin\beta_1 = N \cdot \lambda = \lambda \Rightarrow \sin\beta_1 = \frac{\lambda}{d}$

$N = 2$: $d \cdot \sin\beta_2 = 2 \cdot \lambda$ in tako naprej

$\sin\beta_2 = \frac{2\lambda}{d}$

N-jev je toliko, da je $\sin\beta < 1$.

Izračunajmo, v kateri smeri se valovanji po prehodu skozi reži A in B ojačita:



Iz reži A in B gresta v isto smer dva žarka. Imata isto fazo, isto val. fronto, če je razlika poti med žarkoma

$$\Delta s = d\cdot\sin\beta = \begin{cases} N\cdot\lambda, & N=1,2,3 \text{ ojačitev} \\ (2N+1)\frac{\lambda}{2}, & N=1,2,3 \text{ oslabitev} \end{cases}$$

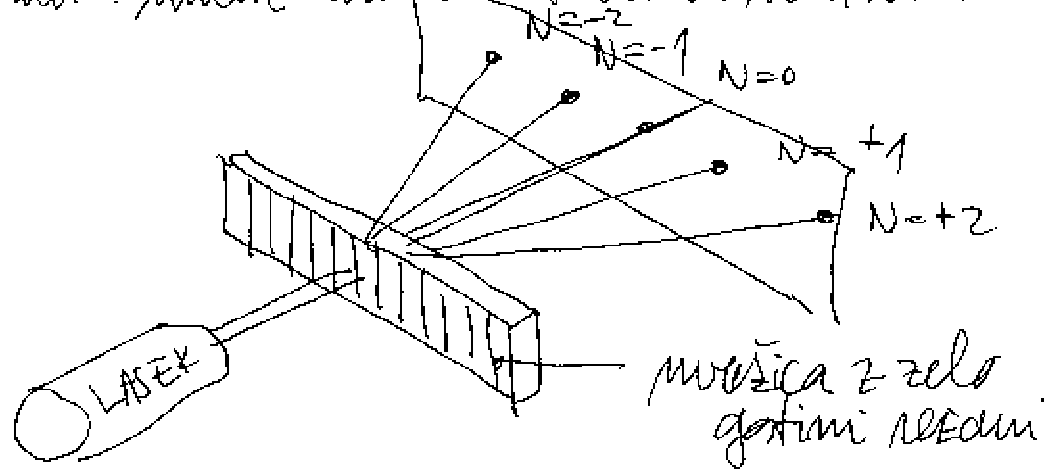
Tole je pogoj za prvo ojačitev valovanj

$N=1$: $d\cdot\sin\beta_1 = N\cdot\lambda = \lambda \Rightarrow \sin\beta_1 = \frac{\lambda}{d}$

$N=2$: $d\cdot\sin\beta_2 = 2\cdot\lambda$ in tako naprej $\sin\beta_2 = \frac{2\lambda}{d}$

N-jev je toliko, da je $\sin\beta < 1$.

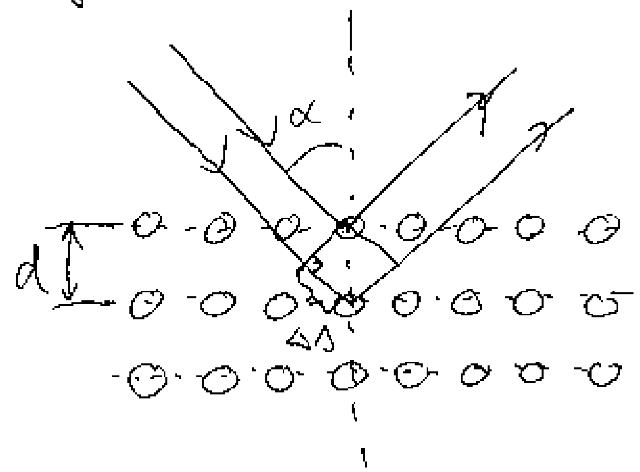
Primer: uklon laserske svetlobe na mrežici

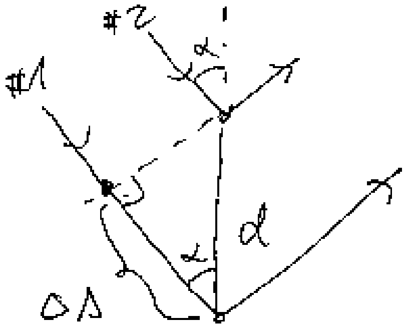


Dobimo diskretno razklonjene žarke zaradi interference. Če je svetloba bela, se vsaka barvna komponenta uklanja posebej. Znotraj je modra barva, zunaj pa rdeča. Dobimo dokaz, da je bela svetloba sestavljena iz vseh mogočih valovnih dolžin. To je spekter bele svetlobe.

Braggov uklon: gre za X-žarke, ki je svetloba z zelo kratko valovno dolžino $\lambda \sim 0{,}1\,\text{nm} = 1\,\text{Å}$.

Na kristalu se svetloba odbija od ravnin, ki jih tvorijo atomi:





$\Delta s = d \cdot \cos\alpha$

Razlika poti med žarkom #1 in #2 je $2 \cdot \Delta s$.

V odbiti svetlobi dobimo konstruktivno interferenco, če je razlika poti med žarkoma $2 \cdot \Delta s$ enaka mnogokratniku λ:

$$\boxed{2 \cdot d \cdot \cos\alpha = N \cdot \lambda}$$ Braggova enačba

S pomočjo Braggove enačbe lahko iz interferenčnega spektra odbite svetlobe (X-žarki) izmerimo razdaljo med atomi, d.