2 – SISTEMAS CON MÚLTIPLES ANTENAS

2.1 – Introducción

Un sistema MIMO (Multiple Input Multiple Output) es aquel que **tiene varias antenas en el transmisor y el receptor**. Este tipo de arquitecturas puede usarse para incrementar la tasa de transmisión (mediante multiplexión), o para mejorar la fiabilidad del sistema (mediante diversidad). La multiplexión se obtiene explotando la estructura de la matriz del canal para obtener caminos de señal independientes que pueden usarse para enviar datos por varios flujos paralelos [GOLDSMITH05].

Las mejoras en eficiencia espectral que ofrecen estos sistemas **requieren un conocimiento preciso del canal en el receptor, y a veces incluso en el transmisor**. Además de las ganancias en eficiencia espectral, los sistemas MIMO pueden reducir la ISI (Interferencia InterSímbolo) y la interferencia con otros usuarios. El coste de estas mejoras es, además del despliegue de un mayor número de antenas, la complejidad añadida debido al tratamiento multidimensional de señal.

Un sistema de banda estrecha con M_t antenas transmisoras y M_r antenas receptoras puede representarse mediante el siguiente modelo en tiempo discreto:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{M_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1M_t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_r1} & \cdots & h_{M_rM_t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_{M_t} \end{bmatrix}$$

O simplemente como $\mathbf{y} = H\mathbf{x} + \mathbf{n}$. Aquí, $\mathbf{x}$ representa el conjunto de símbolos transmitidos e y el de recibidos, $\mathbf{n}$ el vector de ruido y H la matriz de coeficientes del canal h_{ij}, los cuales representan la ganancia (compleja) entre la antena transmisora i a la antena receptora j.

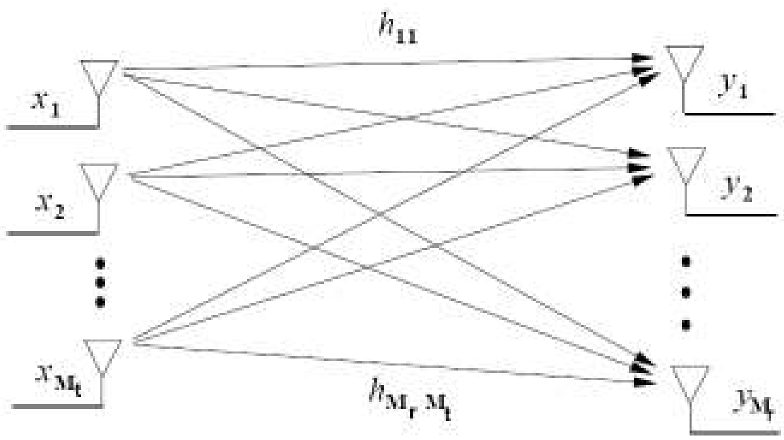

Figura 2.1 – Modelo MIMO de banda estrecha. Fuente: [GOLDSMITH05].

2.2 – Beamforming, Diversidad o Multiplexión

Existen tres estrategias fundamentales para aplicar los sistemas MIMO en comunicaciones móviles, dependiendo del aspecto que queramos potenciar.

- *Multiplexión espacial:* se utilizará cuando tenemos usuarios con alta SNR (normalmente cerca de la estación base o en celdas pequeñas), a los cuales podemos proporcionales altas tasas de datos sin afectar a la calidad de sus comunicaciones.

- *Conformado de haz (Beamforming):* cuando queremos enfocar dinámicamente una zona concreta de la celda, normalmente con mayor carga de usuarios, para que todos puedan llevar a cabo sus comunicaciones, dejando otras zonas menos atendidas. En realidad, el conformado de haz también es una forma de implementar diversidad espacial.

- *Diversidad espacial:* cuando teniendo baja SNR (normalmente en el borde de la celda o en entornos ruidosos), queremos proporcionar transmisiones robustas frente al ruido y las interferencias, añadiendo redundancia a las transmisiones. Dentro de esta categoría podemos estudiar los **Códigos Espacio-Temporales (STC)**.

2.2.1 – Multiplexión espacial: descomposición del canal MIMO en canales paralelos

Sabemos que pueden usarse múltiples antenas en el transmisor o receptor para obtener ganancia por diversidad (beamforming, STC). No obstante, cuando ambos extremos de la comunicación tienen múltiples antenas, hay otro mecanismo para aumentar el rendimiento del sistema, llamado **ganancia por multiplexión**. Resulta del hecho de que un canal MIMO puede descomponerse en un número r_H de canales paralelos e independientes. Multiplexando flujos de datos independientes a través de esos canales que llamaremos **canales virtuales**, tenemos un incremento en la tasa de transmisión en un factor r_H respecto de un sistema con solo una antena en ambos extremos (SISO).

Consideremos un canal MIMO con una matriz del canal H de dimensiones $M_r \times M_t$, conocida por el transmisor y el receptor. Sea r_H el rango de H. Entonces, podemos obtener su **Descomposición en Valores Singulares (SVD)**:

$$H = U\Sigma V^H$$

Donde U y V son matrices unitarias y Σ es una matriz diagonal con los valores singulares σ_i de H. Sólo r_H de esos valores singulares serán distintos de cero, pues r_H es el rango de la matriz H, por lo que $r_H \leq \min\{M_t, M_r\}$. Si H es de rango máximo, se dice que **el entorno es rico en dispersión**, y $r_H = \min\{M_t, M_r\}$. Sin embargo, otros escenarios pueden llevar asociados una matriz H de bajo rango, lo cual correspondería a un canal con alta correlación entre los distintos caminos h_{ij}. Las tasas alcanzadas serán por lo tanto menores.

La descomposición paralela del canal se obtiene definiendo una transformación lineal en la entrada $\mathbf{x}$ y la salida $\mathbf{y}$ del canal, a través de una precodificación en transmisión y un suavizado en recepción.

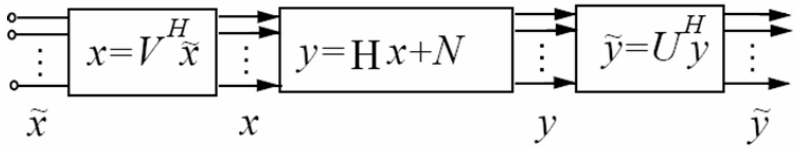

Figura 2.2 – Con este sistema de precodificación, se aprovecha la estructura del canal MIMO para transmitir por varios flujos independientes. Fuente: [GOLDSMITH05].

El transmisor codifica los datos de manera conveniente para introducirlos por los distintos canales paralelos:

$$\mathbf{x} = V^H \tilde{\mathbf{x}}$$

El receptor deshace dicha transformación. Estos dos procesos **transforman el canal MIMO en r_H canales paralelos SISO** con entrada $\tilde{\mathbf{x}}$ y salida $\tilde{\mathbf{y}}$ porque, gracias a la SVD, tenemos:

$$\tilde{\mathbf{y}} = U^H(H\mathbf{x} + \mathbf{n}) = U^H(U\Sigma V\mathbf{x} + \mathbf{n}) = U^H\left(U\Sigma V V^H \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{n}\right) = \underbrace{U^H U}_{I} \Sigma \underbrace{V V^H}_{I} \tilde{\mathbf{x}} + U^H\mathbf{n} = \Sigma\tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{n}}$$

Multiplicar por una matriz unitaria como U^H no cambia la distribución del ruido. Los coeficientes σ_i representan las ganancias de estos canales paralelos. Como los canales paralelos resultantes no interfieren entre sí, estos sólo están relacionados por una restricción de la potencia total transmitida. Además, la complejidad de un decodificador de máxima verosimilitud es lineal con r_H.

$$\tilde{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{r_H} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{n}}$$

Así, enviando datos independientes a través de estos canales paralelos, el sistema MIMO puede alcanzar r_H veces la tasa de transmisión de un sistema SISO. Sin embargo, la fiabilidad de cada uno de los canales depende de la ganancia σ_i, que repercutirá en la SNR percibida en el receptor.

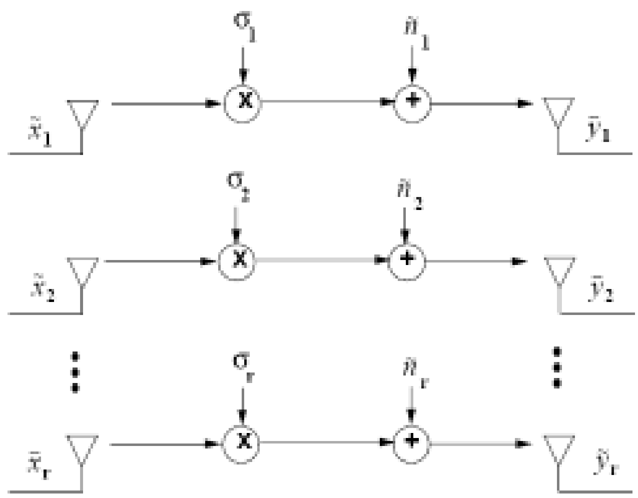

Figura 2.3 – Descomposición del canal MIMO en varios canales SISO independientes. Fuente: [GOLDSMITH05].

2.2.2 - El Conformado de Haz (Beamforming)

En esta configuración, el mismo símbolo, multiplicado por un factor de escala complejo, se envía a través de cada antena transmisora, de manera que la matriz de covarianza de entrada tiene rango unitario. Entonces, las matrices U y V degeneran en vectores columna.

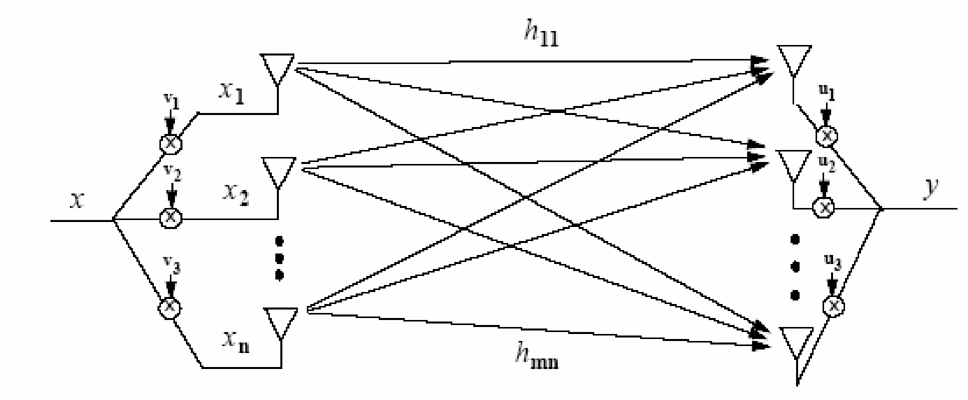

Figura 2.4 – Esquema para el conformado de haz. Fuente: [GOLDSMITH05].

La señal recibida puede expresarse como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{u}^*(H\mathbf{v}\mathbf{x} + \mathbf{n}) = \mathbf{u}^* H\mathbf{v}\mathbf{x} + \mathbf{u}^*\mathbf{n}$$

El conformado de haz combina de manera coherente las señales recibidas por los múltiples trayectos. La ganancia por diversidad depende de si el canal es conocido o no en el transmisor. **Se requiere una estima del canal** para combinar de manera coherente las señales, por lo que se supone conocido, al menos en el receptor. Cuando además disponemos de la matriz del canal H en el transmisor, la SNR recibida se optimiza escogiendo $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ como los vectores singulares (izquierdo y derecho, respectivamente) principales de la matriz H. La SNR correspondiente en el receptor es igual a $\gamma = \lambda_{\max}\rho$ donde $\lambda_{\max}$ es el mayor autovalor de la matriz de Wishart $W = HH^H$ y ρ es la SNR total en el transmisor ($\rho = P_{total} / \sigma_n^2$). La capacidad resultante es $C = B\log_2(1 + \lambda_{\max}\rho)$, lo cual convierte el canal en uno SISO con ganancia en potencia $\lambda_{\max}$.

Cuando el canal es desconocido en el transmisor, los pesos de todas las antenas son iguales, por lo que la SNR recibida es $\gamma = \|H\mathbf{u}^*\|$, donde $\mathbf{u}$ se elige precisamente para maximizar γ. Evidentemente, la ausencia de información del canal supone una menor SNR recibida y capacidad respecto al caso anterior.

El conformado de haz tiene una capacidad reducida en comparación con la técnica anteriormente vista de multiplexión espacial. Sin embargo, la complejidad se ve reducida drásticamente.

2.2.3 - Compromiso Diversidad - Multiplexión

La SNR asociada a los distintos canales en **multiplexión espacial** depende de los valores singulares del la matriz del canal. Las estrategias prácticas de codificación en estos canales tendrán normalmente un rendimiento pobre, a menos que se utilicen técnicas avanzadas de codificación. Alternativamente, puede usarse el conformado de haz, donde las ganancias de los canales se combinan coherentemente para obtener un canal muy robusto con alta ganancia en **diversidad**. No es necesario usar las antenas para proporcionar exclusivamente multiplexión o diversidad. Algunos de los grados de libertad espacio-temporales pueden usarse para implementar diversidad, y otros para multiplexión.

El compromiso diversidad-multiplexión representa un caso particular del compromiso entre tasa de transmisión, probabilidad de error y complejidad del sistema y ha sido estudiado de manera exhaustiva. La siguiente gráfica muestra la relación entre la ganancia por diversidad y por multiplexión.

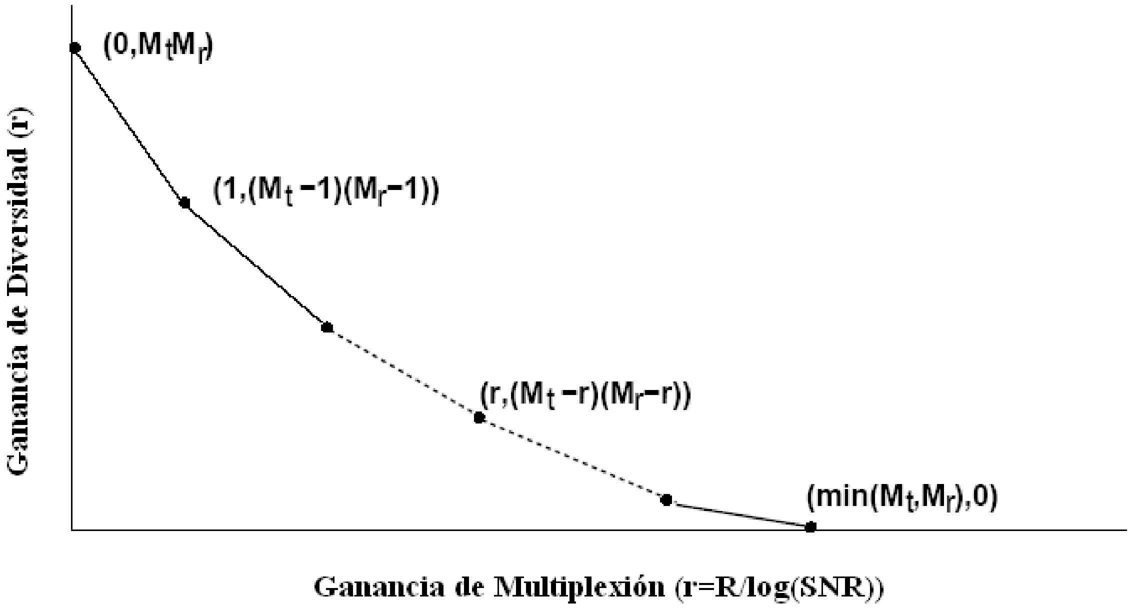

Figura 2.5 - Compromiso entre ganancias de diversidad y multiplexión. Fuente: [GOLDSMITH05].

2.3 - La capacidad del canal MIMO

Esta capacidad representa la máxima tasa de transmisión que acepta el canal con probabilidad de error arbitrariamente pequeña. Ahora asumiremos que el receptor tiene conocimiento de la matriz del canal H, porque para canales estáticos, puede obtenerse de manera sencilla una buena estima de H en el receptor.

2.3.1 - Canales sin desvanecimiento (estáticos)

La **capacidad de Shannon (ergódica)** de un canal MIMO es una extensión matricial de la fórmula de la información mutua para un canal SISO.

$$C = \max_{p(x)} \left\{ I(X;Y) \right\} = \max_{p(x)} \left\{ H(Y) - H(Y \mid X) \right\}$$

De la definición de entropía, $H(Y \mid X) = H(N)$. Como el ruido $\mathbf{n}$ tiene entropía constante para cualquier entrada, no afecta al proceso de maximización.

La información mutua de $\mathbf{y}$ depende de su matriz de covarianza, la cual para un modelo MIMO de banda estrecha viene dada por:

$$R_y = E\left\{ \mathbf{y}\mathbf{y}^H \right\} = HR_x H^H + I_{Mr}$$

donde R_x es la covarianza de la entrada. Se puede demostrar que la distribución óptima de $\mathbf{x}$ es la de una variable aleatoria **gaussiana con media nula**. De esto se deduce que:

$$I(X;Y) = B\log_2\left(\det\left(I_{Mr} + HR_xH^H\right)\right)$$

La capacidad MIMO se alcanza maximizando la información mutua respecto de la matriz de covarianza de entrada R_x, satisfaciendo la restricción de potencia:

$$C = \max_{R_x:Tr(R_x)=\rho}\left\{I(X;Y)\right\} = \max_{R_x:Tr(R_x)=\rho}\left\{B\log_2\left(\det\left(I_{Mr} + HR_xH^H\right)\right)\right\}$$

Evidentemente, la optimización relativa a R_x depende de si H se conoce o no en el transmisor.

Canal conocido en el transmisor: Water-filling

Si ambos extremos de la comunicación conocen el canal, la capacidad es la suma de las capacidades de los canales paralelos independientes, con la potencia de transmisión asignada de manera óptima entre dichos canales. Esta repartición de potencia en los canales resulta de optimizar de la matriz de covarianza para maximizar la fórmula de la capacidad. Sustituyendo la SVD de H en la expresión:

$$C = \max_{\rho_i:\sum_i \rho_i \le \rho}\left\{\sum_i B\log_2\left(1+\sigma_i^2\rho_i\right)\right\}$$

Como $\rho = P/\sigma_n^2$, la **capacidad ergódica** puede expresarse en términos de la distribución de potencia P_i en el i-ésimo canal como:

$$C = \max_{P_i:\sum_i P_i \le P}\left\{\sum_i B\log_2\left(1+\frac{\sigma_i^2 P_i}{\sigma_n^2}\right)\right\} = \max_{P_i:\sum_i P_i \le P}\left\{\sum_i B\log_2\left(1+\frac{P_i\gamma_i}{P}\right)\right\}$$

donde $\rho_i = P_i/\sigma_n^2$ representa la SNR transmitida y $\gamma_i = \sigma_i^2 P/\sigma_n^2$ es la SNR recibida por el i-ésimo canal, suponiendo potencia máxima. Resolviendo el problema de optimización, resulta la distribución de potencia conocida como **"water-filling"** para el canal MIMO. La potencia normalizada que se asignará a cada canal es:

$$\frac{P_i}{P} = \begin{cases} \dfrac{1}{\gamma_0} - \dfrac{1}{\gamma_i} \ , & si\ \gamma_i \ge \gamma_0 \\ 0 \ , & si\ \gamma_i < \gamma_0 \end{cases}$$

Donde γ_0 es una cota inferior. La capacidad resultante es:

$$C = \sum_{\gamma_i \ge \gamma_0} B\log_2\left(\frac{\gamma_i}{\gamma_0}\right)$$

La capacidad con conocimiento perfecto del canal por parte de transmisor y receptor también puede definirse para sistemas con una sola antena transmisora (SIMO) o receptora (MISO). Estos canales pueden obtener **únicamente ganancia por diversidad** y no por multiplexión. En este caso, la matriz del canal H se reduce a un vector $\mathbf{h}$ de ganancias. La asignación óptima de potencias es $\mathbf{c}_N = \mathbf{h}^*/\|\mathbf{h}\|$ para alcanzar la capacidad:

$$C = B\log_2\left(1+\rho\mathbf{hc}_N\right) = B\log_2\left(1+\rho\right)$$

Canal desconocido en el Transmisor: Distribución uniforme de potencia

Supongamos ahora que el receptor conoce el canal, pero que el transmisor no. Este no puede optimizar su distribución de potencia o la estructura de la covarianza de entrada en las antenas. Parece intuitivo suponer que la mejor estrategia será distribuir igual potencia a todas las antenas transmisoras, resultando en una matriz de covarianza igual a la matriz identidad, escalada. En efecto:

$$R_x = \frac{\rho}{M_t} I_{M_t}$$

Puede demostrarse que esta elección maximiza la información mutua del canal:

$$C = B\log_2\left(\det\left(I_{Mr} + \frac{\rho}{M_t} HH^H\right)\right)$$

Usando la SVD de H:

$$I(X;Y) = \sum_{i=1}^{r_H} B\log_2\left(1+\frac{\gamma_i}{M_t}\right)$$

La información mutua del canal MIMO depende de la realización específica de la matriz H, en particular de sus valores singulares σ_i, que son variables aleatorias. Por lo tanto, se hace necesario promediar. La información mutua promedio (y por lo tanto, la **capacidad promedio** del canal) depende de la distribución de los valores singulares de H.

En canales con desvanecimiento, el transmisor puede transmitir a una tasa igual a esta información mutua promedio (si conoce la distribución de los valores singulares de H) y asegurar la correcta recepción de los datos

En canales estáticos, si el transmisor no conoce la realización del canal, H, entonces no conoce a la tasa a la que transmitir para que los datos se reciban correctamente. En este caso, la definición apropiada de “capacidad” es la **capacidad con interrupción (outage)**. En la capacidad con interrupción, el transmisor fija una tasa C, y la probabilidad de interrupción asociada con C es la probabilidad de que los datos transmitidos no sean recibidos correctamente o, equivalentemente, la probabilidad de que el canal H tenga información mutua menor que C. Esta probabilidad viene dada por:

$$p_{outage} = p\left(H : B\log_2\left(\det\left(I_{M_r} + \frac{\rho}{M_t} HH^H\right)\right) < C\right)$$

Conforme el número de antenas transmisoras y receptoras crece, la teoría de matrices estocásticas proporciona un teorema central del límite para la distribución de los valores singulares de H:

$$\lim_{M_t\to\infty} \frac{1}{M_t} HH^H = I_{M_r}$$

Resultando en una información mutua constante para todas las realizaciones del canal. En concreto:

$$C = MB\log_2\left(1+\rho\right),\ \text{con}\ M = \min\left\{M_t, M_r\right\}.$$

Puede observarse que **la capacidad crece linealmente con M.** Es más, este comportamiento se da incluso para un pequeño número de antenas. A medida que la SNR crece, la capacidad también crece linealmente con M. Este resultado es la principal razón de la atención que han despertado las técnicas MIMO: incluso si la realización concreta del canal es desconocida para el transmisor, la capacidad del canal MIMO sigue creciendo linealmente con M, siempre y cuando el canal pueda ser estimado con precisión en el receptor.

No obstante, la ausencia de una estima del canal en el transmisor complica la demodulación. Concretamente, sin esta información, el canal no puede transformarse en canales SISO paralelos independientes.

El análisis anterior asumía que la matriz del canal H tiene media cero y matriz de covarianza igual a la identidad. Cuando el canal tiene media no nula o matriz de covarianza distinta a la identidad, existe una polarización espacial en el canal que debe ser tenida en cuanta por la política de transmisión. Resultados recientes indican que cuando el canal tiene una media dominante o una matriz de covarianza con una dirección fuerte, **el conformado de haz (beamforming)** es la mejor elección para alcanzar la capacidad del canal. Esto es una situación ventajosa debido a la simplicidad del beamforming.

2.3.2 - Canales con desvanecimiento

En entornos reales, y en especial en comunicaciones móviles, las ganancias h_{ij} varían con el tiempo: $h_{ij} = h_{ij}(t)$. En cualquier caso, como en los canales estáticos, la capacidad depende de lo que se conoce sobre el canal en el transmisor y en el receptor.

En general, las expresiones son parecidas, excepto que ahora deben promediarse, según cada definición de capacidad, entre las distintas realizaciones del canal aleatorio H. También debe hacerse ahora una restricción de potencia a lo largo del tiempo, en lugar de ser una restricción instantánea. Con conocimiento perfecto del canal en ambos extremos, el transmisor puede adaptarse a los desvanecimientos y su capacidad alcanza a la **capacidad promedio**. Cuando sólo el receptor conoce el canal, el transmisor no puede adaptarse y se utiliza la **capacidad con interrupción** para caracterizar la probabilidad asociada con cualquier tasa de transmisión fijada.

2.3.3 - Canal desconocido en transmisor y receptor

Independientemente de si hay desvanecimiento o no, cuando no hay información sobre el canal en ninguno de los extremos de la comunicación, desaparece el crecimiento lineal de la capacidad en función del número de antenas, por lo que en la mayoría de los casos, añadir más antenas no funcionará.

En la práctica, cuando el desvanecimiento es correlado, la existencia de antenas transmisoras adicionales incrementa la capacidad. Cuando el desvanecimiento es incorrelado, esto no puede asegurarse. En general, no hay ganancia por multiplexión asociada al uso de múltiples antenas cuando no hay información del canal en transmisor o receptor.

2.4 - Canales MIMO selectivos en frecuencia

Lo que hemos visto anteriormente es para canales de banda estrecha (de respuesta en frecuencia plana en todo el ancho de banda de señal). No obstante, cuando el ancho de banda del canal MIMO es grande en comparación con la dispersión de retardo multicamino del canal, se tiene ISI de igual manera que en canales SISO. Hay dos aproximaciones para mitigar este efecto.

2.4.1 - Utilizar un igualador del canal

Sin embargo, este sistema es mucho más complejo en canales MIMO, pues el canal debe ser ecualizado en espacio y en tiempo. Es más, cuando el igualador de canal se usa junto a un código espacio-temporal, la naturaleza no lineal del código complica el diseño del igualador. En algunos casos la estructura del código puede usarse para convertir el problema de igualación MIMO en uno de igualación SISO para el cual sí se conocen diseños probados.

2.4.2 - Utilizar modulación multiportadora

Una alternativa a la igualación es utilizar una modulación multiportadora, como **OFDM (Orthogonal Frecuency Division Multiplexing).** Se trata de convertir el canal de banda ancha en un conjunto de subcanales MIMO de banda estrecha (y aproximadamente planos), y aplicar las técnicas vistas anteriormente a cada subcanal de forma paralela. Los canales MIMO con desvanecimiento selectivo en frecuencia poseen diversidad en espacio, tiempo y frecuencia, por lo que idealmente las tres dimensiones pueden explotarse en el esquema de señalización elegido.

2.5 – Codificación espacio-temporal

El fenómeno fundamental que dificulta las radiocomunicaciones es el desvanecimiento multitrayecto. Incrementar la calidad o reducir la probabilidad de error en un canal con desvanecimiento multitrayecto es muy complicado. Por ejemplo, suponiendo ruido AWGN, usando una modulación y esquemas de codificación típicos, reducir la BER de 10^{-2} a 10^{-3} requiere sólo 1 o 2 dB de SNR. Alcanzar una mejora similar en la tasa de error en un entorno con desvanecimiento multitrayecto, sin embargo, requerir hasta 10 dB de incremento en la SNR [ALAMOUTI98].

Es más, esta mejora en la SNR no puede hacerse incrementando el ancho de banda o la potencia de transmisión, porque va en contra de las especificaciones de los sistemas móviles. Por tanto, se hace crucial combatir de manera efectiva el efecto del desvanecimiento tanto en las estaciones base como en los terminales móviles.

En entornos ricos en dispersión, la diversidad de antenas es una técnica ampliamente utilizada para reducir el efecto del multitrayecto. La aproximación clásica para el uplink consiste en usar múltiples antenas en el receptor y realizar una combinación de señal para incrementar la calidad recibida. El principal problema es el coste, tamaño y potencia radiada de los UE. El uso de múltiples antenas y de varias etapas de radiofrecuencia complica los terminales y los hacen más caros. Por tanto, las técnicas de diversidad se han usado exclusivamente en las estaciones base (uplink).

Una estación base sirve a cientos de UE, por lo que es más económico añadir equipamiento al sistema del Nodo B. Por esta razón, los sistemas de diversidad en transmisión son muy atractivos para el downlink. Pueden incluso utilizarse las mismas antenas que se tienen instaladas en los Nodos B para diversidad en recepción (uplink).

2.5.1 – Esquema clásico MRRC (Maximal-Ratio Receive Combining)

Consideremos el siguiente esquema:

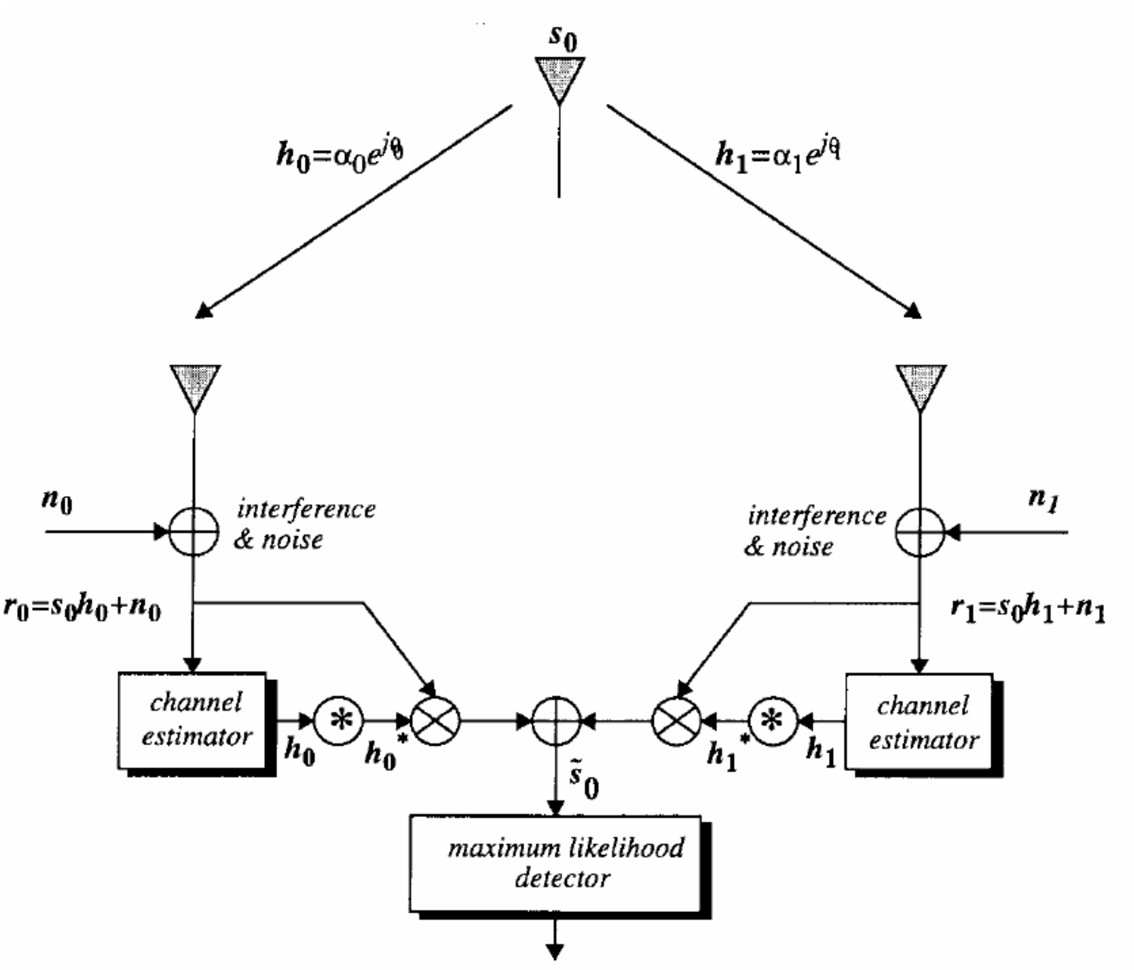

Figura 2.6 – Esquema MRRC de dos ramas. Fuente: [ALAMOUTI98].

En un instante dado, se envía una señal s_0 desde el transmisor. El canal (incluyendo los efectos de la cadena transmisora, el radio enlace y la cadena receptora) puede modelarse como una multiplicación por un coeficiente complejo entre la antena transmisora y cada una de las antenas receptoras:

$$h_0 = \alpha_0 e^{j\theta_0}$$
$$h_1 = \alpha_1 e^{j\theta_1}$$

En el receptor, se añade ruido e interferencias. Las señales en banda base resultantes son:

$$r_0 = h_0 s_0 + n_0$$
$$r_1 = h_1 s_0 + n_1$$

Donde n_0 y n_1 representan ruido complejo e interferencias.

Asumiendo que tienen distribución Gaussiana, la **regla de decisión ML (Máxima Verosimilitud)** en el receptor para las señales recibidas consiste en elegir $\hat{s}_0 = s_i$ si y sólo si:

$$d^2(r_0, h_0 s_i) + d^2(r_1, h_1 s_i) \le d^2(r_0, h_0 s_k) + d^2(r_1, h_1 s_k), \ \forall i \ne k$$

Donde $d^2(x,y)=(x-y)(x^*-y^*)$ es el cuadrado de la distancia euclídea entre las señales x e y.

El receptor combina las dos ramas de la siguiente manera:

$$s_0 = h_0 ^* r_0 + r_1 ^* r_1 = h_0 ^* (h_0 s_0 + n_0) + h_1 ^* (h_1 s_0 + n_1) = (\alpha_0^2 + \alpha_1^2) s_0 + h_0 ^* n_0 + h_1 ^* n_1$$

Para señales PSK (constelaciones con la misma energía para todos los símbolos):

$$|s_i|^2 = |s_k|^2 = E_s \ , \forall i,k$$

Operando, llegamos a que la regla de decisión: elegir $\hat{s}_0 = s_i$ sí y sólo sí:

$$d^2(\tilde{s}_0, s_i) \le d^2(\tilde{s}_0, s_k) \ , \forall i \ne k$$

2.5.2 – Código espacio-temporal de Alamouti

Consideremos el siguiente esquema:

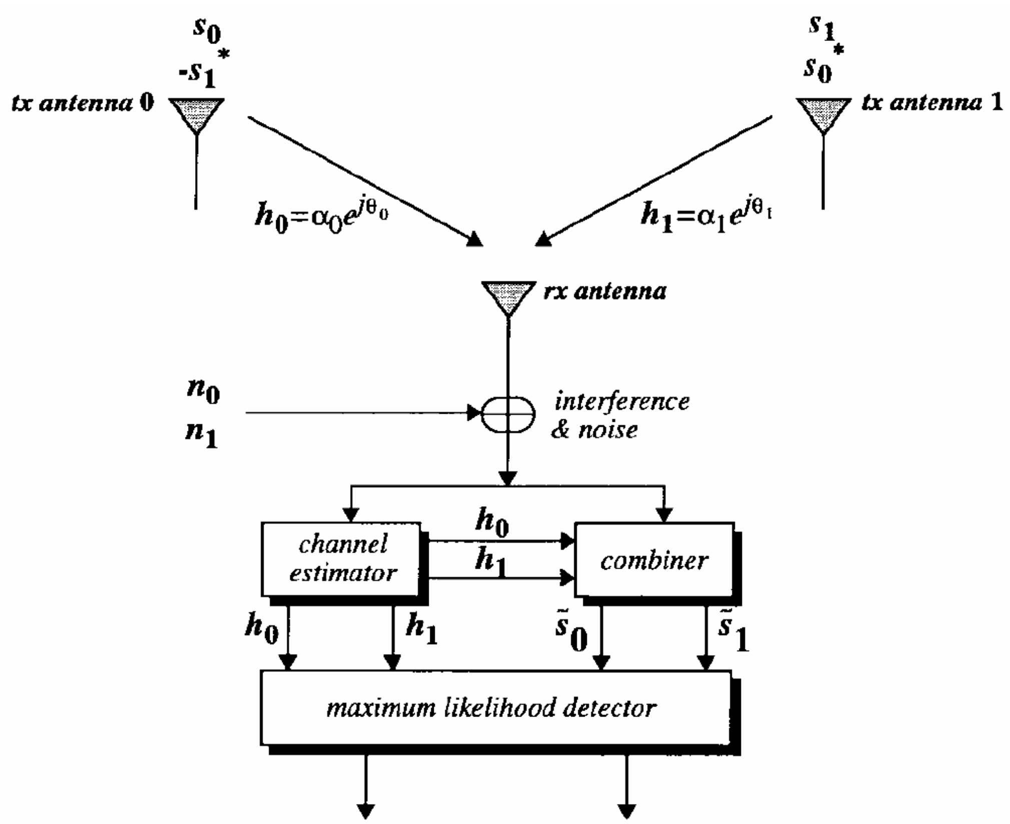

Figura 2.7 – Esquema de Alamouti de dos ramas. Consigue el mismo orden de diversidad que el MRRC, pero usando una sola antena en recepción (ideal para simplificar el UE en el downlink). Fuente: [ALAMOUTI98].

El esquema utiliza dos antenas transmisoras y una receptora, y queda definido por las siguientes características:

- La secuencia de codificación y transmisión de símbolos.
- El esquema de combinación del receptor.
- La regla de decisión para el detector de máxima verosimilitud.

En cualquier periodo de símbolo, se transmiten dos señales simultáneamente por ambas antenas, s_0 y s_1. Durante el siguiente periodo de símbolo, se transmiten las señales $-s_1*$ y s_0* por las antenas.

El canal, en el instante t, puede modelarse como un coeficiente complejo $h_0(t)$ que multiplica a la señal que se transmite por la primera antena, y otro $h_1(t)$ que multiplica a la señal transmitida por la segunda antena. Suponiendo que el canal permanece constante durante dos símbolos consecutivos:

$$h_0(t) = h_0(t+T) = h_0 = \alpha_0 e^{j\theta_0}$$
$$h_1(t) = h_1(t+T) = h_1 = \alpha_1 e^{j\theta_1}$$

Donde T es el periodo de símbolo. Las señales recibidas pueden expresarse como:

$$r_0 = r(t) = h_0 s_0 + h_1 s_1 + n_0$$
$$r_1 = r(t+T) = h_0 s_1 * + h_1 s_0 * + n_1$$

Donde r_0 y r_1 son las señales recibidas en los instantes t y $t+T$, y n_0 y n_1 son variables aleatorias complejas que representan al ruido y las interferencias (constantes entre dos instantes consecutivos).

El procesado que se realiza en el receptor consiste en combinar las señales utilizando una estima del canal. Suponiendo conocimiento perfecto del canal:

$$\tilde{s}_0 = h_0 * r_0 + h_1 r_1 *$$
$$\tilde{s}_1 = h_1 * r_0 - h_0 r_1 *$$

Operando:

$$\tilde{s}_0 = \left(\alpha_0^2 + \alpha_1^2\right) s_0 + h_0 * n_0 + h_1 n_1 *$$
$$\tilde{s}_1 = \left(\alpha_0^2 + \alpha_1^2\right) s_1 - h_0 n_1 * - h_1 * n_0$$

Estas señales combinadas se envían a un decisor de Máxima Verosimilitud, el cual, para cada una de las señales $\tilde{s}_0$ y $\tilde{s}_1$, utiliza la regla conocida para modulaciones PSK: elegir $\hat{s}_0 = s_i$ si y sólo si:

$$d^2(\tilde{s}_0, s_i) \le d^2(\tilde{s}_0, s_k), \ \forall i \ne k$$

Las señales resultantes son equivalentes a las obtenidas en el esquema MRRC. La única diferencia es la rotación de fase de las componentes de ruido, las cuales en la práctica no degradan la SNR. Por tanto, **el orden de diversidad** resultante del esquema de Alamouti con una antena receptora (2x1) es equivalente al MRRC con dos antenas receptoras (1x2).

El esquema puede generalizarse de manera natural a dos antenas transmisoras y dos receptoras (2x2). El orden de diversidad de este esquema es el doble que los anteriores. Se puede demostrar que **el orden de diversidad es el producto del número de antenas transmisoras y receptoras $M_t M_r$.** Este orden está relacionado con la pendiente de las curvas de BER frente a la SNR, por lo que cada antena añadida hará más abrupta dichas curvas, disminuyendo la probabilidad de error para una misma SNR.

2.5.3 – Consideraciones prácticas

El esquema MRRC y el de Alamouti pueden tener el mismo orden de diversidad, pero a la hora de implementar ambos sistemas surgen las diferencias. A continuación se exponen algunas consideraciones a tener en cuenta a la hora de implementar el STC de Alamouti:

- **Potencia.** El código de Alamouti requiere la transmisión simultánea de dos flujos de señal por sendas antenas. Si el sistema tiene una restricción para la potencia total radiada, debemos disminuir a la mitad la energía asociada a cada símbolo. Esto resulta en una penalización de 3 dB en la BER. Sin embargo, esta reducción se traduce en relajar las especificaciones de los amplificadores de potencia y las cadenas de transmisión en cuanto a precio, tamaño y linealidad.

- **Sensibilidad a los errores de estimación del canal.** El canal puede estimarse de forma ciega, semiciega o supervisada (mediante el uso de símbolos pilotos). Cuanto más precisa sea la estima, mejor funcionará el sistema.

- **Retrasos.** El retraso de decodificación es de 2 periodos de símbolo. Esto puede corregirse si se usa una codificación espacio-frecuencial, enviando los símbolos en el mismo instante en distintas portadoras.

- **Configuración de las antenas.** Las señales trasmitidas de las distintas antenas deben ser lo suficientemente incorreladas y deben tener casi la misma potencia promedio.

- **Tolerancia a los fallos.** En el esquema de Alamouti, si una de las ramas de transmisión cae, se sigue transmitiendo por la otra (volvemos a tener un sistema SISO, más lento, pero sigue funcionando). De manera análoga, en MRRC, si una de las ramas de recepción cae, tenemos la otra.

- **Interferencia.** El número de posibles señales interferentes entre sí se multiplica por dos, pero con la mitad de la potencia.