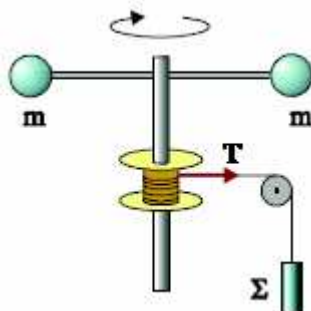


Θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης.

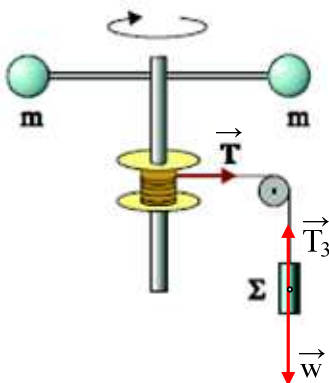


Δίνεται το σύστημα του σχήματος όπου οι δυο σημειακές σφαίρες έχουν μάζα $m=0,5\text{kg}$ και η απόσταση μεταξύ τους είναι 1m . Η μάζα της τροχαλίας θεωρείται αμελητέα. Αφήνουμε στο σώμα Σ μάζας $M=2\text{kg}$ να κινηθεί και παρατηρούμε ότι κατέρχεται κατά $h=1\text{m}$ σε χρονικό διάστημα $t_1=2\text{s}$.

- i) Υπολογίστε την τάση του νήματος T .
- ii) Αν ο μοχλοβραχίονας της τάσης T , ως προς τον άξονα περιστροφής της κατακόρυφης ράβδου είναι ίσος με 10cm να υπολογισθεί η ροπή αδράνειας του στρεφομένου συστήματος.
- iii) Να βρεθεί η κινητική ενέργεια κάθε σημειακής μάζας τη στιγμή t_1 .

Δίνεται ότι το νήμα είναι αβαρές και $g=10\text{m/s}^2$.

Απάντηση:



- i) Για το σώμα Σ από το 2^ο νόμο του Νεύτωνα παίρνουμε:

$$\Sigma F = M \cdot a \rightarrow Mg - T_3 = M \cdot a \quad (1)$$

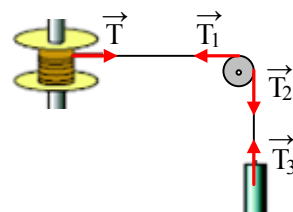
Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι η κίνηση του σώματος Σ είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη, για την οποία ισχύουν:

$$v = a \cdot t \quad \text{και} \quad y = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \quad \text{από όπου}$$

$$a = \frac{2y}{t^2} = \frac{2 \cdot 1}{2^2} \text{m/s}^2 = 0,5 \text{m/s}^2$$

και από την σχέση (1) $T_3 = Mg - M \cdot a = 19\text{N}$.

Αφού το νήμα αβαρές οι δυνάμεις που ασκεί στα άκρα του, έ-



χουν ίσα μέτρα, συνεπώς $T_3=T_2$ και $T_1=T_2$,

(δες μια απόδειξη [εδώ http://dmargaris3.blogspot.com/2011/02/blog-post_10.html](http://dmargaris3.blogspot.com/2011/02/blog-post_10.html))

ενώ αφού η τροχαλία είναι αβαρής έχουμε:

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow$$

$$T_1 \cdot R - T_2 \cdot R = 0 \rightarrow T_1 = T_2 \rightarrow$$

$$T = T_1 = T_2 = T_3 = 19\text{N}$$

- ii) Κάθε σημείο του νήματος έχει την ίδια επιτάχυνση, συνεπώς και η επιτάχυνση του άκρου του νήματος που ξετυλίγεται έχει επιτάχυνση $a=0,5\text{m/s}^2$, αλλά η επιτάχυνση αυτή είναι ίση με το ρυθμό μεταβολής της γραμμικής ταχύτητας, λόγω της κυκλικής κίνησης του σημείου με ακτίνα $r=10\text{cm}$. Συνεπώς:

$$v_{\text{γραμ}} = \omega \cdot r \rightarrow \frac{dv}{dt} = \frac{d\omega}{dt} \cdot r \rightarrow a = a_{\gamma\omega\nu} \cdot r \rightarrow a_{\gamma\omega\nu} = 5\text{rad/s}^2.$$

Εφαρμόζοντας το 2^ο νόμο του Νεύτωνα για τη στροφική κίνηση παίρνουμε:

$$\Sigma \tau = I \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu} \rightarrow I = \frac{T \cdot r}{a_{\gamma\omega\nu}} = \frac{19 \cdot 0,1}{5} \text{kgm}^2 = 0,38\text{kg} \cdot \text{m}^2$$

- iii) Η γωνιακή ταχύτητα του στρεφόμενου στερεού τη στιγμή t_1 είναι:

$$\omega = \alpha_{\gamma\omega\nu} \cdot t = 10\text{rad/s}$$

Οπότε κάθε σημειακή μάζα έχει κινητική ενέργεια:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 R^2 = \frac{1}{2} 0,5 \cdot 10^2 \cdot 0,5^2 \text{J} = 6,25\text{J}$$

dmargaris@sch.gr