

V. Tenger és ég

Földünk négyötöd részét víz borítja! A földi élet a víz és levegő határát jelentő keskeny zónában fejlődött ki, s ma is döntően függ a levegő- és vízóceánok hatalmas méretű mozgásaitól. Ebben a fejezetben — természetesen ismét a teljesség igénye nélkül — a víz- és levegőóceán néhány, a hétköznapi életben gyakran szereplő, s egyszerű fizikai megfontolásokkal könnyen megérthető jelenségével foglalkozunk.

V.1. A tenger

V.1.1. Az árapály-jelenség

A tengervíz hatalmas méretű mozgásai közül talán legismertebb az ún. árapály jelenség. A nagy óceánok vize 12 órás periódussal duzzad, majd apad.

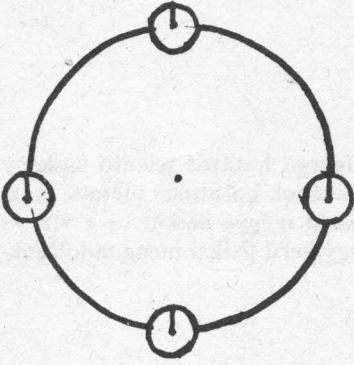
A jelenséget lényegében a Föld felszínén elhelyezkedő s könnyen mozgó vízburokra a Hold által gyakorolt tömegvonzási erő okozza. Ez az erő a Föld forgása miatt naponta periodikusan változik. A jelenség első pillanatra könnyen érthetőnek tűnik, hiszen a Földnek a Holdhoz közelebb eső felén a vonzóerő nagyobb, így a tengerek víztömege erre az oldalra áramlik. A helyzet azonban nem ilyen egyszerű! A fenti egyszerű magyarázat alapján az adódna, hogy a Föld Holddal ellentétes oldalán vízszintcsökkenésnek, azaz apálnak kellene kialakulnia. Ez egyben azt is jelentené, hogy dagály mindig a Holdhoz közeli oldalon keletkezne, azaz egy adott földrajzi helyen a Föld forgásának következtében naponta egyszer következne be dagályhullám.

A tapasztalat azonban mást mutat. A dagályhullám nem 24, hanem 12 órás periódussal érkezik egy adott helyen. Nemcsak a Föld Hold felé eső oldalán, hanem az azzal ellentétes, tehát a Holdtól legtávolabbi részen is dagály alakul ki!

Mi a magyarázata ennek? Az árapály jelenség pontosabb értelmezéséhez foglalkozunk kissé részletesebben a Föld–Hold-rendszer mozgásával, és emeljük ki fontosabb tulajdonságait. Tekintsünk el a Nap és a bolygók által kifejtett hatásoktól, s vegyük úgy, mintha a Föld és a Hold is pontosan gömb alakú lenne. Ebben a két testből álló rendszerben pusztán a gravitációs erők hatására a Föld és a Hold is a közös tömegközéppont körül kering. A közös tömegközéppontot természetesen nyugvónak kell képzelnünk. Ez a pont, minthogy a Föld–Hold-rendszer össztömegét döntően a Föld adja, a Föld belsejében helyezkedik el a Föld középpontjától

$$r_0 = \frac{m_H}{m_H + m_F} R \approx \frac{3}{4} R_F$$

távolságban, ahol m_H és m_F rendre a Hold és a Föld tömegét, R_F a Föld sugarát, R pedig a Föld és Hold középpontja közötti távolságot jelenti.



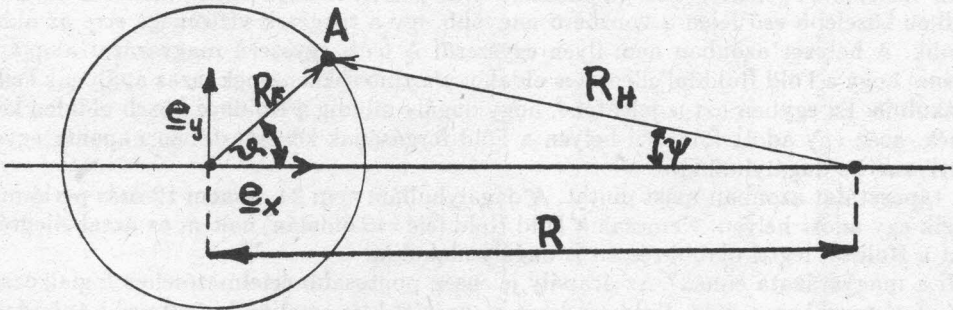
V.1.1. ábra

A közös tömegközéppont körüli keringés azt jelenti, hogy e pont körül mind a Hold, mind a Föld középpontja azonos szögsebességgel kering. Ha csak ez a mozgás jönne létre, akkor a Föld már nem forogna saját tömegközéppontja körül, hanem translációs mozgást végezne. E mozgás során, amint azt a V.1.1. ábra szemlélteti, a mozgó testen kijelölt sugár mindig önmagával párhuzamosan mozdul el. (Így mozog például a palacsintasütőben sült tészta, amikor a háziasszony a serpenyőt forgatja alatta, hogy a palacsinta oda ne égjen.) Tiszta translációs mozgás esetén a Föld minden pontja azonos, a Föld középpontjával megegyező a gyorsulással mozog. Ez a gyorsulás a gravitációs törvény szerint

$$a = -\gamma \frac{m_H}{R^2}$$

és mindig a Hold középpontja felé mutat.

Foglalkozzunk most a Földet borító vízréteg alakjának meghatározásával ebben a rendszerben! Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy a Föld felszínét teljes mértékben víz borítja, valamint azt, hogy a belső súrlódásból származó erők elhanyagolhatók. Határozzuk meg a Föld felszínén elhelyezkedő kicsiny folyadékélelemre ható erőket! Tekintsük a Föld-Hold-rendszernek a V.1.2. ábrán látható síkmetszetét és írjuk fel az A pontban lévő Δm tömegű folyadékrészre ható erőket! Az egyszerűség kedvéért tekintsük a Holdat pontszerűnek.



V.1.2. ábra

Az irányok kijelölésének megkönnyítésére vezessük be a Föld-Hold középpontot összekötő irányba mutató \underline{e}_x , az erre merőleges \underline{e}_y és az A ponttól a Hold felé mutató \underline{e}_H egységvektort.

Az A pontban elhelyezkedő Δm tömeg mozgásegyenlete a

$$\Delta m \underline{g}_h + \Delta m \underline{g}_F + \underline{F}_K = \Delta m \underline{a}$$

alakban írható fel, ahol $\Delta m \underline{g}_h$ a Hold, $\Delta m \underline{g}_F$ pedig a Föld által a Δm tömegre kifejtett gravitációs erő, \underline{F}_K a felszín kényszerereje, \underline{a} pedig a Föld, s így a Δm tömeg translációs

gyorsulása. Osszuk el az egyenletet Δm -mel és vezessük be az $\underline{f}_k = \frac{F_K}{\Delta m}$ jelölést. A

$$\underline{g}_H + \underline{g}_F + \underline{f}_K = \underline{a}$$

összefüggéshez jutunk, ahol a gravitációs törvény értelmében

$$\underline{g}_H = \gamma \frac{m_H}{R_H^2} \underline{e}_H$$

$$\underline{g}_F = \gamma \frac{m_F}{R^2} \underline{e}_K$$

A Föld–Hold-rendszer tömegközéppontja körül forgó folyadéokra is igaz, hogy a kényszererő irányára, tehát az

$$\underline{f}_K = \underline{a} - \underline{g}_H - \underline{g}_F$$

irányra merőlegesen áll be. Fejezzük ki \underline{f}_K -t az R_H távolság helyett az R_F és R távolságokkal. Az V.1.2. ábrából a koszinusztétellel azonnal adódik, hogy

$$R_H^2 = R^2 + R_F^2 - 2RR_F \cos \vartheta,$$

ebből

$$R_H^2 = R^2 \left[1 + \left(\frac{R_F}{R} \right)^2 - 2 \left(\frac{R_F}{R} \right) \cos \vartheta \right].$$

Az utóbbi képlet felhasználásával küszöböljük ki először a \underline{g}_H -ra vonatkozó összefüggésből R_H^2 -et. Azt kapjuk, hogy

$$\underline{g}_H = \gamma \frac{m_H}{R^2} \frac{\underline{e}_H}{1 - 2 \frac{R_F}{R} \cos \vartheta + \left(\frac{R_F}{R} \right)^2}.$$

Mivel $R \sim 60R_F$, $\left(\frac{R_F}{R} \right) \ll 1$, alkalmazhatjuk az

$$\frac{1}{1 - 2 \frac{R_F}{R} \cos \vartheta + \left(\frac{R_F}{R} \right)^2} \sim \frac{1}{1 - 2 \frac{R_F}{R} \cos \vartheta} \sim 1 + 2 \frac{R_F}{R} \cos \vartheta$$

közelítést.

Felhasználva továbbá, hogy

$$\underline{e}_H = \underline{e}_x \cos \psi - \underline{e}_y \sin \psi,$$

valamint, hogy $\frac{R_F}{R} \ll 1$ miatt $\cos \psi \sim 1$, és az V.1.2. ábrából a szinusztétellel

$$\sin \psi = \frac{R_F}{R} \sin \vartheta,$$

a \underline{g}_H -ra vonatkozó kifejezés az

$$\underline{g}_H = \frac{\gamma m_H}{R^2} \left(\frac{R_F}{R} \right) (2 \cos \vartheta_{\underline{e}_x} - \sin \vartheta_{\underline{e}_y}) + \frac{\gamma m_H}{R^2} \underline{e}_x$$

alakot ölti.

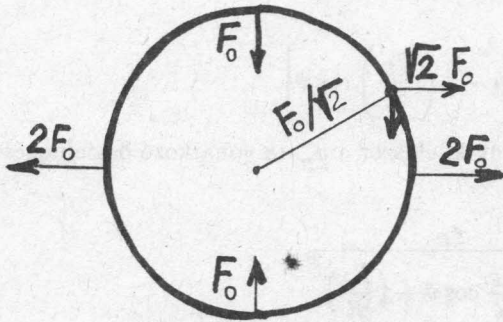
Ennek segítségével az egységnyi tömegre ható f_K kényszererő az

$$\underline{f}_K = \underline{g}_0 + \gamma \frac{m_H}{R^2} \left(\frac{R_F}{R} \right) (2 \cos \vartheta_{\underline{e}_x} - \sin \vartheta_{\underline{e}_y})$$

alakban írható fel. Erre merőlegesen áll be a Földet borító víz felszíne. Minthogy \underline{g}_0 mindenütt a Föld középpontja felé mutat, a gömbalaktól való eltéréseket a jobb oldali kifejezés második tagja okozza.

Ezért a V.1.3. ábrán csak ezeket a sugáriránytól eltérő erőkomponenseket tüntettük fel a földrajzi hely függvényében.

$$F_0 = \frac{m_H}{R^2} \left(\frac{R_F}{R} \right)$$



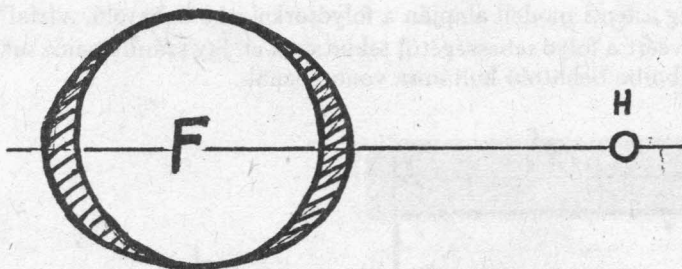
V.1.3. ábra

Bár ez a modell is kissé pontatlan, jól érthetővé teszi a Hold felőli és azzal átteljes dagályhullám létrejöttét. A 12 órás periódusidő azonban csak akkor magyarázható, ha figyelembe vesszük a Föld tengely körüli forgását is, amit eddig elhanyagoltunk. Az eddigiek alapján a Hold-Föld-rendszer forgásából adódó 14 napos dagályhullámhoz jutnánk. A Föld saját tengely körüli forgása miatt azonban egy adott helyen 12 órás periódussal jelenik meg az újabb dagályhullám.

További fontos és itt figyelmen kívül hagyott hatás a Nap árapályra gyakorolt hatása. Ez az effektus mintegy harmada a Hold által gyakorolt hatásnak, s különösen akkor jelentős, ha a Nap, a Hold és a Föld egy egyenes mentén helyezkedik el. Ekkor a dagályhullám felerősödik, és szökőár keletkezik.

A probléma bővebb kifejtése nélkül egyetlen, gyakran felmerülő látszólagos ellentmondást mégis szeretnénk tisztázni. Természetesen felötlő kérdés, hogy vajon miért elhanyagolható el a Nap árapályt keltő hatása a Holdéhoz képest, hiszen a Föld felszínén a Nap vonzóereje sokkal nagyobb, mint a Holdé.

A diagram jól mutatja, hogy a járulékos erők a Föld felőli és azzal ellentétes oldalán egyenlők, s mindkét oldalra kifelé mutatnak. E két hely között a járulékos erők a vizet a Holdtól legtávolabbi, illetve a Holdhoz legközelebbi pont felé mozgatják, s ha e helyzet stabilizálódna, akkor a kialakuló vízfelszín alakja jól közelíthető volna egy forgási ellipszoiddal. (Természetesen ezen alakzat létrejöttékor kis mértékben az erők is módosulnak, ez azonban elhanyagolható.) Ezt mutatja eltúlzott formában a V.1.4. ábra.



V.1.4. ábra

A magyarázatot az adja, hogy az árapály nem a gravitációs tér erősségétől, hanem az inhomogenitásától függ, azaz attól, hogy egy adott pont környezetében mennyire erősen változik a tér a hely függvényében.

Az inhomogenitás a $g = -\gamma \frac{M}{R^2}$ gravitációs térerősség egységnyi távolságnövekedésre jutó $\frac{\Delta g}{\Delta R}$ változásával, vagyis a

$$\frac{\Delta g}{\Delta R} = -\frac{1}{\Delta R} \gamma M \left(\frac{1}{(R + \Delta R)^2} - \frac{1}{R^2} \right) = -\frac{1}{\Delta R} \gamma M \frac{R^2 - (R + \Delta R)^2}{R^2(R + \Delta R)^2}$$

mennyiséggel jellemezhető. Ha ΔR -t nagyon kicsire választjuk, akkor ez a

$$\frac{\Delta g}{\Delta R} = \frac{2R^2 \Delta R \gamma M}{\Delta R R^4} = \frac{2\gamma M}{R^3}$$

kifejezéssel közelíthető. Látható, hogy az árapályt keltő erőt meghatározó F_0 tényezőben éppen ez az $\frac{1}{R^3}$ -nal arányos faktor szerepel.

A Naptól nagy távolságban levő Földön, bár a Nap hatalmas tömege miatt a vonzóerő sokkal nagyobb a Holdénál, a gravitációs tér változása még a Föld átmérőjének megfelelő távolságon is kicsiny. Ugyanakkor a Hold kisebb vonzóereje a kisebb távolság miatt erősebben változik.

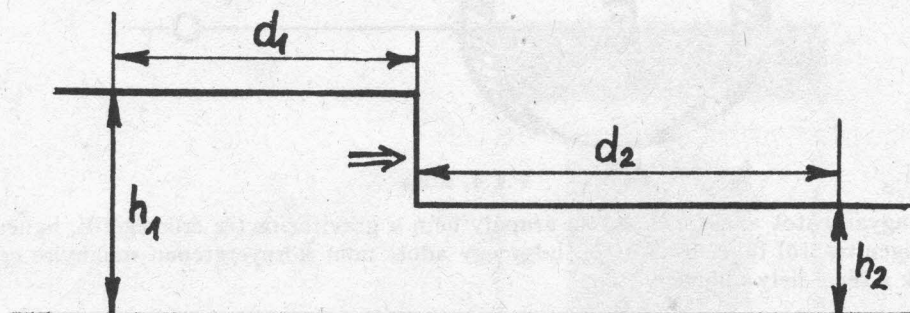
V.1.2. A dagályhullám behatolása folyótorkolatba

Földünk felületét a tengerek nem folytonos eloszlással borítják, s bár a dagály mindenütt létrejön, erőssége és hatása nagymértékben függ a helyi földrajzi viszonyoktól.

A dagály egyik legérdekesebb hatása a nagy óceánokba ömlő folyók tölcserőszakolatának kialakítása. Az óceánokban kialakuló hatalmas erejű dagályhullám ugyanis még az olyan nagy folyók torkolatában is képes a vizet a forrásirányba visszanyomni (s ezzel tölcseré formálni), mint az *Elba* vagy az *Amazonas*. (Az utóbbi folyón az árhullám 820 km-re is képes behatolni.) Különleges a kínai *Tsien-tang-kiang* folyó árhulláma, ahol dagálykor a tengervíz esetenként 7 m magas függőleges vízfalként zúdul a folyó torkolatába.

A folyó torkolatába behatoló dagályhullámot legegyszerűbben úgy képzelhetjük el, mint-ha dagálykor a tengervízben h_1 magasságú lépcső alakulna ki, amely c sebességgel halad előre a folyómedret képező csatornában.

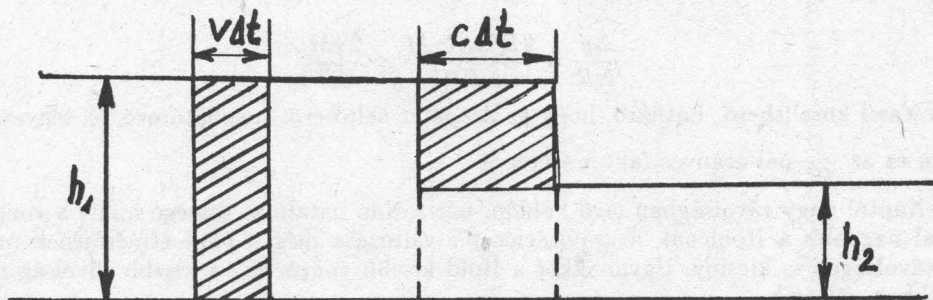
Becsüljük meg a fenti modell alapján a folyótorkolatba behatoló „vízfal” sebességét! Az egyszerűség kedvéért a folyó sebességétől tekintünk el. Így számításaink inkább egy hosszú, keskeny tengeröbölbe behatoló hullámra vonatkoznak.



V.1.5. ábra

Válasszuk ki a folyómedernek egy olyan szakaszát, amely tartalmazza a dagálylépcsőt is (V.1.5. ábra). Feltételezésünk szerint a lépcső előtti (a lépcsőtől jobbra eső) vízréteg nyugszik, a mögötte lévő rész v állandó sebességgel jobb felé mozog. A lépcső sebessége c .

Jelöljük a nyugvó vízréteg hosszát d_1 -gyel, a mozgótét d_2 -vel, a csatorna szélessége pedig legyen mindenütt s .



V.1.6. ábra

Δt idő alatt a kiválasztott vízréteg bal oldali határa $v\Delta t$ -vel, a lépcső $c\Delta t$ -vel kerül távolabbra eredeti helyéről, míg a jobb oldali határfelület változatlan marad. A folyadék összenyomhatatlansága miatt a kiválasztott vízrész térfogata nem változhat meg, így a V.1.6. ábrán a sátrózott térfogatoknak meg kell egyezniük. Tehát

$$v\Delta t h_1 s = c\Delta t (h_1 - h_2) s,$$

amiből

$$v = c \frac{h_1 - h_2}{h_1},$$

vagyis a hullámfront terjedési sebessége és a front mögötti vízáramlás sebessége egyenesen arányos.

A dagályhullámban mozgó és általunk kiválasztott vízrész impulzusa azonban változik — Δt idő alatt éppen az újonnan mozgásba hozott térfogatú vízrész impulzusával nő, azaz

$$\Delta I = c\Delta t h_1 s g v.$$

Vegyük észre, hogy lényegében a $c\Delta t$ távolság alatti h_2 magasságú vízoszlopot hoztuk mozgásba, hiszen a változást úgy is kezelhetjük, mintha a vízoszlop elejéről a $v\Delta t s h_1$ térfogatú, v sebességű folyadékot a lépcső elé helyeztük volna, s ez nem jelent mozgásmennyiség-változást.

Az impulzusváltozást a kiválasztott tömegre két oldalról ható folyadékoszlopok nyomáskülönbsége hozza létre.

A h_1 magasságú folyadékoszlop átlagos nyomása $\frac{1}{2}\rho g h_1$, így a $h_1 s$ keresztmetszeten kifejtett erő

$$F_1 = \frac{1}{2}\rho g h_1^2 s.$$

Hasonlóképpen a h_2 magasságú folyadékoszlop által kifejtett erő:

$$F_2 = \frac{1}{2}\rho g h_2^2 s.$$

Az impulzustétel szerint

$$(F_1 - F_2)\Delta t = \Delta I,$$

azaz

$$\frac{1}{2}\rho g s (h_1^2 - h_2^2)\Delta t = c\Delta t h_2 s g v.$$

Felhasználva, hogy

$$v = c \frac{h_1 - h_2}{h_1},$$

azt kapjuk, hogy

$$\frac{1}{2}\rho g s (h_1 - h_2)(h_1 + h_2)\Delta t = c^2 \Delta t \frac{h_2}{h_1} (h_1 - h_2) \rho s,$$

amiből a dagályhullám behatolási sebessége

$$c = \sqrt{g \frac{h_1}{h_2} \frac{h_1 + h_2}{2}} = \sqrt{g h_1} \frac{1}{2} \left(1 + \frac{h_1}{h_2} \right).$$

Az utóbbi összefüggés alapján egyszerű becsléseket tehetünk a dagályhullámmal kapcsolatban. Az árhullám, bár jelentős magasságú, a folyótorkolat vagy a tengervíz mélységéhez képest mégis elhanyagolható nagyságú, azaz $\frac{h_1}{h_2} \sim 1$, vagyis első közelítésben

$$c = \sqrt{g h_1}.$$

Ebből pl. 10 m-es vízmélység esetén $c \sim 10 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}$ sebesség adódik. Ha az árhullám magassága $h_1 - h_2 = 1 \text{ m}$, akkor a szökőár mögött a víz sebessége

$$v = \frac{h_1 - h_2}{h_1} \sqrt{gh_1} = \Delta h \sqrt{\frac{g}{h_1}} \sim 1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h}.$$

Látszik tehát, hogy az árhullám terjedési sebessége a vízmélységtől függően sokszorosa lehet a hullám mögötti vízsebességnek $\left(\frac{v}{c} = \frac{\Delta h}{h}\right)$. Így az árhullám elől menekülő hajóknak időben kell a part felé indulniuk, mert a hirtelen érkező dagályhullám könnyen összetörheti őket.