

# 1

## LEGAMI COSTITUTIVI DEI MATERIALI DEL CEMENTO ARMATO

Le non linearità meccaniche del cemento armato sono legate ai legami costitutivi non lineari dei materiali che lo compongono, cioè l'acciaio e il calcestruzzo, e alle tensioni tangenziali che si instaurano sulla superficie cilindrica che circonda le barre, necessaria per assicurare la collaborazione tra i due materiali. L'ipotesi di perfetta aderenza è applicabile solo per bassi stati di sollecitazione: all'aumentare dello stato di deformazione aumentano gli scorrimenti. Al legame d'aderenza è legata anche la distribuzione delle fessure e quindi l'effetto del tension stiffening e la localizzazione delle deformazioni plastiche.

In questo capitolo verranno richiamati gli aspetti salienti dei legami costitutivi del calcestruzzo e dell'acciaio e, particolarmente, del relativo legame d'aderenza.

### Legame $\sigma$ - $\epsilon$ del calcestruzzo

Il calcestruzzo è un materiale non omogeneo composto dalla pasta di cemento e dagli inerti. Il materiale presenta un comportamento non lineare anche per stati di sollecitazione di compressione pura. Questa non linearità è causata dalla microfessurazione interna che si genera in conseguenza di una concentrazione delle sollecitazioni all'interfaccia tra la pasta cementizia e l'inerte. La formulazione analitica di un legame costitutivo che rappresenti il

comportamento di un elemento in calcestruzzo, sia per carichi monotoni che ciclici, nonché per prove monoassiali, biassiali o triassiali, viene condotta attraverso la taratura di risultati sperimentali. In questo studio l'analisi non lineare delle strutture in cemento armato sarà condotta considerando degli stati di sollecitazione monotona e monoassiali, per questo motivo, nei prossimi paragrafi sarà analizzato il comportamento del calcestruzzo per tali stati di sollecitazione.

## Comportamento a compressione monoassiale del calcestruzzo

La curva che rappresenta nel piano tensione-deformazione il comportamento di un elemento in calcestruzzo sottoposto ad una prova monoassiale di compressione, presenta un ramo crescente fino al valore della resistenza  $f_c$ , a cui corrisponde la deformazione  $\varepsilon_{co}$ , e un ramo decrescente fino alla deformazione ultima indicata con  $\varepsilon_{cu}$ . Il legame, che può essere considerato non lineare già per stati di sollecitazione prossimi al 30% della tensione di picco, risulta influenzato sia dalla composizione del calcestruzzo (rapporto acqua/cemento, diametro degli inerti, et.) che dalla presenza di armatura di contenimento, quest'ultima in grado di aumentare resistenza e duttilità, in termini di deformazione ultima, rispetto al caso di elemento non confinato.

Nella Tabella 1 sono riportati alcuni dei legami costitutivi del calcestruzzo presenti in letteratura.

In questa tesi si utilizzerà il legame proposto da (Kent e Park, 1971), modificato da (Park et al., 1982). Sulla base di evidenze sperimentali, gli autori hanno proposto un legame costitutivo per il calcestruzzo che attraverso il parametro  $\rho_s$ , funzione del rapporto tra volume di armatura trasversale e volume di calcestruzzo confinato, tiene conto dell'incremento di duttilità reso possibile dalla presenza di staffe.

Il ramo crescente, rappresentato da una parabola limitata ad una deformazione pari allo 0.2%, non è influenzata dall'entità di armatura trasversale che, invece, modifica notevolmente il comportamento del ramo discendente, essendo l'inclinazione di tale tratto proporzionale al parametro  $\rho_s$ . La deformazione corrispondente alla fine di tale ramo,  $\varepsilon_{20c}$ , è letta sul diagramma in

corrispondenza di una certa percentuale della tensione massima, posta generalmente pari al 20%, e quindi cresce al diminuire della pendenza del tratto discendente ossia all'aumentare delle staffe (Figura 1.1).

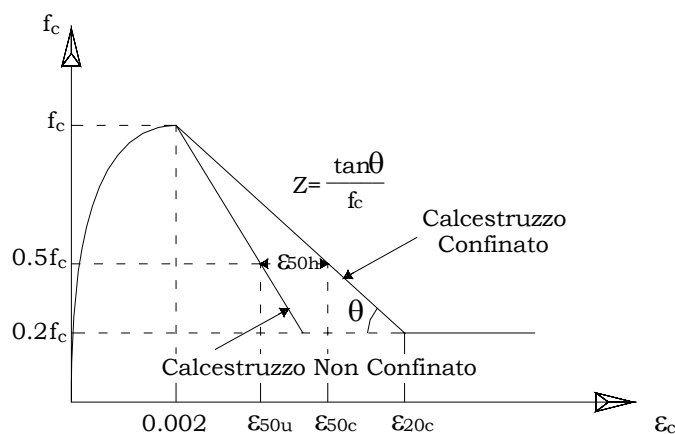


Figura 1.1: Legame costitutivo del calcestruzzo proposto da (Park et al., 1982)

Nel caso di presenza di una forte staffatura il secondo ramo tende a porsi in posizione orizzontale, con deformazione  $\epsilon_{20c}$  molto elevata (Figura 1.2).

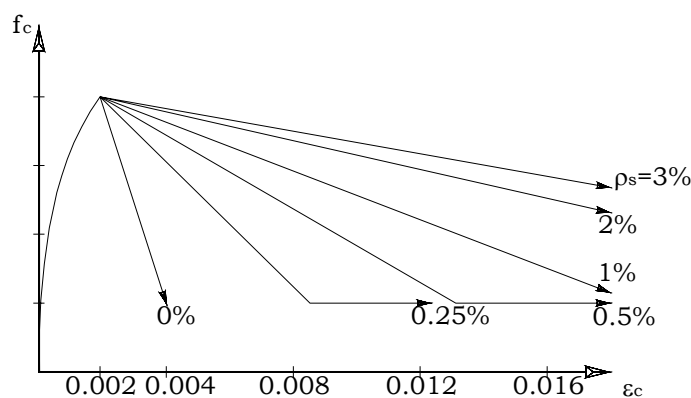


Figura 1.2: Influenza delle staffe nel modello di (Park et al., 1982)

E' da evidenziare che nel modello originario proposto da (Kent e Park, 1971), l'armatura trasversale influenza la sola duttilità del calcestruzzo; la modifica apportata da (Park et al., 1982)

riguardava l'incremento di resistenza degli elementi confinati rispetto agli stessi non confinati.

La formulazione analitica del legame di (Kent e Park, 1971) è:

$$\sigma_{cc}(\varepsilon) = \begin{cases} f_c \left[ 2 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)^2 \right] & \text{se } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{co} \\ f_c [1 + Z(\varepsilon - \varepsilon_{co})] & \text{se } \varepsilon_{co} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{20c} \\ 0.20f_c & \text{se } \varepsilon > \varepsilon_{20c} \end{cases} \quad (1.1)$$

dove si è indicata con  $f_c$  la resistenza cilindrica del calcestruzzo. Nell'analisi non lineare di strutture in cemento armato, tale valore può essere posto uguale alla resistenza cilindrica media,  $f_{cm}$ , ottenuta a partire dalla resistenza cubica media come:

$$f_{cm} = 0.83R_{cm} = 0.83(R_{ck} + 9.6\text{MPa}) \quad (1.2)$$

con  $R_{ck}$  resistenza cubica caratteristica,  $\varepsilon_{c0}$  è la deformazione in corrispondenza della resistenza massima e  $Z$  è un parametro meccanico che tiene conto dell'effetto di confinamento esercitato sul calcestruzzo dall'armatura trasversale ottenuto come:

$$Z = \frac{0.5}{\frac{3 + 0.29f_c(\text{MPa})}{145f_c(\text{MPa})} + \frac{3}{4}\rho_s\sqrt{r} + \varepsilon_{co}} \quad (1.3)$$

dove:

$$\rho_s = \frac{n_{st}A_{st} [2(b+h) - 8\delta]}{(b-2\delta)(h-2\delta)100} \quad (1.4)$$

$$r = \frac{b-2\delta}{p_{eq}} \quad (1.5)$$

b, h e  $\delta$  sono rispettivamente la base, l'altezza ed il copriferro della sezione trasversale,  $A_{st}$  l'area delle staffe e p e  $n_{st}$  rispettivamente il passo ed il numero di staffe, quest'ultimo pari a

$$n_{st} = \frac{100}{p} \quad (1.6)$$

Le grandezze nelle espressioni sopra riportate sono espresse in centimetri.

Tabella 1: Legami costitutivi del calcestruzzo compresso: formulazioni presenti in letteratura

legame	Parametri ( $f_c$ in MPa)
$f_c \left[ 2 \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right) - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)^2 \right]$ <p>(Hognestad, 1951)</p>	$\varepsilon_{co} = 0.002$
$\left\{ \begin{array}{l} f_c \left[ 2 \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right) - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)^2 \right] \quad \text{per } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_o \\ \frac{K f_c \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)}{1 + A \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right) + B \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)^2 + C \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)^3} \quad \text{per } \varepsilon < \varepsilon_o \end{array} \right.$ <p>(Saenz, 1964)</p>	$A = C + K - 2$ $B = 1 - 2C$ $C = K \frac{(K_\sigma - 1)}{(K_\varepsilon - 1)^2} \frac{1}{K_\varepsilon}$ $K = \frac{E_c}{E_{sec}}$ $E_{sec} = \frac{f_c}{\varepsilon_{co}}$ $K_\varepsilon = \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_{co}}$ $K_\sigma = \frac{f_c}{f_r}$
$f_c \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right) \frac{\beta}{\beta - 1 + \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)^\beta}$	$\beta = 2$ (Desayi e Krishnan, 1964, Todeschini et al., 1964)
	$\beta = 3$ (Sinha et al., 1964)
	$\beta = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}}$ $E_{sec} = \frac{f_c}{\varepsilon_{co}}$ (Popovics, 1973)
	$\beta = \left( \frac{f_c}{32.4} \right)^3 + 1.55$ (Domingo e Carriera, 1985)

legame	Parametri (f <sub>c</sub> in MPa)
$f_c \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right) \frac{n}{n-1 + \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)^{nk}}$ <p>(Thorenfeldt et al., 1987)</p>	$n = 0.8 + \frac{f_c}{17}$ $k = \begin{cases} 1.0 & \text{per } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{co} \\ 0.67 + \frac{f_c}{64} & \text{per } \varepsilon \geq \varepsilon_{co} \end{cases}$
$K \cdot f_c \cdot \frac{A \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} + (D-1) \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)^2}{1 + (A-2) \cdot \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} + D \cdot \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)^2}$ <p>(Sargin, 1971)</p>	$A = \frac{E_c \varepsilon_{co}}{K f_c} \quad K = 1$ $D = 0.8 - 7 \cdot 10^{-4} f_c$ $\varepsilon_{co} = 0.2\% \quad E_c = \frac{2 \cdot K \cdot f_c}{\varepsilon_{co}}$
$f_c \left[ 2 \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right) - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)^2 \right] \quad \text{per } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{co}$ $f_c \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right) \frac{n}{n-1 + \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)^n} \quad \text{per } \varepsilon \geq \varepsilon_{co}$ <p>(Mander e al., 1988)</p>	$n = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}}$ $E_{sec} = \frac{f_c}{\varepsilon_{co}}$ $E_c = 5000 \sqrt{f_c}$
$f_c \left[ 2 \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right) - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)^2 \right] \quad \text{per } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{co}$ $f_c \quad \text{per } \varepsilon \geq \varepsilon_{co}$ <p>(Normativa Italiana (D.M. '96))</p>	$\varepsilon_{co} = 0.002$
$E_c \varepsilon \left[ 1 - \frac{1}{n} \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)^{n-1} \right] \quad \text{per } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{co}$ $f_c - E_{des} (\varepsilon - \varepsilon_{co}) < 0.2 f_c \quad \text{per } \varepsilon > \varepsilon_{co}$ <p>(Hoshikuma e al., 1997)</p>	$E_{des} = \frac{11.2}{\rho_s} \frac{f_y}{f_c^2}$ <p>f<sub>y</sub>, tensione di snervamento delle staffe</p>
$f_c \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right) \frac{n}{n-1 + \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)^n} \quad \text{per } 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_o$ $\frac{K f_c \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)}{1 + A \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right) + B \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)^2 + C \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{co}} \right)^3} \quad \text{per } \varepsilon \geq \varepsilon_o$ <p>(Kwon e Spacone, 2002)</p>	$f_r = \frac{f_c' f_c'}{5 f_c' - f_c} \leq 1.4 f_c$ $\varepsilon_r = 4 \varepsilon_{co}$

## Comportamento a trazione del calcestruzzo

Le prove di trazione monoassiali sugli elementi in calcestruzzo, rispetto alle prove di compressione, evidenziano soprattutto la minore resistenza e il comportamento più fragile del materiale. La resistenza, indicata con  $f_t$  è circa il 10% rispetto alla resistenza a compressione  $R_{ck}$ . Fino a tale valore della tensione  $f_t$  il comportamento del materiale si presenta lineare, può quindi essere rappresentato dalla seguente relazione (Figura 1.3):

$$\sigma_{ct}(\varepsilon) = E_{ct} \varepsilon \quad (1.7)$$

dove  $E_{ct}$  è il modulo elastico del calcestruzzo teso. Dopo la fessurazione, il materiale è ancora in grado di assorbire sforzi di trazione per effetto dell'ingranamento degli inerti; questo fenomeno, in letteratura noto con il nome di tension softening, però, si esaurisce velocemente all'aumentare dello stato di deformazione e quindi dell'apertura della fessura. Negli elementi in cemento armato, il comportamento a trazione, dopo la fessurazione, è profondamente influenzato dal fenomeno del tension stiffening. I modelli presenti in letteratura che effettuano le analisi lineari delle strutture in cemento armato modificando il legame costitutivo a trazione del calcestruzzo, generalmente tarano i parametri della curva di softening con i risultati di prove sperimentali, quindi nel legame costitutivo è considerato sia il fenomeno del tension stiffening che quello del tension softening. Questi modelli verranno richiamati nel prossimo capitolo. In questo studio si adotterà un legame costitutivo del calcestruzzo teso elastico lineare fino al raggiungimento della resistenza di picco a trazione, trascurando il fenomeno del softening. Per i parametri meccanici, verranno seguite le indicazioni della Normativa, che suggerisce:

$$E_{ct} = 18000 \sqrt{R_{ck}} \text{ [kg/cm}^2\text{]} \quad (1.8)$$

per il modulo elastico, dove  $R_{ck}$  indica la resistenza cubica, e:

$$f_t = 1.2 \cdot 0.7 \cdot 0.27 \sqrt[3]{R_{ck}^2} \text{ [N/mm}^2\text{]} \quad (1.9)$$

per la resistenza a trazione.

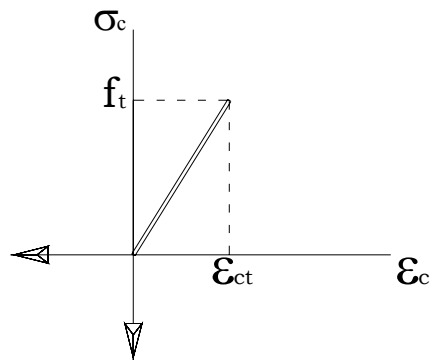


Figura 1.3: Legame costitutivo del calcestruzzo teso

## Legame $\sigma$ - $\epsilon$ dell'acciaio

La formulazione della relazione tra tensioni e deformazioni nell'acciaio non comporta particolari complicazioni potendo essere descritta, con buona approssimazione del comportamento reale, con una semplice bilineare.

L'acciaio viene pertanto modellato per mezzo di un legame elastico lineare inelastico simmetrico a compressione e trazione (Figura 1.4).

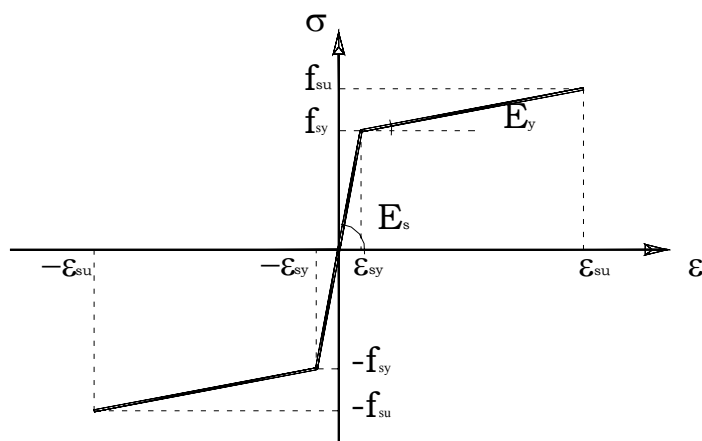


Figura 1.4: Legame costitutivo dell'acciaio



Il modello viene descritto dalla seguente legge:

$$\sigma_s(\varepsilon) = \begin{cases} -f_{sy} + E_y(\varepsilon + \varepsilon_{sy}) & \text{se } \varepsilon \leq \varepsilon_{sy} \\ E_s \varepsilon & \text{se } -\varepsilon_{sy} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{sy} \\ f_{sy} + E_y(\varepsilon - \varepsilon_{sy}) & \text{se } \varepsilon > \varepsilon_{sy} \end{cases} \quad (1.10)$$

dove  $E_s$  è il modulo di elasticità dell'acciaio,  $f_{sy}$  è la tensione di snervamento,  $\varepsilon_{sy}$  è la deformazione allo snervamento, ottenuta come:

$$\varepsilon_{sy} = \frac{f_{sy}}{E_s} \quad (1.11)$$

mentre  $E_y$  è il modulo elastico incrudente:

$$E_y = \frac{f_{su} - f_{sy}}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sy}} \quad (1.12)$$

dove  $f_{su}$  e  $\varepsilon_{su}$  sono rispettivamente la tensione e la deformazione di rottura dell'acciaio.

## Legame d'aderenza acciaio-calcestruzzo

Le tensioni tangenziali di aderenza sono la causa principale del fenomeno del tension stiffening. Negli ultimi trenta anni sono state condotte molte prove sperimentali per valutare i parametri che influenzano questo meccanismo di trasmissione degli sforzi tra acciaio e calcestruzzo.

(Rehm, 1961) dimostra sperimentalmente che la tensione tangenziale che nasce all'interfaccia barra-calcestruzzo dipende dallo scorrimento relativo che si genera tra la barra tesa e il calcestruzzo circostante.

Il legame costitutivo d'aderenza può essere definito attraverso la prova di pull-out (Figura 1.5): supponendo che le tensioni tangenziali siano uniformemente distribuite su tutto il tratto della barra, di lunghezza 1, immerso nel calcestruzzo, nota la forza  $F$ ,

dall'equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale, è possibile valutare la tensione tangenziale di aderenza:

$$\tau = \frac{F}{p \cdot l} \quad (1.13)$$

dove  $p$  è il perimetro della barra d'acciaio.

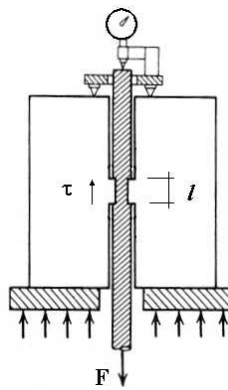


Figura 1.5: Pull-out test proposto da Rehm (1961)

La prova registra anche lo scorrimento terminale della barra, mettendo in relazione le due grandezze si costruisce la curva che descrive il legame d'aderenza (Figura 1.6).

Nella curva tensione tangenziale-scorrimento si riconoscono quattro diverse fasi (Figura 1.6):

- Fase I (calcestruzzo non fessurato): per modesti valori di tensioni d'aderenza,  $\tau \leq \tau_1 = (0.2-0.8)f_t$ , l'ancoraggio è assicurato principalmente dall'adesione chimica che si instaura durante il getto di calcestruzzo. L'adesione chimica è accompagnata dall'interazione meccanica associata all'irregolarità della superficie della barra; tuttavia queste tipologie d'aderenza giocano un ruolo molto modesto, come confermato dal comportamento di una barra liscia (Stage IV/a). Per queste ultime anche basse sollecitazioni tangenziali sono sufficienti a rompere rapidamente l'adesione tra barra e calcestruzzo, determinando l'immediata crisi del sistema resistente. Una

tensione tangenziale residua è da ricercare nell'aderenza per attrito che si manifesta durante lo scorrimento in presenza di pressioni che agiscono trasversalmente alle armature in acciaio. Tali pressioni trasversali possono essere provocate da sforzi di compressione in direzione trasversale causati dai carichi o dal ritiro o dal rigonfiamento del calcestruzzo.

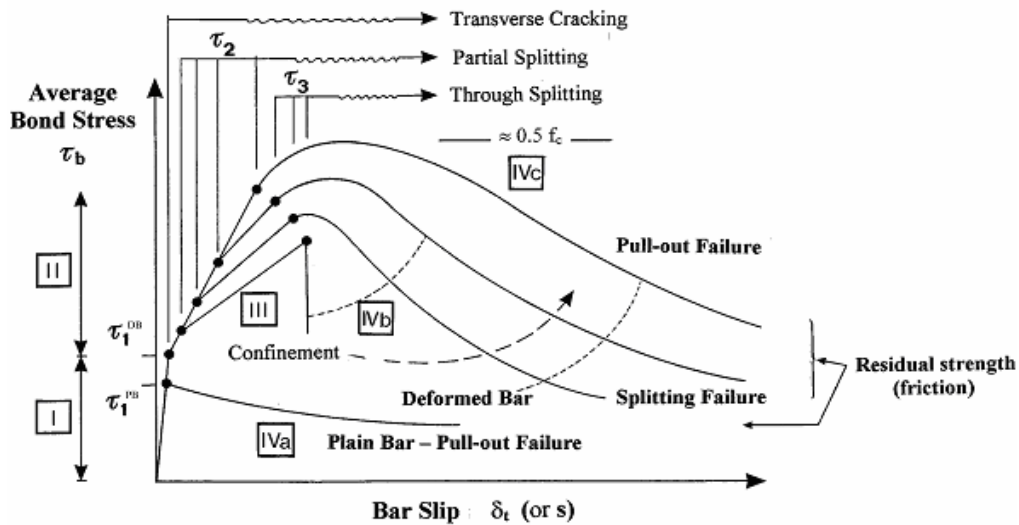


Figura 1.6: Legame costitutivo d'aderenza, plain bar-barra liscia, deformed bar-barra nervata (Tassios, 1979)

- Fase II (fessurazione del calcestruzzo): per valori di tensione tangenziale maggiori di  $\tau_1$  ( $\tau \geq \tau_1$ ), l'adesione chimica è distrutta. Nelle barre ad aderenza migliorata, la presenza delle nervature, genera una componente radiale di compressione in direzione perpendicolare alla nervatura (Figura 1.7a-b). A questa componente radiale il calcestruzzo, per equilibrio, oppone tensioni di trazione. Le limitate caratteristiche del conglomerato in tali condizioni determinano la lesione dello stesso, evidenziando delle microfessure trasversali che si estendono dall'estremità d'ogni nervatura (Figura 1.7c), in corrispondenza delle quali si ha sfilamento locale della barra rispetto al calcestruzzo: l'apertura delle microfessure permette un

reale scorrimento della barra d'acciaio. La modesta entità delle tensioni circonferenziali, determinata principalmente dalla favorevole geometria dei risalti, che mostrano un angolo  $\alpha$  elevato, confina le microfessure, e quindi lo scorrimento, a valori trascurabili.

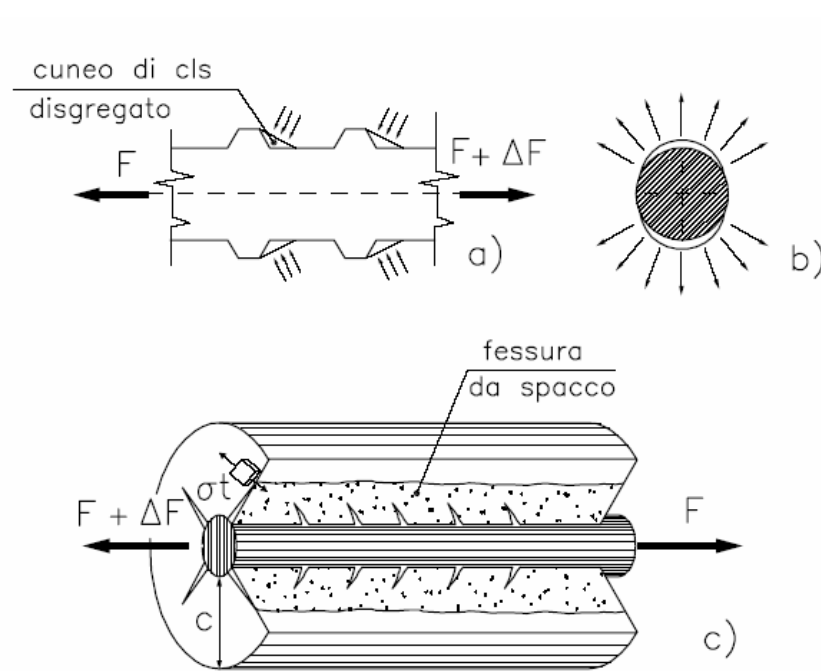


Figura 1.7: Cunei di conglomerato a monte della nervatura (Tepfers, 1979) (a), spinte radiali da essi esercitate (b) e fessure trasversali e longitudinali da splitting (Gambarova e Karakoç, 1982) (c)

- Fase III: per valori di tensione tangenziale ancor maggiori, dalle microfessure si originano le “fessure longitudinali da spacco” (splitting cracks). Ciò si deve essenzialmente al disgregamento del calcestruzzo che preme contro ogni risalto. A causa del deterioramento, il conglomerato si comporta come una sorta di cuneo, determinando un cospicuo incremento delle tensioni circonferenziali. La contemporanea presenza della propagazione delle fessure e del fenomeno dei cunei di calcestruzzo, implica che tutti i fattori in relazione con il confinamento abbiano un importante impatto sull'aderenza. Il calcestruzzo non fessurato esercita un'azione di confinamento sulla barra

mediante una sorta di puntellamento attraverso lo strato di conglomerato fessurato circostante la barra d'acciaio. Nel caso di nulla o scarsa presenza di un rinforzo trasversale si arriva alla crisi, con sfilamento della barra, non appena le fessure raggiungono la superficie esterna del provino (Stage IVb, splitting failure). Nel caso di considerevole staffatura o notevole ricoprimento, l'azione di confinamento è tanto elevata da prevenire il diffondersi delle fratture longitudinali che rimangono relegate intorno la barra d'acciaio (Stage IVc, pull-out failure).

- Fase IVa (barre lisce): questo stadio segue immediatamente la rottura dell'aderenza per adesione chimica; il trasferimento delle tensioni tangenziali è fortemente condizionato da azioni trasversali; il ritiro del calcestruzzo e la scabrezza dell'armatura favoriscono l'attrito, mentre il deterioramento della superficie in movimento riduce le compressioni radiali fino al completo sfilamento della barra.
- Fase IVb (barre ad aderenza migliorata): all'aumentare dello scorrimento, la tensione d'aderenza raggiunge un massimo per poi decrescere più o meno rapidamente in funzione dell'azione di confinamento: nel caso di minima armatura trasversale, le splitting cracks interessano l'intero copriferro con conseguente, improvvisa, perdita d'aderenza. D'altra parte, una sufficiente staffatura può assicurare una modesta efficienza a dispetto dello scorrimento. Per scorrimenti ancor maggiori prevale un'aderenza d'attrito: le mensole di calcestruzzo tra le nervature si disgregano o sono tranciate e la barra scorre senza l'apprezzabile contributo dell'azione dei cunei di conglomerato.
- Fase IVc (barre ad aderenza migliorata): nel caso di armatura trasversale notevole, l'azione di confinamento impedisce lo scorrimento per splitting: la crisi avviene per tranciamento delle mensole di calcestruzzo.

Schematizzando, quindi, la perdita d'aderenza, che generalmente dipende dall'efficacia del confinamento offerto sia dal copriferro che dalle armature trasversali, si può manifestare per:

- Crisi per pull-out senza (o minima) fessurazione longitudinale: confinamento efficace e/o ingente copriferro

(molto superiore ai valori normalmente utilizzati), tranciamento del calcestruzzo;

- Crisi per pull-out accompagnata da una moderata fenditura longitudinale: confinamento modesto e/o copriferro limitato, tranciamento del calcestruzzo associato a scorrimento per splitting;
- Crisi per splitting indotta dalla completa perdita del ricoprimento per insufficiente confinamento e/o copriferro: lo scorrimento avviene con minimo danneggiamento dei risalti interposti tra le nervature.

L'efficacia dell'azione di confinamento dipende principalmente dal copriferro e dalla distanza tra le barre (Ferguson, 1966; Edwards and Jannopoulos, 1978; Ferguson et al., 1954; Morita and Kaku, 1979) e dall'armatura trasversale (Ferguson, 1966; Chinn et al., 1955; Orangun et al., 1977; Losberg and Olsson, 1979; Kemp and Wilhelm, 1979; Skorogobatov and Edwards, 1979; Morita and Kaku, 1979; Morita and Fujii, 1982).

## Parametri che influenzano il legame d'aderenza

Per le barre lisce, il legame d'aderenza dipende solo dall'azione chimica e dall'attrito che si istaura tra il calcestruzzo e la barra. Nel caso di barre ad aderenza migliorata questi due meccanismi sono poco rilevanti rispetto al meccanismo resistente offerto dalle bielle inclinate di calcestruzzo. Come visto precedentemente, sottoponendo una barra a trazione, per l'equilibrio, sul calcestruzzo nascono delle sollecitazioni di compressione inclinate rispetto all'asse dell'armatura (Goto, 1971), la componente perpendicolare di questa azione genera uno stato di sollecitazione di trazione nel calcestruzzo, con la formazione delle fessure da splitting, se la trazione supera la resistenza del calcestruzzo. Se l'apertura di queste fessure è tale da consentire il libero scorrimento della barra, il collasso avviene improvvisamente (splitting failure). La rottura del legame d'aderenza può avvenire anche per tranciamento del calcestruzzo tra le nervature (pull-out failure).

I parametri che quindi caratterizzano il legame d'aderenza dipendono da:

- caratteristiche geometriche e meccaniche dell'armatura
- caratteristiche meccaniche del calcestruzzo

- dall'azione di confinamento esercitato dal copriferro e dall'armatura trasversale
- fattori ambientali
- ciclicità dei carichi

Nei prossimi paragrafi sarà esaminata l'influenza di questi parametri sul legame d'aderenza. Scopo di questa tesi è l'analisi delle strutture in cemento armato sotto carichi monotoni, per questo motivo l'influenza della ciclicità dei carichi viene rimandata alla letteratura presente sull'argomento, analogo discorso per i fattori ambientali.

### Geometria e stato tensionale dell'armatura

Un utile strumento per valutare l'influenza delle caratteristiche geometriche delle barre ad aderenza migliorata sul legame d'aderenza è il cosiddetto indice d'aderenza o superficie relativa delle nervature, introdotto da (Rehm, 1961), che per barre ad aderenza migliorata è pari a:

$$f_R = \frac{A_{np}}{\pi\Phi c} \quad (1.14)$$

dove i parametri geometrici della barra sono riportati in Figura 1.8.

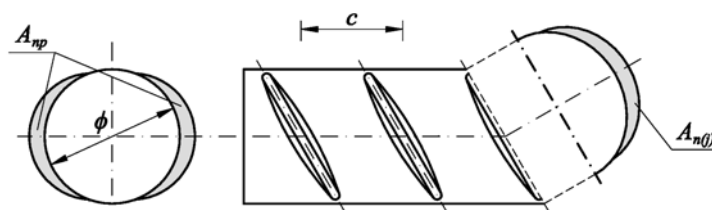


Figura 1.8: Definizione dei parametri geometrici per il calcolo dell'indice d'aderenza

Nel caso della barra con nervature idealizzate anulari (Figura 1.9), si ottiene per l'indice d'aderenza:

$$f_R = \frac{A_{np}}{\pi\Phi c} = \frac{(2a + \Phi)^2 - \Phi^2}{4\Phi c} \approx \frac{a}{c} \quad (1.15)$$

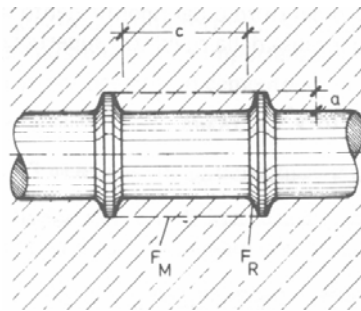


Figura 1.9: Caratteristiche geometriche di una barra nervata idealizzata (Rehm, 1961)

(Rehm, 1961) trova sperimentalmente che se il rapporto tra la distanza e l'altezza delle nervature è minore di sette, la rottura avviene per pullout, mentre per rapporti maggiori di dieci la rottura avviene per splitting (Figura 1.10), naturalmente nel caso in cui l'elemento è ben confinato, la probabilità di avere una rottura per pull-out aumenta.

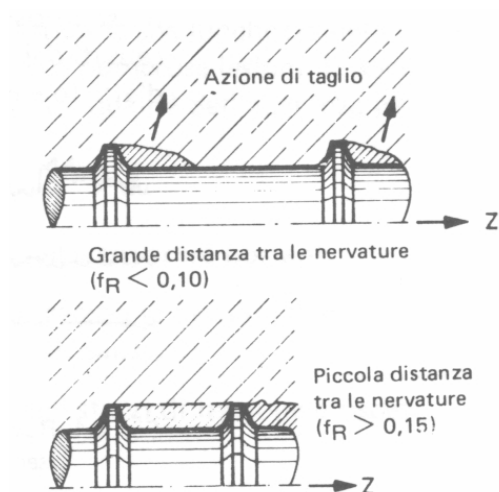


Figura 1.10: Rottura per splitting e rottura per pull-out (Rehm, 1961)

Per risalti troppo ravvicinati o di notevole dimensione, non potrà sfruttarsi la resistenza delle mensole di calcestruzzo: il fenomeno sarà fortemente condizionato dal valore della tensione tangenziale che si istaura sulla superficie cilindrica che avvolge la barra nervata (Figura 1.11, rottura per pull-out). Quando le nervature



sono lontane più di 10 volte la loro altezza, la rottura arriva per schiacciamento del calcestruzzo compreso nella zona radiale posta contro i risalti determinando una crisi per splitting (Figura 1.11).

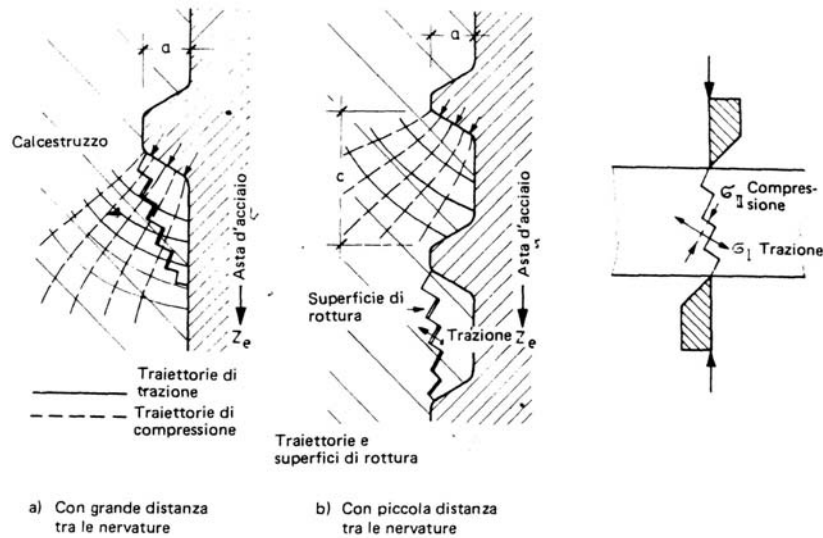


Figura 1.11: Andamento qualitativo delle tensioni principali e superfici di rottura nelle mensole di calcestruzzo sotto l'azione di nervature annulari (barra idealizzata) (Leonhardt, 1977)

I risultati delle prove sperimentali condotte da (Rehm, 1961) individuano una dipendenza lineare tra la tensione d'aderenza media e l'indice d'aderenza  $f_R$  (Figura 1.12).

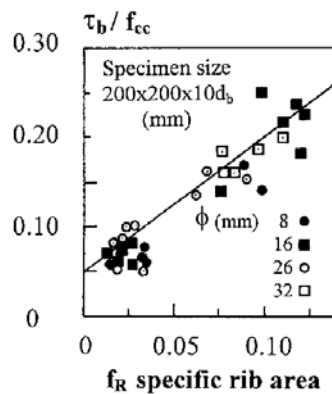


Figura 1.12: Tensioni d'aderenza in funzione dell'indice  $f_R$  (Rehm, 1969)

(Darwin e Graham, 1993) trovano sperimentalmente che la tensione media di aderenza è indipendente dall'indice  $f_R$  nei casi in cui nell'elemento non ci sono armature trasversali, indicando per questi elementi, una rottura per splitting, mentre ritrovano la dipendenza lineare della tensione media dall'indice negli elementi ben confinati (Figura 1.13). (Tholen e Darwin, 1998) trovano che la geometria della barra non ha nessuna influenza sul comportamento al collasso di travi in cemento armato, sia in termini di resistenza che di spostamento, quindi nessuna influenza sulla capacità rotazionale. (Cairns, 2001) ottiene lo stesso risultato confrontando i risultati sperimentali di travi in cui le barre sono trattate e non trattate con materiali epossidici per la prevenzione della corrosione.

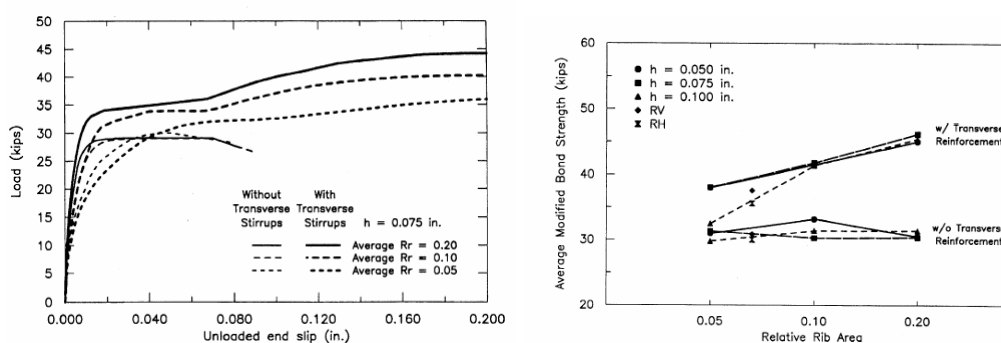


Figura 1.13: Curve carico-spostamento e relazione tra la tensione d'aderenza massima e l'indice d'aderenza delle prove di pull-out effettuate da (Darwin e Graham, 1993)

Per le barre ad aderenza migliorata, la deformazione dell'acciaio non ha nessuna influenza sul legame d'aderenza solo se l'acciaio lavora in campo elastico. Prove sperimentali hanno evidenziato che lo snervamento dell'acciaio ha invece un effetto negativo sul legame, che presenta un improvviso tratto di softening (Shima et al. 1987, Engström 1992, Bigaj, 1995). Probabilmente la causa di questo decadimento delle proprietà d'aderenza è da ricercare nella forte contrazione trasversale della barra che fa diminuire l'intensità delle pressioni di compressione del calcestruzzo sulle nervature, con conseguente perdita d'attrito (CEB, 1999).

## Caratteristiche meccaniche del calcestruzzo

La qualità del calcestruzzo rappresenta forse il parametro maggiormente correlato alle caratteristiche di aderenza. Poiché l'azione di trasferimento dei carichi deriva dal calcestruzzo in compressione contro le nervature ed è direttamente correlata al taglio lungo la superficie cilindrica circostante l'armatura, l'aderenza dipenderà fortemente sia dal comportamento in stato pluriassiale del calcestruzzo (che può non essere in relazione diretta con la resistenza a compressione semplice, cilindrica  $f_c$  o cubica  $R_c$ ), sia dalla resistenza a trazione  $f_t$ . Comunque,  $f_c$  e  $f_t$  rivestono i ruoli più importanti nella determinazione della crisi di un provino soggetto a pull-out. La dipendenza dell'aderenza dalla resistenza a compressione semplice del calcestruzzo è mostrata nella Figura 1.14.

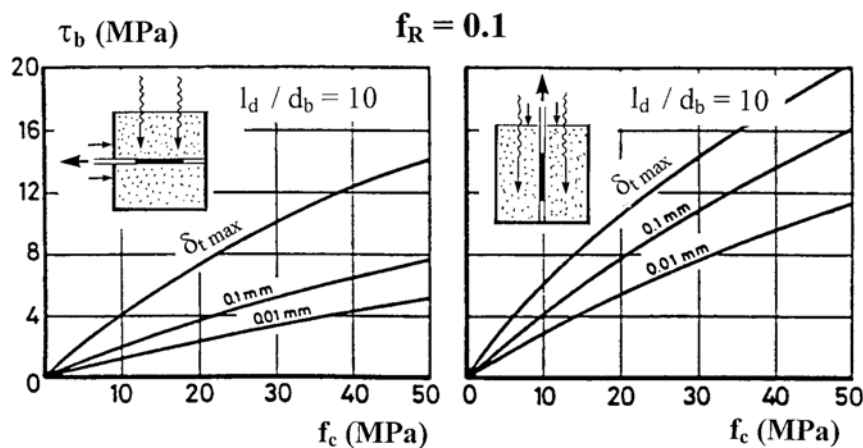


Figura 1.14: Comportamento dell'aderenza in relazione alla resistenza a compressione semplice del calcestruzzo: prova d'estrazione per differenti posizioni di betonaggio e diversi valori di scorrimento terminale (Martin e Noakowski, 1981)

## Confinamento attivo e passivo

Come già richiamato, tra i parametri che influenzano le caratteristiche d'aderenza c'è l'azione di confinamento che può essere di tipo attivo (Figura 1.15 (b)) se generata dall'azione di carichi strutturali, o di tipo passivo, generalmente sviluppato dalla staffatura e dal copriferro (Figura 1.15(d)). Ovviamente l'efficacia di un confinamento attivo è maggiore, poiché i suoi effetti non

dipendono dall'entità delle tensioni d'aderenza mobilitate. I carichi strutturali modificano il campo in corrispondenza dell'ancoraggio riducendo le tensioni circonferenziali e quindi diminuendo il rischio di una lesione da splitting. Al contrario, un confinamento passivo è meno efficace poiché risulta, in ultima analisi, correlato a fenomeni di deformazione del calcestruzzo e quindi all'aderenza sviluppata: nella Figura 1.15d si deduce che l'azione della staffatura non inizia fintantoché la fessura non arriva in prossimità di essa.

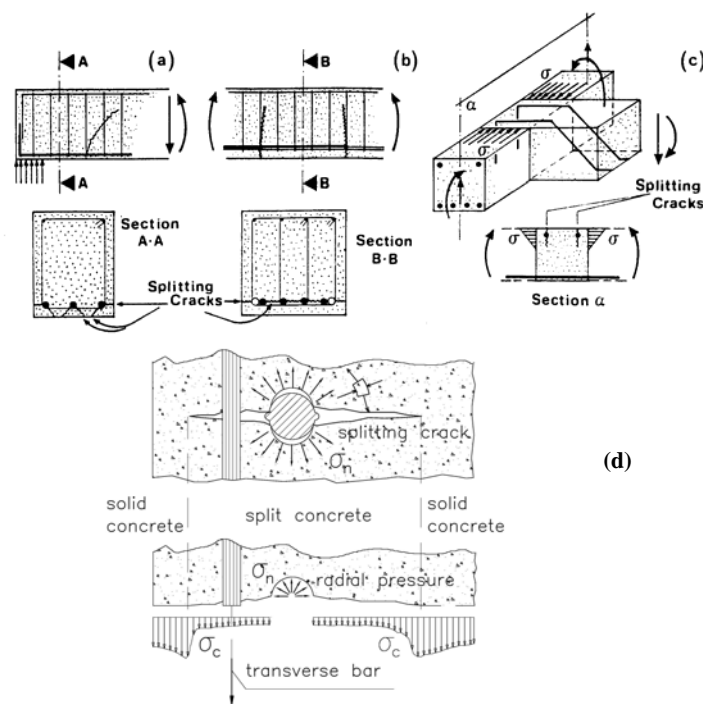


Figura 1.15: Esempi di confinamento: (a) confinamento misto (parte attivo, parte passivo) di un ancoraggio; (b) confinamento passivo con staffe di una giunzione per sovrapposizione; (c) ancoraggio in confinamento attivo (Gambarova and Rosati, 1997) e (d) azione di confinamento di una staffa su una splitting crack (Giuriani et al., 1991)

Compito del confinamento, sia passivo che attivo, è contrastare l'apertura delle fessure da splitting, per evitare una rottura improvvisa del legame d'aderenza, nella Figura 1.16 sono riportate le modalità di rottura negli elementi non confinati e confinati secondo (Nagatomo and Kaku, 1992).

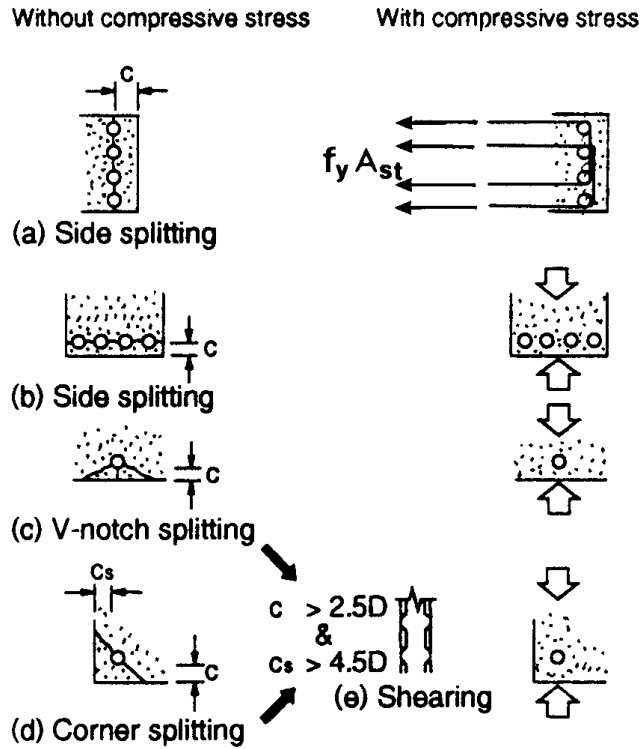


Figura 1.16: Effetto del confinamento sulle modalità di rottura (Nagatomo and Kaku, 1992)

Dai risultati sperimentali delle prove condotte da (Malvar, 1992) risulta una tensione d'aderenza maggiore all'aumentare della pressione di confinamento (Figura 1.17).

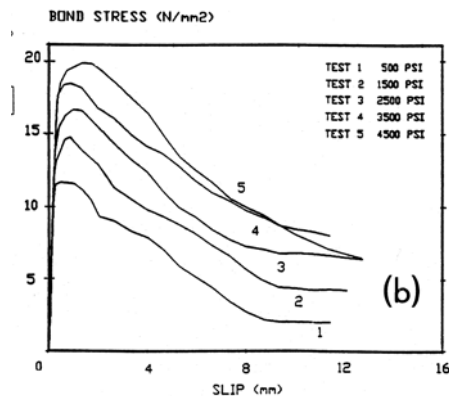


Figura 1.17: Legame d'aderenza per diversi valori della pressione di confinamento, risultati sperimentali riportati in (Malvar, 1992)

## Formulazioni analitiche presenti in letteratura del legame d'aderenza

Il legame al giorno d'oggi più accreditato è quello proposto, dopo una vasta campagna di sperimentazione, da (Eligehausen et al., 1983). La formulazione analitica del legame (Figura 1.18) è costituita da quattro curve: la prima ha un andamento crescente, (OC in Figura 1.18) ed è espresso dalla seguente relazione:

$$\tau(s) = \tau_{\max} \left( \frac{s}{s_1} \right)^\alpha \quad \text{per } 0 \leq s < s_1 \quad (1.16)$$

Raggiunto il valore  $\tau_{\max}$ , la tensione si mantiene costante all'aumentare dello scorrimento:

$$\tau(s) = \tau_{\max} \quad \text{per } s_1 \leq s < s_2 \quad (1.17)$$

Dal valore dello scorrimento  $s_2$ , la tensione tangenziale diminuisce all'aumentare dello scorrimento:

$$\tau(s) = \tau_{\max} - (\tau_{\max} - \tau_r) \left( \frac{s - s_2}{s_3 - s_2} \right) \quad \text{per } s_2 \leq s < s_3 \quad (1.18)$$

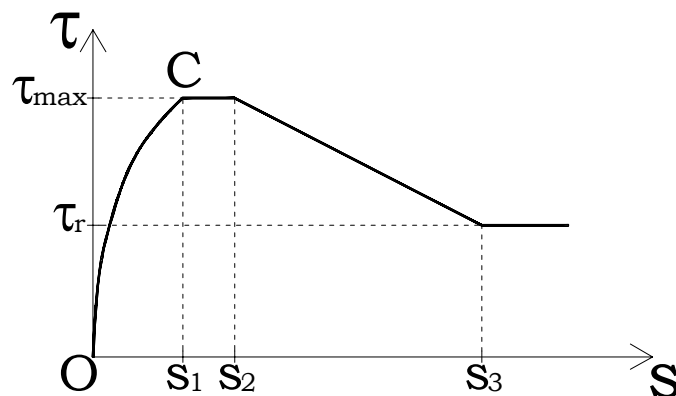


Figura 1.18: Legame d'aderenza proposto da (Eligehausen et al, 1983)

Il valore  $s_3$  rappresenta lo scorrimento dopo il quale l'unica azione resistente nel meccanismo dell'aderenza è rappresentato dall'attrito:

$$\tau(s) = \tau_r \quad \text{per } s_3 \leq s \quad (1.19)$$

Questo legame d'aderenza valido per carico monotono è stato modificato dagli stessi autori (Eligehausen et al., 1983 e Filippou et al., 1983) per tener conto dei carichi ciclici (Figura 1.19).

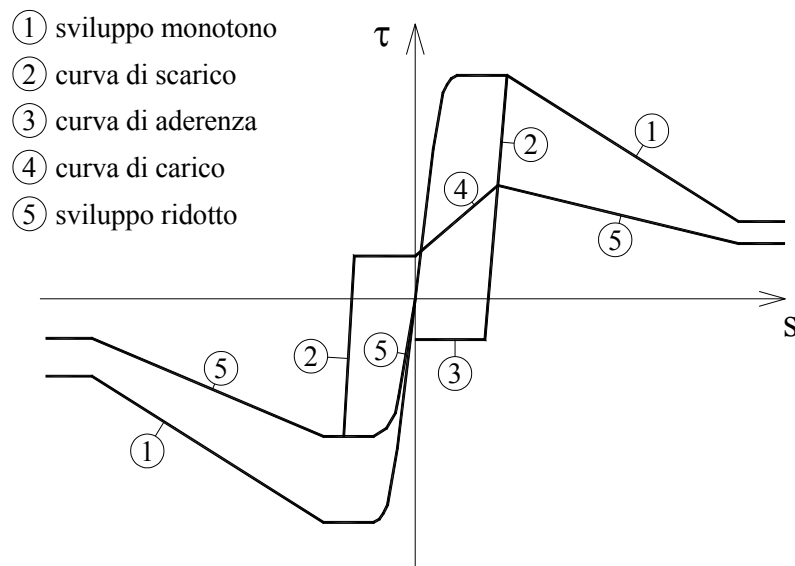


Figura 1.19: Legame d'aderenza proposto da (Eligehausen et al, 1983) per carichi ciclici

L'importanza dello snervamento dell'acciaio nel legame d'aderenza è stato studiato da numerosi ricercatori (Huang et al., 1996, Shima et al. 1987, Engstrom 1992, Bigaj, 1995).

(Huang et al., 1996) suggeriscono di modificare il legame di (Eligehausen et al., 1983) con un legame che segue la seguente formulazione analitica (Figura 1.20):

se l'acciaio è snervato:

$$\tau(s) = \tau_y - (\tau_y - \tau_{yf}) \left( \frac{s - s_y}{s_{yf} - s_y} \right) \quad \text{per } s_y \leq s < s_{yf} \quad (1.20)$$

$$\tau(s) = \tau_{yf} - \tau_{yf} \left( \frac{s - s_5}{s_5 - s_{yf}} \right) \quad \text{per } s_{yf} \leq s < s_5 \quad (1.21)$$

altrimenti, se l'acciaio è in campo elastico:

$$\tau(s) = \tau_r - (\tau_{\max} - \tau_r) \left( \frac{s - s_2}{s_3 - s_2} \right) \quad \text{per } s_2 \leq s < s_3 \quad (1.22)$$

$$\tau(s) = \tau_r - \tau_r \left( \frac{s - s_3}{s_4 - s_3} \right) \quad \text{per } s_3 \leq s < s_4 \quad (1.23)$$

dove  $s_y$  è lo scorrimento che si ha nella sezione in cui l'acciaio raggiunge lo snervamento e  $\tau_y$  è la corrispondente tensione tangenziale. Per gli altri parametri che definiscono il legame si rimanda alla Figura 1.20 e alla Tabella 2.

Nella Tabella 2 vengono riportati i valori degli scorrimenti e delle tensioni tangenziali che delimitano le curve di aderenza proposte da (Eligehausen et al, 1983) e (Huang et al., 1996).

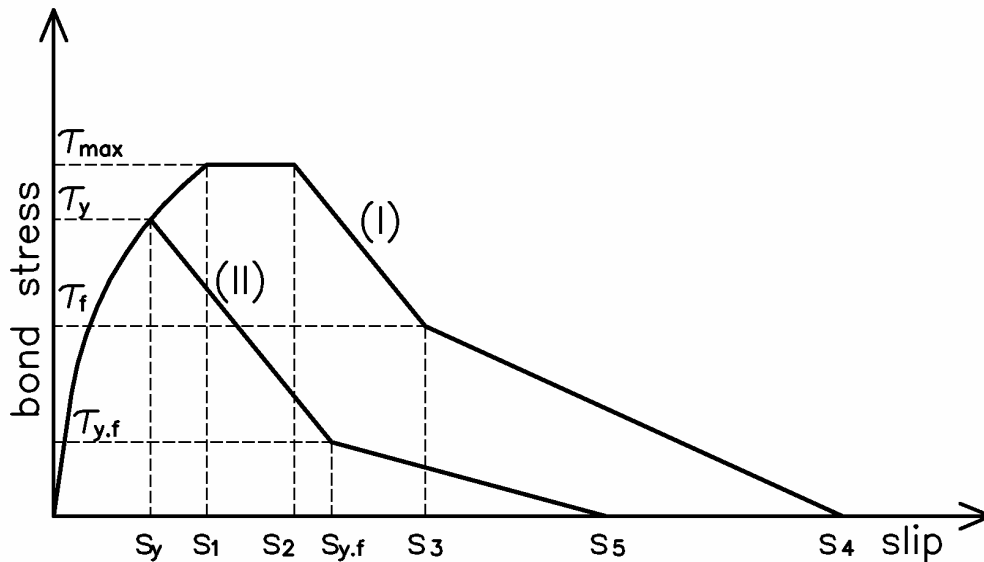


Figura 1.20: Legame d'aderenza: (I) quando l'acciaio lavora in campo elastico, (II) quando l'acciaio lavora in campo plastico, proposto in (Huang et al., 1996)



Tabella 2: Parametri che definiscono il legame d'aderenza secondo (Eligehausen et al, 1983) e (Huang et al, 1996)

	Eligehausen et al (1983)		Huang et al (1996)			
	Condizioni di aderenza		Condizioni di aderenza			
	buone	altro	buone		altro	
			cls	Cls alta resistenza	cls	Cls alta resistenza
$s_1$ (mm)	1.0		1.0	0.5	1.0	0.5
$s_2$ (mm)	3.0		3.0	1.5	3.0	1.5
$s_3$ (mm)	Distanza tra le nervature		Distanza tra le nervature			
$s_y$ (mm)	NC		Valore dello snervamento calcolato nella sezione in cui l'acciaio si snerva			
$s_{yf}$ (mm)			$s_y + 2.5$	$s_y + 0.25$	$s_y + 2.5$	$s_y + 0.25$
$s_4$ (mm)			3.0 $s_3$			
$s_5$ (mm)			2.0 $s_3$			
$\alpha$	0.4	0.4	0.4	0.3	0.4	0.3
$\tau_{max}$ (MPa)	$2.5 \sqrt{f_c}$	$2.0 \sqrt{f_c}$	$0.45 f_c$	$0.45 f_c$	$0.225 f_c$	$0.225 f_c$
$\tau_r$ (MPa)	$1.0 \sqrt{f_c}$	$0.3 \sqrt{f_c}$	$0.4 \tau_{max}$			
$\tau_y$ (MPa)	NC		$f(s_y)$			
$\tau_{yf}$ (MPa)			$0.2 \tau_{max}$			

(Shima et al., 1987) propongono un legame d'aderenza che è funzione anche della deformazione dell'acciaio:

$$\tau(s) = f_c \frac{0.73 \left[ \ln \left( 1 + 5000 \frac{s}{\Phi} \right) \right]^3}{1 + \varepsilon_s 10^5} \quad (1.24)$$

Nella Figura 1.21 viene riportato l'andamento della tensione tangenziale in funzione dello scorrimento secondo la relazione proposta dall'autore per diversi rapporti della deformazione dell'acciaio, normalizzato rispetto alla deformazione di snervamento (presa pari al 2.75‰), considerando un calcestruzzo la cui resistenza cilindrica a compressione è pari a 32MPa.

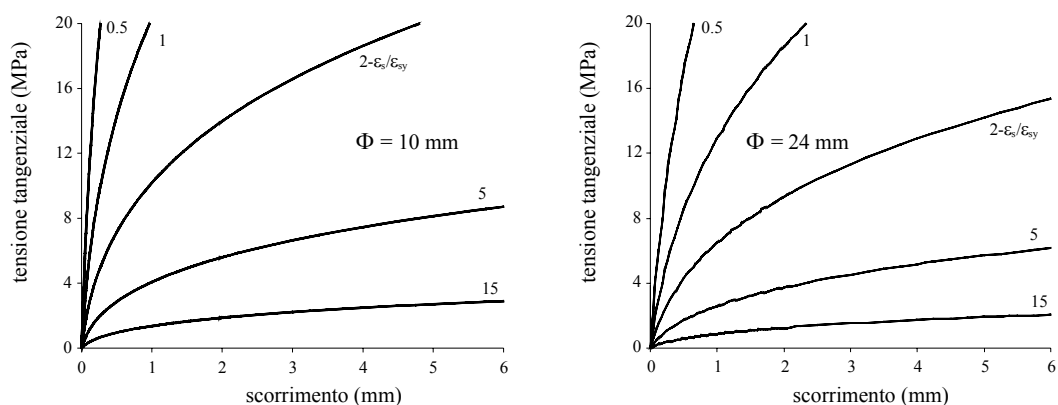


Figura 1.21: Legame d'aderenza proposto in (Shima et al, 1987)

Un modello analitico per studiare il comportamento dell'aderenza è quello proposto da (Tepfers, 1982). Come visto precedentemente, alla componente radiale di compressione in direzione perpendicolare alla nervatura si associano, per equilibrio delle tensioni di trazione nel calcestruzzo (Figura 1.7). Nel momento in cui questa tensione principale di trazione supera il valore di resistenza  $f_t$ , il calcestruzzo inizia a fessurarsi e per questo stato di sollecitazione la componente radiale della tensione tangenziale d'aderenza risulta pari a:

$$f_{br} = -\sigma_2 \sin^2 \alpha = f_b \tan \alpha \quad (1.25)$$

Questa tensione può essere vista come una pressione idraulica agente su un anello di calcestruzzo (Figura 1.22), la cui intensità può essere valutata conoscendo la distribuzione delle tensioni di trazioni che si instaurano lungo il raggio dell'anello.

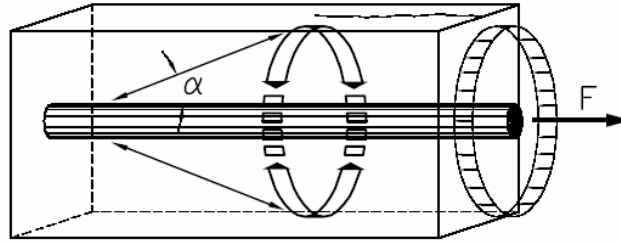


Figura 1.22: Modello resistente delle bielle di calcestruzzo (Tepfers, 1982)

Il comportamento dell'anello di calcestruzzo può essere di tre tipi (Figura 1.23):

- elastico;
- parzialmente fessurato-elastico;
- plastico.

Nel primo caso la tensione tangenziale associata ad una distribuzione elastica di tensioni può essere valutata partendo dalla formulazione proposta da (Timoshenko, 1976) per un corpo elastico lineare, e dall'equazione (1.25), la tensione tangenziale risulta quindi pari a:

$$f_{bc} = \frac{f_t}{\tan \alpha} \frac{\left(c + \frac{\Phi}{2}\right)^2 - \left(\frac{\Phi}{2}\right)^2}{\left(c + \frac{\Phi}{2}\right)^2 + \left(\frac{\Phi}{2}\right)^2} \quad (1.26)$$

dove  $c$  rappresenta il copriferro e  $\Phi$  il diametro della barra.

Nel caso di comportamento parzialmente fessurato-elastico, la tensione d'aderenza è pari a:

$$f_{bc} = \frac{f_t}{\tan \alpha} \frac{\left(c + \frac{\Phi}{2}\right)}{1.664\Phi} \quad (1.27)$$

Nel caso di comportamento plastico:

$$f_{bc} = \frac{f_t}{\tan \alpha} \frac{2c}{\Phi} \quad (1.28)$$

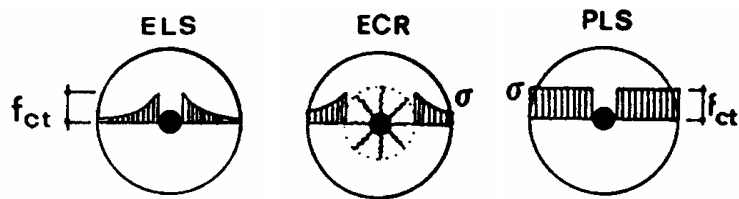


Figura 1.23: Comportamento elastico (ELS), parzialmente fessurato-elastico (ECR) e plastico (PLS) del modello suggerito da (Tepfers, 1982)

L'effetto del confinamento delle staffe si traduce in un contributo nella pressione di confinamento oltre a quello offerto dal copriferro. (Reihardt e Van der Veen, 1990, Den Uijl e Bigaj, 1996) introducono nel modello sviluppato da (Tepfers, 1982) il comportamento softening a trazione del calcestruzzo. Nella Figura 1.24b è riportato l'andamento del cilindro nella fase parzialmente fessurato, con l'andamento delle tensioni di trazione nel calcestruzzo. Questa modellazione è in grado di trovare la relazione costitutiva sia nel caso di rottura per pull-out (Figura 1.24c) che di rottura per splitting (Figura 1.24d).

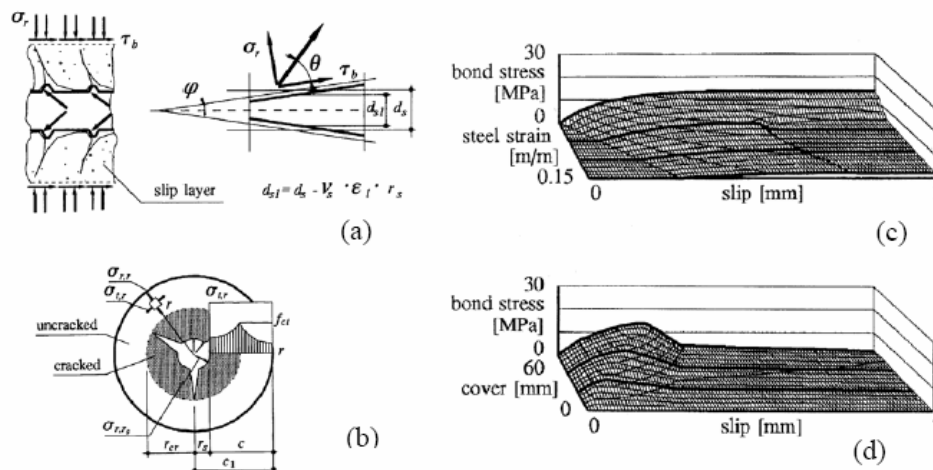


Figura 1.24: Modello per la valutazione dell'aderenza (a); cilindro parzialmente fessurato e andamento delle tensioni di trazione nel calcestruzzo in funzione del raggio (b); legame d'aderenza nel caso di rottura per pull-out (c), e di rottura per splitting (d) in NSC (Den Uijl e Bigaj, 1996)

(Giuriani et al., 1991) suggeriscono una relazione in cui la legge costitutiva dell'aderenza è funzione di numerosi parametri che

descrivono le condizioni della superficie della barra, delle proprietà del calcestruzzo e dell'apertura delle fessure da splitting ( $w_s$ , Figura 1.25).

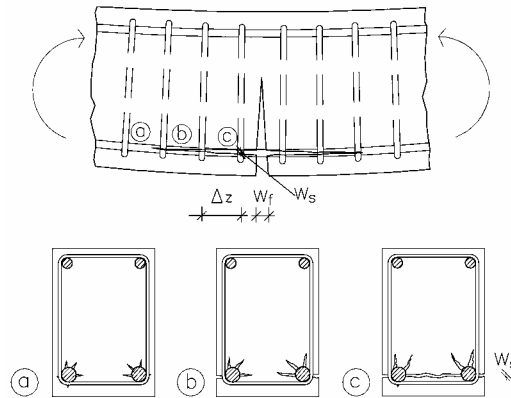


Figura 1.25: Propagazione delle “splitting-crack” in un ancoraggio: (a) fase iniziale, (b) propagazione parziale, e (c) completa propagazione (Giuriani et al., 1991)

La tensione d'aderenza secondo gli autori può essere calcolata con le seguenti relazioni:

$$\tau = \tau(w, s) = \tau_{m,w} \left\{ 1 - e^{-[\beta_1 + \beta_2 w / \Phi][s / \Phi - \gamma_2 w / \Phi]} \right\} \quad (1.29)$$

$$\tau = \left( \frac{\tau_0}{1 + K_1 w_s / \Phi} \right) + \left( \frac{\tau_1}{1 + K_2 w_s / \Phi} \right) \sigma_n \leq \tau_{m,w} \quad (1.30)$$

dove:

$$\tau_{m,w} = \tau_{m,0} (1 - \gamma_1 w / \Phi) \quad (1.31)$$

$\tau_{m,0}$  è la massima tensione d'aderenza che può essere trasmessa quando la fessura da splitting ancora non si è aperta ( $w_s=0$ ),  $\sigma_n$  è l'azione di confinamento, esercitata sia dalle staffe che dal calcestruzzo,  $\gamma_1$ ,  $\gamma_2$ ,  $\beta_1$  e  $\beta_2$ ,  $\tau_0$ ,  $\tau_1$ ,  $K_1$  e  $K_2$  sono dei parametri che dipendono dalle proprietà meccaniche del calcestruzzo e dalla geometria delle nervature, da tarare coi i risultati di prove

sperimentali. Nella Tabella 3 sono riportati i parametri tarati da (Giuriani e Plizzari, 1998) e i valori suggeriti dagli autori, in mancanza di sperimentazione.

La tensione di confinamento esercitata dalle staffe può essere calcolata con:

$$\sigma_{st} = E_s \sqrt{a_2 \left( \frac{w_s}{\alpha_s \phi_{st}} \right)^2 + a_1 \left( \frac{w_s}{\alpha_s \phi_{st}} \right) + a_0} \quad (1.32)$$

dove  $E_s$  è il modulo di Young dell'acciaio,  $\phi_{st}$  il diametro delle staffe,  $\alpha_s$  è un parametro che caratterizza la posizione delle barre, ed è pari ad 1 per barre d'angolo e pari a 2 per barre intermedie (Giuriani and Plizzari, 1985),  $a_0$ ,  $a_1$  e  $a_2$  sono i coefficienti dalla legge costitutiva d'aderenza idealizzata (Figura 1.26), pari a:

$$a_0 = \frac{a_1^2 \frac{\tau_{12}}{\tau_{11}}}{4a_2 \left( \frac{\tau_{12}}{\tau_{11}} - 1 \right)} \quad (1.33)$$

$$a_1 = \frac{8\tau_{02}}{E_s} \quad (1.34)$$

$$a_2 = \frac{4\tau_{12}\Phi_{st}}{E_s} \quad (1.35)$$

(Giuriani e Rosati, 1986) suggeriscono la seguente relazione per l'azione di confinamento esercitata dalla resistenza residua a trazione del calcestruzzo:

$$\sigma_{rc} = \frac{f_{ct0}}{\left( \kappa \frac{\Phi}{\Phi_a} \frac{w}{\Phi} + 1 \right)} \quad (1.36)$$

dove il  $f_{ct0}$  è la resistenza quando la fessura deve aprirsi ( $w=0$ ),  $\kappa$  un parametro da tarare sperimentalmente e  $\Phi_a$  il diametro dell'inerte.

L'azione totale di confinamento è pari a:

$$\sigma_n = \Omega \sigma_{st} + B \sigma_{rc} \quad (1.37)$$

dove  $\Omega$  è l'indice di confinamento delle staffe, pari a:

$$\Omega = \frac{A_{st}}{A_s} = \frac{n_{st} A_{st}}{n_s \Phi \Delta z} \quad (1.38)$$

dove  $n_s$  e  $\Phi$  sono il numero ed il diametro delle barre longitudinali,  $n_{st}$  e  $A_{st}$  sono il numero e l'area delle staffe nella concio lungo  $\Delta z$ ; e  $B$  è l'indice di contenimento del calcestruzzo, pari a:

$$B = \frac{b - n_s \Phi}{n_s \Phi} \quad (1.39)$$

con  $b$  è larghezza dell'elemento.

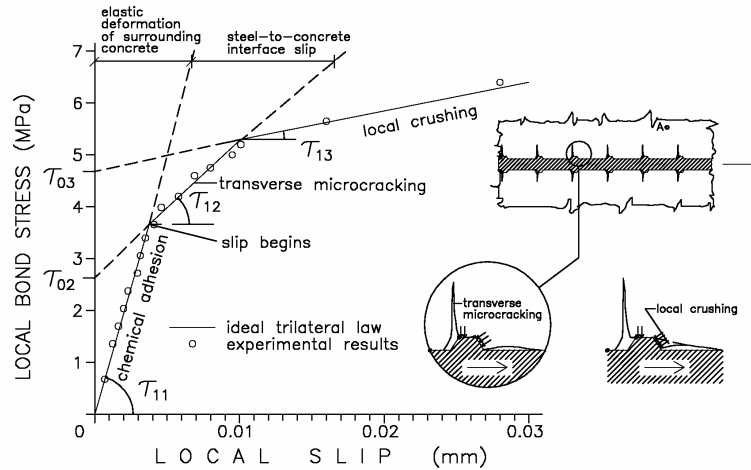


Figura 1.26: Legame d'aderenza idealizzato (Giuliani, 1991)

Per costruire la curva rappresentativa del legame d'aderenza, si fissa un valore di  $w_s$ , dall'equazione (1.37) si calcola la tensione di confinamento  $\sigma_n$ , e attraverso l'equazione (1.30) la tensione

tangenziale  $\tau$ , noti  $w_s$  e  $\tau$ , attraverso l'equazione (1.29) si valuta lo scorrimento  $s$ .

La Figura 1.27 mostra il legame  $\tau$ -slip- $w$ - $\sigma_{st}$  proposto dagli autori (Giuriani et al, 1991).

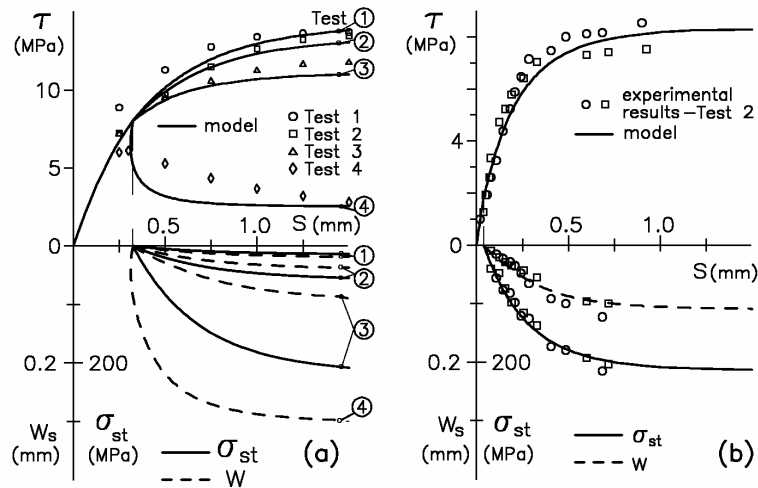


Figura 1.27: Legame d'aderenza proposto da (Giuriani et al., 1991), confronto con i risultati sperimentali di (Giuriani e Plizzari, 1985 (a), e di Elgehausen et al., 1983 (b))

Tabella 3: Parametri utilizzati nel legame costitutivo proposto da (Giuriani et al., 1991) riportati in (Giuriani e Plizzari, 1998)

Coef.	Plizzari et al., 1998	Plizzari et al., 1996a	Plizzari et al., 1996b	Giuriani e Plizzari, 1985	Elgehausen et al., 1983	Mancanza di risultati sperimentali
$\tau_{m,0}$	15	18	18	15	15	16
$\gamma_1$	65	50	42	65-70	70	60
$\gamma_2$	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8	0.8
$\beta_1$	60	60	75	54	60	60
$\tau_0$	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	2.0
$\tau_1$	0.8	0.8	0.8	0.7-0.8	0.8	0.8
K1	115	115	115	115	115	115
K2	35	35	35	25-35	35	35
$\tau_{02}$	2.5	2.5	2.5	2.3	2.5	2.5
$\tau_{12}\Phi_{st}$	800	600	600	600	500	600
$\tau_{12}\tau_{11}$	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3



Coef.	Plizzari et al., 1998	Plizzari et al., 1996a	Plizzari et al., 1996b	Giuriani e Plizzari, 1985	Eligehausen et al., 1983	Mancanza di risultati sperimentali
$f_{ct0}$	0	0	0	1.8	1.2	0
$\kappa$	-	-	-	200	100	-
$\Phi_a$	-	-	-	15	20	-
$\Phi$	20	20	20	16	25.4	16-24
$f_c$	28.2-36.6	33	57.2	36.8	30	30-40

(Sigrist, 1995) propone un legame d'aderenza per barre ad aderenza migliorata semplificato rispetto ai precedenti, funzione solo della resistenza del calcestruzzo e della deformazione nell'acciaio. La relazione che lega la tensione tangenziale allo scorrimento è rappresentata da una funzione costante a tratti, pari a  $\tau_{b0}$  se l'acciaio è elastico e a  $\tau_{b1}$  se l'acciaio è snervato (Figura 1.28). I valori di  $\tau_{b1}$  e  $\tau_{b0}$  sono dati da:

$$\tau_{b1} = 0.3\sqrt{f_c^2} \text{ (MPa)} \quad (1.40)$$

$$\tau_{b0} = 0.6\sqrt{f_c^2} \text{ (MPa)} \quad (1.41)$$

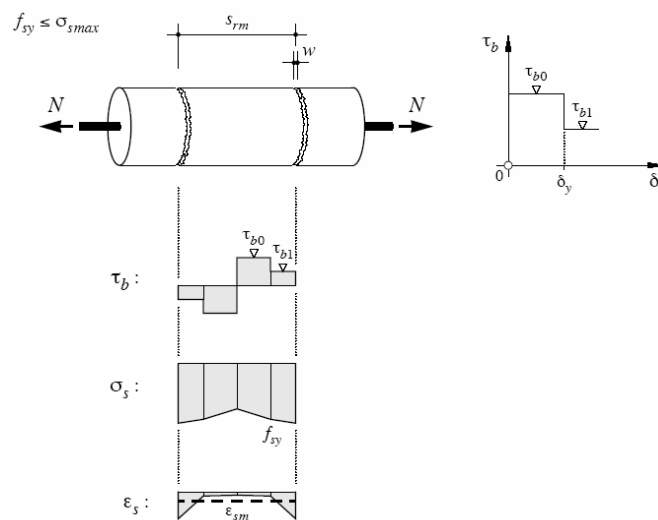


Figura 1.28: Legame di aderenza proposto da (Sigrst, 1995) e distribuzione delle deformazioni e delle tensioni conseguenti al legame proposto

(Nilson, 1972), per primo, poi (Tassios e Koroneos, 1984, Jiang et al., 1984 e KanKam, 1997), dimostrano sperimentalmente che la tensione tangenziale è funzione sia dello scorrimento che della distanza dalla fessura. Nella Figura 1.29 sono rappresentati i legami d'aderenza trovati sperimentalmente da (Nilson, 1972). Il legame trovato può essere rappresentato come una funzione crescente e linearmente dipendente dalla distanza dalla fessura, fino ad un valore, che nei risultati riportati dall'autore, è di 153 mm, dopo tale valore il legame non dipende più dalla distanza. La variazione del legame dalla distanza dalla sezione fessurata può essere causata dalla microfessurazione radiale del calcestruzzo in prossimità di questa sezione (Figura 1.30).

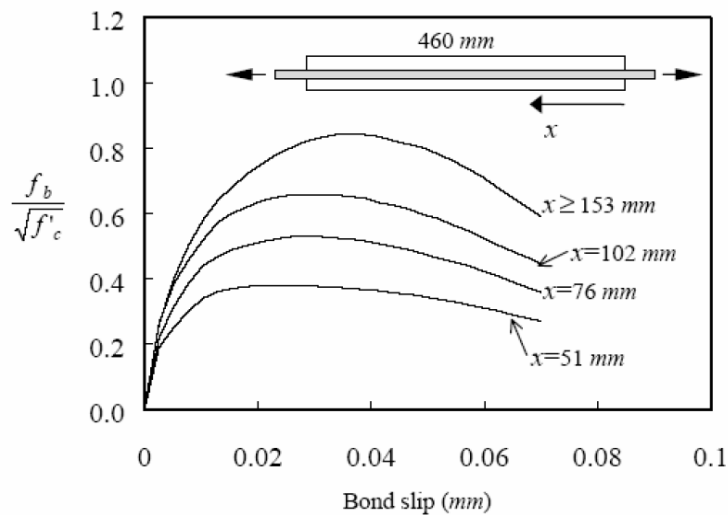


Figura 1.29: Legame d'aderenza trovato sperimentalmente da (Nilson, 1972)

È ragionevole pensare che la distanza in cui il legame costitutivo rimane costante è funzione del diametro della barra. Dalle prove di (Nilson, 1972) ciò si verifica ad una distanza dalla fessura pari a circa  $6\Phi$ , mentre dai risultati delle prove sperimentali di (KanKam, 1997) ad una distanza pari a  $3\Phi$ .

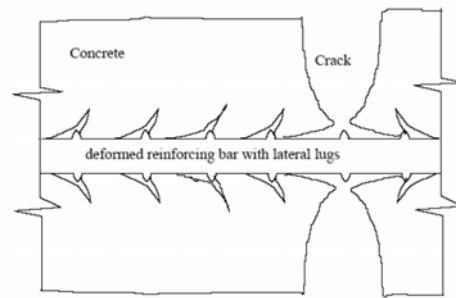


Figura 1.30: Microfessurazione radiale nel calcestruzzo intorno ad una barra nervata

Il Model Code 90 (1993) e poi altri legami presenti in letteratura (Langer, 1987, Kreller, 1989) suggeriscono di ridurre i parametri che definiscono il legame di aderenza nella zona compresa tra la fessura e la sezione distante cinque volte il diametro della barra dalla fessura.

Nella Tabella 4 vengono riportati i parametri relativi alla curva tensione tangenziale-scorrimento proposta nel Model Code 90 (1993) e valida per le sezioni distanti dalla sezione fessurata più di cinque volte il diametro, per le altre sezioni, il Model Code 90 suggerisce di moltiplicare tutti i parametri (sia le tensioni tangenziali che gli scorrimenti) per il coefficiente:

$$\alpha = 0.2 \frac{x}{\Phi} \leq 1 \quad (1.42)$$

Nelle Figure 1.31 e 1.32 sono riportati i legami d'aderenza proposti dal Model Code 90 per un calcestruzzo di classe  $R_{ck}$  300, rispettivamente per un elemento non confinato e confinato.

(Langer, 1987) modifica il modello d'aderenza proposto da (Eligehausen et al., 1983) per studiare la capacità di deformazione delle travi in cemento armato. Come nel Model Code 90, tiene conto della perdita di aderenza per tutte le sezioni distanti cinque volte il diametro dalla sezione fessurata. (Kreller, 1989) aggiunge una modifica al legame proposto da (Langer, 1987), aggiungendo il caso di rottura per splitting. Nella Tabella 5 sono riportati i parametri, tarati sui risultati sperimentali riportati in (Eligehausen et al., 1989), proposti da (Langer, 1987) e modificati da (Kreller,

1989) che definiscono il legame d'aderenza, il massimo valore del parametro "a" riportato nella stessa Tabella è stato limitato da (Li, 1995) rispettivamente ai valori di 2.4 e 3.6 per rotture per splitting e per pull-out.

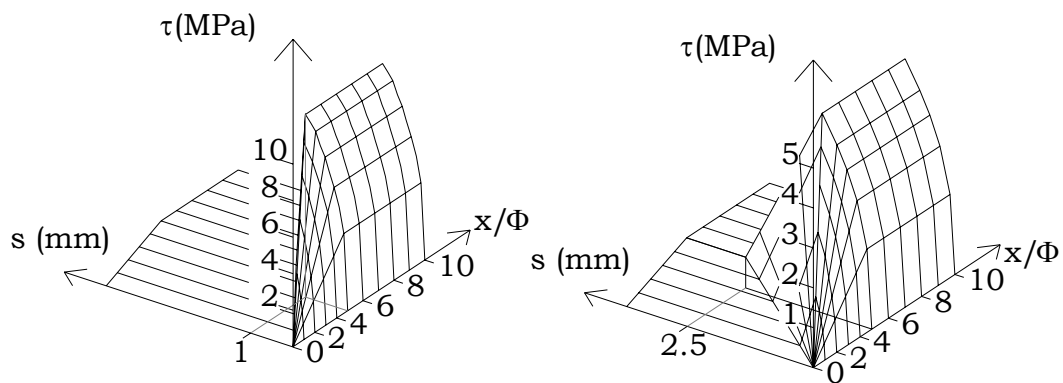


Figura 1.31: Legame d'aderenza proposto dal CEB per un calcestruzzo non confinato con buone proprietà di aderenza e altro

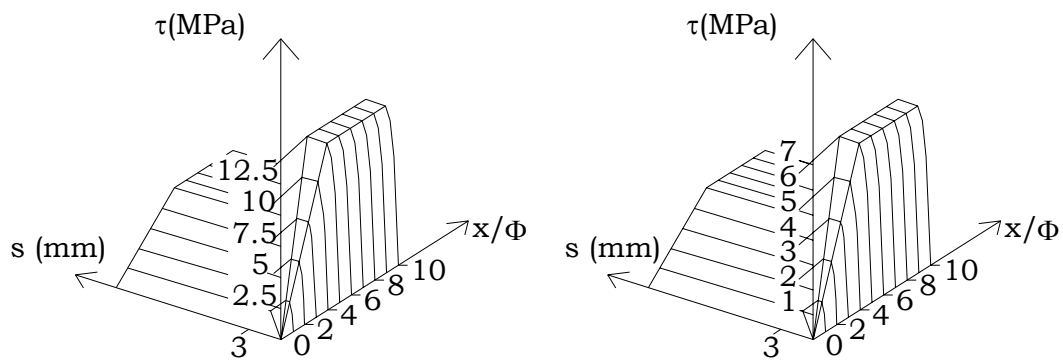


Figura 1.32: Legame d'aderenza proposto dal CEB per un calcestruzzo confinato con buone proprietà di aderenza e altro

Tabella 4: Parametri che definiscono il legame d'aderenza secondo il (Model Code 90, 1993)

	Calcestruzzo non confinato		Calcestruzzo confinato	
	rottura per splitting copriferro $\approx 1.0 \Phi$ $A_{st,min} = 0.25nA_s$		rottura per pull-out copriferro $\geq 5.0 \Phi$ $A_{st,min} > nA_s$	
	Condizioni di aderenza		Condizioni di aderenza	
	buone	altro	buone	altro
$s_1$ (mm)	0.6	0.6	1.0	1.0
$s_2$ (mm)	0.6	0.6	3.0	3.0
$s_3$ (mm)	1.0	2.5	Distanza tra le nervature	
$\alpha$	0.4	0.4	0.4	0.4
$\tau_{max}$ (MPa)	$2.0 \sqrt{f_c}$	$1.0 \sqrt{f_c}$	$2.5 \sqrt{f_c}$	$1.250 \sqrt{f_c}$
$\tau_r$ (MPa)	$0.15 \tau_{max}$	$0.15 \tau_{max}$	$0.40 \tau_{max}$	$0.40 \tau_{max}$

Tabella 5: Parametri che definiscono il legame d'aderenza secondo (Kreller, 1989)

rottura per splitting: $a = 0.36 \frac{c}{\Phi} + 1.28 \leq 2.4$					
$x_{cr}^1/\Phi$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$\tau_{max}/\tau_{ref}$	$\tau_R/\tau_{ref}$
0	$s_1$	$s_1$	0.05	0.4	0.001
1	$s_1$	$s_1$	0.25	0.4	0.002
2	$s_1$	$s_1$	0.45	0.4	0.05
3	$s_1$	$s_1+0.15$	1	0.6	0.15
4	$s_1$	$s_1+0.15$	1.35	0.8	0.15
>5	0.35	1.5	1.75	1	0.15
rottura per pull-out: $a = 0.36 \frac{c}{\Phi} + 2 \leq 3.6$					
$x_{cr}^1/\Phi$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	$\tau_{max}/\tau_{ref}$	$\tau_R/\tau_{ref}$
0	$s_1$	$s_1$	0.3	0.4	0.001
1	$s_1$	$s_1$	0.65	0.4	0.002
2	$s_1$	$s_1$	1	0.4	0.05
3	0.5	2.5	6	0.6	0.3
4	0.75	2.74	6	0.8	0.3
>5	1	3	6	1	0.3
$\alpha = 0.003f_c + 0.1625 \quad \tau_{ref} = a\sqrt{f_c}$					

<sup>1</sup> Distanza dalla sezione fessurata