ਪਾਠ- 3

ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ

(MOTION IN A STRAIGHT LINE)

3.1 ਭੂਮਿਕਾ (INTRODUCTION)

ਬ੍ਰਹਿਮੰਡ ਦੀ ਹਰੇਕ ਵਸਤੂ ਸਿੱਧੇ ਜਾਂ ਅਸਿੱਧੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਸਾਡਾ ਚੱਲਣਾ, ਦੌੜਨਾ, ਸਾਈਕਲ ਸਵਾਰੀ ਆਦਿ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਵਿਖਾਈ ਦੇਣ ਵਾਲੀਆਂ ਕਿਰਿਆਵਾਂ ਗਤੀ ਦੇ ਕੁਝ ਉਦਾਹਰਨ ਹਨ। ਇੰਨਾ ਹੀ ਨਹੀਂ, ਨੀਂਦ ਵਿੱਚ ਵੀ ਸਾਡੇ ਫੇਫੜਿਆਂ ਵਿੱਚ ਹਵਾ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਸ਼ ਤੇ ਨਿਸ਼ਕਾਸਨ ਅਤੇ ਸਾਡੀਆਂ ਧਮਣੀਆਂ ਅਤੇ ਸ਼ਿਰਾਵਾਂ ਵਿੱਚ ਲਹੂ ਦਾ ਸੰਚਾਰ ਹੁੰਦਾ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਰੁੱਖਾਂ ਤੋਂ ਡਿਗਦੇ ਪੱਤਿਆਂ ਨੂੰ ਅਤੇ ਬੰਨ੍ਹ ਤੋਂ ਵਗਦੇ ਹੋਏ ਪਾਣੀ ਨੂੰ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ। ਮੋਟਰ-ਗੱਡੀ ਅਤੇ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ ਯਾਤਰੀਆਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਥਾਂ ਤੋਂ ਦੂਸਰੇ ਥਾਂ ਤੇ ਲੈ ਜਾਂਦੇ ਹਨ। ਧਰਤੀ 24 ਘੰਟੇ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਵਾਰ ਆਪਣੇ ਧੁਰੇ ਦੇ ਇਰਦ-ਗਿਰਦ ਘੁੰਮਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਸਾਲ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਵਾਰ ਸੂਰਜ ਦੇ ਆਲ਼ੇ-ਦੁਆਲ਼ੇ ਚੱਕਰ ਪੂਰਾ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਸੂਰਜ ਆਪਣੇ ਗ੍ਰਹਿਆਂ ਸਮੇਤ ਸਾਡੀ ਅਕਾਸ਼ ਗੰਗਾਂ ਨਾਮਕ ਗਲੈਕਸੀ ਵਿੱਚ ਵਿਚਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਜਿਹੜੀ ਖੁਦ ਵੀ ਸਥਾਨਿਕ ਗਲੈਕਸੀਆਂ ਦੇ ਸਮੂਹ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੈ।

ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ ਗਤੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਸਥਿਤੀ ਕਿਵੇਂ ਬਦਲਦੀ ਹੈ? ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਗਤੀ ਦੇ ਬਾਰੇ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ। ਇਸਦੇ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਨੂੰ ਸਮਝਣਾ ਪਵੇਗਾ। ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਆਪਣਾ ਅਧਿਐਨ ਵਸਤੂ ਦੀ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਤੱਕ ਹੀ ਸੀਮਿਤ ਰੱਖਾਂਗੇ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ **ਸਰਲ ਰੇਖੀ ਗਤੀ** (rectilinear motion) ਵੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਸਰਲ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਕੁਝ ਸਰਲ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤੇ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਸੁਭਾਅ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਲਈ ਸਾਪੇਖੀ ਗਤੀ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਪੇਸ਼ ਕਰਾਂਗੇ।

ਇਸ ਅਧਿਐਨ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਾਰੀਆਂ ਗਤੀ ਕਰਦੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਨੂੰ ਅਤਿ ਸੂਖਮ ਮੰਨ ਕੇ ਬਿੰਦੂ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਵਾਂਗੇ। ਇਹ ਨਜ਼ਦੀਕੀ ਨੇੜਤਾ (approximation) ਉਦੋਂ ਤੱਕ ਮੰਨਣਯੋਗ ਹੈ ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਵਸਤੂ ਦਾ ਅਕਾਰ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਸਲ ਜੀਵਨ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਹਾਲਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਸਾਈਜ਼ ਦੀ ਉਪੇਖਿਆ (neglecting size) ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਬਿਨਾਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਤਰੁੱਟੀ ਦੇ ਉਹਨਾਂ ਨੂੰ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ-ਵਸਤੂ (point object) ਮੰਨਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਸ਼ੁੱਧਗਤੀਕੀ (Kinematics) ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਕਾਰਨਾਂ ਤੇ ਧਿਆਨ ਨਾ ਦੇ ਕੇ ਸਿਰਫ਼ ਉਸਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਹੀ ਅਧਿਐਨ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਅਤੇ ਅਗਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀਆਂ ਗਤੀਆਂ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਗਤੀਆਂ ਦੇ ਕਾਰਨਾਂ ਦਾ ਅਧਿਐਨ, ਅਸੀਂ ਪੰਜਵੇਂ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਕਰਾਂਗੇ।

3.2 ਸਥਿਤੀ, ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ (POSITION, PATH LENGTH AND DISPLACEMENT)

ਪਹਿਲਾਂ ਤੁਸੀਂ ਪੜ੍ਹਿਆ ਹੈ ਕਿ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ ਗਤੀ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਸਥਿਤੀ ਦੇ ਨਿਰਧਾਰਨ ਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਸੰਦਰਭ ਬਿੰਦੂ (reference point) ਅਤੇ ਧੁਰਿਆਂ ਦੇ ਇੱਕ ਸਮੂਹ (set of axes) ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਸਮਕੋਣੀ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਸਿਸਟਮ (rectangular coordinate system) ਦੀ ਚੋਣ ਸੁਵਿਧਾਜਨਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਸਿਸਟਮ ਵਿਚ ਤਿੰਨ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਲੰਬ ਰੂਪ ਧੁਰੇ ਹੁੰਦੇ ਹਨ ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ X–, Y– ਅਤੇ Z-ਧੁਰਾ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਧੁਰਿਆਂ ਦੇ ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਸਾਂਝੇ ਕਟਾਵ ਬਿੰਦੂ (Point of intersection) ਨੂੰ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ (origin) (O) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਹ ਸੰਦਰਭ ਬਿੰਦੂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ (x, y, z) ਇਸ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਸਿਸਟਮ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਉਸ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ (Position) ਨੂੰ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਸਮਾਂ ਨਾਪਨ ਲਈ ਇਸ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਸਿਸਟਮ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਘੜੀ ਰੱਖੀ ਗਈ ਹੈ। ਘੜੀ ਸਮੇਤ ਇਸ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਸਿਸਟਮ ਨੂੰ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ (frame of reference) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਇੱਕ ਜਾਂ ਵੱਧ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਬਦਲਦੇ ਹਨ ਤਾਂ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਗਤੀਸ਼ੀਲ (in motion) ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਨਹੀਂ ਤਾਂ ਉਸ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ (state of rest) ਵਿੱਚ ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ।

ਕਿਸੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ ਵਿੱਚ ਧੁਰਿਆਂ ਦੀ ਚੋਣ ਸਥਿਤੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ, ਇੱਕ ਵਿਮ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਧੁਰੇ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਦੋ/ਤਿੰਨ ਵਿਮਾਂ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਦੋ/ਤਿੰਨ ਧੁਰਿਆਂ ਦੀ ਲੋੜ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਘਟਨਾ ਦਾ ਵਰਨਣ ਇਸਦੇ ਲਈ ਚੁਣੇ ਗਏ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ, ਜਦੋਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਸੜਕ ਤੇ ਕਾਰ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸਲ ਵਿੱਚ 'ਕਾਰ ਦੀ ਗਤੀ' ਦਾ ਵਰਨਣ ਅਸੀਂ ਖੁਦ ਜਾਂ ਜਮੀਨ ਨਾਲ ਜੁੜੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਜੇ ਅਸੀਂ ਕਾਰ ਵਿੱਚ ਬੈਠੇ ਕਿਸੇ ਵਿਅਕਤੀ ਨਾਲ ਜੁੜੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਤੰਤਰ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਕਾਰ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਕਾਰ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇਗੀ।

ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਵਰਣ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਧੁਰੇ (ਮੰਨ ਲਉ x-ਧੁਰੇ) ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚੁਣ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਉਹ ਵਸਤੂ ਦੇ ਰਸਤੇ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦਾ (coincide) ਹੋਵੇ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਆਪਣੀ ਸਹੂਲਤ ਅਨੁਸਾਰ ਚੁਣੇ ਗਏ ਕਿਸੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ (ਮੰਨ ਲਉ ਚਿੱਤਰ 3.1 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਗਏ ਬਿੰਦੂ O) ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ। ਬਿੰਦੂ O ਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਧਨਾਤਮਕ ਅਤੇ ਖੱਬੇ ਪਾਸੇ ਦੇ ਸਥਿਤੀ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਨੂੰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਕਹਾਂਗੇ। ਇਸ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਚਿੱਤਰ 3.1 ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ P ਅਤੇ Q ਦੇ ਸਥਿਤੀ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਕ੍ਰਮਵਾਰ +360 m ਅਤੇ +240 m ਹਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਬਿੰਦੂ R ਦਾ ਸਥਿਤੀ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ –120 m ਹੈ।

ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ (PATH LENGTH)

ਕਲਪਨਾ ਕਰੋ ਕਿ ਕੋਈ ਕਾਰ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਹੈ। ਅਸੀਂ x–ਧੁਰੇ ਦੀ ਚੋਣ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਇਹ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਕਾਰ ਦੇ ਰਸਤੇ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦਾ (coincide) ਹੋਵੇ। ਧੁਰੇ ਦਾ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਉਹ ਹੈ ਜਿੱਥੋਂ ਕਾਰ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੀ ਹੈ, ਭਾਵ ਸਮਾਂ $t = 0$ ਤੇ ਕਾਰ $x = 0$ ਤੇ ਸੀ (ਚਿੱਤਰ 3.1)। ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਵੱਖ–ਵੱਖ ਛਿਣਾਂ ਤੇ ਕਾਰ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਬਿੰਦੂਆਂ P, Q ਅਤੇ R ਨਾਲ ਦਰਸਾਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਅਸੀਂ ਗਤੀ ਦੀਆਂ ਦੋ ਸਥਿਤੀਆਂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ। ਪਹਿਲੀ ਵਿੱਚ ਕਾਰ O ਤੋਂ P ਤੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ OP = + 360 m ਹੈ। **ਇਸ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਪਥ ਲੰਬਾਈ** (distance) **ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ**। ਦੂਸਰੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਕਾਰ ਪਹਿਲਾਂ O ਤੋਂ P ਤੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ P ਤੋਂ Q ਤੱਕ ਵਾਪਸ ਆ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਗਤੀ ਦੇ ਇਸ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = OP + PQ = 360 m + (+ 120 m) = + 480 m ਹੋਵੇਗੀ। ਕਿਉਂਕਿ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਪਰਿਮਾਣ (ਮਾਤਰਾ, Magnitude) ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਦਿਸ਼ਾ ਨਹੀਂ, ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਇੱਕ ਅਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ (ਪਾਠ – 4 ਦੇਖੋ)।

ਵਿਸਥਾਪਨ (DISPLACEMENT)

ਇੱਥੇ ਇਹ ਪ੍ਰਸੰਗਿਕ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਦੂਸਰੀ ਉਪਯੋਗੀ ਰਾਸ਼ੀ ਵਿਸਥਾਪਨ ਨੂੰ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰੀਏ। ਕਲਪਨਾ ਕਰੋ ਕਿ ਸਮੇਂ t_1 ਅਤੇ t_2 ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਕ੍ਰਮਵਾਰ x_1ਅਤੇ x_2 ਹੈ। ਤਾਂ ਸਮਾਂ $\Delta t = (t_2 - t_1)$ ਵਿੱਚ ਉਸਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ Δx ਨਾਲ ਦਰਸਾਵਾਂਗੇ, ਅੰਤਿਮ ਅਤੇ ਅਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀਆਂ ਦੇ ਅੰਤਰ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$\Delta x = x_2 - x_4$$

(ਇੱਥੇ ਗ੍ਰੀਕ ਅੱਖਰ ਡੈਲਟਾ (Δ) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਿਸੇ ਰਾਸ਼ੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ ਕਰਦੇ ਹਾਂ)।

ਜੇ $x_2 > x_1$ ਤਾਂ Δx ਧਨਾਤਮਕ ਹੋਵੇਗਾ, ਪਰ ਜੇ $x_2 < x_1$ ਤਾਂ Δx ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੋਵੇਗਾ।

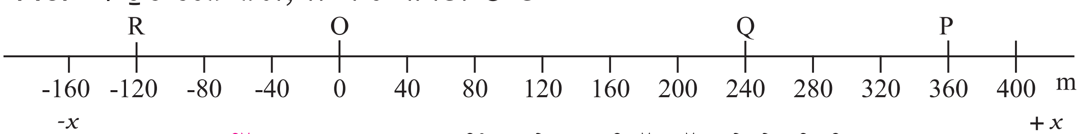
ਵਿਸਥਾਪਨ ਵਿੱਚ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਦੋਵੇਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ । ਅਜਿਹੀਆਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਸਦਿਸ਼ਾਂ (vectors) ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਸਦਿਸ਼ਾਂ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਅਗਲੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹੋਗੇ। ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਸਰਲ ਗਤੀ (ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ **ਰੇਖੀ ਗਤੀ** (rectilinear motion) ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ) ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹਾਂਗੇ।

ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਸਿਰਫ਼ ਦੋ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ (ਅੱਗੇ ਵੱਲ ਅਤੇ ਪਿੱਛੇ ਵੱਲ ਜਾਂ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਅਤੇ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ) ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਦੋਨੋਂ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਸਹੂਲਤ ਲਈ + ਅਤੇ - ਸੰਕੇਤਾਂ ਨਾਲ ਵਿਅਕਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ ਜੇ ਕਾਰ ਸਥਿਤੀ O ਤੋਂ P ਤੱਕ ਪੁੱਜਦੀ ਹੈ, ਤਾਂ ਉਸਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ

$\Delta x = x_2 - x_1$ = (+360 m) – 0 m = +360 m ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ (magnitude) 360 m ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ x ਦੀ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇਗੀ ਜਿਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ + ਸੰਕੇਤ ਨਾਲ ਲਿਖਾਂਗੇ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਕਾਰ ਦਾ P ਤੋਂ Q ਤੱਕ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ 240 m – 360 m = – 120 m ਹੋਵੇਗਾ। ਰਿਣਾਤਮਕ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਇਸ਼ਾਰਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ, ਵਸਤੂ ਦੀ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਦੇ ਵਿਵਰਨ ਦੇ ਲਈ ਸਦਿਸ਼ ਸੰਕੇਤ ਦਾ ਉਪਯੋਗ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੀ ਮਾਤਰਾ ਗਤੀ ਵਿਚਲੀ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਨਹੀਂ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਜੇ ਕਾਰ ਸਥਿਤੀ O ਤੋਂ ਚੱਲ ਕੇ P ਤੱਕ ਪੁੱਜ ਜਾਵੇ, ਤਾਂ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = +360 m ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ = +360 m ਹੋਵੇਗਾ। ਜਿੱਥੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੀ ਮਾਤਰਾ (360 m) ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਪਰ ਜੇ ਕਾਰ O ਤੋਂ ਚੱਲ ਕੇ P ਤੱਕ ਜਾਵੇ ਅਤੇ ਫਿਰ Q ਤੱਕ ਵਾਪਸ ਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ = (+360 m) + (+120 m) = +480 m ਹੋਵੇਗੀ ਪਰੰਤੂ ਵਿਸਥਾਪਨ = (+ 240 m) – 0m = +240 m ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਵਾਰ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੀ ਮਾਤਰਾ (240 m) ਕਾਰ ਦੁਆਰਾ ਚੱਲੀ ਗਈ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ (480 m) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ (ਅਸਲ ਵਿੱਚ ਘੱਟ) ਹੈ।

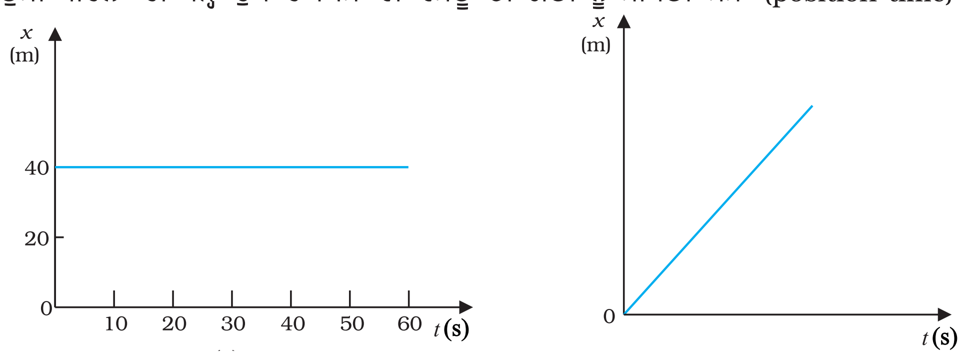
ਵਿਸਥਾਪਨ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ (ਮਾਤਰਾ ਜਾਂ ਮਿਕਦਾਰ, magnitude) ਗਤੀ ਦੇ ਇਸ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਲਈ ਜ਼ੀਰੋ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਇਸ ਦੇ ਸੰਗਤ ਪਥ ਲੰਬਾਈ **ਜ਼ੀਰੋ ਨਹੀਂ** ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਚਿੱਤਰ 3.1 ਵਿੱਚ ਜੇ ਕਾਰ O ਤੋਂ ਚੱਲ ਕੇ P ਤੱਕ ਜਾਵੇ ਅਤੇ ਮੁੜ O ਤੇ ਵਾਪਸ ਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਕਾਰ ਦੀ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀ ਅਤੇ ਅਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ ਨਾਲ ਮੇਲ ਖਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਪਰ ਕਾਰ ਦੀ ਇਸ ਪੂਰੀ ਯਾਤਰਾ ਦੇ ਲਈ ਕੁੱਲ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ (ਪਥ ਲੰਬਾਈ (path length))



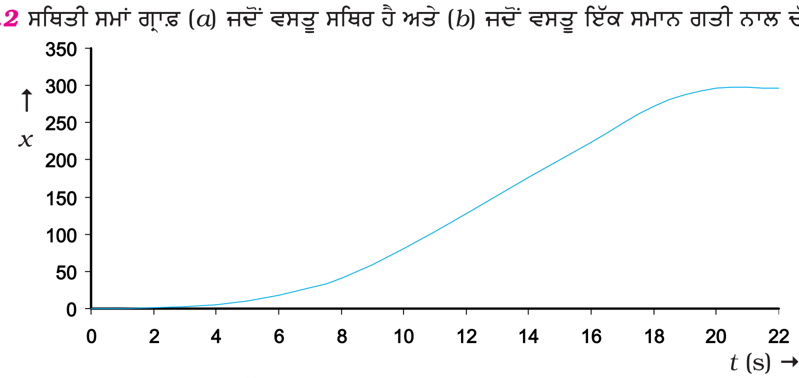
ਚਿੱਤਰ ***3.1*** (x-ਧੁਰਾ, ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਅਤੇ ਕਾਰ ਦੀ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮੇਂ ਤੇ ਸਥਿਤੀ)

OP + PO = +360 m + 360 m = +720 m ਹੋਵੇਗੀ।

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਤੁਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹੋ ਕਿਸੇ ਵੀ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ (position-time) ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦੁਆਰਾ



ਚਿੱਤਰ ***3.2*** ਸਥਿਤੀ ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ (a) ਜਦੋਂ ਵਸਤੂ ਸਥਿਰ ਹੈ ਅਤੇ (b) ਜਦੋਂ ਵਸਤੂ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ।

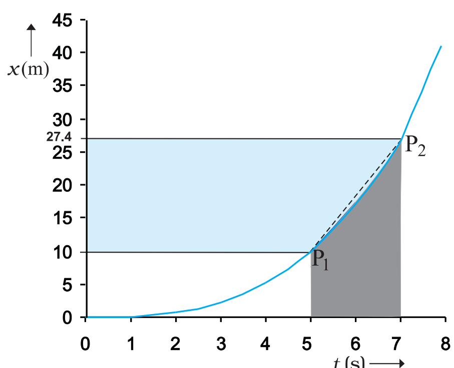


ਚਿੱਤਰ ***3.3*** ਕਾਰ ਦਾ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼

ਗਤੀ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਪਹਿਲੂਆਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਇਆ ਅਤੇ ਵਿਸ਼ਲੇਸ਼ਣ ਸੌਖਿਆਂ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਸਰਲ ਰੇਖਾ (ਜਿਵੇਂ – x-ਧੁਰਾ) ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਲਈ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਸਿਰਫ਼ x- ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਹੀ ਪਰਿਵਰਤਿਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਸਾਨੂੰ $x - t$ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇੱਕ ਸਧਾਰਨ ਸਥਿਤੀ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ। ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਇੱਕ ਕਾਰ x = 40 m ਤੇ ਸਥਿਤ ਹੈ। ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਦੇ ਲਈ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ (x – t) ਗ੍ਰਾਫ਼ ਸਮਾਂ-ਧੁਰਾ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਇੱਕ ਸਿੱਧੀ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 3.2 (a) ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਜੇ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਬਰਾਬਰ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਬਰਾਬਰ ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ **ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਗਤੀ** (uniform motion) ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਚਿੱਤਰ 3.2 (b) ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

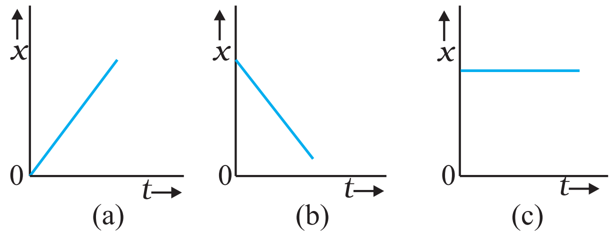
ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਉਸ ਕਾਰ ਦੀ ਗਤੀ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ ਜੋ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ O ਤੋਂ $t = 0$s ਤੇ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਤੋਂ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਦੀ ਚਾਲ (speed) $t = 10s$ ਤੱਕ ਵੱਧਦੀ ਹੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਇਸਦੇ ਬਾਅਦ ਉਹ $t = 18s$ ਤੱਕ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਸਮੇਂ ਇਸ ਵਿੱਚ ਬ੍ਰੇਕ ਲਗਾਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਇਹ $t = 20s$ ਅਤੇ $x = 296\ m$ ਤੇ ਰੁਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਅਜਿਹੀ ਕਾਰ ਦਾ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਚਿੱਤਰ 3.3 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਸ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦੀ ਚਰਚਾ ਇਸੇ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਅੱਗੇ ਆਉਣ ਵਾਲੇ ਕੁਝ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਮੁੜ ਤੋਂ ਕਰਾਂਗੇ।



ਚਿੱਤਰ ***3.4*** ਔਸਤ ਚਾਲ ਰੇਖਾ P_1, P_2 ਦੀ ਢਾਲ (Slope) ਹੈ।

3.3 ਔਸਤ ਵੇਗ ਅਤੇ ਔਸਤ ਚਾਲ (AVERAGE VELOCITY AND AVERAGE SPEED)

ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਗਤੀਮਾਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਉਸਦੀ ਸਥਿਤੀ ਬਦਲਦੀ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ। ਸਵਾਲ ਉੱਠਦਾ ਹੈ ਕਿ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਕਿੰਨੀ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੋਇਆ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਪਰਿਵਰਤਨ ਕਿਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ? ਇਸ ਦੇ ਵਿਵਰਨ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਰਾਸ਼ੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਨੂੰ **ਔਸਤ ਵੇਗ (average velocity)** ਕਿਹਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਜਾਂ ਵਿਸਥਾਪਨ Δx ਨੂੰ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ Δt ਦੁਆਰਾ ਭਾਗ ਕਰਨ ਤੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ $\bar{v}$ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ ***3.5*** ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਉਸ ਵਸਤੂ ਲਈ (*a*) ਜੋ ਧਨਾਤਮਕ ਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਹੈ। (*b*) ਜੋ ਰਿਣਾਤਮਕ ਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀਸ਼ੀਲ ਹੈ। (*c*) ਜੋ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੈ।

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad ...(3.1)$$

ਇੱਥੇ x_1, ਅਰੰਭਿਕ ਸਮੇਂ (initial time) t_1 ਤੇ ਅਤੇ x_2 ਅੰਤਿਮ ਸਮੇਂ (final time) t_2 ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਵਿਅਕਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਵੇਗ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਕ (v) ਦੇ ਉੱਪਰ ਲਗਾਈ ਗਈ 'ਰੇਖਾ' ਵੇਗ ਦੇ ਔਸਤ ਮਾਨ ਨੂੰ ਵਿਅਕਤ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਰਾਸ਼ੀ ਦੇ ਔਸਤ ਮਾਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਦੀ ਇਹ ਇੱਕ ਮਾਨਕ ਪ੍ਰਣਾਲੀ ਹੈ। ਵੇਗ ਦਾ S.I. ਮਾਤਰਕ m/s ਜਾਂ ms^{-1} ਹੈ। ਜਦੋਂ ਕਿ ਰੋਜ਼ਾਨਾ ਵਰਤੋਂ ਵਿੱਚ ਉਸ ਦੇ ਲਈ km/h ਦੀ ਵੀ ਵਰਤੋਂ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਔਸਤ ਵੇਗ ਵੀ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਦਿਸ਼ਾ ਅਤੇ ਮਾਤਰਾ ਦੋਨੋਂ ਹੀ ਸਮਾਏ ਹੋਏ ਹਨ ਪਰ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਪਿੱਛੇ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ, ਜੇ ਵਸਤੂ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਉਸਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਣ ਲਈ (+) ਜਾਂ (–) ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਵੇਗ ਦੇ ਲਈ ਸਦਿਸ਼ ਸੰਕੇਤਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਨਹੀਂ ਕਰਾਂਗੇ।

ਚਿੱਤਰ 3.3 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਕਾਰ ਦੀ ਗਤੀ ਲਈ $x - t$ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦਾ $t = 0$s ਅਤੇ $t = 8$s ਦੇ ਵਿਚਲੇ ਭਾਗ ਨੂੰ ਵੱਡਾ ਕਰਕੇ ਚਿੱਤਰ 3.4 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਤੋਂ ਸਾਫ਼ ਹੈ, $t = 5$s ਅਤੇ $t = 7$s ਦੇ ਵਿਚਕਾਰਲੇ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਕਾਰ ਦਾ ਔਸਤ ਵੇਗ ਹੋਵੇਗਾ :

$$\bar{v} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{(27.4 - 10.0)\,\mathrm{m}}{(7-5)\,\mathrm{s}} = 8.7\ \mathrm{m\,s^{-1}}$$

ਇਹ ਮਾਨ ਚਿੱਤਰ 3.4 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਸਰਲ ਰੇਖਾ P_1P_2 ਦੀ ਢਾਲ (slope) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਹ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਕਾਰ ਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਸਥਿਤੀ P_1 ਨੂੰ ਉਸ ਦੀ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀ P_2 ਨਾਲ ਮਿਲਾਉਂਦੀ ਹੈ।

ਔਸਤ ਵੇਗ ਦਾ ਰਿਣਾਤਮਕ ਜਾਂ ਧਨਾਤਮਕ ਹੋਣਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ ਤਾਂ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦਾ ਮਾਨ ਵੀ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ। ਧਨਾਤਮਕ ਅਤੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਵੇਗ ਨਾਲ ਚਲਦੀ ਹੋਈ ਵਸਤੂ ਦੇ ਲਈ $x - t$ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਚਿੱਤਰ 3.5 (a) ਅਤੇ ਚਿੱਤਰ 3.5 (b) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਗਏ ਹਨ। ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ ਵਸਤੂ ਦੇ ਲਈ $x - t$ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਚਿੱਤਰ 3.5 (c) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਔਸਤ ਵੇਗ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਨ ਦੇ ਲਈ ਸਿਰਫ਼ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦਾ ਪਤਾ ਹੋਣਾ ਹੀ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਅਸੀਂ ਇਹ ਦੇਖ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਸਲ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਤੋਂ ਵੱਖ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਅਸਲ ਰਸਤੇ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੀ ਦਰ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਦੂਸਰੀ ਰਾਸ਼ੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਨੂੰ **ਔਸਤ ਚਾਲ (average speed)** ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਵਸਤੂ ਦੀ ਯਾਤਰਾ ਨੂੰ ਲੱਗੇ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਕੁੱਲ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਇਸ ਵਿੱਚ ਲੱਗੇ ਸਮੇਂ ਦੇ ਭਾਗਫ਼ਲ ਨੂੰ **ਔਸਤ ਚਾਲ** ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ।

$$\text{ਔਸਤ ਚਾਲ} = \frac{\text{ਸੰਪੂਰਨ ਪਥ ਲੰਬਾਈ}}{\text{ਸੰਪੂਰਨ ਸਮਾਂ ਅਵਧੀ}} \qquad ...(3.2)$$

ਔਸਤ ਚਾਲ ਦਾ ਉਹੀ ਮਾਤਰਕ (ms^{-1}) ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਵੇਗ ਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਪਰ ਔਸਤ ਚਾਲ ਤੋਂ ਇਹ ਪਤਾ ਨਹੀਂ ਚਲਦਾ ਕਿ ਵਸਤੂ ਕਿਸ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਦ੍ਰਿਸ਼ਟੀਕੋਣ ਤੋਂ ਔਸਤ ਚਾਲ ਸਦਾ ਹੀ ਧਨਾਤਮਕ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। (ਜਦੋਂ ਕਿ ਔਸਤ ਵੇਗ ਧਨਾਤਮਕ ਜਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਕੁਝ ਵੀ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ)। ਜੇ ਵਸਤੂ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਕੇਵਲ **ਇੱਕ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾ** ਵਿੱਚ ਚਲਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਕੁੱਲ ਰਸਤੇ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ ਅਜਿਹੇ ਹਾਲਾਤਾਂ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਉਸਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ। ਪਰ ਇਹ ਗੱਲ ਸਦਾ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗੀ। ਇਹ ਤੁਸੀਂ ਉਦਾਹਰਨ 3.1 ਵਿੱਚ ਦੇਖੋਗੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 3.1 ਕੋਈ ਕਾਰ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ (ਮੰਨ ਲਉ ਚਿੱਤਰ 3.1 ਵਿੱਚ ਰੇਖਾ OP) ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਹੈ। ਕਾਰ O ਤੋਂ ਚੱਲ ਕੇ 18s ਵਿੱਚ P ਤੱਕ ਪੁੱਜਦੀ ਹੈ, ਫਿਰ 6.0s ਵਿੱਚ ਸਥਿਤੀ Q ਤੇ ਵਾਪਸ ਆ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਕਾਰ ਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਅਤੇ ਔਸਤ ਚਾਲ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ, ਜਦੋਂ (a) ਕਾਰ O ਤੋਂ P ਤੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ (b) ਜਦੋਂ ਉਹ O ਤੋਂ P ਤੱਕ ਜਾ ਕੇ ਮੁੜ Q ਤੇ ਵਾਪਸ ਆ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਹੱਲ : (a) $\text{ਔਸਤ ਵੇਗ} = \dfrac{\text{ਵਿਸਥਾਪਨ}}{\text{ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ}}$

ਜਾਂ $$\bar{v} = \frac{+\,360\ \text{m}}{18\ \text{s}} = +\,20\ \text{m s}^{-1}$$

$$\text{ਔਸਤ ਚਾਲ} = \frac{\text{ਪਥ ਦੂਰੀ}}{\text{ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ}}$$

$$= \frac{360\ \text{m}}{18\ \text{s}} = 20\ \text{m s}^{-1}$$

ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਚਾਲ ਦਾ ਮਾਨ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ।

(b) $$\text{ਔਸਤ ਵੇਗ} = \frac{\text{ਵਿਸਥਾਪਨ}}{\text{ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ}}$$

$$= \left(\frac{+240m}{(18+6.0)\ \text{s}}\right) = \frac{240}{24} = +10\ \text{ms}^{-1}$$

$$\text{ਔਸਤ ਚਾਲ} = \frac{\text{ਪਥ ਲੰਬਾਈ}}{\text{ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ}} = \frac{OP+PQ}{t}$$

$$= \frac{(360+120)\ \text{m}}{24\ \text{s}} = 20\ \text{m s}^{-1}$$

ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਚਾਲ ਦਾ ਮਾਨ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇਸ ਦਾ ਕਾਰਨ ਕਾਰ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਦਿਸ਼ਾ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੈ ਜਿਸਦੇ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਪਥ ਲੰਬਾਈ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਸਾਫ਼ ਹੈ ਕਿ **ਵਸਤੂ ਦੀ ਚਾਲ ਸਧਾਰਨ ਤੌਰ 'ਤੇ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।**

ਜੇ ਉਦਾਹਰਨ 3.1 ਵਿੱਚ ਜੇ ਕਾਰ ਸਥਿਤੀ O ਤੋਂ P ਬਿੰਦੂ ਤੱਕ ਜਾਵੇ ਅਤੇ ਉਸੇ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਉਹ O ਤੇ ਵਾਪਸ ਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਕਾਰ ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ $20ms^{-1}$ ਹੋਵੇਗੀ ਪਰ ਉਸਦਾ ਔਸਤ ਵੇਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੋਵੇਗਾ।

3.4 ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਅਤੇ ਚਾਲ (INSTANTANEOUS VELOCITY AND SPEED)

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਪੜ੍ਹ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਕਿ ਔਸਤ ਵੇਗ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਕਿਸ ਗਤੀ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ ਪਰ ਇਸ ਤੋਂ ਇਹ ਪਤਾ ਨਹੀਂ ਲੱਗਦਾ ਕਿ ਇਸ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਛਿਣਾਂ ਤੇ ਉਹ ਕਿਸ ਗਤੀ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਕਿਸੇ ਛਿਣ t ਤੇ ਵੇਗ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ **ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ** ਜਾਂ ਸਿਰਫ਼ ਵੇਗ $\boldsymbol{v}$ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਗਤੀ ਵਿਚਲੀ ਵਸਤੂ ਦਾ ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਉਸਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ ਜੇ ਉਸਦੇ ਸਮਿਆਂ (t ਅਤੇ $t + \Delta t$) ਦੇ ਵਿਚਲਾ ਅੰਤਰਾਲ (Δt) ਅਤਿ ਸੂਖਮ (infinitesimal small) ਹੋਵੇ। ਗਣਿਤਕ ਵਿਧੀ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਇਸ ਕਥਨ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਾਂ –

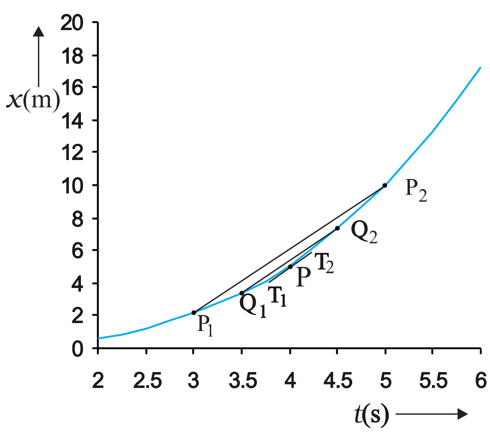
$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad ...(3.3a)$$

$$= \frac{dx}{dt} \qquad ...(3.3b)$$

ਇੱਥੇ ਪ੍ਰਤੀਕ $\lim_{\Delta t \to 0}$ ਤੋਂ ਭਾਵ ਉਸਦੇ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਸਥਿਤ ਰਾਸ਼ੀ (ਜਿਵੇਂ $\frac{\Delta x}{\Delta t}$) ਦਾ ਉਹ ਮਾਨ ਹੈ ਜੋ Δt ਦੇ ਮਾਨ ਨੂੰ ਜ਼ੀਰੋ ਦੇ ਬਿਲਕੁਲ ਨੇੜੇ ਵੱਲ ($\Delta t \to 0$) ਕਰਨ ਤੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਵੇਗਾ।

ਕੇਲਕੁਲਸ (calculus) ਦੀ ਭਾਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਸਮੀਕਰਨ (3.3a) ਵਿੱਚ ਸੱਜੇ ਪਾਸੇ ਦੀ ਰਾਸ਼ੀ (x) ਦਾ t ਦੇ (x) ਸਾਪੇਖ ਅਵਕਲਨ ਗੁਣਾਂਕ $\frac{dx}{dt}$ ਹੈ। (ਅਨੁਲਗ 3.1 ਦੇਖੋ)। ਇਹ ਗੁਣਾਂਕ ਉਸ ਛਿਣ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

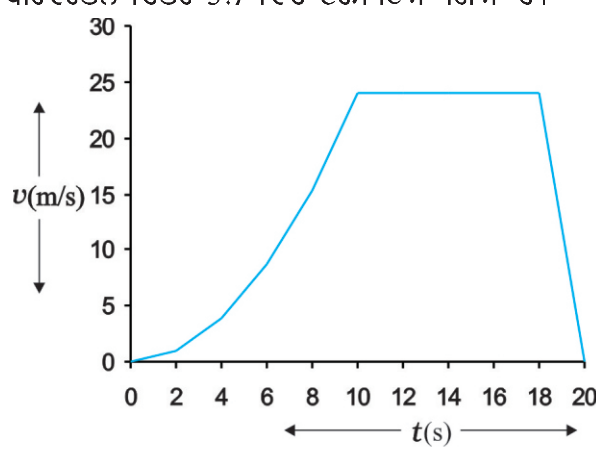
ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਕੱਢਣ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ (3.3 a) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਦੇ ਲਈ **ਗ੍ਰਾਫ਼ਿਕ ਜਾਂ ਗਣਿਤਕ ਵਿਧੀ** ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਅਸੀਂ ਚਿੱਤਰ (3.3) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਗਤੀ ਵਿਚਲੀ ਕਾਰ ਦਾ ਵੇਗ $t = 4s$ (ਬਿੰਦੂ P) ਤੇ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ। ਗਣਨਾ ਨੂੰ ਸੌਖਾ ਕਰਨ ਲਈ ਇਸ ਚਿੱਤਰ ਨੂੰ 3.6 ਵਿੱਚ ਅਲੱਗ ਸਕੇਲ ਲੈ ਕੇ ਮੁੜ ਬਣਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਪਹਿਲਾਂ ਅਸੀਂ $t = 4$ s ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚ ਰੱਖ ਕੇ Δt ਨੂੰ $2s$ ਲਈਏ। ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਸਰਲ ਰੇਖਾ P_1P_2 (ਚਿੱਤਰ 3.6) ਦੀ



ਚਿੱਤਰ ***3.6*** ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਤੋਂ ਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰਨਾ। $t = 4s$ ਤੇ ਵੇਗ ਉਸ ਛਿਣ ਤੇ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ (tangent) ਦੀ ਢਾਲ (slope) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ।

ਢਾਲ $3s$ ਤੋਂ $5s$ ਦੇ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਨੂੰ ਦਰਸਾਏਗੀ। ਹੁਣ ਅਸੀਂ Δt ਦਾ ਮਾਨ $2s$ ਤੋਂ ਘਟਾ ਕੇ $1s$ ਕਰ ਦਿੰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ P_1P_2 ਰੇਖਾ Q_1Q_2 ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦੀ ਢਾਲ 3.5 s ਤੋਂ 4.5 s ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦਾ ਮਾਨ ਦੇਵੇਗੀ। ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਸੀਮਾਂਤ ਮਾਨ $\Delta t \to 0$ ਦੀ ਹਾਲਤ ਵਿੱਚ ਰੇਖਾ P_1P_2 ਸਥਿਤੀ ਸਮਾਂ ਵਕਰ ਦੇ ਬਿੰਦੂ P ਤੇ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਹੋ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ $t = 4$ s ਛਿਣ ਤੇ ਕਾਰ ਦਾ ਵੇਗ ਉਸ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਾਲ ਤੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ। **ਜਦੋਂ ਕਿ ਗ੍ਰਾਫ਼ਿਕ ਵਿਧੀ ਨਾਲ ਇਸ ਨੂੰ ਪ੍ਰਦਰਸ਼ਿਤ ਕਰਨਾ ਕੁਝ ਮੁਸ਼ਕਲ ਹੈ ਤਦ ਵੀ ਜੇ ਇਸ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਗਣਿਤਕ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰੀਏ ਤਾਂ ਸੀਮਾਂਤ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਸੌਖਿਆਂ ਸਮਝੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ।** ਚਿੱਤਰ 3.6 ਵਿੱਚ ਬਣਾਏ ਗਏ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦੇ ਲਈ $x = 0.8t^3$ ਹੈ। ਸਾਰਨੀ 3.1 ਵਿੱਚ $t = 4$ s ਨੂੰ ਕੇਂਦਰ ਵਿੱਚ ਰੱਖ ਕੇ Δt = 2.0 s, 1.0 s, 0.5 s, 0.1 s ਅਤੇ 0.01s ਦੇ ਲਈ $\Delta x/\Delta t$ ਦੇ ਮੁੱਲਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਦੂਸਰੇ ਅਤੇ ਤੀਸਰੇ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ $t_1 = \left(t - \frac{\Delta t}{2}\right)$ ਅਤੇ $t_2 = \left(t + \frac{\Delta t}{2}\right)$ ਅਤੇ ਚੌਥੇ ਅਤੇ ਪੰਜਵੇਂ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ x ਦੇ ਸੰਗਤ ਮਾਨਾਂ ਭਾਵ $x(t_1) = 0.08\, t_1^3$ ਅਤੇ $x(t_2) = 0.03\, t_2^3$. ਨੂੰ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਛੇਵੇਂ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਅੰਤਰ $\Delta x = x(t_2) - x(t_1)$ ਨੂੰ ਅਤੇ ਆਖ਼ਰੀ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ Δx ਤੇ Δt ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਹ ਅਨੁਪਾਤ ਪਹਿਲੇ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਅੰਕਿਤ Δt ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਮਾਨਾਂ ਦੇ ਸੰਗਤ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦਾ ਮਾਨ ਹੈ।

ਸਾਰਨੀ 3.1 ਤੋਂ ਸਾਫ਼ ਹੈ ਕਿ ਜਿਵੇਂ-ਜਿਵੇਂ Δt ਦਾ ਮਾਨ 2.0s ਨਾਲ ਘਟਾਉਂਦੇ-ਘਟਾਉਂਦੇ 0.01 s ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਔਸਤ ਵੇਗ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਸੀਮਾਂਤ ਮਾਨ 3.84 m s^{-1} ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ $t = 4$ s ਤੇ ਕਾਰ ਦਾ ਵੇਗ ਹੈ ਜਾਂ $t = 4$ s ਤੇ $\frac{dx}{dt}$ ਦਾ ਮਾਨ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚਿੱਤਰ 3.3 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਗਤੀ ਦੇ ਹਰ ਛਿਣ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਕਾਰ ਦਾ ਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਚਿੱਤਰ 3.7 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ ***3.7*** (ਵੇਗ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼) ਚਿੱਤਰ 3.3 ਦੀ ਗਤੀ ਲਈ

ਇੱਥੇ ਇਹ ਗੱਲ ਧਿਆਨਯੋਗ ਹੈ ਕਿ ਵਸਤੂ ਦਾ ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਗ੍ਰਾਫ਼ਿਕ ਵਿਧੀ ਸਦਾ ਹੀ ਸੁਵਿਧਾਜਨਕ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਇਸ ਵਿਧੀ (ਗ੍ਰਾਫ਼ਿਕ ਵਿਧੀ) ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਗਤੀਮਾਨ ਵਸਤੂ ਦੇ ਸਥਿਤੀ - ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਨੂੰ ਸਾਵਧਾਨੀਪੂਰਵਕ ਬਣਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ Δt ਨੂੰ ਹੌਲ਼ੀ-ਹੌਲ਼ੀ ਘੱਟ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਵਸਤੂ ਦੇ ਔਸਤ

ਸਾਰਨੀ 3.1 ਤਤਕਾਲ ਵੇਗ ਮੁੱਲ $\frac{\Delta x}{\Delta t}$, t = 4 s ਤੇ

Δt (s)	t_1 (s)	t_2 (s)	$x(t_1)$ (m)	$x(t_2)$ (m)	Δx (m)	$\Delta x / \Delta t$ (m s^{-1})
2.0	3.0	5.0	2.16	10.0	7.84	3.92
1.0	3.5	4.5	3.43	7.29	3.86	3.86
0.5	3.75	4.25	4.21875	6.14125	1.9225	3.845
0.1	3.95	4.05	4.93039	5.31441	0.38402	3.8402
0.01	3.995	4.005	5.100824	5.139224	0.0384	3.8400

ਵੇਗ ($\bar{v}$) ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰਦੇ ਜਾਂਦੇ ਹਾਂ। ਭਿੰਨ-ਭਿੰਨ ਛਿਣਾਂ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਕੱਢਣਾ ਉਦੋਂ ਬਹੁਤ ਸੌਖਾ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮਿਆਂ ਤੇ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦੇ ਕਾਫ਼ੀ ਅੰਕੜੇ ਉਪਲਬਧ ਹੋਣ ਜਾਂ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਦਾ ਸਮਾਂ ਫਲਨ (function) ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਯਥਾਰਥ ਵਿਅੰਜਕ (exact expression) ਉਪਲਬਧ ਹੋਣ। ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਉਪਲਬਧ ਅੰਕੜਿਆਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਦੇ ਹੋਏ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ Δt ਨੂੰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਸੂਖਮ ਕਰਦੇ ਹੋਏ $\Delta x/\Delta t$ ਦਾ ਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਜਾਵਾਂਗੇ ਅਤੇ ਅੰਤ ਵਿੱਚ ਸਾਰਨੀ 3.1 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਵਿਧੀ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ $\Delta x/\Delta t$ ਦਾ ਸੀਮਾਂਤ ਮਾਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਲਵਾਂਗੇ। ਨਹੀਂ ਤਾਂ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਵਿਅੰਜਕ ਦੇ ਲਈ ਅਵਕਲ ਗਣਿਤ (differential calculus) ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਗਤੀ ਵਿਚਲੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਭਿੰਨ-ਭਿੰਨ ਛਿਣਾਂ ਦੇ ਲਈ dx/dt ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰ ਲਈ ਜਾਵੇਗੀ। ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਉਦਾਹਰਨ 3.2 ਵਿੱਚ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 3.2 x-ਧੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸੂਤਰ ਨਾਲ ਦਰਸਾਈ ਜਾਂਦੀ ਹੈ : $x = a + bt^2$ । ਜਿੱਥੇ a = 8.5 m, b = 2.5 m/s^{-2} ਅਤੇ ਸਮਾਂ t ਨੂੰ ਸੈਕੰਡ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। t = 0 s ਅਤੇ t = 2.0 s ਛਿਣਾਂ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ? t = 2.0 s ਅਤੇ t = 4.0 s ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਦੇ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦਾ ਔਸਤ ਵੇਗ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ?

ਹੱਲ : ਅਵਕਲ ਗਣਿਤ ਦੇ ਸਿਧਾਂਤ ਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ

$$v = \frac{dx}{dt}$$

$$v = \frac{d}{dt}\left(a + bt^2\right) = 2bt$$

$$v = 2 \times 2.5 \times t \text{ m/s} = 5t \text{ m/s}$$

t = 0s ਛਿਣ ਦੇ ਲਈ v = 0 m/s ਅਤੇ

t = 2.0 s ਸਮੇਂ ਤੇ, v = 10 m/s^{-1}

$$\text{ਔਸਤ ਵੇਗ} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1}$$

$$= \frac{x(4.0) - x(2.0)}{4.0 - 2.0}$$

$$= \frac{a + 16b - a - 4b}{2.0}$$

$$= \frac{12b}{2} = 6.0b$$

$$= 6.0 \times 2.5 = 15.0 \text{ ms}^{-1}$$

ਚਿੱਤਰ 3.7 ਤੋਂ ਇਹ ਸਾਫ਼ ਹੈ ਕਿ t =10s ਤੋਂ 18s ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਵੇਗ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। t =18 s ਤੋਂ t = 20s ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਇਹ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਰੂਪ ਨਾਲ ਘਟਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ t = 0s ਤੋਂ t = 10s ਦੇ ਵਿੱਚ ਇਹ ਵੱਧਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਓ ਕਿ **ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹਰ ਸਮੇਂ (ਤਤਕਾਲੀ) ਵੇਗ ਦਾ ਉਹੀ ਮਾਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।**

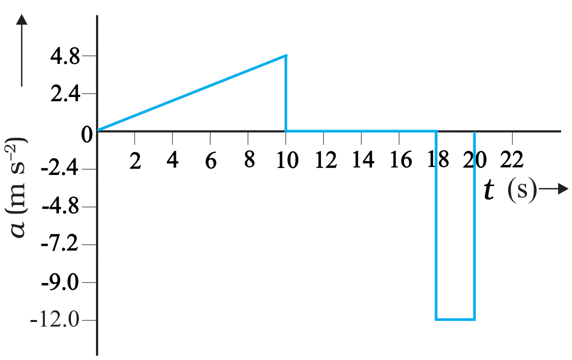
ਤਤਕਾਲੀ ਚਾਲ ਜਾਂ ਸਿਰਫ਼ ਚਾਲ ਗਤੀ ਵਿਚਲੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ, ਵੇਗ +24.0 ms^{-1} ਅਤੇ ਵੇਗ – 24.0 ms^{-1} ਦੋਨਾਂ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ 24.0 ms^{-1} ਹੋਵੇਗਾ। ਇੱਥੇ ਇਹ ਤੱਥ ਧਿਆਨ ਵਿੱਚ ਰੱਖਣਾ ਹੈ ਕਿ ਜਿੱਥੇ ਕਿਸੇ ਸੀਮਿਤ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਉਸਦੇ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਜਾਂ ਤਾਂ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਜਾਂ ਉਸ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੁੰਦੀ ਹੈ ਉੱਥੇ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਤਤਕਾਲੀ ਚਾਲ ਉਸ ਛਿਣ ਤੇ ਉਸਦੇ ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਅਜਿਹਾ ਕਿਉਂ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ?

3.5 ਪ੍ਰਵੇਗ (ACCELERATION)

ਆਮ ਕਰਕੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਉਸਦੇ ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੁੰਦਾ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਹੋ ਰਹੇ ਇਸ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ ਕਿਵੇਂ ਦਰਸਾਈਏ। ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਹੋ ਰਹੇ ਇਸ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ **ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ** ਦਰਸਾਉਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ

ਜਾਂ **ਦੂਰੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ** ? ਇਹ ਸਮੱਸਿਆ ਗੈਲੀਲੀਓ ਦੇ ਸਮੇਂ ਵੀ ਸੀ। ਗੈਲੀਲੀਓ ਨੇ ਪਹਿਲਾਂ ਸੋਚਿਆ ਕਿ ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਹੋ ਰਹੇ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਇਸ ਦਰ ਨੂੰ ਦੂਰੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਪਰ ਜਦੋਂ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਡਿਗਦੀ ਹੋਈ ਅਤੇ ਢਾਲੂ ਤਲ ਤੇ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਵਿਧੀਪੂਰਵਕ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਤਾਂ ਉਹਨਾਂ ਨੇ ਪਾਇਆ ਕਿ ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੀ ਦਰ ਦਾ ਮਾਨ ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਡਿਗਦੀਆਂ ਹੋਈਆਂ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਲਈ, ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ ਦੂਰੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਸਥਿਰ ਨਹੀਂ ਰਹਿੰਦਾ ਬਲਕਿ ਜਿਵੇਂ-ਜਿਵੇਂ ਡਿਗਦੀ ਹੋਈ ਵਸਤੂ ਦੀ ਦੂਰੀ ਵੱਧਦੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਉਵੇਂ-ਉਵੇਂ ਇਹ ਮਾਨ ਘਟਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਅਧਿਐਨ ਨੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਵਰਤਮਾਨ ਧਾਰਨਾ ਨੂੰ ਜਨਮ ਦਿੱਤਾ ਜਿਸਦੇ ਅਨੁਸਾਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਜਦੋਂ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਬਦਲਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਉਸ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵੇਗ ਹੋ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਅਤੇ ਉਸ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਨੂੰ $\overline{a}$ ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ ***3.8*** (ਪ੍ਰਵੇਗ-ਸਮੇਂ ਦੇ ਫਲਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਚਿੱਤਰ 3.3 ਦੀ ਗਤੀ ਲਈ)

$$\overline{a} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad ...(3.4)$$

ਇੱਥੇ t_1, t_2 ਛਿਣਾਂ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਕ੍ਰਮਵਾਰ v_1 ਅਤੇ v_2 ਹੈ। ਇਹ ਇਕਾਈ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਪਰਿਵਰਤਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ SI ਮਾਤਰਕ $\mathrm{ms^{-2}}$ ਹੈ।

ਵੇਗ- ਸਮਾਂ $(v - t)$ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਵਸਤੂ ਦਾ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਹ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਵਿੱਚ ਉਸ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਾਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਬਿੰਦੂ (v_2, t_2) ਨੂੰ ਬਿੰਦੂ (v_1, t_1) ਨਾਲ ਜੋੜਦੀ ਹੈ। ਹੇਠਲੇ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਚਿੱਤਰ 3.7 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਗਤੀ ਦੇ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਵਸਤੂ ਦਾ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਹੈ।

0s ਤੋਂ 10s $\qquad \overline{a} = \dfrac{(24-0)\,\mathrm{m\,s^{-1}}}{(10-0)\,\mathrm{s}} = 2.4\ \mathrm{ms^{-2}}$

10s ਤੋਂ 18s $\qquad \overline{a} = \dfrac{(24-24)\,\mathrm{m\,s^{-1}}}{(18-10)\,\mathrm{s}} = 0\ \mathrm{ms^{-2}}$

18s ਤੋਂ 20s $\qquad \overline{a} = \dfrac{(0-24)\,\mathrm{ms^{-1}}}{(20-18)\,\mathrm{s}} = -12\ \mathrm{ms^{-2}}$

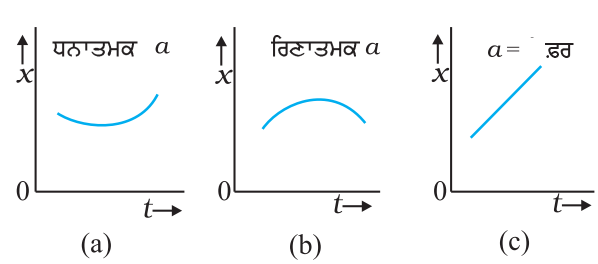
ਤਤਕਾਲੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਜਿਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਦੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕੀਤੀ ਹੈ, ਉਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਅਸੀਂ ਤਤਕਾਲੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ ਵੀ ਪ੍ਰਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਵਸਤੂ ਦੇ ਤਤਕਾਲੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ a ਨਾਲ ਲਿਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਭਾਵ

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \qquad ...(3.5)$$

v–t ਗ੍ਰਾਫ਼ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਵਸਤੂ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ, ਉਸ ਛਿਣ ਵਕਰ ਤੇ ਖਿੱਚੀ ਗਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਾਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 3.7 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਗਏ $(v$–$t)$ ਵਕਰ ਵਿੱਚ ਹਰੇਕ ਛਿਣ ਦੇ ਲਈ ਪ੍ਰਵੇਗ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਉਪਲਬਧ $(a$–$t)$ ਵਕਰ ਚਿੱਤਰ 3.8 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ ਤੋਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ 0 ਸੈਕਿੰਡ ਤੋਂ 10 ਸੈਕਿੰਡ ਦੇ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਅਸਮਾਨ (non-uniform) ਹੈ।10 ਸੈਕਿੰਡ–18 ਸੈਕਿੰਡ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਇਹ ਸਿਫ਼ਰ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਕਿ 18 ਸੈਕਿੰਡ -20 ਸੈਕਿੰਡ ਦੇ ਵਿੱਚ ਇਹ ਸਥਿਰ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਦਾ ਮੁੱਲ $-12\ \mathrm{ms^{-2}}$ ਹੈ। ਜਦੋਂ ਪ੍ਰਵੇਗ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਉਹ ਇਸ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਕਿਉਂਕਿ ਵੇਗ ਇੱਕ ਸਦਿਸ਼ ਰਾਸ਼ੀ ਹੈ, ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਦਿਸ਼ਾ ਅਤੇ ਮਾਤਰਾ ਦੋਨੋਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ, ਇਸ ਲਈ ਵੇਗ ਪਰਿਵਰਤਨ ਵਿੱਚ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕੋਈ ਇੱਕ ਜਾਂ ਦੋਨੋਂ ਸ਼ਾਮਲ ਹੋ ਸਕਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਲਈ ਜਾਂ ਤਾਂ ਚਾਲ (ਪਰਿਮਾਣ) ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ, ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਜਾਂ ਇਹਨਾਂ ਦੋਨਾਂ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨਾਲ ਪ੍ਰਵੇਗ ਪੈਦਾ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਵੇਗ ਦੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਵੀ ਧਨਾਤਮਕ ਰਿਣਾਤਮਕ ਜਾਂ ਸਿਫ਼ਰ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸੰਬੰਧੀ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ਾਂ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰਾਂ 3.9(a),

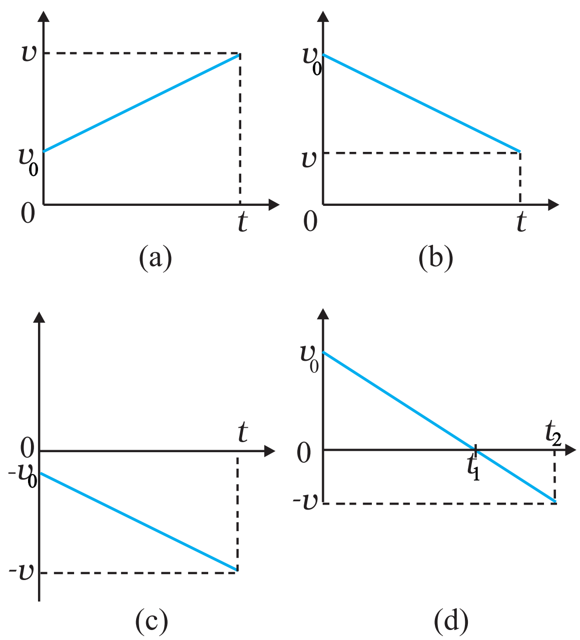


ਚਿੱਤਰ ***3.9*** ਅਜਿਹੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਜਿਸਦੇ ਲਈ (a) ਪ੍ਰਵੇਗ ਧਨਾਤਮਕ ਹੈ (b) ਪ੍ਰਵੇਗ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੈ ਅਤੇ (c) ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਿਫ਼ਰ ਹੈ।

3.9(*b*) ਅਤੇ 3.9(*c*) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਚਿੱਤਰਾਂ ਤੋਂ ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਲਈ x – t ਗ੍ਰਾਫ਼ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਵਕਰੀ ਹੈ ਪਰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਲਈ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਵਕਰੀ ਹੈ। ਸਿਫ਼ਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਲਈ x – t ਗ੍ਰਾਫ਼ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਹੈ। ਅਭਿਆਸ ਦੇ ਲਈ ਚਿੱਤਰ 3.3 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਗਈ ਗਤੀ ਦੇ ਉਹਨਾਂ ਤਿੰਨ ਭਾਗਾਂ ਨੂੰ ਪਛਾਣੋ, ਜਿਹਨਾਂ ਲਈ ਪ੍ਰਵੇਗ +a, – a ਜਾਂ ਸਿਫ਼ਰ ਹੈ।

ਜਦੋਂ ਕਿ ਗਤੀ ਵਿਚਲੀ ਵਸਤੂ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ-ਨਾਲ ਬਦਲ ਸਕਦਾ ਹੈ ਪਰ ਸਹੂਲਤ ਲਈ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਸੰਬੰਧੀ ਸਾਡਾ ਅਧਿਐਨ ਸਿਰਫ਼ ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਵੇਗ (constant acceleration) ਤੱਕ ਹੀ ਸੀਮਿਤ ਰਹੇਗਾ। ਅਜਿਹੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ $\bar{a}$ ਦਾ ਮੁੱਲ ਗਤੀ ਦੇ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਮੁੱਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗਾ। ਜੇ ਛਿਣ $t = 0$ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ v_0 ਅਤੇ t ਛਿਣ ਤੇ ਉਸਦਾ ਵੇਗ v ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪ੍ਰਵੇਗ

$$\bar{a} = \frac{v - v_0}{t - 0} \text{ ਜਾਂ } v = v_0 + a\,t \qquad ...(3.6)$$



ਚਿੱਤਰ 3.10 ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼
(*a*) ਧਨਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ
(*b*) ਰਿਣਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ,
(*c*) ਰਿਣਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਰਿਣਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ,
(*d*) ਰਿਣਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਜੋ ਸਮਾਂ t_1, ਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਬਦਲਦੀ ਹੈ। 0 ਤੋਂ t_1 ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਇਹ ਧਨਾਤਮਕ x ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਹੈ ਜਦੋਂ ਕਿ t_1 ਅਤੇ t_2 ਦੇ ਵਿੱਚ ਇਹ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀਮਾਨ ਹੈ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਦੇਖਾਂਗੇ ਕਿ ਕੁਝ ਸਧਾਰਨ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਵੇਗ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਕਿਹੋ-ਜਿਹਾ ਦਿਖਦਾ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 3.10 ਵਿੱਚ ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਲਈ ਚਾਰ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਥਿਤੀਆਂ ਵਿੱਚ v–t ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਹਨ।

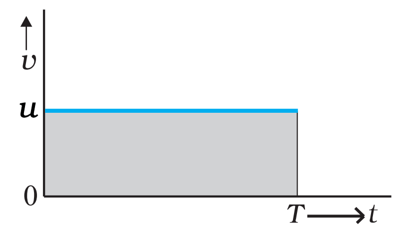
(a) ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਧਨਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਚਿੱਤਰ 3.3 ਵਿੱਚ t = 0 ਸਕਿੰਟ ਤੋਂ t = 10 ਸਕਿੰਟ ਦੇ ਵਿਚਲੇ ਸਮੇਂ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਕਾਰ ਦੀ ਗਤੀ।

(b) ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਚਿੱਤਰ 3.3 ਵਿੱਚ t = 18 ਸਕਿੰਟ ਤੋਂ t = 20 ਸਕਿੰਟ ਦੇ ਵਿਚਲੇ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਕਾਰ ਦੀ ਗਤੀ।

(c) ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਚਿੱਤਰ 3.1 ਵਿੱਚ 0 ਤੋਂ x ਦੀ ਰਿਣ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਹੁੰਦੀ ਕਾਰ।

(d) ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਪਹਿਲਾਂ t_1 ਸਮੇਂ ਤੱਕ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਚਲਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਫਿਰ ਰਿਣਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਨਾਲ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ ਚਿੱਤਰ 3.1 ਵਿੱਚ ਕਾਰ ਦਾ t_1 ਸਮੇਂ ਤੱਕ O ਤੋਂ ਬਿੰਦੂ Q ਤੱਕ ਮੰਦਨ। (negative acceleration) ਦੇ ਨਾਲ ਜਾਣਾ, ਫਿਰ ਮੁੜ ਕੇ ਉਸੇ ਰਿਣਾਤਮਕ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ t_2 ਸਮੇਂ ਤੱਕ ਚੱਲਦੇ ਰਹਿਣਾ ਹੈ।

ਕਿਸੇ ਗਤੀ ਵਿਚਲੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਵੇਗ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦਾ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਲੱਛਣ ਹੈ ਕਿ **v–t ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦੇ ਅਧੀਨ ਆਉਣ ਵਾਲਾ ਖੇਤਰਫਲ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।** ਇਸ ਕਥਨ ਦੀ ਵਿਆਪਕ ਪ੍ਰਾਪਤੀ ਲਈ ਅਵਕਲ ਗਣਿਤ (calculus) ਦੀ ਲੋੜ ਪੈਂਦੀ ਹੈ। ਐਪਰ, ਸਹੂਲਤ ਦੇ ਲਈ ਇੱਕ ਸਥਿਰ ਵੇਗ u ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਵਸਤੂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਕੇ ਇਸ ਕਥਨ ਦੀ ਸੱਚਾਈ ਪ੍ਰਮਾਣਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸਦਾ ਵੇਗ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਚਿੱਤਰ 3.11 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ 3.11 v–t ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦੇ ਅਧੀਨ ਆਉਣ ਵਾਲਾ ਖੇਤਰਫਲ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ

ਚਿੱਤਰ ਵਿੱਚ v – t ਵਕਰ ਸਮਾਂ-ਧੁਰੇ ਦੇ ਸਮਾਨਾਂਤਰ ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਹੈ। t = 0 ਤੋਂ t = T ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਇਸ ਰੇਖਾ ਦੇ ਅਧੀਨ ਆਉਣ ਵਾਲਾ ਖੇਤਰਫਲ ਉਸ ਆਇਤ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ, ਜਿਸਦੀ ਉਚਾਈ u ਅਤੇ ਅਧਾਰ T ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਖੇਤਰਫਲ = $u \times T = uT$ ਜੋ ਇਸ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੇ

ਵਿਸਥਾਪਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਕੋਈ ਖੇਤਰਫਲ ਦੂਰੀ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਕਿਵੇਂ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ? ਸੋਚੋ! ਦੋਨਾਂ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ ਧੁਰਿਆਂ ਦੇ ਨਾਲ ਜੋ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦਰਸਾਈਆਂ ਗਈਆਂ ਹਨ, ਜੇ ਤੁਸੀਂ ਉਹਨਾਂ ਦੀਆਂ ਵਿਮਾਂ ਤੇ ਧਿਆਨ ਦਿਉਗੇ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਸ਼ਨ ਦਾ ਉੱਤਰ ਮਿਲ ਜਾਵੇਗਾ।

ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਕਈ ਥਾਵਾਂ ਤੇ ਖਿੱਚੇ ਗਏ $x - t$, $v - t$ ਅਤੇ $a - t$ ਗ੍ਰਾਫ਼ਾਂ ਵਿੱਚ ਕੁਝ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਤਿੱਖੇ ਮੋੜ ਹਨ। ਇਸਦਾ ਭਾਵ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਫਲਨਾਂ ਦਾ ਇਹਨਾਂ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਅਵਕਲਨ ਨਹੀਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਪਰ ਕਿਸੇ ਅਸਲ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਸਾਰੇ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਕੋਣ ਦੇ ਵਕਰ ਹੋਣਗੇ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਸਾਰੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਫਲਨਾਂ ਦਾ ਅਵਕਲਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।

ਇਸ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਕਿ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਇਕਦਮ ਨਹੀਂ ਬਦਲ ਸਕਦੇ। ਪਰਿਵਰਤਨ ਸਦਾ ਹੀ ਲਗਾਤਾਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

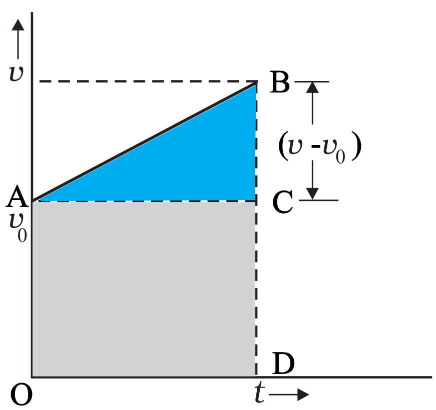
3.6 ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਵਸਤੂ ਦਾ ਸ਼ੁੱਧਗਤੀਕੀ ਸੰਬੰਧੀ ਸਮੀਕਰਨ

(KINEMATIC EQUATIONS FOR UNIFORMLY ACCELERATED MOTION)

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ 'a' ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਲਈ ਕੁਝ ਗਣਿਤਿਕ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿਉਤਪੰਨ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਪੰਜਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਕਿਸੇ ਵੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਿਤ ਕਰਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਹਨ– ਵਿਸਥਾਪਨ (x), ਲੱਗਿਆ ਸਮਾਂ (t), $t = 0$ ਸਮੇਂ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ (v_0), ਸਮਾਂ t ਬਤੀਤ ਹੋਣ ਤੇ ਅੰਤਿਮ ਵੇਗ (v) ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ (a)। ਅਸੀਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ v_0 ਅਤੇ v ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ (3.6) ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਚੁੱਕੇ ਹਾਂ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ a ਅਤੇ ਸਮਾਂ t ਸ਼ਾਮਿਲ ਹਨ। ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਹੈ :

$$v = v_0 + at \qquad ...(3.6)$$

ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 3.12 ਵਿੱਚ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ **3.12** ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਵਸਤੂ ਦੇ ਲਈ $v - t$ ਵਕਰ ਦੇ ਹੇਠਾਂ ਖੇਤਰਫਲ

ਇਸ ਵਕਰ ਦੇ ਅਧੀਨ ਆਉਣ ਵਾਲਾ ਖੇਤਰਫਲ :

0 ਤੋਂ t ਸਮੇਂ ਦੇ ਵਿੱਚ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ = ਤ੍ਰਿਭੁਜ ABC ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ + ਆਇਤ OACD ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ

$$= \frac{1}{2}(v - v_0)t + v_0 t$$

ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਪਹਿਲਾਂ ਸਾਫ਼ ਕੀਤਾ ਜਾ ਚੁੱਕਾ ਹੈ, $v - t$ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦੇ ਅਧੀਨ ਆਉਣ ਵਾਲਾ ਖੇਤਰਫਲ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ x ਹੋਵੇਗਾ :

$$x = \frac{1}{2}(v - v_0)t + v_0 t \qquad ...(3.7)$$

ਪਰੰਤੂ $v - v_0 = a\,t$

ਇਸ ਲਈ $x = \frac{1}{2}a\,t^2 + v_0 t$

ਜਾਂ $$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad ...(3.8)$$

ਸਮੀਕਰਨ (3.7) ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ

$$x = \frac{v + v_0}{2}t = \bar{v}\,t \qquad ...(3.9a)$$

ਜਿੱਥੇ, $\bar{v} = \frac{v + v_0}{2}$ (ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਲਈ)

ਸਮੀਕਰਨ (3.9a) ਅਤੇ (3.9b) ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਕਿ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵਿਸਥਾਪਨ x ਔਸਤ ਵੇਗ $\bar{v}$ ਨਾਲ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜੋ ਅਰੰਭਿਕ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਵੇਗਾਂ ਦੇ ਅੰਕਗਣਿਤਕ ਔਸਤ (Arithmatic mean) ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਸਮੀਕਰਨ (3.6) ਤੋਂ $t = (v - v_0)/a$ ਇਹ ਮਾਨ ਸਮੀਕਰਨ (3.9a) ਵਿੱਚ ਰੱਖਣ ਤੇ

$$x = \bar{v}\,t = \left(\frac{v + v_0}{2}\right)\left(\frac{v - v_0}{a}\right) = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ax \qquad ...(3.10)$$

ਜੇ ਅਸੀਂ ਸਮੀਕਰਨ (3.6) ਤੋਂ t ਦਾ ਮਾਨ ਸਮੀਕਰਨ (3.8) ਵਿੱਚ ਰੱਖ ਦਈਏ ਤਾਂ ਵੀ ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪੰਜਾਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ v_0, v, a, t ਅਤੇ x ਦੇ ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ ਸਥਾਪਿਤ ਕਰਨ ਵਾਲੇ ਸਾਨੂੰ ਤਿੰਨ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੋਏ —

$$v = v_0 + at$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ax \qquad ...(3.11a)$$

ਇਹ ਸਾਰੇ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਸਰਲ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਦੇ ਸ਼ੁੱਧਗਤੀਕੀ ਸਮੀਕਰਨ ਹਨ।

ਵਿਅੰਜਕ (3.11a) ਵਿੱਚ ਜੋ ਸਮੀਕਰਨ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ, ਉਹਨਾਂ ਦੀ ਵਿਉਤਪੱਤੀ ਦੇ ਲਈ ਅਸੀਂ ਮੰਨਿਆ ਹੈ ਕਿ ਛਿਣ $t = 0$ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ 0 ਹੈ (ਭਾਵ $x = 0$) ਪਰ ਜੇ ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨ ਲਈਏ ਕਿ ਛਿਣ $t = 0$ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਜ਼ੀਰੋ ਨਾ ਹੋਵੇ, ਬਲਕਿ ਗ਼ੈਰ ਜ਼ੀਰੋ ਮਤਲਬ x_0 ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਨ (3.11a) ਹੋਰ ਵਿਆਪਕ ਸਮੀਕਰਨ ਵਿੱਚ ਤਬਦੀਲ ਹੋ ਜਾਵੇਗੀ (ਜੇ ਅਸੀਂ x ਦੀ ਥਾਂ ਤੇ $x - x_0$ ਲਿਖੀਏ)

$$v = v_0 + at$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad \text{...(3.11b)}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \qquad \text{...(3.11c)}$$

ਉਦਾਹਰਨ 3.3 ਕਲਨ ਵਿਧੀ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਲਈ ਸ਼ੁੱਧਗਤੀਕੀ ਸਮੀਕਰਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਤੋਂ

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$dv = a\,dt$$

ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਸਮਕਲਨ ਕਰਨ ਤੇ

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_0^t a\ dt$$

$$= a\int_0^t dt \qquad (a \text{ ਸਥਿਰ ਹੈ})$$

$$v - v_0 = at$$

$$v = v_0 + at$$

ਅੱਗੇ, $$v = \frac{dx}{dt}$$

$$dx = v\,dt$$

ਦੋਵੇਂ ਪਾਸੇ ਸਮਕਲਨ ਕਰਨ ਤੇ

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_0^t v\ dt$$

$$= \int_0^t (v_0 + at)\ dt$$

$$x - x_0 = v_0\ t + \frac{1}{2}a t^2$$

$$x = x_0 + v_0\ t + \frac{1}{2}at^2$$

ਅਸੀਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ –

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt} = v\frac{dv}{dx}$$

ਜਾਂ $v\,dv = a\,dx$

ਦੋਵੇਂ ਪਾਸਿਆਂ ਦੇ ਸਮਕਲਨ ਤੇ

$$\int_{v_0}^{v} v\,dv = \int_{x_0}^{x} a\,dx$$

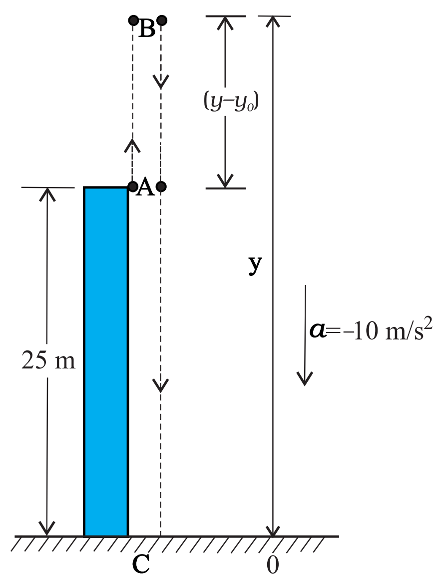
$$\frac{v^2 - v_0^2}{2} = a(x - x_0)$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

ਇਸ ਵਿਧੀ ਦਾ ਇਹ ਲਾਭ ਹੈ ਕਿ ਇਸਦੀ ਵਰਤੋਂ ਅਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਵਾਲੀ ਗਤੀ ਦੇ ਲਈ ਵੀ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕੁਝ ਮਹਤੱਵਪੂਰਨ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਕਰਾਂਗੇ।

ਉਦਾਹਰਨ 3.4 ਕਿਸੇ ਬਹੁਮੰਜਲੀ ਭਵਨ ਦੀ ਉੱਪਰਲੀ ਛੱਤ ਤੋਂ ਕੋਈ ਗੇਂਦ 20 ms^{-1} ਦੇ ਵੇਗ ਨਾਲ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਸੁੱਟੀ ਗਈ ਹੈ। ਜਿਸ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਗੇਂਦ ਸੁੱਟੀ ਗਈ ਹੈ। ਧਰਤੀ ਤੋਂ ਉਸ ਦੀ ਉਚਾਈ 25.0 m ਹੈ। (a) ਗੇਂਦ ਕਿੰਨੀ ਉੱਪਰ ਜਾਵੇਗੀ ? ਅਤੇ (b) ਗੇਂਦ ਧਰਤੀ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਕਿੰਨਾ ਸਮਾਂ ਲਵੇਗੀ ? $g = 10\ ms^{-2}$



ਚਿੱਤਰ **3.13**

ਹੱਲ : (a) y-ਧੁਰੇ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ 3.13 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਖੜ੍ਹੇ ਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚੁਣਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਧੁਰੇ ਦਾ ਜ਼ੀਰੋ ਬਿੰਦੂ ਧਰਤੀ ਤੇ ਹੋਵੇ।

ਹੁਣ $v_o = +20\ \text{ms}^{-1}$,

$a = -g = -10\ \text{ms}^{-2}$,

$v = 0\ \text{ms}^{-1}$

ਜੇ ਸੁੱਟੇ ਗਏ ਬਿੰਦੂ ਤੋਂ ਗੇਂਦ y ਉਚਾਈ ਤੱਕ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਨ

$v^2 = v_0^2 + 2\,a\,(y - y_0)$ ਤੋਂ ਅਸੀਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਨਤੀਜੇ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰਾਂਗੇ –

$0 = (20)^2 + 2(-10)\,(y - y_0)$, ਹੱਲ ਕਰਨ ਤੇ,

$(y - y_0) = 20\text{m}$

(b) ਇਸ ਭਾਗ ਦਾ ਉੱਤਰ ਅਸੀਂ ਦੋ ਤਰ੍ਹਾਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। **ਇਹਨਾਂ ਦੋਨੋਂ ਵਿਧੀਆਂ ਨੂੰ ਧਿਆਨਪੂਰਵਕ ਸਮਝੋ।**

ਪਹਿਲੀ ਵਿਧੀ — ਇਸ ਵਿੱਚ, ਅਸੀਂ ਗੇਂਦ ਦੇ ਰਸਤੇ ਨੂੰ ਦੋ ਭਾਗਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ : ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਗਤੀ (A ਤੋਂ B) ਅਤੇ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਗਤੀ (B ਤੋਂ C) ਅਤੇ ਸੰਗਤ t_1 ਅਤੇ t_2 ਪਤਾ ਕਰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਕਿਉਂਕਿ B ਤੇ ਵੇਗ 0 ਹੈ, ਇਸ ਲਈ :

$$v = v_o + at$$
$$0 = 20 - 10t_1$$
$$10t_1 = 20$$

ਜਾਂ $t_1 = 2\ \text{s}$

ਇਹ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ ਗੇਂਦ ਬਿੰਦੂ A ਤੋਂ B ਤੱਕ ਪੁੱਜਦੀ ਹੈ। B ਜਾਂ ਅਧਿਕਤਮ ਉਚਾਈ ਤੋਂ ਗੇਂਦ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਡਿਗਦੀ ਹੈ। ਕਿਉਂਕਿ ਗੇਂਦ y ਦੀ ਰਿਣਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਮੀਕਰਨ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ t_2 ਦਾ ਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ –

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

ਸਾਨੂੰ $y_0 = 45\ \text{m}$ ਦਿੱਤਾ ਹੈ ਅਤੇ $y = 0$, $v_0 = 0$, $a = -g = -10\ \text{ms}^{-2}$

$$0 = 45 + (½)(-10)\,t_2^2$$

ਇਸ ਲਈ $t_2 = 3\ \text{s}$

ਇਸ ਲਈ ਧਰਤੀ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਗੇਂਦ ਦੁਆਰਾ ਲਿਆ ਗਿਆ ਕੁੱਲ ਸਮਾਂ

$t_1 + t_2 = 2\ \text{s} + 3\text{s} = 5\text{s}$ ਹੋਵੇਗਾ।

ਦੂਸਰੀ ਵਿਧੀ : ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਗੇਂਦ ਦੇ ਆਰੰਭਿਕ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀਆਂ ਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕਾਂ ਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਵਰਤ ਕੇ ਅਸੀਂ ਗੇਂਦ ਦੁਆਰਾ ਲਏ ਗਏ ਕੁੱਲ ਸਮੇਂ ਦੀ ਗੁਣਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ :

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

ਹੁਣ $y_0 = 25\ \text{m}$ $\quad y = 0\ \text{m}$

$v_0 = 20\ \text{ms}^{-1}$, $\quad a = -10\ \text{ms}^{-2}$, $\quad t = ?$

$$0 = 25 + 20\,t + (½)(-10)\,t^2$$
$$0 = 25 + 20t - 5t^2$$

ਜਾਂ $5t^2 - 20t - 25 = 0$

t ਦੇ ਲਈ, ਜੇ ਇਸ ਦੋ ਘਾਤੀ ਸਮੀਕਰਨ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰੀਏ, ਤਾਂ

$$t = 5\text{s}$$

ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਦੂਸਰੀ ਵਿਧੀ ਪਹਿਲੀ ਨਾਲੋਂ ਵਧੀਆ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਇਸ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਗਤੀ ਦੇ ਰਸਤੇ ਦੀ ਚਿੰਤਾ ਨਹੀਂ ਕਰਨੀ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਵਸਤੂ ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਹੈ।

***ਉਦਾਹਰਨ 3.5* ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਡਿਗਣਾ** (Free Fall) ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਡਿਗਦੀ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕਰੋ। ਹਵਾ ਦੁਆਰਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਦੀ ਉਪੇਖਿਆ ਕੀਤੀ ਜਾ ਸਕਦੀ ਹੈ। (reglect air resistance)

ਹੱਲ : ਜੇ ਧਰਤੀ ਦੀ ਸਤਹਿ ਤੋਂ ਥੋੜ੍ਹੀ ਉਚਾਈ ਤੋਂ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਛੱਡ ਦਿੱਤੀ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਉਹ ਧਰਤੀ ਵੱਲ ਗੁਰੂਤਾ ਬਲ ਕਾਰਨ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਹੋਵੇਗੀ। ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ ਅਸੀਂ g ਨਾਲ ਲਿਖਦੇ ਹਾਂ। ਜੇ ਵਸਤੂ ਤੇ ਹਵਾ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਨੂੰ ਉਪੇਖਿਤ ਮੰਨੀਏ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਾਂਗੇ ਕਿ ਵਸਤੂ ਦਾ ਡਿਗਣਾ **ਮੁਕਤ ਰੂਪ** ਵਿੱਚ ਹੋ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਜੇ ਡਿਗਦੀ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਧਰਤੀ ਦੇ ਅਰਧ ਵਿਆਸ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਘੱਟ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ g ਦੇ ਮਾਨ ਨੂੰ ਸਥਿਰ ਭਾਵ $9.8\ \text{ms}^{-2}$ ਲੈ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਡਿਗਣਾ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਵਾਲੀ ਗਤੀ ਦਾ ਇੱਕ ਉਦਾਹਰਨ ਹੈ।

ਅਸੀਂ ਇਹ ਮੰਨਾਂਗੇ ਕਿ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ y-ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਅਸੀਂ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਧਨਾਤਮਕ ਮੰਨਦੇ ਹਾਂ। ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਸਦਾ ਹੀ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਇਸ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ

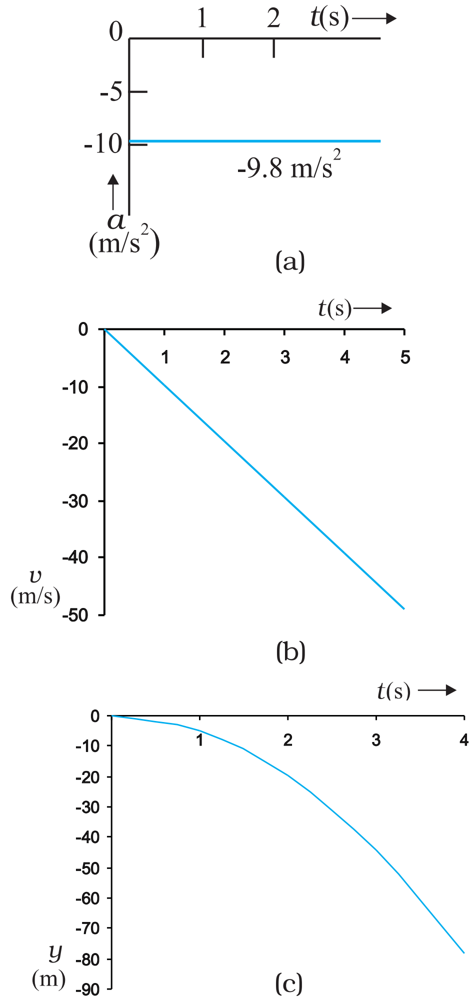
$$a = -g = -9.8\ \text{ms}^{-2}$$

ਵਸਤੂ ਨੂੰ $y = 0$ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਵਿਰਾਮਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਸੁੱਟਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਲਈ $v_0 = 0$ ਅਤੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਲਈ ਗਤੀ ਸੰਬੰਧੀ (3.11 a) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਮੀਕਰਨ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾਏ ਜਾ ਸਕਦੇ ਹਨ –

$v = 0 - g\,t \qquad = -9.8\,t\ \ \text{ms}^{-1}$

$y = 0 - ½\ g\,t^2 \qquad = -4.9\,t^2\ \ \text{m}$

$v^2 = 0 - 2g\,y \qquad = -19.6\,y\ \ \text{m}^2\text{s}^{-2}$



ਚਿੱਤਰ ***3.14*** ਮੁਕਤ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਡਿਗਦੀ ਵਸਤੂ ਦੀ ਗਤੀ। (*a*) ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਪ੍ਰਵੇਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ, (*b*) ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ, (*c*) ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ।

ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਵਸਤੂ ਦੇ ਵੇਗ ਅਤੇ ਉਸ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਨੂੰ ਸਮੇਂ ਦੇ ਫਲਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਦੂਰੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਉਸਦੇ ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ। ਸਮੇਂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਪ੍ਰਵੇਗ, ਵੇਗ ਅਤੇ ਦੂਰੀ ਦੇ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ ਚਿੱਤਰ (3.14 (a), (b) ਅਤੇ (c)) ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 3.6 **ਗੈਲੀਲਿਉ ਦਾ ਟਾਂਕ ਅੰਕਾਂ ਸੰਬੰਧੀ ਨਿਯਮ :** ਇਸ ਨਿਯਮ ਅਨੁਸਾਰ, "ਵਿਰਾਮ-ਅਵਸਥਾ ਤੋਂ ਡਿਗਦੀ ਹੋਈ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀਆਂ ਦੂਰੀਆਂ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਨਾਲ ਉਸੇ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜਿਸ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਤੋਂ ਸ਼ੁਰੂ ਹੋਣ ਵਾਲੇ ਟਾਂਕ ਅੰਕ ਭਾਵ 1 : 3 : 5 : 7,..... ।" ਇਸ ਕਥਨ ਨੂੰ ਸਿੱਧ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਅਸੀਂ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਡਿਗਦੀ ਹੋਈ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੇ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਨੂੰ ਬਹੁਤ ਸਾਰੇ ਸਮਾਨ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ τ ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਇਹਨਾਂ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦਾ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ ਜ਼ੀਰੋ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ

$$y = 1/2 \; g\, t^2$$

ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਦੀ ਸਹਾਇਤਾ ਨਾਲ ਅਸੀਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ $0, \tau, 2\tau, 3\tau$... ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ ਜਿਹਨਾਂ ਨੂੰ ਸਾਰਨੀ 3.2 ਦੇ ਦੂਸਰੇ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਹੈ। ਜੇ ਪਹਿਲੇ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ t ਤੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਸਥਿਤੀ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ y ਲਈਏ ($y_0 = (-1/2)\; g\, \tau^2$) ਤਾਂ ਅਗਲੇ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਦੇ ਬਾਅਦ ਵਸਤੂ ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਨੂੰ y_0 ਦੇ ਮਾਤਰਕ ਵਿੱਚ ਕਾਲਮ ਤਿੰਨ ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਤਰੀਕੇ ਨਾਲ ਦਰਸਾ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਵਾਰੀ ਸਿਰ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ (ਹਰੇਕ τ) ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀਆਂ ਦੂਰੀਆਂ ਨੂੰ ਕਾਲਮ ਚਾਰ ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਸਾਫ਼ ਹੈ ਕਿ ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀਆਂ ਦੂਰੀਆਂ 1: 3: 5 : 7 : 9:11... ਦੇ ਸਰਲ ਅਨੁਪਾਤ ਵਿੱਚ ਹਨ ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਅੰਤਿਮ ਕਾਲਮ ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਸਾਰਨੀ 3.2

τ	y	y ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ y_0 [=(- ½) $g\,\tau^2$]	ਦੂਰੀ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ 'ਤੇ	ਦੂਰੀ ਵਿੱਚ ਅਨੁਪਾਤ
0	0	0		
τ	$-(1/2)\, g\tau^2$	y_0	y_0	1
2τ	$-4(1/2)\, g\tau^2$	$4\, y_0$	$3\, y_0$	3
3τ	$-9(1/2)\, g\tau^2$	$9\, y_0$	$5\, y_0$	5
4τ	$-16(1/2)\, g\tau^2$	$16\, y_0$	$7\, y_0$	7
5τ	$-25(1/2)\, g\tau^2$	$25\, y_0$	$9\, y_0$	9
6τ	$-36(1/2)\, g\tau^2$	$36\, y_0$	$11\, y_0$	11

ਇਸ ਨਿਯਮ ਨੂੰ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਗੈਲੀਲੀਓ (1564-1642) ਨੇ ਪ੍ਰਸਤੁਤ ਕੀਤਾ ਸੀ ਜਿਹਨਾਂ ਨੇ ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਡਿਗਦੀ ਹੋਈ ਵਸਤੂ ਦਾ ਪਹਿਲੀ ਵਾਰ ਵਿਧੀਪੂਰਵਕ ਪਰਿਣਾਤਮਕ ਅਧਿਐਨ ਕੀਤਾ ਸੀ।

ਉਦਾਹਰਨ 3.7 **ਰੁਕਦੇ ਹੋਏ ਵਾਹਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ : (stopping distance of vehicles)** ਰੁਕਦੇ ਹੋਏ ਵਾਹਨਾਂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਤੋਂ ਸਾਡਾ ਭਾਵ ਉਸ ਦੂਰੀ ਤੋਂ ਹੈ ਜੋ ਕਿ ਗਤੀ ਵਿਚਲੀ ਵਸਤੂ ਬ੍ਰੇਕ ਲਗਾਉਣ ਦੇ ਕਾਰਨ ਰੁਕਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਤੈਅ ਕਰ ਲੈਂਦੀ ਹੈ। ਸੜਕ ਤੇ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੇ ਵਾਹਨਾਂ ਦੀ ਸੁਰੱਖਿਆ ਦੇ ਸੰਬੰਧ ਵਿਚ ਇਹ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਕਾਰਕ ਹੈ। ਇਹ ਦੂਰੀ ਵਾਹਨ ਦੇ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ (v_0) ਅਤੇ ਉਸਦੇ ਬ੍ਰੇਕ ਦੀ ਸਮਰੱਥਾ ਜਾਂ ਬ੍ਰੇਕ ਲਗਾਏ ਜਾਣ ਦੇ ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ ਵਾਹਨ ਵਿੱਚ ਪੈਦਾ ਮੰਦਨ-a ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਕਿਸੇ ਵਾਹਨ ਦੁਆਰਾ ਰੁਕਦੇ ਹੋਏ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ ਦੇ ਲਈ v_0 ਅਤੇ a ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਵਿਅੰਜਕ ਪਤਾ ਕਰੋ।

ਹੱਲ : ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਵਾਹਨ ਰੁਕਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ d_s ਦੂਰੀ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਹੈ। ਗਤੀ ਸੰਬੰਧੀ ਸਮੀਕਰਨ $v^2 = v_0^2 + 2ax$ ਵਿੱਚ ਜੇ ਅੰਤਿਮ ਵੇਗ $v = 0$ ਤਾਂ ਰੁਕਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ

$$d_s = \frac{-v_0^2}{2a}$$

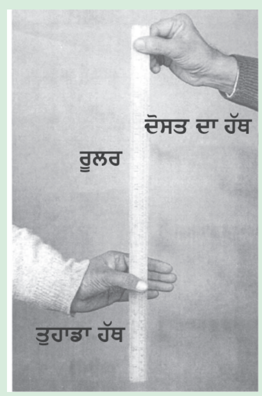
ਹੋਵੇਗੀ। ਇਸ ਲਈ ਰੁਕਦੇ ਹੋਏ ਵਾਹਨ ਦੇ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ ਦੇ ਵਰਗ ਦੇ ਸਮਾਨ ਅਨੁਪਾਤੀ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ ਨੂੰ ਦੁੱਗਣਾ ਕਰ ਦਿੱਤਾ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਉਸੀ ਮੰਦਨ ਦੇ ਲਈ ਰੁਕਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ (stopping distance) ਚਾਰ ਗੁਣਾ ਹੋ ਜਾਵੇਗੀ।

ਕਾਰ ਦੇ ਕਿਸੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਮਾਡਲ ਦੇ ਲਈ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਵੇਗਾਂ 11, 15, 20 ਅਤੇ 25 ms^{-1} ਦੇ ਸੰਗਤ ਸਟਾਪਿੰਗ ਦੂਰੀਆਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ 10 m, 20 m, 34 m ਅਤੇ 50 m ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ ਜੋ ਉਪਰੋਕਤ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਤੋਂ ਪ੍ਰਾਪਤ ਮਾਨਾਂ ਦੇ ਲਗਭਗ ਸੰਗਤ ਹਨ।

ਕੁਝ ਖੇਤਰਾਂ, ਜਿਵੇਂ ਸਕੂਲਾਂ ਦੇ ਨੇੜੇ ਵਾਹਨਾਂ ਦੀ ਚਾਲ ਦੀ ਸੀਮਾ ਦੇ ਨਿਰਧਾਰਨ ਵਿੱਚ ਸਟਾਪਿੰਗ ਦੂਰੀ ਦਾ ਪਤਾ ਹੋਣਾ ਇੱਕ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਕਾਰਕ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

ਉਦਾਹਰਨ 3.8 **ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਕਾਲ** : ਕਦੇ-ਕਦੇ ਸਾਡੇ ਸਾਹਮਣੇ ਅਜਿਹੇ ਹਾਲਤ ਪੈਦਾ ਹੋ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਕਿ ਸਾਡੇ ਕੋਲੋਂ ਤਤਕਾਲ ਕਾਰਵਾਈ ਦੀ ਆਸ ਕੀਤੀ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਪਰ ਪ੍ਰਤੀਕਰਮ ਵਿਖਾਉਣ (respond) ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ ਕੁਝ ਸਮਾਂ ਲੱਗ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਕਾਲ (Reaction time) ਕਿਸੇ ਵਿਅਕਤੀ ਨੂੰ ਕੋਈ ਘਟਨਾਕ੍ਰਮ ਦੇਖਣ ਵਿੱਚ, ਉਸਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਸੋਚਣ ਵਿੱਚ ਕਾਰਵਾਈ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਲੱਗਣ ਵਾਲਾ ਸਮਾਂ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ, ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ ਸੜਕ ਤੇ ਕਾਰ ਚਲਾ ਰਿਹਾ ਹੈ ਅਤੇ ਅਚਾਨਕ ਰਸਤੇ ਵਿੱਚ ਇੱਕ ਲੜਕਾ ਸਾਹਮਣੇ ਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਕਾਰ ਵਿੱਚ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਬ੍ਰੇਕ ਲਗਾਉਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਵਿਅਕਤੀ ਨੂੰ ਜੋ ਸਮਾਂ ਲੱਗ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, ਉਸ ਨੂੰ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਕਾਲ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਕਾਲ ਹਾਲਤ ਦੇ ਗੁੰਝਲਦਾਰ ਹੋਣ ਅਤੇ ਵਿਅਕਤੀ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ।

ਤੁਸੀਂ ਖੁਦ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਕਾਲ ਇੱਕ ਸਧਾਰਨ ਪ੍ਰਯੋਗ ਦੁਆਰਾ ਮਾਪ ਸਕਦੇ ਹੋ। ਤੁਸੀਂ ਆਪਣੇ ਮਿੱਤਰ ਨੂੰ ਇੱਕ ਰੂਲਰ ਦਿਉ ਅਤੇ ਉਸ ਨੂੰ ਕਹੋ ਕਿ ਉਹ ਤੁਹਾਡੇ ਹੱਥ ਦੇ ਅੰਗੂਠੇ ਅਤੇ ਤਰਜ਼ਣੀ ਉਂਗਲੀ (forefinger) ਦੇ ਵਿਚਲੀ ਖ਼ਾਲੀ ਜਗ੍ਹਾ ਤੋਂ ਰੂਲਰ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਸੁੱਟ ਦੇਵੇ (ਚਿੱਤਰ 3.15)। ਜਿਵੇਂ ਹੀ ਰੂਲਰ ਨੂੰ ਛੱਡਿਆ ਜਾਵੇ ਤੁਸੀਂ ਉਸ ਨੂੰ ਫੜ ਲਉ। ਇਹਨਾਂ ਦੋਨਾਂ ਘਟਨਾਵਾਂ (ਰੂਲਰ ਨੂੰ ਛੱਡਣ ਅਤੇ ਤੁਹਾਡੇ ਦੁਆਰਾ ਫੜਨ) ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਲੱਗੇ ਸਮੇਂ t_1 ਅਤੇ ਰੂਲਰ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ d ਨੂੰ ਨਾਪ ਲਉ। ਕਿਸੇ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ d = 21.0 cm ਹੈ ਤਾਂ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਕਾਲ ਦੀ ਗਣਨਾ ਕਰੋ।



ਚਿੱਤਰ ***3.15*** ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਕਾਲ ਦਾ ਮਾਪਣ

ਹੱਲ : ਰੂਲਰ ਮੁਕਤ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਡਿਗਦਾ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ $v_0 = 0$ ਅਤੇ $a = -g = -9.8\ ms^{-2}$ ਪ੍ਰਤੀਕਿਰਿਆ ਕਾਲ t_r ਅਤੇ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਦੂਰੀ (d) ਵਿੱਚ ਸੰਬੰਧ ਹੈ,

$$d = -\frac{1}{2}gt_r^2$$

ਜਾਂ $t_r = \sqrt{\frac{2d}{g}}$ s

ਜੇ $d = 21.0$ cm ਅਤੇ $g = 9.8\ m\ s^{-2}$ ਹੈ, ਤਾਂ

$$t_r = \sqrt{\frac{2\times0.21}{9.8}}\ s \cong 0.2\ s.$$

3.7 ਸਾਪੇਖੀ ਗਤੀ (RELATIVE VELOCITY)

ਤੁਹਾਨੂੰ ਰੇਲਗੱਡੀ ਵਿੱਚ ਯਾਤਰਾ ਕਰਨ ਅਤੇ ਯਾਤਰਾ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਇਹ ਦੇਖਣ ਦਾ ਮੌਕਾ ਮਿਲਿਆ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਇੱਕ ਦੂਸਰੀ ਰੇਲਗੱਡੀ ਜੋ ਤੁਹਾਡੀ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰ ਰਹੀ ਹੈ, ਤੁਹਾਡੇ ਤੋਂ ਅੱਗੇ ਨਿਕਲ ਜਾਂਦੀ ਹੈ, ਇਸ ਲਈ ਇਹ ਤੁਹਾਡੀ ਰੇਲਗੱਡੀ ਤੋਂ ਵੱਧ ਤੇਜ਼ ਗਤੀ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ ਪਰ ਇਹ ਤੁਹਾਨੂੰ ਉਸ ਵਿਅਕਤੀ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਹੌਲ਼ੀ ਚਲਦੀ ਦਿਖਾਈ ਦੇ ਰਹੀ ਹੋਵੇਗੀ, ਜੋ ਧਰਤੀ ਤੇ ਖੜ੍ਹਾ ਹੋ ਕੇ ਦੋਵੇਂ ਰੇਲਗੱਡੀਆਂ ਨੂੰ ਦੇਖ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਜੇ ਧਰਤੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਦੋਨੋਂ ਰੇਲ-ਗੱਡੀਆਂ ਦਾ ਵੇਗ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਤਾਂ ਤੁਹਾਨੂੰ ਅਜਿਹਾ ਲੱਗੇਗਾ ਕਿ ਦੂਸਰੀ ਗੱਡੀ ਬਿਲਕੁਲ ਵੀ ਨਹੀਂ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ। ਇਹਨਾਂ ਅਨੁਭਵਾਂ ਨੂੰ ਸਮਝਣ ਦੇ ਲਈ ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਸਾਪੇਖ ਵੇਗ ਦੀ ਸੰਕਲਪਨਾ ਪੇਸ਼ ਕਰਦੇ ਹਾਂ।

ਅਜਿਹੀਆਂ ਦੋ ਵਸਤਾਂ A ਅਤੇ B ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ ਜੋ ਇੱਕ ਵਿਮ (ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ x-ਧੁਰਾ) ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਵੇਗਾਂ v_A ਅਤੇ v_B ਨਾਲ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ। (ਜਦੋਂ ਤੱਕ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਰੂਪ ਨਾਲ ਦੱਸਿਆ ਨਾ ਜਾਵੇ ਇਸ ਅਧਿਆਇ ਵਿੱਚ ਵੇਗਾਂ ਨੂੰ ਧਰਤੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।) ਜੇ $t = 0$ ਛਿਣ ਤੇ ਵਸਤੂ A ਅਤੇ B ਦੀਆਂ ਸਥਿਤੀਆਂ ਕ੍ਰਮਵਾਰ $x_A(0)$ ਅਤੇ $x_B(0)$ ਹੋਣ, ਤਾਂ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਛਿਣ t ਤੇ ਇਹ ਸਥਿਤੀਆਂ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੋਣਗੀਆਂ :

$$x_A(t) = x_A(0) + v_A t \qquad \text{...(3.12a)}$$

$$x_B(t) = x_B(0) + v_B t \qquad \text{...(3.12b)}$$

ਵਸਤੂ A ਅਤੇ ਵਸਤੂ B ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਵਿਸਥਾਪਨ

$$x_{BA}(t) = x_B(t) - x_A(t)$$

$$= [\,x_B(0) - x_A(0)\,] + (v_B - v_A)\,t. \qquad \text{...(3.13)}$$

ਹੋਵੇਗਾ। ਸਮੀਕਰਨ 3.13 ਦੀ ਅਸੀਂ ਸੌਖਿਆਂ ਹੀ ਵਿਆਖਿਆ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਇਸ ਸਮੀਕਰਨ ਤੋਂ ਇਹ ਪਤਾ ਲੱਗਦਾ ਹੈ ਕਿ ਜੇ ਵਸਤੂ A ਤੋਂ ਦੇਖਦੇ ਹਾਂ, ਤਾਂ ਵਸਤੂ B ਦਾ ਵੇਗ $v_B - v_A$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ A ਤੋਂ B ਤੱਕ ਵਿਸਥਾਪਨ ਇਕਾਈ ਸਮੇਂ ਵਿੱਚ $v_B - v_A$ ਦੀ ਦਰ ਨਾਲ ਲਗਾਤਾਰ ਬਦਲੀ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਲਈ ਅਸੀਂ ਇਹ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਸਤੂ B ਦਾ ਵੇਗ ਵਸਤੂ A ਦੇ ਸਾਪੇਖ $v_B - v_A$ ਹੁੰਦਾ ਹੈ :

$$v_{BA} = v_B - v_A \qquad \text{...(3.14a)}$$

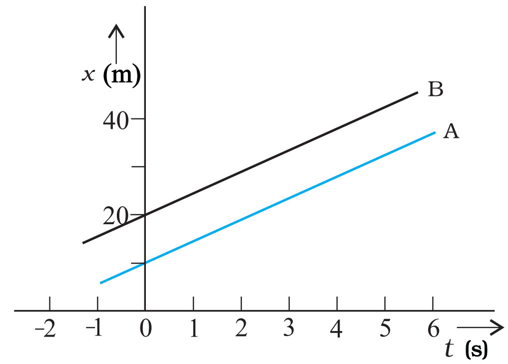
ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਸਤੂ A ਦਾ ਵੇਗ ਵਸਤੂ B ਦੇ ਸਾਪੇਖ

$$v_{AB} = v_A - v_B \qquad \text{...(3.14b)}$$

ਹੋਵੇਗਾ। ਇਸ ਤੋਂ ਇਹ ਪਤਾ ਚਲਦਾ ਹੈ ਕਿ,

$$v_{BA} = -\,v_{AB} \qquad \text{... (3.14c)}$$

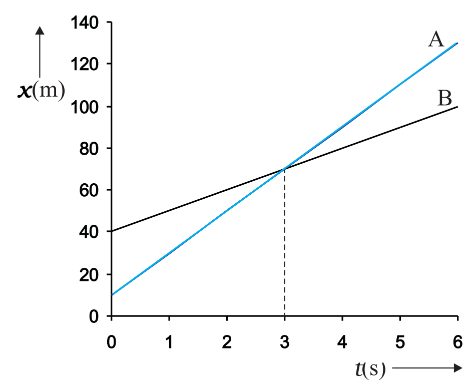
ਹੁਣ ਅਸੀਂ ਕੁਝ ਵਿਸ਼ੇਸ਼ ਹਾਲਤਾਂ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਾਂਗੇ



ਚਿੱਤਰ ***3.16*** ਸਮਾਨ ਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਵਸਤੂਆਂ A ਅਤੇ B ਦੇ ਲਈ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼

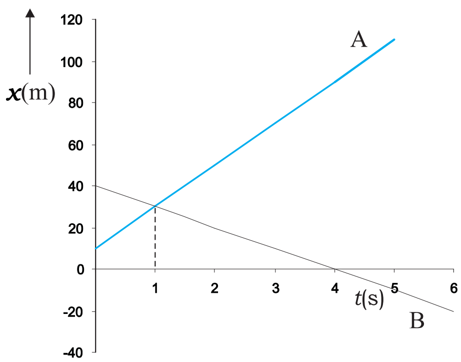
(a) ਜੇ $v_B = v_A$, $v_B - v_A = 0$ ਤਾਂ ਸਮੀਕਰਨ 3.13 ਤੋਂ $x_B(t) - x_A(t) = x_B(0) - x_A(0)$ ਇਸਦਾ ਭਾਵ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਦੋਵੇਂ ਵਸਤੂਆਂ ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਤੋਂ ਸਦਾ ਸਥਿਰ ਦੂਰੀ ($x_B(0) - x_A(0)$) ਤੇ ਹਨ ਅਤੇ ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਆਪਸ ਵਿਚ ਸਮਾਂਤਰ ਸਰਲ ਰੇਖਾਵਾਂ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਚਿੱਤਰ 3.16 ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਸਾਪੇਖੀ ਵੇਗ v_{AB} ਜਾਂ $v_{BA} = 0$ (ਜ਼ੀਰੋ) ਹੈ।

(b) ਜੇ $v_A > v_B$, $v_B - v_A$ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੈ। ਇੱਕ ਵਸਤੂ ਦੇ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦੀ ਢਾਲ ਦੂਸਰੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦੀ ਢਾਲ ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ ਵੱਧ ਹੈ। ਦੋਨੋਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਇੱਕ ਸਾਂਝੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਮਿਲਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਦੇ ਲਈ ਜੇ $v_A = 20\ \text{ms}^{-1}$ ਅਤੇ $x_A(0) = 10$ m ਅਤੇ $v_B = 10\ \text{m s}^{-1}$ ਅਤੇ $x_B(0) = 40$ m ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਜਿਸ ਛਿਣ ਤੇ ਦੋਨੋਂ ਵਸਤੂਆਂ ਇੱਕ ਦੂਸਰੇ ਨਾਲ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ ਉਹ $t = 3$ s ਹੋਵੇਗਾ (ਚਿੱਤਰ 3.17) ਇਸ ਛਿਣ ਉਹ ਦੋਨੋਂ ਵਸਤੂਆਂ $x_A(t) = x_B(t) = 70$ m ਤੇ ਹੋਣਗੀਆਂ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇਸ ਛਿਣ ਤੇ ਵਸਤੂ A ਵਸਤੂ B ਤੋਂ ਅੱਗੇ ਨਿਕਲ ਜਾਵੇਗੀ। ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ $v_{BA} = 10\ \text{ms}^{-1} - 20\ \text{ms}^{-1} = -10\ \text{ms}^{-1} = -\,v_{AB}$.



ਚਿੱਤਰ ***3.17*** ਅਸਮਾਨ ਵੇਗਾਂ ਨਾਲ ਗਤੀਮਾਨ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਮਿਲਨ ਦਾ ਸਮਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

(c) ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ v_A ਅਤੇ v_B ਉਲਟ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦੇ ਹਨ। ਉਦਾਹਰਨ ਵਜੋਂ, ਉਪਰੋਕਤ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ ਜੇ ਵਸਤੂ A ਸਥਿਤੀ $x_A(0) = 10$ m ਤੋਂ 20 ms^{-1} ਦੇ ਵੇਗ ਅਤੇ ਵਸਤੂ B ਸਥਿਤੀ $x_B(0) = 40$ m ਤੋਂ -10 ms^{-1} ਵੇਗ ਨਾਲ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਹ $t = 1$ ਸਕਿੰਟ (ਚਿੱਤਰ 3.18) ਤੇ ਮਿਲਦੀਆਂ ਹਨ। A ਦੇ ਸਾਪੇਖ B ਦਾ ਵੇਗ, $v_{BA} = [-10 - (20)]$ $ms^{-1} = -30$ $ms^{-1} = -v_{AB}$ ਹੋਵੇਗਾ।



ਚਿੱਤਰ ***3.18*** ਆਪਸ ਵਿੱਚ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾਵਾਂ ਵਿਚ ਗਤੀਮਾਨ ਦੋ ਵਸਤੂਆਂ ਦੇ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਜਿਸ ਵਿੱਚ ਦੋਨਾਂ ਦੇ ਮਿਲਨ ਦਾ ਸਮਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਵਿੱਚ, v_{BA} ਜਾਂ v_{AB} 30 ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ (= 30 ms^{-1}) ਵਸਤੂ A ਜਾਂ B ਦੇ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੈ। ਜੇ ਵਿਚਾਰ ਅਧੀਨ ਵਸਤੂਆਂ ਦੋ ਰੇਲਗੱਡੀਆਂ ਹੋਣ ਤਾਂ ਉਸ ਵਿਅਕਤੀ ਦੇ ਲਈ ਜੋ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਰੇਲਗੱਡੀ ਵਿੱਚ ਬੈਠਾ ਹੈ, ਦੂਸਰੀ ਰੇਲਗੱਡੀ ਬਹੁਤ ਤੇਜ਼ ਚਲਦੀ ਹੋਈ ਪ੍ਰਤੀਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਧਿਆਨ ਦਿਉ ਕਿ ਸਮੀਕਰਨ 3.14 ਤਦ ਵੀ ਸਹੀ ਹੋਵੇਗੀ ਜਦੋਂ v_A ਅਤੇ v_B ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾ ਰਹੇ ਹੋਣ।

ਉਦਾਹਰਨ 3.9 ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਰੇਲ ਪੱਟਰੀਆਂ ਉੱਤਰ-ਦੱਖਣ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹਨ। ਇੱਕ ਰੇਲਗੱਡੀ A ਉੱਤਰ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ 54 km/h ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਹੈ ਅਤੇ ਦੂਸਰੀ ਰੇਲਗੱਡੀ B ਦੱਖਣ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ 90 km/h ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ।

(a) A ਦੇ ਸਾਪੇਖ B ਦਾ ਸਾਪੇਖੀ ਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(b) B ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਧਰਤੀ ਦਾ ਸਾਪੇਖੀ ਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(c) ਰੇਲਗੱਡੀ A ਦੀ ਛੱਤ ਤੇ ਗਤੀ ਦੀ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ (ਰੇਲਗੱਡੀ A ਦੇ ਸਾਪੇਖ 18 kmh^{-1} ਦੇ ਵੇਗ ਨਾਲ) ਦੌੜਦੇ ਹੋਏ ਉਸ ਬਾਂਦਰ ਦਾ ਵੇਗ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਧਰਤੀ ਤੇ ਖੜ੍ਹੇ ਵਿਅਕਤੀ ਦੁਆਰਾ ਦੇਖਿਆ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹੈ।

ਹੱਲ : (a) x-ਧੁਰੇ ਦੇ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਦੱਖਣ ਤੋਂ ਉੱਤਰ ਵੱਲ ਚੁਣੋ। ਤਦ,

$v_A = +54$ kmh^{-1} = 15 ms^{-1}

$v_B = -90$ kmh^{-1} = -25 ms^{-1}

A ਦੇ ਸਾਪੇਖ B ਦਾ ਸਾਪੇਖੀ ਵੇਗ $v_B - v_A = -40$ ms^{-1} ਹੋਵੇਗਾ।

ਇਸ ਤੋਂ ਭਾਵ ਹੈ ਕਿ ਰੇਲਗੱਡੀ B ਰੇਲਗੱਡੀ A ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਉੱਤਰ ਤੋਂ ਦੱਖਣ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ 40 ms^{-1} ਦੀ ਗਤੀ ਨਾਲ ਚਲਦੀ ਪ੍ਰਤੀਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

(b) B ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਧਰਤੀ ਦਾ ਸਾਪੇਖੀ ਵੇਗ $= 0 - v_B = 25$ ms^{-1}

(c) ਮੰਨ ਲਉ ਕਿ ਧਰਤੀ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਬਾਂਦਰ ਦਾ ਵੇਗ $= v_M$ ਹੈ।

ਇਸ ਲਈ A ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਬਾਂਦਰ ਦਾ ਵੇਗ

$v_{MA} = v_M - v_A = -18$ $kmh^{-1} = -5$ ms^{-1}

ਨਤੀਜੇ ਵਜੋਂ, $v_M = (15 - 5)$ $ms^{-1} = 10$ ms^{-1}

ਸਾਰ (SUMMARY)

1. ਜੇ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਸਮੇਂ ਦੇ ਨਾਲ ਬਦਲਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਅਸੀਂ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਕਿ ਵਸਤੂ ਗਤੀਮਾਨ ਹੈ। ਇੱਕ ਸਰਲ ਰੇਖੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਸਹੂਲਤ ਲਈ ਚੁਣੇ ਗਏ ਕਿਸੇ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ।
2. ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਦੀ ਲੰਬਾਈ ਨੂੰ ਪਥ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।
3. ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ ਅਸੀਂ ਵਿਸਥਾਪਨ ਕਹਿੰਦੇ ਹਾਂ ਅਤੇ ਇਸ ਨੂੰ Δx ਨਾਲ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

   $\Delta x = x_2 - x_1$

   x_1 ਅਤੇ x_2 ਕ੍ਰਮਵਾਰ ਵਸਤੂ ਦੀਆਂ ਅਰੰਭਿਕ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀਆਂ ਹਨ। ਪਥ ਲੰਬਾਈ ਉਹਨਾਂ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਜਾਂ ਉਸ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ।

4. ਜਦੋਂ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਸਮਾਨ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਸਮਾਨ ਦੂਰੀਆਂ ਤੈਅ ਕਰਦੀ ਹੈ ਤਾਂ ਉਸ ਗਤੀ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਆਖਦੇ ਹਨ। ਜੇ ਅਜਿਹਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ ਤਾਂ ਗਤੀ ਅਸਮਾਨ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
5. ਵਿਸਥਾਪਨ ਨੂੰ ਉਸ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ, ਜਿਸ ਦੌਰਾਨ ਵਿਸਥਾਪਨ ਹੋਇਆ ਹੈ, ਨਾਲ ਭਾਗ ਦੇਣ ਤੇ ਜੋ ਰਾਸ਼ੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਉਸਨੂੰ ਔਸਤ ਵੇਗ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਉਸਨੂੰ $\bar{v}$ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$x-t$ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਔਸਤ ਵੇਗ ਉਸ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਾਲ ਹੈ ਜੋ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਅਤੇ ਅੰਤਿਮ ਸਥਿਤੀ ਨੂੰ ਜੋੜਦੀ ਹੈ।

6. ਵਸਤੂ ਦੀ ਯਾਤਰਾ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਕੁੱਲ ਪਥ-ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਇਸ ਲਈ ਲੱਗੇ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦੇ ਅਨੁਪਾਤ ਨੂੰ ਔਸਤ ਚਾਲ ਆਖਦੇ ਹਨ। ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਉਸਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਮਾਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਜਾਂ ਵੱਧ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
7. ਜਦੋਂ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ Δt ਅਤਿ ਸੂਖਮ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਵਸਤੂ ਦੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਸੀਮਾਂਤ ਮਾਨ ਨੂੰ ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਜਾਂ ਸਿਫ਼ਰ ਵੇਗ ਆਖਦੇ ਹਨ।

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$$

ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਉਸ ਛਿਣ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਤੇ ਬਣਾਈ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਾਲ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।

8. ਵਸਤੂ ਦੇ ਵੇਗ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ ਸੰਗਤ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕਰਨ ਤੇ ਜੋ ਰਾਸ਼ੀ ਪ੍ਰਾਪਤ ਹੁੰਦੀ ਹੈ, ਉਸ ਨੂੰ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਆਖਦੇ ਹਨ।

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

9. ਜਦੋਂ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਅਤਿ ਸੂਖਮ ਹੋਵੇ ਭਾਵ $\Delta t \to 0$ ਹੋਵੇ ਤਾਂ, ਵਸਤੂ ਦੀ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਸੀਮਾਂਤ ਮਾਨ ਨੂੰ ਤਤਕਾਲੀ ਪ੍ਰਵੇਗ ਜਾਂ ਸਿਫ਼ਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਆਖਦੇ ਹਨ।

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \bar{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$$

ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਉਸ ਛਿਣ ਵੇਗ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦੀ ਢਾਲ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਲਈ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਿਫ਼ਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ $x-t$ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਸਮਾਂ-ਧੁਰਾ ਤੇ ਇੱਕ ਢਾਲੂ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। (Inclined to time-axis) ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਗਤੀ ਲਈ $v-t$ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਸਮਾਂ-ਧੁਰੇ ਦੇ ਸਮਾਂਤਰ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਲਈ $x-\mathrm{t}$ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਜਦਕਿ $v-\mathrm{t}$ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਸਮਾਂ-ਧੁਰੇ ਨਾਲ ਢਾਲ ਬਣਾਉਂਦੀ ਹੋਈ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।

10. ਕਿਸੇ ਦੋ ਛਿਣਾਂ t_1 ਅਤੇ t_2 ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਖਿੱਚੇ ਗਏ ਵੇਗ-ਸਮਾਂ ਵੱਕਰ ਦੇ ਅਧੀਨ ਆਉਣ ਵਾਲਾ ਖੇਤਰਫਲ ਵਸਤੂ ਦੇ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ।
11. ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਦੀ ਵਸਤੂ ਦੇ ਲਈ ਕੁਝ ਸਧਾਰਨ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਦਾ ਇੱਕ ਸਮੂਹ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਿਸ ਨਾਲ ਪੰਜ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਜਿਵੇਂ ਵਿਸਥਾਪਨ x, ਸੰਬੰਧਤ ਸਮਾਂ t, ਅਰੰਭਿਕ ਵੇਗ v_0, ਅੰਤਿਮ ਵੇਗ v ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ a ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਨੂੰ ਵਸਤੂ ਦੇ ਸ਼ੁੱਧਗਤੀਕੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ (kinematic equations of motion) ਦੇ ਨਾਂ ਨਾਲ ਜਾਣਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ

$$v = v_0 + at,$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2,$$

$$v^2 = v_0^2 + 2ax$$

ਇਹਨਾਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਛਿਣ $t = 0$ ਤੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਸਥਿਤੀ $x = 0$ ਲਈ ਗਈ ਹੈ। ਜੇ ਵਸਤੂ $x = x_0$ ਤੋਂ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰੇ ਤਾਂ ਢੁੱਕਵੇਂ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚ x ਦੇ ਸਥਾਨ ਤੇ $x - x_0$ ਲਿਖਾਂਗੇ।

ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀ	ਪ੍ਰਤੀਕ	ਵਿਮਾਂ	ਮਾਤ੍ਰਕ	ਟਿੱਪਣੀ
ਪਥ ਲੰਬਾਈ		[L]	m	
ਵਿਸਥਾਪਨ	Δx	[L]	m	$= x_2 - x_1$ ਇੱਕ ਵਿਮ ਵਿੱਚ ਇਸਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।
ਵੇਗ (a) ਔਸਤ (b) ਤਤਕਾਲੀ	 $\bar{v}$ v	$[LT^{-1}]$	$m\ s^{-1}$	$= \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ $= \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{dx}{dt}$ ਇੱਕ ਵਿਮ ਵਿੱਚ ਇਸਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।
ਚਾਲ (a) ਔਸਤ (b) ਤਤਕਾਲੀ		$[LT^{-1}]$	$m\ s^{-1}$	$= \dfrac{\text{ਪਥ ਲੰਬਾਈ}}{\text{ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ}}$ $= \dfrac{dx}{dt}$
ਪ੍ਰਵੇਗ (a) ਔਸਤ (b) ਤਤਕਾਲੀ	 $\bar{a}$ a	$[LT^{-2}]$	$m\ s^{-2}$	$= \dfrac{\Delta v}{\Delta t}$ $= \lim_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta v}{\Delta t} = \dfrac{dv}{dt}$ ਇੱਕ ਵਿਮ ਵਿੱਚ ਇਸਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਵਿਚਾਰਨਯੋਗ ਵਿਸ਼ੇ (Points to ponder)

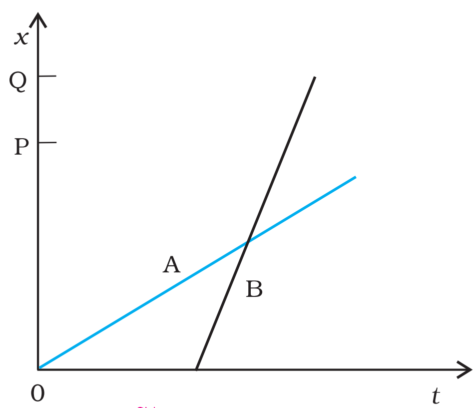
1. ਸਧਾਰਨ ਤੌਰ 'ਤੇ ਦੋ ਬਿੰਦੂਆਂ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੁਆਰਾ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਪਥ ਲੰਬਾਈ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਵਿਸਥਾਪਨ ਸਿਰੇ ਦੇ ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਜਦਕਿ ਪਥ ਲੰਬਾਈ (ਜਿਵੇਂ ਨਾਂ ਤੋ ਪਤਾ ਚਲਦਾ ਹੈ) ਅਸਲ ਪਥ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇੱਕ ਵਿਮ ਵਿੱਚ ਦੋਵੇਂ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਉਦੋਂ ਹੀ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ, ਜਦੋਂ ਵਸਤੂ ਗਤੀ ਦੌਰਾਨ ਆਪਣੀ ਦਿਸ਼ਾ ਨਹੀਂ ਬਦਲਦੀ। ਹੋਰ ਸਾਰੀਆਂ ਉਦਾਹਰਣਾਂ ਵਿੱਚ ਪਥ ਲੰਬਾਈ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੁੰਦੀ ਹੈ।
2. ਉਪਰੋਕਤ ਬਿੰਦੂ 1. ਅਨੁਸਾਰ ਕਿਸੇ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਲਈ ਵਸਤੂ ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਦਾ ਮਾਨ ਜਾਂ ਤਾਂ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਜਾਂ ਉਸ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਦੋਨੋਂ ਉਸ ਵੇਲੇ ਹੀ ਬਰਾਬਰ ਹੋਣਗੇ ਜੇ ਪਥ ਲੰਬਾਈ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੋਵੇਗੀ।
3. ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਅਤੇ ਕਿਸੇ ਧੁਰੇ ਦੀ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਦੀ ਚੋਣ ਸਾਡੀ ਰੁਚੀ ਦਾ ਵਿਸ਼ਾ ਹੈ। ਤੁਹਾਨੂੰ ਸਭ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਇਸ ਚੋਣ ਬਾਰੇ ਦੱਸ ਦੇਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਰਾਸ਼ੀਆਂ, ਜਿਵੇਂ – ਵਿਸਥਾਪਨ, ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਦਾ ਨਿਰਧਾਰਨ ਕਰਨਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।
4. ਜੇ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਦੀ ਚਾਲ ਵੱਧਦੀ ਜਾ ਰਹੀ ਹੈ ਤਾਂ ਪ੍ਰਵੇਗ, ਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇਗਾ ਪਰੰਤੂ ਜੇ ਚਾਲ ਘੱਟਦੀ ਜਾ ਰਹੀ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪ੍ਰਵੇਗ, ਵੇਗ ਦੀ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਹੋਵੇਗਾ। ਇਹ ਕਥਨ ਮੂਲ ਬਿੰਦੂ ਅਤੇ ਧੁਰੇ ਦੀ ਚੋਣ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦਾ।
5. ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਤੋਂ ਸਾਨੂੰ ਇਹ ਪਤਾ ਨਹੀਂ ਲੱਗਦਾ ਕਿ ਵਸਤੂ ਦੀ ਚਾਲ ਘੱਟ ਰਹੀ ਹੈ ਜਾਂ ਵੱਧ ਰਹੀ ਹੈ। ਪਨਵੇਗ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ (ਜਿਵੇਂ ਕਿ ਉਪਰੋਕਤ ਬਿੰਦੂ 3 ਵਿੱਚ ਦੱਸਿਆ ਗਿਆ ਹੈ) ਧੁਰੇ ਦੀ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਦੀ ਚੋਣ ਤੇ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਉਦਾਹਰਣ ਦੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਜੇ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਧੁਰੇ ਦੀ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਮੰਨਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੋਵੇਗਾ। ਜੇ ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਗੁਰੂਤਾ ਕਾਰਨ ਹੇਠਾਂ ਡਿਗ ਰਹੀ ਹੈ ਤਾਂ ਵੀ ਵਸਤੂ ਦੀ ਚਾਲ ਵੱਧਦੀ ਜਾਵੇਗੀ ਜਦੋਂਕਿ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਮਾਨ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੈ। ਵਸਤੂ ਉੱਪਰ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵੱਲ ਸੁੱਟੀ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਉਸੇ ਰਿਣਾਤਮਕ (ਗੁਰੁਤਾ) ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਕਾਰਨ ਵਸਤੂ ਦੀ ਚਾਲ ਵਿੱਚ ਕਮੀ ਆਉਂਦੀ ਜਾਵੇਗੀ।

6. ਜੇ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਵਸਤੂ ਦਾ ਵੇਗ ਸਿਫ਼ਰ ਹੈ ਤਾਂ ਇਹ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੈ ਕਿ ਉਸਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਵੀ ਸਿਫ਼ਰ ਹੋਵੇ। ਕੋਈ ਵਸਤੂ ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਵਿੱਚ ਹੋ ਸਕਦੀ ਹੈ ਜਦਕਿ ਉਸ ਛਿਣ ਉਸਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਸਿਫ਼ਰ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਜੇ ਕਿਸੇ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਸੁੱਟਿਆ ਜਾਵੇ ਤਾਂ ਸਿਖਰ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਉਸਦਾ ਵੇਗ ਤਾਂ ਸਿਫ਼ਰ ਹੋਵੇਗਾ ਪਰ ਇਸ ਮੌਕੇ 'ਤੇ ਉਸਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਗੁਰੂਤਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਹੀ ਹੋਵੇਗਾ।
7. ਗਤੀ ਸੰਬੰਧੀ ਸ਼ੁੱਧਗਤੀਕੀ ਸਮੀਕਰਨਾਂ [ਸਮੀਕਰਨ (3.11)] ਦੀਆਂ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਬੀਜ ਗਣਿਤਿਕ ਹਨ ਭਾਵ ਉਹ ਧਨਾਤਮਕ ਜਾਂ ਰਿਣਾਤਮਕ ਹੋ ਸਕਦੀਆਂ ਹਨ। ਇਹ ਸਮੀਕਰਨ ਸਾਰੀਆਂ ਪਰਿਸਥਿਤੀਆਂ (ਸਥਿਰ ਪ੍ਰਵੇਗ ਵਾਲੀ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ) ਲਈ ਢੁੱਕਵੇਂ ਹੁੰਦੇ ਹਨ। ਬੇਸ਼ਰਤੇ ਸਮੀਕਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਵੱਖ-ਵੱਖ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦੇ ਮਾਨ ਢੁੱਕਵੇਂ ਚਿੰਨ੍ਹਾਂ ਨਾਲ ਰੱਖੇ ਜਾਣ।
8. ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀਆਂ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾਵਾਂ [(ਸਮੀਕਰਨ (3.3) ਅਤੇ ਸਮੀਕਰਨ (3.5)] ਪੱਕੇ ਤੌਰ 'ਤੇ ਸਦਾ ਲਈ ਸਹੀ ਹਨ। ਜਦ ਕਿ ਸ਼ੁੱਧਗਤੀਕੀ ਸਮੀਕਰਨ [(ਸਮੀਕਰਨ (3.11)] ਉਹੀ ਗਤੀਆਂ ਲਈ ਸਹੀ ਹੈ ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਦਿਸ਼ਾ ਸਥਿਰ ਰਹਿੰਦੇ ਹਨ।

ਅਭਿਆਸ (EXERCISE)

3.1 ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਗਤੀ ਦੇ ਕਿਹੜੇ ਉਦਾਹਰਨਾਂ ਵਿੱਚ ਵਸਤੂ ਨੂੰ ਲਗਭਗ ਬਿੰਦੂ ਵਸਤੂ ਮੰਨਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ :
(a) ਦੋ ਸਟੇਸ਼ਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਬਿਨਾਂ ਕਿਸੇ ਝਟਕੇ ਦੇ ਚੱਲਦੀ ਹੋਈ ਰੇਲਗੱਡੀ।
(b) ਕਿਸੇ ਚੱਕਰੀ ਪਥ ਤੇ ਸਾਈਕਲ ਚਲਾ ਰਹੇ ਵਿਅਕਤੀ ਉੱਪਰ ਬੈਠਾ ਕੋਈ ਬਾਂਦਰ।
(c) ਜਮੀਨ ਨਾਲ ਟਕਰਾ ਕੇ ਤੇਜ਼ੀ ਨਾਲ ਮੁੜਨ ਵਾਲੀ ਆਪਣੀ ਧੁਰੀ ਤੇ ਘੁੰਮਦੀ ਹੋਈ ਕੋਈ ਕ੍ਰਿਕੇਟ ਗੇਂਦ।
(d) ਕਿਸੇ ਮੇਜ਼ ਦੇ ਕਿਨਾਰੇ ਤੋਂ ਫਿਸਲ ਕੇ ਡਿੱਗਿਆ ਕੋਈ ਬੀਕਰ।

3.2 ਦੋ ਬੱਚੇ A ਅਤੇ B ਆਪਣੇ ਸਕੂਲ O ਤੋਂ ਵਾਪਸ ਆ ਕੇ ਆਪਣੇ-ਆਪਣੇ ਘਰ ਕ੍ਰਮਵਾਰ P ਅਤੇ Q ਨੂੰ ਜਾ ਰਹੇ ਹਨ। ਉਹਨਾਂ ਦਾ ਸਥਿਤੀ-ਸਮਾਂ ($x - t$) ਗ੍ਰਾਫ਼ ਚਿੱਤਰ 3.19 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਹਨ। ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਬ੍ਰੈਕਟਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਸਹੀ ਉੱਤਰ ਚੁਣੋ।
(a) B/A ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ A/B ਸਕੂਲ ਦੇ ਨੇੜੇ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ।
(b) B/A ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ A/B ਸਕੂਲ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਚੱਲਦਾ ਹੈ।
(c) B/A ਦੀ ਤੁਲਨਾ ਵਿੱਚ A/B ਤੇਜ਼ ਚੱਲਦਾ ਹੈ।
(d) A ਅਤੇ B ਘਰ (ਇੱਕੋ/ਵੱਖ) ਸਮੇਂ ਤੇ ਪਹੁੰਚਦੇ ਹਨ।
(e) A/B ਸੜਕ ਤੇ B/A ਤੋਂ (ਇੱਕ ਵਾਰ/ਦੋ ਵਾਰ) ਅੱਗੇ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ **3.19**

3.3 ਇੱਕ ਔਰਤ ਆਪਣੇ ਘਰ ਤੋਂ ਸਵੇਰੇ 9.00 ਵਜੇ 2.50 ਕਿ.ਮੀ. ਦੂਰ ਆਪਣੇ ਦਫ਼ਤਰ ਲਈ ਸਿੱਧੀ ਸੜਕ ਤੇ 5 kmh^{-1} ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲਦੀ ਹੈ। ਉੱਥੇ ਉਹ ਸ਼ਾਮ 5.00 ਵਜੇ ਤੱਕ ਰਹਿੰਦੀ ਹੈ ਅਤੇ 25 km h^{-1} ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਹੇ ਕਿਸੇ ਆਟੋ ਰਿਕਸ਼ਾ ਦੁਆਰਾ ਆਪਣੇ ਘਰ ਪਰਤ ਆਉਂਦੀ ਹੈ। ਢੁੱਕਵਾਂ ਪੈਮਾਨਾ ਚੁਣੋ ਅਤੇ ਉਸ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ $x - t$ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਖਿੱਚੋ।

3.4 ਕੋਈ ਸ਼ਰਾਬੀ ਕਿਸੇ ਤੰਗ ਗਲੀ ਵਿੱਚ 5 ਕਦਮ ਅੱਗੇ ਵੱਧਦਾ ਹੈ ਅਤੇ 3 ਕਦਮ ਪਿੱਛੇ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਉਸਦੇ ਬਾਅਦ ਫਿਰ 5 ਕਦਮ ਅੱਗੇ ਵੱਧਦਾ ਹੈ ਅਤੇ 3 ਕਦਮ ਪਿੱਛੇ ਆਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸੇ ਤਰ੍ਹਾਂ ਚੱਲਦਾ ਰਹਿੰਦਾ ਹੈ। ਉਸਦਾ ਹਰ ਕਦਮ 1 ਮੀ. ਲੰਬਾ ਹੈ ਅਤੇ 1 ਸਕਿੰਟ ਸਮਾਂ ਲੱਗਦਾ ਹੈ। ਉਸਦੀ ਗਤੀ ਦਾ $x - t$ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਖਿੱਚੋ। ਗ੍ਰਾਫ਼ ਤੋਂ ਅਤੇ ਕਿਸੇ ਹੋਰ ਵਿਧੀ ਤੋਂ ਇਹ ਪਤਾ ਕਰੋ ਕਿ ਉਹ ਜਿੱਥੋਂ ਚੱਲਣਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ, ਉੱਥੋਂ 13 ਮੀ. ਦੂਰ ਕਿਸੇ ਟੋਏ ਵਿਚ ਕਿੰਨੇ ਸਮੇਂ ਬਾਦ ਡਿੱਗਦਾ ਹੈ ?

3.5 ਕੋਈ ਜੈੱਟ ਹਵਾਈ ਜਹਾਜ਼ 500 kmh^{-1} ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਿਹਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਜੈੱਟ ਜਹਾਜ਼ ਦੇ ਸਾਪੇਖ 1500 km h^{-1} ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਆਪਣੇ ਦਹਿਨ ਉਤਪਾਦਾਂ ਨੂੰ ਬਾਹਰ ਕੱਢਦਾ ਹੈ। ਜ਼ਮੀਨ ਤੇ ਖੜ੍ਹੇ ਕਿਸੇ ਪ੍ਰੇਖਕ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਇਹਨਾਂ ਦਹਿਨ ਉਤਪਾਦਾਂ ਦੀ ਚਾਲ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?

3.6 ਸਿੱਧੇ ਹਾਈਵੇ ਤੇ ਕੋਈ ਕਾਰ 126 kmh^{-1} ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ 200 ਮੀ. ਦੀ ਦੂਰੀ ਤੇ ਰੋਕ ਦਿੱਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਕਾਰ ਦੇ ਮੰਦਨ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਮੰਨੋ ਅਤੇ ਇਸਦਾ ਮਾਨ ਪਤਾ ਕਰੋ। ਕਾਰ ਨੂੰ ਰੁਕਣ ਲਈ ਕਿੰਨਾ ਸਮਾਂ ਲੱਗਿਆ ?

3.7 ਦੋ ਰੇਲਗੱਡੀਆਂ A ਅਤੇ B ਦੋ ਸਮਾਂਤਰ ਪੱਟਰੀਆਂ ਉੱਪਰ 72 kmh^{-1} ਦੀ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਇੱਕ ਹੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਚੱਲ ਰਹੀਆਂ ਹਨ। ਹਰੇਕ ਰੇਲਗੱਡੀ 400 ਮੀ. ਲੰਬੀ ਹੈ। ਰੇਲਗੱਡੀ A ਰੇਲਗੱਡੀ B ਤੋਂ ਅੱਗੇ ਹੈ। B ਦਾ ਡਰਾਈਵਰ A ਤੋਂ ਅੱਗੇ ਜਾਣਾ ਚਾਹੁੰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ 1 m s^{-2} ਦੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜੇ 50 ਸਕਿੰਟ ਦੇ ਬਾਦ B ਦਾ ਗਾਰਡ A ਦੇ ਡਰਾਈਵਰ ਤੋਂ ਅੱਗੇ ਹੋ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਦੋਨਾਂ ਵਿਚਕਾਰ ਅਰੰਭਿਕ ਦੂਰੀ ਕਿੰਨੀ ਸੀ ?

3.8 ਦੋ ਲੇਨ ਵਾਲੀ ਕਿਸੇ ਸੜਕ ਤੇ ਕਾਰ A 36kmh^{-1} ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ। ਇੱਕ-ਦੂਸਰੇ ਤੋਂ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਚੱਲਦੀਆਂ ਦੋ ਕਾਰਾਂ B ਅਤੇ C ਜਿਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਹਰੇਕ ਦੀ ਚਾਲ 54kmh^{-1} ਹੈ, ਕਾਰ A ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਣਾ ਚਾਹੁੰਦੀਆਂ ਹਨ। ਕਿਸੇ ਛਿਣ 'ਤੇ ਜਦੋਂ ਦੂਰੀ AB, ਦੂਰੀ AC ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ ਅਤੇ ਦੋਨੋਂ 1Km ਹਨ। ਕਾਰ B ਦਾ ਡਰਾਈਵਰ ਇਹ ਫੈਸਲਾ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਕਾਰ C ਦੇ ਕਾਰ A ਤੱਕ ਪਹੁੰਚਣ ਤੋਂ ਪਹਿਲਾਂ ਹੀ ਉਹ ਕਾਰ A ਤੋਂ ਅੱਗੇ ਨਿਕਲ ਜਾਵੇ। ਕਿਸੇ ਦੁਰਘਟਨਾ ਤੋਂ ਬਚਣ ਲਈ ਕਾਰ B ਦਾ ਕਿੰਨਾ ਨਿਊਨਤਮ ਪ੍ਰਵੇਗ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ ?

3.9 ਦੋ ਪਿੰਡ A ਅਤੇ B ਨਿਯਮਿਤ ਬੱਸ ਸੇਵਾ ਦੁਆਰਾ ਇੱਕ-ਦੂਜੇ ਨਾਲ ਜੁੜੇ ਹਨ ਅਤੇ ਹਰੇਕ T ਮਿੰਟ ਬਾਦ ਦੋਨੋਂ ਪਾਸੇ ਬੱਸਾਂ ਚੱਲਦੀਆਂ ਹਨ। ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ ਸਾਈਕਲ ਤੇ 20 kmh^{-1} ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ A ਤੋਂ B ਵੱਲ ਜਾ ਰਿਹਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਹ ਨੋਟ ਕਰਦਾ ਹੈ ਕਿ ਹਰੇਕ 18 ਮਿੰਟਾ ਬਾਅਦ ਇੱਕ ਬੱਸ ਉਸਦੀ ਗਤੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਅਤੇ ਹਰੇਕ 6 ਮਿੰਟ ਬਾਅਦ ਉਸਦੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਲੰਘਦੀ ਹੈ। ਬੱਸ ਸੇਵਾਕਾਲ T ਕਿੰਨਾ ਹੈ ਅਤੇ ਬੱਸਾਂ ਸੜਕ 'ਤੇ ਕਿਸ ਚਾਲ (ਸਥਿਰ ਮੰਨੋ) ਨਾਲ ਚੱਲਦੀਆਂ ਸਨ ?

3.10 ਕੋਈ ਖਿਡਾਰੀ ਇੱਕ ਗੇਂਦ ਨੂੰ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਅਰੰਭਿਕ ਚਾਲ 29.4ms^{-1} ਨਾਲ ਸੁੱਟਦਾ ਹੈ,

(a) ਗੇਂਦ ਦੀ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਗਤੀ ਦੌਰਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਕੀ ਹੋਵੇਗੀ ?

(b) ਇਸ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਸਿਖਰ ਵਾਲੇ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਗੇਂਦ ਦਾ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਕੀ ਹੋਣਗੇ ?

(c) ਗੇਂਦ ਦੇ ਸਿਖਰ ਬਿੰਦੂ ਤੇ ਸਥਾਨ ਅਤੇ ਸਮੇਂ ਨੂੰ $x = 0$ ਅਤੇ $t = 0$ ਚੁਣੋ, ਖੜ੍ਹੇਦਾਅ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ x ਧੁਰੇ ਦੀ ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਮੰਨੋ। ਗੇਂਦ ਦੀ ਉੱਪਰ ਅਤੇ ਹੇਠਾਂ ਵੱਲ ਗਤੀ ਦੌਰਾਨ ਸਥਿਤੀ, ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੱਸੋ।

(d) ਕਿਸ ਉਚਾਈ ਤੱਕ ਗੇਂਦ ਉੱਪਰ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿੰਨੀ ਦੇਰ ਬਾਅਦ ਗੇਂਦ ਖਿਡਾਰੀ ਦੇ ਹੱਥਾਂ ਵਿੱਚ ਆ ਜਾਂਦੀ ਹੈ ?

($g = 9.8\ ms^{-2}$ ਅਤੇ ਹਵਾ ਦਾ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਉਪੇਖਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ)

3.11 ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਕਥਨਾਂ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਪੜ੍ਹੋ ਅਤੇ ਕਾਰਨ ਦੱਸਦੇ ਹੋਏ ਅਤੇ ਉਦਾਹਰਨ ਦਿੰਦੇ ਹੋਏ ਦੱਸੋ ਕਿ ਇਹ ਸੱਚ ਹਨ ਜਾਂ ਝੂਠ, ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ

(a) ਕਿਸੇ ਛਿਣ ਚਾਲ ਸਿਫ਼ਰ ਹੋਣ ਤੇ ਵੀ ਉਸਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਗੈਰ ਸਿਫ਼ਰ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।
(b) ਚਾਲ ਸਿਫ਼ਰ ਹੋਣ ਤੇ ਵੀ ਉਸਦਾ ਵੇਗ ਗੈਰ ਸਿਫ਼ਰ ਹੋ ਸਕਦਾ ਹੈ।
(c) ਚਾਲ ਸਥਿਰ ਹੋਵੇ ਤਾਂ ਪ੍ਰਵੇਗ ਜ਼ਰੂਰ ਹੀ ਸਿਫ਼ਰ ਹੋਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ।
(d) ਚਾਲ ਜ਼ਰੂਰ ਹੀ ਵੱਧਦੀ ਰਹੇਗੀ, ਜੇ ਉਸਦਾ ਪ੍ਰਵੇਗ ਧਨਾਤਮਕ ਹੋਵੇ।

3.12 ਇੱਕ ਗੇਂਦ ਨੂੰ 90 ਮੀ. ਦੀ ਉਚਾਈ ਤੋਂ ਫਰਸ਼ ਤੇ ਸੁੱਟਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਫਰਸ਼ ਦੇ ਨਾਲ ਹਰੇਕ ਟੱਕਰ ਵਿਚ ਗੇਂਦ ਦੀ ਚਾਲ $\frac{1}{10}$ ਘੱਟ ਜਾਂਦੀ ਹੈ।

ਇਸਦੀ ਗਤੀ ਦਾ $t = 0$ ਤੋਂ 12 ਸਕਿੰਟ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਚਾਲ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਖਿੱਚੋ।

3.13 ਉਦਾਹਰਨ ਸਮੇਤ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਵਿਚਕਾਰ ਅੰਤਰ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕਰੋ।

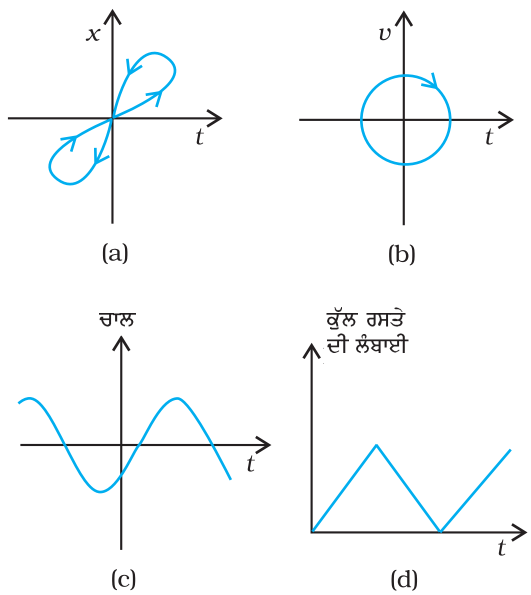
(a) ਕਿਸੇ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਵਿਸਥਾਪਨ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ (ਜਿਸਨੂੰ ਕਦੇ-ਕਦੇ ਦੂਰੀ ਵੀ ਆਖਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ) ਅਤੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੁਆਰਾ ਉਸੇ ਅੰਤਰਾਲ ਦੌਰਾਨ ਤੈਅ ਕੀਤੇ ਗਏ ਪਥ ਦੀ ਕੁੱਲ ਲੰਬਾਈ।

(b) ਕਿਸੇ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ ਉਸੇ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਚਾਲ (ਕਿਸੇ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਨੂੰ ਸਮੇਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦੁਆਰਾ ਭਾਗ ਕੀਤੀ ਕੁੱਲ ਪਥ ਲੰਬਾਈ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕੀਤਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ)। ਦਰਸਾਉ ਕਿ (a) ਅਤੇ (b) ਦੋਨਾਂ ਵਿੱਚ ਹੀ ਦੂਸਰੀ ਰਾਸ਼ੀ ਪਹਿਲੀ ਤੋਂ ਵੱਧ ਜਾਂ ਉਸਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੈ। ਸਮਾਨਤਾ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਕਦੋਂ ਸਹੀ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ? (ਸਹੂਲਤ ਲਈ ਸਿਰਫ਼ ਇੱਕ ਵਿਧੀ ਗਤੀ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰੋ।)

3.14 ਕੋਈ ਵਿਅਕਤੀ ਆਪਣੇ ਘਰ ਤੋਂ ਸਿੱਧੀ ਸੜਕ ਤੇ 5 kmh^{-1} ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ 2.5 km ਦੂਰ ਬਜ਼ਾਰ ਤੱਕ ਪੈਦਲ ਚੱਲਦਾ ਹੈ ਪਰੰਤੂ ਬਜ਼ਾਰ ਬੰਦ ਦੇਖ ਕੇ ਉਸੇ ਛਿਣ ਵਾਪਸ ਮੁੜ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ 7.5 kmh^{-1} ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਘਰ ਪਰਤ ਆਉਂਦਾ ਹੈ। ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ (i) 0-30 ਮਿੰਟ (ii) 0-50 ਮਿੰਟ (iii) 0-40 ਮਿੰਟ ਦੌਰਾਨ ਉਸ ਵਿਅਕਤੀ
(a) ਦੀ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਅਤੇ
(b) ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਕੀ ਹੈ ?
(ਨੋਟ : ਤੁਸੀਂ ਇਸ ਉਦਾਹਰਨ ਤੋਂ ਸਮਝ ਸਕੋਗੇ ਕਿ ਔਸਤ ਚਾਲ ਨੂੰ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਨ ਦੀ ਬਜਾਏ ਸਮੇਂ ਨਾਲ ਭਾਗ ਕੀਤੀ ਕੁੱਲ ਪਥ-ਲੰਬਾਈ ਨਾਲ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਨਾ ਜ਼ਿਆਦਾ ਵਧੀਆ ਕਿਉਂ ਹੈ ? ਤੁਸੀਂ ਥੱਕ ਕੇ ਘਰ ਪਰਤੇ ਉਸ ਵਿਅਕਤੀ ਨੂੰ ਇਹ ਦੱਸਣਾ ਨਹੀਂ ਚਾਹੋਗੇ ਕਿ ਉਸਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਸਿਫ਼ਰ ਸੀ)।

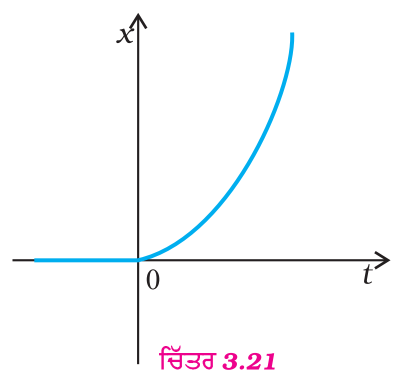
3.15 ਅਸੀਂ ਅਭਿਆਸ 3.13 ਅਤੇ 3.14 ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਚਾਲ ਅਤੇ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਵਿਚਕਾਰ ਅੰਤਰ ਨੂੰ ਸਪੱਸ਼ਟ ਕੀਤਾ ਹੈ। ਜੇ ਅਸੀਂ ਤਤਕਾਲੀ ਚਾਲ ਅਤੇ ਵੇਗ ਦੇ ਪਰਿਮਾਣ ਤੇ ਵਿਚਾਰ ਕਰਦੇ ਹਾਂ ਤਾਂ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਾ ਅੰਤਰ ਕਰਨਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦਾ। ਤਤਕਾਲੀ ਚਾਲ ਹਮੇਸ਼ਾਂ ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਦੇ ਬਰਾਬਰ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਕਿਉਂ ?

3.16 ਚਿੱਤਰ 3.20 ਵਿੱਚ (a) ਤੋਂ (d) ਤੱਕ ਦੇ ਗ੍ਰਾਫ਼ਾਂ ਨੂੰ ਧਿਆਨ ਨਾਲ ਦੇਖੋ ਅਤੇ ਦੇਖ ਕੇ ਦੱਸੋ ਕਿ ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚੋਂ ਕਿਹੜਾ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਨੂੰ ਜਿੱਥੋਂ ਤੱਕ ਸੰਭਵ ਹੋਵੇ, ਨਹੀਂ ਦਰਸਾ ਸਕਦਾ।



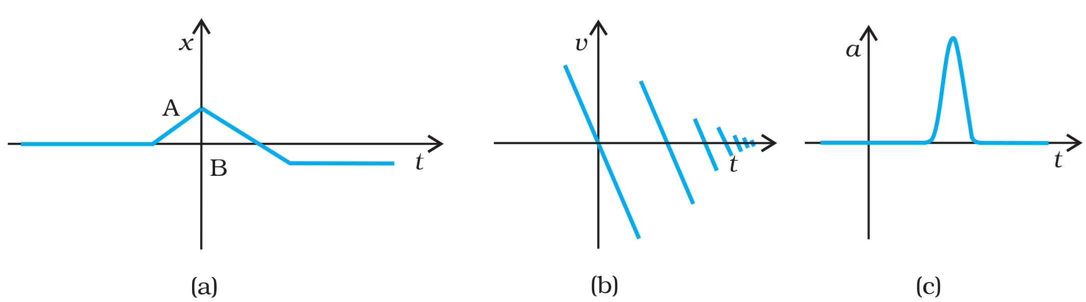
ਚਿੱਤਰ ***3.20***

3.17 ਚਿੱਤਰ 3.21 ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਦਾ $x - t$ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਗ੍ਰਾਫ਼ ਤੋਂ ਕੀ ਇਹ ਕਹਿਣਾ ਠੀਕ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਇਹ ਕਣ $t < 0$ ਲਈ ਕਿਸੇ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਵਿੱਚ ਅਤੇ $t > 0$ ਲਈ ਕਿਸੇ ਪੈਰਾਬੋਲੀ ਪਥ ਵਿੱਚ ਗਤੀ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਜੇ ਨਹੀਂ, ਤਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦੇ ਸੰਗਤ ਕਿਸੇ ਉਚਿਤ ਭੌਤਿਕ ਹਵਾਲੇ ਦਾ ਸੁਝਾਅ ਦਿਉ।



ਚਿੱਤਰ ***3.21***

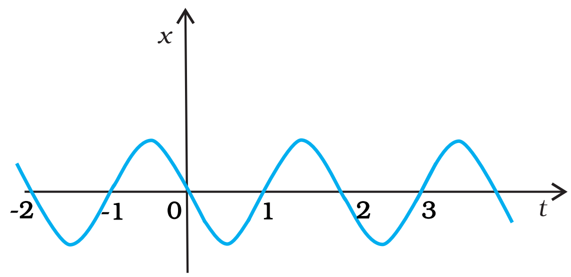
3.18 ਕਿਸੇ ਹਾਈਵੇ ਤੇ ਪੁਲਿਸ ਦੀ ਕੋਈ ਗੱਡੀ 30km/h ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਹੀ ਹੈ। ਅੰਤ ਇਹ ਉਸੇ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ 192kmh^{-1} ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਜਾ ਰਹੀ ਕਿਸੇ ਚੋਰ ਦੀ ਕਾਰ ਤੇ ਗੋਲੀ ਚਲਾਉਂਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਗੋਲੀ ਦੀ ਨਾਲ ਮੁੱਖੀ ਚਾਲ 150ms^{-1} ਹੈ ਤਾਂ ਚੋਰ ਦੀ ਕਾਰ ਨੂੰ ਗੋਲੀ ਕਿਸ ਚਾਲ ਨਾਲ ਵੱਜੇਗੀ ? (ਨੋਟ : ਉਸ ਚਾਲ ਨੂੰ ਪਤਾ ਕਰੋ ਜੋ ਚੋਰ ਦੀ ਕਾਰ ਨੂੰ ਨੁਕਸਾਨ ਪਹੁੰਚਾਉਣ ਲਈ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੋਵੇ)।



ਚਿੱਤਰ ***3.22***

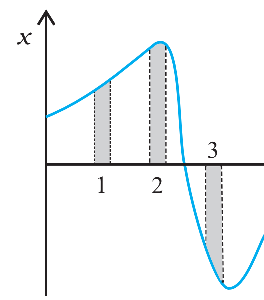
3.19 ਚਿੱਤਰ 3.22 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਹਰੇਕ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਲਈ ਕਿਸੇ ਉਚਿਤ ਭੌਤਿਕ ਸਥਿਤੀ ਦਾ ਸੁਝਾਅ ਦਿਉ।

3.20 ਚਿੱਤਰ 3.23 ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਸਰਲ ਆਵਰਤੀ ਗਤੀ ਲਈ $x - t$ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। (ਇਸ ਗਤੀ ਬਾਰੇ ਤੁਸੀਂ ਅਧਿਆਇ 14 ਵਿੱਚ ਪੜ੍ਹੋਗੇ) ਸਮਾਂ $t = 0.3s,\ 1.2s,\ -1.2s$ ਤੇ ਕਣ ਦੀ ਸਥਿਤੀ, ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਕੀ ਹੋਣਗੇ ?



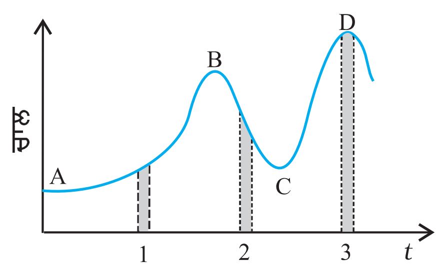
ਚਿੱਤਰ **3.23**

3.21 ਚਿੱਤਰ 3.24 ਕਿਸੇ ਕਣ ਦੀ ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਦਾ $x - t$ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਸਮਾਨ ਅੰਤਰਾਲ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਹਨ। ਕਿਸ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਚਾਲ ਅਧਿਕਤਮ ਹੈ ਅਤੇ ਕਿਸ ਵਿੱਚ ਨਿਊਨਤਮ। ਹਰੇਕ ਅੰਤਰਾਲ ਲਈ ਔਸਤ ਵੇਗ ਦਾ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੱਸੋ।



ਚਿੱਤਰ **3.24**

3.22 ਚਿੱਤਰ 3.25 ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਵੱਲ ਚੱਲ ਰਹੇ ਕਣ ਦਾ ਚਾਲ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਇਸ ਵਿੱਚ ਤਿੰਨ ਸਮਾਨ ਅੰਤਰਾਲ ਦਿਖਾਏ ਗਏ ਹਨ। ਕਿਸ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦਾ ਪਰਿਮਾਣ ਸਭ ਤੋਂ ਜ਼ਿਆਦਾ ਹੋਵੇਗਾ ? ਕਿਸ ਅੰਤਰਾਲ ਵਿੱਚ ਔਸਤ ਚਾਲ ਸਭ ਤੋਂ ਵੱਧ ਹੋਵੇਗੀ ? ਧਨਾਤਮਕ ਦਿਸ਼ਾ ਨੂੰ ਗਤੀ ਦੀ ਸਥਿਰ ਦਿਸ਼ਾ ਚੁਣਦੇ ਹੋਏ ਤਿੰਨਾਂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਵਿੱਚ v ਅਤੇ a ਦੇ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦੱਸੋ। A, B, C ਅਤੇ D ਬਿੰਦੂਆਂ ਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਕੀ ਹੋਣਗੇ ?



ਚਿੱਤਰ **3.25**

ਵਾਧੂ ਅਭਿਆਸ (ADDITIONAL EXERCISES)

3.23 ਕੋਈ ਤਿੰਨ ਪਹੀਏ ਵਾਲਾ ਸਕੂਟਰ ਆਪਣੀ ਵਿਰਾਮ ਅਵਸਥਾ ਤੋਂ ਗਤੀ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਫਿਰ 10 ਸਕਿੰਟ ਤੱਕ ਕਿਸੇ ਸਿੱਧੀ ਸੜਕ $1 ms^{-2}$ ਦੇ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨਾਲ ਚੱਲਦਾ ਹੈ। ਇਸ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਵੇਗ ਨਾਲ ਚੱਲਦਾ ਹੈ। ਸਕੂਟਰ ਦੁਆਰਾ nਵੇ ਸਕਿੰਟ ($n = 1, 2, 3$ ....) ਵਿੱਚ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਨੂੰ n ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਆਲੇਖਿਤ ਕਰੋ। ਤੁਸੀਂ ਕੀ ਆਸ ਕਰਦੇ ਹੋ ਕਿ ਪ੍ਰਵੇਗਿਤ ਗਤੀ ਦੇ ਦੌਰਾਨ ਇਹ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਕੋਈ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਜਾਂ ਕੋਈ ਪੈਰਾਬੋਲਾ ਹੋਵੇਗਾ ?

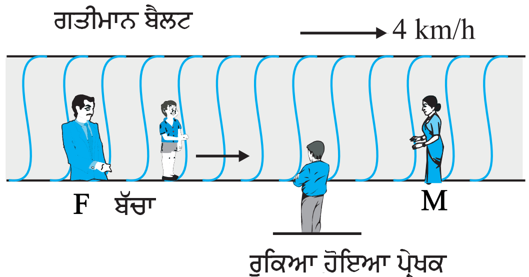
3.24 ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ ਲਿਫਟ ਵਿੱਚ (ਜੋ ਉੱਪਰੋਂ ਖੁੱਲ੍ਹੀ ਹੈ) ਕੋਈ ਬੱਚਾ ਖੜ੍ਹਾ ਹੈ। ਉਹ ਆਪਣੇ ਪੂਰੇ ਜ਼ੋਰ ਨਾਲ ਇੱਕ ਗੇਂਦ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਸੁੱਟਦਾ ਹੈ ਜਿਸਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਚਾਲ $49 ms^{-1}$ ਹੈ। ਉਸਦੇ ਹੱਥਾਂ ਵਿੱਚ ਗੇਂਦ ਵਾਪਿਸ ਆਉਣ ਵਿੱਚ ਕਿੰਨਾਂ ਸਮਾਂ ਲੱਗੇਗਾ ? ਜੇ ਲਿਫਟ ਉੱਪਰ ਵੱਲ $5 ms^{-1}$ ਦੀ ਇੱਕ ਸਮਾਨ ਚਾਲ ਨਾਲ ਗਤੀ ਕਰਨਾ ਸ਼ੁਰੂ ਕਰ ਦੇਵੇ ਅਤੇ ਉਹ ਬੱਚਾ ਫਿਰ ਗੇਂਦ ਨੂੰ ਆਪਣੇ ਪੂਰੇ ਜ਼ੋਰ ਨਾਲ ਸੁੱਟਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਗੇਂਦ ਕਿੰਨੀ ਦੇਰ ਬਾਅਦ ਉਸਦੇ ਹੱਥ ਵਿੱਚ ਵਾਪਸ ਆ ਜਾਵੇਗੀ ?

3.25 ਖਿਤਜ ਵਿੱਚ ਗਤੀਮਾਨ ਕੋਈ ਲੰਬਾ ਪੱਟਾ (ਚਿੱਤਰ 3.26) 4km/h ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਚੱਲ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਇੱਕ ਬੱਚਾ ਇਸ ਉੱਤੇ (ਪੱਟੇ ਦੇ ਸਾਪੇਖ) 9km/h ਦੀ ਚਾਲ ਨਾਲ ਕਦੇ ਅੱਗੇ ਅਤੇ ਕਦੇ ਪਿੱਛੇ ਆਪਣੇ ਮਾਤਾ-ਪਿਤਾ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਦੌੜ ਰਿਹਾ ਹੈ। ਮਾਤਾ ਤੇ ਪਿਤਾ ਵਿਚਕਾਰ ਦੂਰੀ 50m ਹੈ। ਬਾਹਰ ਕਿਸੇ ਸਥਿਰ ਪਲੇਟਫਾਰਮ ਤੇ ਖੜ੍ਹੇ ਇੱਕ ਪ੍ਰੇਖਕ ਲਈ ਹੇਠ ਲਿਖਿਆਂ ਦਾ ਮਾਨ ਪ੍ਰਾਪਤ ਕਰੋ।

(a) ਪੱਟੇ ਦੀ ਗਤੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਦੌੜ ਰਹੇ ਬੱਚੇ ਦੀ ਚਾਲ,

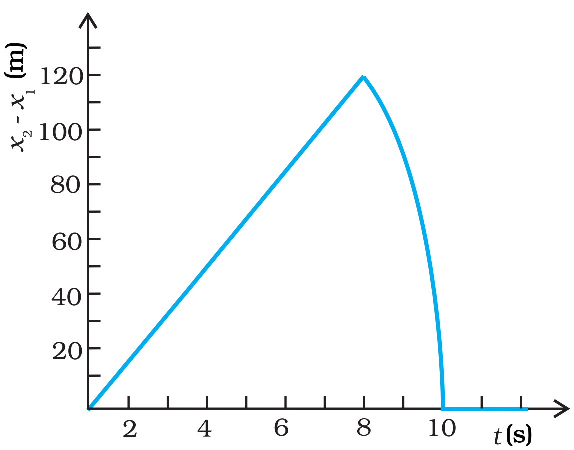
(b) ਪੱਟੇ ਦੀ ਗਤੀ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਉਲਟ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਦੌੜ ਰਹੇ ਬੱਚੇ ਦੀ ਚਾਲ,

(c) ਬੱਚੇ ਦੁਆਰਾ (a) ਅਤੇ (b) ਲਈ ਲਿਆ ਗਿਆ ਸਮਾਂ, ਜੇ ਬੱਚੇ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਪ੍ਰੇਖਣ ਉਸਦੇ ਮਾਤਾ ਜਾਂ ਪਿਤਾ ਕਰਨ ਤਾਂ ਕਿਹੜਾ ਉੱਤਰ ਬਦਲ ਜਾਵੇਗਾ ?



ਚਿੱਤਰ ***3.26***

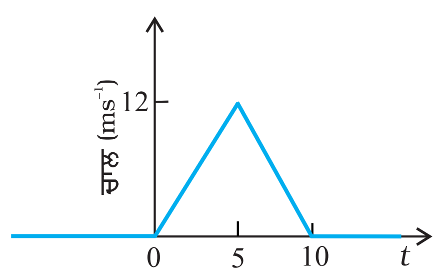
3.26 ਕਿਸੇ 200m ਉੱਚੀ ਖੜ੍ਹੀ ਚੱਟਾਨ ਦੇ ਕਿਨਾਰੇ ਤੋਂ ਦੋ ਪੱਥਰਾਂ ਨੂੰ ਇਕੱਠੇ ਉੱਪਰ ਵੱਲ 15ms^{-1} ਅਤੇ 30ms^{-1} ਦੀ ਅਰੰਭਿਕ ਚਾਲ ਨਾਲ ਸੁੱਟਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ ਸਿੱਧ ਕਰੋ ਕਿ ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਗ੍ਰਾਫ਼ (ਚਿੱਤਰ 3.27) ਪਹਿਲੇ ਪੱਥਰ ਦੇ ਸਾਪੇਖ ਦੂਜੇ ਪੱਥਰ ਦੀ ਸਾਪੇਖੀ ਸਥਿਤੀ ਦਾ ਸਮੇਂ ਨਾਲ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਹਵਾ ਦੇ ਪ੍ਰਤੀਰੋਧ ਨੂੰ ਨਿਗੂਣਾ ਮੰਨੋ ਅਤੇ ਇਹ ਮੰਨੋ ਕਿ ਜਮੀਨ ਨਾਲ ਟਕਰਾਉਣ ਤੋਂ ਬਾਅਦ ਪੱਥਰ ਉੱਪਰ ਵੱਲ ਨਹੀਂ ਉਛਲਦੇ। ਮੰਨ ਲਉ $g = 10\text{ms}^{-2}$ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਦੇ ਰੇਖੀ ਅਤੇ ਵਕਰੀ ਭਾਗਾਂ ਦੇ ਸਮੀਕਰਨ ਲਿਖੋ।



ਚਿੱਤਰ ***3.27***

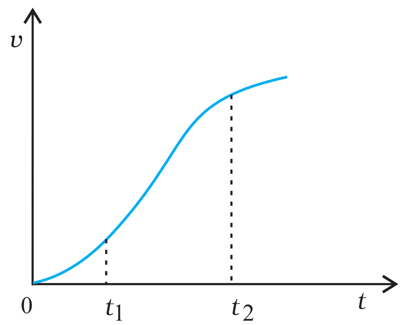
3.27 ਕਿਸੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਦਿਸ਼ਾ ਦੇ ਵੱਲ ਚੱਲ ਰਹੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦਾ ਚਾਲ–ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਚਿੱਤਰ 3.28 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਕਣ ਦੁਆਰਾ (*a*) $t = 0$ ਤੋਂ $t = 10$ s , (b) $t = 2s$ ਤੋਂ 6 s ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਤੈਅ ਕੀਤੀ ਗਈ ਦੂਰੀ ਪਤਾ ਕਰੋ।

(a) ਅਤੇ (b) ਵਿੱਚ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਦੌਰਾਨ ਕਣ ਦੀ ਔਸਤ ਚਾਲ ਕੀ ਹੈ ?



ਚਿੱਤਰ ***3.28***

3.28 ਇੱਕ ਵਿਮੀ ਗਤੀ ਵਿੱਚ ਕਿਸੇ ਕਣ ਦਾ ਵੇਗ-ਸਮਾਂ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਚਿੱਤਰ 3.29 ਵਿੱਚ ਦਿਖਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ ***3.29***

ਹੇਠਾਂ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਸੂਤਰਾਂ ਵਿੱਚ t_1 ਤੋਂ t_2 ਤੱਕ ਦੇ ਸਮਾਂ ਅੰਤਰਾਲ ਦੌਰਾਨ ਕਣ ਦੀ ਗਤੀ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕਰਨ ਲਈ ਕਿਹੜੇ ਸੂਤਰ ਸਹੀ ਹਨ :

(i) $x(t_2) = x(t_1) + v\,(t_1)\,(t_2 - t_1) + ½\,a\,(t_2 - t_1)^2$

(ii) $v(t_2) = v(t_1) + a\,(t_2 - t_1)$

(iii) $v_{\text{ਔਸਤ}} = (x(t_2) - x(t_1))/(t_2 - t_1)$

(iv) $a_{\text{ਔਸਤ}} = (v(t_2) - v(t_1))/(t_2 - t_1)$

(v) $x(t_2) = x(t_1) + v_{\text{ਔਸਤ}}\,(t_2 - t_1) + (½)\,a_{\text{ਔਸਤ}}\,(t_2 - t_1)^2$

(vi) $x(t_2) - x(t_1)$ = t-ਧੁਰਾ ਅਤੇ ਦਿਖਾਈ ਗਈ ਡਾੱਟਿਡ ਰੇਖਾ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਦਰਸਾਏ ਗਏ ਵਕਰ ਦੇ ਅਧੀਨ ਆਉਣ ਵਾਲਾ ਖੇਤਰਫਲ

ਅਨੁਲਗ 3.1
ਕਲਨ ਦੇ ਸੰਘਟਕ (ELEMENTS OF CALCULUS)

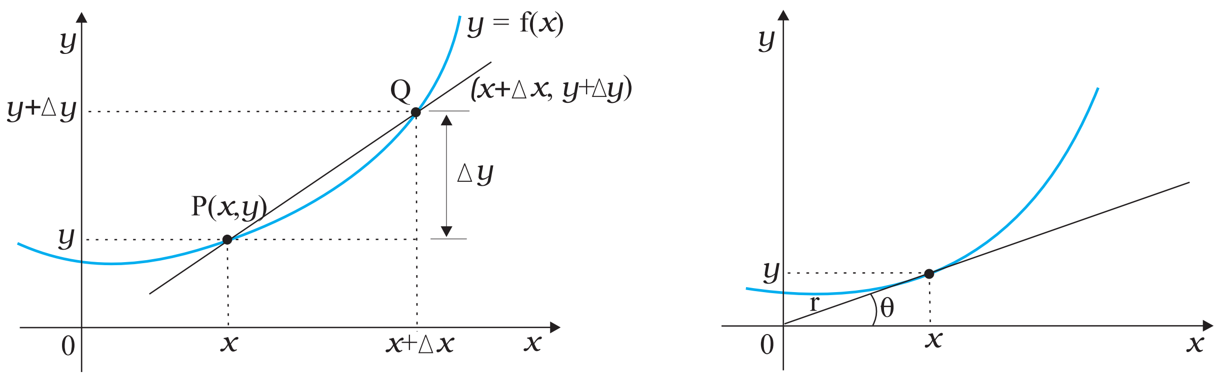
ਅਵਕਲ ਗਣਿਤ : DIFFERENTIAL CALCULUS

'ਅਵਕਲ ਗੁਣਾਂਕ' ਜਾਂ 'ਅਵਕਲਜ' ਦੀ ਕਲਪਨਾ ਦੀ ਵਰਤੋਂ ਕਰਕੇ ਅਸੀਂ ਅਸਾਨੀ ਨਾਲ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਨੂੰ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰ ਸਕਦੇ ਹਾਂ। ਜਦੋਂ ਕਿ ਅਸੀਂ ਅਵਕਲਜ ਦੇ ਵਿਸ਼ੇ ਵਿੱਚ ਵਿਸਥਾਰ ਨਾਲ ਗਣਿਤ ਵਿੱਚ ਅਧਿਐਨ ਕਰਾਂਗੇ, ਫਿਰ ਵੀ ਇਸ ਅਨੁਲਗ ਵਿੱਚ ਅਸੀਂ ਸੰਖੇਪ ਵਿੱਚ ਇਸ ਪਰਿਕਲਪਨਾ ਨਾਲ ਤੁਹਾਨੂੰ ਪਰਿਚਿਤ ਕਰਾਵਾਂਗੇ ਤਾਂ ਕਿ ਤੁਹਾਨੂੰ ਗਤੀ ਨਾਲ ਸੰਬੰਧਤ ਭੌਤਿਕ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਦਾ ਵਰਨਣ ਕਰਨ ਵਿੱਚ ਸਹੂਲਤ ਹੋ ਜਾਵੇ।

ਮੰਨ ਲਓ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਕੋਈ ਰਾਸ਼ੀ y ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਮਾਨ ਕਿਸੇ ਇੱਕ ਚਲ x ਉੱਪਰ ਨਿਰਭਰ ਕਰਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸ ਰਾਸ਼ੀ ਨੂੰ ਇੱਕ ਸਮੀਕਰਨ ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਜੋ y ਨੂੰ x ਦੇ ਕਿਸੇ ਵਿਸ਼ਿਸ਼ਟ ਫਲਨ ਦੇ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਪਰਿਭਾਸ਼ਿਤ ਕਰਦੀ ਹੈ। ਇਸ ਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$y = f(x) \qquad ...(1)$$

ਇਸ ਸੰਬੰਧ ਨੂੰ ਫਲਨ $y = f(x)$ ਦਾ ਗ੍ਰਾਫ਼ ਖਿੱਚ ਕੇ ਚਿੱਤਰ 3.30 (a) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ y ਅਤੇ x ਨੂੰ ਕਾਰਟੀਜ਼ੀਅਨ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ *(Cartesian Coordinates)* ਮੰਨਦੇ ਹੋਏ ਸਪੱਸ਼ਟ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਵੇਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।



ਚਿੱਤਰ **3.30**

ਵਕਰ $y = f(x)$ ਉੱਪਰ ਇੱਕ ਬਿੰਦੂ P ਜਿਸਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ (x, y) ਹਨ ਅਤੇ ਹੋਰ ਬਿੰਦੂ ਜਿਸਦੇ ਨਿਰਦੇਸ਼ ਅੰਕ $(x + \Delta x, y + \Delta y)$ ਹਨ। ਮੰਨ ਲਓ P ਅਤੇ Q ਨੂੰ ਮਿਲਾਉਣ ਵਾਲੀ ਸਰਲ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਾਲ ਨੂੰ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$\tan\theta = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(y+\Delta y) - y}{\Delta x} \qquad ...(2)$$

ਹੁਣ ਜੇ ਬਿੰਦੂ Q ਨੂੰ ਵਕਰ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ ਬਿੰਦੂ P ਵੱਲ ਲਿਆਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ ਤਾਂ ਇਸ ਪ੍ਰਕਿਰਿਆ ਵਿੱਚ Δy ਅਤੇ Δx ਘੱਟਦੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਸਿਫ਼ਰ ਵੱਲ ਵੱਧਦੇ ਜਾਂਦੇ ਹਨ ਜਦਕਿ ਇਹਨਾਂ ਦਾ ਅਨੁਪਾਤ $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ਜ਼ਰੂਰੀ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਲੁਪਤ ਨਹੀਂ ਹੋਵੇਗਾ। ਜਦੋਂ $\Delta y \to 0$, $\Delta x \to 0$ ਹੈ, ਉਦੋਂ ਰੇਖਾ PQ ਦਾ ਕੀ ਹੋਵੇਗਾ ? ਤੁਸੀਂ ਦੇਖ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਹ ਰੇਖਾ ਚਿੱਤਰ 3.30 (b) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਵਕਰ ਦੇ ਬਿੰਦੂ P ਉੱਪਰ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਬਣ ਜਾਂਦੀ ਹੈ। ਇਸਦਾ ਇਹ ਅਰਥ ਹੋਇਆ ਕਿ $\tan\theta$ ਬਿੰਦੂ P ਉੱਪਰ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਾਲ ਦੇ ਨੇੜੇ ਹੁੰਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ। ਇਸਨੂੰ (m) ਦੁਆਰਾ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$$m = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(y+\Delta y) - y}{\Delta x} \qquad ...(3)$$

ਅਨੁਪਾਤ $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ਦੀ ਸੀਮਾ, ਜਿਵੇਂ-ਜਿਵੇਂ Δx ਸਿਫ਼ਰ ਵੱਲ ਵੱਧਦਾ ਜਾਂਦਾ ਹੈ, x ਦੇ ਸਾਪੇਖ y ਦਾ ਅਵਕਲ (derivative) ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ dy/dx ਲਿਖਦੇ ਹਨ। ਇਹ ਵਕਰ $y = f(x)$ ਦੇ ਬਿੰਦੂ (x, y) ਉੱਪਰ ਸਪਰਸ਼ ਰੇਖਾ ਦੀ ਢਾਲ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦਾ ਹੈ।

ਕਿਉਂਕਿ $y = f(x)$ ਅਤੇ $y + \Delta y = f(x + \Delta x)$

ਅਸੀਂ ਅਵਕਲਜ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਲਿਖ ਸਕਦੇ ਹਾਂ।

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df(x)}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

ਹੇਠਾਂ ਫਲਨਾਂ ਦੇ ਅਵਕਲਜਾਂ ਲਈ ਕੁਝ ਮੁੱਢਲੇ ਸੂਤਰ ਦਿੱਤੇ ਗਏ ਹਨ। ਇਹਨਾਂ ਵਿੱਚ $u(x)$ ਅਤੇ $v(x)$, x ਦੇ ਫਲਨਾਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ ਅਤੇ a ਅਤੇ b ਨਿਯਤ ਰਾਸ਼ੀਆਂ ਨੂੰ ਦਰਸਾਉਂਦੇ ਹਨ, ਜੋ x ਉੱਪਰ ਨਿਰਭਰ ਨਹੀਂ ਕਰਦੀਆਂ। ਕੁਝ ਸਧਾਰਨ ਫਲਨਾਂ ਦੇ ਅਵਕਲਜ ਦੀ ਸੂਚੀ ਵੀ ਦਿੱਤੀ ਗਈ ਹੈ।

$$\frac{d(au)}{dx} = a\frac{du}{dx} \; ; \; \frac{du}{dt} = \frac{du}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d(uv)}{dx} = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx} \; ; \; \frac{du/v}{dx} = \frac{1}{v^2}\frac{du}{dx} - u\frac{dv}{dx}$$

$$\frac{du}{dv} = \frac{du/dx}{dv/dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x \; ; \; \frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx}(\tan x) = \sec^2 x \; ; \; \frac{d}{dx}(\cot x) = -\text{cosec}^2 x$$

$$\frac{d}{dx}(\sec^2 x) = \tan x \sec x \; ; \; \frac{d}{dx}(\text{cosec} x) = -\cot x \,\text{cosec} x$$

$$\frac{d}{dx}(u)^n = nu^{n-1}\frac{du}{dx} \; ; \; \frac{d}{du}(\ln v) = \frac{1}{v}$$

$$\frac{d}{du}(e^u) = e^u$$

ਅਵਕਲਨਾਂ ਦੇ ਪਦਾਂ ਵਿੱਚ ਤਤਕਾਲੀ ਵੇਗ ਅਤੇ ਪ੍ਰਵੇਗ ਦੀ ਪਰਿਭਾਸ਼ਾ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹੈ—

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

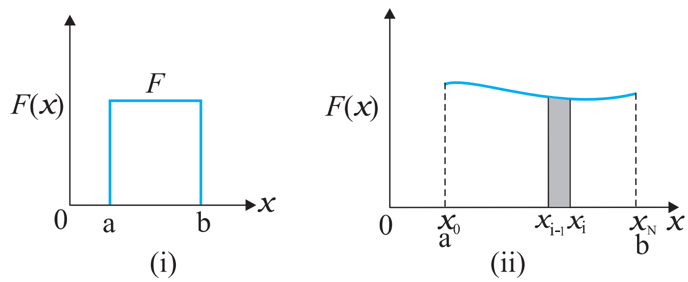
ਸਮਾਕਲਨ ਗਣਿਤ (INTEGRAL CALCULUS)

ਖੇਤਰਫਲ ਦੀ ਧਾਰਨਾ ਤੋਂ ਤੁਸੀਂ ਚੰਗੀ ਤਰ੍ਹਾਂ ਜਾਣੂੰ ਹੋ। ਕੁਝ ਸਰਲ ਜਿਊਮੈਟਰੀਕਲ ਅਕਾਰਾਂ ਦੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦੇ ਸੂਤਰ ਵੀ ਤੁਸੀਂ ਜਾਣਦੇ ਹੋ। ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਕਿਸੇ ਆਇਤ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ, ਉਸਦੀ ਲੰਬਾਈ ਅਤੇ ਚੌੜਾਈ ਦਾ ਗੁਣਨਫਲ ਅਤੇ ਤ੍ਰਿਭੁਜ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਉਸਦੇ ਅਧਾਰ ਅਤੇ ਸਿਖਰਲੰਬ ਦੇ ਗੁਣਨਫਲ ਦਾ ਅੱਧਾ ਹੁੰਦਾ ਹੈ ਪਰੰਤੂ ਕਿਸੇ ਅਨਿਯਮਿਤ ਅਕਾਰ ਦਾ ਖੇਤਰਫਲ ਪਤਾ ਕਰਨ ਦੀ ਸਮੱਸਿਆ ਹੈ ਇਸ ਉੱਤੇ ਕਿਵੇਂ ਵਿਚਾਰ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ? ਅਜਿਹੀਆਂ ਸਮੱਸਿਆਵਾਂ ਨੂੰ ਹੱਲ ਕਰਨ ਲਈ ਸਮਕਲਨ ਦੀ ਗਣਿਤਿਕ ਧਾਰਨਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ।

ਆਉ ਅਸੀਂ ਇੱਕ ਪ੍ਰਤੱਖ ਉਦਾਹਰਨ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ। ਮੰਨ ਲਓ, ਗਤੀ ਕਰਦੇ ਕਿਸੇ ਕਣ ਤੇ x ਧੁਰੇ ਦੀ ਦਿਸ਼ਾ ਵਿੱਚ $x = a$ ਤੋਂ $x = b$ ਤੱਕ ਕੋਈ ਚਲ ਬਲ $f(x)$ ਕਿਰਿਆ ਕਰਦਾ ਹੈ। ਸਾਡੀ ਸਮੱਸਿਆ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਬਲ ਦੁਆਰਾ ਕਣ ਦੀ ਗਤੀ ਦੇ ਸਮੇਂ ਦੌਰਾਨ ਕੀਤਾ ਗਿਆ ਕਾਰਜ (W) ਕਿਵੇਂ ਪਤਾ ਕੀਤਾ ਜਾਵੇ ? ਇਸ ਸਮੱਸਿਆ ਉੱਪਰ ਅਧਿਆਇ 6 ਵਿੱਚ ਵਿਸਥਾਰ ਨਾਲ ਚਰਚਾ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ।

ਚਿੱਤਰ 3.31 ਵਿੱਚ x ਦੇ ਨਾਲ $f(x)$ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ। ਜੇ ਬਲ ਅਚਲ ਹੁੰਦਾ, ਤਾਂ ਕੀਤਾ ਗਿਆ

ਕਾਰਜ ਚਿੱਤਰ 3.31 (*i*) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਏ ਅਨੁਸਾਰ ਸਿਰਫ਼ ਖੇਤਰਫਲ $f(b-a)$ ਹੋਵੇਗਾ ਪਰ ਇੱਕ ਵਿਆਪਕ ਕੇਸ ਵਿੱਚ ਬਲ ਚਰ (varying) ਹੁੰਦਾ ਹੈ।



ਚਿੱਤਰ ***3.31***

ਇਸ ਵਕਰ (ਚਿੱਤਰ 3.31 (ii)) ਦੇ ਹੇਠਲੇ ਖੇਤਰਫਲ ਦਾ ਪਤਾ ਕਰਨ ਲਈ ਇੱਕ ਜੁਗਤ ਲਗਾਉਂਦੇ ਹਾਂ ਜੋ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਹੈ।

x ਧੁਰੇ ਤੇ a ਤੋਂ b ਤੱਕ ਦੇ ਅੰਤਰਾਲ ਨੂੰ ਸੰਖਿਆ ਵਿੱਚ ਬਹੁਤ ਜ਼ਿਆਦਾ (N) ਲਘੂ ਅੰਤਰਾਲਾਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡ ਲੈਂਦੇ ਹਾਂ, ਜੋ ਇਸ ਪ੍ਰਕਾਰ ਹਨ :

x_0 (= a) ਤੋਂ x_1 ਤੱਕ, x_1 ਤੋਂ x_2 ਤੱਕ, x_2 ਤੋਂ x_3 ਤੱਕ, ... x_{N-1} ਤੋਂ x_N (= *b*) ਤੱਕ। ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਵਕਰ ਦੇ ਹੇਠਲਾ ਕੁੱਲ ਖੇਤਰਫਲ N ਪੱਟੀਆਂ ਵਿੱਚ ਵੰਡਿਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

ਹਰੇਕ ਪੱਟੀ ਲਗਭਗ ਇੱਕ ਆਇਤਾਕਾਰ ਹੈ ਕਿਉਂਕਿ ਕਿਸੇ ਪੱਟੀ ਤੇ $f(x)$ ਵਿੱਚ ਪਰਿਵਰਤਨ ਨਾਂ ਮਾਤਰ ਹੈ। ਚਿੱਤਰ 3.31 (ii) ਵਿੱਚ ਦਰਸਾਈ ਗਈ i ਵੀਂ ਪੱਟੀ ਦਾ ਲਗਭਗ ਖੇਤਰਫਲ ਹੋਵੇਗਾ,

$$\Delta A_i = F(x_i)(x_i - x_{i-1}) = F(x_i)\,\Delta x$$

ਇੱਥੇ Δx ਪੱਟੀ ਦੀ ਚੌੜਾਈ ਹੈ ਜੋ ਅਸੀਂ ਸਾਰੀਆਂ ਪੱਟੀਆਂ ਲਈ ਬਰਾਬਰ ਲਈ ਹੈ। ਤੁਸੀਂ ਉਲਝਨ ਵਿੱਚ ਪੈ ਸਕਦੇ ਹੋ ਕਿ ਇਸ ਵਿਅੰਜਕ ਵਿੱਚ ਸਾਨੂੰ $F(x_{i-1})$ ਲਿਖਣਾ ਚਾਹੀਦਾ ਹੈ ਜਾਂ $F(x_i)$ ਅਤੇ $F(x_{i-1})$ ਦੀ ਔਸਤ ਲਿਖਣੀ ਚਾਹੀਦੀ ਹੈ। ਜੇ ਸੰਖਿਆ N ਨੂੰ ਬਹੁਤ ਬਹੁਤ ਵੱਡੀ ($N \to \infty$) ਲੈ ਲਈਏ ਤਾਂ ਇਸਦਾ ਕੋਈ ਮਹੱਤਵ ਨਹੀਂ ਰਹੇਗਾ। ਕਿਉਂਕਿ ਉਦੋਂ ਪੱਟੀਆਂ ਇੰਨੀਆਂ ਪਤਲੀਆਂ ਹੋਣਗੀਆਂ ਕਿ $F(x_i)$ ਅਤੇ $F(x_{i-1})$ ਦੇ ਵਿਚਕਾਰ ਅੰਤਰ ਇੰਨਾ ਘੱਟ ਹੋਵੇਗਾ ਕਿ ਉਸਨੂੰ ਨਾਂ ਮਾਤਰ ਮੰਨਿਆ ਜਾ ਸਕਦਾ ਹੈ। ਉਦੋਂ ਵਕਰ ਦਾ ਹੇਠਲਾ ਖੇਤਰਫਲ,

$$A = \sum_{i=1}^{N} \Delta A_i = \sum_{i=1}^{N} F(x_i)\Delta x$$

ਇਸ ਜੋੜ ਦੀ ਸੀਮਾ ਨੂੰ, ਜਦੋਂ $N \to \infty$ ਹੋਵੇ, a ਤੋਂ b ਤੱਕ $F(x)$ ਤੱਕ ਦਾ x ਤੇ ਸਮਾਕਲਨ ਕਹਿੰਦੇ ਹਨ। ਇਸ ਨੂੰ ਇੱਕ ਖ਼ਾਸ ਚਿੰਨ੍ਹ ਦਿੱਤਾ ਗਿਆ ਹੈ, ਜਿਸਨੂੰ ਹੇਠ ਲਿਖੇ ਅਨੁਸਾਰ ਦਰਸਾਇਆ ਗਿਆ ਹੈ।

$$A = \int_a^b F(x)dx$$

ਸਮਾਕਲਨ ਚਿੰਨ੍ਹ ਵਿਸਥਾਰਿਤ S ਵਰਗਾ ਦਿਖਾਈ ਦਿੰਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਸਾਨੂੰ ਯਾਦ ਦਿਵਾਉਂਦਾ ਹੈ ਕਿ ਮੂਲ ਰੂਪ ਵਿੱਚ ਇਹ ਅਣਗਿਣਤ ਪਦਾਂ ਦੇ ਜੋੜ ਦੀ ਸੀਮਾ ਹੈ।

ਇੱਕ ਅਤਿਅੰਤ ਮਹੱਤਵਪੂਰਨ ਗਣਿਤਿਕ ਤੱਥ ਇਹ ਹੈ ਕਿ ਸਮਕਲਨ ਕੁਝ ਅਰਥਾਂ ਵਿੱਚ ਅਵਕਲਨ ਦਾ ਉਲਟਕ੍ਰਮ ਹੈ। ਮੰਨ ਲਓ ਸਾਡੇ ਕੋਲ ਕੋਈ ਫਲਨ $g(x)$ ਹੈ ਜਿਸਦਾ ਅਵਕਲਨ $f(x)$ ਹੈ ਉਦੋਂ $f(x) = \dfrac{dg(x)}{dx}$ ਹੋਵੇਗਾ।

ਫਲਨ $g(x)$ ਨੂੰ $f(x)$ ਦਾ **ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮਕਲਨ** ਆਖਦੇ ਹਨ ਅਤੇ ਇਸਨੂੰ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਦਰਸਾਇਆ ਜਾਂਦਾ ਹੈ।

$g(x) = \quad f(x)dx$

ਕੋਈ ਸਮਕਲਨ, ਜਿਸਦੀ ਹੇਠਲੀ ਸੀਮਾ ਅਤੇ ਉਪਰਲੀ ਸੀਮਾ ਪਤਾ ਹੋਵੇ, **ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮਕਲਨ** ਅਖਵਾਉਂਦਾ ਹੈ। ਇਹ ਕੋਈ ਸੰਖਿਆ ਹੁੰਦੀ ਹੈ। ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮਕਲਨ ਦੀ ਕੋਈ ਸੀਮਾ ਨਹੀਂ ਹੁੰਦੀ। ਇਹ ਇੱਕ ਫਲਨ ਹੁੰਦਾ ਹੈ। ਉਪਰੋਕਤ ਕੇਸ ਲਈ ਗਣਿਤ ਦੀ ਇੱਕ ਮੂਲ (theorem) ਪ੍ਰਮੇਯ ਦੱਸਦੀ ਹੈ ਕਿ

$$\int_a^b f(x)dx = g(x)\Big|_a^b = g(b) - g(a)$$

ਉਦਾਹਰਨ ਲਈ, ਮੰਨ ਲਓ $f(x) = x^2$ ਅਤੇ $x = 1$ ਤੋਂ $x = 2$ ਤੱਕ ਇਸਦੇ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮਾਕਲਨ ਦਾ ਮੁੱਲ ਪਤਾ ਕਰਨਾ ਚਾਹੁੰਦੇ ਹਾਂ। ਉਹ ਫਲਨ $f(x)$ ਜਿਸਦਾ ਅਵਕਲਨ x^2 ਹੁੰਦਾ ਹੈ, $x^3/3$ ਹੈ। ਇਸਲਈ

$$\int_1^2 x^2 dx = \frac{x^3}{3}\Big|_1^2 = \frac{8}{3} - \frac{1}{3} = \frac{7}{3}$$

ਸਪੱਸ਼ਟ ਹੈ ਕਿ ਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮਕਲਨਾਂ ਦਾ ਮੁਲਾਂਕਣ ਕਰਨ ਲਈ ਸਾਨੂੰ ਉਸਦੇ ਸੰਗਤ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮਕਲਨ ਨੂੰ ਜਾਨਣਾ ਜ਼ਰੂਰੀ ਹੈ। ਕੁਝ ਸਧਾਰਨ ਅਨਿਸ਼ਚਿਤ ਸਮਕਲਨ ਇਸ ਤਰ੍ਹਾਂ ਹਨ –

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \quad (n \neq -1)$$

$$\int \left(\frac{1}{x}\right) dx = \ln x \qquad (x > 0)$$

$$\int \sin x\, dx = -\cos x$$

$$\int \cos x\, dx = \sin x$$

$$\int e^x dx = e^x$$

ਅਵਕਲਨ ਤੇ ਸਮਕਲਨ ਗਣਿਤ ਦਾ ਅਰੰਭਿਕ ਗਿਆਨ ਮੁਸ਼ਕਲ ਨਹੀਂ ਹੈ। ਇੱਥੇ ਤੁਹਾਨੂੰ ਕਲਨ ਦੀਆਂ ਮੂਲ ਧਾਰਨਾਵਾਂ ਬਾਰੇ ਜਾਣੂੰ ਕਰਵਾਉਣ ਦੀ ਕੋਸ਼ਿਸ਼ ਕੀਤੀ ਗਈ ਹੈ।

*****