



## 示例 13：

### 與平行線及截線有關的角

目標：探究與與平行線及截線有關角的性質

學習階段：3

學習單位：與線及直線圖形有關的角

所需教材：動態幾何軟件如 *Geometer's Sketchpad* (簡稱 *Sketchpad*) 及 *Correspc.gsp*、*Alternc.gsp* 及 *Interc.gsp* 檔案

預備知識：平行線及角的基本知識

活動內容：

1. 教師提問有關平行線的意義及引入平行線與截線相交的同位角、內錯角及同側內角的名稱。對於能力稍遜的學生，教師可派發工作紙 1 給他們以了解他們對有關角的認識。對於其他學生，教師可立即介紹本活動的目標。
2. 教師展示 *Sketchpad* 檔案 *Correspc.gsp* (見圖 1) 及派發工作紙 2 給學生。教師與學生討論  $AB$  是否平行於  $CD$ ，並要求他們給予理由支持有關陳述。

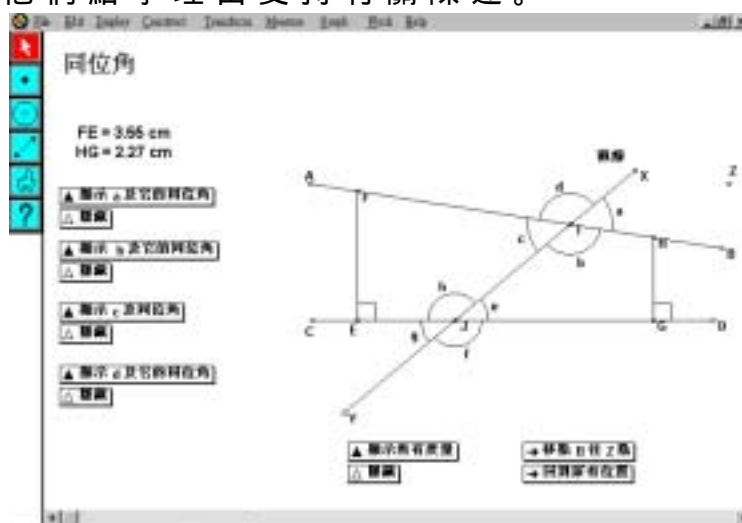


圖 1

- 針對在 Corresp.gsp, 教師提問學生角  $a$ ,  $b$ ,  $c$  及  $d$  的對應同位角是什麼。透過雙按 “▲顯示  $a$  及它的同位角” 及其他有關角的按鍵, 教師便可即時核對學生的答案。
- 除  $a$  角外, 教師雙按其他 “隱藏” 鍵, 只保留  $a$  及其同位角在屏幕上。透過拖曳點  $B$  往點  $Z$ , 即是令  $FE = HG$ , 教師引導學生觀察角  $a$  與它的同位角的變化和猜想它們的關係(如圖 2)。其後, 教師與學生討論  $a$  及它的同位角在何時會相等。

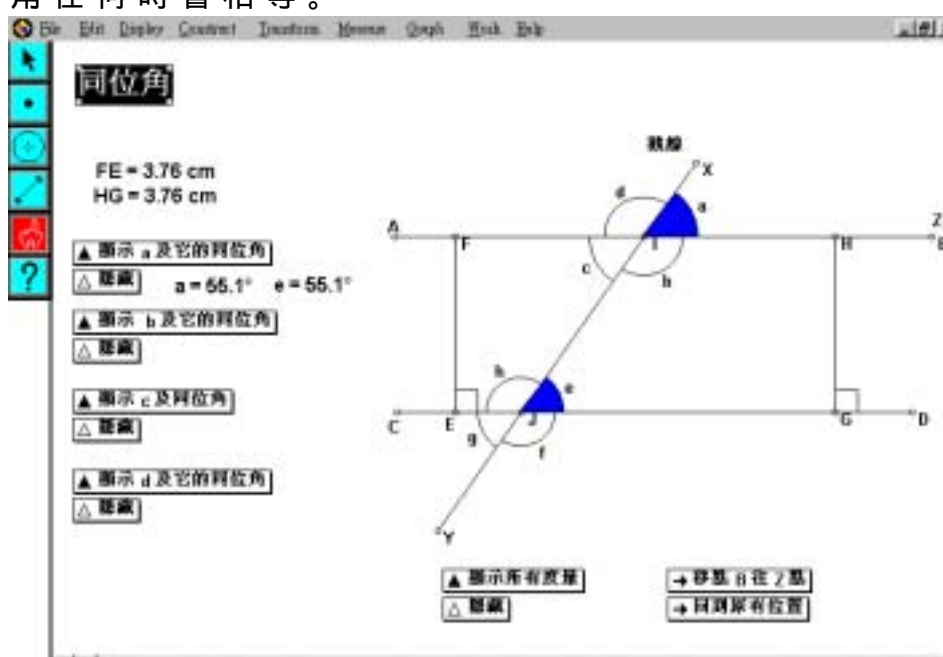


圖 2

- 學生須回答每組同位角是否相等。教師雙按 “▲顯示  $b$  及它的同位角” 及與角相關的鍵及 “▲顯示所有度量” 鍵。拖曳點  $B$  以令  $AB$  再次與  $CD$  平行, 讓學生觀察同位角值的變化(見圖 3)。其後由學生總結 “在平行線上, 任意角與它的同位角都有相同值”。

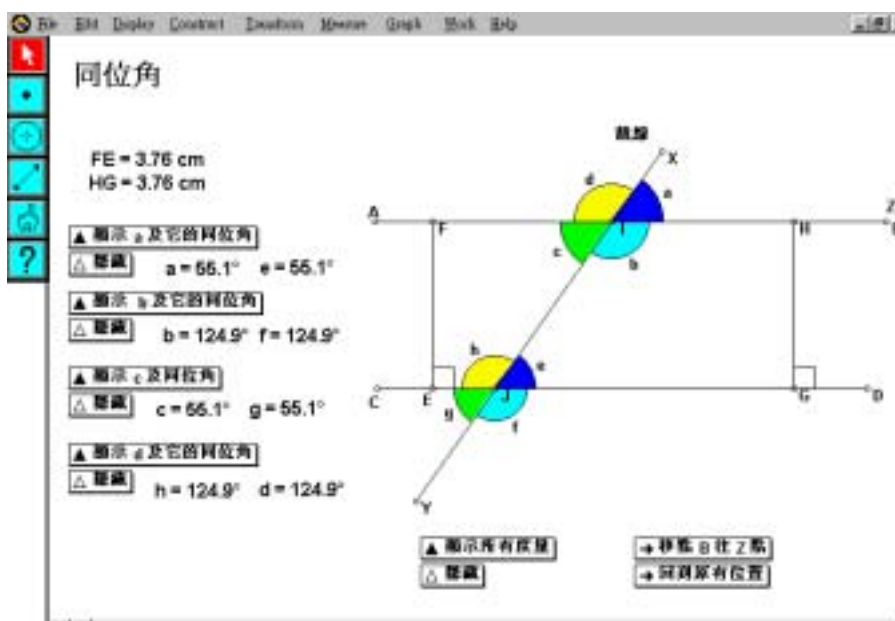


圖 3

6. 教師提問學生第 5 點的結果是否在不同截線上都成立。學生再次觀察在轉變截線  $XY$  的方向時，兩者關係的變化。在拖曳點  $X$ ，教師可核對學生的猜想 (圖 4)。

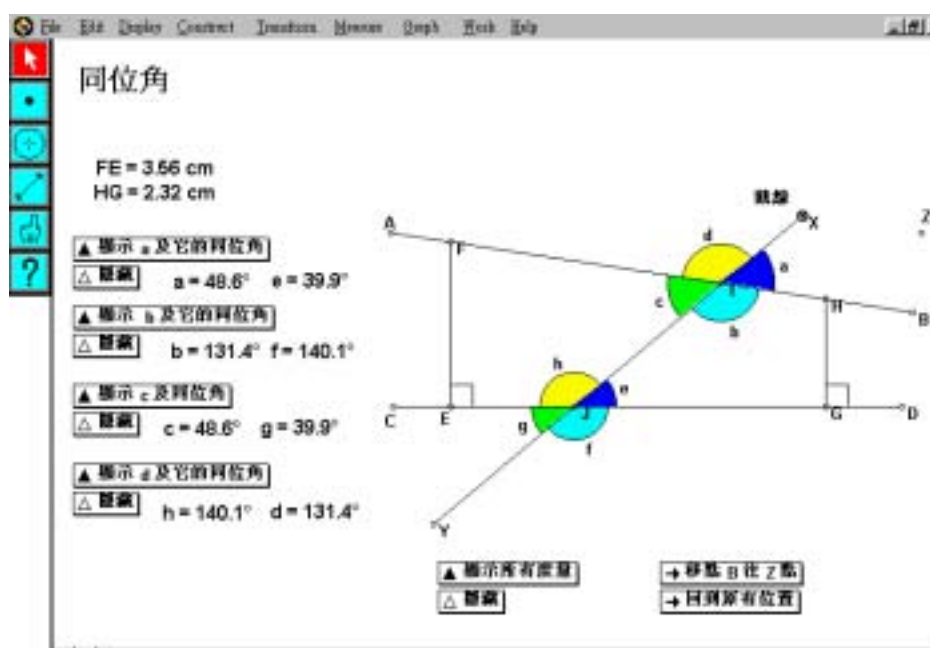


圖 4

7. 教師拖曳點  $C$  以形成不同組合的平行線，並提問學生以上發現是否仍然成立 (圖 5)。最後，由學生總結“任意平行線上，同位角必然相同。”

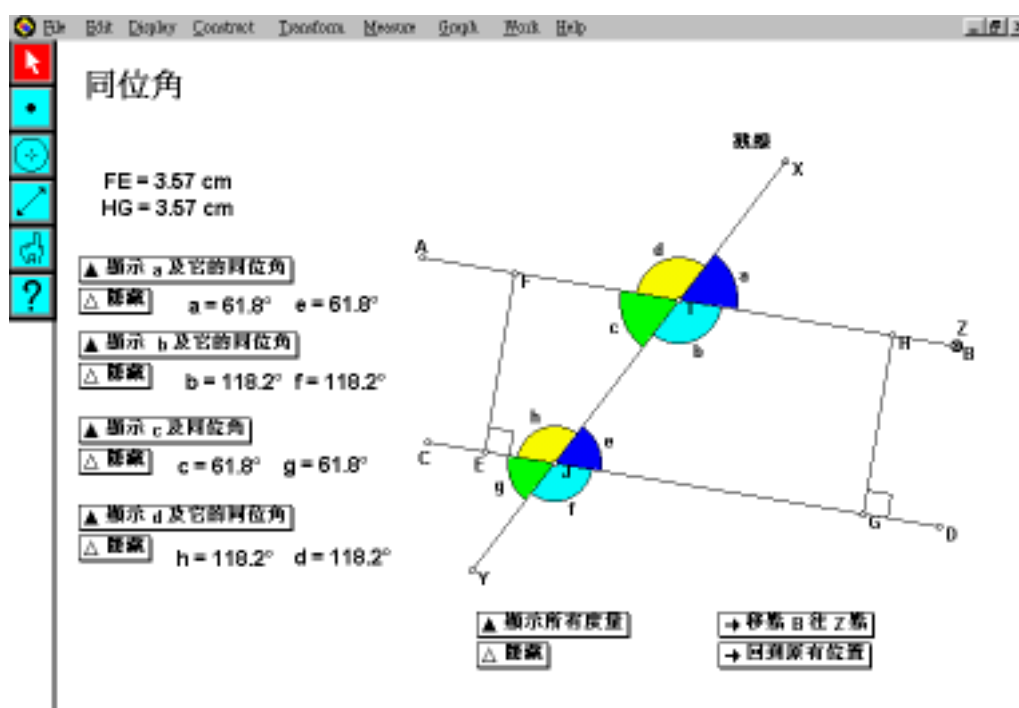


圖 5

8. 教師分發工作紙 3 及 *Sketchpad* 檔案 *Alternc.gsp* (圖 6) 及 *Interc.gsp* (圖 7) 給學生。學生須用檔案來探究在平行線上內錯角及同側內角是否有相似的结果。

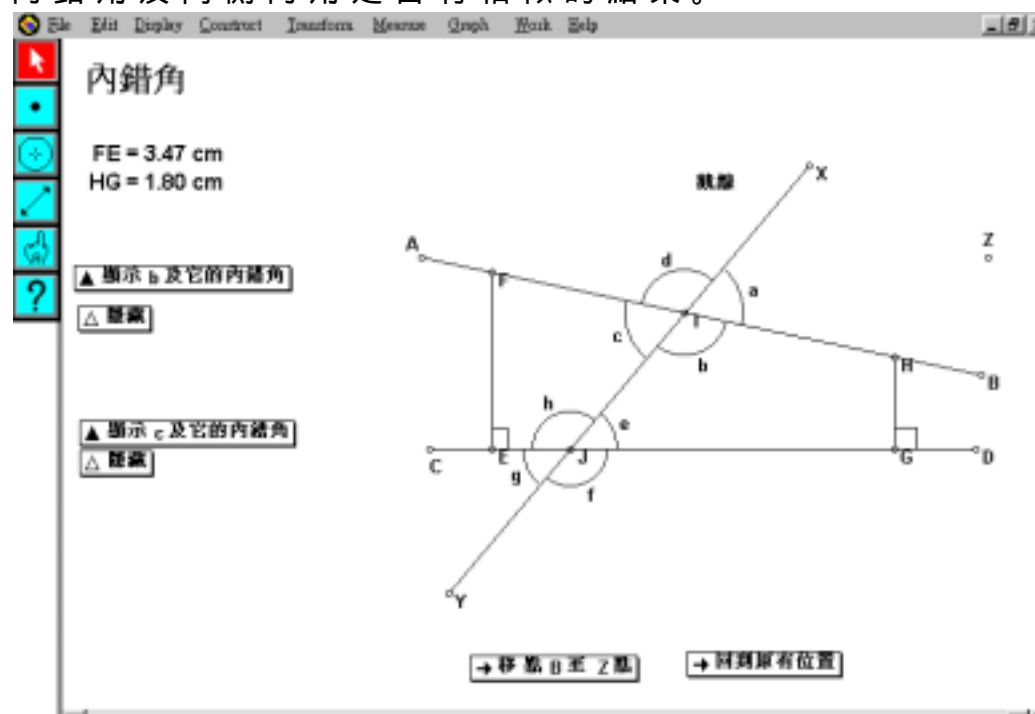


圖 6

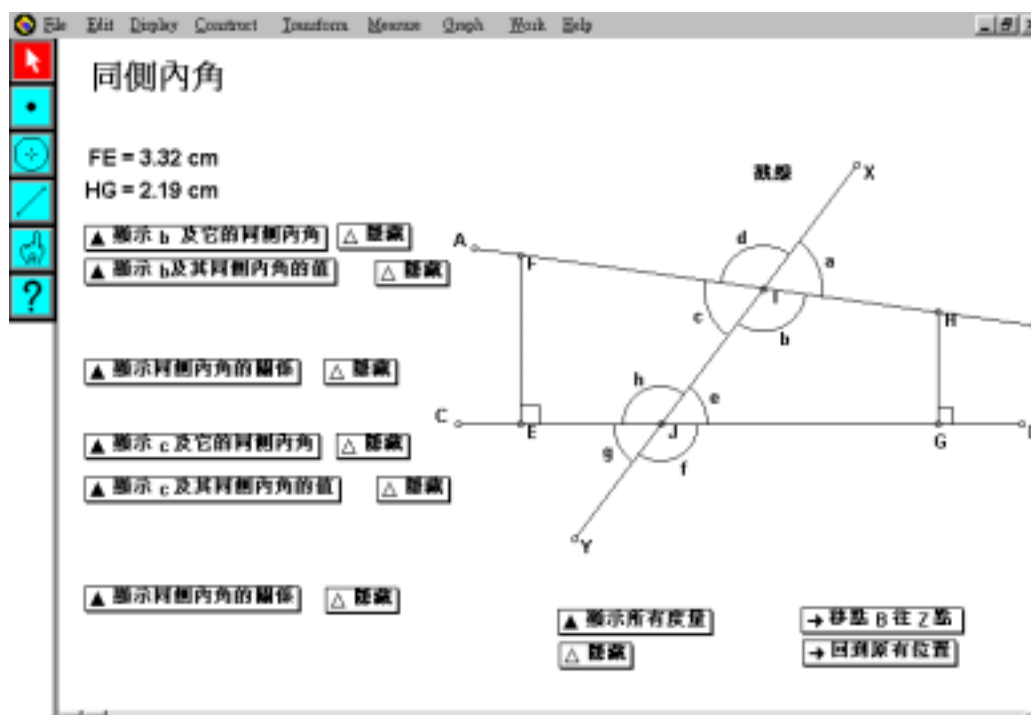


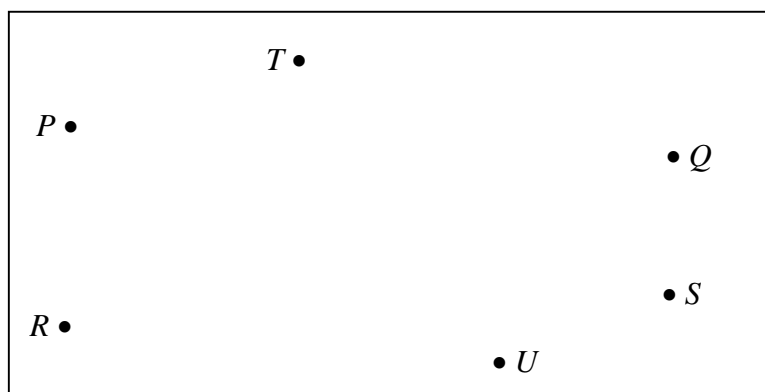
圖 7

9. 教師邀請學生總結他們的發現，即：對任意傾斜度的平行線及截線，
- 平行線上的角及它的同位角都相等；
  - 平行線上的角及它的內錯角都相等；
  - 平行線上的同側內角互補。

## 工作紙 1：平行線與截線上的角

判別同位角、內錯角及同側內角

- (a) 在以下方格內，連接  $P$ 、 $Q$ ； $R$ 、 $S$  及  $T$ 、 $U$  以形成 3 條線，以  $p$ 、 $q$ 、 $r$ 、... 來標示由以上 3 條線所形成的角。



- (b) 哪條線是截線？

\_\_\_\_\_ 是截線。

- (c) 寫出圖中所有對同位角。

\_\_\_\_\_ 及 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ 及 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ 及 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ 及 \_\_\_\_\_ 是四對同位角。

- (d) 寫出圖中所有對內錯角。

\_\_\_\_\_ 及 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ 及 \_\_\_\_\_ 是兩對內錯角。

- (e) 寫出圖中所有對同側內角。

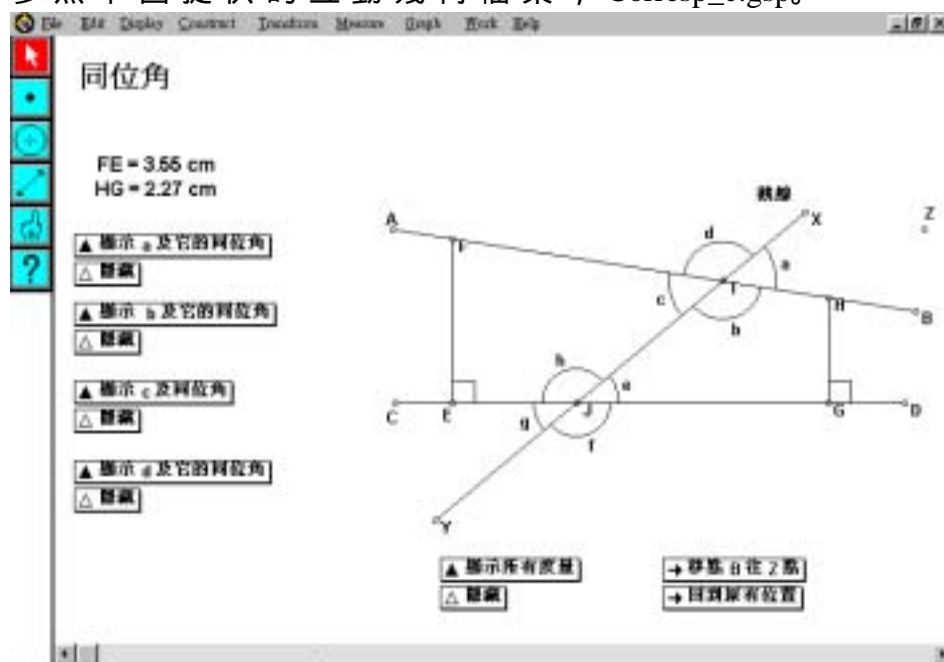
\_\_\_\_\_ 及 \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_ 及 \_\_\_\_\_ 是兩對同側內角。

## 工作紙 2：平行線及截線上的同位角

探究同位角的關係

參照下圖提供的互動幾何檔案，Corresp\_c.gsp。



1.  $AB$  與  $CD$  是否平行？為什麼？

---



---

2. 雙按“顯示  $a$  及它的同位角”。拖曳點  $B$  以轉動  $AB$  線的方向。在轉動時，留意這對同位角的值。最後，拖曳點  $B$  至點  $Z$  直至線  $AB$  與  $CD$  每段的距離都相等。

3. 從屏幕上，抄下  $FE$  及  $HG$  的值。

(a)  $FE = HG =$  \_\_\_\_\_ cm

(b) 現在， $AB$  及  $CD$  兩線是否平行？為什麼？

---

4. 雙按屏幕上“顯示所有度量”的鍵以顯示所有對同位角的度量。

5. 抄下此時所有對同位角的值。

$a = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $e = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $f = \underline{\hspace{2cm}}$ ;  
 $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $g = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $d = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $h = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

你可從中發現每一對同位角的關係嗎？

---



---

6. 拖曳點  $X$  以移動截線至兩個不同位置，因而得出兩組角，寫出所有對同位角的值：

第一組數值	第二組數值
$a = \underline{\hspace{2cm}}$ , $e = \underline{\hspace{2cm}}$	$a = \underline{\hspace{2cm}}$ , $e = \underline{\hspace{2cm}}$
$b = \underline{\hspace{2cm}}$ , $f = \underline{\hspace{2cm}}$	$b = \underline{\hspace{2cm}}$ , $f = \underline{\hspace{2cm}}$
$c = \underline{\hspace{2cm}}$ , $g = \underline{\hspace{2cm}}$	$c = \underline{\hspace{2cm}}$ , $g = \underline{\hspace{2cm}}$
$d = \underline{\hspace{2cm}}$ , $h = \underline{\hspace{2cm}}$	$d = \underline{\hspace{2cm}}$ , $h = \underline{\hspace{2cm}}$

寫出你的任何猜想，以及有關的必需條件。

---



---



---



---



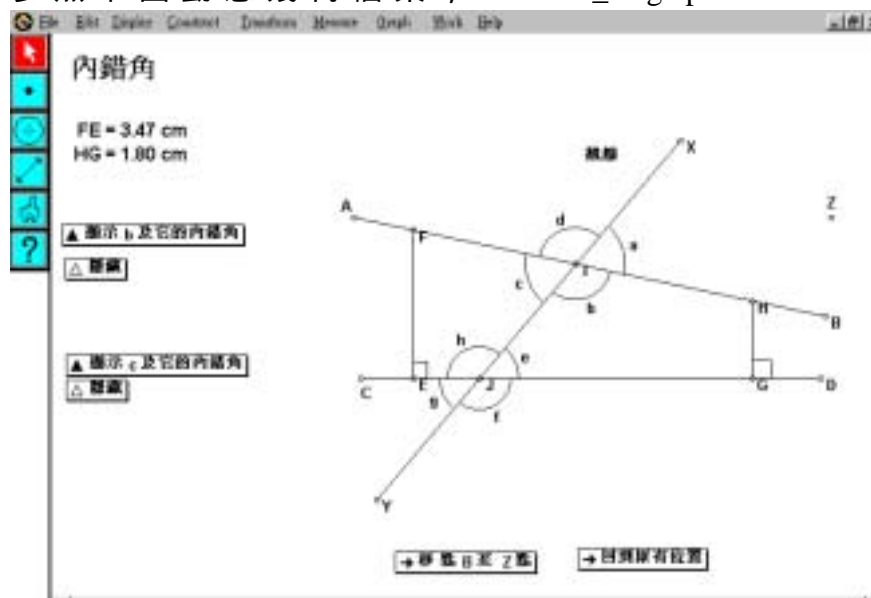
---



## 工作紙 3：平行線及截線上的角

### 第 1 部：探究內錯角的關係

參照下圖動態幾何檔案，Altern\_c.gsp



1. 雙按 “ 顯示  $b$  及它的內錯角 ”。
2. 拖曳  $B$  以轉動  $AB$  的方向。在轉動時，留意所有對內錯角的值。最後，拖曳  $B$  點至  $Z$  點令  $AB$  平行於  $CD$ 。
3. 顯示所有對內錯角的度量。抄下在這時每對內錯角的值。  
 $b =$  \_\_\_\_\_，它的內錯角  $=$  \_\_\_\_\_  $=$  \_\_\_\_\_  
 $c =$  \_\_\_\_\_，它的內錯角  $=$  \_\_\_\_\_  $=$  \_\_\_\_\_

你能找到每對內錯角的關係嗎？

---



---



---



---

4. 拖曳點  $X$  以移動截線因而得出三組角，寫出所有對內錯角的值。

	$b$	它的內錯角	$c$	它的內錯角
第一組數值				
第二組數值				
第三組數值				

嘗試寫出你的任何猜想及有關的必需條件。

---

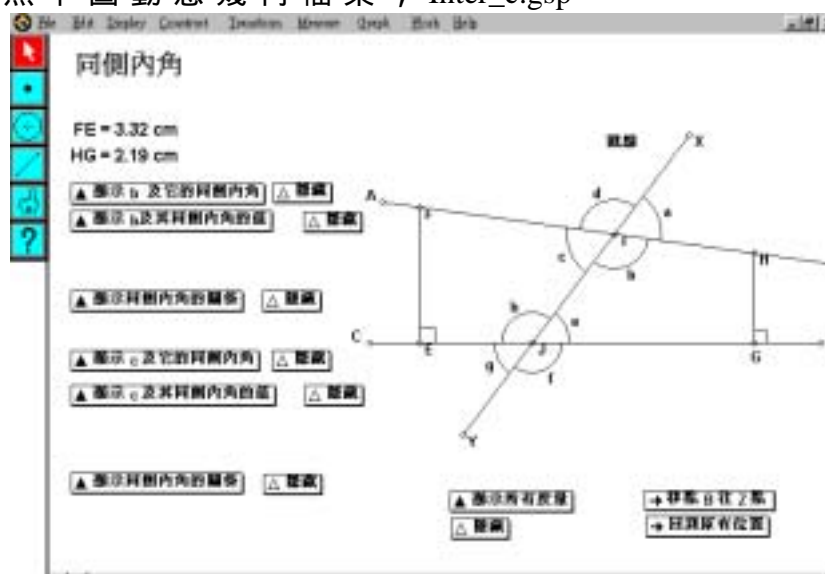
---

---

---

第 II 部：探究同側內角的關係

參照下圖動態幾何檔案，Inter\_c.gsp



1. 雙按 “ 顯示 b 及它的同側內角 ”。
2. 拖曳 B 以轉動 AB 的方向。在轉動時，留意所有對同側內角的值。最後，拖曳 B 點至 Z 點以令 AB 平行於 CD。
3. 顯示所有對同側內角的度量。抄下在這時每對同側內角的值。  
 $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ，它的同側內角 =  $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$   
 $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ，它的同側內角 =  $\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

你能找到每對同側內角的關係嗎？

---



---



---



---

4. 拖曳點  $X$  以移動截線因而得出三組角，寫出所有對同側內角的值。

	$b$	它的同側內角	$c$	它的同側內角
第一組數值				
第二組數值				
第三組數值				

5. 嘗試寫出你的任何猜想及有關的必需條件。

---

---

---

可雙按圖中“顯示同側內角的關係”鍵，以觀察有關答案。

6. 總結每對同位角、內錯角及同側內角的關係。

---

---

---

---

---

## 教師注意事項：

1. 這些活動可作為學生自行探究所有與平行線相關的角的關係。雖然如此，學生亦須得到如何控制電腦的足夠指示及有足夠時間以作出各角關係的猜想。
2. 在活動的第 1 點，部分學生會以兩線段“不會相交”作為平行線的定義。教師須引導學生知道“不會相交”的意義是指“兩線段如何延長都不會相交”。這個意義亦可解釋為“以相同距離相隔兩線”。對於能力稍遜的學生，教師可給予他們工作紙 1 以鞏固他們對平行線上角的認識。
3. 在檔案中提供“移點  $B$  往  $Z$  點”的按鍵，是為協助有困難於拖曳  $B$  點至  $Z$  點的學生。當學生雙按以上鍵，點  $B$  會慢慢及自動地移往點  $Z$ 。因而，學生可以集中觀察有關角的變化。
4. 至於活動中的第 5 及第 7 點，學生須要觀察各角關係並不只是在特定的兩條平行線和截線上成立，而是在任意的兩條平行線及截線都成立。因此，拖曳  $C$  或  $X$  點以改變平行線或截線的方向是這個活動內非常重要的步驟。對於能力較高的學生，教師可跳過第 5 點至第 7 點的引導步驟，改為由學生按工作紙 2 及 3 作自行探究。
5. 因為軟件的限制，部分量度出現誤差，如當  $EF$  並未完全等於  $HG$  線段的長度時，亦出現角相等的情況。教師應提醒學生有關活動只能提供直觀的經驗以得出猜想的視像效果及讓學生知道這方法的限制。教師由此可引導學生得出以演繹方法來研究平行線上角關係的重要性。這些討論會於稍後學習單位“演繹幾何簡介”內進行。