

DISTANCIAS



La medición de distancias es la base de la topografía. Aún cuando en un levantamiento los ángulos pueden leerse con buena precisión utilizando un equipo muy refinado, por lo menos tiene que medirse la longitud de una línea para complementar la medición de ángulos en la localización de los puntos.

En planimetría, la distancia entre dos puntos significa su distancia horizontal. Si los puntos están a diferente elevación, su distancia es la longitud horizontal comprendida entre las líneas de plomadas que pasan por los puntos.

5.1 Métodos de medición de distancias horizontales

En topografía las magnitudes lineales se obtienen utilizando métodos muy diversos: Gráfica, analítica, medición directa o por medición indirecta.

La medición gráfica de distancias se lleva a cabo en planos a escala ya existentes utilizando escalímetros, reglas entre otros.

Las distancias entre puntos se pueden obtener por medio de cálculos analíticos basados en información de coordenadas de los puntos extremos de la línea de la cual se quiere determinar su magnitud.

La medición de distancia en forma indirecta presenta gran variedad de métodos, uno de estos es determinar la distancia basados en la información de ángulos de un triángulo (triangulación), la medición óptica (estadimetría) en la cual con la aplicación de una fórmula se obtiene la distancia entre puntos, la aplicación de los EDM y cálculos a partir de coordenadas obtenidas con GPS. Todos estos métodos son del tipo de medición indirecta.

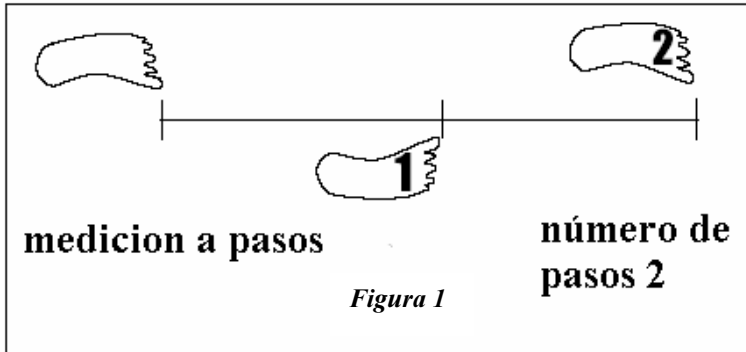
En particular, el sistema dependiente de satélites, llamado *Global positioning System* (GPS) que se traduce como Sistema de Posicionamiento Global, está reemplazando rápidamente a todos los demás sistemas. Ello se debe a diversas ventajas, pero lo más notable es su precisión y eficiencia.

Los tipos de medición directa son aquellos en los que se tiene que recorrer el terreno directamente entre los dos puntos establecidos.

1. A Pasos
2. Con Odómetro
3. Con Cinta

5.1.1 Medición a Pasos

Las distancias evaluadas a pasos son suficientemente precisas para muchos fines en topografía, ingeniería, geología, agricultura. Las medidas a pasos se usan para detectar equivocaciones de consideración, que pueden ocurrir en mediciones de distancias hechas con métodos de mayor precisión.



Medir a pasos consiste en contar el número de pasos que abarca una cierta distancia. Esto se logra convenientemente recorriendo a pasos naturales, de ida y vuelta, una distancia horizontal medida con anterioridad, por lo menos de 300m de longitud, y dividiendo la distancia conocida entre el número promedio de pasos. Para distancias cortas se necesita

conocer la longitud de cada paso, pero es conveniente saber también el número de pasos dados en 100 m para verificar distancias largas.

La medición a pasos es una de las técnicas más valiosas aprendidas en topografía, ya que tiene muchas aplicaciones prácticas y no necesita de equipo alguno.

Ejemplo 1:

Long. Medida	Número de pasos	Promedio de Pasos	Constante (m)
30	38	37.88	0.79
	39		
	37		
	36		
	38		
	37		
	39		
	39		

$$(K)Constante = \frac{Long.Medida}{Prom.Pasos}$$

¿Qué longitud se recorrió, si se contó 123 pasos?

$$(K)Constante = \frac{Long.Medida}{Prom.Pasos} \Rightarrow (K) Constante \times Prom. pasos = Long. Medida \Rightarrow$$

$$Long. Medida = 0.79m \times 123 \Rightarrow Long. Medida = 97.17 m$$

¿Cuál se la k, si en una distancia de 130.50 m se contaron 150 pasos?

$$(K)Constante = \frac{Long.Medida}{Prom.Pasos} \Rightarrow K = \frac{130.50m}{150} \Rightarrow k = 0.87 m$$

5.1.2 Medición con Odómetro



Figura 2. Tomada del libro *Topografía plana*. Leonardo Casanova M.

Un odómetro convierte el número de vueltas de una rueda de circunferencia conocida en una distancia. Este sirve para medir longitudes reales, por tal motivo se deben medir sobre terrenos mas menos planos; por ejemplo las medidas obtenidas con un odómetro instalado en un vehículo son adecuadas para ciertos levantamientos preliminares en los trabajos de ubicación de vías o caminos. También sirven como verificación aproximada de las medidas hechas mediante otros métodos.

Existe otro tipo de ruedas medidoras que sirven para determinar distancias cortas, principalmente sobre líneas curvas. Los odómetros dan distancias que deben corregirse a la horizontal si el terreno tiene una pendiente pronunciada fácilmente determinable.

$$\text{Distancia} = \text{N}^\circ \text{ de vueltas} \times \text{longitud de la circunferencia}$$

$$\text{Longitud de circunferencia} = 2 \times \pi \times r$$

Ejemplo 1:

Halle la distancia entre dos estaciones de autobús, con los siguientes datos obtenidos con un odómetro.

Nº de vueltas = 230

Diámetro = 1.10 m

$$\text{Distancia} = 230 \times (2 \times \pi \times 0.55 \text{ m}) \Rightarrow \text{Distancia} = 794.82 \text{ m}$$

Ejemplo 2:

Calcula la longitud medida con un odómetro cuya longitud de circunferencia es de 1.50 m y dio 48 vueltas.

$$\text{Distancia} = 1.50 \text{ m} \times 48 \Rightarrow \text{Distancia} = 72 \text{ m}$$

Ejercicios propuestos

¿Cuántas vueltas hay que dar con un odómetro de long. de circunferencia 0.78 m, para medir 423 m? *Respuesta: 542 vueltas.*

¿Qué longitud se midió con un odómetro, cuyo radio de circunferencia es 0.46 m y marcó 175 vueltas? *Respuesta: 505.80 m.*

¿Qué longitud se midió con un odómetro, cuya área de circunferencia es de 0.158 m² y registró 215 vueltas? *Respuesta: 297.19 m*

5.1.3 Mediciones con Cinta

La medición de una línea horizontal con cinta se basa en aplicar directamente la longitud conocida de ésta sobre la línea cierto número de veces. La medición con cinta se efectúa en seis pasos:

1. Alineación
2. Aplicación de tensión
3. Verticalidad
4. Ubicación de puntos
5. Lectura de la cinta
6. Registro de la distancia

Alineación

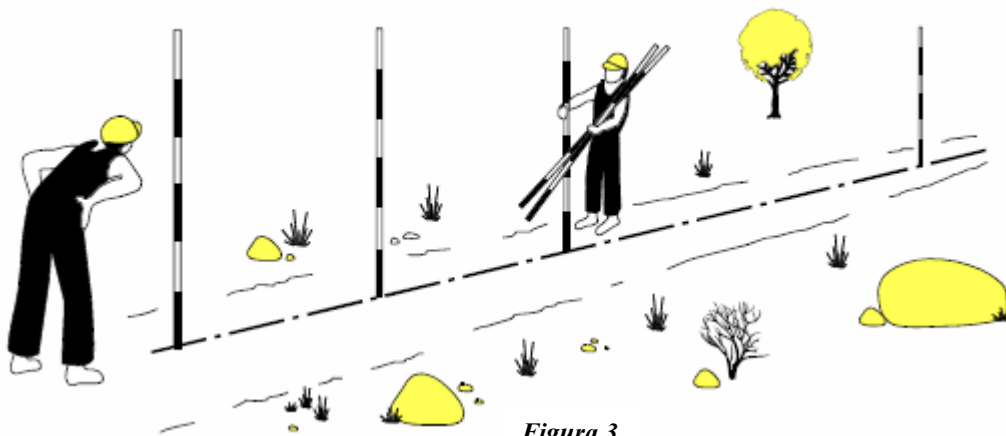


Figura 3

Medir una línea empleando jalones exige una marcación en forma bien definida en ambos extremos, y también en puntos intermedios, si fuera necesario, para asegurarse que no hay obstrucciones a las visuales. El cadenero de adelante se alinea en su ubicación por la del cadenero de atrás (o con la ayuda de un teodolito, para mayor exactitud). El cadenero de atrás debe sostener el extremo de la cinta con la marca de ceros sobre el primer punto, él cadenero de adelante que sostiene el otro extremo, es alineado por el primero. Para tener resultados precisos la cinta debe estar en línea recta y los extremos sostenidos a la misma altura. Se aplica una tensión específica, generalmente entre 10 y 25lbs. Para mantener una fuerza uniforme, cada cadenero sujeta la cinta por sus extremos, mantiene los antebrazos pegados al cuerpo y se sitúa mirando al frente en ángulo recto con la línea. En esta posición, el cadenero queda fuera de la línea visual; en estas condiciones solo necesita inclinar un poco el cuerpo para sostener, disminuir o aumentar la tensión.

Verticalidad

La maleza, los arbustos, los obstáculos y las irregularidades del terreno pueden hacer imposible tender la cinta sobre el terreno. En vez de ello, los cadeneros marcan cada extremo de una medida colocando el hilo de una plomada contra la graduación respectiva de la cinta y asegurándolo con el pulgar. El cadenero de atrás sostiene la plomada sobre un punto fijo mientras el cadenero de adelante marca la cinta.

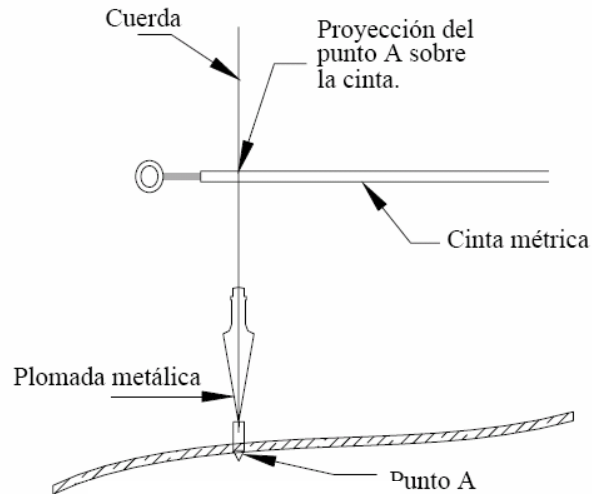


Figura 4. Tomada del libro
Topografía plana.
Leonardo Casanova M.

Ubicación de Puntos

Una vez que la cinta se ha alineado y tensado correctamente, y el cadenero de atrás está sobre el punto; el cadenero de adelante clava entonces un piquete exactamente en oposición a la marca cero de la cinta (*Fig.5 (a y b) son incorrectos*). El punto donde se clavó el piquete se verifica repitiendo la medición, hasta estar seguro de su ubicación correcta (*Fig.5 (c)*).

Después el cadenero de atrás se traslada al punto marcado y el otro cadenero se dirige hacia adelante para marcar otro tramo.

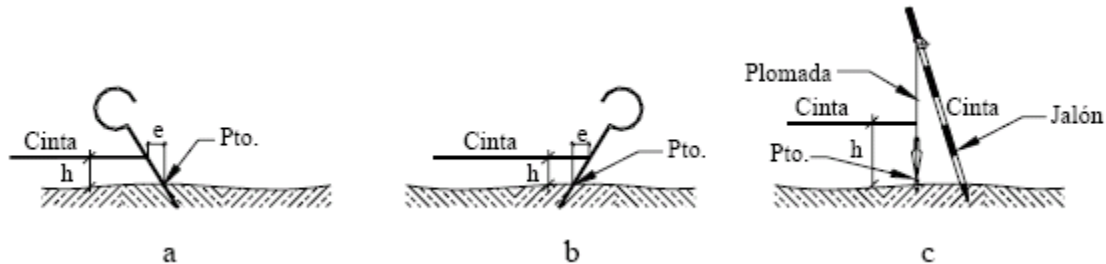


Figura 5. Tomada del libro
Topografía plana.
Leonardo Casanova M.

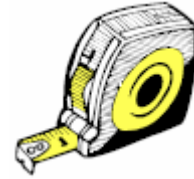
Anotación

Un trabajo preciso de campo pueden estropearlo las anotaciones hechas sin cuidado. Después de haber obtenido una medida parcial de cinta en el extremo final de una línea, se debe determinar el número de cintadas completas contando los piquetes.

Si bien los procedimientos de medición con cinta son, al parecer, relativamente sencillos, es difícil obtener a partir de ellos alta precisión. La técnica de medición con cinta es una habilidad que puede enseñarse y aprenderse mejor por demostraciones directas y prácticas de campo.

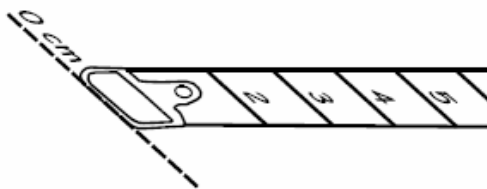
Cintas usadas actualmente

Cintas para Ingenieros y Topógrafos: Estas cintas se fabrican con lamina de acero de $\frac{1}{4}$ a $\frac{3}{8}$ de pulgadas de ancho y pesan de 2 a 3 lbs. Las cintas métricas tienen longitudes estándar de 30, 60, 100 y 150m. Todas pueden enrollarse en un carrete.

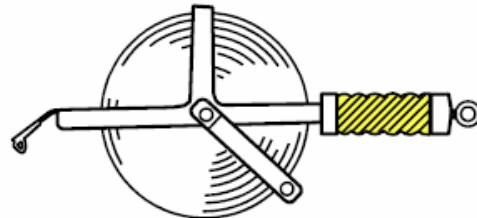


Cintas Invar: Estas cintas se fabrican con un acero de níquel especial (35% de níquel y 65% de acero), para reducir cambios en su longitud debido a variaciones de la temperatura. El coeficiente de expansión o contracción térmica es solo de $\frac{1}{30}$ a $\frac{1}{60}$ del correspondiente a una cinta ordinaria de acero. El metal es suave y algo inestable. Esta debilidad de las cintas invar, aunada a su costo unas diez veces mayor que el de las cintas comunes. Una variedad relativamente nueva, la cinta Lovar, tiene propiedades y un costo intermedio entre los de las cintas de acero común y las cintas invar.

Cintas de Tela (o Metálicas): Estas se fabrican con lienzo de alta calidad de $\frac{5}{8}$ de plg de ancho, con finos alambres de cobre entretejidos longitudinalmente para darles resistencia adicional e impedir su alargamiento excesivo. Las cintas metálicas comúnmente usadas son de 10, 20, 30 y 50 m de largo y vienen enrolladas en carretes cerrados.



Cintas de Fibra de Vidrio: Estas cintas pueden conseguirse en una gran variedad de tamaños y longitudes, y vienen generalmente enrolladas en un carrete. Pueden usarse para los mismos tipos de trabajo que las cintas metálicas.



5.1.4 Mediciones Horizontales En Terreno Inclinado

En mediciones con cinta en terrenos inclinados, es práctica normal sostener la cinta horizontal y usar una plomada en uno o, quizá, en ambos extremos. Es difícil mantener quieto el hilo de la plomada desde una altura mayor que la del pecho de una persona. El viento agrava este problema y puede ser imposible lograr exactitud en el trabajo.

Cuando no puede mantenerse la cinta horizontal en una distancia sin tener que aplomar desde una altura mayor que la de los hombros, se mide por tramos parciales que se van sumando hasta alcanzar la longitud completa. Este procedimiento es llamado *Medición Escalonada*.

En todos los casos se nivela la cinta a ojo, debiendo tener presente siempre que se tiende a poner demasiado bajo el extremo aplomado de la cinta al ir cuesta abajo. Es preferible medir cuesta abajo que pendiente arriba por dos razones. Al hacerlo en la primera forma, el punto de atrás puede sostenerse firmemente sobre un objeto fijo mientras se aploma en el otro extremo. Al medir cuesta

arriba, es posible sostener con firmeza la cinta en el punto de adelante, en tanto que en el de atrás es vacilante la colocación.

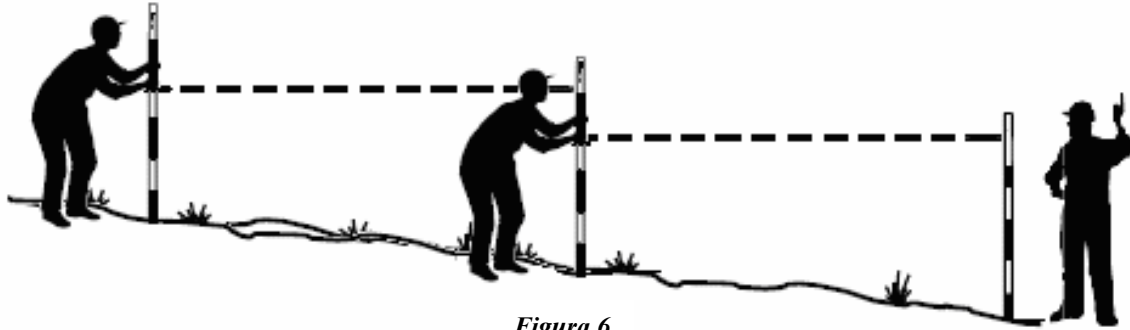


Figura 6

5.2 MEDICIÓN DE DISTANCIAS INCLINADAS

Al determinar la distancia entre dos puntos situados en una pendiente pronunciada, en vez de utilizar la cinta en tramos cortos puede ser conveniente medir sobre la inclinación y calcular la componente horizontal. Esto también requiere evaluar el ángulo α de inclinación, o bien, la diferencia de elevación d .

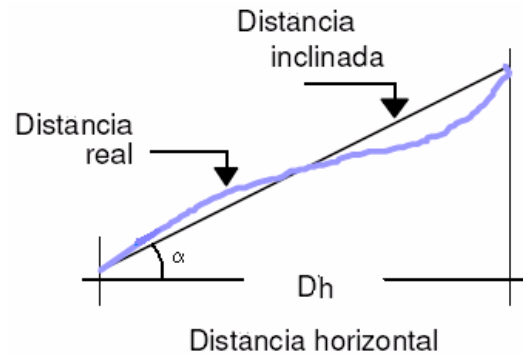


Figura 7

En la figura 7, se ve que si el ángulo α se determina, la distancia horizontal puede calcularse a partir de la relación.

$$Dh = L \cos \alpha$$

Donde Dh es la distancia entre los puntos, L es la distancia inclinada entre estos y α es el ángulo vertical de la línea medido desde la horizontal, el cual se determina generalmente con un nivel Abney de mano, un tránsito o teodolito.

Si se mide la diferencia de elevación d entre los extremos de la cinta con ayuda de un nivel, la distancia horizontal se puede calcular usando la siguiente expresión resultante de la aplicación del teorema de Pitágoras:

$$H = \sqrt{l^2 - d^2}$$

Otra fórmula aproximada, obtenida a partir del primer término de una expansión binomial del teorema de Pitágoras, y que puede usarse para convertir las distancias inclinadas en horizontales, es la siguiente:

$$H = L - \frac{d^2}{2L} \quad (\text{aprox.})$$

En la ecuación, el término $d^2 / 2L$ es igual a C en la figura anterior, y es una corrección que debe sustraerse de la longitud inclinada medida para determinar la distancia horizontal.

Ejemplo 1:

Se midió una distancia de 575.28 pie de largo de una pendiente uniforme. El ángulo de la pendiente se midió y se encontró que su valor era de $6^{\circ}22'$. ¿Cuál es la distancia horizontal?

$$H = L \cos \alpha \Rightarrow H = 575.28 \text{ pie} \times (\cos 6^{\circ}22') \Rightarrow H = 571.73 \text{ pie}$$

Ejemplo 2:

Se midió una distancia de 290.43 pies entre A y B sobre una pendiente uniforme. Las elevaciones medidas de A y B fueron de 865.2 y 891.4 pies, respectivamente. ¿Cuál es la distancia horizontal entre A y B?

$$\text{Diferencia de Elevación} = 891.4 - 865.2 = 26.2 \text{ pie}$$

$$H = \sqrt{l^2 - d^2} \Rightarrow H = \sqrt{(290.43)^2 - (26.2)^2} \Rightarrow H = 289.25 \text{ pie}$$

$$H = L - \frac{d^2}{2L} \Rightarrow H = 290.43 - \frac{(26.2)^2}{2 \times 290.43} \Rightarrow H = 289.25 \text{ pie}$$

5.3 CAUSAS DE ERROR EN LA MEDICIÓN DE DISTANCIAS CON CINTA

Existen tres clases de errores en la ejecución de mediciones con cinta:

- Errores Instrumentales: una cinta puede usarse con una longitud diferente de su longitud graduada nominal, ya sea por defecto de fabricación, por reparación.
- Errores Naturales: la distancia horizontal entre las graduaciones extremas de una cinta varía a causa de los efectos de la temperatura, del viento y del peso de la propia cinta.
- Errores Personales: se puede presentar descuidos en la colocación de piquetes, en la lectura de la cinta o en el manejo general del equipo.

Los tipos frecuentes de errores que se presentan al medir con cinta pueden ser instrumentales, naturales y subjetivas. Algunas de ellas producen errores sistemáticos, en tanto que otras dan lugar a errores aleatorios.

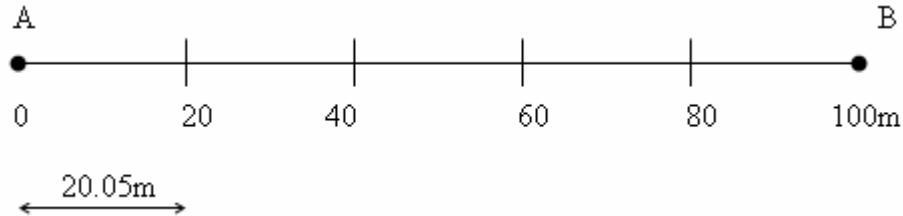
Longitud incorrecta de la cinta: Es uno de los errores sistemáticos más comunes y más graves. Los fabricantes de longímetros no garantizan, por lo general que las cintas de acero tengan exactamente su longitud nominal. La longitud real se obtiene comparando la cinta en cuestión con una certificada o una distancia medida con la cinta certificada. Un método alternativo para efectuar correcciones por longitud incorrecta de la cinta, consiste en calcular, primero, que tanto más larga o más corta es una cinta; luego se multiplica dicho valor por el número de cintadas completas que hay

en la medida de la línea. Desde el punto de vista práctico, el efecto de cualquier error es hacer incorrecta la longitud de la cinta empleada.

$$\text{Error} = V_m - V_n$$

V_m = Valor medido

V_n = Valor nominal



$$\text{Error} = 20 \text{ m} - 20.05 \text{ m} \Rightarrow \text{Error} = -0.05 \text{ m}$$

$$\text{Error total} = -0.05 \text{ m} \times 5 \text{ cintadas} \Rightarrow \text{Error total} = -0.25 \text{ m} \quad \text{Corrección total} = +0.25 \text{ m}$$

$$\text{Distancia Real AB} = 100 \text{ m} + 0.25 \text{ m} = 100.25 \text{ m}$$

- El error es negativo y la corrección es positiva
- El error es positivo y la corrección es negativa

Ejemplo 1:

Se midió una distancia de 1450 m, con una cinta de 30m, dicha cinta fue patronada resultando su medida 30.04m. ¿Calcular el error total, corrección total y la longitud real?

$$\text{Error} = 30 \text{ m} - 30.04 \text{ m} \Rightarrow \text{Error} = -0.04 \text{ m por cinta}$$

$$\frac{1450}{30} = 48 \text{ cintadas} + 3.3 \text{ m}$$

$$\text{Error Total} = (-0.04 \times 48 \text{ cintadas}) + \left[3.3 \text{ m} \times \frac{-0.04}{30} \right] \Rightarrow \text{Error total} = -1.92 + (-0.004) \Rightarrow$$

$$\text{Error total} = -1.92 \quad \text{Corrección total} = +1.92$$

$$\text{Distancia Real} = 1450 \text{ m} + 1.92 \text{ m} = 1451.92 \text{ m}$$

Ejemplo 2:

Se tomo la distancia entre los puntos B y C su valor fue de 1200m con una cinta de 20m; y debido a tanto uso, su patrón resulto ser 20.07m. ¿Calcular el error por cinta, error total, corrección total y la distancia entre los puntos B y C?

$$\text{Error} = 20 \text{ m} - 20.07 \text{ m} \Rightarrow \text{Error} = -0.07 \text{ m por cinta}$$

$$\frac{1200}{20} = 60 \text{ cintadas}$$

Error total = $(-0.07 \times 60 \text{ cintadas}) \Rightarrow$ Error total = -4.2m

Corrección total = $+4.2\text{m}$

Distancia Real = $1200\text{m} + 4.2\text{m} = 1204.2\text{m}$

Otra forma de calcular el error producido por la longitud de la cinta es aplicando la siguiente:

$$\frac{l_v}{L_n} = \frac{d_v}{d_m} \quad \begin{array}{l} l_v = \text{Longitud Verdadera} \\ L_n = \text{Longitud Nominal} \\ d_v = \text{Dist. Verdadera} \\ d_m = \text{Dist. Medida} \end{array}$$

Esta formula también se puede utilizar para replantear medidas.

Ejemplo 1:

Una distancia de 81.90m fue medida con una cinta de 30m , que mide 30.01m . ¿Cuál es la distancia correcta?

$$\frac{l_v}{L_n} = \frac{d_v}{d_m} \Rightarrow \frac{30.01\text{m}}{30\text{m}} = \frac{d_v}{81.90\text{m}} \Rightarrow d_v = 81.93\text{m}$$

Ejemplo 2:

Se desea replantear una distancia de 48.77m con una cinta de 30m , que en realidad tiene una longitud de 29.99m . ¿Cuánto se debe leer?

$$\frac{l_v}{L_n} = \frac{d_v}{d_m} \Rightarrow \frac{29.99\text{m}}{30\text{m}} = \frac{48.77\text{m}}{d_m} \Rightarrow d_m = 48.78\text{m}$$

Temperaturas anormales: Las cintas de acero se normalizan a 68°F (20°C) por lo general. Una temperatura mayor o menor que este valor ocasiona un cambio de longitud que debe tomarse en consideración. El coeficiente de dilatación y contracción térmica del acero usado en cintas ordinarias es aproximadamente de 0.00000645 por unidad de longitud por grado Fahrenheit, y de 0.0000116 por unidad de longitud por grado Celsius. Los errores debidos a los cambios de temperatura son sistemáticos y tienen el mismo signo si la temperatura es siempre superior a 68°F , o siempre inferior a este valor. Cuando la temperatura es mayor al valor normal durante una parte del tiempo empleado en medir una línea larga, e inferior a este el resto del tiempo, los errores tienden a compensarse parcialmente. Sin embargo, las correcciones deben calcularse y aplicarse. Los efectos de la temperatura son difíciles de evaluar; la brillantez solar, la sombra, el viento, la evaporación del agua en una cinta mojada y otras condiciones, hacen incierta la temperatura de la cinta.

$$C_t = 0.000012 (T - T_0) DH$$

C_t = Corrección por temperatura
 T = Temperatura a la cual se trabajo
 T_0 = Temperatura establecida
 DH = Distancia a corregir

¹ Tomada del libro Surveying. Jack B.Evett.

Coefficiente de dilatación = 0.000012 por unidad de longitud por grado Celsius
 0.00000645 por unidad de longitud por grado Fahrenheit

Ejemplo 1:

Se realizó un alineamiento para una vía férrea, este alineamiento se hizo por secciones con la misma cinta, pero a diferente temperatura. Los siguientes son los datos de las secciones medidas: **1.** (100m a 15°C); **2.** (70m a 20°C); **3.** (150m a 25°C); **4.** (200m a 30°C); **5.** (210m a 35°C); **6.** (230m a 38°C).

Calcular la corrección de cada sección, la corrección total y la distancia del alineamiento.

1. $C_t = 0.000012 (15^\circ - 20^\circ) \times 100m = -0.006m$
 2. $C_t = 0.000012 (20^\circ - 20^\circ) \times 70m = 0$
 3. $C_t = 0.000012 (25^\circ - 20^\circ) \times 150m = 0.009m$
 4. $C_t = 0.000012 (30^\circ - 20^\circ) \times 200m = 0.024m$
 5. $C_t = 0.000012 (35^\circ - 20^\circ) \times 210m = 0.038m$
 6. $C_t = 0.000012 (38^\circ - 20^\circ) \times 230m = 0.050m$
- Corrección Total (Σ) = 0.115m
 Σ de distancias = 960m

Distancia del alineamiento = 960m + 0.115m = 960.12m

Ejemplo 2:

La longitud de registrada de una línea medida a 30.5°F con una cinta de acero que tiene 100.00 pie de longitud a 68°F fue de 872.54 pie. ¿Cuál es la longitud corregida de la línea?

$C_t = 0.00000645 (30.5^\circ - 68^\circ) \times 872.54 \text{ pie} = -0.21 \text{ pie}$

Longitud de la línea = 872.54 pie – 0.21 pie = 872.33 pie

Tensión incorrecta: Cuando una cinta de acero se hala con una tensión mayor que la normal se alarga. Por el contrario, si se hala con una fuerza menor que la normal, mostrara na longitud menor que la estándar. El modulo de elasticidad del material de la cinta regula la cantidad alargada. Los errores debidos a tensión incorrecta pueden ser sistemáticos o aleatorios. La tensión aplicada aun por un cadenero experimentado es a veces mayor o menor que el valor deseado.

$$C_T = \frac{(T - T_c)}{AE} \times L$$

En donde:

- T = tensión aplicada a la cinta al momento de la medición, en kg
- T_c = tensión de calibración en kg
- L = longitud de la medida en m
- A = área de la sección transversal en cm²
- E = módulo de elasticidad de Young. Para el acero $E = 2,1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

Ejemplo:

¿Cuál debe ser la corrección por tensión que debe aplicarse a una medida de longitud $L=43,786\text{m}$, tomada con una cinta calibrada para una tensión $T_c = 4,5 \text{ kg}$, de sección transversal $A = 0,036\text{m}^2$ si al momento de la medida se aplicó una $T = 9 \text{ kg}$?

$$C_T = \frac{(9 - 4.5)}{0.036 \times 2.1 \times 10^6} \times 43.786$$

$$C_T = + 0,003 \text{ m}$$

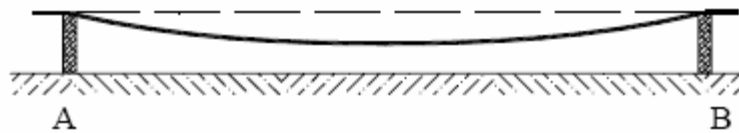
Luego la distancia real será
 $DR = 43,786 + 0,003 = 43,789 \text{ m}$

$$DR = 43,789 \text{ m}$$

Catenaria: Una cinta de acero no esta apoyada en toda su longitud, cuelga de sus extremos formando una catenaria; un ejemplo de tal caso es el cable de un puente colgante. La catenaria acorta la distancia horizontal entre las graduaciones extremas, ya que la longitud de la cinta permanece sin cambio. El efecto de catenaria puede disminuirse (aplicando mayor tensión), pero no eliminarse, a menos que se apoye la cinta en toda su longitud. Si bien la aplicación de la tensión normal permite eliminar de hecho la necesidad de efectuar correcciones tanto para la tensión como para la catenaria, este recurso no es muy común, debido a que la tensión requerida es a menudo demasiado grande como para que su aplicación resulte conveniente.

$$C_c = -\frac{W^2 \times DH}{24P^2}$$

C_c = Corrección por catenaria
 W = peso
 DH = Longitud de la cinta
 Constante = 24
 P = tensión aplicada



Cinta apoyada en sus extremos

Figura 8. Tomada del libro Topografía plana. Leonardo Casanova M.

Ejemplo 1:

Se tiene una cinta de 30m, con un peso de $w = 1.2\text{kg}$ y que esta sostenida en sus extremos, si se le aplica una tensión de 2kgf. ¿Cuál será la corrección por catenaria?

$$C_c = -\frac{W^2 \times DH}{24P^2} \Rightarrow C_c = -\frac{(1.2)^2 \times 30}{24(2)^2} \Rightarrow C_c = -0.45\text{m}$$

Ejemplo 2:

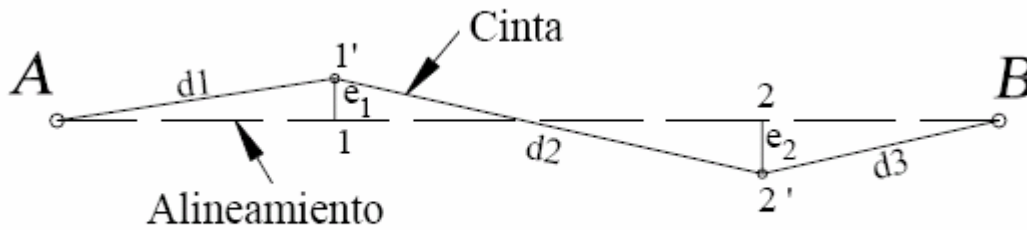
Se tiene una cinta de 20m, con un peso de $w = 0.68\text{kg}$ y que esta sostenida en sus extremos, si se le aplica una tensión de 5.5kgf . ¿Cuál será la corrección por catenaria?

$$C_c = -\frac{W^2 \times DH}{24P^2} \Rightarrow C_c = -\frac{(0.68)^2 \times 20}{24(5.5)^2} \Rightarrow C_c = -0.01\text{m}$$

Desalineación: Si uno de los extremos de la cinta queda desalineado o si se atora la cinta en algún obstáculo, se presenta un error sistemático. Los errores derivados de la desalineación no pueden ser sino sistemáticos en cuanto a su efecto, y siempre hacen que la longitud registrada sea mayor que la distancia real.

$$C_d = \frac{d^2}{2 \times DH}$$

C_d = corrección de la desalineación
 d = Desviación de la cinta
 Constante = 2
 DH = longitud de la cinta



*Plano horizontal
 Error de Alineación*

*Figura 9. Tomada del libro Topografía plana.
 Leonardo Casanova M.*

Ejemplo 1:

Se midió con una cinta de 30m, se obtuvo una desviación de la línea de 20cm. Calcular la desalineación.

$$C_d = \frac{d^2}{2 \times DH} \Rightarrow C_d = \frac{(0.2\text{m})^2}{2 \times 30\text{m}} \Rightarrow C_d = 0.0006\text{m}$$

Ejemplo 2:

Se realizó una medida con una cinta de 20m y se obtuvo una corrección de 0.001m. ¿Calcular el desalineamiento?

$$C_d = \frac{d^2}{2 \times DH} \Rightarrow d = \sqrt{C_d(2 \times DH)} \Rightarrow d = \sqrt{(0.001)(2 \times 20)} \Rightarrow d = 0.2\text{m}$$

$$L.r = 20m - 0.2m \Rightarrow L.r = 19.8m$$

Inclinación: El error que ocasiona una cinta inclinada en el plano vertical es igual al derivado por la desviación de esta en el plano horizontal. Los errores debido a la falta de horizontalidad de una cinta son sistemáticos y hacen que la longitud registrada siempre sea mayor que la longitud real.

$$C_i = \frac{h^2}{2 \times DH}$$

Ci= Corrección de inclinación

H= Desnivel de la cinta

Constante = 2

DH= longitud de la cinta

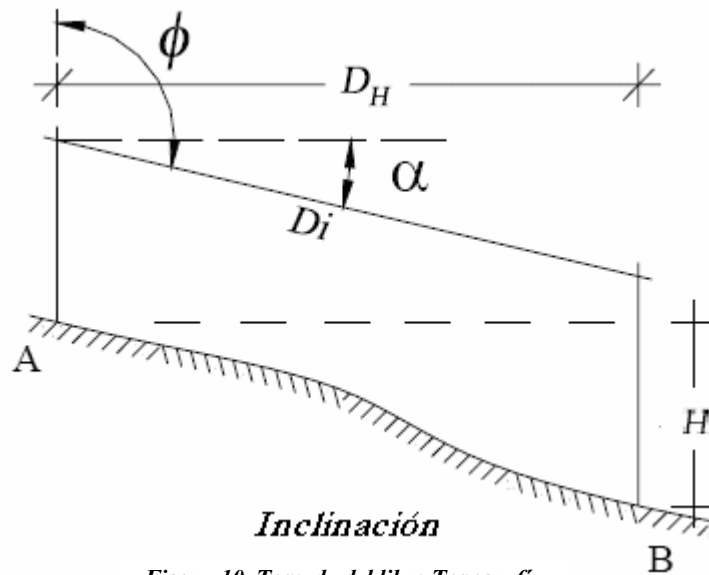


Figura 10. Tomada del libro Topografía plana. Leonardo Casanova M.

Ejemplo 1:

Se realizó una medida con una cinta de 30m, se obtuvo un desnivel de 0.30m. ¿Calcular la corrección de altura y el valor más probable?

$$C_i = \frac{h^2}{2 \times DH} \Rightarrow C_i = \frac{(0.30m)^2}{2 \times 30m} \Rightarrow C_i = 0.002m$$

$$\text{El valor mas probable (Vmp) es igual: } 30m - 0.002m \Rightarrow Vmp = 29.998m$$

Ejemplo 2:

Se realizó una medida en la cual se obtuvo una corrección de inclinación (Ci) de 0.003m y un desnivel de 0.40m. ¿Calcular la longitud de la cinta?

$$Ci = \frac{h^2}{2 \times DH} \Rightarrow DH = \frac{h^2}{2 \times Ci} \Rightarrow DH = \frac{(0.40m)^2}{2 \times 0.003m} \Rightarrow DH = 0.002m$$

Lectura incorrecta o interpolación: El proceso de apreciar centésimos en cintas graduadas solo en decimos, o bien, milésimos en cinta graduadas en centésimos, es llamado interpolación. Los errores debido a esta causa son aleatorios sobre la longitud de la línea. Pueden reducirse mediante la lectura cuidadosa, o empleando una lupa o una escala pequeña para determinar la última cifra.

5.4 Medición óptica de distancias

El proceso de medición óptica de distancias consiste en deducir la distancia a partir de un ángulo paraláctico ω y de una base L. De acuerdo con el elemento conocido existen dos métodos.

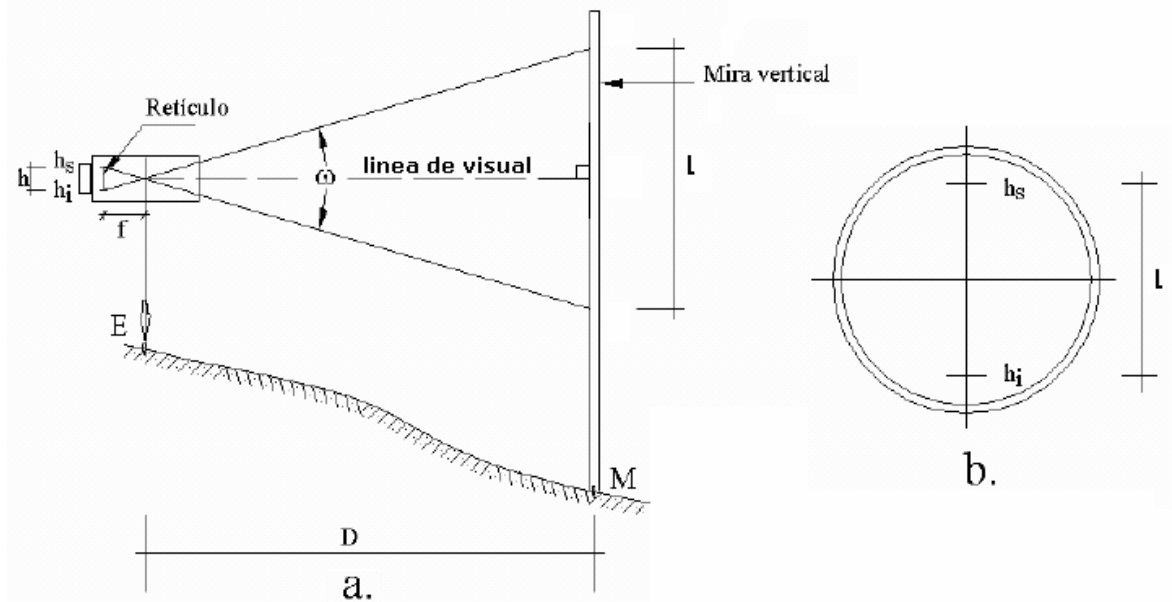


Figura 11. Tomada del libro *Topografía plana*. Leonardo Casanova M.

Los elementos se encuentran relacionados con la distancia por medio de la siguiente expresión matemática, que se puede deducir del gráfico:

$$\tan \omega/2 = \frac{L/2}{D} \Rightarrow D = \frac{L/2}{\tan \omega/2} \Rightarrow D = L/2 \cot \omega/2$$

Cuando β es conocido (fijo), se encuentra definido por los trazos horizontales en el retículo, donde G es la separación entre ellos, y por medio de ellos se obtiene la longitud de la base L (diferencia del trazo superior y la del trazo inferior) generada por la intersección de los trazos con la imagen de la mira situada en el punto visado, debiéndose cumplir que la línea de visual que pasa por el hilo medio del tránsito se perpendicular a la base. (fig. 11).

La constante (K) está dada por el intervalo entre los trazos; que son escogidos de tal manera que $\frac{1}{2} \cot \beta/2$ se igual a 100 o a 50 que son los valores más comunes, siendo así, al remplazar en la fórmula queda:

$$D = L K$$

Para las visuales horizontales

En terrenos con pendiente se debe inclinar el telescopio un ángulo al horizonte φ para poder realizar la lectura por lo tanto la distancia se obtiene por medio de la siguiente ecuación: ahora queda:

$$D = L K \cos^2 \varphi$$

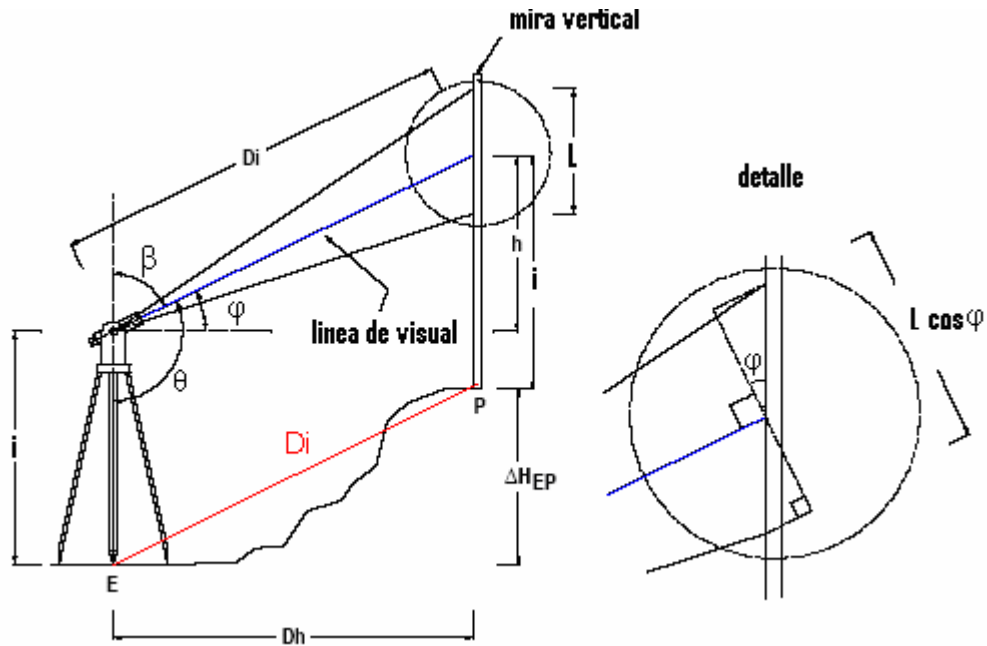


Fig. 12 tomada del libro elementos de topografía de Antonio pestana

En el grafico anterior se ve en el dibujo encerrado en la circunferencia que los valores leídos en la mira son la hipotenusa de unos triangulo rectángulo formados por la posición ideal de la mira y la posición real, para conocer el valor de L en la posición ideal de la mira multiplicamos por $\cos \varphi$ y se obtiene de esta forma la distancia inclinada correcta la cual puede ser convertida en horizontal multiplicando de nuevo por $\cos \varphi$. Es de gran importancia recordar que el \cos del φ (áng. vertical) es igual al \sin del nadiral y cenital (θ y β).

Nota: con los equipos de constante 50 se puede obtener una mayor precisión que con los de constante 100 y esto se encuentra sustentado en que si se llegase a cometer un error en la lectura de la mira; supongamos de un milímetro, para el primer equipo esto representaría un error en distancia de 5cm y para el segundo seria de 10cm.

Si lo que se desea obtener es la diferencia de elevación aplicamos la siguiente formula Para cualquier tipo de ángulo vertical:

$$\Delta H = 1/2LK \text{ sen } 2\varphi$$

El cuando se trabaja en estadimetría de mira vertical; es ideal que la altura instrumental se proyecte sobre la mira (fig. 12), con el fin de formar un paralelogramo que nos garantiza que la distancia inclinada y la línea de visual sean paralelas y de igual magnitud.

Cuando por motivos que no se pueden remediar no es posible proyectar la altura instrumental en la mira, se puede emplear una formula para corregir el ángulo vertical para la proyección en la cual se puede ver la mira; a esta formula se le conoce como la formula del error $T - O$, para el cálculo de distancias:

$$e = \frac{(T - O) \cos \varphi}{Di \operatorname{sen}^2 \varphi}$$

e = excentricidad
 Di = distancia calculada con al ángulo sin corregir
 φ = áng. de corrección por posición ideal de la mira
 T = altura instrumental
 O = proyección hm sobre la mira

Existen tres casos cuando medimos distancias inclinadas.

- $(T-O) = 0$ En este la altura instrumental es proyectada en la mira y no existe problema con el cálculo
- $(T - O) < 0$ La línea de visual es proyectada en la mira por encima de la altura instrumental. Luego de hallar la excentricidad, se le suma o resta a éste, dependiendo de su tipo:
 - *Ang. cenital* $(\beta) + e$
 - *Ang. nadiral* $(\theta) - e$
 - *Ang. vertical positivo* $(\varphi) - e$ o *Ang. vertical negativo* $(\varphi) + e$
- $(T - O) > 0$ La línea de visual es proyectada por debajo del valor de la altura instrumental. Se presenta una variación en el proceso de corrección a causa de la nueva posición de la proyección, veamos:
 - *Ang. cenital* $(\beta) - e$
 - *Ang. nadiral* $(\theta) + e$
 - *Ang. vertical positivo* $(\varphi) + e$ o *Ang. vertical negativo* $(\varphi) - e$

El error del $(T - O)$ tiene una mayor incidencia cuando se miden desniveles. El error se corrige haciendo un pequeño cambio ala formula de desnivel:

$$\Delta H = 1/2LK \operatorname{sen} 2\varphi + (T - O)$$

5.4.1 Errores en la medición óptica de distancias

- Error de apreciación en la lectura de la tercera cifra decimal a la mira vertical.
- Salvo en mediciones de distancias con mira vertical de “invar” y micrómetro óptico, en la lectura a un a mira vertical la tercera cifra decimal se determina a ojo con una apreciación de hasta 1 mm.
- Error de graduación de la mira.
- Error por temperatura.

- Error introducido por las articulaciones para el pliegue de las miras o por el desajuste de las miras de enchufe.
- Error por refracción de la visual.
- Error por la evaporación del aire. Se detecta en la parte inferior de la mira por efecto de la humedad y el calor.
- Error instrumental por inexactitud en la determinación de K. Este error se considera despreciable debido a la precisión de las técnicas de construcción de los instrumentos.
- Error de inclinación de la mira.

Muchos de los errores mencionados anteriormente pueden reducirse considerablemente, realizando un proceso de medición cuidadoso y teniendo en cuenta las siguientes indicaciones:

- Utilizar nivel esférico de mano para la verticalización de la mira.
- Tomar las lecturas a la mira a una altura del suelo donde no se afecten por el movimiento del aire por evaporación.
- No hacer lecturas en horas de mucho calor.
- No tomar lecturas a distancias mayores de 100 a 120 m.
- Ajustar periódicamente las articulaciones de la mira.

5.5 Estadía de invar

Conociendo la longitud de la base $L = 2\text{m}$ la cual es fija y teniendo estacionada (nivelada y centrada) lo más perpendicular posible a la línea de visual del equipo con ayuda de un visor óptico la estadía. Se mide el ángulo paraláctico entre las señales que tiene la mira invar², que para el caso es horizontal.

Cuando reemplazamos el valor conocido de la longitud de la mira en la fórmula vista al comienzo del tema, nos queda que la distancia es:

$$Dh = \cot \omega / 2$$

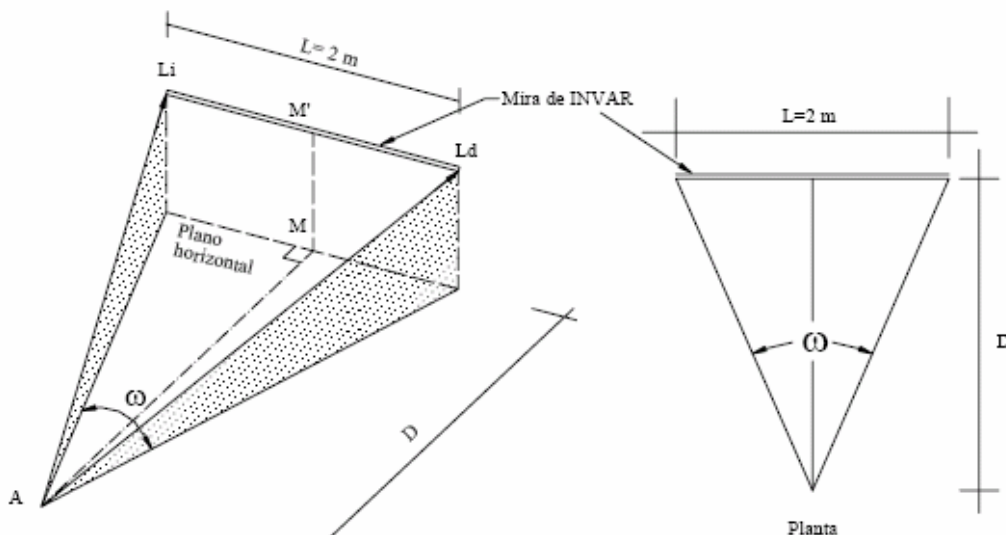


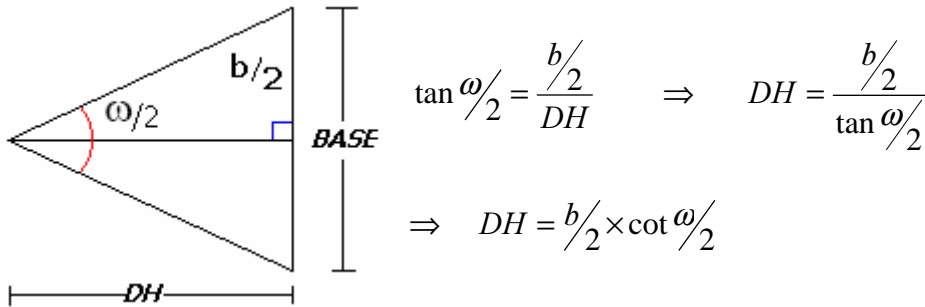
Figura 13. Tomada del libro elementos de topografía de Antonio pestana

²La mira invar. Es un instrumento de precisión empleado en la medición de distancias horizontales, esta construida de una aleación de acero y níquel.

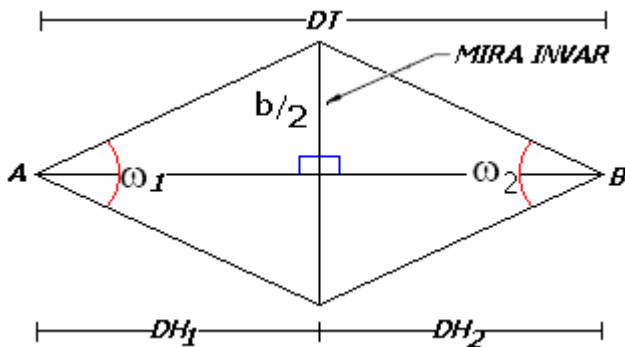
Si observamos la (fig. 13) nos podemos dar cuenta que para este método de medición de distancias no es necesario hacer corrección a la horizontal, ya que lo que se está midiendo es un diedro que va a ser el mismo ángulo a cualquier altura.

La precisión obtenida en al medición de distancias por este método depende de la precisión angular del teodolito y la mayor distancia que se puede medir esta relacionada con el poder separador del equipo.

Métodos implementados de acuerdo a la distancia a medir



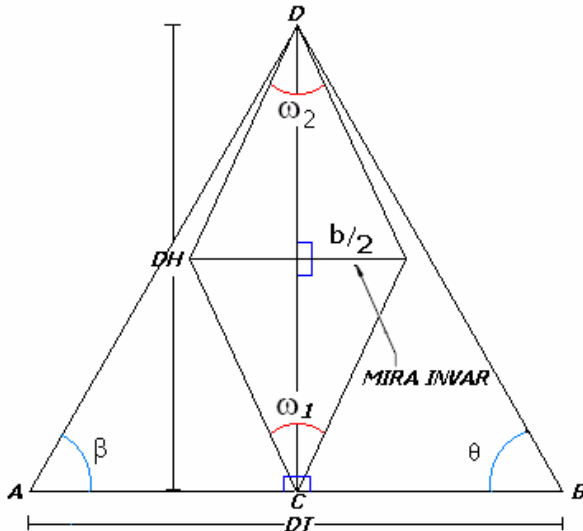
- Hallar la longitud (A,B)



$$DT = \left(\frac{b/2}{\tan \frac{\omega_1}{2}} \right) + \left(\frac{b/2}{\tan \frac{\omega_2}{2}} \right) \Rightarrow$$

$$DT = (b/2 \times \cot \omega_1) + (b/2 \times \cot \omega_2)$$

- Hallar la longitud (A,B)



$$DT = \left(\frac{b/2}{\tan \frac{\omega_1}{2}} \right) + \left(\frac{b/2}{\tan \frac{\omega_2}{2}} \right)$$

$$\tan \beta = \frac{DH}{Dist. \overline{AC}} \Rightarrow Dist. \overline{AC} = \frac{DH}{\tan \beta}$$

$$\tan \theta = \frac{DH}{Dist. \overline{CB}} \Rightarrow Dist. \overline{CB} = \frac{DH}{\tan \theta}$$

$$DT = Dist. \overline{AC} + Dist. \overline{CB}$$

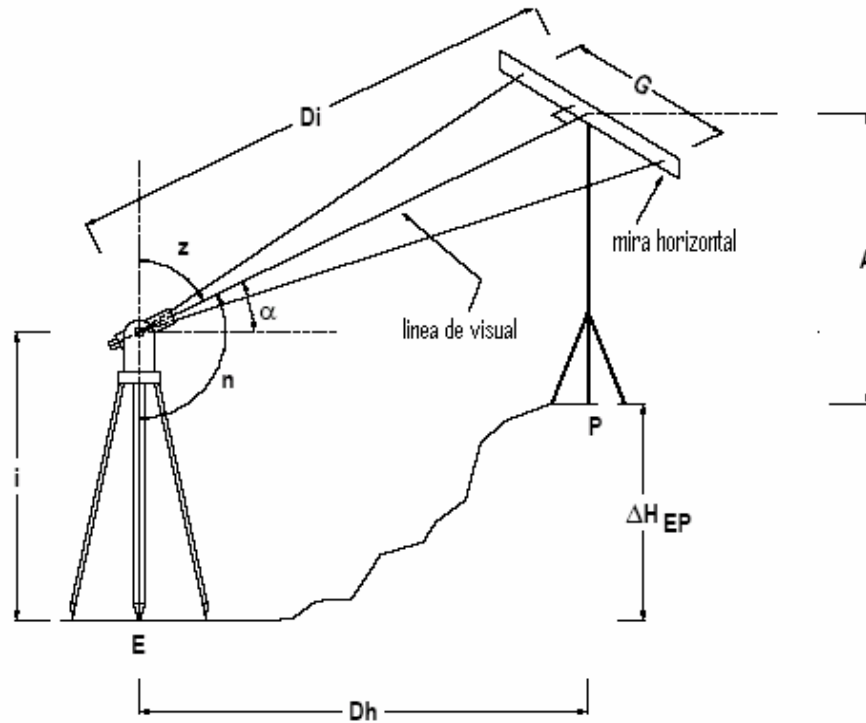


Figura 14 tomada del libro elementos de topografía de Antonio pestana

Para determinar el cálculo de distancias tenemos en cuenta:

$$K = 100 \text{ y } 50$$

$$L = H_s - H_i$$

$$H_m = \frac{H_s - H_i}{2} \quad \text{Ambos Equidistantes de } H_m.$$

$$DH = k.l.\text{sen}^2 \beta \quad (\text{Ángulo Cenital})$$

$$DH = k.l.\text{cos}^2 \varphi \quad (\text{Ángulo Vertical})$$

$$\Delta h = \frac{k}{2}.l.\text{cos} 2\beta \quad (\text{Ángulo Cenital})$$

$$\Delta h = \frac{k}{2}.l.\text{sen} 2\varphi \quad (\text{Ángulo vertical})$$

Ejemplo 1:

Halle la distancia horizontal entre los puntos P y R; utilizando los siguientes datos obtenidos en el campo.

$$H_s = 1.385 \quad H_i = 0.452 \quad \beta = 105^\circ 28' \quad K = 50$$

$$L = H_s - H_i \Rightarrow L = 0.933$$

$$DH = k.l.\text{sen}^2 \beta \Rightarrow DH = 50 \times 0.933 \times (\text{sen } 105^\circ 28')^2 \Rightarrow DH = 43.33m$$

Ejemplo2:

Calcular el ángulo vertical y el ángulo cenital con los siguientes datos:

$$DH = 128.50m \quad L = 1.463 \quad K = 100$$

$$DH = k.l.\text{sen}^2 \beta \Rightarrow \frac{DH}{k \times l} = \text{sen}^2 \beta \Rightarrow \sqrt{\frac{DH}{k \times l}} = \text{sen} \beta \Rightarrow \beta = \text{sen}^{-1} \sqrt{\frac{DH}{k \times l}}$$

$$DH = k.l.\text{cos}^2 \varphi \Rightarrow \frac{DH}{k \times l} = \text{cos}^2 \varphi \Rightarrow \sqrt{\frac{DH}{k \times l}} = \text{cos} \varphi \Rightarrow \varphi = \text{cos}^{-1} \sqrt{\frac{DH}{k \times l}}$$

$$\beta = 69^\circ 35' 8'' \text{ (Cenital)}$$

$$\varphi = 20^\circ 24' 52'' \text{ (Vertical)}$$

Ejemplo3:

Calcular Δh de las dos formas si tenemos:

$$Hm = 3.258 \quad Hi = 2.151 \quad \varphi = +10^\circ 25' \quad \beta = 79^\circ 35' \quad K = 100$$

$$Hs = 2Hm - Hi \Rightarrow Hs = 4.365 \quad L = 2.214$$

$$\Delta h = \frac{k}{2}.l.\text{sen}2\varphi \Rightarrow \Delta h = \frac{50}{2} \times 2.214 \times (2(\text{sen} + 10^\circ 25')) \Rightarrow \Delta h = 40.03m$$

$$\Delta h = \frac{k}{2}.l.\text{cos}2\beta \Rightarrow \Delta h = \frac{50}{2} \times 2.214 \times (2(\text{cos} 79^\circ 35')) \Rightarrow \Delta h = 40.03m$$

5.6 Medición electrónica de distancias

Se conoce como la aplicación de los equipos MED; que es la sigla con que se designa a esta serie de instrumentos que utilizan emisiones de ondas electromagnéticas como medio medidor de distancias. Hace algunos años estos equipos comenzaron a remplazar a los instrumentos y métodos convencionales debido a la gran precisión de medida y a la facilidad del trabajo con ellos, al principio no eran muy utilizados principalmente por el costo que implicaban y por el tamaño, siendo así, era ilógico emplearlos para trabajos que no exigieran tales precisiones; pero debido al avance de la tecnología que logro reducir su tamaño y hasta se llego a incorporarlos en los propios tránsitos (distanciometros), estos en la actualidad son los instrumentos mas empleados para la realización de levantamientos.



Figura 15. Catálogos Leica

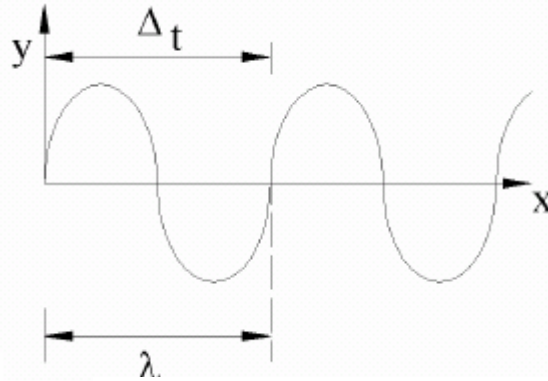


Figura 16. Tomada del libro *Topografía plana. Leonardo Casanova M.*

El principio fundamental del funcionamiento de los EDM consiste en la emisión de una onda electromagnética desde un extremo de la línea a medir por medio de un emisor a un reflector (fig. 17) que se encuentra en el otro extremo de la línea, luego la onda después de ser reflejada vuelve a un receptor en este proceso se determina el intervalo de tiempo t que demora la onda en ir y volver; siendo este el parámetro de medida. Conociendo la velocidad de la onda electromagnética utilizada se puede calcular el espacio recorrido. Para comprobar si existen errores; una misma señal se envía al reflector por dos canales diferentes, la primera señal se denomina canal de apoyo y la segunda canal informativo o canal de medición.

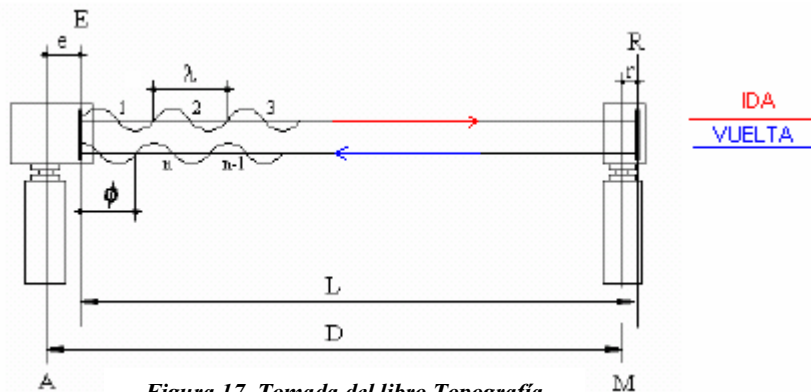


Figura 17. Tomada del libro *Topografía plana. Leonardo Casanova M.*

En el receptor se lleva a cabo la comparación de la señal de apoyo y la señal de información, de acuerdo al parámetro físico ya establecido t , en otras palabras se compara los resultados de cada una de las señales.

En general estos equipos nos permiten medir la distancia inclinada por lo que se hace necesario tener el ángulo de inclinación α para poder realizar la corrección a la horizontal, (fig. 18 Extraída de manuales de equipos leica) aplicando las siguientes formulas:

$$Dh = Di \cos \varphi \quad \text{o} \quad Dh = Di \sin \beta$$

Donde Di es la distancia inclinada, φ ángulo vertical y β ángulo cenital.

Para el trabajo ideal con el distanciómetro se debe cumplir de formar un paralelogramo, al tener el prisma a la misma altura instrumental; si esto no se puede lograr también se introduce un error de

(T-O) para el distanciómetro que puede ser calculado con: $e = \frac{(T - O)}{Di \sin 1''}$

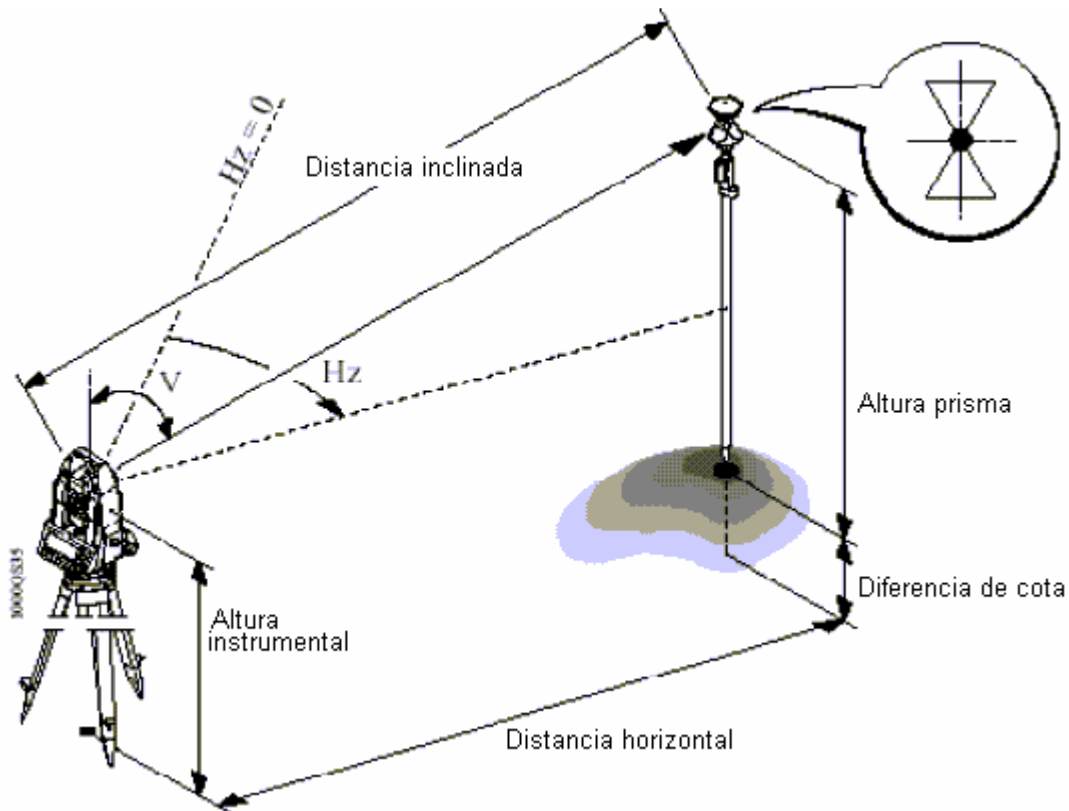


Figura 18 tomada manuales de equipos Leica Geosystem

Los EDM pueden ser clasificados de acuerdo con el tipo de onda electromagnética utilizada como medio medidor; en base a esto podemos encontrar equipos de microondas, luz visible (láser) e infrarrojos.

Los equipos que en la actualidad se conocen como estaciones total, se encuentran provistos de unos sistemas operativos que se encargan de realizar el proceso de cálculo de distancias inclinadas, transformación a la horizontal y calcular desniveles, que son mostrados en una pantalla como lo vemos en la figura 19.

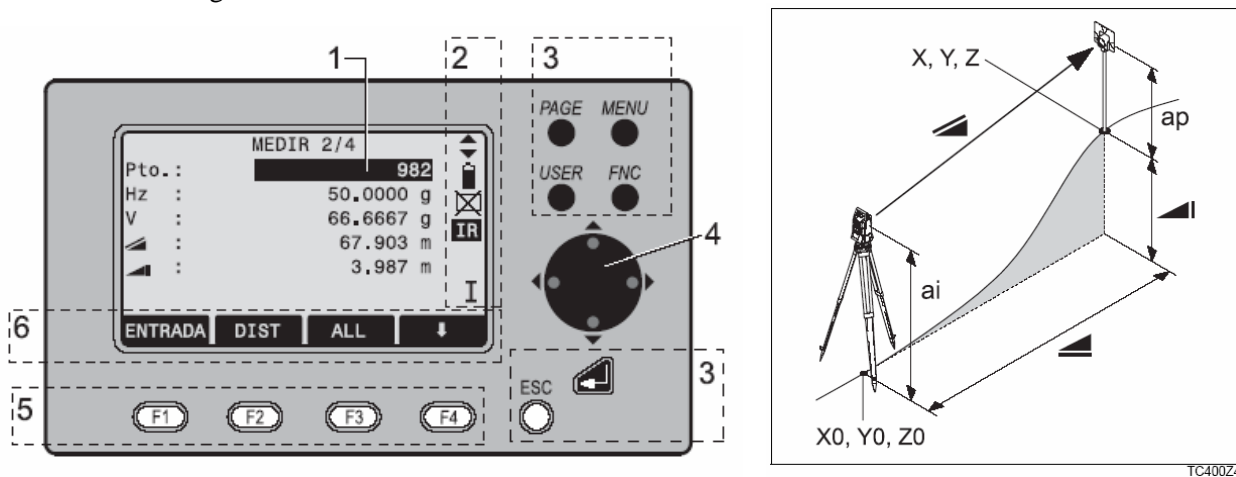


Figura 19. Tomada manuales de equipos Leica Geosystem



Figura 20. Tomada del Folleto Leica De estaciones totales TPS 1200seies

Uno de los últimos avances de esta tecnología es la eliminación de los reflectores, permitiéndose realizar el proceso de reflexión sobre cualquier superficie empleando un láser dentro de un rango de distancia dispuesto para el equipo, (fig. 19) este sistema es ideal para realizar mediciones en lugares donde es muy complicado colocar el prisma.

Estas estaciones totales al tener el sistema de emisor y receptor integrado en el equipo, solo presentan un elemento al que llamamos ojo que en estos sirve de emisor y receptor, a diferencia de los instrumentos antiguos donde se necesitaban dos ojos. (fig. 20).

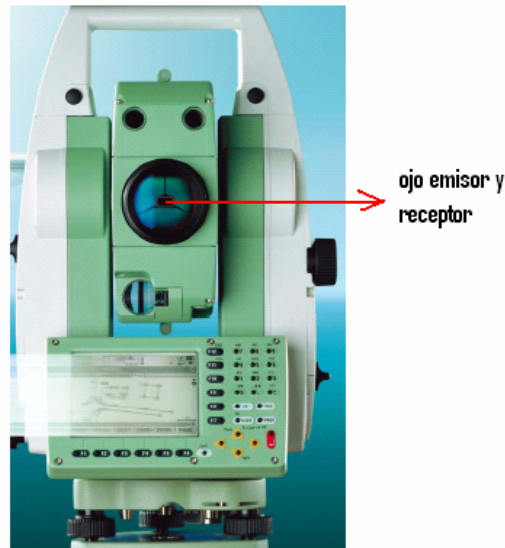


Figura 21. Tomada del Folleto Leica De estaciones totales TPS 1200seies

5.7 Medición de ángulos empleando la cinta

Para trabajar utilizando la cinta como ya se dijo es importante el conocimiento en geometría y trigonometría, debido a que el fundamento de el trabajo es formar triángulos empleando el vértice de el ángulo para luego medir sus lados con la cinta y calcular el ángulo a través de los métodos de el seno, el coseno y el método de la tangente.

Método del seno

Este método consiste en medir, sobre los lados que conforman el ángulo, una distancia la cual denominaremos con la letra (r) y unir los puntos finales de los segmentos (r), que tienen la característica de ser iguales “ver figura”, la distancia entre estos dos puntos reciben el nombre de cuerda (c). Después de realizar este proceso tenemos como resultado un triángulo isósceles en el cual la altura es igual a la mediana y a la bisectriz, permitiéndonos resolver el problema empleando la siguiente formula:

$$\alpha = 2 \arcsen \left(\frac{bc}{2L} \right)$$

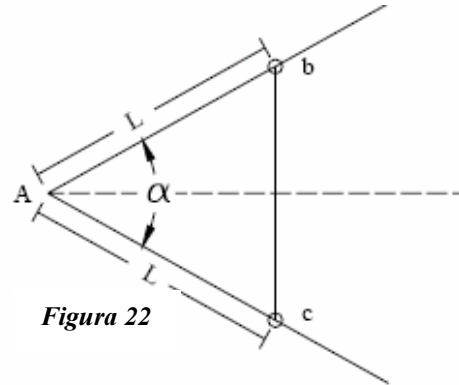


Figura 22

Método del coseno

En este método también es necesario medir unas distancias sobre los lados que forman el ángulo, pero con la diferencia de que no es necesario que sean iguales, luego se mide la cuerda y lo que tenemos como resultado es un triángulo cualquiera el cual puede ser resuelto aplicando la ley de los cosenos para calcular el ángulo correspondiente (fig. 23).

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \times \cos A$$

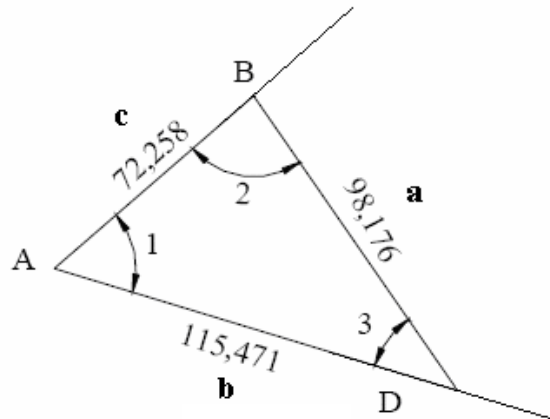


Figura 23

Método de la tangente

Como hemos visto en los otros métodos tenemos que medir 3 distancias en este solo necesitamos medir 2, debido a que la idea es formar un triángulo rectángulo aprovechando los lados que forman el ángulo, para esto medimos una distancia (r) sobre uno de los lados y del punto final de el segmento (r) se traza una perpendicular al lado opuesto hasta que se intercepte con el y medimos esa distancia la cual será denominada con (h)

$$\tan \alpha = \frac{h}{r}$$

$$\tan \alpha = \frac{h}{r}$$

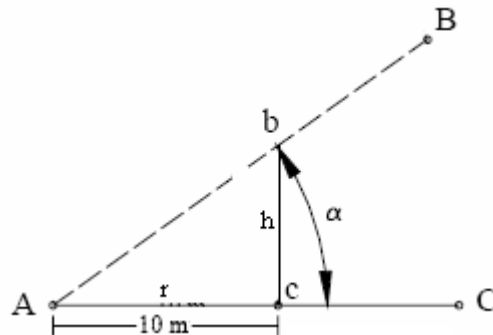


Figura 24

NOTA: Estos métodos solo se pueden emplear en las ocasiones que los lados formen ángulos entre 0° y 180°, es importante también aclarar que son utilizados en trabajos que no requieran demasiada precisión y que necesiten un desarrollo rápido, debido a la característica de estos de ser métodos ágiles de toma de información.