

## **V. MULTI-CARRIER CDMA (MC-CDMA)**

### **V-1. Introducción**

Las comunicaciones multiportadora (**MC**) proveen una solución elegante al problema de la interferencia intersimbólica originada por multitrayectorias en el canal. **CDMA** es un esquema que soporta múltiples usuarios, capacidad de rechazo de interferencia, seguridad, entre otras.

La técnica de acceso múltiple por división de código (**CDMA**) ha sido ampliamente considerada para el canal radio móvil de banda ancha. En el esquema de alta tasa de transmisión de datos, **CDMA** sufre drásticamente de desvanecimiento selectivo en frecuencia que destruye la ortogonalidad de las secuencias de código identificador entre cada usuario y que resulta en interferencia de acceso múltiple (**MAI**) e intersimbólica (**ISI**) [16]. Debido a lo anterior, la técnica de multicanalización por división de frecuencias ortogonales (**OFDM**) (ó conocida como multiportadora), fue propuesta en combinación con **CDMA** para eliminar el problema antes mencionado, manteniendo la eficiencia de ancho de banda, mediante la utilización de un símbolo **OFDM** de mayor duración, posiblemente con tiempo de guarda y un espectro traslapado.

**MC-CDMA** es una técnica de espectro esparcido de acceso múltiple con mucho futuro, es más efectiva en el enlace descendente, donde el control de la fase es implementado más fácilmente. Además la mayoría de los esquemas inalámbricos son asimétricos (generalmente el enlace descendente transporta mayor cantidad de información que el enlace ascendente).

Algunas de las limitaciones de **CDMA** son por Interferencia de Acceso Múltiple (**MAI**) y por interferencia intersimbólica (**ISI**), debido a los desvanecimientos por multitrayectorias. El canal radio es altamente hostil cuando se requiere una alta tasa de transmisión de los datos (mucho ancho de banda), por lo que existirá desvanecimiento selectivo en frecuencia (**FSF**) para una transmisión de portadora única. **OFDM** es robusto al **FSF**, pero tiene dificultad para lograr la sincronización de las subportadoras.

La combinación de ambos esquemas compensa las respectivas deficiencias de cada esquema.

Se puede concluir que el esquema **MC-CDMA** es más eficiente en ancho de banda, potencia, **SNR** y **BER** en comparación con el esquema **SC** (portadora simple). Existe un compromiso entre costo, eficiencia y relativa complejidad tecnológica. Se recomienda su uso en enlace descendente en combinación de algún otro esquema de acceso en enlace ascendente.

## **V-2. Definiciones**

Hay distintas formas equivalentes de describir **MC-CDMA** [17]:

1. **MC-CDMA** es una forma de **CDMA** o espectro expandido, pero aplicando el ensanchamiento en el dominio de la frecuencia. (más bien que el dominio del tiempo como en **DS-CDMA**).
2. **MC-CDMA** es una forma de **DS-CDMA**, pero después de ensancharse, se realiza una Transformada Discreta de Fourier (mediante el algoritmo **FFT**).
3. **MC-CDMA** es una forma de **OFDM**, pero primero aplicamos una operación de matriz ortogonal a los bits de usuario. Por consiguiente, **MC-CDMA** a veces también se llama "**CDMA-OFDM**".
4. **MC-CDMA** es una forma de **DS-CDMA**, pero nuestra secuencia de código es la Transformada de Fourier de una secuencia Walsh Hadamard (Código ortogonal).
5. **MC-CDMA** es una forma de diversidad de frecuencia. Cada bit es transmitido simultáneamente (en paralelo) en varias subportadoras diferentes. Cada subportadora tiene un offset constante de fase. El grupo de offsets de frecuencia forma un código para distinguir diferentes usuarios.

Debemos destacar que nuestro **MC-CDMA** no es lo mismo que **DS-CDMA** usando múltiples portadoras.

### **V-3. Ventajas**

A continuación indicaremos las principales ventajas de **MC-CDMA**, las cuales dependen de con que técnica la comparemos [17]:

- Comparada con **DS-CDMA**:

**DS-CDMA** es un método para compartir el espectro entre múltiples usuarios simultáneos. Por otra parte, puede explotar diversidad de frecuencia, usando receptores de **RAKE**. Sin embargo, en un canal dispersivo multitrayecto, **DS-CDMA**, con un factor de ensanchado  $N$ , puede acomodar  $N$  usuarios simultáneamente solo si usa técnicas de cancelación de interferencia altamente complejas. Esto es difícil de implementar en la práctica. **MC-CDMA** puede manejar  $N$  usuarios simultáneamente con buenos valores de BER, usando técnicas de recepción estándar.

- Comparada con **OFDM**:

Para evitar excesivos errores de bit en las subportadoras que están en desvanecimiento profundo, **OFDM** aplica típicamente la codificación. Por lo tanto, el número de subportadoras necesitado es mayor que el número de bits o símbolos transmitidos simultáneamente. **MC-CDMA** sustituye este codificador por una operación de una matriz  $N \times N$ .

### **V-4. Esquema MC-CDMA para un canal de desvanecimiento interior Rician**

En este apartado veremos los modelos de transmisor y receptor **MC-CDMA** para un canal de desvanecimiento Rician [18], así como las distintas señales que se transmiten y se reciben. A partir de estos modelos han sido realizadas todas las simulaciones que mostramos en el siguiente apartado.

#### V-4.1. Introducción

**MC-CDMA** [19], [20] y [21] aborda la cuestión de cómo ensanchar el ancho de banda de la señal sin incrementar los efectos adversos de la distorsión del retardo (delay spread), que es una medida de la longitud de la respuesta impulsiva del canal. Con **MC-CDMA**, cada símbolo de los datos es transmitido sobre N subportadoras de banda estrecha donde cada subportadora es modulada por “1” o “-1” basados en un código de ensanchamiento.

Diferentes usuarios transmiten sobre el mismo grupo de subportadoras pero con un código de ensanchado que es ortogonal a los códigos de otros usuarios. Si el número y el espaciado entre subportadoras son elegidos adecuadamente es muy difícil que todas las subportadoras estén localizadas en una zona de desvanecimiento profundo y consecuentemente alcanzamos la diversidad de frecuencia. Como una señal **MC-CDMA** está compuesta por N señales subportadoras de banda estrecha, cada una de ellas con una duración de símbolos mucho mayor que la distorsión del retardo, una señal **MC-CDMA** no experimentará una significativa degradación en la interferencia entre chips y en la interferencia entre símbolos (**ISI**) [3],[22].

Se han realizado estudios que indican que **MC-CDMA** obtiene mejores resultados en el enlace descendente donde la facilidad de la corrección de fase de la interferencia permite la restauración parcial de la ortogonalidad entre usuarios. También se ha demostrado que mientras **MRC** (Maximum Ratio Combining) es mejor en canales limitados por ruido, **EGC** (Equal Gain Combining) resulta más adecuado en canales limitados por interferencias.

En este apartado analizaremos el funcionamiento de **MC-CDMA** en el enlace descendente de un canal de desvanecimiento Rician.

#### V-4.2. Principios Básicos

Los símbolos de los datos entrantes,  $a_m[k]$ , se asumen como binarios antipodales, donde k denota el k-ésimo intervalo de bit y m denota el m-ésimo usuario, así, en este análisis se asume que  $a_m[k]$  toma los valores “1” y “-1” con igual probabilidad.

La generación de una señal **MC-CDMA** puede ser descrita como indicamos a continuación y exhibimos en la figura 1. Cada símbolo de los datos es replicado en  $N$  copias paralelas y cada rama de éstas es multiplicada por un chip de un código de ensanchamiento de longitud  $N$  y entonces cada copia es modulada en **BPSK** por una subportadora espaciada de sus portadoras vecinas por  $F/T_b$  Hz, donde  $F$  es un número entero.

Una señal **MC-CDMA** consiste en la suma de las salidas de todas esas ramas, por tanto, este proceso produce una señal multiportadora con las subportadoras conteniendo los símbolos de datos codificados ortogonalmente.

Como ilustramos en la figura 1, la señal transmitida correspondiente al  $k$ -ésimo bit de datos del  $m$ -ésimo usuario es:

$$s_m(t) = \sum_{i=0}^{N-1} c_m[i] a_m[k] \cos(2\pi f_c t + 2\pi i \frac{F}{T_b} t) \times p_{T_b}(t - kT_b)$$

$$c_m[i] \in \{-1, 1\}$$

donde  $c_m[0], c_m[1], \dots, c_m[n-1]$  representa el código de ensanchamiento del  $m$ -ésimo usuario y  $p_{T_b}(t)$  es definido como un pulso de amplitud unidad que es distinto de 0 en el intervalo  $[0, T_b]$ .

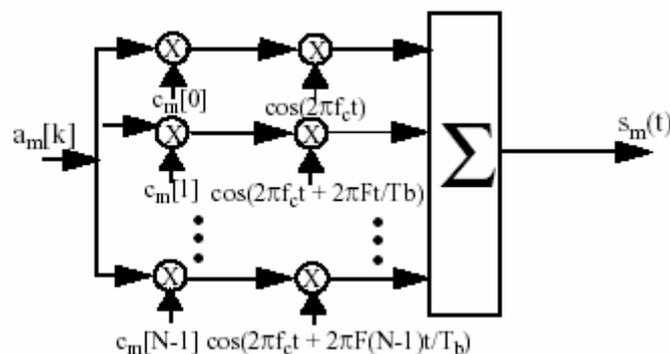


Figura 1: Modelo de transmisor

### V-4.3. Modelo del canal: desvanecimiento Rician dispersivo

En este apartado nos centraremos en un canal selectivo en frecuencia con  $1/T_b \ll BW_c \ll F/T_b$ . Este modelo implica que cada portadora modulada con un ancho de banda de transmisión de  $1/T_b$  no experimenta una dispersión significativa ( $T_b \gg T_d$ ), también asumimos que la amplitud y la fase permanecen constantes durante la duración del símbolo,  $T_b$ . Esta afirmación está de acuerdo con las medidas interiores de las variaciones Doppler, que tienden a ser muy pequeñas y típicamente en el rango de 0.3-6.1 Hz [23].

Para transmisiones en el enlace descendente, es decir, desde la estación base hacia los terminales, un terminal recibe señales interferentes de otros usuarios ( $m = 1, 2, \dots, M-1$ ) a través del mismo canal de la señal deseada ( $m = 0$ ). Entonces la función de transferencia del canal de desvanecimiento en tiempo continuo para todas las transmisiones desde la estación base hacia el usuario  $m = 0$  puede ser representada como:

$$H(f_c + i \frac{F}{T_b}) = \rho_i e^{j\theta_i}$$

donde las aleatorias amplitud,  $\rho_i$ , y fase,  $\theta_i$ , del canal a la frecuencia  $f_c + i(F/T_b)$  son independientes de  $m$ . Los cambios de fase,  $\theta_i$  para  $i = 0, 1, \dots, N-1$ , introducidos por el canal se asumen como variables aleatorias uniformes, independientes e idénticamente distribuidas en el intervalo  $[-\pi, \pi]$  para todas las subportadoras.

Es usual que haya una componente de línea de vista (**LOS**, line-of-sight) en un entorno interior, y así las amplitudes del canal,  $\rho_i$ , se asume que tiene la siguiente distribución de Rician:

$$f_{\rho_i}(\rho_i) = \frac{\rho_i}{\sigma_i^2} e^{-\frac{\rho_i^2 + b_0^2}{2\sigma_i^2}} I_0\left(\frac{b_0 \rho_i}{\sigma_i^2}\right)$$

que ya vimos y comentamos en el apartado del multitrayecto, también vimos que la distribución de Rician está a menudo caracterizada por el factor  $K$ , que es definido

como la relación entre la potencia de la componente **LOS** dividida por la potencia de la componente de dispersión:

$$K = \frac{\frac{1}{2} b_0^2}{\sigma_i^2}$$

#### V-4.4. Modelo del receptor

Para M transmisores activos la señal recibida es:

$$r(t) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{i=0}^{N-1} \rho_i c_m [i] a_m [k] \times \cos (2\pi f_c t + 2\pi i \frac{F}{T_b} t + \theta_i) + n(t)$$

donde n(t) es ruido blanco gaussiano aditivo (**AWGN**, Additive White Gaussian Noise). La potencia local media de la subportadora i-ésima se define como

$$\begin{aligned} \bar{p}_i &= E \left[ \rho_i \cos (2\pi f_c t + 2\pi \frac{i}{T_b} t + \theta_i) \right]^2 \\ &= \frac{1}{2} E \rho_i^2 \end{aligned}$$

donde asumimos que las potencias locales medias de cada subportadora son iguales, entonces la potencia local media total del usuario m-ésimo es  $\bar{p} = N\bar{p}_i$ . Para simplificar el análisis suponemos que una sincronización exacta con el usuario deseado (m = 0) es posible.

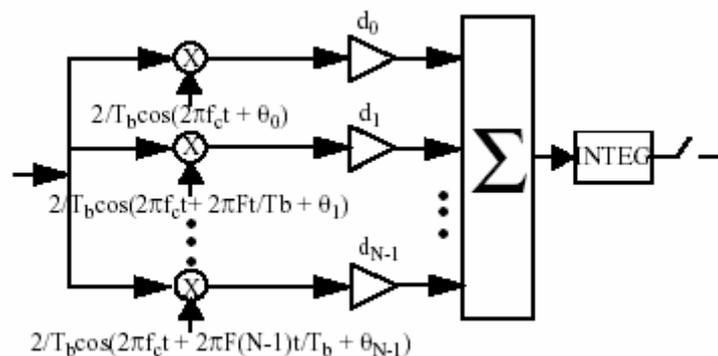


Figura 2: Modelo de receptor

Como vemos en la figura 2, el primer paso en la obtención de la decisión variable implica la demodulación de cada una de las subportadoras de la señal recibida, que incluye la aplicación de una corrección de fase,  $\hat{\theta}_i$ , y la multiplicación de la  $i$ -ésima señal subportadora por una corrección de ganancia,  $d_i$ . En el análisis se acepta que podemos obtener una corrección de fase perfecta, es decir,  $\hat{\theta}_i = \theta_i$ . Después sumamos las señales subportadoras y la señal combinada es entonces integrada y muestreada para producir la decisión variable,  $v_0$ . Para el  $k$ -ésima bit la decisión variable es

$$v_0 = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{i=0}^{N-1} \rho_i c_m [i] d_i a_m [k] \frac{2}{T_b} \int_{kT_b}^{(k+1)T_b} \cos(2\pi f_c t + 2\pi F \frac{i}{T_b} t + \theta_i) \times \cos(2\pi f_c t + 2\pi F \frac{i}{T_b} t + \hat{\theta}_i) dt + \eta$$

donde término AWGN correspondiente,  $\eta$ , es dado como

$$\eta = \sum_{i=0}^{N-1} \int_{kT_b}^{(k+1)T_b} n(t) \frac{2}{T_b} d_i \times \cos(2\pi f_c t + 2\pi F \frac{i}{T_b} t + \hat{\theta}_i) dt$$

En las simulaciones del siguiente apartado consideraremos dos técnicas de ecualización frecuencial: **EGC** y **MRC** [19].

Con **EGC** el factor de corrección de ganancia es

$$d_i = c_0 [i].$$

Con **MRC** el factor de corrección de ganancia es

$$d_i = \rho_i c_0 [i].$$

**V-5. Probabilidad de error: Simulaciones**

En este apartado vamos a realizar un análisis del sistema **MC-CDMA** desde el punto de vista de la probabilidad de error de bit (**BER**). Dicho análisis es un tema bastante complejo debido a las características especiales que presenta este sistema de comunicaciones.

Vamos a considerar el sistema **MC-CDMA** que hemos descrito en el apartado anterior (**V-4. Esquema MC-CDMA para un canal de desvanecimiento interior Rician**), es decir, consideraremos el transmisor, receptor (**MCR** y **EGC**) y canal de desvanecimiento interior Rician para el enlace descendente, vistos en ese apartado, y a partir de los cuales y mediante simulación en Matlab obtendremos una serie de resultados que mostraremos en distintas gráficas. También realizaremos el estudio para el caso de que el canal de desvanecimiento fuera Rayleigh, sin más que dar el valor cero al factor de Rician (**K**).

Debemos indicar que en la realización de las simulaciones hemos usado la **IFFT** en el transmisor y la **FFT** en el receptor, como muestra la figura 3:

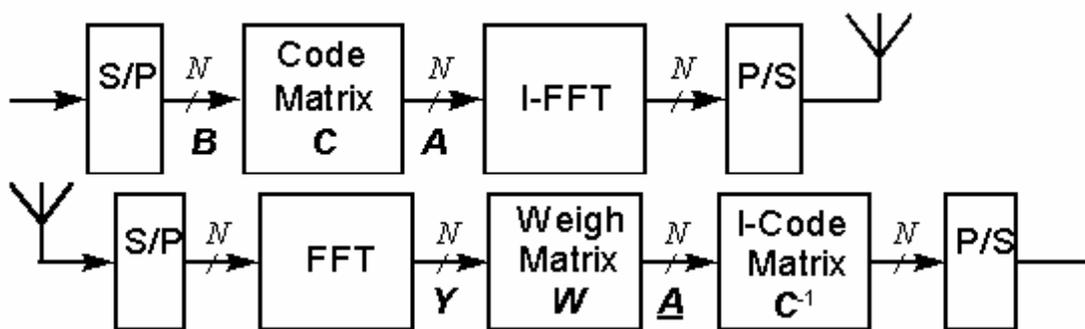


Figura 3: Transmisor y receptor MC-CDMA.

En el apartado anterior se exige el uso de códigos ortogonales para el ensanchamiento de la señal. En estas simulaciones se han usado dos tipos de códigos ortogonales, los cuales ya se vieron y explicaron en apartados anteriores de esta memoria, los códigos Walsh-Hadamard y los códigos de árbol **OVSF**.

También tenemos que indicar que en las simulaciones no se ha tenido en cuenta la fase del canal,  $\theta_i$ , considerándose la misma con valor igual a la unidad para todas las ramas. Esta aproximación no afectará demasiado a los resultados, ya que, como vimos en el apartado anterior, en el análisis se acepta que podemos obtener una corrección de fase perfecta, es decir,  $\hat{\theta}_i = \theta_i$ .

Las simulaciones realizadas se dividirán principalmente en dos grupos: representaciones de la **BER** respecto a la **SNR** y representaciones de la variación de la **BER** respecto al número de usuarios, comparando estas últimas representaciones con los resultados que obtenemos de las fórmulas teóricas que nos proporciona [18].

### **V-5.1. BER respecto a SNR**

En este apartado veremos como varía la tasa de error de bit respecto a la relación señal a ruido ( $E_b/N_0$ , ya que transmitimos bits), para un número fijo de usuarios y subportadoras, un valor dado de  $K$  y un tipo de código ortogonal.

Debemos indicar que el número de subportadoras utilizado debe ser mayor o igual que el número de usuarios de nuestro sistema, para conseguir así que se cumpla la ortogonalidad entre los códigos de los distintos usuarios.

Todo esto lo veremos para los dos tipos de receptores que hemos implementado: **EGC** y **MRC**.

#### **EGC**

En primer lugar vamos a representar la **BER** respecto a la **SNR** para el caso de dos usuarios transmitiendo,  $N=16$  subportadoras,  $K=2$  (por tanto estamos en desvanecimiento Rician) y usando códigos Hadamard. El resultado se muestra en la figura 4:

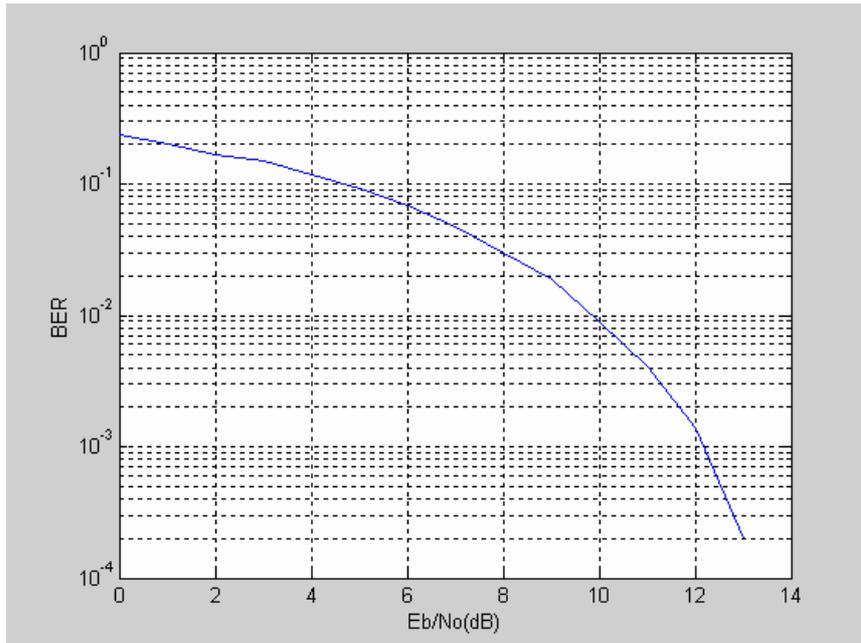


Figura 4: **BER-SNR**: 2 usuarios, N=16, K=2, **EGC**

Podemos observar que, como cabía esperar, la probabilidad de error de bit disminuye a medida que aumentamos la energía de bit ( $E_b$ ) de la señal transmitida, o a medida que disminuimos la potencia de ruido ( $N_0$ ). Por tanto, la **BER** disminuye al aumentar la **SNR**.

Si aumentamos el número de usuarios hasta 16 tenemos la figura 5:

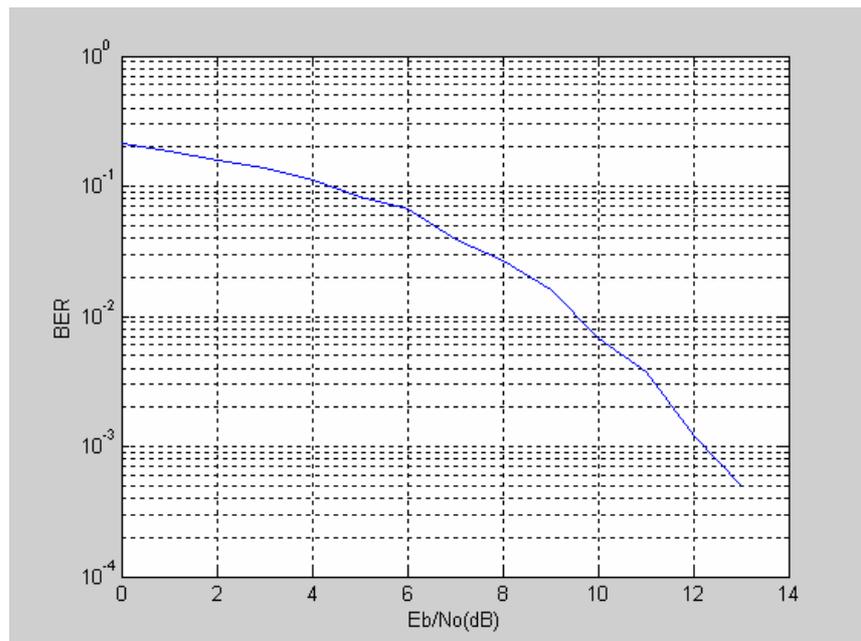


Figura 5: **BER-SNR**: 16 usuarios, N=16, K=2, **EGC**

Como podemos observar se obtienen resultados similares en las figuras 4 y 5, ya que aunque aumentemos el número de usuarios a 16, estos siguen siendo ortogonales entre sí.

Ahora vamos a realizar la simulación para un canal de desvanecimiento Rayleigh ( $K=0$ ), con  $N=32$  subportadoras y 16 usuarios en la figura 6 y el mismo caso en la figura 7 pero para desvanecimiento Rician con  $K=4$ :

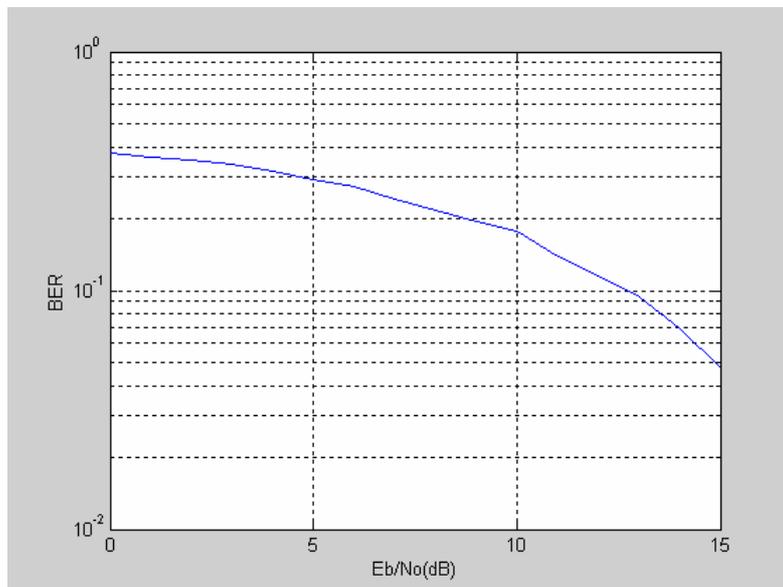


Figura 6: **BER-SNR**: 16 usuarios,  $N=32$ ,  $K=0$ , **EGC**

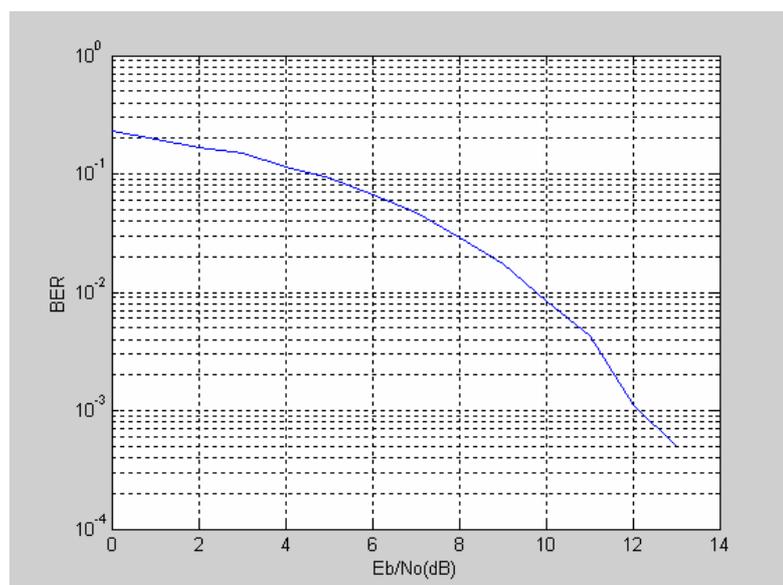


Figura 7: **BER-SNR**: 16 usuarios,  $N=32$ ,  $K=4$ , **EGC**

A partir de las figuras 6 y 7 podemos comprobar que la **BER** disminuye a medida que la **K** aumenta, debido a que la componente de visión directa (**LOS**) crece con **K** (en Rayleigh domina el multitrayecto, como vimos en apartados anteriores).

Por último vamos a representar la figura 8 el mismo caso que en la figura 4 pero usando códigos ortogonales **OVSF**:

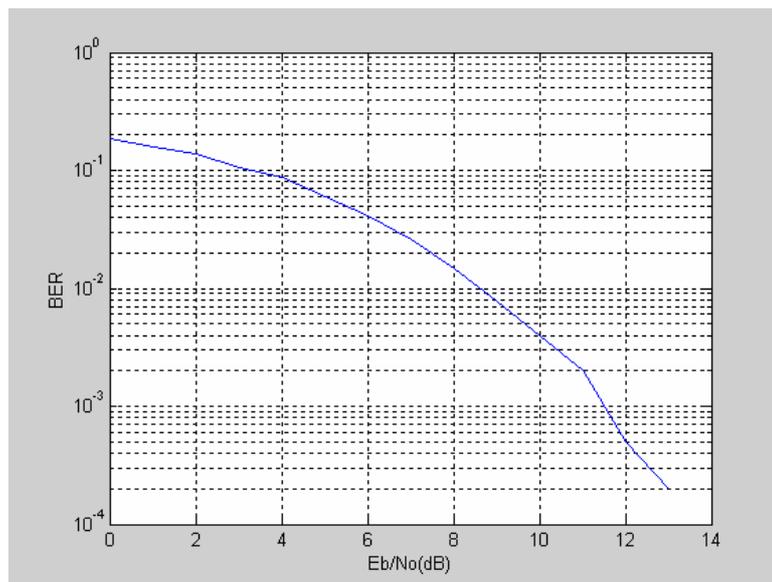


Figura 8: **BER-SNR**: 2 usuarios,  $N=16$ ,  $K=2$ , **EGC**, **OVSF**.

Observando las figuras 8 y 4 vemos que se obtienen resultados similares usando los códigos **OVSF** y los códigos Hadamard (ambos son códigos ortogonales).

### **MRC**

Ahora vamos a mostrar las mismas simulaciones anteriores pero con la diferencia de que en este caso usaremos un receptor **MRC**. Los resultados y conclusiones de los mismos son similares a las anteriores, por tanto, solamente mostraremos dos figuras.

En la figura 9 vamos a representar la **BER** respecto a la **SNR** para el caso de 16 usuarios transmitiendo,  $N=16$  subportadoras,  $K=2$  (desvanecimiento Rician) y usando

códigos Hadamard, si la comparamos con el mismo caso para **EGC** (figura 5), podemos ver que se obtienen resultados similares.

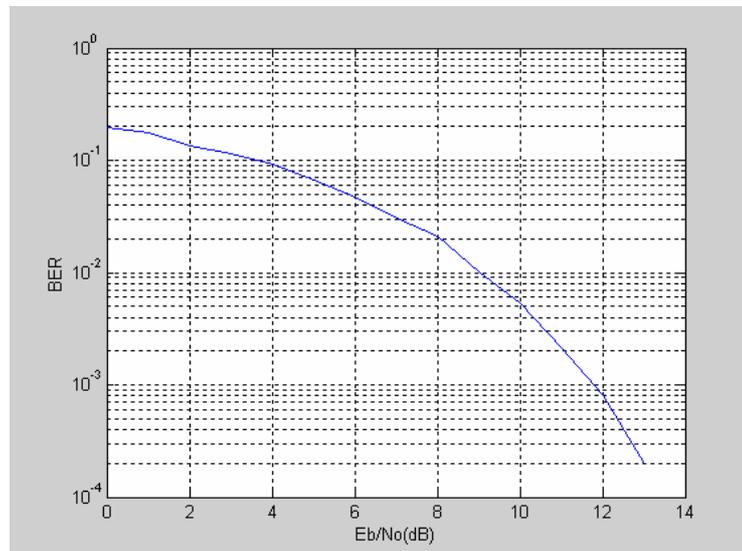


Figura 9: **BER-SNR**: 16 usuarios, N=16, K=2, **MRC**.

Por último en la figura 10 vamos a representar la **BER** respecto a la **SNR** para el caso de 8 usuarios transmitiendo, N=32 subportadoras, K=0 (desvanecimiento Rayleigh) y usando códigos **OVSF**.

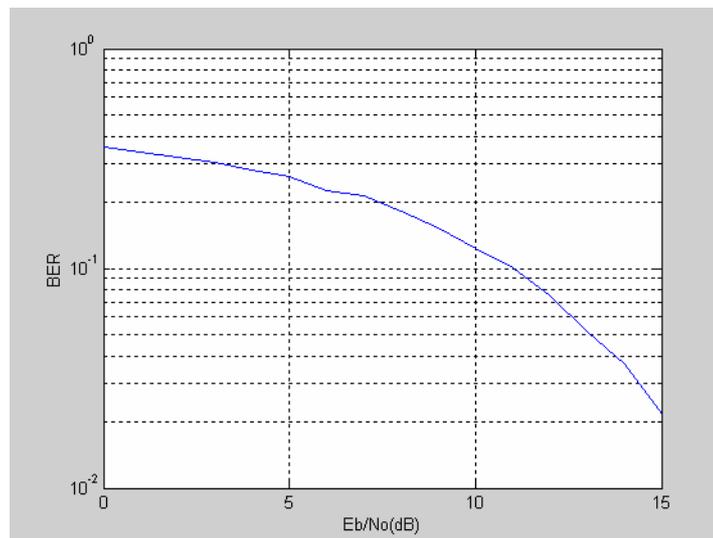


Figura 10: **BER-SNR**: 8 usuarios, N=32, K=0, **MRC, OVSF**.

### V-5.2. BER respecto a número de usuarios

En este apartado veremos como varía la tasa de error de bit respecto al número de usuarios, para un valor fijo de **SNR** y subportadoras, distintos valores de **K** y un tipo de código ortogonal.

Al igual que mencionamos antes, el número máximo de usuarios debe ser menor o igual que el número de subportadoras, con el fin de mantener la ortogonalidad.

Para las todas las simulaciones mostradas en este apartado se ha tomado un valor de **SNR** =10 dB.

También mostraremos los resultados que se obtienen al evaluar las fórmulas teóricas de la probabilidad de error.

Todo esto lo veremos para los dos tipos de receptores que hemos implementado: **EGC** y **MRC**.

#### EGC

En primer lugar vamos a representar la **BER** respecto al número de usuarios (desde 1 a 16 usuarios) para **SNR**=10dB, **N**=16 subportadoras y distintos valores de **K**. Si usamos códigos Hadamard tenemos la figura 11 y si usamos códigos **OVSF** la figura 12:

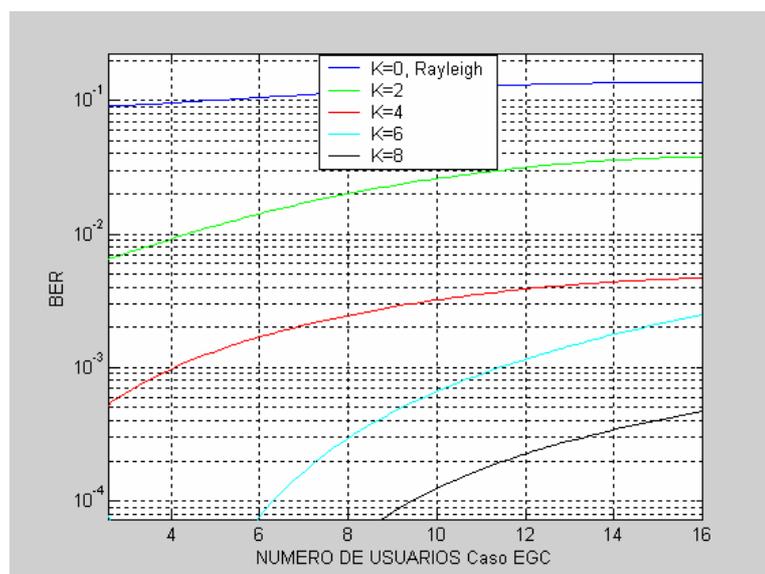


Figura 11: **BER**-usuarios, **SNR**=10 dB, **N**=16, **EGC**.

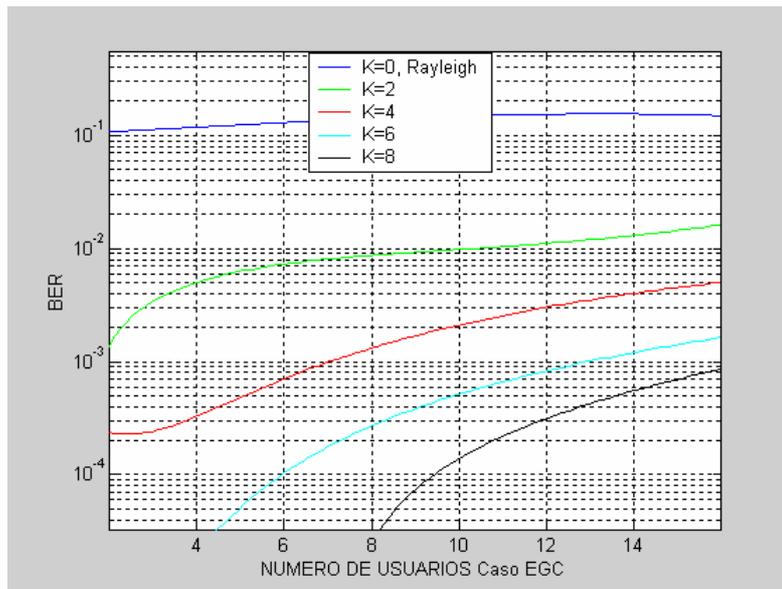


Figura 12: **BER**-usuarios, **SNR**=10 dB, **N**=16, **EGC**, **OVSF**.

Vemos como se produce un incremento de la **BER** a medida que aumenta el número de usuarios. También debemos destacar que a medida que aumenta la **K** la componente de visión directa (**LOS**) es más importante, y por tanto la **BER** disminuye.

A continuación vamos a ver el resultado que obtendríamos si simuláramos la fórmula teórica de la probabilidad de error, con los valores indicados en las dos últimas gráficas (16 subportadoras, **SNR**=10 dB,...).

Para el caso de **EGC**, aplicando la aproximación del Teorema Central del Límite obtenemos, obtenemos la siguiente fórmula teórica:

$$Pr(error|\bar{p}, K) \cong \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{\gamma \bar{p} T_b}{2 \frac{M}{N} [1 - \gamma] \bar{p} T_b + N_0}} \right)$$

donde **M** es el número de usuarios, **N** el número de subportadoras, **T<sub>b</sub>** es el tiempo de bit,  $\bar{p} = N\bar{p}_i$  es la potencia local media total del usuario *m*-ésimo (que ya vimos como se hallaba en un apartado anterior) y  $\gamma$  se obtiene como se indica a continuación:

$$\gamma = \frac{\pi}{4} \left( \frac{e^{-K}}{K+1} \right) \left[ (1+K) I_0 \left( \frac{K}{2} \right) + K \times I_1 \left( \frac{K}{2} \right) \right]^2$$

Aplicando los valores adecuados a la fórmula teórica de la probabilidad de error obtenemos:

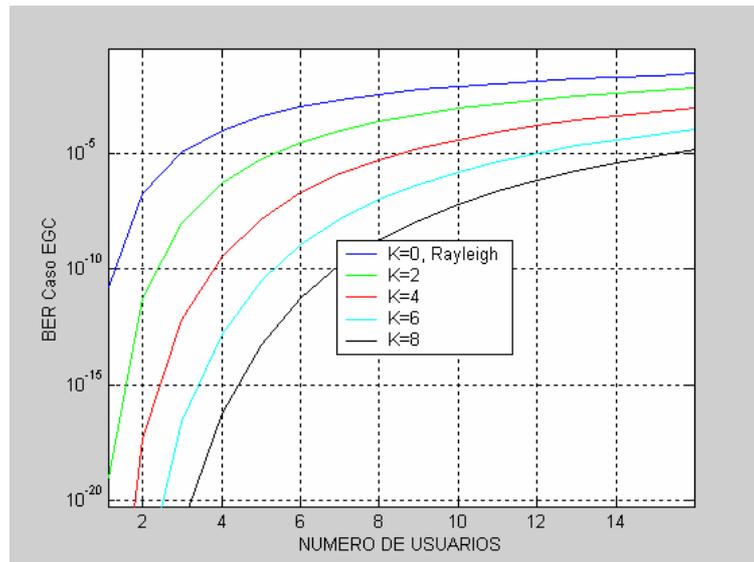


Figura 13: **BER**-usuarios, teórica, **EGC**.

Vemos que para pocos usuarios la **BER** teórica se aleja mucho de la práctica, ya que nos da valores muy pequeños.

### MRC

Ahora vamos a representar la **BER** respecto al número de usuarios (desde 1 a 32 usuarios) para **SNR**=10dB, **N**=32 subportadoras y distintos valores de **K**. Si usamos códigos Hadamard tenemos la figura 14 y si usamos códigos **OVSF** la figura 15:

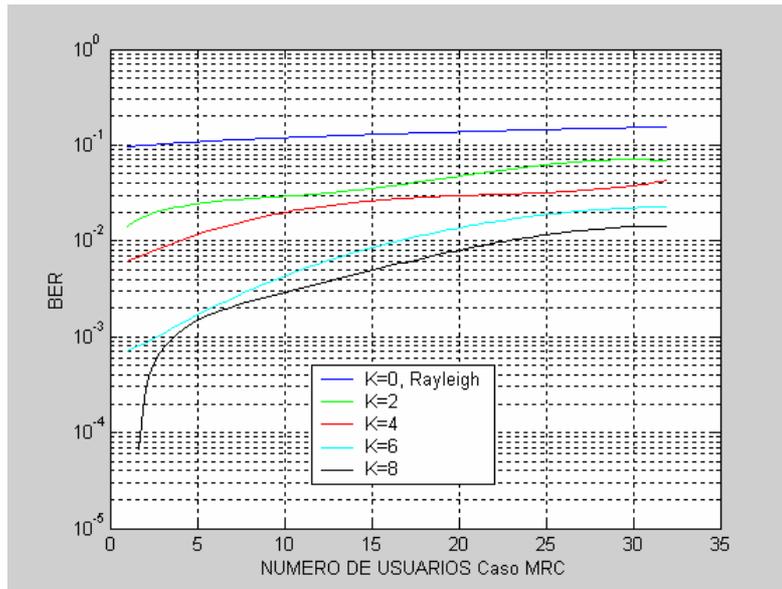


Figura 14: **BER-usuarios, SNR=10 dB, N=32, MRC.**

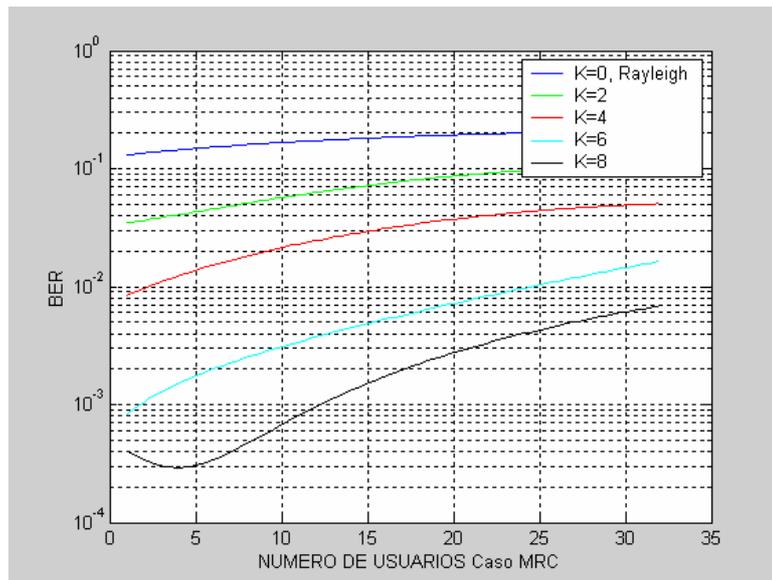


Figura 15: **BER-usuarios, SNR=10 dB, N=32, MRC, OVFS.**

Al igual que en **EGC**, en **MRC** vemos como se produce un incremento de la **BER** a medida que aumenta el número de usuarios. También debemos destacar que a medida que aumenta la **K** la componente de visión directa es más importante, y por tanto la **BER** disminuye.

Para el caso de **MRC**, aplicando la aproximación del Teorema Central del Límite obtenemos, obtenemos la siguiente fórmula teórica:

$$Pr(error|\bar{p}, K) \cong \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \sqrt{\frac{\bar{p}T_b}{\frac{M}{N} \left[ \frac{4K+2}{(K+1)^2} \right] \bar{p}T_b + N_0}} \right)$$

Aplicando los valores adecuados a la fórmula teórica de la probabilidad de error obtenemos:

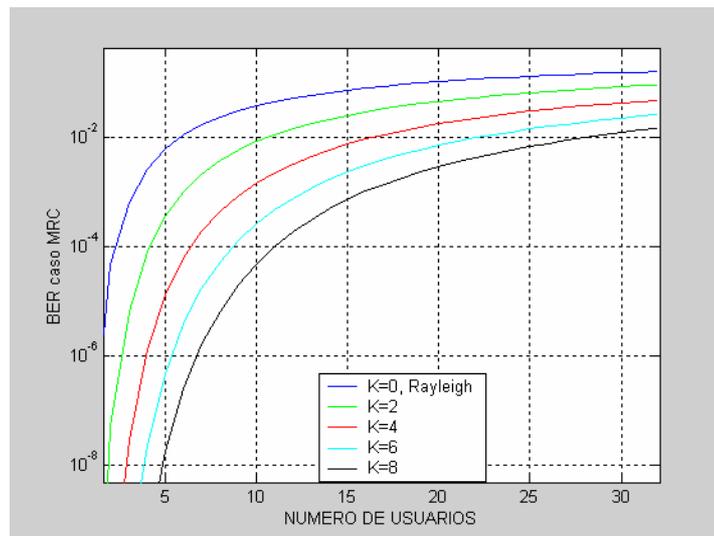


Figura 16: **BER-usuarios, teórica, MRC.**

Vemos que al igual que antes, para pocos usuarios la **BER** teórica se aleja mucho de la práctica, ya que nos da valores muy pequeños.