

Capitolo 2. MODELLI COSTITUTIVI DEL COMPORTAMENTO MECCANICO DELLE ROCCE TENERE

Il comportamento meccanico delle rocce tenere è solitamente descritto per mezzo di una legge elastica la cui validità è limitata dal criterio di rottura di Mohr-Coulomb. Per tener conto della non linearità del comportamento del materiale e dell'influenza della pressione di confinamento sul valore del modulo longitudinale iniziale, si può far ricorso al modello di Duncan e Chang (1970).

La validità di questi modelli è tuttavia ristretta al campo di piccole deformazioni. Le rocce tenere, al contrario, possono subire stati tensio-deformativi tali da causare importanti deviazioni dal comportamento previsto da questi semplici modelli.

Fenomeni quali la transizione da comportamento fragile a comportamento duttile al crescere della tensione di confinamento, la dilatanza e l'insorgere di deformazioni permanenti prima della tensione di rottura, possono essere descritti solo se si fa riferimento a modelli più complessi di comportamento, come ad esempio i modelli elastoplastici con incrudimento, largamente utilizzati per descrivere il comportamento delle terre.

2.1 – Interpretazione del comportamento meccanico delle rocce tenere

Le rocce tenere possono essere considerate, dal punto di vista meccanico, come materiali transizionali tra i terreni e le rocce. Il loro comportamento meccanico, come noto da molti anni (Pellegrino, 1968), è fortemente influenzato dallo stato tensionale.

A tensioni modeste, le rocce tenere esibiscono un comportamento simile a quello delle rocce (alta rigidezza, legame tensione-deformazione quasi lineare, rottura fragile) mentre ad alte tensioni mostrano il comportamento di un terreno (bassa rigidezza, comportamento duttile, grandi deformazioni a rottura). Nel piano delle tensioni (figura 2.1) Pellegrino (1970) distingue due regioni, entrambe al di sotto dell'involuppo di rottura di Mohr-Coulomb. La prima corrisponde a stati di sollecitazione nei quali la roccia tenera ha il comportamento di una roccia e la seconda a stati di sollecitazione per i quali il materiale si comporta come un terreno. Una curva rappresenta la transizione tra i due comportamenti.

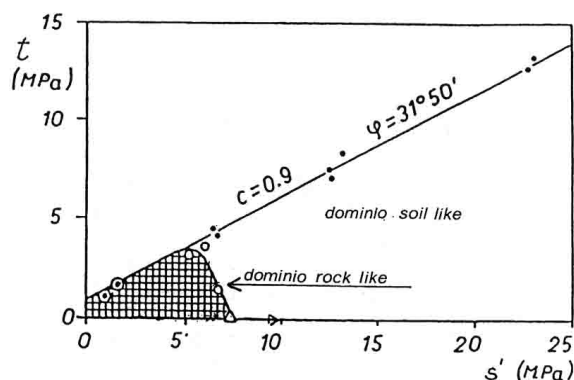


Fig. 2.1. Involuppo della resistenza a rottura per il Tufo Giallo napoletano; sono indicati il dominio lapideo ed il dominio pulverulento (Pellegrino, 1968).

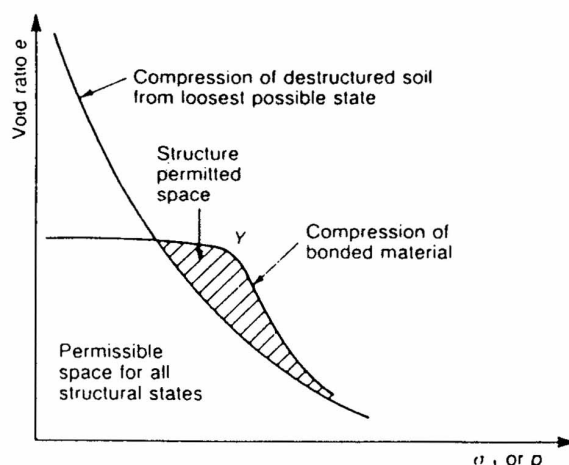


Fig. 2.2. Confronto tra le curve di compressione di un materiale "con legami" e di uno ricostituito (Leroueil e Vaughan, 1990).

2.1.1 – Compressibilità

Il comportamento meccanico di argille ricostituite in condizioni edometriche è ben rappresentato da una curva che può essere considerata lineare nel piano semi-logaritmico tensione-deformazione. Gli stessi percorsi sono ottenuti in prove di compressione isotropa o, in generale, in prove con q / p' costante. La pendenza di queste rette nel piano $e - \log(p)$ per tutti questi percorsi di carico è approssimativamente la stessa. La linearità di queste curve di compressione nel piano semi-logaritmico è uno degli assunti della meccanica dello Stato Critico delle terre (*CSSM, Critical State Soil Mechanics*). La curva di compressione isotropa rappresenta una linea di confine tra stati ammissibili di tensione e porosità (a sinistra della linea) e stati inammissibili (a destra della linea). In scarico solo una parte delle deformazioni volumetriche è recuperata. I percorsi di scarico-ricarico nella *CSSM* sono generalmente considerati elastici e caratterizzati da una pendenza costante nel piano semi-logaritmico.

Per molti terreni naturali, come descritto da Leroueil e Vaughan (1990), le curve tensione-deformazione in prove di compressione hanno la particolare forma mostrata in figura 2.2. La presenza dei "legami" permette il superamento della curva vergine di compressione dei provini ricostituiti. Gli autori individuano uno spazio consentito dalla presenza dei legami (area campita). Molti esempi di questo tipo di comportamento sono riportati da Leroueil e Vaughan (1990) e Burland (1990).

Il punto Y , in figura 2.2, rappresenta lo snervamento, e corrisponde all'inizio della perdita dei legami tra le singole particelle. Questo fenomeno è graduale: il terreno deve subire grandi deformazioni volumetriche prima che tutti i legami siano completamente distrutti.

Dopo lo snervamento, la compressibilità del materiale è molto elevata e il terreno mostra una sorta di collasso, con la manifestazione di grandi deformazioni volumetriche. La pendenza della retta di compressione aumenta rapidamente dopo lo snervamento e poi decresce, tendendo alla curva vergine del materiale ricostituito. La retta di compressione mostra un'inversione di curvatura.

Il legame tra le particelle nelle rocce tenere è più forte di quello di molte argille naturali. Per questo motivo ci si attende che la loro influenza sul comportamento sia ancora più marcata.

La figura 2.3 mostra i risultati di prove di compressione isotropica ottenuti da Aversa, Evangelista e Ramondini (1991) su un tufo a grana fine. L'andamento di tutte le curve è chiaramente differente da quello di figura 2.2, in cui la relazione presenta un'inversione di curvatura. Bisogna rilevare che le tensioni raggiunte nella maggior parte delle prove sono molto elevate. Dopo lo snervamento si producono grandi deformazioni volumetriche. Per questo motivo è difficile supporre che non sia stato raggiunto il punto d'inversione di curvatura. Sono rappresentate anche alcune prove edometriche su provini di tufo intatti e rimaneggiati (Aversa, Evangelista e Ramondini, 1990). Sotto l'azione di grandi sollecitazioni, la roccia naturale si comporta come il provino rimaneggiato (figura 2.4). Curve di compressione simili sono state ottenute da Pilei (1991) su altri tipi di tufi vulcanici e da Yoshinaka e Yamabe (1981a) su altre rocce tenere.

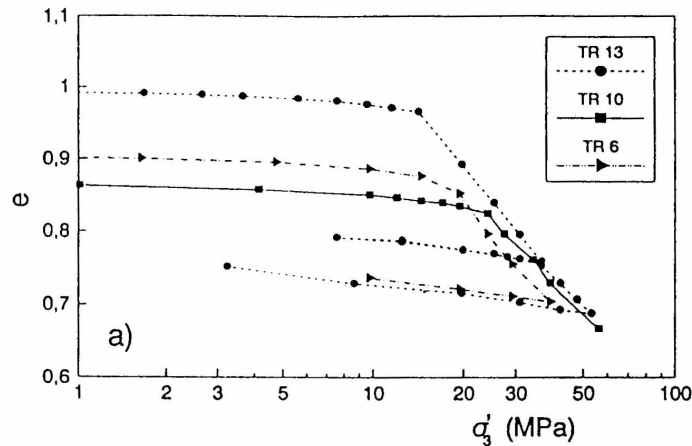


Fig. 2.3. Prove di compressione isotropica su tufo a grana fine (Aversa, Evangelista e Ramondini, 1991).

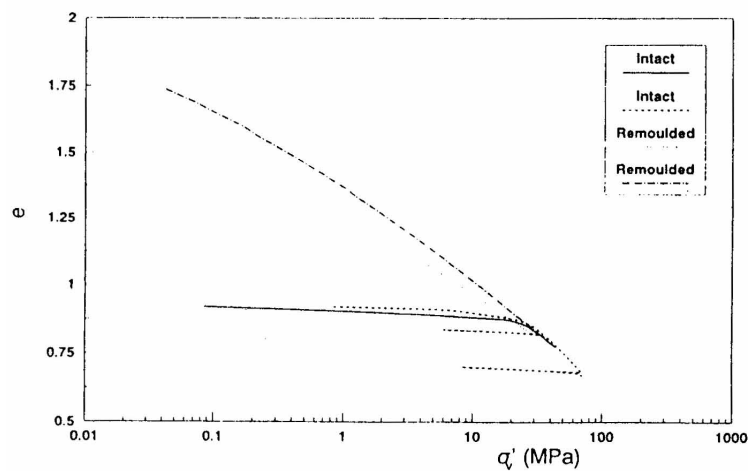


Fig. 2.4. Confronto tra prove di compressione edometrica su provini intatti e rimaneggiati di tufo a grana fine (Aversa, Evangelista e Ramondini, 1990).

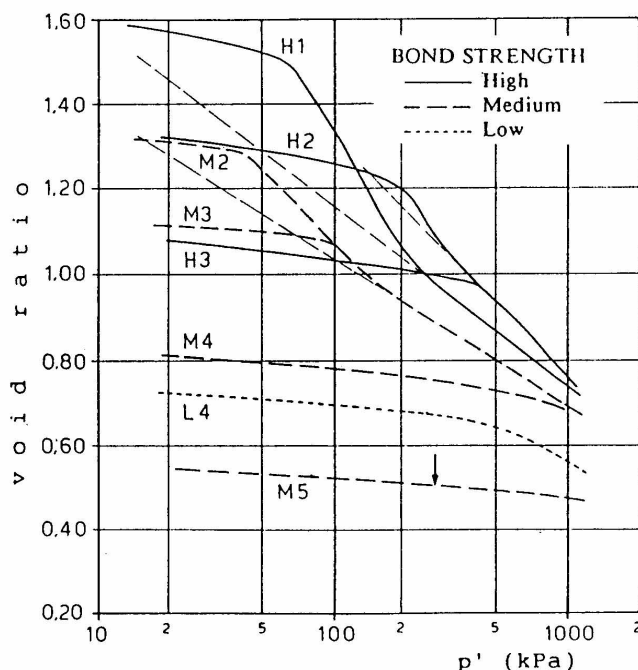


Fig. 2.5. Proves di compressione isotropica su terreni artificialmente cementati, composti di sabbia quarzica e caolino, caratterizzati da differenti valori della porosità iniziale e di forza dei legami intergranulari (Maccarini, 1987).

I fattori che controllano il comportamento del materiale in prove di compressione, dopo lo snervamento, sono:

- 1) porosità iniziale;
- 2) rigidità e resistenza dei legami interparticellari;
- 3) rigidità dello stesso materiale non-legato;
- 4) resistenza delle particelle.

Un ruolo importante svolge anche l'interazione tra questi fattori.

L'interazione tra porosità e resistenza dei legami è messa in evidenza dai risultati di prove di compressione isotropica eseguite su terreni artificialmente cementati (Maccarini, 1987) (figura 2.5). Le varie curve sono relative a provini dello stesso terreno, caratterizzati da differenti valori della porosità iniziale e della resistenza dei legami. Confrontando i risultati, si può evidenziare il solo effetto dell'interazione tra porosità iniziale e cementazione, essendo ogni provino confezionato con lo stesso materiale e la stessa tecnica di cementazione. La resistenza dei legami produce le differenze nel comportamento di campioni come, ad esempio, i provini *H2* (forte cementazione) e *M2* (media cementazione). Il primo è caratterizzato da una tensione di snervamento maggiore di quella del corrispondente provino a media cementazione. Analogamente per le prove *H2* e *M2*, e *M4* ed *L4*.

Per grandi valori di porosità iniziale le curve di compressione isotropica, hanno la forma indicata in figura 4.1. Per modesti valori della porosità iniziale, il terreno mostra lo stesso comportamento esibito dal tufo a grana fine mostrato in figura 2.3. Osservando le curve di compressione ottenute da terreni con la stessa cementazione e diversa

porosità iniziale si evince che ad una minore porosità iniziale corrisponde un minore effetto dei legami interparticellari.

In prove di compressione isotropica su provini caratterizzati da modesta porosità iniziale, Maccarini (1987) ha individuato un primo punto di snervamento (indicato con una freccia verticale sulla curva $M5$ in figura 2.5) all'interno della retta di compressione, analogo a quello di provini caratterizzati dalla stessa cementazione e maggiore porosità iniziale. Il cambio di pendenza dopo questo punto di snervamento non è evidente. Questo perché la rigidezza del terreno cementato, è approssimativamente la stessa dell'equivalente terreno ricostituito.

Il comportamento dell'argilla scistosa di Laviano in prove edometriche (Picarelli, 1991) mostra che la destrutturazione può iniziare a sinistra della retta di compressione isotropica del materiale ricostituito. In figura 2.6a sono mostrati i risultati di due prove di compressione edometrica, una su materiale ricostituito ed una su un provino indisturbato. Durante la prova sono stati eseguiti molti cicli di scarico-ricarico. Il confronto tra le due prove evidenzia il fatto che il materiale naturale è molto rigido prima di un punto di snervamento ben definito, a sinistra della retta di compressione edometrica del materiale ricostituito, corrispondente all'inizio della destrutturazione. Il cambio di pendenza è molto chiaro, probabilmente per effetto della grande differenza di rigidità tra terreno con legami e terreno ricostituito a sinistra della NCL .

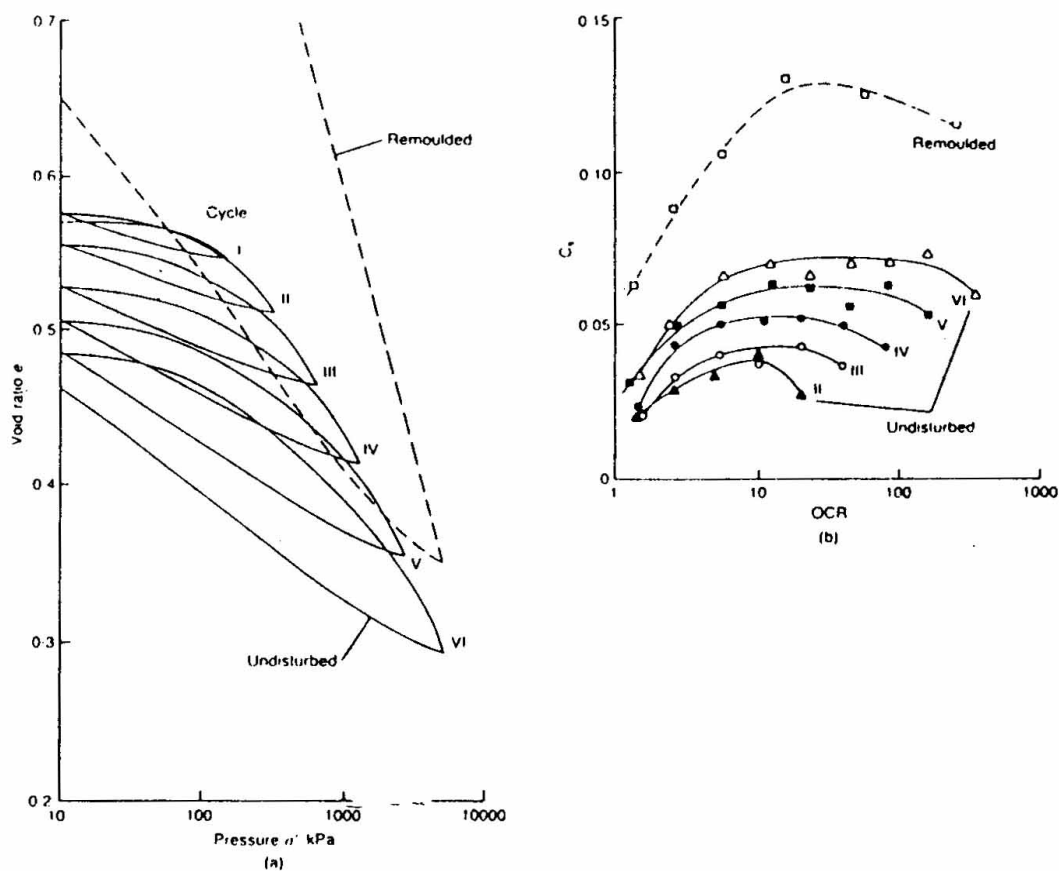


Fig. 2.6. Argilla di Laviano: a) confronto tra le curve di compressione edometrica di provini naturali e ricostituiti; b) Indici di compressibilità secondaria C_s vs. OCR (Picarelli, 1991).

Dopo lo snervamento, la pendenza della retta di compressione, ancora minore di quella del provino ricostituito, aumenta gradualmente. La pendenza dei cicli di scarico-ricarico è piccola nel primo ciclo, ma aumenta progressivamente nei cicli successivi.

In figura 2.6b sono riportate le pendenze C_s delle rette di scarico di ogni ciclo rispetto al rapporto di sovraconsolidazione OCR insieme a quella del materiale ricostituito. Con il progredire delle sollecitazioni imposte, i valori di C_s del materiale naturale tendono a quelli del materiale ricostituito. La gradualità del processo di destrutturazione è evidenziata dal fatto che le pendenze nei cicli di scarico sono sempre minori di quella del materiale ricostituito, anche dopo grandi deformazioni volumetriche (figura 2.6b).

2.1.2 – Resistenza a taglio e deformabilità

Un tipico esempio di comportamento di una roccia tenera in prove di compressione triassiale è presentato in figura 2.7 (Aversa, Evangelista e Ramondini, 1991). A piccole pressioni di confinamento il materiale si comporta qualitativamente come una roccia: la relazione tensioni-deformazioni è quasi lineare fino ad un picco, seguito da una rapida riduzione della resistenza fino al raggiungimento di un valore residuo. All'aumentare della pressione di confinamento, il comportamento diventa duttile e la tensione deviatorica aumenta con il progredire della deformazione, anche al termine del tratto lineare (reversibile).

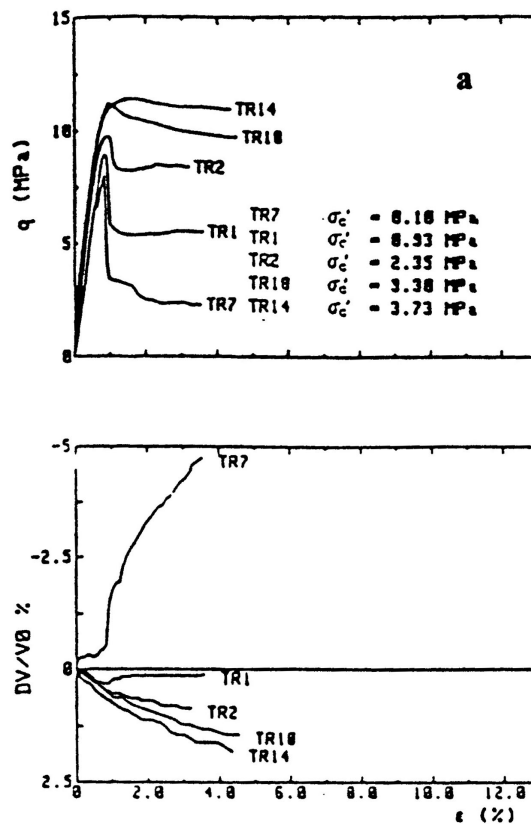


Fig. 2.7. Curve $q - \epsilon_s$ e $\epsilon_v - \epsilon_s$ sperimentali e simulate in prove *CID* su tufo a grana fine, a piccole e medie pressioni di confinamento (Aversa, Evangelista e Ramondini, 1991).

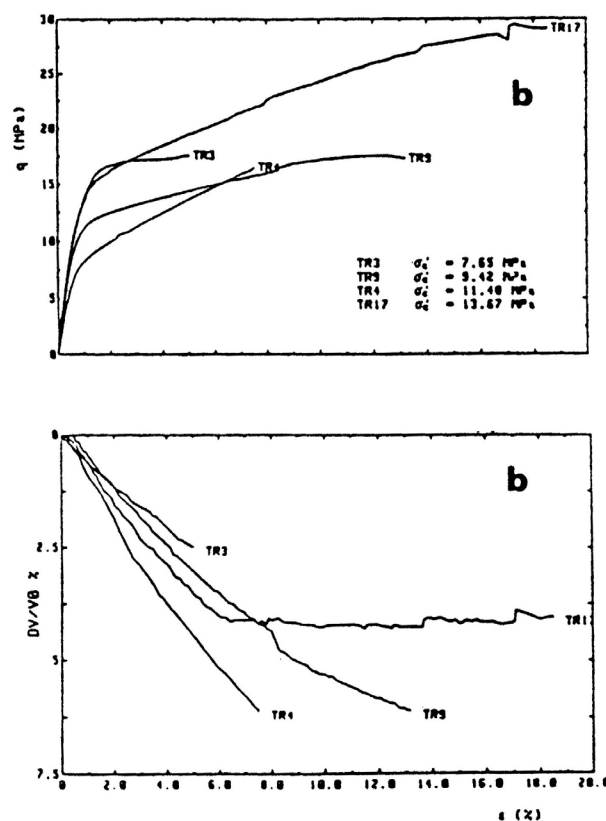


Fig. 2.8. Curve $q - \epsilon_s$ e $\epsilon_v - \epsilon_s$ sperimentali e simulate in prove di compressione triassiale su campioni di calcare oolitico (Elliot e Brown, 1985).

Un comportamento qualitativamente simile è esibito da una serie di campioni di calcare oolitico (Elliot e Brown, 1985) (Figura 2.8). In questo caso la transizione da comportamento fragile a comportamento duttile è accompagnata dalla transizione da comportamento dilatante a comportamento contraente, come si può osservare, benché in modo meno evidente, anche nel caso del tufo.

2.1.3 – Dilatanza e involuppo a rottura

Nei terreni con legami, la presenza di *strain softening* senza dilatanza è molto frequente (Lefevre, 1978; Maccarini, 1987). In altre rocce tenere, lo *strain softening* è strettamente associato ad un comportamento dilatante (Elliot e Brown, 1985).

I risultati di prove triassiali drenate e non drenate su terreni artificialmente cementati (figura 2.9) mostrano che in un campo di pressioni di confinamento, il comportamento meccanico del materiale è contemporaneamente *strain-softening* e contraente. Con riferimento a questi risultati, Maccarini (1987) ha concluso che il picco non è connesso alla dilatanza, ma è principalmente dovuto all'effetto diretto dei legami interparticellari. Questo non è strettamente vero. A modesti valori della pressione di confinamento il materiale esibisce un comportamento dilatante (aumento di volume nelle prove *CID* e riduzione della pressione neutra nelle prove *CIU*). La dilatanza a piccole pressioni di confinamento potrebbe giustificare la curvatura dell'involuppo di rottura (figura 2.10).

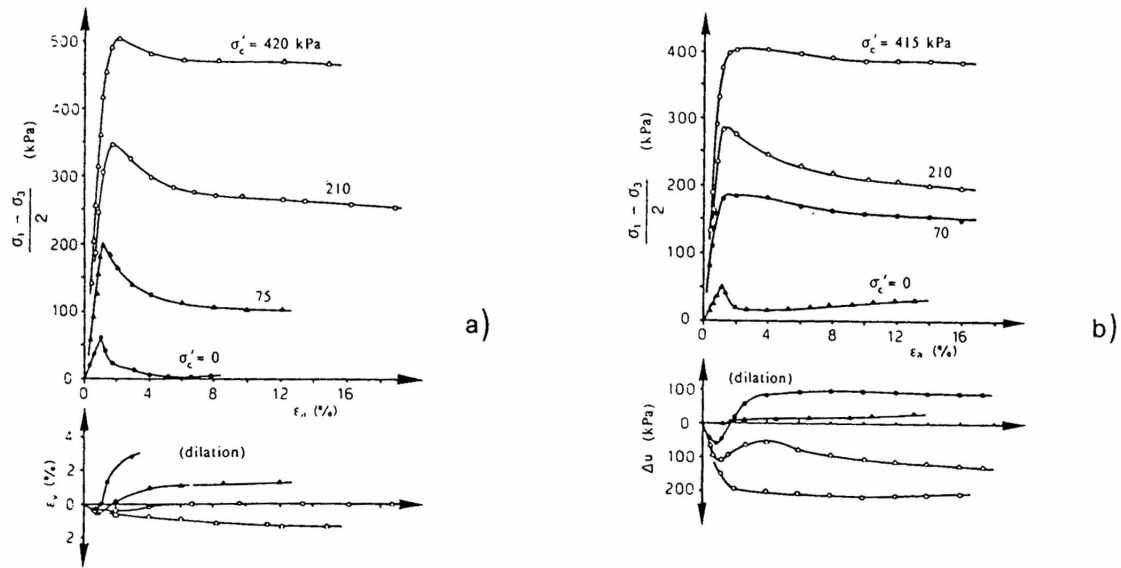


Fig. 2.9. Relazioni tensione-deformazione in prove triassiali su terreni cementati artificialmente costituiti di quarzo (87%) e caolino (13%): a) Prove *CID*; b) Prove *CIU* (Maccarini, 1987).

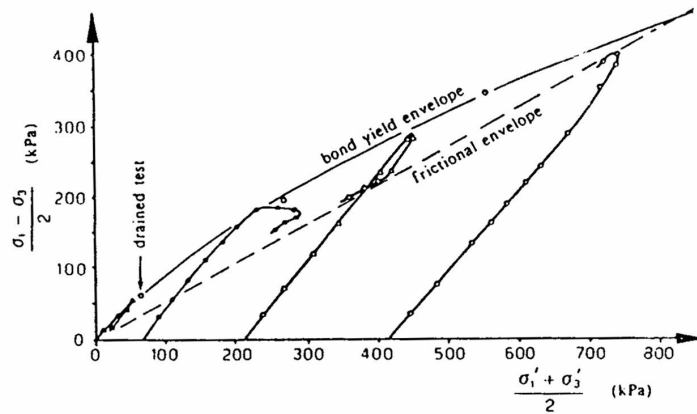


Fig. 2.10. Involuppo di rottura e percorsi di carico efficaci delle prove *CIU* di figura 4.11 (Maccarini, 1987).

La presenza di curvatura nell'involuppo di rottura è stata mostrata anche da Lade e Overton (1989), sulla base dei risultati di prove triassiali drenate su tre sabbie dense con differenti gradi artificiali di cementazione: terreno costipato (sabbia senza cemento); sabbia con cemento (6% in peso); sabbia con cemento (12% in peso).

Il comportamento di questi tre tipi di materiale è mostrato in figura 2.11. La presenza di cementazione tra le singole particelle modifica il comportamento a piccoli livelli di sollecitazione, incrementando la coesione, ma anche l'angolo di resistenza al taglio. L'aumento dell'attrito a piccoli valori della pressione di confinamento è stata attribuita dagli Autori ai valori della dilatanza, che sono maggiori nei materiali cementati rispetto ai terreni non cementati.

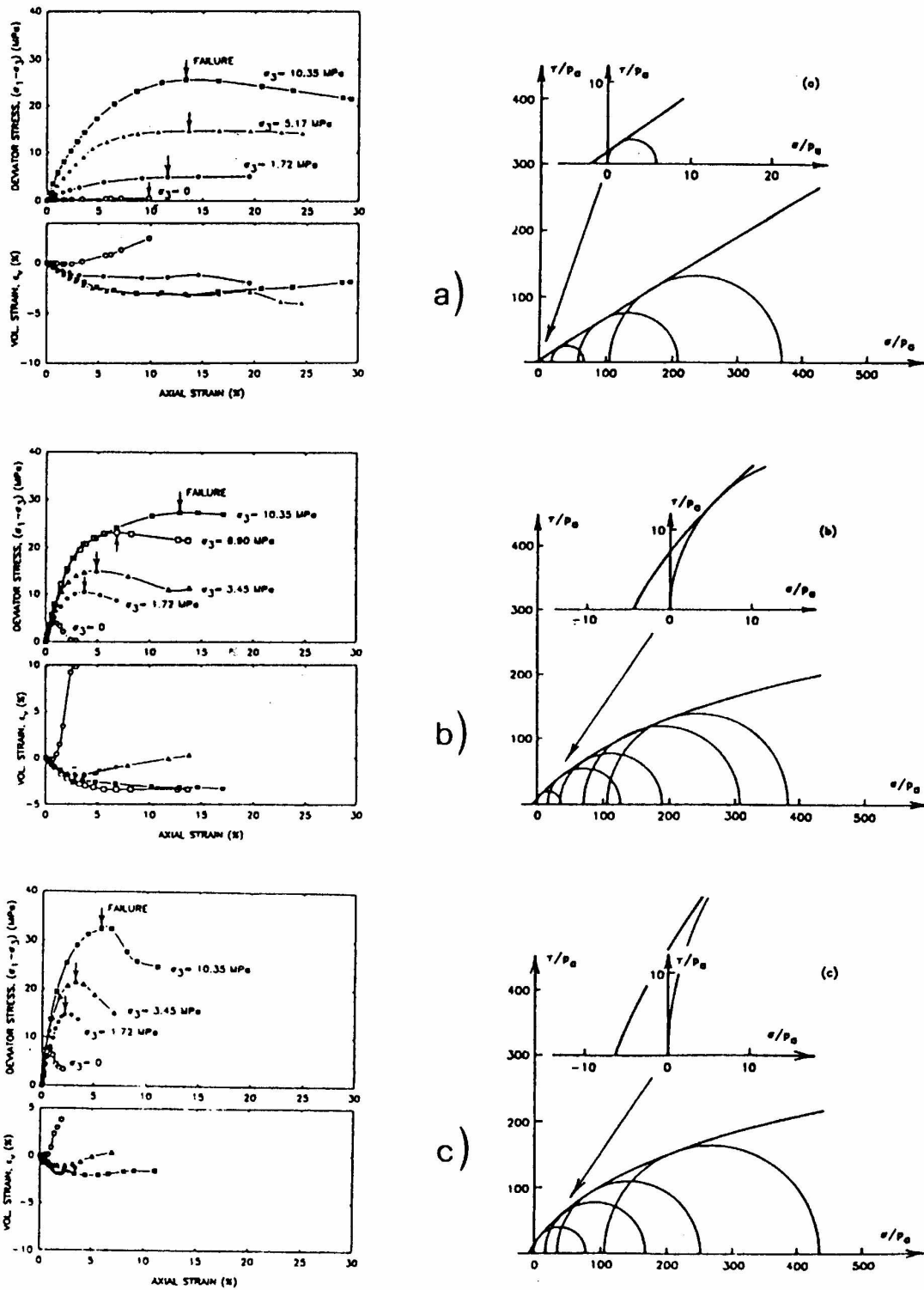


Fig. 2.11. Relazioni $q - \epsilon_s$ e involucri di rottura di: a) sabbia; b) sabbia-cemento (6%); c) sabbia-cemento (12%). (Lade e Overton, 1989).

Grandi valori della dilatanza a piccole pressioni di confinamento sono stati ottenuti anche nel caso del tufo a grana fine (prova TR7, figura 2.7), da Maccarini (1987) (figura 2.9) e da altri autori (Price e Farmer, 1978; Yoshinaka e Yamabe, 1981b).

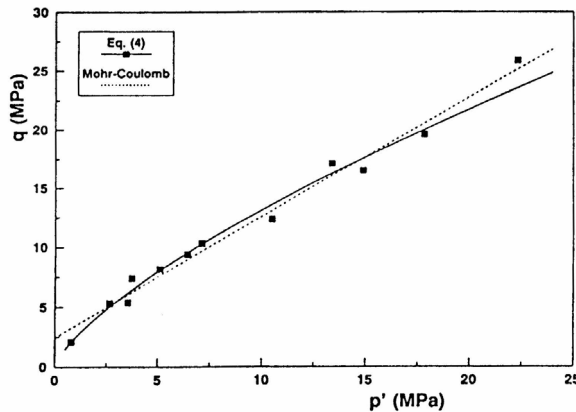


Fig. 2.12. Punti di rottura interpolati attraverso l'equazione (4.1) e l'involuppo di Mohr-Coulomb (Aversa *et al.*, 1991).

Nei terreni con legami, questa caratteristica può essere attribuita, dal punto di vista qualitativo, alla presenza di particelle di terreno costituite da più particelle legate (Lambe, 1960). Nelle rocce tenere questo comportamento è probabilmente connesso alla presenza di superfici di rottura ruvide. All'aumentare della pressione di confinamento, diminuiscono le dimensioni delle particelle effettive di terreno e le superfici di rottura sono meno ruvide.

In figura 2.12, i punti di stato ultimo ottenuti per un tufo a grana fine sono interpolati attraverso una funzione esponenziale, come suggerito da Adachi *et al.* (1981), la cui espressione è:

$$\frac{q}{p'} = \alpha \left(\frac{p'}{p_1'} \right)^\beta \quad (2.1)$$

nella quale p_1' è una pressione di riferimento e α e β sono due coefficienti che, per $p_1' = 1$ MPa, sono rispettivamente pari a 2.46 e 0.73. Quest'involuppo di rottura riproduce i dati sperimentali meglio della retta di Mohr-Coulomb. La concordanza è molto buona a piccoli valori della pressione media efficace p' . L'involuppo di rottura ottenuto con l'equazione (2.1) è curvo e passa correttamente per l'origine degli assi. Questa curvatura, secondo le osservazioni di Lade e Overton (1989), può essere dovuta al fatto che nella maggior parte delle prove si ha dilatanza o contraenza allo stato ultimo.

2.1.4 – Effetto della cementazione

La teoria della dilatanza di Rowe (Rowe, 1962) può essere utilizzata come uno strumento per distinguere la misura in cui la resistenza del materiale è dovuta ai *legami* interparticellari e in quale misura invece all'*attrito* e alla *dilatanza*. Con riferimento alla sabbia, Rowe ha fornito un'espressione che lega lo stato tensionale e l'incremento di deformazione plastica:

$$R = K D \quad (2.2)$$

nel quale: $R = \frac{\sigma_1'}{\sigma_3'}$ $K = \tan^2 \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\varphi_f'}{2} \right)$ $D = 1 - \frac{d\varepsilon_v^p}{d\varepsilon_1^p}$ (2.3)

L'angolo φ_f' ha un valore compreso tra l'angolo di scorrimento interparticellare φ_{μ}' e l'angolo di stato critico φ_{cv}' .

Nei terreni con legami, il rapporto tra le tensioni non si può ricavare dall'espressione (2.2), a causa della presenza di legami interparticellari. Il rapporto tra le tensioni R , in questi materiali, può essere considerato come somma algebrica di una parte dovuta ad attrito e dilatanza, ed una parte dovuta ai legami interparticellari (la resistenza delle particelle, che influenza il comportamento ad alcuni livelli tensionali, non è considerata). Allo stato ultimo nel provino, spesso, si sviluppa una frattura ben definita, che divide il provino in due blocchi. In queste condizioni, nella frattura non si manifesta più l'effetto dei legami interparticellari e può essere applicata la teoria di Rowe (Scarpelli, 1991).

Allo stato ultimo, quindi, K può essere ottenuto dall'equazione (2.2). Noto K , è possibile ricostruire le curve tensione-deformazione $q - \varepsilon$ di un materiale "non-legato", caratterizzato dalla stessa relazione $\varepsilon_v - \varepsilon_a$. I valori di q si possono ricavare dai valori di R e dai valori della pressione di confinamento applicata al provino.

In figura 2.13, ad esempio, le curve tensione-deformazione di due prove *CID* su tufo a grana fine determinate con questo tipo di simulazione (linea tratteggiata) sono confrontate con quelle sperimentali corrispondenti (tratto pieno). È così possibile distinguere qualitativamente quanta parte della resistenza è dovuta all'attrito e alla dilatanza e quanta, direttamente, ai legami interparticellari.

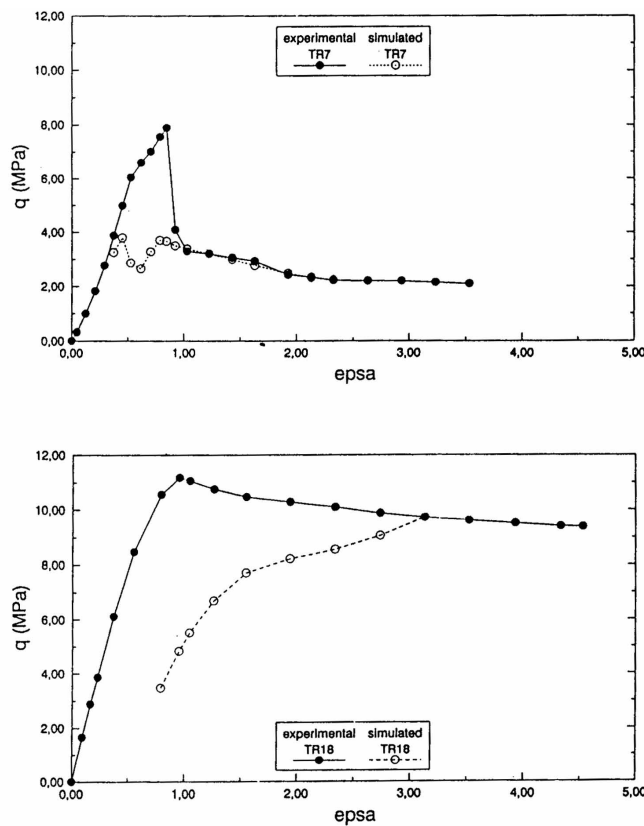


Fig. 2.13. Relazioni tensione-deformazione ottenute in prove *CID* su tufo a grana fine, interpretate attraverso la teoria della dilatanza di Rowe (Aversa, 1991).

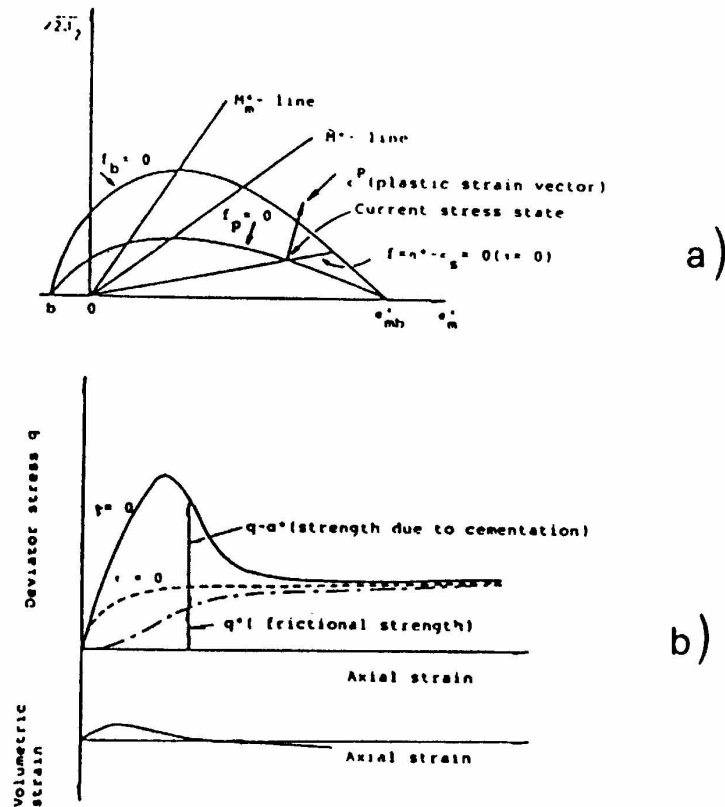


Fig. 2.14. Modello costitutivo sviluppato da Oka *et al.*: a) frontiera di stato, superfici potenziale e di snervamento; b) previsione qualitativa delle relazioni tensione-deformazione (Oka e Adachi, 1985).

Una legge costitutiva per questi materiali deve dunque tenere conto dell'effetto dei legami interparticellari e del loro progressivo degrado sotto l'azione delle sollecitazioni esterne sul comportamento tensio-deformativo.

In figura 2.14a sono rappresentate la superficie della frontiera di stato f_b , la superficie di snervamento f e il potenziale plastico f_p di una legge costitutiva che segue quest'idea (Oka e Adachi, 1985; Oka *et al.*, 1989). Una previsione qualitativa è mostrata in figura 2.14b. Nel diagramma è distinta la resistenza dovuta ai legami interparticellari (cementazione) da quella dovuta all'attrito. Questo criterio è, comunque, incompleto: non è presa in considerazione la resistenza dovuta alla dilatanza, molto importante a piccoli valori della pressione di confinamento.

2.1.5 – Legge di incrudimento

L'ultimo problema riguarda la definizione di una legge di incrudimento per terreni con legami. In figura 2.15 sono raffigurati due possibili percorsi di carico. Un senza legami è più rigido e più resistente se sottoposto al percorso (a) rispetto al percorso (b). Nei terreni con legami, dopo lo snervamento avvenuto nel percorso di carico (a) c'è un incremento dell'*OCR* e una parziale destrutturazione, con effetti opposti sul comportamento tensio-deformativo. La definizione di un'opportuna legge di incrudimento consente di simulare l'evoluzione della superficie di snervamento dopo la destrutturazione.

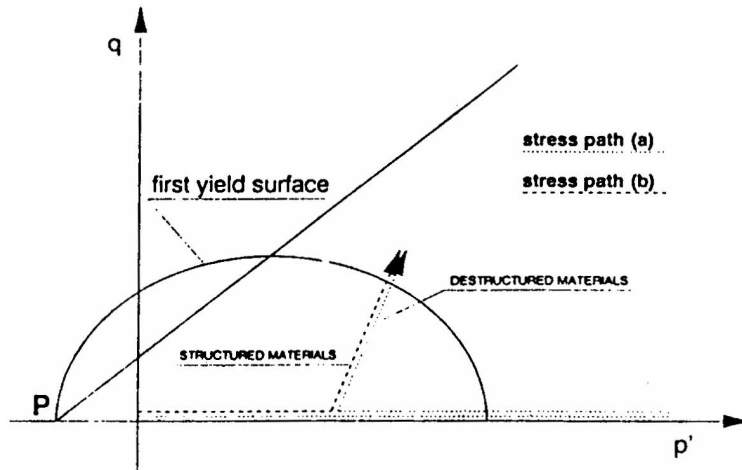


Fig. 2.15. Rappresentazione schematica della prima superficie di snervamento di un materiale con legami; percorso di carico di un materiale: (a) senza legami; (b) con legami (Aversa, 1991).

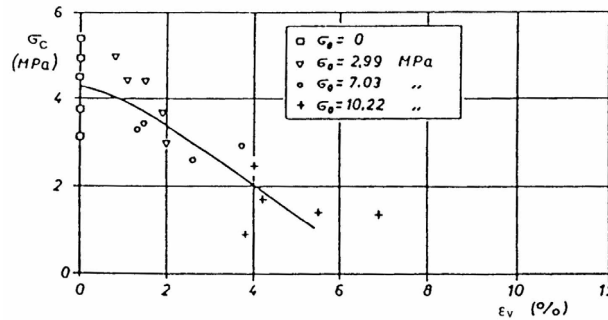


Fig. 2.16. Resistenza a compressione uniassiale di un provino di tufo, precedentemente soggetto a deformazione volumetrica ϵ_v in compressione isotropica (Pellegrino, 1970).

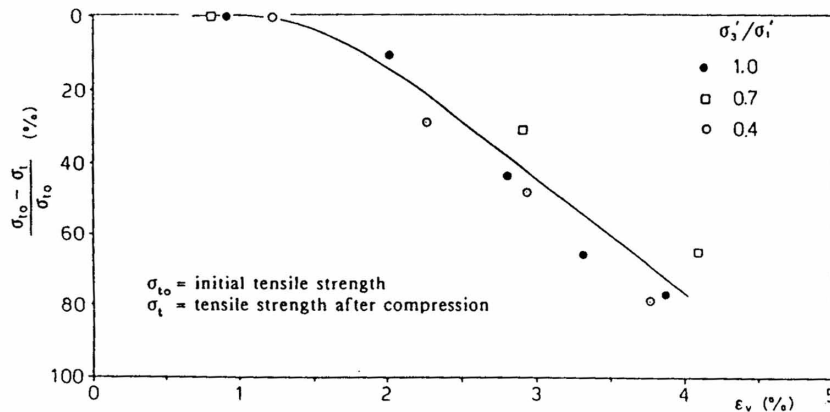


Fig. 2.17. Resistenza a trazione di un provino di sabbia cementata artificialmente, precedentemente sottoposta ad una deformazione volumetrica ϵ_v in compressione con $q/p' = cost.$ (Maccarini, 1987).

Una soluzione è stata proposta da Pellegrino (1970) limitatamente al comportamento di un tufo in prove di compressione uniassiale, e da Maccarini (1987), con riferimento ad una sabbia cementata in prove di trazione, entrambi i terreni precedentemente

sottoposti a differenti valori di tensione media efficace in prove di compressione. Le figure 2.16 e 2.17 mostrano, rispettivamente, la riduzione di resistenza a compressione del tufo e della resistenza a trazione della sabbia in funzione della deformazione volumetrica misurata nella fase di compressione del percorso di carico. Maggiore è la deformazione volumetrica, minore la resistenza sia a compressione che a trazione. Per questo motivo la superficie di snervamento non può espandersi omoteticamente. Il punto P , in figura 2.15, si sposta gradualmente verso l'origine.

Le figure 2.16 e 2.17 confermano che la destrutturazione è graduale. Dopo una deformazione volumetrica del 4.0 % sia il tufo, sia la sabbia cementata esibiscono ancora una resistenza significativa.

2.2 – Modelli elasto-plastici con incrudimento

Osservando il comportamento di campioni di terreno vergine sottoposti ad una prova di consolidazione isotropa con cicli di scarico e ricarico (figura 2.18a) ovvero ad una prova di compressione triassiale con un ciclo di carico e ricarico (figura 2.18b), si può notare che:

- 1) l'andamento del legame sforzi- deformazioni è non lineare;
- 2) al termine della fase di scarico si hanno deformazioni permanenti;
- 3) le deformazioni hanno luogo anche se lo stato tensionale è lontano dalle condizioni di rottura;
- 4) il comportamento del terreno può essere considerato in prima approssimazione reversibile nella fase di scarico-ricarico trascurando i cicli di isteresi osservati sperimentalmente, relativamente modesti;
- 5) l'ampiezza della zona di scarico-ricarico dipende dallo stato tensionale raggiunto prima dello scarico.

Questo tipo di comportamento è in contrasto sia, con i modelli lineari del terreno, sia con modelli di tipo elastico perfettamente plastico, per cui deformazioni plastiche sono possibili solo quando la condizione di rottura è stata raggiunta. Non è invece in contrasto con il comportamento meccanico che si ottiene distinguendo i terreni normal-consolidati da quelli sovraconsolidati (Terzaghi, 1954) Evidenzia che la transizione tra i comportamenti vergine e sovra-consolidato avviene sia in prove di consolidazione, sia in prove di taglio e triassiali.

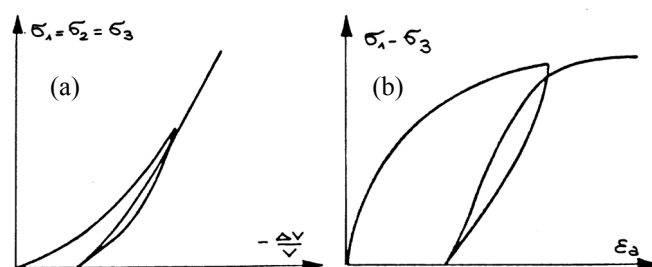


Fig. 2.18. Risultati di una prova su una sabbia vergine: (a) compressione idrostatica; (b) compressione triassiale.

Un modello costitutivo che consenta di descrivere il comportamento del terreno deve includere nella sua formulazione analitica:

- a) un criterio che stabilisca se il terreno ricade nella condizione di comportamento vergine ovvero di scarico-ricarico. Nel modello di Terzaghi il criterio consiste semplicemente nel confronto tra la tensione verticale efficace presente in sito, in un punto, e la massima tensione mai sopportata nel medesimo punto. In generale, il criterio che permette di distinguere tra i differenti comportamenti, o criterio di plasticizzazione, deve riferirsi a tutte le componenti del tensore degli sforzi efficaci;
- b) un criterio, per ciascun comportamento, che permetta di legare incrementi di sforzo a incrementi di deformazione e viceversa.

Per definire un modello simile, si può far riferimento ad uno schema di tipo elasto-plastico con incrudimento, come quelli proposti da Schofield e Wroth (1968) con il modello Cam clay.

Al modello originario, numerosi autori (Nova, 1978; Cambou, 1989; Lade, 1989; Nova, 1989; Aversa, 1991) hanno apportato piccole variazioni per interpretare meglio i risultati sperimentali, lasciando comunque inalterate le caratteristiche fondamentali.

Nei modelli di questo tipo, si assume che nella zona di scarico-ricarico, al di sotto del livello di plasticizzazione, il comportamento sia elastico lineare ovvero non lineare. Limitando l'indagine, per semplicità, a stati assial-simmetrici, tipici di prove triassiali, in cui i due sforzi e le due deformazioni principali ortogonali all'asse del provino sono uguali, si ha allora che:

$$v^e = p'/K \quad (2.4)$$

$$\varepsilon^e = q/3G \quad (2.5)$$

dove:

$$v = \text{deformazione volumetrica:} \quad v = \varepsilon_1 + 2 \varepsilon_3 \quad (2.6)$$

$$p' = \text{tensione efficace media:} \quad p' = 1/3 (\sigma_1' + 2\sigma_3') \quad (2.7)$$

K = modulo di rigidità volumetrica;

$$\varepsilon = \text{deformazione deviatorica:} \quad \varepsilon = 2/3 (\varepsilon_1 - \varepsilon_3) \quad (2.8)$$

$$q = \text{tensione deviatorica:} \quad q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (2.9)$$

G = modulo elastico tangenziale.

K e G sono parametri costitutivi del terreno. Essi non sono necessariamente costanti, ma possono dipendere dalla pressione di confinamento o dalla tensione isotropa.

Il criterio di plasticizzazione è espresso da un'equazione del tipo:

$$f(p', q, p_c) \equiv q + M \cdot p' \cdot \ln \frac{p'}{p_c} \quad (2.10)$$

dove M è un parametro legato alla resistenza del materiale, mentre p_c è funzione della sua "storia".

Se lo stato tensionale è tale che:

$$f(p', q, p_c) < 0 \quad (2.11)$$

oppure che, contemporaneamente:

$$\begin{cases} f(p', q, p_c) = 0 \\ df < 0 \end{cases} \quad (2.12)$$

con df differenziale totale di f , il comportamento meccanico si assume elastico. La (2.11), infatti, indica che lo stato tensionale è all'interno della frontiera di plasticizzazione. La prima delle (2.12) afferma, invece, che lo stato tensionale è tale da soddisfare la condizione di plasticizzazione; la seconda relazione indica che l'incremento di carico è tale da provocare un rientro in campo elastico. Perché si abbia plasticizzazione, è necessario che lo stato tensionale si trovi sulla frontiera di plasticizzazione, sia prima che dopo l'incremento di carico. Il livello di plasticizzazione, infatti, varia al variare della storia precedente del campione (figura 2.18).

Analiticamente, la plasticizzazione si manifesta quando:

$$\begin{cases} f = 0 \\ df = 0 \end{cases} \quad (2.13)$$

La seconda espressione può essere esplicitata come:

$$\frac{\partial f}{\partial p'} dp' + \frac{\partial f}{\partial q} dq + \frac{\partial f}{\partial p_c} dp_c = 0 \quad (2.14)$$

dove dp' e dq sono gli incrementi dello stato tensionale mentre dp_c è la variazione del parametro che individua la superficie di plasticizzazione. Esso è funzione delle deformazioni plastiche subite.

$$\text{Posto che: } p_c = p_c(v^p, \varepsilon^p) \quad (2.15)$$

$$\text{segue che: } dp_c = \frac{\partial p_c}{\partial v^p} dv^p + \frac{\partial p_c}{\partial \varepsilon^p} d\varepsilon^p \quad (2.16)$$

Gli incrementi infinitesimi di deformazione dv^p e $d\varepsilon^p$ sono sperimentalmente legati tra loro, e il loro rapporto non dipende dall'incremento di carico, ma dallo stato tensionale preesistente. Si può scrivere:

$$d \equiv \frac{dv^p}{d\varepsilon^p} = S(p', q) \quad (2.17)$$

in cui d è la dilatanza. La (2.17) è nota come "*stress-dilatancy relationship*" ed è stata formulata da Rowe (1962) in un altro contesto. La (2.17) è equivalente alle relazioni:

$$\begin{aligned} dv^p &= \Lambda \frac{\partial g}{\partial p'} \\ d\varepsilon^p &= \Lambda \frac{\partial g}{\partial q} \end{aligned} \quad (2.18)$$

con Λ scalare positivo e $g(p', q)$ potenziale di plasticizzazione. Se si assume:

$$g = f \quad (2.19)$$

la condizione di flusso “plastico” (2.18) viene detta associata.

Sostituendo le (2.19) e (2.18) nella (2.14) e risolvendo per Λ si ha:

$$\Lambda = - \frac{\frac{\partial f}{\partial p'} dp' + \frac{\partial f}{\partial q} dq}{\frac{\partial f}{\partial p_c} \left(\frac{\partial p_c}{\partial v^p} + \frac{\partial f}{\partial p'} + \frac{\partial f}{\partial \varepsilon^p} \frac{\partial f}{\partial q} \right)} \quad (2.20)$$

Per un assegnato incremento di carico (dp' , dq), note la (2.10) e la (2.15), è possibile calcolare Λ e gli incrementi di deformazione plastica. Rimane da esplicitare la (2.15). Sulla base di risultati sperimentali, si può assumere:

$$p_c = p_{c0} \cdot \exp\left(\frac{v^p + D \cdot \varepsilon^p}{\chi^p}\right) \quad (2.21)$$

dove p_{c0} è una pressione di riferimento, D è un parametro legato alla dilatanza a collasso, e χ^p descrive la compressibilità in condizioni isotrope (Nova, 1977). La (2.21) consente di modellare il comportamento dilatante prima del picco nel legame sforzi-deformazioni.

Il significato fisico dei parametri utilizzati dal modello è più evidente esplicitando la (2.20) rispetto alle (2.10) e (2.21):

$$\Lambda = \chi^p \frac{d \cdot dp' + dq}{M \cdot (d + D) \cdot p'} \quad (2.22)$$

dove: $d = M - q/p'$ (2.23)

Posto: $\eta = q / p'$ (2.24)

segue che:

$$\varepsilon = \frac{\eta \cdot p'}{3G} + \frac{\chi^p}{M} \ln\left(\frac{M + D}{M + D - \eta}\right) \quad (2.25)$$

$$v = \frac{\chi^p}{M} \left(\eta - D \cdot \ln\left(\frac{M + D}{M + D - \eta}\right) \right) \quad (2.26)$$

Le deformazioni deviatoriche tendono all'infinito per un valore:

$$\eta = M + D \quad (2.27)$$

Questo rappresenta quindi il valore di rottura nel senso classico. In termini di angolo d'attrito, la (2.27) equivale alla relazione di Coulomb:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \frac{1 + \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (2.28)$$

con: $\sin \phi = \frac{3(M + D)}{6 + M + D}$ (2.29)

Se la (2.27) è soddisfatta, la dilatanza è pari a:

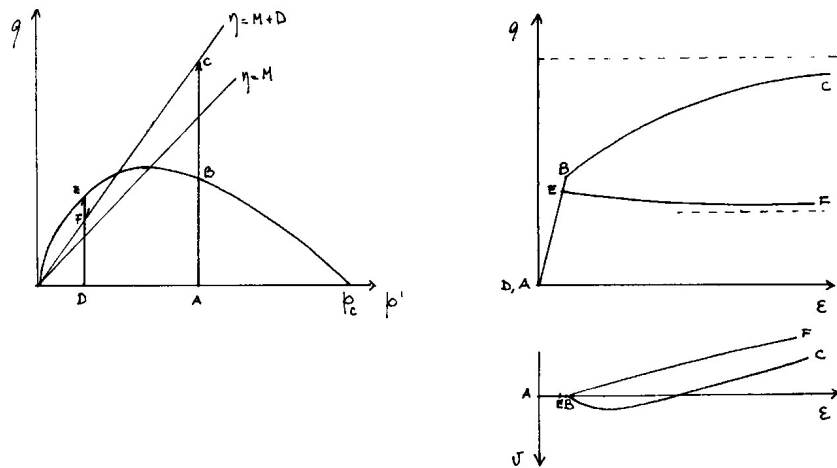


Fig. 2.19. Simulazione di prova drenata a pressione media costante su campioni sovra-consolidati (Nova, 1990).

$$d = -D \tag{2.30}$$

per cui il parametro D assume il significato di dilatanza a collasso.

Infine, il parametro χ^p regola la cedevolezza delle curve sforzi-deformazioni. Il parametro M può essere determinato essendo noto il livello di rottura e la corrispondente dilatanza. Dalla (2.23) esso è però anche il valore di η per cui si ha dilatanza nulla. In una prova non drenata:

$$dv = dv^e + dv^p = 0 \tag{2.31}$$

Quando $\eta = M$, $dv^p = 0$ e, per la (2.31), anche $dv^e = 0$. Perciò, per la (2.4), il percorso degli sforzi efficaci deve essere tale da avere $dp' = 0$, ossia tangente verticale nel piano (p', q) .

Si consideri un campione di terreno soggetto ad una consolidazione isotropa fino a p_1 e quindi scaricato fino a $p_2 < p_1$. Il comportamento del terreno sarà inizialmente elastico all'interno della superficie di plasticizzazione e diverrà plastico solo quando questa sarà raggiunta.

Si possono distinguere due possibilità. Se il livello di carico a cui questo accade è inferiore al valore di collasso $M + D$ il comportamento, da questo punto in poi, sarà analogo a quello del campione precedentemente considerato. Se, al contrario, il valore di η è più alto di $M + D$, è necessario che il livello di carico diminuisca affinché continuino ad aumentare le deformazioni deviatoriche (*softening*). Anche in questo caso, il materiale tenderà ad avere deformazioni infinite per $\eta = M + D$, ma l'asintoto sarà avvicinato dall'alto. La figura 2.19 mostra i risultati relativi a prove a pressione media costante per un campione debolmente sovra-consolidato ed uno fortemente sovra-consolidato.

2.3 – Modelli costitutivi delle rocce tenere

Il modello Cam clay può servire da guida per formulare un modello valido, dal punto di vista qualitativo, per le rocce tenere. Con il modello Cam clay è possibile descrivere la

transizione da comportamento fragile a comportamento duttile per un materiale che abbia subito un processo di pre-consolidazione.

Si assuma ora che, a differenza dei terreni vergini esista, per le rocce, un dominio iniziale di comportamento elastico, caratterizzato da una pressione p_{c0} . *p_{c0} gioca lo stesso ruolo della pressione di pre-consolidazione nelle terre.* Se applica ad un campione di roccia tenera un incremento di pressione isotropa, il comportamento sarà elastico fino al raggiungimento di p_{c0} , mentre si manifesteranno deformazioni permanenti per valori di pressione più elevati.

Se il modello Cam clay fosse applicabile anche alle rocce tenere, si avrebbe:

$$v = p / K \quad \text{per } p \leq p_{c0} \quad (2.32)$$

$$v = p / K + \chi^p \ln (p / p_{c0}) \quad \text{per } p \geq p_{c0} \quad (2.33)$$

Se si confrontano queste espressioni con i dati sperimentali ottenuti da Pellegrino (1970) su campioni di calcarenite sottoposti ad una prova idrostatica, si nota un buon accordo qualitativo (figura 2.20).

Pellegrino (1967, 1968) notò un simile comportamento anche su altri tipi di rocce tenere, come ad esempio il tufo giallo napoletano. La transizione tra comportamento reversibile e comportamento irreversibile, definito "soil like", avviene in modo abbastanza netto anche seguendo altri percorsi di carico.

In figura (2.21) i punti *A* indicano i valori sperimentali, per cui si ha transizione da comportamento reversibile a comportamento irreversibile. I punti *B* indicano invece i valori di collasso duttile (asintotico) mentre i punti *C* indicano i valori di collasso fragile. Si può notare come il modello di Cam clay rende automaticamente conto di queste differenze. La linea *DEO* rappresenta la frontiera del luogo di plasticizzazione iniziale. Se essa viene raggiunta nel tratto *DE* di incrudimento, il materiale subisce deformazioni plastiche, ma il collasso si verifica solo quando la capacità di incrudire si è esaurita, sulla linea *OD*. Se al contrario la frontiera è raggiunta nel tratto *DO*, si verifica incrudimento negativo (*softening*) e si ha un collasso di tipo fragile. Da un punto di vista qualitativo, il modello descrive quindi correttamente il comportamento osservato.

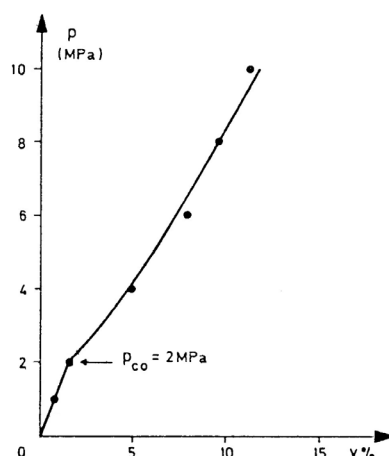


Fig.2.20. Compressione idrostatica di una calcarenite. Confronto tra i dati sperimentali (Pellegrino, 1970) e curve calcolate con un modello Cam clay (Nova, 1990).

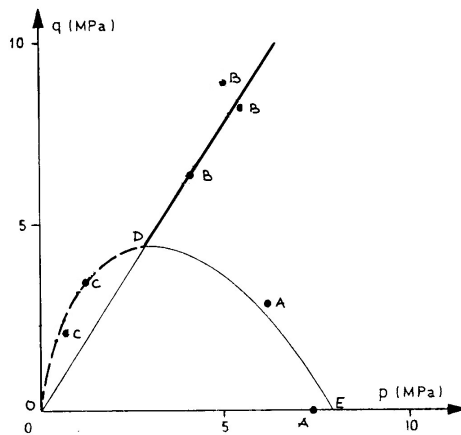


Fig. 2.21. Confronti tra punti sperimentali di plasticizzazione e linea di stato critico (linea pesante) e curve di plasticizzazione (linea leggera) calcolate sulla base del modello Cam clay (Nova, 1990).

Si può notare però che questo modello non prevede alcuna resistenza a trazione che, invece, può assumere valori dell'ordine di un decimo della resistenza a compressione semplice. Il modello va quindi modificato.

Nella Meccanica delle Terre classica esiste una procedura molto semplice che consente di trasferire i risultati ottenuti per un materiale puramente granulare (con attrito, ma con coesione nulla) ad un materiale dotato di coesione ed attrito. Essa consiste nel considerare una traslazione fittizia dell'origine degli assi nel piano di Mohr, nella direzione negativa dell'asse σ .

$$\text{Definendo: } \sigma^* = \sigma + c \cot \phi \quad (2.34)$$

Il criterio di Mohr-Coulomb per un materiale con coesione e attrito:

$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad (2.35)$$

può essere scritto come:

$$\tau = \sigma^* \tan \phi \quad (2.36)$$

In termini delle nuove variabili σ^* e τ il materiale è granulare.

Si può pensare di estendere il concetto di traslazione dell'origine anche al caso del modello costitutivo. Si definisca con p_t una pressione isotropa legata alla resistenza a trazione del materiale consolidato, che deve essere considerata un nuovo parametro costitutivo del materiale.

$$\text{Sia: } p^* = p' + p_t \quad (2.37)$$

L'equazione della superficie di plasticizzazione diviene allora:

$$f = q + M p^* \ln (p^* / p^*_d) = 0 \quad (2.38)$$

Anche con questa modifica, il modello Cam clay non è in grado di riprodurre quantitativamente il comportamento osservato nelle prove sperimentali.

Il comportamento delle terre si può descrivere con maggiore accuratezza con modelli che hanno la stessa struttura concettuale del modello presentato in precedenza,

ma che fanno uso di espressioni diverse per la legge di incrudimento, il luogo di plasticizzazione, il potenziale di plasticizzazione.

Un modello presentato da Nova (2000) prevede alcuni avanzamenti rispetto ai modelli classici. La prima differenza risiede nel potenziale di plasticizzazione. Durante la fase di destrutturazione, la relazione tra gli incrementi di deformazione volumetrico e deviatorico resta costante. Questi incrementi sono plastici, poiché in questa fase sia la tensione isotropica, sia quella deviatorica restano costanti. Di conseguenza, sono nulle le componenti elastiche degli incrementi di deformazione.

Lagioia, Puzrin e Potts (1996) hanno proposto una relazione $\eta - d$, che consente di riprodurre questa caratteristica sperimentale:

$$d = \frac{M - \eta}{\mu} \left(\frac{\alpha M}{\eta} + 1 \right) \quad (2.39)$$

Per $\alpha = 0$ e $\mu = 1$, la relazione $\eta - d$ coincide con quella del modello Cam clay originale. Variando opportunamente i parametri, si ottengono forme della superficie del potenziale di plasticizzazione adatte a riprodurre bene i risultati sperimentali.

La funzione di carico derivabile dall'espressione (2.39) non tiene conto della cementazione, che può essere facilmente introdotta con un cambio di variabili, analogo a quello illustrato precedentemente.

La superficie di snervamento che si ricava è illustrata in figura 2.22. Per un materiale intatto, le intercette della superficie di snervamento con l'asse $q = 0$ sono $-p_{t0}$ e p_{c0} . il parametro p_{c0} può essere suddiviso in due componenti: p_{s0} e p_{m0} , il primo equivalente alla pressione isotropica di preconsolidazione di un terreno e il secondo legato alla presenza dei legami. Quando il terreno sperimenta deformazioni plastiche, le variabili p_s, p_m e p_t cambiano ognuna secondo una propria legge d'incrudimento:

$$p_s = p_{s0} \cdot \exp \left[v^p + \xi \int (de_{ij}^p \cdot de_{ij}^p)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (2.40)$$

$$p_m = p_{m0} \cdot \exp[-\rho_m \cdot \varepsilon_d^3] \quad (2.41)$$

$$p_t = p_{t0} \cdot \exp[-\rho_t \cdot \varepsilon_d] \quad (2.42)$$

con: $\varepsilon_d = \int |dv^p|$ (2.43)

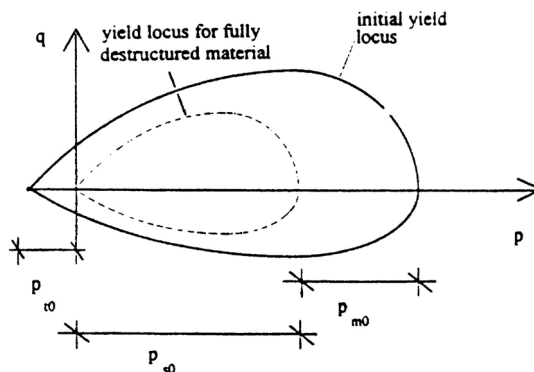


Fig. 2.22. Superficie di snervamento per un materiale con legami (Lagioia-Nova, 2000).

La prima equazione è simile a quella utilizzata per le sabbie da Nova (1977) e Wilde (1977). Le altre due sono state proposte da Lagioia e Nova (1995) per descrivere il comportamento della calcarenite di Gravina. In particolare, l'espressione cubica permette di descrivere l'occorrenza di *softening* sotto l'azione di compressione idrostatica. Questo fenomeno è legato al collasso dei legami e alla conseguente destrutturazione della roccia che si trasforma in un terreno sciolto.

Questo modello consente di descrivere agevolmente i fenomeni di diagenesi e *weathering* legando, ad esempio, la dimensione della superficie di snervamento all'indice dei vuoti, tramite la relazione:

$$e_i - e_0 = \lambda' \cdot \ln \frac{P_{ci}}{P_{c0}} \quad (2.44)$$

La diagenesi si può quindi simulare come una progressiva riduzione dell'indice dei vuoti e il *weathering* in modo opposto.

2.4 – Un modello costitutivo del tufo napoletano a grana fine (Aversa *et al.*, 1991)

La figura 2.23 mostra la retta di stato critico e i punti di snervamento ottenuti nelle prove di compressione triassiale su campioni consolidati di tufo a grana fine precedentemente descritte (figura 4.6) (Aversa, Evangelista e Ramondini, 1991). Nella stessa figura sono rappresentati i punti di snervamento ottenuti in prove di compressione isotropica (IC). Le frecce rappresentano le direzioni degli incrementi di deformazione plastica in corrispondenza dei punti di snervamento ottenuti in prove CID.

I punti di stato critico sono stati interpolati mediante involuppo di Mohr-Coulomb. La retta di stato critico è caratterizzata da coefficiente angolare $M = 1.03$ e intercetta con l'asse q uguale a 2.42 MPa. I punti di snervamento sono stati interpolati attraverso le superfici di snervamento dei modelli Cam clay e Modified Cam clay, opportunamente modificate per tenere in considerazione la resistenza a compressione uniassiale e a trazione della roccia tenera.

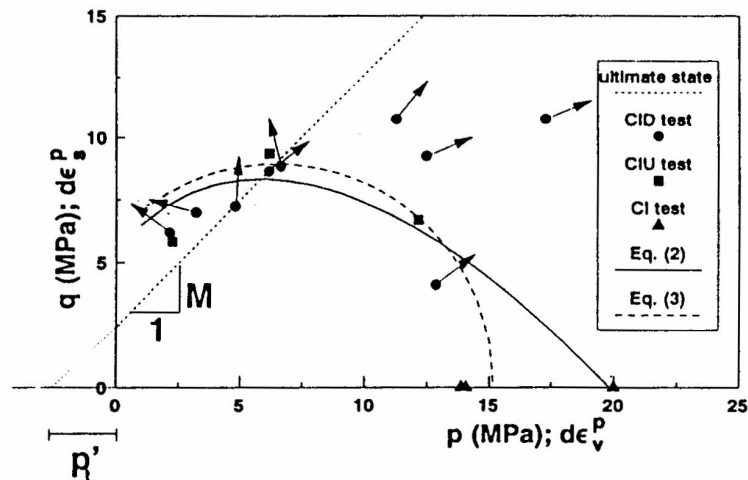


Fig. 2.23. Tufo a grana fine: CSL e punti di snervamento, interpolati con le superfici di snervamento dei modelli Cam clay e Modified Cam clay (Aversa *et al.*, 1991).

Le equazioni dei modelli costitutivi Cam clay e Modified Cam clay con intercetta non nulla sono rispettivamente:

$$q + M \cdot (p' + p'_t) \cdot \ln\left(\frac{p' + p'_t}{p'_0 + p'_t}\right) = 0 \quad (2.45)$$

$$M^2 \cdot (p' + p'_t)^2 - M^2 \cdot (p' + p'_t) \cdot (p'_0 + p'_t) + q^2 = 0 \quad (2.46)$$

in cui p'_0 e p'_t rappresentano rispettivamente la tensione di snervamento in compressione isotropica e il modulo dell'intercetta sinistra della superficie di snervamento con l'asse p' . Nessuno dei due criteri riproduce bene i dati sperimentali, che sono dispersi. Questa dispersione può essere attribuita ai diversi valori di porosità iniziale dei campioni. Nei modelli di stato critico, a materiali dotati di porosità iniziale diversa corrispondono differenti curve di snervamento. In ogni caso, la migliore corrispondenza è ottenuta attraverso la superficie di snervamento ellittica del modello Cam clay modificato.

Utilizzando i parametri λ , κ ed N ottenuti dalle prove di compressione isotropica ed i parametri M e p'_t mostrati in figura 2.23 ed un coefficiente di Poisson pari a 0.2, è possibile simulare i risultati delle prove. I valori di p'_0 si ottengono da λ , κ ed N e dal valore iniziale della porosità del campione, e differiscono da prova a prova. In Tabella 2.1 sono riportati i valori dei parametri utilizzati nella simulazione.

Nelle figure 2.24 e 2.25 è mostrato il confronto tra le curve tensione-deformazione e deformazione volumetrica-deformazione assiale sperimentali e simulate nelle prove CID. Si evidenzia un accordo qualitativo nel piano $q - \varepsilon_a$ (figure 2.24a e 2.25a). È prevista la presenza di un picco nelle prove a piccole pressioni di confinamento. Anche nelle altre prove è ben simulata la fase di *strain-hardening* dopo lo snervamento.

In campo elastico, il modello predice una rigidità non costante, ma funzione di p' . La previsione è in disaccordo con le osservazioni sperimentali su questo tipo di tufo e con quelle di Maccarini (1987) sui terreni artificialmente cementati. Per il tufo, la rigidità può essere considerata costante prima dello snervamento ed indipendente dalla pressione di confinamento (Pellegrino, 1970).

Un'altra osservazione riguarda il confronto tra il comportamento sperimentale e simulato dopo il picco nel campo dell'incrudimento negativo (*strain-softening*). La riduzione di resistenza dopo il picco è in realtà molto più rapida di quella simulata.

La manifestazione di una riduzione della resistenza dopo il picco è imputabile al collasso delle particelle che compongono lo scheletro solido e alla conseguente progressiva variazione dell'assortimento granulometrico del materiale, con aumento della frazione fina. L'effetto di questo processo, che si manifesta sotto l'azione di sollecitazioni, si traduce nella progressiva riduzione della resistenza a taglio del materiale (Cecconi *et al.*, 2002).

Tab. 2.1. Parametri del modello Modified Cam clay utilizzati nella simulazione delle prove di compressione triassiale sul tufo a grana fina (Aversa, 1991).

λ	0.1995	N (per $p' = 1$ MPa)	2.47
k	0.005	p'_t	2.37 MPa
M	1.02	ν	0.2

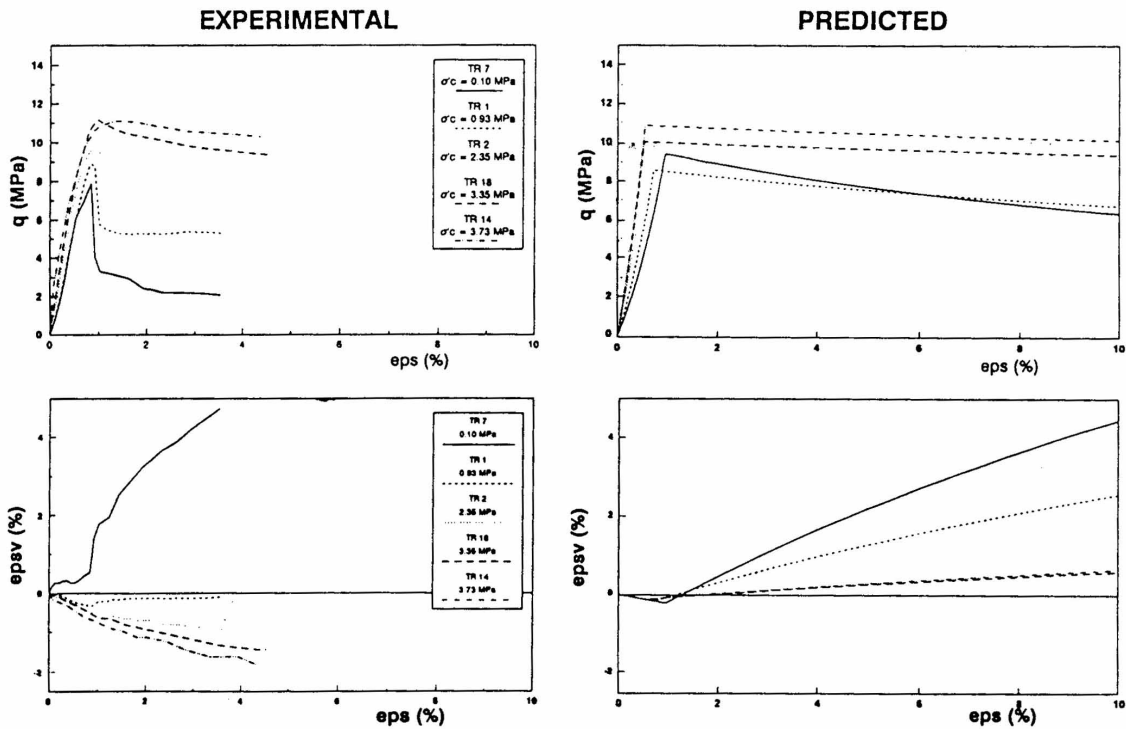


Fig. 2.24. Confronto tra le curve $q - \varepsilon_s$ e $\varepsilon_v - \varepsilon_s$ sperimentali e simulate nelle prove *CID* sul tufo a grana fina, a piccole e medie pressioni di confinamento (Aversa, 1991).

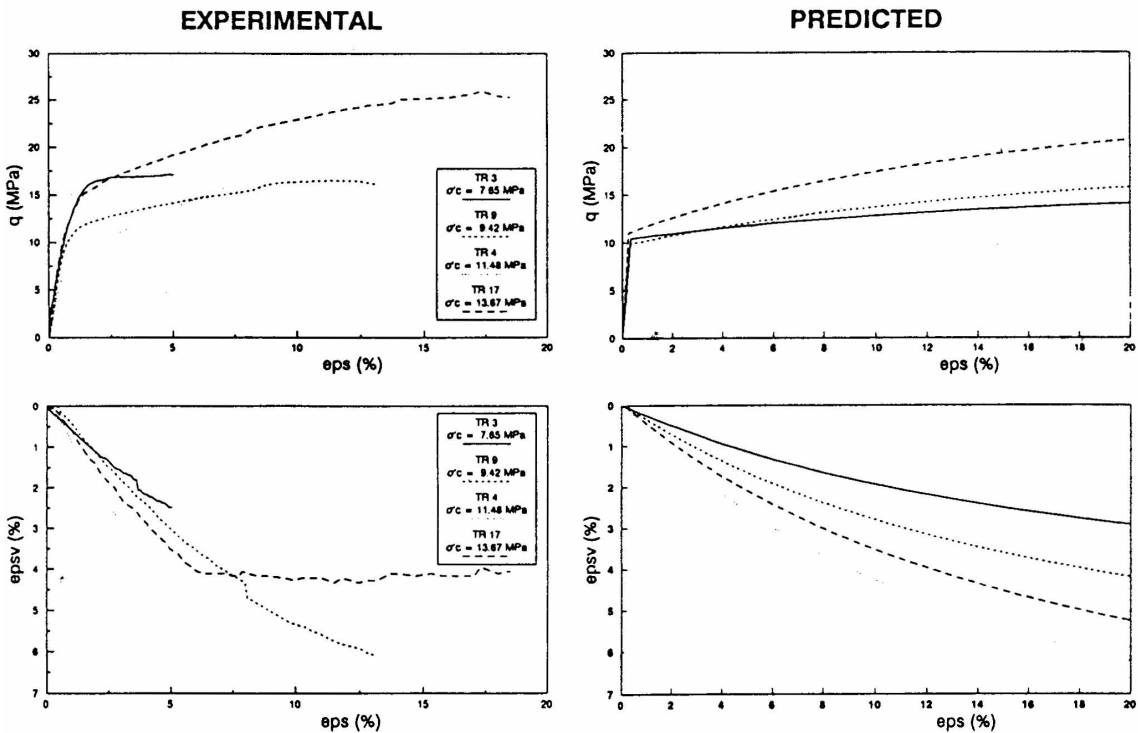


Fig. 2.25. Confronto tra le curve $q - \varepsilon_s$ e $\varepsilon_v - \varepsilon_s$ sperimentali e simulate nelle prove *CID* sul tufo a grana fina, a grandi pressioni di confinamento (Aversa, 1991).

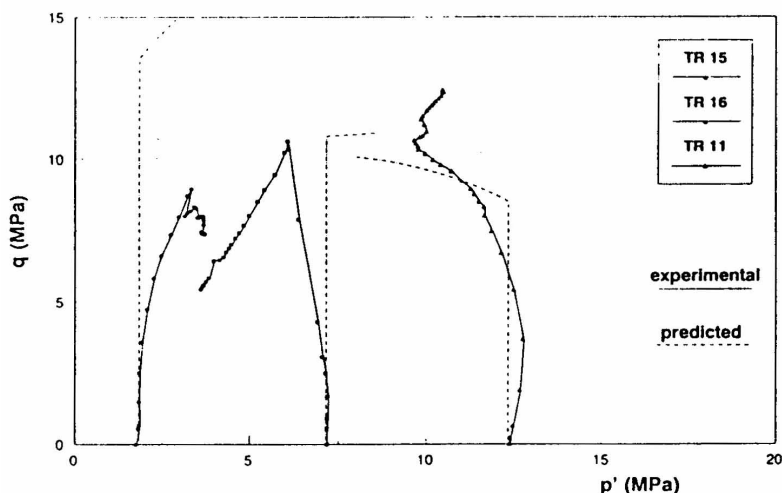


Fig. 2.26. Confronto tra percorsi di carico sperimentali e simulati ottenuti da prove CIU su tufo a grana fine (Aversa, 1991).

Il confronto tra il comportamento sperimentale e quello simulato nel piano $\varepsilon_a - \varepsilon_v$ presenta maggiori problemi. La prova *TR7* alla pressione di confinamento minore mostra un comportamento dilatante molto marcato, maggiore di quello previsto. Poiché in molte prove, al termine della prova, le deformazioni volumetriche sono ancora in evoluzione, Aversa, Evangelista e Ramondini (1991) hanno denominato questo stato ultimo, e non critico.

Nell'intervallo di medie pressioni di confinamento, i dati sperimentali mostrano un comportamento contraente associato a incrudimento negativo (*strain softening*). Nello stesso intervallo di pressioni, la simulazione esibisce dilatanza: per i modelli derivati dalla *CSSM*, infatti, l'incrudimento negativo è strettamente associato alla dilatanza.

Di conseguenza, i percorsi di carico in termini di tensioni efficaci in alcune prove non drenate (CIU) sono diversi da quelli simulati (figura 2.26). La differenza è evidente per il test *TR16*, nel quale il percorso di carico effettivo dopo il picco muove verso sinistra nella prova sperimentale e verso destra nella prova simulata. Il risultato è coerente con i risultati delle prove drenate. Queste prove, infatti, sono state effettuate su provini consolidati isotropicamente ad un valore medio di pressione di confinamento, per il quale il comportamento tensio-deformativo nella prova *CID* è contraente con incrudimento negativo.

Inoltre, la simulazione della prova *TR11* non simula la presenza di una "coda" esibita nel percorso tensio-deformativo sperimentale. La presenza di questa coda è comune a molti terreni (Coop, 1990; Georgiannu *et al.* 1990). Alcuni modelli costitutivi più avanzati (Nova, 1987), che utilizzano una legge di incrudimento non esclusivamente legata alle deformazioni volumetriche, sono in grado di simulare questo comportamento.

Lo *stress-path* simulato nella prova *TR15* è completamente diverso da quello reale. In particolare, la massima tensione deviatorica prevista è più grande di quella osservata. Questa differenza è dovuta al fatto che questo provino presenta un valore modesto di porosità iniziale e, per questo motivo, il modello predice una dimensione della prima

superficie di snervamento più grande di quella reale. L'influenza della porosità iniziale in questo modello è un altro problema che deve essere preso in considerazione.

Una migliore simulazione di queste prove è stata ottenuta da Nova (1991) con una versione modificata del modello denominato "Sinfonietta Classica". Questo modello risolve alcuni dei problemi menzionati, ma non permette di prevedere la presenza di un picco non associato a dilatanza.

2.5 – Un modello costitutivo della Pozzolana romana (Cecconi *et al.*, 2002)

I risultati di prove sperimentali su una pozzolana romana sono stati confrontati con le previsioni di un modello costitutivo, sviluppato anch'esso nel contesto dei modelli costitutivi elasto-plastici della teoria dello Stato Critico (Cecconi *et al.*, 2002).

Il modello permette di valutare alcuni degli effetti del collasso dei grani sul comportamento meccanico dei terreni granulari. Si assume che, sotto carico, le proprietà attritive del materiale si modifichino a seguito di una variazione della distribuzione della dimensione dei grani. Gli effetti di questo processo microscopico irreversibile si manifestano macroscopicamente come deformazioni plastiche accumulate. La deformazione plastica guida l'evoluzione delle variabili interne che modellano fenomenologicamente le variazioni di proprietà meccaniche indotte dal collasso dei grani, controllando la geometria della superficie di snervamento e la direzione del flusso di plasticizzazione.

L'ipotesi fondamentale è che la deformazione plastica induca una progressiva riduzione dell'angolo d'attrito. Questo assunto è intuitivamente giustificato dal fatto che il collasso dei grani, sotto l'azione dei carichi modifica, l'assortimento granulometrico; l'aumento della percentuale fina induce quindi una riduzione dell'angolo d'attrito.

In pratica si assume l'esistenza di uno stato vergine per il materiale intatto, e di uno stato completamente degradato per il materiale sottoposto a collasso dei grani e distruzione dei legami, e si interpola tra i due per mezzo di variabili interne che evolvono nel corso del carico.

In prove di compressione, l'effetto del collasso dei grani consiste in una progressiva traslazione verso il basso della curva vergine.

In prove di compressione triassiale, il modello permette di simulare, attraverso una opportuna variabile (ρ_M), una progressiva riduzione di M nel corso della prova. L'effetto di questa variazione nel piano $q - \varepsilon_s$ e $\varepsilon_v - \varepsilon_s$ per due provini sottoposti a diversi valori della pressione di confinamento è mostrato in figura 2.27. Quando $\rho_M = 0$, M si mantiene costante nel corso della prova e, nel caso *a*), la relazione tensione-deformazione ha l'andamento monotono crescente tipico dei modelli CSSM classici. Quando ρ_M aumenta a 0.01, M decresce rapidamente dal valore iniziale, relativamente grande, al valore critico stabile del materiale completamente degradato M_{crit} . La relazione tensione-deformazione *a*) può allora manifestare un picco. Se il materiale era inizialmente fortemente sovraconsolidato (figura 2.27*b*), la variazione di M induce un incremento del softening e una riduzione della resistenza allo stato ultimo. La variazione del parametro ρ_M ha effetto anche sulle deformazioni volumetriche e sulla relazione tensione-dilatanza.

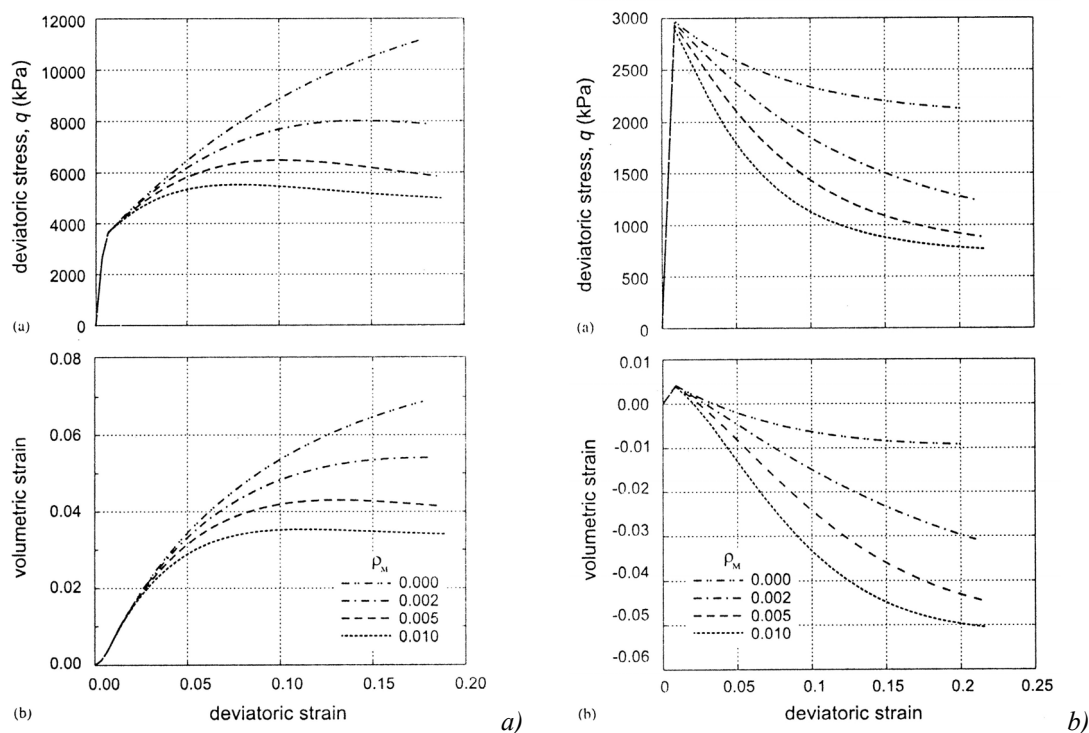


Fig. 2.27. Simulazione dei risultati di prove *CID* su un terreno granulare: *a*) leggermente sovraconsolidato; *b*) fortemente sovraconsolidato (Cecconi *et al.*, 2002).

La relazione tensione-dilatanza osservata per la Pozzolana Nera romana è utilizzata come guida per la formulazione delle leggi di incrudimento. Una delle caratteristiche salienti di questo modello è la capacità di riprodurre il fatto che il minimo valore della dilatanza segue sempre il massimo valore del rapporto tra gli invarianti di tensione.

Applicato alla Pozzolana Nera, il modello costitutivo consente di simulare correttamente il comportamento del materiale da un punto di vista qualitativo (figura 2.28). In particolare, è riprodotta bene la transizione da comportamento fragile dilatante a modeste pressioni di confinamento, a duttile contraente a grandi pressioni di confinamento, anche se non è colta a pieno la progressiva riduzione di tensione deviatorica nella prova alla pressione di confinamento più grande. Da un punto di vista quantitativo, sono sottostimati il tasso di dilatanza a modeste pressioni di confinamento e il tasso di contraenza a grandi pressioni di confinamento.

Il modello consente di cogliere l'andamento delle curve tensione-dilatanza (figura 2.29) e, in particolare, il fatto che, a modeste pressioni di confinamento, il massimo valore di η precede sempre il punto di minima dilatanza d .

Tenendo conto dell'eterogeneità intrinseca del materiale alla scala del provino, il modello complessivamente riproduce correttamente le caratteristiche salienti del comportamento meccanico del materiale.

La Pozzolana Nera, come la maggior parte delle pozzolane romane, è dotata, allo stato naturale, di una coesione reale dovuta alla presenza dei legami intergranulari. Nonostante il modello non permetta di simulare questa condizione, questa differenza

non influenza significativamente i risultati, forse perché le prove sono effettuate a livelli tensionali relativamente alti.

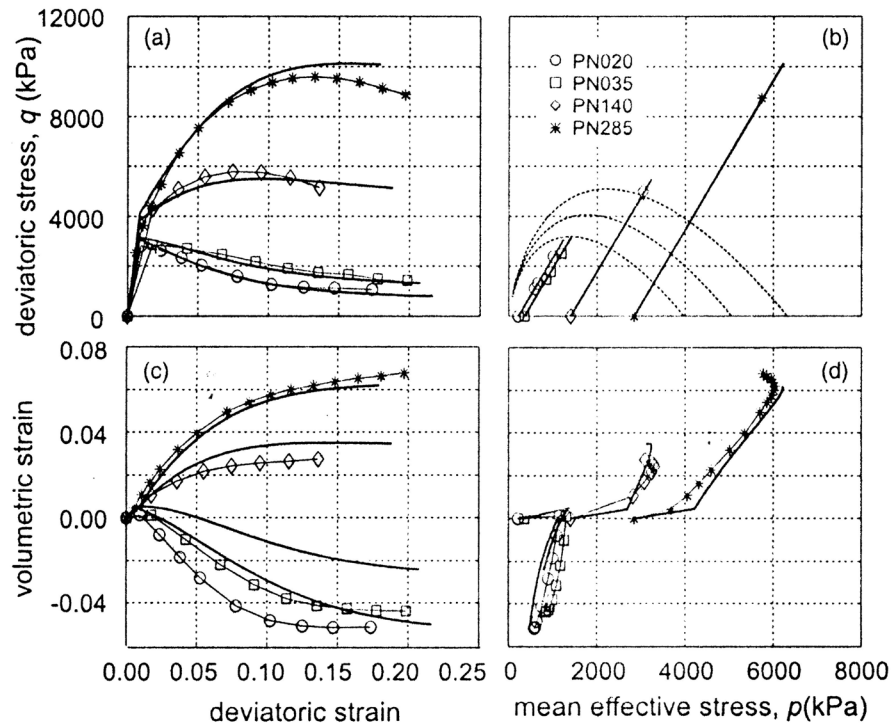


Fig. 2.29. Confronto tra risultati sperimentali e simulati di prove *CID* sulla Pozzolana Nera romana, per diversi valori della pressione di confinamento (Cecconi *et al.*, 2002)

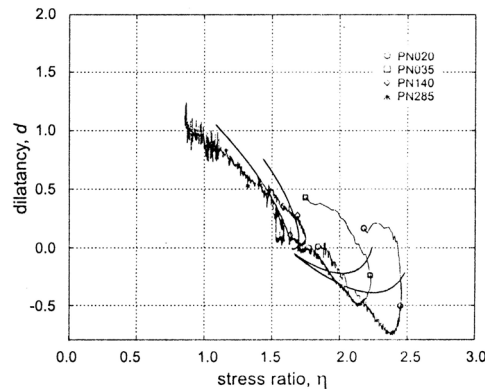


Fig. 2.30. Confronto tra le relazioni $\eta - d$ sperimentali e simulate (Cecconi *et al.*, 2002).

2.6 – Simulazione del comportamento meccanico della pozzolana romana con un modello elasto-plastico con incrudimento

La modellazione matematica della risposta meccanica delle rocce tenere viene comunemente effettuata nell'ambito di modelli della Meccanica dello Stato Critico (CSSM, Critical State Soil Mechanics).

Nell'ambito di questo quadro teorico, sulla base del modello costitutivo elasto-plastico incrudente Cam-Clay Modificato (MCCM, Modified Cam-Clay Model) sono state proposte numerosi altre leggi costitutive, alcune delle quali presentate precedentemente, le quali, senza stravolgerne la struttura concettuale ed analitica, permettono di cogliere alcuni degli aspetti più significativi della risposta meccanica osservata sperimentalmente. Tali modelli non sono tuttavia disponibili nelle librerie dei comuni, seppure ormai avanzatissimi, codici di calcolo commerciali e pertanto, a meno di un lavoro numerico di implementazione, non sono direttamente utilizzabili ai fini della progettazione o della verifica di strutture di rocce tenere.

In questo lavoro un modello costitutivo Cam-Clay modificato, disponibile con la denominazione Clay-Plasticity Model nella libreria materiali del codice di calcolo numerico agli elementi finiti Abaqus, è utilizzato per la modellazione della risposta meccanica del materiale (pozzolana) costituente i pilastri delle cavità.

La taratura dei parametri meccanici del modello viene eseguita sulla base dei risultati di un'avanzata sperimentazione su una pozzolana romana (Cecconi, 1999). I parametri del modello costitutivo κ , N , λ e ν sono valutati direttamente sulla base dei risultati delle prove di compressione triassiale su provini artificialmente ricostruiti ed analoghe prove simulate numericamente con il metodo degli elementi finiti.

I punti di stato critico sono stati interpolati mediante involuppo di Mohr-Coulomb. La retta di stato critico è caratterizzata da coefficiente angolare M e intercetta con l'asse q nulla. I punti di snervamento sono stati interpolati con la superficie di snervamento ellittica del modello Cam clay modificato. L'equazione della superficie di snervamento del modello è:

$$M^2(p'^2 - p' \cdot p_0') + q^2 = 0 \quad (4.47)$$

in cui p_0' rappresenta la tensione di snervamento in compressione isotropica.

In Tabella 2.2 sono riportati i valori dei parametri utilizzati nella simulazione.

In figura 2.30 è mostrato il confronto tra le curve tensione-deformazione e deformazione volumetrica-deformazione assiale sperimentali e simulate nelle prove triassiali drenate consolidate nel campo di pressioni di confinamento di interesse applicativo (0.05 ÷ 1.4 MPa).

Si osserva un accordo qualitativo nel piano $q - \varepsilon_a$. I percorsi tensione-deformazione sono ben simulati nei tratti generali. È prevista la presenza di un picco nelle prove a piccole pressioni di confinamento e la fase di *strain-hardening* dopo lo snervamento.

Alla pressione di confinamento più grande (1.4 MPa), la relazione tensione-deformazione ha l'andamento monotono crescente tipico dei modelli CSSM classici, mentre i risultati delle prove sperimentali mostrano una progressiva riduzione del rapporto incrementale della curva tensione-deformazione con la manifestazione di un picco. Nel campo dell'incrudimento negativo (*strain-softening*), la riduzione di resistenza dopo il picco è molto più rapida di quella simulata e il valore della tensione deviatorica allo stato ultimo è molto più piccola di quella simulata.

Il confronto tra il comportamento sperimentale e quello simulato nel piano $\varepsilon_v - \varepsilon_s$ mostra che il modello riproduce bene la transizione da comportamento fragile dilatante

a modeste pressioni di confinamento, a duttile contraente a grandi pressioni di confinamento. La transizione è colta con minore precisione nel piano $q - \varepsilon_s$.

Il disaccordo tra il modello e i risultati sperimentali è probabilmente imputabile al fenomeno del collasso dei grani (Cecconi, 2002), che induce una progressiva riduzione dell'angolo di attrito del materiale.

Il modello costitutivo consente di simulare con buona approssimazione il comportamento del materiale, fornendo una previsione del comportamento meccanico adeguata agli scopi dell'analisi geotecnica di un gran numero di casi applicativi, con il pregio della semplicità e della diffusione del modello costitutivo nelle librerie di molti codici di calcolo in uso nel settore geotecnico.

Permane l'impossibilità di simulare la capacità del materiale di esibire una modesta resistenza a trazione. Questa resistenza è in genere molto piccola nel caso delle pozzolane romane, ed in generale non si rileva dai risultati di prove sperimentali, perché è rapidamente annullata durante il prelievo ed il campionamento. Essa potrebbe tuttavia svolgere un ruolo significativo nelle applicazioni geotecniche in cui i livelli tensionali siano modesti, come nel caso dei fronti di scavo sub-verticali o di scavi in sotterraneo.

Tab. 2.2. Parametri del modello Modified Cam clay utilizzati nella simulazione delle prove triassiali sulla pozzolana romana a piccole pressioni di confinamento.

λ	0.132
k	0.0032
M	1.3
N (per $p' = 1$ MPa)	2.0
p'_o (MPa)	6.0
ν	0.25

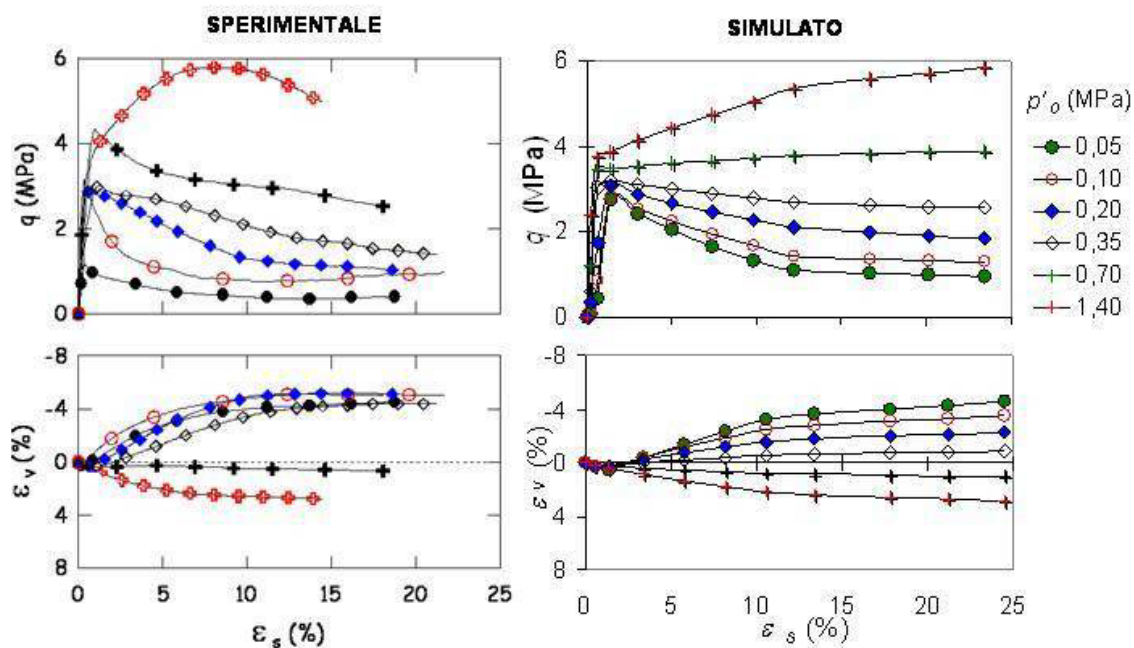


Fig. 2.30. Confronto tra le curve $q - \varepsilon_s$ e $\varepsilon_v - \varepsilon_s$ sperimentali e simulate nelle prove *CID* sulla pozzolana romana, a piccole pressioni di confinamento.

Tab. 2.3. Coefficienti del modello di Mohr-Coulomb.

Elasticità	Plasticità
$E = 900\text{MPa}$	$\beta = 44^\circ$
$\nu = 0.2$	$\psi = 44^\circ$

Tab. 2.4. Parametri di snervamento del modello di Mohr-Coulomb.

Tensione di snervamento a compressione σ_c (MPa)	Deformazione plastica ε_{pl}
8 MPa	0.000
3 MPa	0.006
2 MPa	0.015

2.7 – Modelli costitutivi per la simulazione del comportamento meccanico del tufo laziale

Si riportano di seguito i risultati della taratura di due differenti modelli costitutivi per la simulazione del comportamento meccanico del tufo che costituisce generalmente lo strato di volta dei sistemi di cavità romani. Sono esaminati e confrontati il diffuso modello di Mohr Coulomb ed un modello elasto-plastico con incrudimento denominato Damage plasticity model, entrambi disponibili nella libreria del codice di calcolo ABAQUS, utilizzato nelle simulazioni numeriche presentate nei capitoli successivi.

La taratura è stata effettuata attraverso la simulazione di prove di carico triassiali, i cui risultati sono stati confrontati con quelli di avanzate sperimentazioni in laboratorio (Aversa, 1991). Particolare attenzione è stata rivolta alla previsione del comportamento a basse pressioni di confinamento, poiché tale è lo stato di confinamento del materiale che costituisce la volta, come mostrato da analisi preliminari.

Ancor più importante è però la capacità del modello scelto di cogliere il comportamento del tufo a trazione, ed in particolare il rigido *softening* dopo il raggiungimento della resistenza a trazione di picco.

Mohr Coulomb

I parametri assegnati al modello, per un ottimale confronto con le prove sperimentali, sono riportati nelle tabelle 2.3 e 2.4.

Il modello di Mohr Coulomb nel campo delle basse pressioni di confinamento riesce a simulare bene i valori di picco della tensione deviatorica, in particolare per le prove a $P_c=100\text{kPa}$, e $P_c=930\text{kPa}$ (Fig. 2.31).

A medie pressioni di confinamento il modello sovrastima i valori di picco, nell'ordine del 16% per la prova a $p_c = 2.35\text{MPa}$, e dell' 11% per quella a $p_c = 3.35\text{MPa}$. Il modello simula poi il brusco decadimento della resistenza post-picco, ed il raggiungimento di una tensione residua, il cui valore nella prova a $p_c = 100\text{kPa}$ è ben stimato. Nella prova a 930kPa , invece, il valore residuo è sottostimato di circa il 27%. A medie pressioni di confinamento il modello simula ancora una brusca caduta di resistenza, che non permette di stimare i valori residui della resistenza in modo accettabile.

Con riferimento alle deformazioni volumetriche (Fig. 2.31) il modello non riesce a cogliere il comportamento sperimentale. La simulazione mostra infatti un

comportamento inizialmente contraente, fino al raggiungimento del picco della tensione deviatorica, seguito da una istantanea dilatazione del provino. Dopo il raggiungimento del picco di tensione il provino manifesta deformazioni volumetriche positive crescenti fino a fine prova.

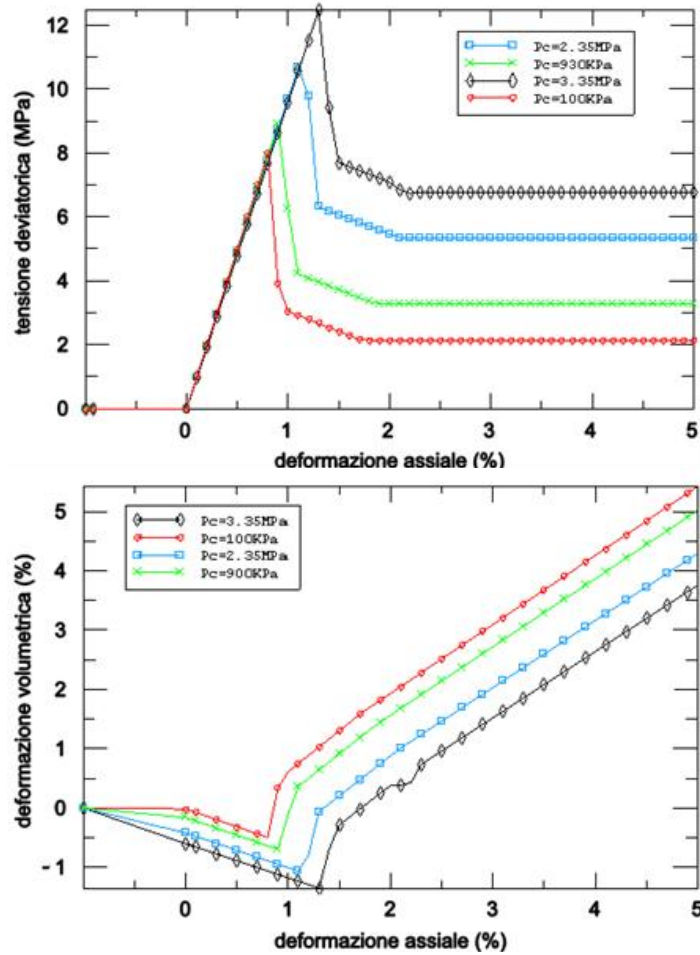


Fig. 2.31. Modello Mohr-Coulomb. Curve $q - \varepsilon_s$ e $\varepsilon_v - \varepsilon_s$ simulate nelle prove *CID* sul tufo, a piccole pressioni di confinamento.

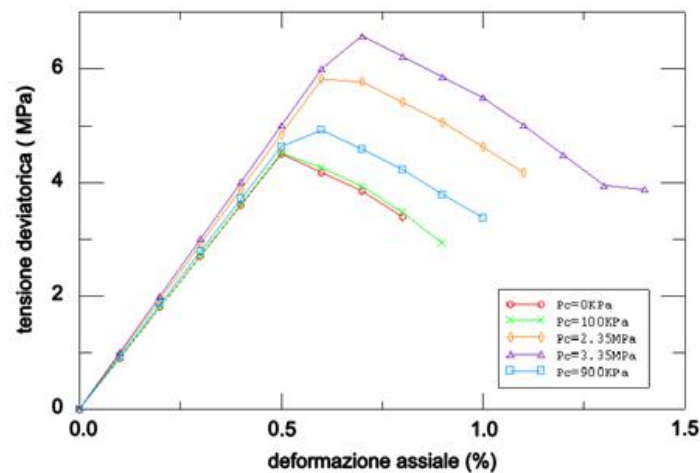


Fig. 2.32. Modello Mohr-Coulomb. Curve $q - \varepsilon_s$ in trazione simulate nelle prove *CID* sul tufo, a piccole pressioni di confinamento.

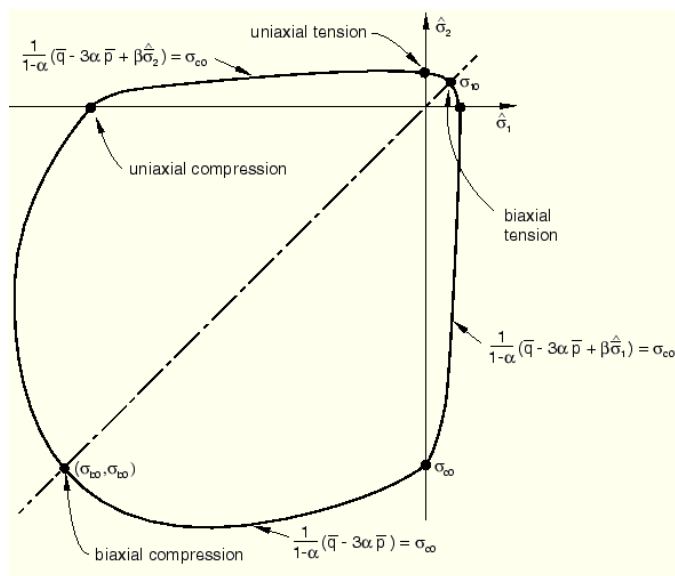


Fig. 2.33. Superficie di snervamento del Concrete Damage Plasticity Model nel piano delle tensioni principali.

Le prove a trazioni per basse p_c (Fig. 2.32) mostrano il raggiungimento di un picco di tensione troppo elevato, rispetto a valori usuali per il materiale. Il picco di tensione è più elevato per valori maggiori della pressione di confinamento. Non si riesce inoltre a simulare adeguatamente la caduta di resistenza post picco.

Le prove si arrestano per deformazioni assiali intorno all'1%. Le prove ad alte p_c mostrano un comportamento analogo, con valori stimati della resistenza a trazione troppo elevati.

Concrete Damage Plasticity Model

Il *Concrete Damage Plasticity Model* è un modello classico di danneggiamento per calcestruzzo che consente di simulare il comportamento di materiali con comportamento in trazione di tipo fragile. La superficie di snervamento del modello nel piano delle tensioni principali è mostrata in figura 2.33. I parametri assegnati al modello, per un ottimale confronto con le prove sperimentali, sono riportati nelle tabelle 2.5 e 2.6.

Questo modello simula bene le prove sperimentali a basse pressioni di confinamento. La prova a 100 kPa, ha infatti il picco ed il residuo ben stimato, compreso il decadimento della resistenza post picco che si attinge come per le prove sperimentali per deformazioni assiali dell'1%. La prova a 930 kPa ha il picco sovrastimato di un 10%, mentre il brusco decadimento si ha per una deformazione assiale leggermente maggiore (1.5 %), ed il residuo è sovrastimato di circa l'11%.

Le prove a $p_c = 2.35$ MPa e $p_c = 3.35$ MPa, invece a sovrastimano eccessivamente sia il picco sia il residuo, e non simulano il comportamento sperimentale che tende ad essere hardening a medie pressioni di confinamento.

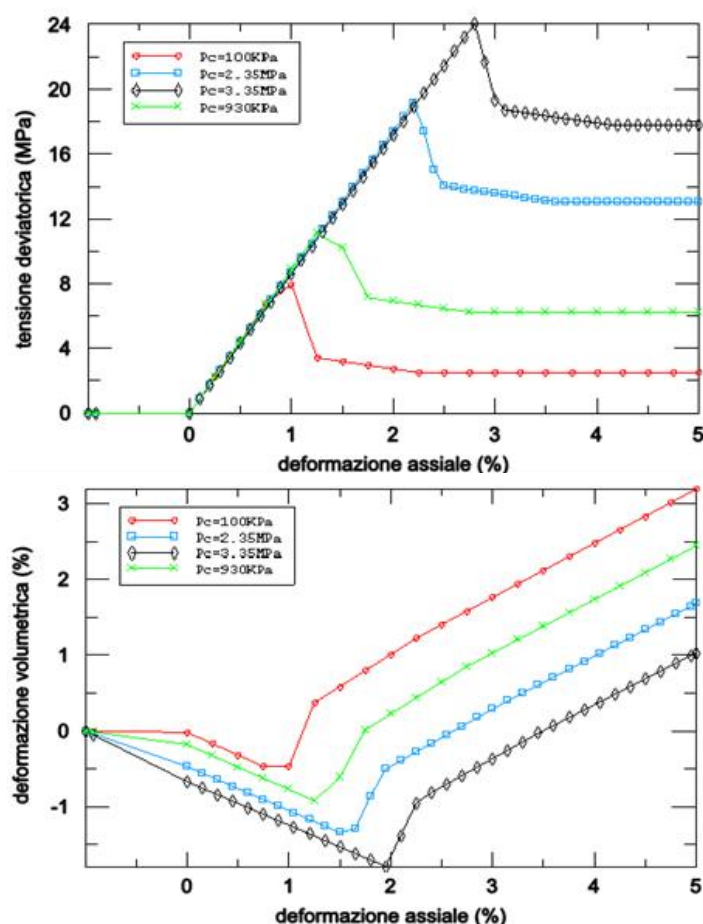
L'andamento delle deformazioni volumetriche è caratterizzato da una fase prima del raggiungimento del picco nel quale il provino si contrae, per poi dilatarsi nella fase successiva.

Tab. 2.5. Coefficienti del *Concrete Damage Plasticity model*.

Elasticità	Plasticità
$E=900\text{MPa}$	$\psi =40^\circ$
$\nu = 0.2$	$\varepsilon=0.1$
	$\sigma_{b0}/\sigma_{c0} = 5.5$
	$K_C = 0.95$
	$\mu=0$

 Tab. 2.6. Parametri per la definizione della relazione di snervamento del *Concrete Damage Plasticity model* per sollecitazioni di compressione e trazione.

Tensione di snervamento a compressione σ_c (MPa)	Deformazione plastica ε_{pl}	Tensione di snervamento a trazione σ_c (MPa)	Deformazione plastica ε_{pl}
7.5 MPa	0.000	0.5 MPa	0.000
3 MPa	0.008	0.02 MPa	0.002
2 MPa	0.02		


 Fig. 2.34. Modello Concrete Damage Plasticity. Curve $q - \varepsilon_s$ e $\varepsilon_v - \varepsilon_s$ simulate nelle prove *CID* sul tufo, a piccole pressioni di confinamento.

La prova che meglio viene simulata agli elementi finiti è quella a $p_c = 100\text{ kPa}$, ma le deformazioni sono comunque sottostimate, mentre per le altre prove il comportamento simulato differisce da quello sperimentale.

Le prove ad alte p_c non colgono il valore di picco, troppo sovrastimato. Il comportamento è simile a quello delle prove a basse e medie p_c , ma con una minore caduta di resistenza post-picco. Nella prova a 13.67 MPa, non si attinge un valore di picco nel campo di deformazioni assiale fino al 5%.

L'andamento delle deformazioni volumetriche è analogo a quello degli altri modelli.

Le prove a trazione con il modello Damage Plasticity riescono a simulare, in maniera almeno qualitativa, la perdita istantanea di resistenza che il materiale presenta dopo il raggiungimento del limite del materiale a trazione (Fig. 2.35). Nella prova a pressione di confinamento nulla ed in quella con $p_c = 100$ kPa, tale limite si raggiunge per piccole deformazioni, e la riduzione di tensione deviatorica è evidente.

All'aumentare della pressione di cella applicata questo fenomeno risulta meno evidente, e ad alte p_c , dopo il raggiungimento della resistenza limite del materiale, non si assiste a perdita di resistenza, ma il valore di picco si mantiene costante fino alla fine della prova.

In definitiva il modello di Mohr Coulomb con superficie di snervamento lineare e risposta elastica lineare, ha un picco di tensione a trazione elevato (circa 6 MPa), per che consente una rappresentazione approssimata del comportamento del tufo.

Ha però numerosi vantaggi legati al ridotto numero di parametri ed alla diffusione delle applicazioni a tufi dell'Italia centrale, consentendo il confronto con altri studi.

Il modello Concrete Damage Plasticity, fra i modelli disponibili nelle librerie del codice di calcolo in uso, è quello che consente la migliore simulazione possibile del comportamento del tufo a basse pressioni di confinamento in trazione e compressione.

Entrambi i modelli saranno impiegati nelle analisi delle volte, ed i risultati saranno via via confrontati.

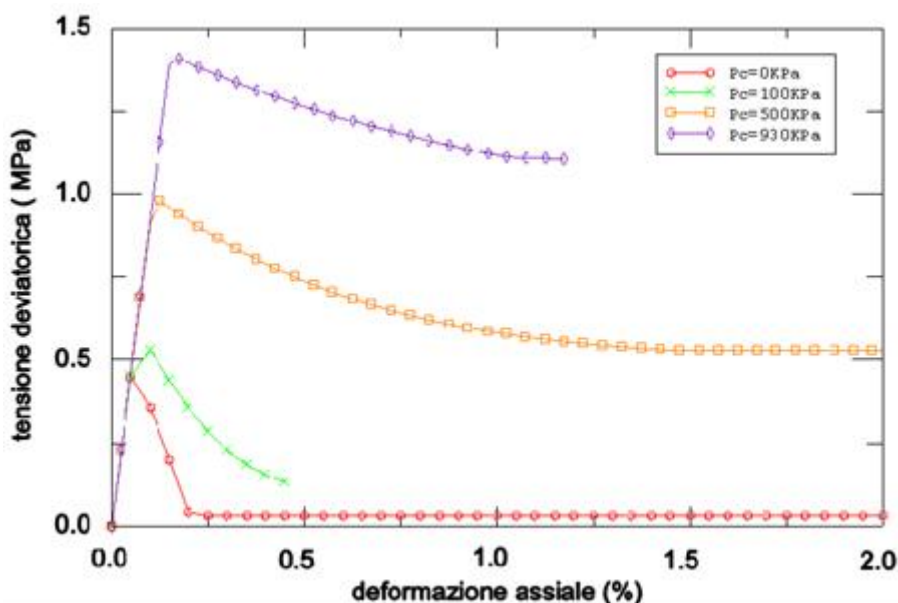


Fig. 2.35. Modello Concrete Damage Plasticity. Curve $q - \varepsilon_s$ in trazione simulate nelle prove CID sul tufo, a piccole pressioni di confinamento.