

Werkstoffe I Festigkeit und Rheologie

Pietro Lura

Werkstoffe I, ETHZ, Frühjahrssemester 2011

Programm Werkstoffe I

- 24. Februar 2011: Einführung Flatt
 - 3. März 2011: Verformbarkeit (elastische Konstanten) Lura
 - 10. März 2011: Verformbarkeit (zeitabhängiges Verhalten) Lura
 - **17. März 2011: Festigkeit (Zug, Druck, ...) und Rheologie** **Lura**
 - 24. März 2011: Porosität, Porengrößenverteilung, Wassertransport Lura
 - 31. März 2011: Holz 1 Niemz
 - ... 2
-

Inhalt

- Ein paar Folien über Kriechen und Dämpfung aus Vorlesung 3
- Zugfestigkeit (WE 2.1)
- Druckfestigkeit (WE 2.2)
- Dynamische Beanspruchung (WE 2.3)
- Mehrachsige Festigkeit (WE 2.4)
- Rheologie

3

Zum Selbststudium

- WE 2.5 Linear elastische Bruchmechanik

4

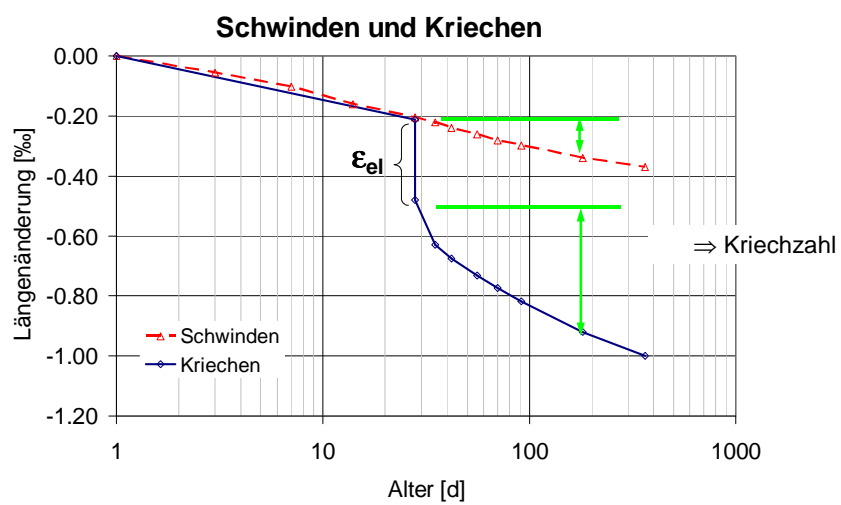
Kriechen von Beton nach SIA 262/1



- 2 x Kriechen
- 2 x Schwinden

5

Schwinden und Kriechen von Beton



6

Kriechzahl nach Norm SIA 262

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_{RH} \cdot \beta_{fc} \cdot \beta(t_0) \cdot \beta(t - t_0)$$

φ_{RH}	Beiwert für Klima und Bauteildicke
β_{fc}	Beiwert für die Berücksichtigung der Betonfestigkeit
$\beta(t_0)$	Faktor für Belastungszeitpunkt
$\beta(t-t_0)$	zeitlicher Verlauf des Kriechens
t	Alter des Betons
t_0	Alter des Betons beim Belastungsbeginn

7

Berücksichtigung der Kriechverformung für einfache Fälle

Bauteil 300 mm, 70% r.F., C25/30, Belastung nach 28 Tagen

$$\varphi(t=\infty, t_0) = \varphi_{RH} \beta_{fc} \beta(t_0) \beta(t-t_0) = 1.4 \cdot 2.9 \cdot 0.5 \cdot 1.0 = 2$$

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{cc} = \varepsilon_{el} (1 + \varphi(t, t_0)) = \varepsilon_{el} (1 + 2) = 3 \cdot \varepsilon_{el}$$

$$E_{c,red} = \frac{E_c}{3}$$

8

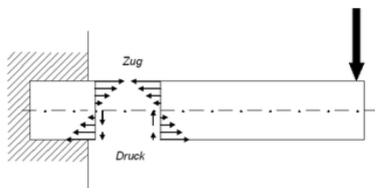
Vorspannbeton

- Vorspannkraftverlust durch Kriechverformungen (Relaxation) und Schwinden
- Kriechen bei Belastungen im jungen Alter relevant
- Überspannen



9

Kragträger und Kriechen (1)



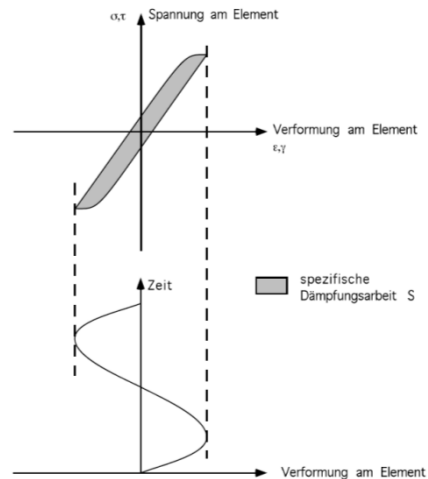
- Kriechverformungen müssen z.B. mittels Überhöhung berücksichtigt werden
- Zu hoch: Wasser läuft in Wohnung
- Zu tief: Gefühl der Unsicherheit



10

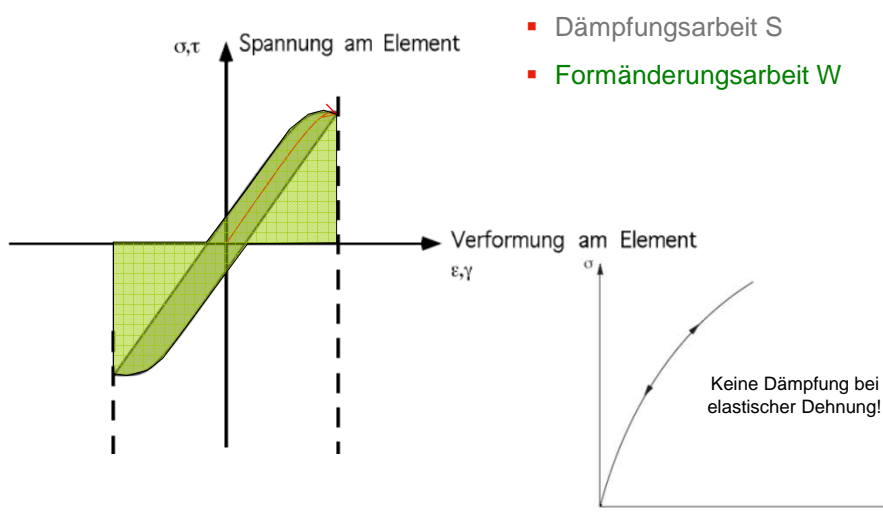
Dämpfung (1)

- Wird ein Volumenelement eines Bauteils harmonisch schwingend verformt, so wird der Zusammenhang zwischen der Spannung σ und der Verformung ε durch ein Hysteresisdiagramm wiedergegeben
- Der Flächeninhalt der Schleife stellt die mechanische Energie dar
- Diejenige Energie, welche einer Volumeneinheit während einer Schwingungsperiode entzogen wird, heisst spezifische Dämpfungsarbeit S
- Die in einer Schwingungsumkehrlage pro Volumeneinheit gespeicherte elastische Energie heisst spezifische Formänderungsarbeit W



11

Dämpfung (2)



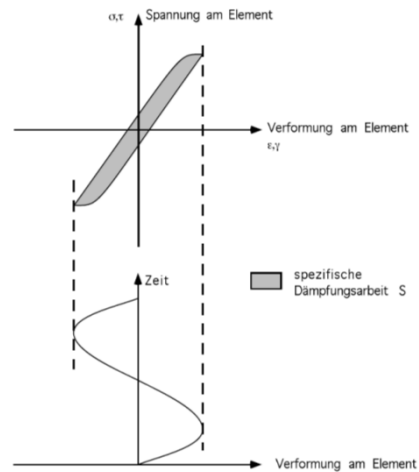
12

Dämpfung (3)

- Die Elementdämpfung D_E für das entsprechende Bauteil dient als Mass für die Dämpfung

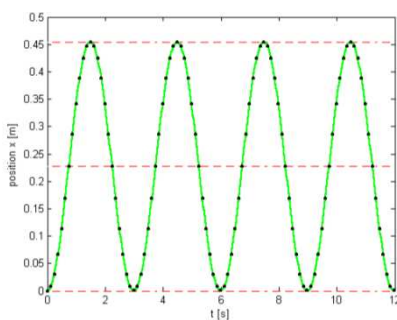
$$D_E = \frac{S}{2 \cdot \pi \cdot W}$$

- Die Grösse der Elementdämpfung D_E wird beeinflusst durch eine Reihe von Faktoren:
 - Beanspruchungsart (Zug, Druck, Torsion oder Biegung)
 - statische Vorlast, die Amplitude und die Frequenz der Wechselbeanspruchung
 - Anzahl der dem Werkstoff zuvor schon aufgezwungenen Lastwechsel

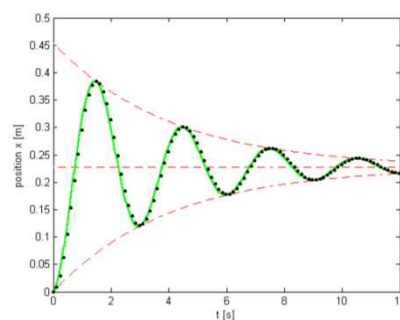


13

Dämpfung (4)



ohne Dämpfung



mit Dämpfung

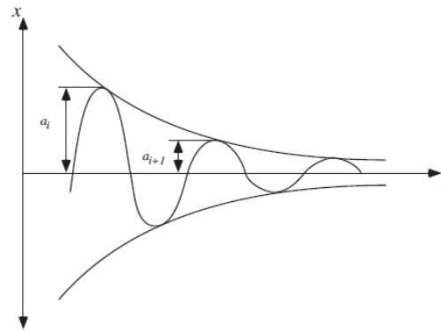
14

Dekrement der Amplitude

- Für viskoelastische Stoffe, hängt D_E nicht von der Spannungsamplitude ab
- Dies bedeutet ein konstantes logarithmisches Dekrement (Skript 26-27)

$$\delta = \ln\left(\frac{a_i}{a_{i+1}}\right)$$

$$D_E = -\left(\frac{\delta}{\pi}\right)$$



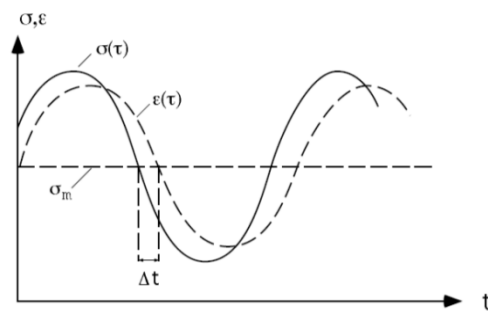
15

Phasenverschiebungswinkel φ

$$\sigma = A \cdot e^{i\omega t} \quad \varepsilon = B \cdot e^{i(\omega t - \varphi)}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{t_0}$$

- φ = Phasenverschiebungswinkel
- t_0 = Schwingungsdauer
- ω = Winkelgeschwindigkeit



- Je grösser φ , desto grösser die Dämpfung
- Elastische Materialien zeigen keine Phasenverschiebung

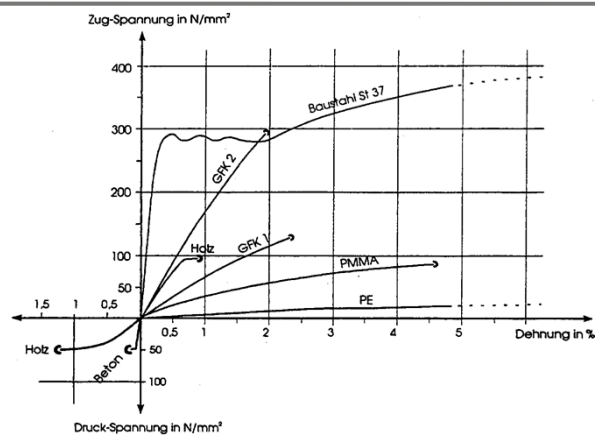
16

Elementdämpfung einiger Werkstoffe

Werkstoffgruppe	Werkstoff	Elementdämpfung D_E
NICHTMETALLISCHE ANORGANISCHE WERKSTOFFE	Beton	0.03
	Kalkstein	0.01
METALLE	Stahl	0.002
	Gusseisen	0.015
ORGANISCHE WERKSTOFFE	Polyvinylchlorid (PVC)	0.08

17

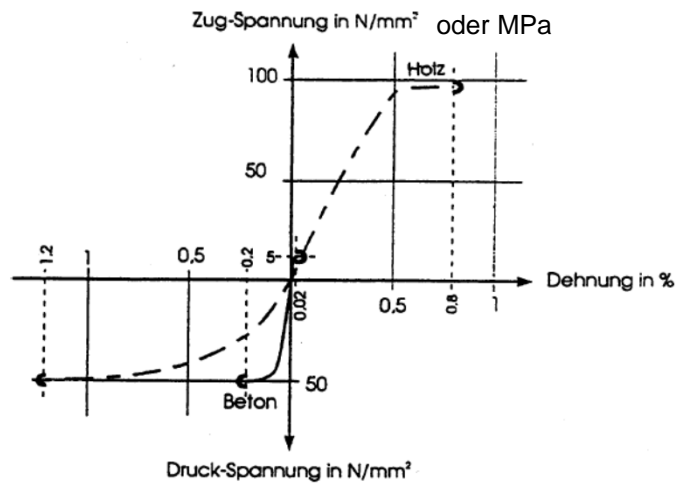
Spannungs-Dehnungs-Diagramme (1)



- Stahl, Beton, Holz

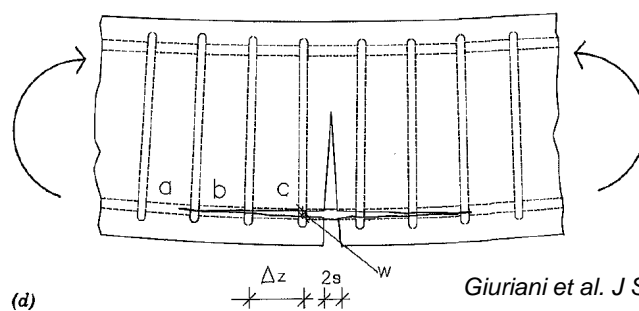
18

Spannungs-Dehnungs-Diagramme (3)



19

Beton



- Beton ist ein druckfester Baustoff, bricht spröde
- Zugspannungen werden im Stahlbeton vom Stahl aufgenommen
- (Kleine) Risse im Beton sind notwendig um die Spannung über zu tragen

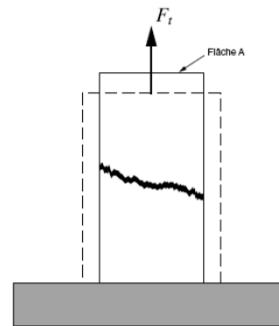
20

Zugfestigkeit – Definition

- Die zentrische Zugfestigkeit f_t ist derjenige Spannungswert, bei dem die Probe unter einer Zugbeanspruchung bricht

$$f_t = \frac{F_t}{A}$$

f_t = Zugfestigkeit [N/mm²]
 F_t = Zugkraft [N]
 A = Fläche [mm²]

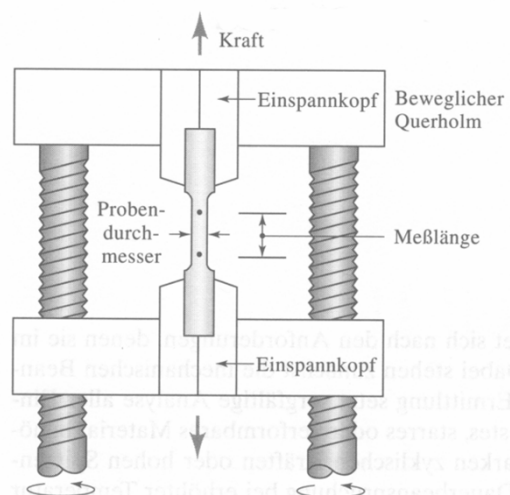


Die Spannung ist uniform!

21

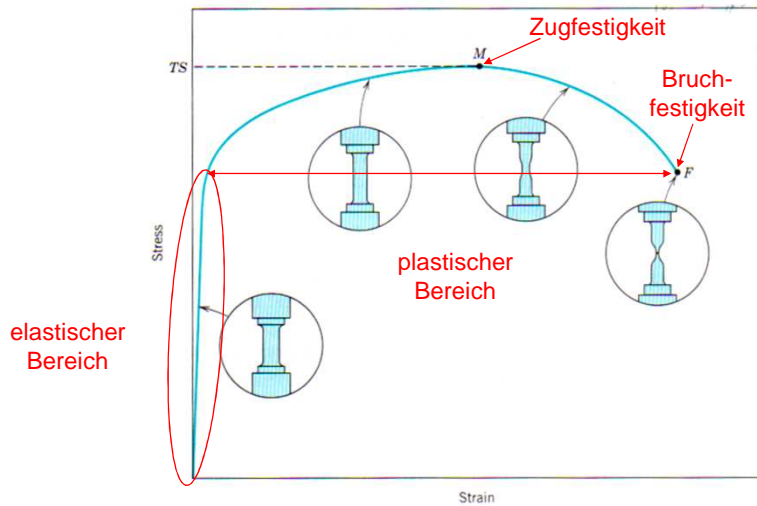
Deformationsverhalten von Materialien

Zugversuch



22

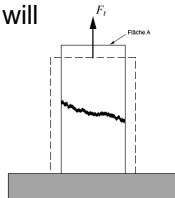
Spannungs-Dehnungs-Kurve



23

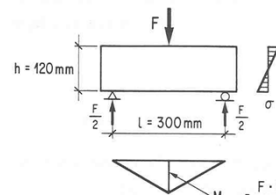
Zugfestigkeit

- In der Praxis ist es sehr schwierig, eine Probe rein auf Zug zu belasten
- Meistens misst man die Biegezugfestigkeit oder die Spaltzugfestigkeit (in den nächsten Folien: Betonbeispiele)
- Diese Methoden führen allerdings zu höheren Festigkeiten, da die Bruchstelle vorgegeben wird \Rightarrow die aus andern Messmethoden gewonnenen Werte müssen abgemindert werden wenn man die zentrische Zugfestigkeit kennen will



Spannung überall gleich

Probe bricht bei der schwächsten Stelle



Max. Moment in der Mitte

Probe bricht in der Mitte

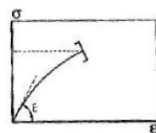
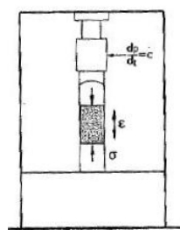
24

Versagen beim Zugversuch (1)

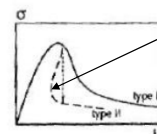
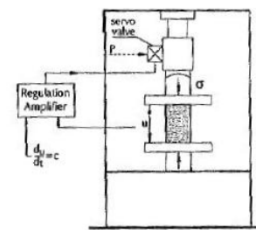
- Das Versagen der Probe bei einem einfachen Zugversuch hängt von der Wechselwirkung zwischen Randbedingungen und Werkstoffe ab
- Die Prüfmaschine hat eine eigene Steifigkeit, die wie eine Federkonstante wirkt. Das System kann also weich oder steif sein (relativ zur Probe)
- Die gemessenen Dehnungen ergeben sich aus der Summe von Maschinen- und Werkstoffdehnungen, wobei ein Snapback erfolgen kann. Dies bedeutet eine Instabilität, die aber von der Steifigkeit des Systems abhängt. Aus diesem Grund ist es möglich, dass wegen einer weichen Prüfmaschine ein sprödes Versagen bei nicht sprödem Material auftritt

25

Versagen beim Zugversuch (2)



lastkontrollierter Versuch
 Probe versagt bei höchster Last



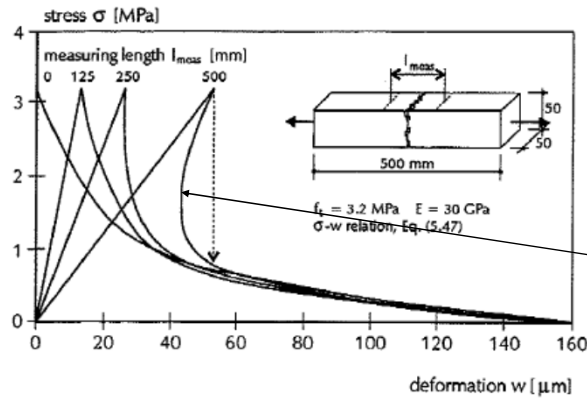
Snapback

wegkontrollierter Versuch
 Probe versagt bei höchster Verformung

van Mier
 1997

26

Versagen beim Zugversuch (3)



Snapback
bei zu langer
Messdistanz

verformungskontrollierter Versuch

van Mier
1997

27

Druckfestigkeit – Definition

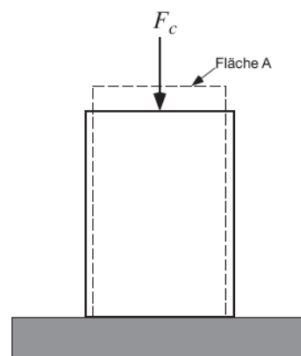
- Die Druckfestigkeit f_c ist derjenige Spannungswert für eine Druckbelastung, bei dem sich ein Bruch einstellt

$$f_c = \frac{F_c}{A}$$

f_c = Druckfestigkeit [N/mm²]

F_c = Bruchlast [N]

A = Querschnittsfläche [mm²]



28

Druckfestigkeit – SIA Norm

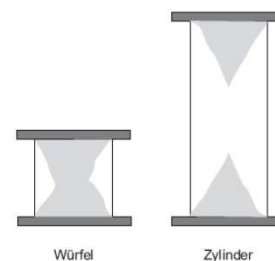
- Bei Beton z.B. werden nach SIA 162/1 für diese Materialprüfung üblicherweise Würfel mit einer Kantenlänge von 200 mm oder Zylinder mit einer Höhe von 200 mm und einem Durchmesser von 200 mm oder Prismen mit 120·120·360 mm verwendet
- Die Probe wird zentrisch eingebaut und mit einer kontinuierlichen Belastungssteigerung von $0.4 \div 0.6 \text{ N/mm}^2$ pro Sekunde bis zum Bruch belastet. Die maximale Last dividiert durch die Querschnittsfläche ergibt die Druckspannung

29

Druckfestigkeit – Würfel oder Zylinder

- Durch die unterschiedlichen E-Moduli der Druckplatten (Stahl) und dem Probekörper sowie infolge der Reibung wird im Probekörper die Querdehnung behindert

$$f_c = 0.8 \cdot f_{cw}$$



30

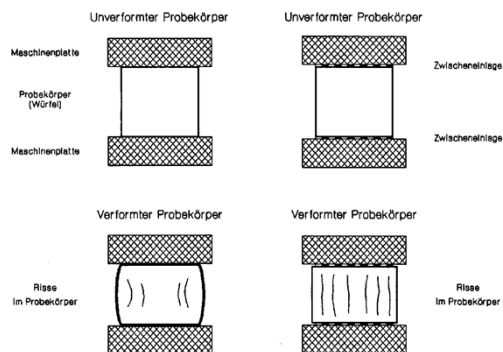
Betonfestigkeiten

- Beton ist ein druckfester Baustoff, bricht spröde
- Druckfestigkeit ist die massgebende Grösse für den Betonbau
- Zugfestigkeit sehr gering – 1/10 der Druckfestigkeit
- Zugspannungen werden im Stahlbeton vom Stahl aufgenommen
- Festigkeit üblicherweise im Alter von 28 Tagen bestimmt
- Druckfestigkeit: Würfel und Zylinder
- Zugfestigkeit: Biegezug, Spaltzug, zentrischer Zug

31

Würfeldruckfestigkeit (Bohrkerndruckfestigkeit) (1)

- Würfel belasten bis zum Bruch: $f_{cw} = F_{max} / A$
- Im Bauwerk oft einachsige Festigkeit massgebend
- Würfeldruckfestigkeit: etwa 20 – 25 % grösser als einachsige Festigkeit
- Breite = Höhe
- Behinderte Querdehnung



32

Würfeldruckfestigkeit (Bohrkerndruckfestigkeit) (2)

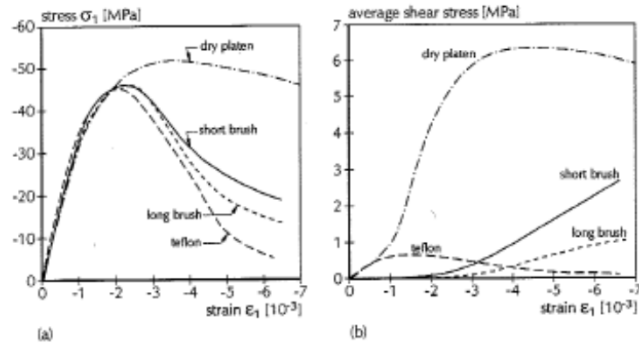


Figure 3.20 Effect of loading system on uniaxial compressive stress-strain response (a), and average shear stress-strain curves for the four different loading systems used (b), after Vonk et al.^{[10], [32]}

van Mier
1997

33

Würfeldruckfestigkeit (Bohrkerndruckfestigkeit) (3)

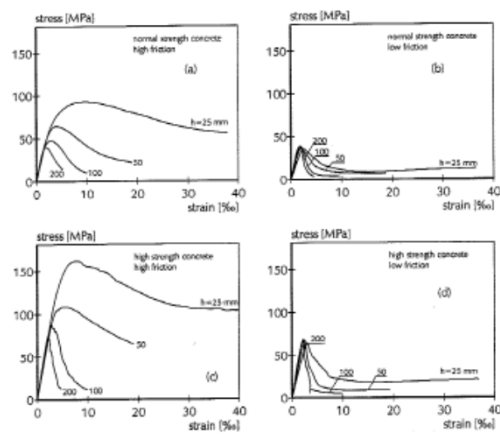


Figure 3.21 Stress-axial strain curves for normal strength concrete (a,b) and high strength concrete (c,d) tested between rigid steel platens (a,c) and between teflon loading platens (b,d).^[69]

van Mier
1997

34

Normalbeton und Leichtbeton

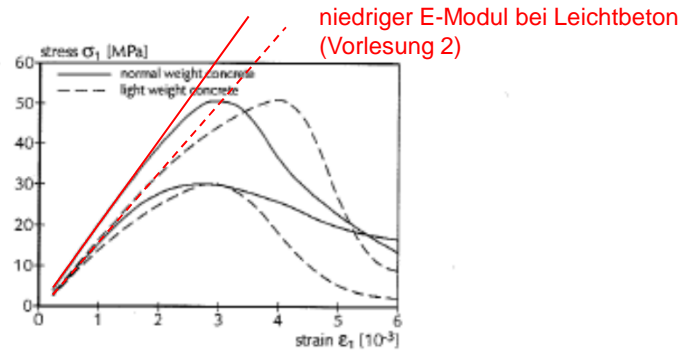


Figure 3.27 Comparison between lightweight concrete and normal weight concrete stress-strain behaviour for two different concrete qualities, after Wang et al.⁸¹ (Reprinted with permission of ACI, Detroit, MI.)

van Mier
1997

35

Einfluss der Belastungsgeschwindigkeit

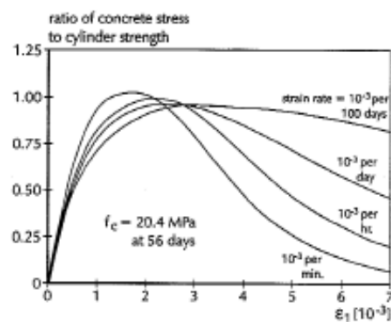
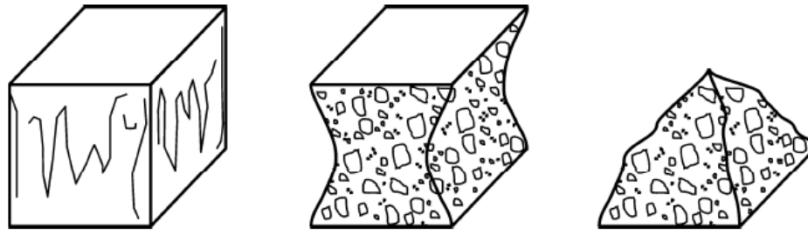


Figure 3.29 Uniaxial compressive stress-strain curves for concrete under various loading rates, after Rüsch.⁸³

van Mier
1997

36

Würfeldruckfestigkeit - Bruchbilder (1)



Zerbersten

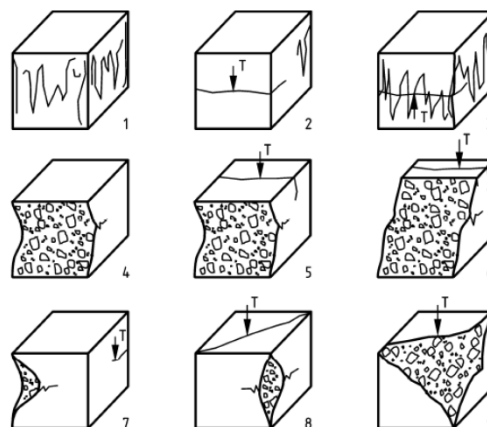
ANMERKUNG Alle vier freiliegenden Flächen weisen einen etwa übereinstimmenden Rissbefall auf; die Flächen, die sich in Kontakt mit den Druckplatten befanden, wurden kaum geschädigt.

Bild 1 — Zufriedenstellende Bruchbilder bei Würfelproben

prEN 12390-3:2008

37

Würfeldruckfestigkeit - Bruchbilder (2)



ANMERKUNG T = Spannungsriss

prEN 12390-3:2008

Bild 2 — Einige Beispiele für nicht zufriedenstellende Bruchbilder bei Würfelproben

38

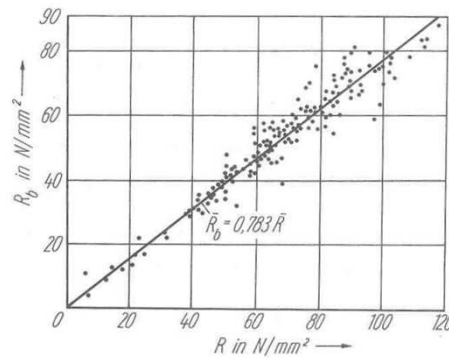
Zylinderdruckfestigkeit

- Höhe = 2x Durchmesser
- Einachsiger Spannungszustand
- Stellt Realität genauer dar

- $f_{cp} = (0.75 \text{ bis } 0.80) f_{cw}$

Bsp. Druckfestigkeitsklasse C30/37:

$$30 = 0.8 \times 37$$



39

Zylinderdruckfestigkeit - Bruchbilder (1)

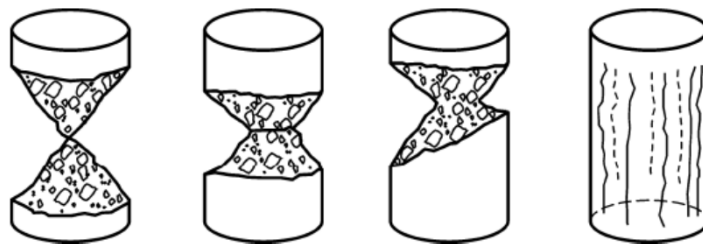
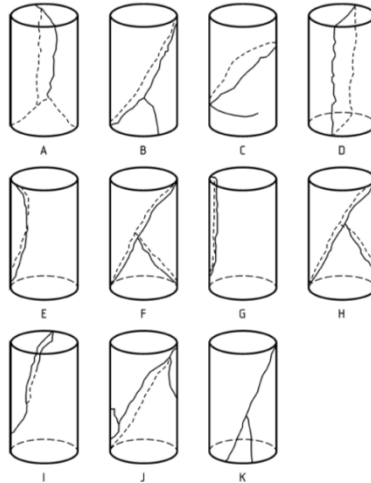


Bild 3 — Zufriedenstellende Bruchbilder bei Zylinderproben

prEN 12390-3:2008

40

Zylinderdruckfestigkeit - Bruchbilder (2)

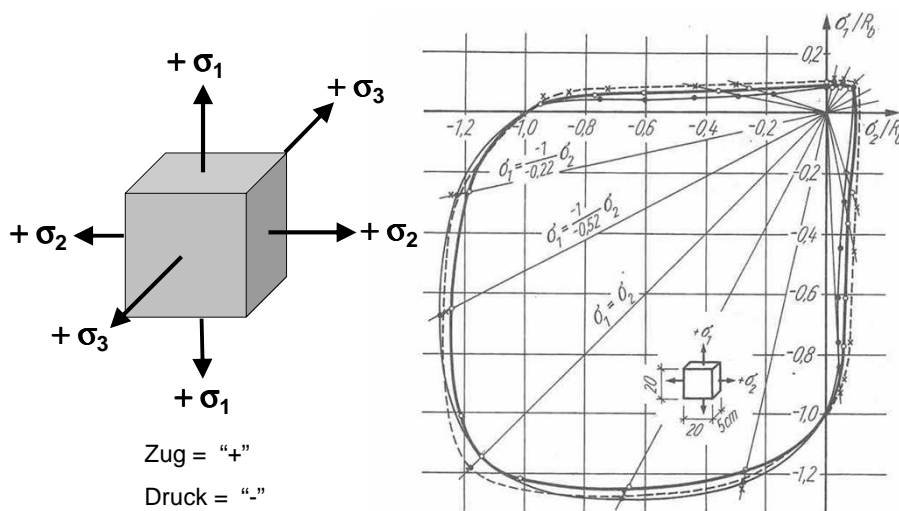


prEN 12390-3:2008

Bild 4 — Einige Beispiele für nicht zufriedenstellende Bruchbilder bei Zylinderproben

41

Mehrachsige Beanspruchung (1)



42

Mehrachsige Beanspruchung (2)

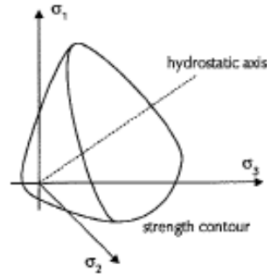
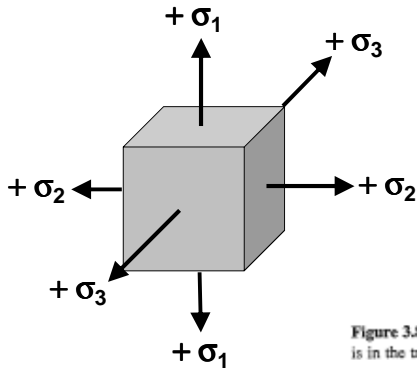


Figure 3.85 Limit surface (qualitative) for concrete in triaxial stress space. The top of the cone is in the triaxial tensile regime; the cone is open ended in the triaxial compression regime.

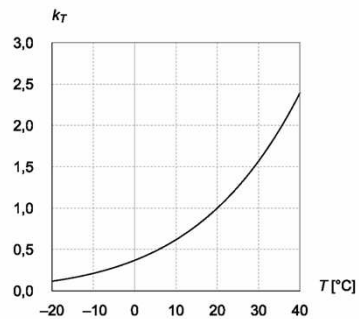
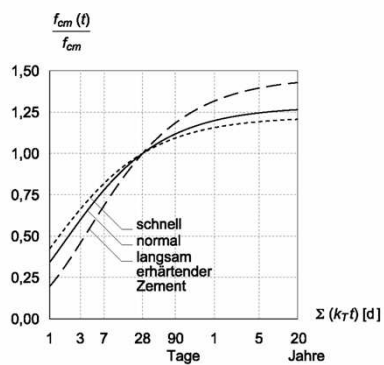
Zug = "+"
Druck = "-"

van Mier
1997

43

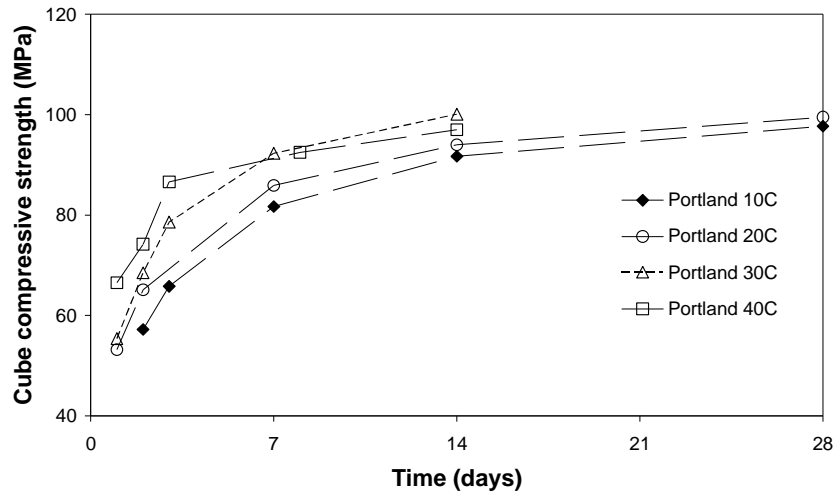
Festigkeitsentwicklung (1)

- Zunahme der Festigkeit in Funktion der Zeit (über Jahre!!)
- Norm SIA 262:



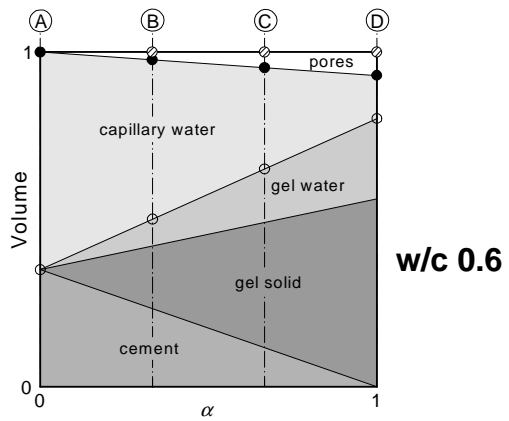
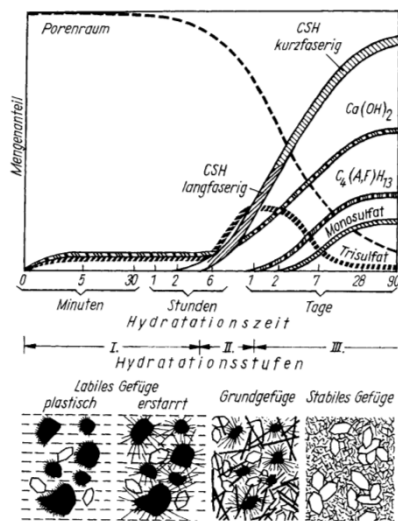
44

Festigkeitsentwicklung (2)



45

Festigkeitsentwicklung (3)



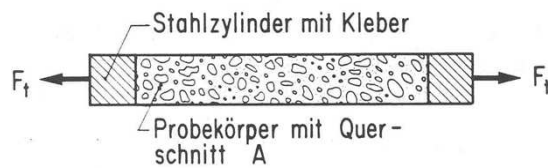
46

Zentrische Zugfestigkeit (1)

- Zugfestigkeit ist gering $< 1/10 f_{cw}$
- Norm SIA 262:

Betonsorte C	12/15	16/20	20/25	25/30	30/37	35/45	40/50	45/55	50/60	.../...
Zugfestigkeit f_{ctm}	1.6	1.9	2.2	2.6	2.9	3.2	3.5	3.8	4.1	>4.1

- $f_{ct} = F_{t,max} / A$



47

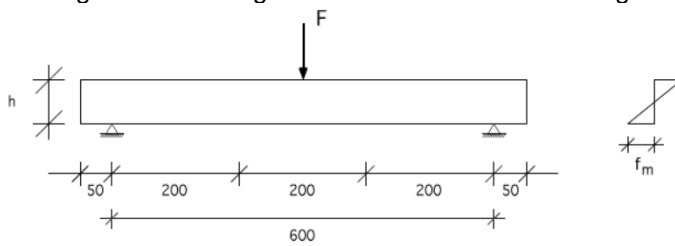
Zentrische Zugfestigkeit (2)



48

Biegezugfestigkeit (1)

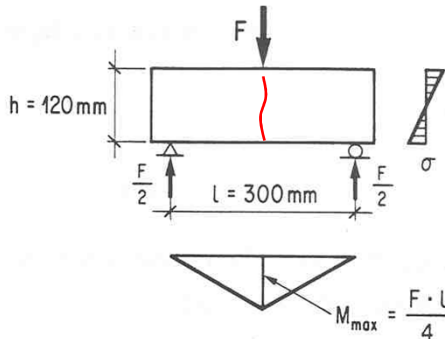
- Messvorgang gemäss DIN 1048 **Alte DIN Norm!**
- Die Biegezugfestigkeit von Beton wird an balkenförmigen Probekörpern ermittelt. Vorzugsweise sind Balken von 150 mm Höhe, 150 mm Breite und 700 mm Länge zu verwenden.
- Die Auflager und Lastschneiden der Prüfmaschine sind gemäss dem folgenden Bild einzustellen. Die Last ist bis zum Bruch so zu steigern, dass die Biegezugspannung im Balken je Sekunde um 0.005 N/mm^2 zunimmt; bei obigen Abmessungen führt dies zu einer Laststeigerung von 280 N/s



49

Biegezugfestigkeit (2)

- Die meisten Betonbauteile sind auf Biegung beansprucht
- 3-Punkt Biegezug



$$f_m = \frac{M_t}{W} = \frac{3 F_t \cdot l}{2 b h^2}$$

- f_m = Biegezugfestigkeit [N/mm^2]
- F_t = Bruchlast [N]
- l = Stützweite des Balkens [mm]
- b = Breite des Balkens [mm]
- h = mittlere Höhe des Balkens im Bruchquerschnitt [mm]

- SN Norm

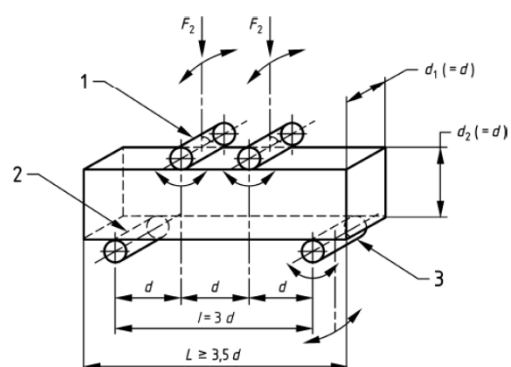
50

Biegezugfestigkeit 4-Punkt Biegezug (1)



51

Biegezugfestigkeit 4-Punkt Biegezug (2)



Legende

- 1 Belastungsrolle (dreh- und kipubar)
- 2 Auflagerrolle
- 3 Auflagerrolle (dreh- und kipubar)

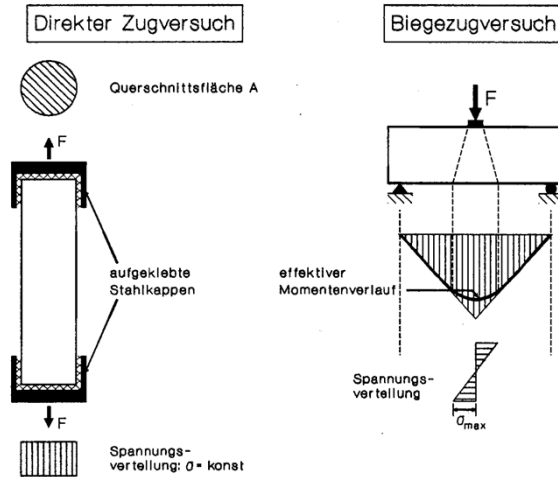
prEN 12390-5:2008

Bild 1 — Anordnung der Lastaufbringung auf den Probekörper (2-Punkt-Lastangriff)

52

Biegezugfestigkeit (4)

- Biegezugfestigkeit ca. 2 x zentrische Zugfestigkeit



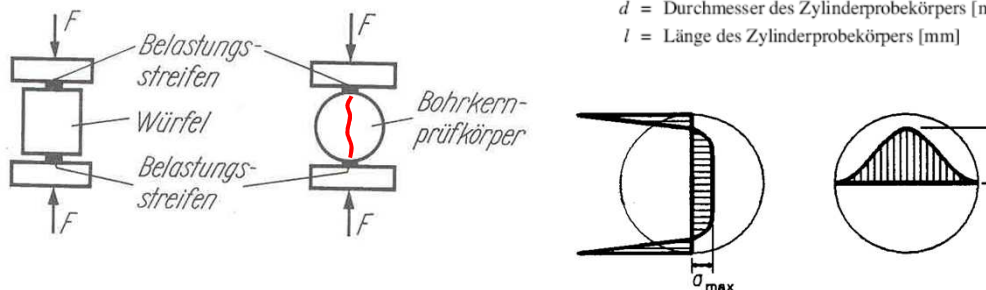
53

Spaltzugfestigkeit

- 2-achsiger Spannungszustand
- Geeignet für Bohrkern- bestehender Bauwerke
- Spaltzugfestigkeit \approx zentrische Zugfestigkeit
- Auch Brasilianerversuch genannt

$$f_s = \frac{2 \cdot F_{\max}}{\pi \cdot d \cdot l}$$

f_s = Spaltzugfestigkeit [N/mm²]
 F_{\max} = Bruchlast [N]
 d = Durchmesser des Zylinderprobekörpers [mm]
 l = Länge des Zylinderprobekörpers [mm]



54

Zugfestigkeit f_t einiger Werkstoffe

Werkstoffgruppe	Werkstoffe	Zugfestigkeit f_t [N/mm ²]
NICHTMETALLISCHE ANORGANISCHE WERK- STOFFE	Normalbeton	2 + 5
	Leichtbeton	1 + 2
	Glas	50 + 80
METALLE	Stahl	235 + 550
	Aluminium	80 + 500
ORGANISCHE WERK- STOFFE	Fichte: \perp Faser	4
	II Faser	90
	Eiche: \perp Faser	9
	II Faser	90
	Buche: \perp Faser	11
	II Faser	135
	Polyvinylchlorid (PVC)	50 + 60
	Polystyrol (PS)	30 + 60

55

Prismendruckfestigkeit f_c einiger Werkstoffe

Werkstoffgruppe	Werkstoffe	Prismendruckfestigkeit f_c [N/mm ²]
NICHTMETALLISCHE ANORGANISCHE WERK- STOFFE	Normalbeton	15 + 50
	Leichtbeton	10 + 50
	Ziegelstein	2.5 + 5.5
	Kalksandstein	2.5 + 4.5
	Zementsandstein	3.5
	Glas	500 + 800
METALLE	Stahl	235 + 550
	Aluminium	80
ORGANISCHE WERK- STOFFE	Fichte: \perp Faser	6
	II Faser	40
	Eiche: \perp Faser	
	II Faser	50
	Buche: \perp Faser	11
	II Faser	50
	Polyvinylchlorid (PVC)	80
	Polystyrol (PS)	100

56

Vergleich von Zugfestigkeit und Druckfestigkeit

- Betozugfestigkeiten lassen sich näherungsweise zur Würfeldruckfestigkeit f_{cw} in Beziehung bringen

Biegezugfestigkeit $f_m \approx (0.7 \div 0.9) \cdot \sqrt{f_{cw}}$

Spaltzugfestigkeit $f_S \approx (0.5 \div 0.7) \cdot \sqrt{f_{cw}}$

Zugfestigkeit $f_t \approx (0.3 \div 0.5) \cdot \sqrt{f_{cw}}$

Es gilt näherungsweise: $f_t \approx f_S \approx 0.5 \cdot f_m$

57

Dynamische Beanspruchung

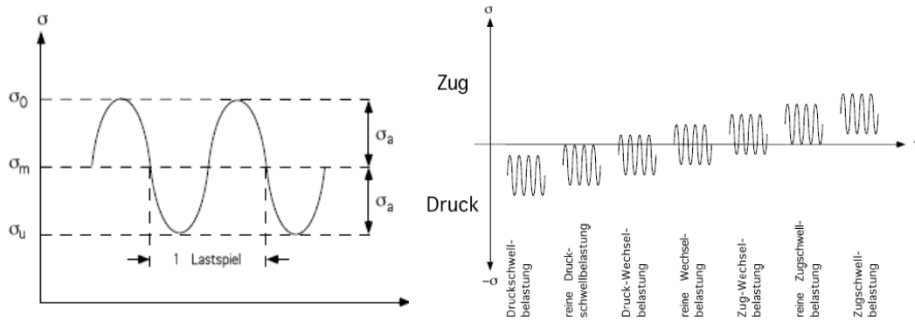
- Ruhende Belastungen (Eigengewicht)
- Dynamische Belastungen (Wind, Verkehr, Erdbeben)
- Hochbau: statischen Lasten
- Brückenbau: dynamischen Beanspruchungen



Burj Khalifa, Dubai, 2010,
828 m

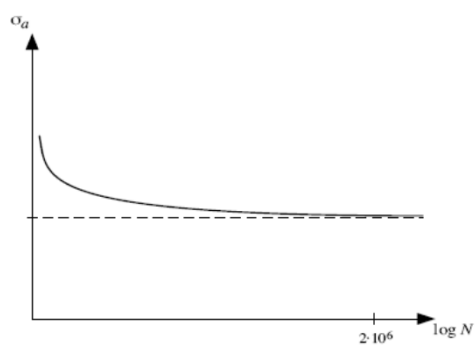
58

Dauerschwingversuch



59

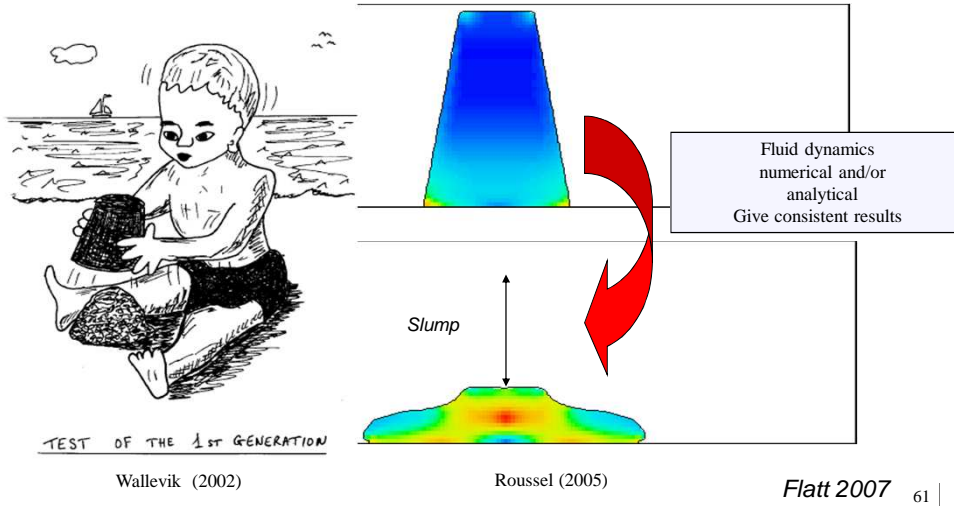
Wöhlerkurve



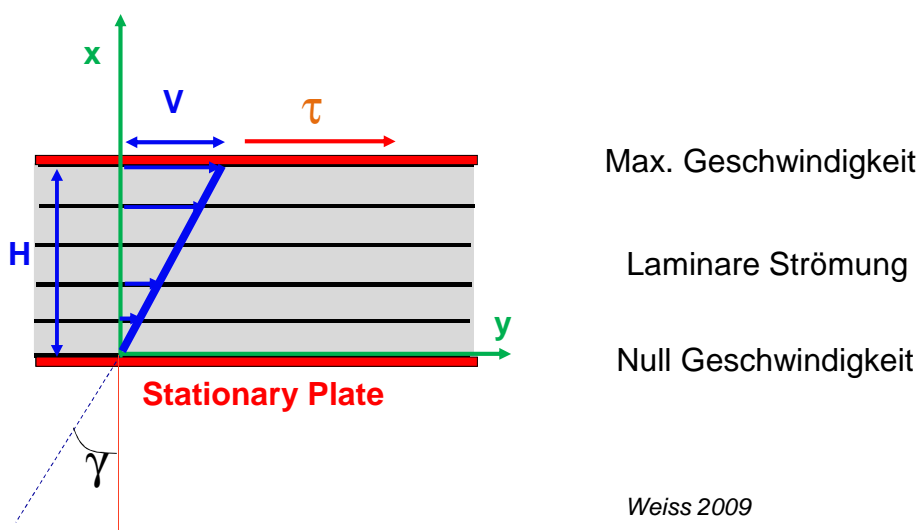
- Die Anzahl der Lastspiele, die ein Probekörper im Dauerschwingversuch bis zum Bruch aushält, wird Bruchlastspielzahl N genannt

60

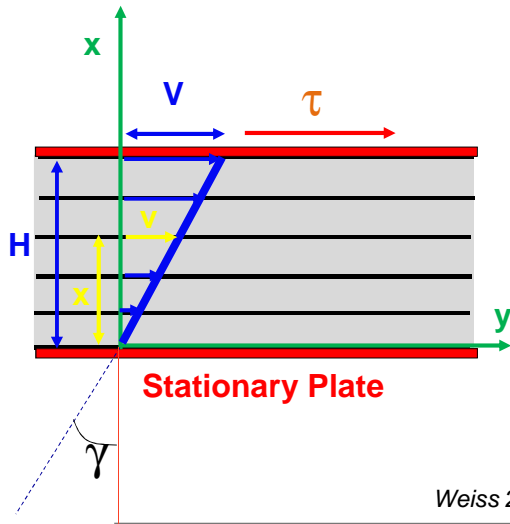
Rheologie - Setzmass



Viskosität (1)



Viskosität (2)



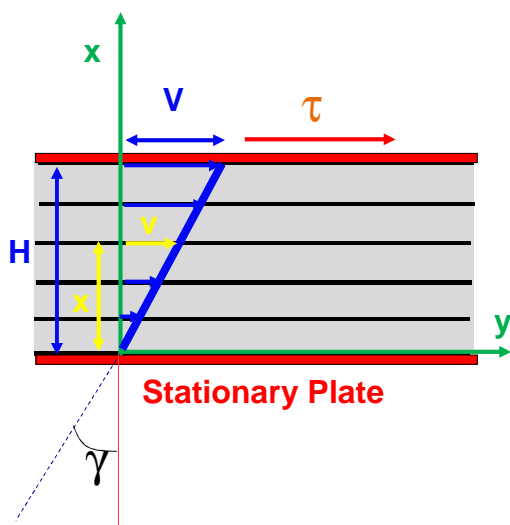
$$\tau = \eta \frac{dV}{dH}$$

$$dv = \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dv}{dH} = \frac{\frac{dx}{dt}}{dH} = \frac{d\gamma}{dt} = \dot{\gamma}$$

Weiss 2009

Viskosität (3)



$$\tau = \eta \frac{d\gamma}{dt} = \eta \dot{\gamma}$$

Nur für
"newtonsche"
Materialien

Weiss 2009

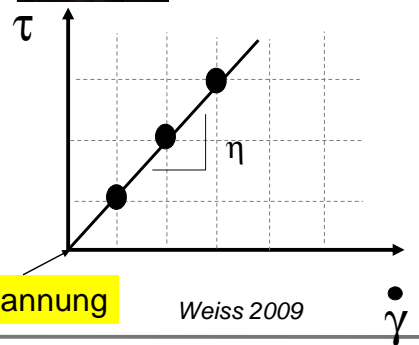
Newtonsches Fluid (1)

- Ein newtonsches Fluid (nach Isaac Newton) ist eine Flüssigkeit oder ein Gas, dessen Scherspannung (auch Schubspannung) proportional zur Schergeschwindigkeit ist

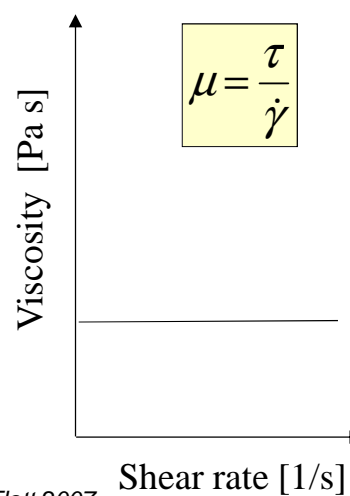
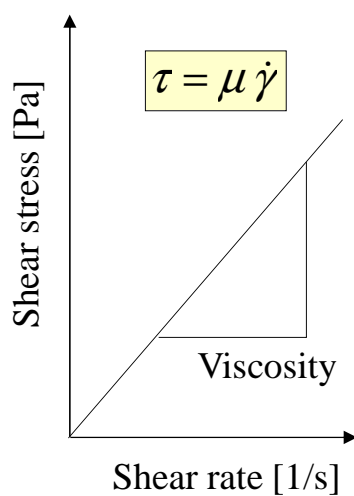


Sir Isaac Newton
(1643 – 1727)

$$\tau = \eta \frac{d\gamma}{dt} = \eta \dot{\gamma}$$



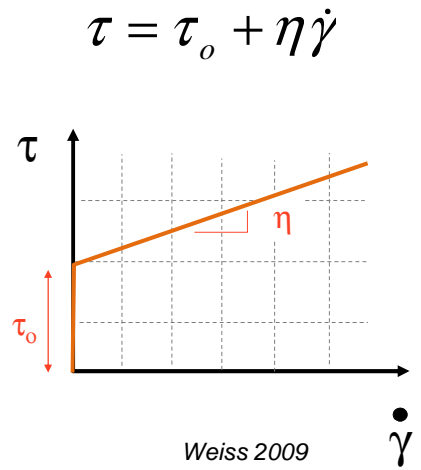
Newtonsches Fluid (2)



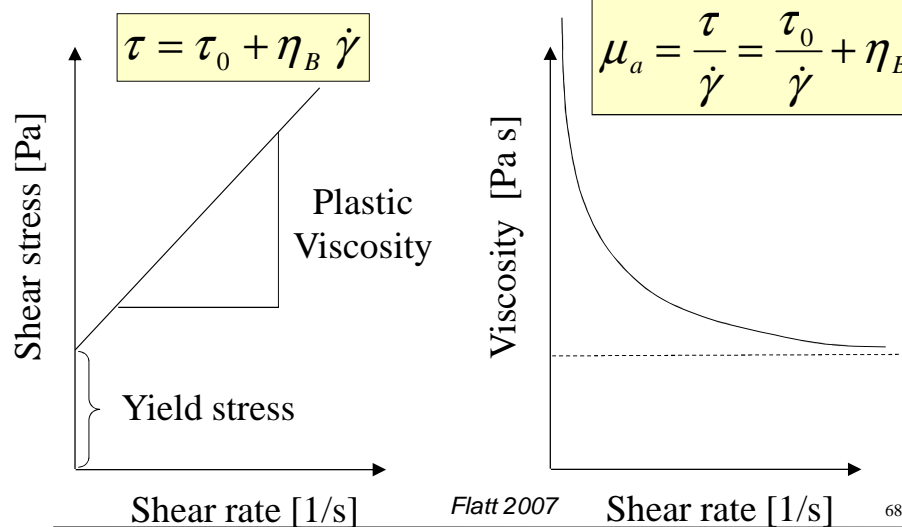
Flatt 2007

Bingham-Fluid (1)

- Ein Modell das oft für Frischbeton benutzt wird
- Ein Bingham-Fluid beginnt erst ab einer Mindestschubspannung, der Fließgrenze τ_0 , zu fließen. Unterhalb davon verhält es sich wie ein elastischer Körper
- Ketchup, Zahnpasta, Hefeteig, Blut



Bingham-Fluid (2)



Einheiten

- Viscosity
 - Force*Time/Length/Length
 - The Poiseuille and the Poise are units of dynamic viscosity sometimes called absolute viscosity
 - 1 Poiseuille = 10 poise (P)
 - 1 centi-Poise (cP) = 0.01 poise
 - Pa*Sec
- Shear Stress
 - Force.Length/Length
 - MPa, psi
- Shear Strain Rate
 - 1/Time

Einige Viskositätswerten

Material	Viscosity (η)	
	Poise	Centipoise
Air (20C)	0.0001	0.01
Acetone	0.0032	0.32
Water (20C)	0.01	0.1
Martini	0.012	1.2
Glycol (20C)	0.19	19
Motor Oil	0.5 -16	50-1600
Pancake Syrup	30	3000
Ketchup	500	50000
Asphalt	10^4 - 10^8	~
Window Glass	10^{20}	~



Fazit

- Zugfestigkeit
- Druckfestigkeit
- Mehrachsige Festigkeit
- Dynamische Beanspruchung
- Rheologie