CHAHAL ACADEMY
LEARN TODAY! LEAD TOMORROW!
96259-93995

M-ESC-D-STC

सांख्यिकी / STATISTICS

प्रश्न-पत्र II / Paper II

निर्धारित समय : तीन घंटे
Time Allowed : Three Hours

अधिकतम अंक : 250
Maximum Marks : 250

प्रश्न-पत्र के लिए विशिष्ट अनुदेश

कृपया प्रश्नों का उत्तर देने से पूर्व निम्नलिखित प्रत्येक अनुदेश को ध्यानपूर्वक पढ़ें :

इसमें आठ प्रश्न हैं जो **दो खण्डों** में विभाजित हैं तथा **हिन्दी** और **अंग्रेज़ी** दोनों में छपे हैं ।

परीक्षार्थी को कुल **पाँच** प्रश्नों के उत्तर देने हैं ।

प्रश्न संख्या **1** और **5** अनिवार्य हैं तथा बाकी में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम **एक** प्रश्न चुनकर किन्हीं **तीन** प्रश्नों के उत्त दीजिए ।

प्रत्येक प्रश्न/भाग के अंक उसके सामने दिए गए हैं ।

प्रश्नों के उत्तर उसी माध्यम में लिखे जाने चाहिए जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है, और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख प्रश्न-सह-उत्तर (क्यू.सी.ए.) पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अंकित निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए । उल्लिखित माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे ।

प्रश्नोत्तर हेतु जहाँ कहीं भी प्राक्कल्पनाएँ की गई हैं, उन्हें स्पष्ट रूप से इंगित करें ।

जहाँ आवश्यक हो, चार्ट/चित्राकृतियों को, प्रश्न का उत्तर देने के लिए दिए गए स्थान में ही बनाना है ।

प्रश्नों के उत्तरों की गणना क्रमानुसार की जाएगी । यदि काटा नहीं हो, तो प्रश्न के उत्तर की गणना की जाएगी चाहे वह उत्तर अंशत दिया गया हो । प्रश्न-सह-उत्तर पुस्तिका में खाली छोड़ा हुआ पृष्ठ या उसके अंश को स्पष्ट रूप से काटा जाना चाहिए ।

Question Paper Specific Instructions

Please read each of the following instructions carefully before attempting questions :

*There are **EIGHT** questions divided in **TWO SECTIONS** and printed both in **HINDI** and in **ENGLISH**.*

*Candidate has to attempt **FIVE** questions in all.*

*Questions no. **1** and **5** are compulsory and out of the remaining, any **THREE** are to be attempted choosing at least **ONE** from each section.*

The number of marks carried by a question / part is indicated against it.

Answers must be written in the medium authorized in the Admission Certificate which must be stated clearly on the cover of this Question-cum-Answer (QCA) Booklet in the space provided. No marks will be given for answers written in a medium other than the authorized one.

Wherever any assumptions are made for answering a question, they must be clearly indicated.

Charts / Figures, wherever required, shall be drawn in the space provided for answering the question itself.

Attempts of questions shall be counted in sequential order. Unless struck off, attempt of a question shall be counted even if attempted partly. Any page or portion of the page left blank in the Question-cum-Answer Booklet must be clearly struck off.

खण्ड A

SECTION A

Q1. **निम्नलिखित सभी प्रश्नों का उत्तर दीजिए :**

Answer all of the following questions : *10×5=50*

(a) किसी यातायात समस्या के एक हल के अस्तित्व के लिए आवश्यक तथा पर्याप्त प्रतिबंध को बताइए तथा सिद्ध कीजिए ।

State and prove a necessary and sufficient condition for the existence of a solution to a transportation problem. *10*

(b) आयु परीक्षण समस्याओं के संदर्भ में खण्ड-वर्जित तथा छिन्न प्रयोगों के मध्य अंतर बताइए ।

Differentiate between a censored and a truncated experiment in the context of life testing problems. *10*

(c) तीन अवस्थाओं 1, 2 और 3 तथा प्रारम्भिक बंटन $\pi_0 = \{0{\cdot}7, 0{\cdot}2, 0{\cdot}1\}$ वाली एक मार्कोव शृंखला में निम्नलिखित संक्रमण प्रायिकता आव्यूह के दिए होने पर, $P[X_3 = 2, X_2 = 3, X_1 = 3, X_0 = 2]$ का मान ज्ञात कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 0{\cdot}1 & 0{\cdot}5 & 0{\cdot}4 \\ 0{\cdot}6 & 0{\cdot}2 & 0{\cdot}2 \\ 0{\cdot}3 & 0{\cdot}4 & 0{\cdot}3 \end{bmatrix}$$

Given the following Transition Probability Matrix of a Markov chain having three states 1, 2 and 3 with initial distribution $\pi_0 = \{0{\cdot}7, 0{\cdot}2, 0{\cdot}1\}$, find the value of $P[X_3 = 2, X_2 = 3, X_1 = 3, X_0 = 2]$: *10*

$$\begin{bmatrix} 0{\cdot}1 & 0{\cdot}5 & 0{\cdot}4 \\ 0{\cdot}6 & 0{\cdot}2 & 0{\cdot}2 \\ 0{\cdot}3 & 0{\cdot}4 & 0{\cdot}3 \end{bmatrix}$$

(d) माध्य प्रतिदर्श संख्या (ASN) तथा औसत योग निरीक्षण (ATI) क्या हैं ? एकल प्रतिचयन आयोजना के लिए इनकी गणना की विधि को समझाइए ।

What are Average Sample Number (ASN) and Average Total Inspection (ATI) ? Explain the method of their calculation for a single sampling plan. *10*

(e) निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या के लिए प्रतिसमस्या (द्वैती) को लिखिए और उसका हल निकालिए :

अधिकतमीकरण कीजिए $W = 2X + 3Y + 5Z$

अंतर्गत
$$10X + 9Y + Z \leq 10$$
$$X + Y + Z \geq 30$$
$$9X + 2Y - 4Z \geq 80$$
$$X, Y, Z \geq 0$$

For the following linear programming problem write the dual problem and solve : 10

$$\begin{aligned} \text{Maximize } W &= 2X + 3Y + 5Z \\ \text{subject to} \quad & 10X + 9Y + Z \le 10 \\ & X + Y + Z \ge 30 \\ & 9X + 2Y - 4Z \ge 80 \\ & X, Y, Z \ge 0 \end{aligned}$$

Q2. (a) रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LPP) के संदर्भ में, पदों (i) आधारी हल, (ii) सुसंगत हल, तथा (iii) अनपभ्रष्ट हल को परिभाषित कीजिए । दर्शाइए कि किसी LPP के सभी सुसंगत हलों का समुच्चय एक अवमुख समुच्चय होता है ।

In the context of linear programming problem (LPP), define the terms (i) basic solution, (ii) feasible solution, and (iii) non-degenerate solution. Show that the set of all the feasible solutions to an LPP is a convex set. 15

(b) मान लीजिए कि K अवयव समानान्तर में जोड़े गए हैं । तब इस प्रकार के n समानान्तर जोड़ों को श्रेणी में जोड़कर एक एकल निकाय बनाया गया है । यदि कुछ समय के संचालन के लिए सभी अवयवों को स्वतंत्र मान कर प्रत्येक अवयव की विश्वसनीयता को समान, मान लीजिए R माना जाए, तो संपूर्ण निकाय की विश्वसनीयता के लिए एक व्यंजक प्राप्त कीजिए ।

Suppose that K components are connected in parallel. Then n such parallel connections are hooked up in series into a single system. If each component has the same reliability, say R, for a certain period of operation, assuming independent components, find an expression for the reliability of the entire system. 15

(c) पाँच कार्यों को पाँच मशीनों में से प्रत्येक को एक कार्य वितरित किया जाना है तथा सबद्ध लागत आव्यूह नीचे दिया गया है :

कार्य

		1	2	3	4	5
	A	25	29	31	42	37
	B	22	19	35	18	26
मशीन	C	39	38	26	20	33
	D	34	27	28	40	32
	E	24	42	36	23	45

यह मानते हुए कि उद्देश्य कुल लागत को न्यूनतम करना है, समस्या का हल निकालिए ।

There are five jobs to be assigned one each to five machines and the associated cost matrix is as follows :

		Job				
		1	2	3	4	5
Machine	A	25	29	31	42	37
	B	22	19	35	18	26
	C	39	38	26	20	33
	D	34	27	28	40	32
	E	24	42	36	23	45

Solve the problem assuming that the objective is to minimize the total cost. *20*

Q3. (a) निर्मित इकाइयों के औद्योगिक निरीक्षण में प्रयुक्त होने वाले गुणों के लिए विभिन्न नियंत्रण चार्ट क्या हैं ?

ऊनी सामानों के 10 टुकड़ों के निरीक्षण में पाए गए परिणाम निम्नलिखित सारणी में दिए गए हैं । त्रुटियों की संख्या के लिए नियंत्रण चार्ट की गणना कीजिए तथा अपने विचार दीजिए कि प्रक्रम नियंत्रण में है या नहीं ।

टुकड़ों की संख्या :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
त्रुटियों की संख्या :	4	3	6	3	0	1	3	5	7	8

What are the different control charts for attributes used in industrial inspection of manufactured units ?

The following table gives the results of inspection of 10 pieces of woollen goods. Calculate the control chart for the number of defects and comment whether the process is under control or not. *20*

Piece No. :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Number of Defects :	4	3	6	3	0	1	3	5	7	8

(b) खेल सिद्धांत में प्रमुखता का सिद्धांत क्या है ? समझाइए तथा निम्नलिखित आयताकार खेल का हल प्राप्त करने में इसका उपयोग कीजिए :

		खिलाड़ी A			
		I	II	III	IV
खिलाड़ी B	1	18	4	6	4
	2	6	2	13	7
	3	11	5	17	3
	4	7	6	12	2

What is the dominance principle in game theory ? Explain and use it to solve the following rectangular game : 15

		Player A			
		I	II	III	IV
Player B	1	18	4	6	4
	2	6	2	13	7
	3	11	5	17	3
	4	7	6	12	2

(c) स्वीकरण प्रतिचयन में प्रयुक्त होने वाले एकल तथा द्विश: प्रतिचयन आयोजनाओं का वर्णन कीजिए । किसी प्रतिचयन आयोजना के संकारक अभिलक्षण फलन को परिभाषित कीजिए ।

Describe the single and double sampling plans used in acceptance sampling. Define the operating characteristic function of a sampling plan. 15

Q4. (a) प्रायिकतात्मक तालिका समस्याओं से आप क्या समझते हैं ? बिना स्थापन लागत तथा तात्कालिक माँग के साथ एक प्रायिकतात्मक तालिका निदर्श के सतत् रूप की विवेचना कीजिए ।

मान लीजिए कि एक दिन में किसी विशिष्ट वस्तु की माँग का प्रायिकता घनत्व निम्नलिखित है :

$$f(x) = \begin{cases} 0{\cdot}1, & 0 \le x \le 10 \\ 0, & x > 10 \end{cases}$$

पूरे दिन में माँग का प्रतिरूप एकसमान होना माना गया है । मान लीजिए कि सूची में एक वस्तु की प्रति दिन इकाई धारण लागत ₹ 0·5 है तथा इकाई की प्रति दिन कमी लागत ₹ 4·5 है । यदि प्रति इकाई की क्रय लागत ₹ 0·5 है, तो सूची के अनुकूलतम आदेश स्तर को निर्धारित कीजिए ।

What do you mean by probabilistic inventory problems ? Discuss the continuous case of a probabilistic inventory model with instantaneous demand and no set-up cost.

Let the probability density of demand of a certain item during a day be

$$f(x) = \begin{cases} 0{\cdot}1, & 0 \le x \le 10 \\ 0, & x > 10 \end{cases}$$

The demand is assumed to occur with a uniform pattern during the whole day. Let the unit carrying cost of the item in inventory be ₹ 0·5 per day and the unit shortage cost be ₹ 4·5 per day. If ₹ 0·5 be the purchasing cost per unit, determine the optimum order level of the inventory. *20*

(b) प्रकार-I तथा प्रकार-II के खण्ड-वर्जित समंकों (आँकड़ों) के आधार पर चरघातांकीय घनत्व $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}; \lambda > 0, t \ge 0$ के लिए प्राचल के आकलन की समस्या का वर्णन कीजिए ।

Describe the problem of estimation of the parameter for the exponential density $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}; \lambda > 0, t \ge 0$ based on type-I and type-II censored data. *15*

(c) एल.पी.पी. में कृत्रिम चरों की उपयोगिता क्या है ? निम्नलिखित एल.पी.पी. को हल करने के लिए कृत्रिम चर तकनीक का उपयोग कीजिए :

न्यूनतमीकरण कीजिए $z = 12x_1 + 20x_2$

अंतर्गत

$$6x_1 + 8x_2 \ge 100$$

$$7x_1 + 12x_2 \ge 120$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

What is the use of artificial variables in an LPP ? Use the artificial variable technique to solve the following LPP : *15*

Minimize $z = 12x_1 + 20x_2$

subject to

$$6x_1 + 8x_2 \ge 100$$

$$7x_1 + 12x_2 \ge 120$$

$$x_1, x_2 \ge 0$$

खण्ड B

SECTION B

Q5. निम्नलिखित सभी का उत्तर दीजिए :

Answer all of the following : *10×5=50*

(a) अशोधित मृत्यु दर को परिभाषित कीजिए तथा उसकी कमियों को इंगित कीजिए । मानकीकृत मृत्यु दरों को उनकी गणना की विधियों के साथ समझाइए ।

Define crude death rate and point out its limitations. Explain standardized death rates including the methods of their computation. *10*

(b) स्केलिंग की समस्या क्या है ? z-स्केलिंग तथा t-स्केलिंग का वर्णन कीजिए ।

What is the problem of scaling ? Describe z-scaling and t-scaling. *10*

(c) सूचकांकों के लिए कालोत्क्रमण परीक्षण की परिभाषा दीजिए । किसी सूचकांक का उदाहरण दीजिए जो इस परीक्षण को संतुष्ट करता हो तथा एक उदाहरण दीजिए जो इसे संतुष्ट न करता हो ।

Define the time reversal test for index numbers. Give one example of an index number which satisfies this test and one example which does not. *10*

(d) k-चरों वाले सामान्य रैखिक निदर्श

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\beta + \mathbf{U},$$

में निम्नलिखित सम्बन्धों को स्थापित कीजिए :

(i) $\hat{\beta} = (\mathbf{X'X})^{-1}\,\mathbf{X'Y}$

(ii) $V(\hat{\beta}) = (\mathbf{X'X})^{-1}\,\sigma^2_{\mathbf{U}}$

For the k-variate general linear model

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\beta + \mathbf{U},$$

establish the following relations : *10*

(i) $\hat{\beta} = (\mathbf{X'X})^{-1}\,\mathbf{X'Y}$

(ii) $V(\hat{\beta}) = (\mathbf{X'X})^{-1}\,\sigma^2_{\mathbf{U}}$

(e) किसी काल श्रेणी के विश्लेषण के लिए गतिमान माध्यों की गणना क्यों की जाती है ? निम्नलिखित समंकों (आँकड़ों) के लिए बताइए कि आप किस प्रकार गतिमान माध्य की कालावधि का निर्धारण करेंगे ।

वर्ष	मूल्य
1	130
2	127
3	124
4	135
5	140
6	132
7	129
8	127
9	145
10	158
11	153
12	146
13	145
14	164
15	170

Why are moving averages calculated in analyzing a time series ? State how you would determine the period of the moving average for the following data : 10

Year	*Value*
1	130
2	127
3	124
4	135
5	140
6	132
7	129
8	127
9	145
10	158
11	153
12	146
13	145
14	164
15	170

Q6. (a) गणितीय विधियों का उपयोग करते हुए जनसंख्या प्रक्षेपण से आप क्या समझते हैं ? जनसंख्या प्रक्षेपण के लिए समंकों (आँकड़ों) के एक समुच्चय पर लॉजिस्टिक वक्र के आसंजन (फिटिंग) की पर्ल एवं रीड विधि की विवेचना कीजिए ।

What do you understand by population projection using mathematical methods ? Discuss the Pearl and Reed method of fitting a Logistic curve to a set of data for population projection. 15

(b) पहचान (अभिज्ञान) की समस्या क्या है ? किसी संरचनात्मक समीकरण में प्राचलों की अभिज्ञेयता के लिए एक आवश्यक तथा पर्याप्त प्रतिबंध को प्राप्त कीजिए । निम्नलिखित निदर्श में अभिज्ञेयता की जाँच कीजिए :

उपभोग : $C_t = a_0 + a_1 Y_t + a_2 C_{t-1} + u_{1t}$

निवेश : $I_t = b_0 + b_1 \gamma_t + b_2 I_{t-1} + u_{2t}$

मुद्रा बाज़ार : $\gamma_t = c_0 + c_1 Y_t + c_2 M_t + u_{3t}$

आय : $Y_t = C_t + I_t + G_t$

What is the problem of identification ? Deduce a necessary and sufficient condition for the identifiability of parameters in a structural equation. Examine the identifiability of the following model : 20

Consumption : $C_t = a_0 + a_1 Y_t + a_2 C_{t-1} + u_{1t}$

Investment : $I_t = b_0 + b_1 \gamma_t + b_2 I_{t-1} + u_{2t}$

Money Market : $\gamma_t = c_0 + c_1 Y_t + c_2 M_t + u_{3t}$

Income : $Y_t = C_t + I_t + G_t$

(c) भारतवर्ष में (i) जनसंख्या, तथा (ii) कृषि से सम्बन्धित वर्तमान में सरकारी सांख्यिकीय निकायों पर एक टिप्पणी लिखिए । इस प्रकार के आँकड़ों से सम्बन्धित मुख्य प्रकाशन क्या हैं ?

Write a note on the present official statistical system in India relating to (i) population, and (ii) agriculture. What are the principal publications relating to such statistics ? 15

Q7. (a) स्वत:सहसम्बन्ध की विवेचना कीजिए । निदर्श

$Y_t = \beta X_t + U_t$; $U_t = \rho U_{t-1} + \varepsilon_t$ के साथ

जहाँ $E(\varepsilon_t) = 0$ तथा $E(\varepsilon_t \varepsilon_{t'}) = \sigma_\varepsilon^2 I$, के लिए

β का आकलक प्राप्त कीजिए । डर्बिन-वाटसन परीक्षण का विशेष रूप से उल्लेख कीजिए ।

Discuss autocorrelation. For the model

$Y_t = \beta X_t + U_t$; with $U_t = \rho U_{t-1} + \varepsilon_t$

where $E(\varepsilon_t) = 0$ and $E(\varepsilon_t \varepsilon_{t'}) = \sigma_\varepsilon^2 I$,

find the estimate of β. Specify Durbin-Watson test. 20

(b) (i) विभिन्न प्रकार के सूचकांकों की उपयोगिता को बतलाइए । एक अच्छे सूचकांक को किन परीक्षणों को संतुष्ट करना चाहिए ? सामान्य संकेतों में, दिया गया है कि

$\Sigma p_0q_0 = 480, \Sigma p_0q_1 = 340, \Sigma p_1q_0 = 1220$ तथा $\Sigma p_1q_1 = 852$.

लैस्पेरे तथा पाशे के सूचकांकों के मान ज्ञात कीजिए तथा परिणामों पर विचार व्यक्त कीजिए ।

(ii) शृंखला आधारित सूचकांक क्या हैं ? यदि $P_{01} = 121\%$, $P_{12} = 169\%$ है, तो P_{02} का मान ज्ञात कीजिए ।

(i) State the uses of different index numbers. What tests should a good index number satisfy ? In the usual notations, given that

$\Sigma p_0q_0 = 480, \Sigma p_0q_1 = 340, \Sigma p_1q_0 = 1220$ and $\Sigma p_1q_1 = 852$.

Find the values of Laspeyres and Paasche index numbers and comment on the results.

(ii) What are chain base index numbers ? If $P_{01} = 121\%$, $P_{12} = 169\%$, then find the value of P_{02}. *15*

(c) किसी काल श्रेणी में चक्रीय परिवर्तनों के स्वभाव को समझाइए । ऋतुनिष्ठ परिवर्तन इनसे किस प्रकार भिन्न हैं ? ऋतुनिष्ठ परिवर्तनों के माप की शृंखलित आपेक्षिक विधि का एक ख़ाका प्रस्तुत कीजिए ।

Explain the nature of cyclical variations in a time series. How do seasonal variations differ from them ? Give an outline of link relative method of measuring seasonal variations. *15*

Q8. (a) एक वय सारणी क्या है ? किसी वय सारणी के अवयवों को, इनके अंतर्गत आने वाली अभिधारणाओं को बताते हुए, समझाइए । l_x, x आयु पर खरगोशों की संख्या, के लिए निम्नलिखित सारणी के दिए होने पर खरगोशों के लिए वय सारणी को पूरा कीजिए :

x :	0	1	2	3	4	5	6
l_x :	100	90	80	75	60	30	0

What is a life table ? Stating the assumptions involved, explain the elements of a life table. Given the following table for l_x, the number of rabbits at age x, complete the life table for rabbits : 20

x :	0	1	2	3	4	5	6
l_x :	100	90	80	75	60	30	0

(b) विषम विचालिता का क्या अर्थ है ? क्या होता है जब हम विषम विचालिता विक्षोभ पदों वाले किसी निदर्श में सामान्य न्यूनतम वर्ग विधि का उपयोग करते हैं ?

What is the meaning of heteroscedasticity ? What happens when we use ordinary least square procedure to a model with heteroscedastic disturbance terms ? 15

(c) शैक्षणिक एवं मनोवैज्ञानिक प्रयोगों में प्राप्तांकों की विश्वसनीयता तथा वैधता (मान्यता) की अवधारणाओं को संक्षेप में समझाइए । विश्वसनीयता गुणांक तथा वैधता (मान्यता) गुणांक को प्राप्त करने के लिए एक विधि का वर्णन कीजिए ।

Explain briefly the concepts of reliability and validity of scores in educational and psychological experiments. Describe a method of obtaining the reliability coefficient and the validity coefficient. 15