NATIONELLT KURSPROV I
MATEMATIK KURS D
VÅREN 2003

Anvisningar

Provtid	240 minuter för Del I och Del II tillsammans. Vi rekommenderar att du använder högst 60 minuter för arbetet med Del I.
Hjälpmedel	**Del I:** ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E”. *Observera att miniräknare ej är tillåten på denna del.* **Del II:** Miniräknare och ”Formler till nationellt prov i matematik kurs C, D och E”.
Provmaterialet	Provmaterialet inlämnas tillsammans med dina lösningar. Skriv ditt namn och komvux/gymnasieprogram på de papper du lämnar in. *Lösningar till Del I ska lämnas in innan du får tillgång till miniräknaren. Redovisa därför ditt arbete på Del I på separat papper. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.*
Provet	Provet består av totalt 16 uppgifter. **Del I** består av 10 uppgifter och **Del II** av 6 uppgifter. Till några uppgifter (där det står *Endast svar fordras*) behöver bara ett kort svar anges. Till övriga uppgifter räcker det inte med bara ett kort svar utan det krävs att du skriver ned vad du gör, att du förklarar dina tankegångar, att du ritar figurer vid behov och att du vid numerisk/grafisk problemlösning visar hur du använder ditt hjälpmedel. Uppgift 16 är en större uppgift, som kan ta upp till en timme att lösa fullständigt. Det är viktigt att du försöker lösa denna uppgift. I uppgiften finns en beskrivning av vad läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av ditt arbete. Försök att lösa alla uppgifterna. Det kan vara relativt lätt att även i slutet av provet få någon poäng för en påbörjad lösning eller redovisning. Även en påbörjad icke slutförd redovisning kan ge underlag för positiv bedömning.
Poäng och betygsgränser	Provet ger maximalt 41 poäng. Efter varje uppgift anges maximala antalet poäng som du kan få för din lösning. Om en uppgift kan ge 2 g-poäng och 1 vg-poäng skrivs detta (2/1). Några uppgifter är markerade med ¤, vilket innebär att de mer än andra uppgifter erbjuder möjligheter att visa kunskaper som kan kopplas till MVG-kriterierna i betygskriterier 2000. Undre gräns för provbetyget Godkänd: 12 poäng. Väl godkänd: 24 poäng varav minst 6 vg-poäng. Mycket väl godkänd: Kraven för Väl godkänd ska vara väl uppfyllda. Dessutom kommer läraren att ta hänsyn till hur väl du löser ¤-uppgifterna.

Namn: ______________________________ Skola: ______________________________

Komvux/gymnasieprogram: ____

Del I

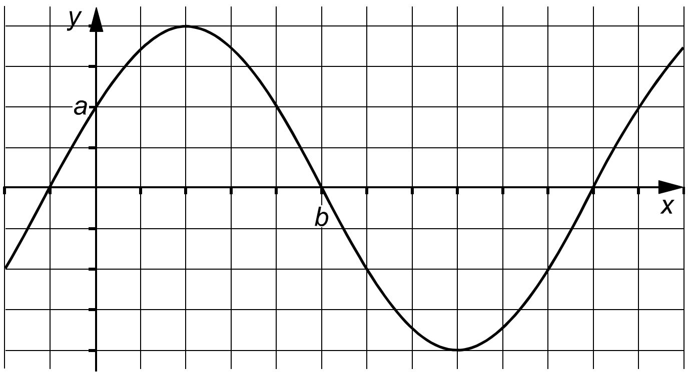
Denna del består av 10 uppgifter och är avsedd att genomföras utan miniräknare. Dina lösningar på denna del görs på separat papper som ska lämnas in innan du får tillgång till din miniräknare.
Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

1. Beräkna integralen $\int_0^3 (2x+1)\,\mathrm{d}x$ (2/0)

2. Bestäm perioden för kurvan $y = \sin 4x$ *Endast svar fordras* (1/0)

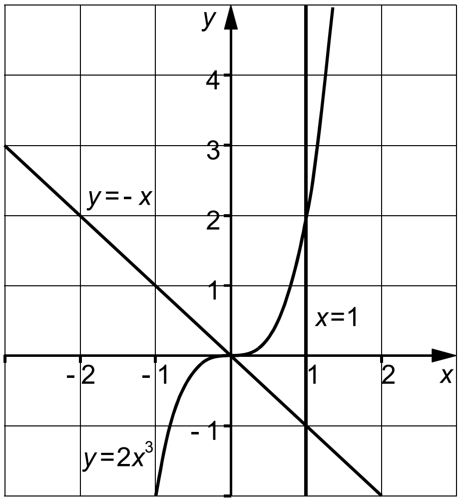
3. Ordna talen $\sin 50^\circ$, $\sin 100^\circ$, $\sin 150^\circ$ och $\sin 200^\circ$ efter storlek med det *minsta* talet först. (2/0)

4. Funktionen $y = 2\sin(x + 30^\circ)$ är ritad i figuren nedan.
Ange värden på *a* och *b*. *Endast svar fordras* (2/0)



5. En djurpopulation ökar med hastigheten $v(t) = 200 + 50t$ (djur/år) där *t* är tiden i år. Med hur många djur ökar populationen under de 10 första åren? (2/0)

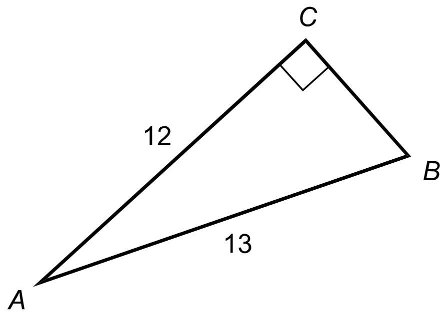
6. Beräkna arean av det område som begränsas av kurvan $y = 2x^3$ samt linjerna $y = -x$ och $x = 1$ (2/0)



7. Lös ekvationen $\sin 3x = \dfrac{1}{2}$ i intervallet $0^\circ \le x \le 90^\circ$ (1/1)

8. Bestäm derivatan av funktionen $f(x) = (2x-1)e^x$ (0/2)

9. Figuren visar en rätvinklig triangel ABC.
Bestäm $\sin 2A$ (0/2)



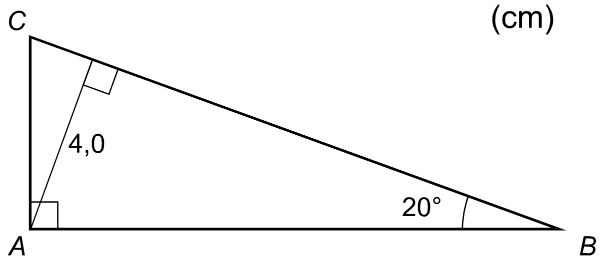
10. Beräkna exakt $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \cos\frac{x}{3}\,dx$ (0/2)

Del II

Denna del består av 6 uppgifter och är avsedd att genomföras med miniräknare. Observera att arbetet med Del II kan påbörjas utan tillgång till miniräknare.

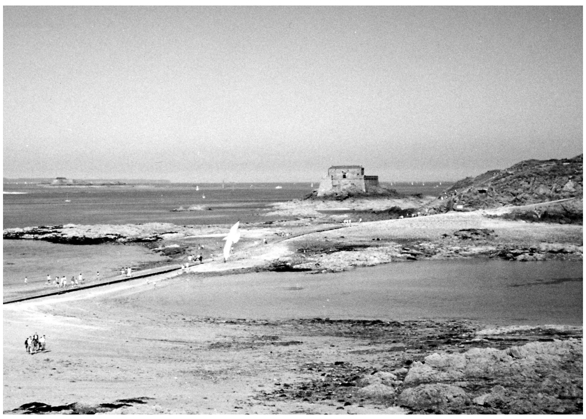
11. Visa att differentialekvationen $y' - 3y = 0$ har lösningen $y = 5e^{3t}$ (2/0)

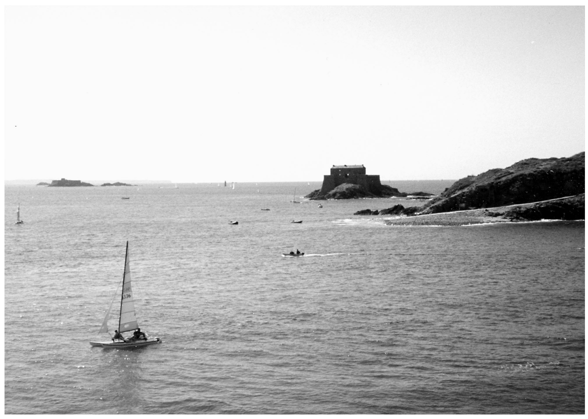
12. Bestäm arean av den rätvinkliga triangeln *ABC*.



(3/0)

13.





Utanför den franska staden Saint Malo som ligger vid kusten mot Engelska kanalen, har man funnit att vattendjupet y meter under en viss tid varierar enligt sambandet

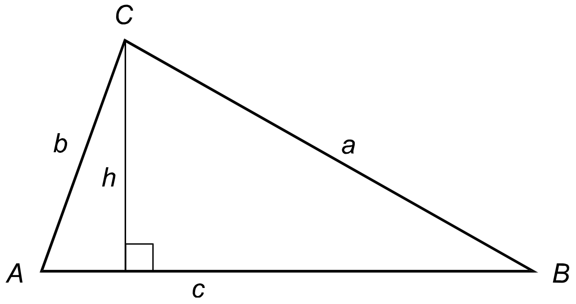
$y(t) = 8{,}0 - 5{,}0 \sin \dfrac{\pi t}{6}$, där t är tiden i timmar räknat från kl 08.00.

a) Hur stort är vattendjupet kl 16.30? (1/0)

b) När under dygnet är vattendjupet minst? (1/1)

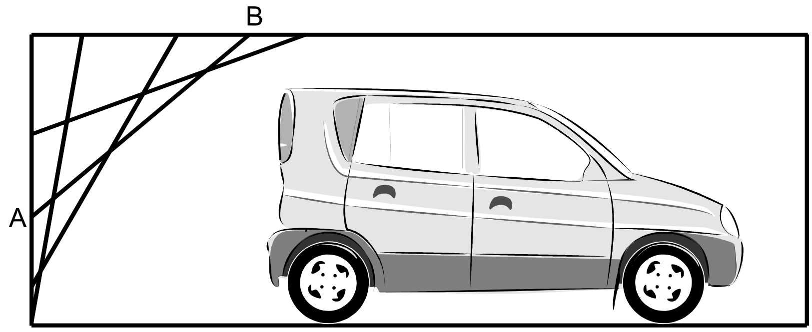
c) Med vilken hastighet ökar vattendjupet när ökningshastigheten är störst? (0/2)

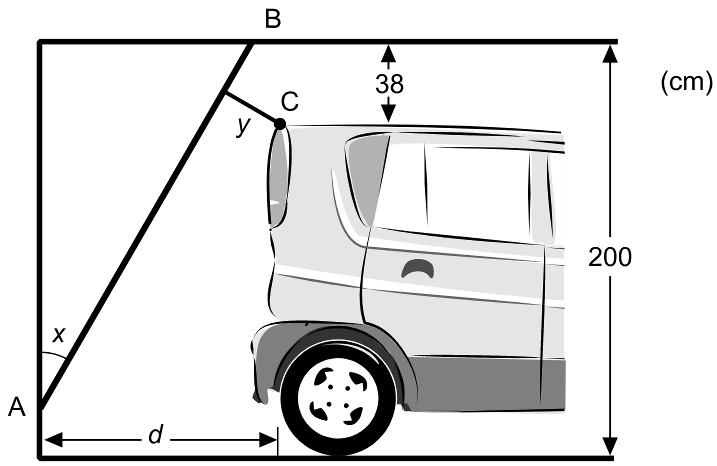
14. I triangeln *ABC* med sidorna *a*, *b* och *c* är vinklarna *A* och *B* spetsiga.



Visa, utan att använda sinussatsen, att $b \sin A = a \sin B$ (0/2/¤)

15. Bilden nedan visar en schematisk bild av hur en garageport rör sig när man öppnar den. Nederkanten på porten, *A*, löper i en lodrät bana. Överkanten *B* löper i en vågrät bana. När man öppnar porten tar den en del av utrymmet i garaget.





Du ska undersöka hur nära den stängda porten du kan ställa din nya bil. I figuren ovan är vinkeln mellan porten och lodlinjen *x* grader Det kortaste avståndet mellan bilens högsta punkt *C* och den lutande porten är *y* cm. Det vågräta avståndet mellan punkten *C* och den stängda porten är *d* cm. Man kan visa att $y = 38 \sin x - 200 \cos x \sin x + d \cos x$

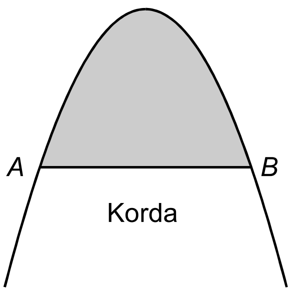
Om $y \leq 0$ så innebär det att porten slår mot bilen.

Bestäm, t ex med hjälp av din räknare, det minsta värde *d* kan ha för att porten inte ska slå mot bilen. Svara med hela centimeter. (0/3/¤)

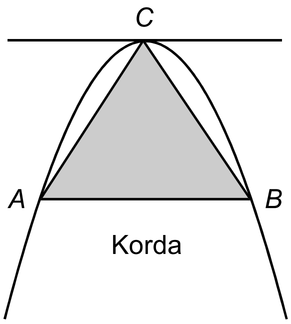
Vid bedömningen av ditt arbete kommer läraren att ta hänsyn till:
• hur väl du redovisar ditt arbete
• om du gjort korrekta beräkningar
• hur väl du motiverar dina resultat
• hur väl du använder det matematiska språket

16. En vågrät linje skär en andragradskurva i två punkter *A* och *B*. Linjen *AB* och andragradskurvan innesluter då ett område. Detta område kallas ett paraboliskt segment. Den tangent till kurvan som är parallell med kordan *AB* tangerar kurvan i *C*.

Den grekiske matematikern, fysikern och uppfinnaren Arkimedes (287 – 212 f Kr) upptäckte att arean av triangeln *ABC* är exakt 3/4 av arean av det paraboliska segmentet (se figurerna nedan).



Paraboliskt segment



Inskriven triangel

- Visa att Arkimedes samband gäller för det paraboliska segment som begränsas av andragradskurvan $y = x(2 - x)$ och *x*-axeln.

- Välj en annan andragradskurva som skär *x*-axeln i två punkter.
  Visa att Arkimedes samband gäller för det paraboliska segment som begränsas av denna andragradskurva och *x*-axeln.

- Andragradskurvan $y = x^2$ skärs av linjen $y = 2x + 3$ i punkterna $A = (-1, 1)$ och $B = (3, 9)$. Sträckan *AB* är en korda till andragradskurvan. Punkten *C* bestäms som ovan av att tangenten till andragradskurvan i *C* ska vara parallell med kordan *AB*.
  Undersök om Arkimedes samband gäller även i detta fall där kordan inte är parallell med *x*-axeln.

(3/4/¤)

Mål att sträva mot i Kursplan för matematik 2000

Skolan skall i sin undervisning i matematik sträva efter att eleverna

1. utvecklar sin tilltro till den egna förmågan att lära sig mera matematik, att tänka matematiskt och att använda matematik i olika situationer,

2. utvecklar sin förmåga att tolka, förklara och använda matematikens språk, symboler, metoder, begrepp och uttrycksformer,

3. utvecklar sin förmåga att tolka en problemsituation och att formulera den med matematiska begrepp och symboler samt välja metod och hjälpmedel för att lösa problemet,

4. utvecklar sin förmåga att följa och föra matematiska resonemang samt redovisa sina tankegångar muntligt och skriftligt,

5. utvecklar sin förmåga att med hjälp av matematik lösa problem på egen hand och i grupp bl.a. av betydelse för vald studieinriktning samt att tolka och värdera lösningarna i förhållande till det ursprungliga problemet,

6. utvecklar sin förmåga att reflektera över sina erfarenheter av begrepp och metoder i matematiken och sina egna matematiska aktiviteter,

7. utvecklar sin förmåga att i projekt och gruppdiskussioner arbeta med sin begreppsbildning samt formulera och motivera olika metoder för problemlösning,

8. utvecklar sin förmåga att utforma, förfina och använda matematiska modeller samt att kritiskt bedöma modellernas förutsättningar, möjligheter och begränsningar,

9. fördjupar sin insikt om hur matematiken har skapats av människor i många olika kulturer och om hur matematiken utvecklats och fortfarande utvecklas,

10. utvecklar sina kunskaper om hur matematiken används inom informationsteknik, samt hur informationsteknik kan användas vid problemlösning för att åskådliggöra matematiska samband och för att undersöka matematiska modeller.

Kursproven i matematik som konstruerats med utgångspunkt i kursplanemål och de tillhörande betygskriterierna speglar strävansmålen för skolans undervisning i gymnasiekurserna. Varje enskild uppgift i provet som prövar en viss kunskap eller färdighet inom kursen fungerar också som en indikator på i vad mån skolan i sin undervisning har strävat efter att ha utvecklat en elevs förmåga i flera avseenden. Alla uppgifter i detta prov kan därför sägas beröras av strävansmål 1 och 2. Strävansmål 3 kan mera direkt kopplas till uppgifterna 5, 6, 8, 12, 15 och 16 som avser indikera elevens kunskaper i modellering. Strävansmål 4 som handlar om resonemang och kommunikation berörs av uppgifterna 3, 5, 10, 12, 13b, 13c och 14-16. Strävansmål 5 berörs av uppgifterna 8, 12, 13, 15 och 16 som kan kategoriseras som problemlösning. Strävansmål 6 berörs av 5, 8 och 13-16 som alla har en högre grad av öppenhet. Strävansmål 8 kan kopplas till uppgifterna 5, 8, 13, 15 och 16 medan inte någon uppgift i detta prov specifikt träffar målen 7, 9 och 10.

Sammanställning av hur mål och kriterier berörs av kursprovet

Tabell 1 Kategorisering av uppgifterna i D-kursprovet i Matematik vt 2003 i förhållande till betygskriterier och kursplanemål 2000 (återfinns längst bak i detta häfte)

				Kunskapsområde														Betygskriterium														
Uppgift nr	g poäng	vg poäng	¤	Övr			Trigonometri				Diff & integral							Godkänd				Väl godkänd						Mycket väl godkänd				
				1	4	5	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	1	2	3	4	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5
1	2	0													x	x		x		x												
2	1	0						x										x														
3	2	0					x											x	x	x												
4	2	0						x										x	x													
5	2	0													x	x		x	x	x												
6	2	0													x	x		x	x	x												
7	1	1					x											x	x	x		x				x						
8	0	2									x											x			x	x						
9	0	2			x				x	x												x	x		x	x						
10	0	2													x	x						x			x	x						
11	2	0												x				x	x	x												
12	3	0								x								x	x	x												
13a	1	0						x										x														
13b	1	1					x	x										x	x	x		x	x		x							
13c	0	2						x			x		x									x		x	x							
14	0	2	¤						x	x												x	x		x	x		x		x		
15	0	3	¤	x				x			x		x									x	x		x	x		x	x		x	
16	3	4	¤		x										x	x		x	x	x		x	x		x	x		x	x	x		
Σ	22	19		1/1			11/7				10/11																					

Kravgränser

Detta prov kan ge maximalt 41 poäng, varav 22 g-poäng.

Undre gräns för provbetyget

Godkänd:	12 poäng.
Väl godkänd:	24 poäng varav minst 6 vg-poäng.
Mycket väl godkänd:	24 poäng varav minst 11 vg-poäng. Eleven ska dessutom ha visat *MVG-kvaliteter i en* av ¤-uppgifterna.

Allmänna riktlinjer för bedömning

1. Allmänt

   Bedömning ska ske utgående från läroplanens och kursplanens mål samt betygskriterierna, och med hänsyn tagen till den tolkning av dessa dokument som gjorts lokalt.

2. Positiv bedömning

   Utgångspunkten är att eleverna ska få poäng för lösningarnas förtjänster och inte poängavdrag för fel och brister. Uppgifterna ska bedömas med högst det antal poäng som anges i provhäftet.

3. g- och vg-poäng

   För att tydliggöra anknytningen till betygskriterierna för betygen Godkänd respektive Väl godkänd används separata g- och vg-poängskalor vid bedömningen. Antalet möjliga g- och vg-poäng på en uppgift anges åtskilda av ett snedstreck, t.ex. 1/0 eller 2/1.

4. Uppgifter av kortsvarstyp (*Endast svar fordras*)

   4.1 Godtagbara slutresultat av beräkningar eller resonemang ger poäng enligt bedömningsanvisningarna.

   4.2 Bedömning av brister i svarets utformning, t.ex. otillräcklig förenkling, felaktig noggrannhet, felaktigt avrundat svar, utelämnad eller felaktig enhet lämnas till lokala beslut.

5. Uppgifter av långsvarstyp

   5.1 Ett svar med t.ex. enbart resultatet av en beräkning utan motivering ger inga poäng. För full poäng krävs en redovisning som leder fram till ett godtagbart svar. Redovisningen ska vara tillräckligt utförlig och uppställd på ett sådant sätt att tankegången kan följas.

   5.2 När bedömningsanvisningarna t.ex. anger +1-2g innehåller den förväntade redovisningen flera komponenter eller tankesteg som kan anses motsvara de angivna poängen[1]. Exempel på bedömda elevarbeten ges i anvisningarna då det kan anses särskilt påkallat. Kraven för delpoängen bestäms i övrigt lokalt.

   5.3 I bedömningsanvisningarna till flerpoängsuppgifter är de olika poängen ibland oberoende av varandra, men oftast förutsätter t.ex. poäng för ett korrekt svar att också poäng utdelats för en godtagbar metod.[2]

   5.4 Frågan om hur vissa typfel ska påverka bedömningen lämnas till lokala beslut. Det kan t.ex. gälla missuppfattning av uppgift, följdfel[3], formella fel och enklare räknefel.

6. Aspektbedömning

   Vissa mer omfattande uppgifter ska bedömas utifrån de tre aspekterna ”Metodval och genomförande”, ”Matematiskt resonemang” samt ”Matematiskt språk och redovisningens klarhet och tydlighet” som var för sig ger g- och vg-poäng enligt bedömningsanvisningarna.

7. Krav för olika provbetyg

   7.1 Den på hela provet utdelade poängen summeras dels till en totalsumma och dels till en summa vg-poäng.

   7.2 Kravet för provbetyget Godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman.

   7.3 Kravet för provbetyget Väl godkänd uttrycks som en minimigräns för totalsumman med tillägget att ett visst minimivärde för summan vg-poäng måste uppnås.

   7.4 Som krav för att en elevs prov skall betraktas som en indikation på betyget Mycket väl godkänd anges minimigränser för totalsumman och summan vg-poäng. Dessutom anges kvalitativa minimikrav för redovisningarna på vissa speciellt märkta (¤) uppgifter.

---

[1] Sådana anvisningar tillämpas bland annat till uppgifter som har en sådan mångfald av lösningsmetoder att en precisering av anvisningen riskerar att utesluta godtagbara lösningar.

[2] Ett exempel på en bedömningsanvisning där senare poäng är beroende av tidigare är:

Godtagbar metod, t.ex. korrekt tecknad ekvation	+ 1g
med korrekt svar	+ 1g

[3] Fel i deluppgift bör inte påverka bedömningen av de följande deluppgifterna. Om uppgiftens komplexitet inte minskas avsevärt genom tidigare fel så kan det lokalt beslutas att tilldela full poäng på en uppgiftslösning trots förekomst av följdfel.

Bedömningsanvisningar (MaD vt 2003)

Exempel på ett godtagbart svar anges inom parentes. Bedömningen ”godtagbar” ska tolkas utifrån den undervisning som föregått provet. Till en del uppgifter är bedömda elevlösningar bifogade för att ange nivån på bedömningen.

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
Del I		
1.		**Max 2/0**
	Korrekt primitiv funktion	+1 g
	med korrekt svar (12)	+1 g
2.		**Max 1/0**
	Korrekt svar $\left(\frac{\pi}{2}\right)$	+1 g
3.		**Max 2/0**
	Ansats till lösning som visar förståelse för problemet, t ex markerat vinklarna i en enhetscirkel	+1 g
	med korrekt svar ($\sin 200°, \sin 150°, \sin 50°, \sin 100°$)	+1 g
4.		**Max 2/0**
	Godtagbart angivet *a* ($a = 1$)	+1 g
	Godtagbart angivet *b* ($b = 150°$)	+1 g
5.		**Max 2/0**
	Redovisad godtagbar ansats, t ex inser att en integral ska beräknas	+1 g
	Korrekt beräkning med godtagbart svar (4500)	+1 g
6.		**Max 2/0**
	Godtagbar ansats, t ex ställa upp ett korrekt integraluttryck för arean	+1 g
	med korrekt beräkning av arean (1 a.e.)	+1 g

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
7.		**Max 1/1**
	Redovisad godtagbar ansats, t ex visar att $x = 10° + n \cdot 120°$	+1 g
	med redovisat godtagbar lösning ($x_1 = 10°$, $x_2 = 50°$)	+1 vg
8.		**Max 0/2**
	Visat förståelse för derivering av produkt	+ 1vg
	med redovisat godtagbar bestämning av derivatan ($f'(x) = 2x\mathrm{e}^x + \mathrm{e}^x$)	+ 1vg
9.		**Max 0/2**
	Godtagbar ansats, t ex genom att utveckla $\sin 2A$	+1 vg
	med redovisat godtagbar bestämning av $\sin 2A$ $\left(\frac{120}{169}\right)$	+1 vg
10.		**Max 0/2**
	Korrekt primitiv funktion	+1 vg
	med redovisat godtagbar beräkning $\left(\frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}\right)$	+1 vg
Del II		
11.		**Max 2/0**
	Korrekt deriverad funktion ($y' = 15\mathrm{e}^{3t}$)	+1 g
	Visat att funktionen satisfierar differentialekvationen	+1 g
12.		**Max 3/0**
	Redovisad godtagbar ansats, t ex bestämt en sida i triangeln	+1 g
	med redovisat godtagbar bestämning av arean ($25\ \mathrm{cm}^2$)	+1-2 g
13.		**Max 2/3**
a)	Redovisad godtagbar metod med godtagbart svar (12,8 m)	+1 g
b)	Bestämmer den ena tidpunkten	+1 g
	Bestämmer även den andra tidpunkten (kl 11.00 och kl 23.00)	+1 vg
c)	Redovisat godtagbar metod	+1 vg
	med godtagbart svar (2,6 m/h)	+1 vg

Uppg.	**Bedömningsanvisningar**	**Poäng**
14.		**Max 0/2/¤**
	En godtagbar ansats t ex uttrycker *h* på två olika sätt	+1 vg
	med godtagbart slutfört bevis	+1 vg
	Eleven genomför beviset korrekt och använder ett i huvudsak korrekt och lämpligt matematiskt språk.	¤

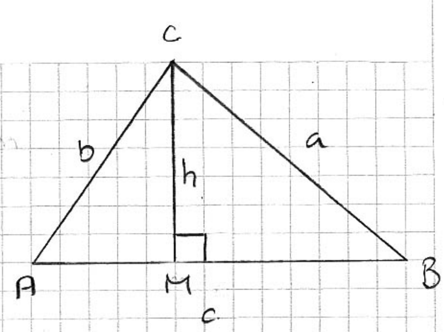
Elevlösning 1 (2 vg)

$$b \sin A = \cancel{b} \cdot \frac{h}{\cancel{b}} = h$$

$$a \sin B = \cancel{a} \cdot \frac{h}{\cancel{a}} = h$$

Kommentar: Lösningen är inte riktigt färdig. Det lämnas över till läsaren att bedöma vad som har bevisats.

Elevlösning 2 (2 vg och ¤)



Lösning:

Från triangeln ACM

$$\sin A = \frac{h}{b} \Rightarrow h = b \sin A. \quad \text{— ①}$$

Från triangeln BCM

$$\sin B = \frac{h}{a} \Rightarrow h = a \sin B \quad \text{— ②}$$

från ekvationerna ① och ②

vi får

$$b \sin A = a \sin B.$$

svar

vi får därför satsen

$$b \sin A = a \sin B.$$

Uppg.	Bedömningsanvisningar	Poäng
15.		**Max 0/3/¤**
	Eleven har visat förståelse för problemet, t ex genom att undersöka y för något värde på d eller genom att lösa ut d som funktion av x då $y = 0$	+1 vg
	Eleven redovisar en metod för bestämning av det sökta värdet på d, t ex instängning av det sökta värdet i ett intervall	+1 vg
	med godtagbart svar (110 cm)	+1 vg
	Eleven använder en systematisk metod som beskrivs med ett i huvudsak korrekt och lämpligt matematiskt språk	¤

Uppg. Bedömningsanvisningar **Poäng**

16. **Max 3/4/¤**

Uppgiften ska bedömas med s.k. aspektbedömning. Bedömningsanvisningarna innehåller två delar.

- Först beskrivs i en tabell olika kvalitativa nivåer för tre olika aspekter på kunskap som läraren ska ta hänsyn till vid bedömningen av elevens arbete.
- Därefter ges exempel på bedömda elevlösningar med kommentarer och poängsättning.

<table>
<tr><th>Bedömningen avser</th><th colspan="4">Kvalitativa nivåer
Lägre ⟶ Högre</th><th>Total-poäng</th></tr>
<tr><td>Metodval och genomförande
I vilken grad eleven kan tolka en problemsituation och lösa olika typer av problem.

Hur fullständig och hur väl eleven använder metoder och tillvägagångssätt som är lämpliga för att lösa problemet.</td><td>Eleven beräknar godtagbart arean av ett paraboliskt segment och visar att sambandet gäller för ett specialfall där kordan sammanfaller med x-axeln.

1–2 g</td><td colspan="2">Eleven visar att Arkimedes samband gäller för två specialfall där kordan sammanfaller med x-axeln.

2 g och 1 vg</td><td>Eleven visar att sambandet gäller även i det aktuella fallet där kordan inte är parallell med x-axeln.

2 g och 2 vg</td><td>2/2</td></tr>
<tr><td>Matematiska resonemang
Förekomst och kvalitet hos värdering, analys, reflektion, bevis och andra former av matematiska resonemang.</td><td colspan="2"></td><td colspan="2">Eleven inser hur koordinaterna för C kan bestämmas för punkt tre och för ett resonemang som leder till en metod för bestämning av arean av triangeln ABC

1 vg</td><td>0/1</td></tr>
<tr><td>Redovisning och matematiskt språk
Hur klar, tydlig och fullständig elevens redovisning är och hur väl eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner.</td><td colspan="2">Redovisningen är möjlig att följa, men omfattar endast en mindre del av problemet.

1 g</td><td colspan="2">Redovisningen är välstrukturerad och tydlig. Det matematiska språket är acceptabelt.

1 g och 1 vg</td><td>1/1</td></tr>
<tr><td>Summa</td><td colspan="4"></td><td>3/4</td></tr>
</table>

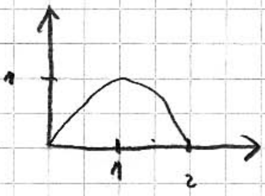
Lösningen är fullständig och redovisas med klar tankegång där det matematiska språket i huvudsak är korrekt. ¤

Exempel på bedömda elevlösningar till uppgift 16

Elevlösning 1 (3 g)

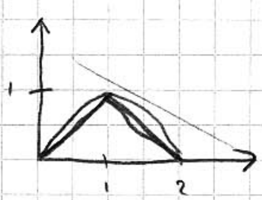
$y = x(2-x) = 2x - x^2$

Graf



$$\int_0^2 (2x - x^2)\,dx$$

$$\left[\frac{2x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right]_0^2 = \frac{4}{3} - 0 = \frac{4}{3} \text{ a.e}$$



$a = 1$

4/3 som var arean unde grafen

gångar man $4/3 \cdot 0{,}75 = 1$ allså

så slipper man Arkimedens samband.

$y = 5x - x^2 + 7$

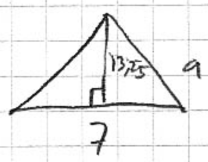
$$\int_{-1}^{6} (5x - x^2 + 7)\,dx$$

$$\left[\frac{5x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 7x\right]_{-1}^{6}$$

$$\left[\frac{5x^2}{2} - \frac{x^3}{3} + 7x\right]_{-1}^{6}$$

$$\left(\frac{5\cdot 6^2}{2} - \frac{6^3}{3} + 7\cdot 6\right) - \left(\frac{5\cdot -1^2}{2} - \frac{-1^3}{3} + 7\cdot -1\right)$$

$$(60) - \left(-\frac{25}{6}\right) = \frac{385}{6}$$



$a = 46,375$

$46,375 \cdot 4/3 = \frac{371}{6}$

det blir nästan samma.

Bedömning

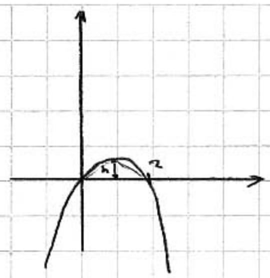
	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande		X		2/0	
Matematiska resonemang	X			0/0	
Redovisning och matematiskt språk	X			1/0	Lösningen omfattar endast en mindre del av problemet.
Summa				**3/0**	

Elevlösning 2 (3 g och 4 vg och ¤)

$$\left.\begin{array}{l} y = x(2-x) \\ y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x(2-x) = 0$$

$x = 0$ el $2 - x = 0$

$x = 2$



$$\int_0^2 x(2-x)\,dx = \int_0^2 (2x - x^2)\,dx = \left[x^2 - \frac{x^3}{3}\right]_0^2 = 4 - \frac{8}{3} - (0-0) = \frac{4}{3} \text{ a.e.}$$

Triangelns area

$$\left.\begin{array}{l} y' = 2 - 2x \\ y' = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 2 - 2x = 0$$

$x = 1$

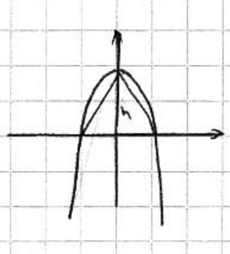
y' $+$ 0 $-$ (1)

$h = y(1) = 1(2-1) = 1$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(2-0)\cdot 1}{2} = 1 \text{ a.e.}$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = 1 = \text{Triangelns area}$$

$y = 4 - x^2$



$$\left.\begin{array}{l} y = 4 - x^2 \\ y = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 4 - x^2 = 0$$

$x = \pm\sqrt{4}$

$x = \pm 2$

$$\int_{-2}^{2} (4 - x^2)\,dx = \left[4x - \frac{x^3}{3}\right]_{-2}^{2} = 8 - \frac{8}{3} - \left(-8 + \frac{8}{3}\right) =$$

$$= \frac{32}{3} \text{ a.e.}$$

Triangelns area

$$\left.\begin{array}{l} y' = -2x \\ y' = 0 \end{array}\right\} \quad -2x = 0$$

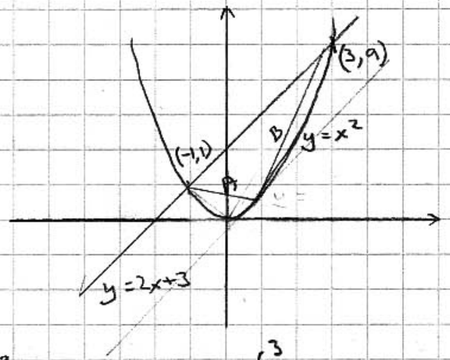
$x = 0$

y' $+$ 0 $-$ (0)

$h = y(0) = 4 - 0^2 = 4$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(2-(-2))\cdot 4}{2} = 8 \text{ a.e.}$$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{32}{3} = 8 = \text{Triangelns area}$$



$$\int_{-1}^{3}\left((2x+3)-x^2\right)dx = \int_{-1}^{3}\left(2x+3-x^2\right)dx = \left[x^2+3x-\frac{x^3}{3}\right]_{-1}^{3} =$$

$$= 9+9-9-\left(1-3+\frac{1}{3}\right) = 9-1+3-\frac{1}{3} = \frac{32}{3} \text{ a.e.}$$

Lutningen för $y = 2x+3$

$k = 2$

$$\left.\begin{array}{l} y' = 2x \\ y' = 2 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} 2x = 2 \\ x = 1 \Rightarrow y = 1^2 = 1 \quad (1,1) \end{array}$$

Ekvationen för A

$$k = \frac{1-1}{1+1} = 0$$

Enpunktsformen:

$y - 1 = 0(x-1)$

$y = 1$

Ekvationen för B

$$k = \frac{9-1}{3-1} = 4$$

Enpuntsformen

$y - 1 = 4(x-1)$

$y = 4x - 3$

$$\int_{-1}^{3}(2x+3)dx = 20$$

$$\int_{-1}^{1}(1)dx = 2$$

$$\int_{1}^{3}(4x-3)dx = 10$$

$20-2-10=8$ a.e.

$\frac{3}{4}\cdot\frac{32}{3} = 8 =$ Triangelns area

Bedömning

	Kvalitativa nivåer			Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande			X	2/2	
Matematiska resonemang			X	0/1	
Redovisning och matematiskt språk			X	1/1	
Summa				**3/4**	

Lösningen är fullständig och redovisas med klar tankegång ¤

Mål för matematik kurs D

Kursplan 2000

Trigonometri (T)
T1. kunna använda enhetscirkeln för att definiera trigonometriska begrepp, visa trigonometriska samband och ge fullständiga lösningar till enkla trigonometriska ekvationer samt kunna utnyttja dessa vid problemlösning,

T2. kunna rita grafer till trigonometriska funktioner samt använda dessa funktioner som modeller för verkliga periodiska förlopp,

T3. kunna härleda och använda de formler som behövs för att omforma enkla trigonometriska uttryck och lösa trigonometriska ekvationer,

T4. kunna beräkna sidor och vinklar i en godtycklig triangel,

Differential- och integralkalkyl (D)
D5. kunna förklara deriveringsreglerna och själv i några fall kunna härleda dem, för trigonometriska funktioner, logaritmfunktioner, sammansatta funktioner, produkt och kvot av funktioner samt kunna tillämpa dessa regler vid problemlösning,

D6. kunna använda andraderivatan i olika tillämpade sammanhang,

D7. kunna förklara och använda tankegången bakom någon metod för numerisk ekvationslösning samt vid problemlösning kunna använda grafisk, numerisk eller symbolhanterande programvara,

D8. kunna förklara innebörden av begreppet differentialekvation och kunna ge exempel på några enkla differentialekvationer och redovisa problemsituationer där de kan uppstå,

D9. kunna bestämma primitiva funktioner och använda dessa vid tillämpad problemlösning,

D10. kunna förklara innebörden av begreppet integral och klargöra sambandet mellan integral och derivata samt kunna ställa upp, tolka och använda integraler i olika typer av grundläggande tillämpningar,

D11.kunna redogöra för tankegången bakom och kunna använda någon metod för numerisk integration samt vid problemlösning kunna använda grafisk, numerisk eller symbolhanterande programvara för att beräkna integraler,

Övrigt(Ö)
Ö1. kunna formulera, analysera och lösa matematiska problem av betydelse för tillämpningar och vald studieinriktning

Ö4. med fördjupad kunskap om sådana begrepp och metoder som ingår i tidigare kurser,

Ö5. under eget ansvar analysera, genomföra och redovisa, muntligt och skriftligt, en något mer omfattande uppgift där kunskaper från olika områden av matematiken används.

Betygskriterier 2000

Kriterier för betyget Godkänd

G1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder och tillvägagångssätt för att formulera och lösa problem i ett steg.
G2: Eleven genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
G3: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner samt utför beräkningar på ett sådant sätt att det är möjligt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck.
G4: Eleven skiljer gissningar och antaganden från givna fakta och härledningar eller bevis.

Kriterier för betyget Väl godkänd

V1: Eleven använder lämpliga matematiska begrepp, metoder, modeller och tillvägagångssätt för att formulera och lösa olika typer av problem.
V2: Eleven deltar i och genomför matematiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V3: Eleven gör matematiska tolkningar av situationer eller händelser samt genomför och redovisar sitt arbete med logiska resonemang såväl muntligt som skriftligt.
V4: Eleven använder matematiska termer, symboler och konventioner på sådant sätt att det är lätt att följa, förstå och pröva de tankar som kommer till uttryck såväl muntligt som skriftligt.
V5: Eleven visar säkerhet beträffande beräkningar och lösning av olika typer av problem och använder sina kunskaper från olika delområden av matematiken.
V6: Eleven ger exempel på hur matematiken utvecklats och använts genom historien och vilken betydelse den har i vår tid inom några olika områden.

Kriterier för betyget Mycket väl godkänd

M1: Eleven formulerar och utvecklar problem, väljer generella metoder och modeller vid problemlösning samt redovisar en klar tankegång med korrekt matematiskt språk.
M2: Eleven analyserar och tolkar resultat från olika typer av matematisk problemlösning och matematiska resonemang.
M3: Eleven deltar i matematiska samtal och genomför såväl muntligt som skriftligt matematiska bevis.
M4: Eleven värderar och jämför olika metoder, drar slutsatser från olika typer av matematiska problem och lösningar samt bedömer slutsatsernas rimlighet och giltighet.
M5: Eleven redogör för något av det inflytande matematiken har och har haft för utvecklingen av vårt arbets- och samhällsliv samt för vår kultur.

Kopieringsunderlag för aspektbedömning

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	→		
Matematiska resonemang	→		
Redovisning och matematiskt språk	→		
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	→		
Matematiska resonemang	→		
Redovisning och matematiskt språk	→		
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	→		
Matematiska resonemang	→		
Redovisning och matematiskt språk	→		
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	→		
Matematiska resonemang	→		
Redovisning och matematiskt språk	→		
Summa			

	Kvalitativa nivåer	Poäng	Motiveringar
Metodval och genomförande	→		
Matematiska resonemang	→		
Redovisning och matematiskt språk	→		
Summa			