CAPITULO

6

AMORTIZACION Y CAPITALIZACION

Uno de los aspectos más importantes en las finanzas es la amortización, porque es la forma más fácil de pagar una deuda; también lo es la capitalización, porque así podremos reunir un capital mediante ahorros periódicos. El objetivo en ambos casos viene a ser la financiación de un proyecto. Una manera de visualizar mejor el flujo de caja y el comportamiento de la deuda o del capital a través del tiempo, es mediante el uso de tablas.

AMORTIZACION CON CUOTAS UNIFORMES Y CUOTAS EXTRAORDINARIAS

La amortización con cuotas uniformes fueron estudiadas en el capítulo 3, ahora analizaremos el caso en los cuales se incluyen cuotas adicionales o extraordinarias que se pueden dar de dos formas:

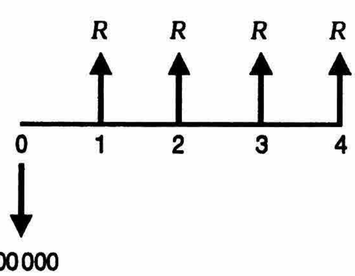
A) CUOTAS EXTRAS PACTADAS

Son aquellas en las que deudor y acreedor acuerdan las fechas en que se van a efectuar tales cuotas extraordinarias en el mismo momento en que se contrata el crédito.

Con el siguiente ejemplo analizaremos el valor de la cuota periódica, primero sin cuotas extras (vista en el capítulo 3) y después con cuotas extras pactadas.

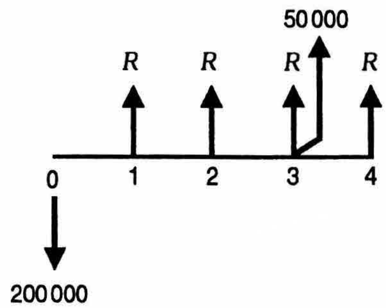
Ejemplo 1

Se va a cancelar una deuda por $200 000 en 4 pagos trimestrales de $R c/u con una tasa de interés del 32% CT, la cuota ordinaria resulta de:



$$200\,000 = R\,a_{\overline{4}|}8\% \quad \text{de donde se obtiene que,} \quad R = \$60\,384.16$$

Pero si se hace un pago adicional de $50 000 al final del mes 9, la cuota ordinaria debe bajar porque al plantear la ecuación de valor se debe incluir un pago más y en este caso se dice que esa cuota extra es *"pactada"* y el diagrama de flujo de caja quedará así:



la ecuación de valor será:

$$200\,000 = R\,a_{\overline{4}|}8\% + 50\,000(1+0.08)^{-3}$$
$$R = \$48\,400.44$$

Al elaborar la tabla de amortización, se debe tener presente que en el período 3 el valor del pago debe ser igual al pago ordinario más el pago extraordinario, tal como se ve en la siguiente tabla:

PER.	SALDO	INTERES	CUOTA	AMORTIZACION
0	200 000.00	–	–	–
1	167 599.56	16 000.00	48 400.44	32 400.44
2	132 609.08	13 407.96	48 400.44	34 992.48
3	44 815.21	10 608.57	98 400.44	87 791.87
4	0.00	3 585.23	48 400.44	44 815.21

B) CUOTAS EXTRAS NO PACTADAS

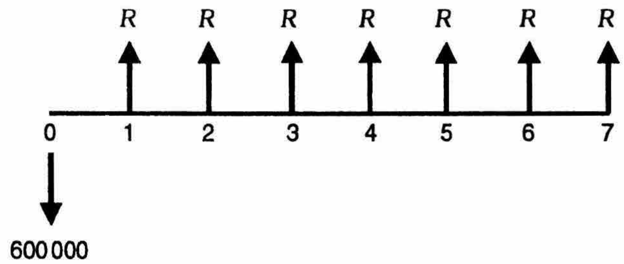
Cuando se está realizando una amortización y el deudor desea hacer un abono extra que no se habia convenido en un principio al obtener el crédito, en este caso se dice que la cuota extra es *"no pactada"*, es apenas lógico, que ésta cuota no aparecerá en la ecuación de valor inicial porque no se habia pactado inicialmente y se presentan dos situaciones, la primera opción consiste en abonarlo al saldo de su deuda y dejar que las cuotas ordinarias se sigan haciendo del mismo valor, en este caso la deuda se cancelará antes del plazo previsto, la segunda situación consiste en hacer el abono al saldo de la deuda y efectuar la reliquidación de la cuota ordinaria periódica con el fin de conservar el plazo originalmente pactado, obviamente el valor de la nueva cuota ordinaria será inferior a la liquidada originalmente.

Ejemplo 2

Una deuda de $600 000 se va a cancelar en 7 pagos trimestrales con un interés del 9% efectivo trimestral. Si al momento de efectuar el pago Nº 3 se efectúa un abono extraordinario, no pactado, de $200 000 se pide: a) elaborar una tabla suponiendo que la cuota extra se abona a capital sin reliquidar la cuota y b) elaborar la tabla si al hacer el abono extra se pide reliquidación de la cuota.

Solución:

Primero calculamos la cuota sin tener en cuenta el abono extra puesto que por no ser pactado no se sabe si éste se llegará a efectuar o no.



$$600\,000 = R\,a_{\overline{7}|9\%} \quad \text{de donde se obtiene que} \quad R = \$119\,214.31$$

Ahora elaboramos la tabla sin tener en cuenta ninguna cuota extra puesto que no se han pactado.

PER.	SALDO	INTERES	CUOTA	AMORTIZACION
0	600 000.00	–	–	–
1	534 785.69	54 000.00	119 214.31	65 214.31
2	463 702.09	48 130.71	119 214.31	71 083.60
3	386 220.97	41 733.19	119 214.31	77 481.12
4	301 766.55	34 759.88	119 214.31	84 454.42
5	209 711.23	27 158.99	119 214.31	92 055.32
6	109 370.93	18 874.01	119 214.31	100 340.30
7	0.00	9 843.38	119 214.31	109 370.93

La primera forma se puede presentar cuando, al cancelar la tercera cuota, el deudor decide efectuar un abono de $250 000, adicional a su cuota ordinaria periódica, entonces la tabla quedará así:

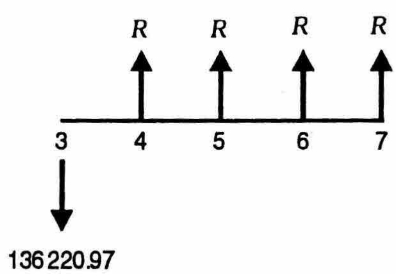
PER.	SALDO	INTERES	CUOTA	AMORTIZACION
0	600 000.00	–	–	–
1	534 785.69	54 000.00	119 214.31	65 214.31
2	463 702.09	48 130.71	119 214.31	71 083.60
3	136 220.97	41 733.19	369 214.31	327 481.12
4	29 266.55	12 259.89	119 214.31	106 954.42
5	0.00	2 633.99	31 900.54	29 266.55

El pago del período 5 debe ser igual a los intereses más el saldo de la deuda, esto es:

$$2\,633.99 + 29\,266.55 = \$31\,900.54$$

Obsérvese que la deuda se canceló antes de lo previsto.

La segunda forma se puede presentar cuando, al momento de efectuar el pago de la tercera cuota, el deudor desea hacer un abono extra de $250 000, pero exige reliquidación de la cuota para conservar el plazo originalmente pactado, entonces el capital insoluto o saldo de la deuda del período 3 deberá ser cancelada en los 4 períodos restantes, por tanto la nueva cuota será:



Después del abono extraordinario de $250 000 el saldo de la deuda es ahora de $136 220.97 que se tomará como nuevo capital inicial, por lo tanto:

$$136\,220.97 = R\,a_{\overline{4}|}9\% \quad \text{de donde se obtiene} \quad R = \$42\,047.14$$

y la tabla debe ser modificada así:

PER.	SALDO	INTERES	CUOTA	AMORTIZACION
0	600 000.00	–	–	–
1	534 785.69	54 000.00	119 214.31	65 214.31
2	463 702.09	48 130.71	119 214.31	71 083.60
3	136 220.97	41 733.19	369 214.31	327 481.12
4	106 433.72	12 259.89	42 047.14	29 787.25
5	73 965.61	9 579.03	42 047.14	32 468.11
6	38 575.37	6 656.90	42 047.14	35 390.24
7	0.00	3 471.77	42 047.14	38 575.37

Obsérvese: que la cuota ordinaria baja de $119 214.31 a $42 047.14 pero se mantiene el plazo originalmente pactado.

AMORTIZACION CON PERIODOS DE GRACIA

El período de gracia consiste en que, después de efectuado el préstamo, va a pasar cierto tiempo antes de que se empiecen a efectuar pagos y básicamente, existen dos modalidades de préstamo con períodos de gracia:

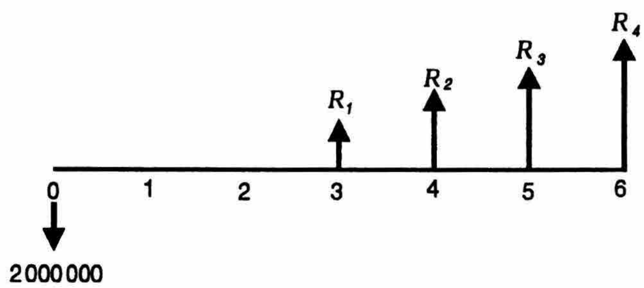
a) **Período de gracia muerto**: consiste en que, durante cierto tiempo, no hay pagos de ninguna clase, a este tiempo se le denomina *"período de gracia muerto"*. Lógicamente, esto no se hace gratuitamente, sino que los intereses causados van acumulándose a la deuda; es decir, que durante el período de gracia muerto, la deuda se incrementa.

b) **Período de gracia con cuota reducida**: consiste en que, durante cierto tiempo se pagan unas cuotas reducidas equivalentes al valor de los intereses que se causan, pero sin hacer amortización al capital, en consecuencia, la deuda permanece constante, porque en la medida que se van causando los intereses se van pagando. Este tipo de préstamo está especialmente dirigido al sector industrial y lo denominaremos *"período de gracia con cuota reducida"*. Obviamente, en un mismo préstamo pueden existir las dos modalidades, lo cual puede dar origen a una tercera modalidad. En este caso el período de gracia muerto siempre figurará de primero, le seguirá el período de gracia con cuota reducida y, a continuación, las cuotas ordinarias.

Ejemplo 3

Se concede un préstamo de $2 000 000, con un plazo de gracia muerto de 6 meses seguido de cuotas trimestrales ordinarias crecientes en un 10% y con un interés del 44% CT. Elaborar la tabla de amortización.

Solución:



$$2\,000\,000 = \frac{R_1\left[(1+0.1)^4(1+0.11)^{-4}-1\right]}{0.1-0.11}(1+0.11)^{-2}$$

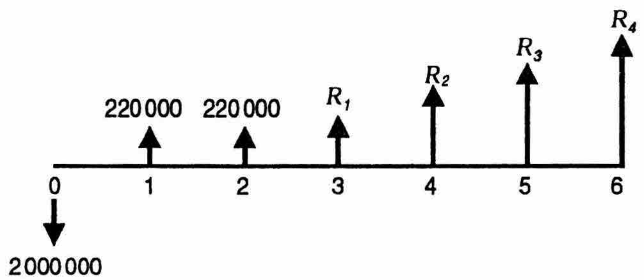
de donde se obtiene que $R_1 = \$693\ 125.94$

PER.	SALDO	INTERES	CUOTA	AMORTIZACION
0	2 000 000.00	–	–	–
1	2 220 000.00	220 000.00	0.00	–220 000.00
2	2 464 200.00	244 200.00	0.00	–244 200.00
3	2 042 236.06	271 062.00	693 125.94	422 063.94
4	1 504 332.50	224 634.97	762 438.53	537 803.56
5	831 126.69	165 476.58	838 682.39	673 205.81
6	0.00	91 423.94	922 550.63	831 126.69

Ejemplo 4

Resolver el problema anterior suponiendo que el plazo de gracia es con cuota reducida

Solución:



$$2\ 000\ 000 = \frac{R_1\left[(1+0.1)^4\,(1+0.11)^{-4}-1\right]}{0.1-0.11} + 220\ 000\ \frac{1-(1+0.11)^{-2}}{0.11}$$

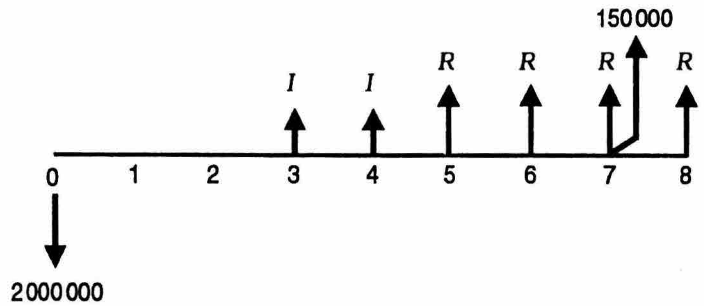
PER.	SALDO	INTERES	CUOTA	AMORTIZACION
0	2 000 000.00	0.00	0.00	0.00
1	2 000 000.00	220 000.00	220 000.00	0.00
2	2 000 000.00	220 000.00	220 000.00	0.00
3	1 657 443.44	220 000.00	562 556.56	342 556.56
4	1 220 950.00	182 318.78	618 812.22	436 493.44
5	674 561.06	134 304.50	680 693.44	546 388.94
6	0.00	74 201.72	748 762.78	674 561.06

Ejemplo 5

Elaborar una tabla para amortizar la suma de $2 millones, en las siguientes condiciones:

a) plazo de gracia muerto 6 meses
b) plazo de gracia con cuota reducida 6 meses
c) cuotas trimestrales ordinarias uniformes 4
d) cuota extraordinaria pactada $150 000, en el período 7
e) tasa 21% CT.

Solución:



los períodos 1 y 2 son de gracia muertos; los períodos 3 y 4 son de gracia con cuota reducida; los períodos 5 al 8 son de cuota ordinaria; en el período 2 la deuda será:

$$2\,000\,000\,(1+0.0525)^2 = \$2\,215\,512.50$$

el valor del interés I de los períodos 3 y 4, se calcula aplicando la tasa a la deuda que hay en el período 2

$$2\,215\,512.50 \times 0.0525 = \$116\,314.41$$

la ecuación de valor quedará así:

$$2\,000\,000 = 116\,314.41\,a_{\overline{2|}5.25\%}(1.0515)^{2} + R\,a_{\overline{4|}5.25\%}(1.0525)^{-4} + 150\,000(1.0525)^{-7}$$

al despejar R se obtiene R = $591 940.10 y la tabla será:

PER.	SALDO	INTERES	CUOTA	AMORTIZACION
0	2 000 000.00	–	–	–
1	2 105 000.00	105 000.00	0.00	–105 000.00
2	2 215 512.50	110 512.50	0.00	–110 512.50
3	2 215 512.50	116 314.41	116 314.41	0.00
4	2 215 512.50	116 314.41	116 314.41	0.00
5	1 739 886.81	116 314.41	591 940.10	475 625.69
6	1 239 290.77	91 344.06	591 940.10	500 596.04
7	562 413.44	65 062.77	741.940.10	676 877.33
8	0.00	29 526.66	591 940.10	562 413.44

Observaciones:

1) La amortización de los períodos 1 y 2 es negativa; esto significa que hay una

desamortización o aumento de deuda.

2) La amortización de los períodos 3 y 4 es cero, debido a que se pagan los intereses.
3) El valor del pago en el período 5 es igual a la suma del pago ordinario, más el pago extraordinario 591 940.10 + 150 000 = $741 940.10

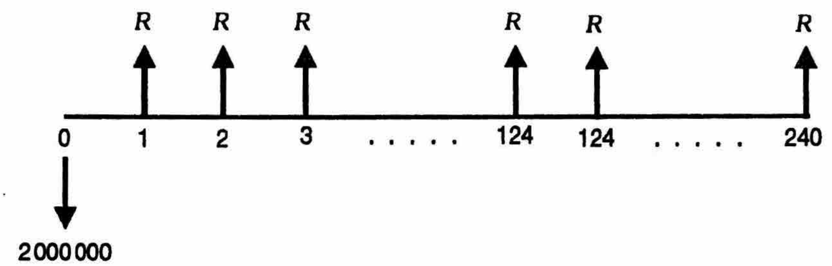
DISTRIBUCION DE UN PAGO

Cada cuota de amortización está compuesta de dos partes: la que corresponde a intereses y la que corresponde a amortización; sinembargo, no es necesario construir la tabla para establecer la proporción en que una cuota dada se divide entre interés y amortización. Basta con calcularle los intereses al capital insoluto del período inmediatamente anterior y luego, restarselo al valor de la cuota, para conocer la parte que corresponde a amortización.

Ejemplo 6

Hallar la distribución del pago número 125, en una amortización de $2 millones, mediante pagos mensuales durante 20 años, suponiendo una tasa del 30% CM.

Solución:



Como todos los pagos son iguales, entonces el valor del pago 125 se obtiene de la siguiente ecuación:

$$2\,000\,000 = R\,\frac{1-(1+0.025)^{-240}}{0.025} \text{ de donde } R = \$50\,133.78$$

Por otra parte se sabe que la porción de la cuota 125 que se utiliza para pagar intereses es igual a la tasa, multiplicada por la deuda que queda inmediatamente después de haberse efectuado el pago número 124. Entonces, para hallar la deuda, en ese momento, debemos calcular el valor presente de los pagos que faltan por hacer.

Como en total hay 240 pagos y se han hecho 124 entonces faltan por hacer 116 pagos. El valor presente de estos pagos en el punto 124 será:

$$50\,133.78\,\frac{1-(1+0.025)^{-116}}{0.025} = \$1\,891\,004.92 = \text{deuda en } 124$$

y los intereses serán:

$$I = 1\,891\,004.92 \times 0.025 = \$47\,275.12$$

finalmente, la amortización será igual a la cuota menos intereses

$$A = 50\,133.78 - 47\,275.12 = \$2\,858.66$$

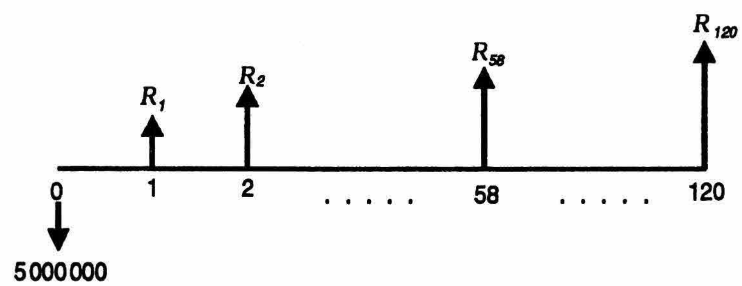
Con la información obtenida anteriormente, si queremos, podemos elaborar la tabla de amortización a partir del período 125

PER.	SALDO	INTERES	CUOTA	AMORTIZACION
124	1 891 004.92			
125	1 888 146.26	47 275.12	50 133.78	2 858.66

Ejemplo 7

Hallar la distribución del pago 58 en una amortización de $5 millones en pagos mensuales durante 10 años. Suponga que los pagos son crecientes en un 2% y que la tasa es del 3% efectivo mensual.

Solución:



Primero debemos calcular R_1 con el fin de poder hallar el valor de R_{58} y saber qué es lo que va a repartir

$$5\,000\,000 = \frac{R_1\left[(1.02)^{120}(1.03)^{-120} - 1\right]}{0.02 - 0.03} \quad \text{entonces,}$$

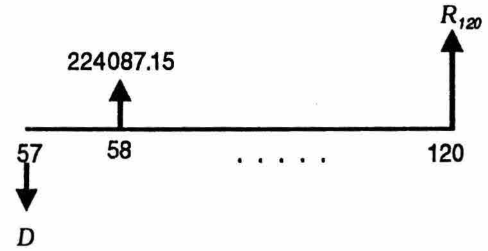
$$R_1 = \$72\,478.16$$

Para conocer el valor de R_{58} se aplica la fórmula del último término de un gradiente geométrico

$$R_n = R_1(1+G)^{n-1} \quad \text{entonces} \quad R_{58} = 72\,478.16(1+0.02)^{57} = \$224\,087.15$$

Para saber qué tanto del pago 58 se destina a intereses, es necesario conocer la deuda en el punto 57 y este valor se multiplica por la tasa de interés.

Entonces la deuda en el punto 57 será igual al valor presente en ese punto de lo que falta por pagar, pero lo que falta por pagar es un gradiente geométrico de 63 períodos (120–57 = 63) cuyo primer pago es de $224 087.15, por lo tanto, la deuda en el período 57 será:



$$D = \frac{224\,087.15\left[(1.02)^{63}\,(1.03)^{-63} - 1\right]}{0.02 - 0.03} = \$10\,289\,273.19$$

Los intereses para el período 58 serán: 10 289 273.19 X 0.03 = $308 678.20

Amortización = pago – interés = 224 087.15 – 308 678.20 = –$84 591.05

Observación: Estos resultados también se pueden obtener corriendo el programa AMORT2G y observando la forma de distribuirse el pago 58.

AMORTIZACION MEDIANTE ABONO CONSTANTE A CAPITAL CON INTERES ANTICIPADO

Una de las formas más difundidas de amortización utilizada por los bancos consiste en cobrar intereses por anticipado y amortización constante al final de cada período, es de advertir que aquí, el pago periódico o cuota es variable, lo que es fijo es la amortización o abono a capital.

Por tal motivo, la amortización puede calcularse dividiendo la deuda por el número de pagos a realizarse, esto es:

$$A = \frac{D}{N}$$

Los intereses, por ser anticipados, se calculan aplicando la tasa al capital insoluto del mismo período y la cuota será igual a la amortización, mas los intereses.

Ejemplo 8

Una persona solicita a una entidad bancaria un préstamo por $500 000. Lo cancelará en pagos trimestrales, durante un año, con amortización constante e intereses del 33% nominal trimestre anticipado. Elaborar una tabla de amortización.

Solución:

$$i_a = \frac{j_a}{m} = \frac{33}{4} = 8.25\% \text{ efectivo trimestre anticipado}$$

La deuda debe ser cancelada con 4 pagos trimestrales, por lo tanto la amortización será:

$$\frac{500\,000}{4} = \$125\,000$$

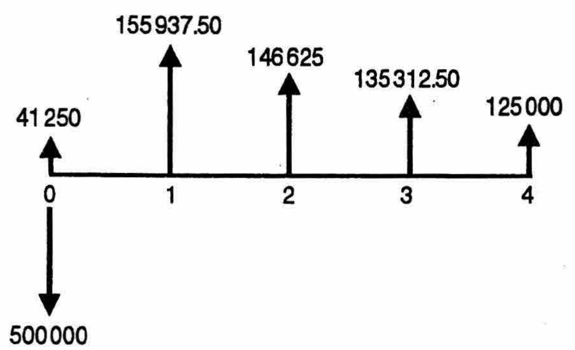
Al comienzo de la deuda, es decir en el período cero, se cobran intereses de:

$$500\,000 \times 0.0825 = \$41\,250$$

Puesto que en el período cero no hay abono a capital, la cuota será igual a los intereses es decir a $41 250. En el punto 1 de la línea de tiempo, esto es, al final del primer trimestre, debe hacerse un abono a capital de $125 000, quedando una deuda de $375 000 y, habrá que pagar los intereses por anticipado sobre $375 000, entonces, el pago total deberá ser de:

$$R_1 = 125\,000 + 375\,000 \times 0.0825 = \$155\,937.50$$

la gráfica y la correspondiente tabla se muestran a continuación.



PER.	SALDO	INTERES	CUOTA	AMORTIZACION
0	500 000.00	41 250.00	41 250.00	0.00
1	375 000.00	30 937.50	155 937.50	125 000.00
2	250 000.00	20 625.00	145 625.00	125 000.00
3	125 000.00	10 312.50	135 312.50	125 000.00
4	0.00	0.00	125 000.00	125 000.00

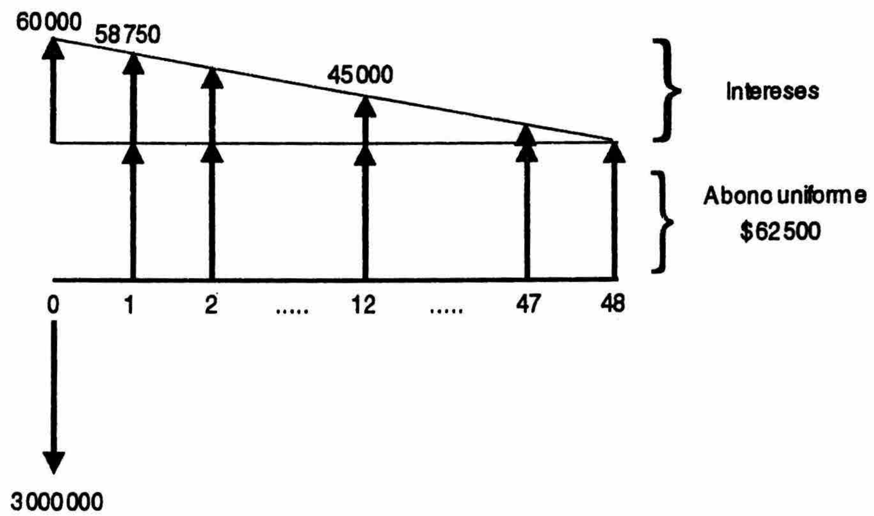
Observación: la tabla también pude ser elaborada mediante un ordenador personal usando el programa AMORT4A.

Ejemplo 9

Hallar el valor de la cuota total que debe ser pagada al final del mes 12, para amortizar una deuda de $3 millones con pago anticipado de interés y abonos mensuales constantes a capital, durante 4 años, con un interés del 2% efectivo mes anticipado.

Solución:

Se puede observar que entre el primer pago de intereses que se hace en el período cero (por ser anticipado) y el último pago de intereses (período 47) forman un gradiente lineal decreciente, mientras que el primer abono a capital se hace en el período 1 (por ser vencido).



Como los intereses forman un gradiente lineal decreciente, necesitamos calcular el valor L de decrecimiento en la siguiente forma:

Interés del período cero: 3 000 000 x 0.02 = $60 000
Deuda al final del primer período: 3 000 000 – 62 500 = $2 937 500
Interés al final del primer período: 2 937 500 x 0.02 = $58 750

Variación del interés $L = -\$1\ 250$

Ahora, necesitamos calcular los intereses al final del período 12 que corresponden al pago número 13 del gradiente:

$$R_{13} = R_1 + (n-1)L = 60\ 000 + (13-1)(-1\ 250) = \$45\ 000$$

El pago que debe hacerse al final del período 12 será igual a la suma de la cuota de interés, más la cuota de abono a capital, esto es:

$$45\ 000 + 62\ 500 = \$107\ 500$$

Otra forma de resolver el problema anterior es calculando la deuda en el punto 12 y multiplicando por la tasa.

Como en total hay 48 pagos y ya se han hecho 12, faltan 36 pagos por hacer, esto es:

$$36 \times 62\ 500 = \$2\ 250\ 000$$

intereses: $2\ 250\ 000 \times 0.02 = \$45\ 000$

valor total de la cuota: $62\ 500 + 45\ 000 = \$107\ 500$

AMORTIZACION MEDIANTE GRADIENTES ESCALONADOS

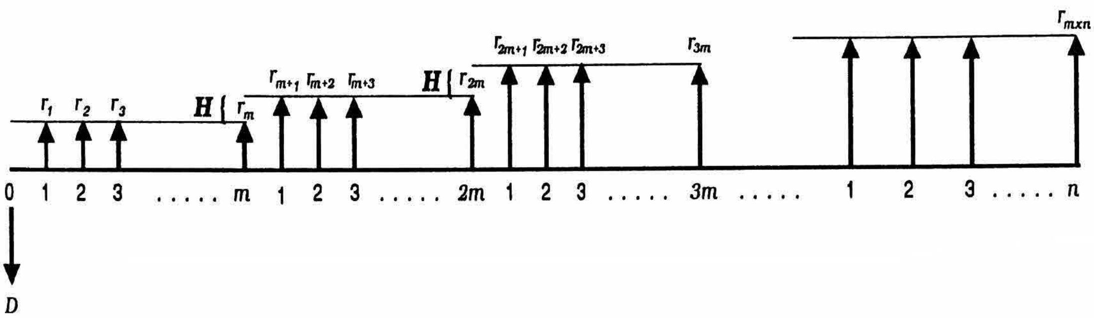
Los sistemas escalonados pueden ser lineales o geométricos y éstos a su vez pueden ser crecientes o decrecientes; mediante éste sistema se logra combinar cuotas constantes con cuotas crecientes o decrecientes. Es decir que conservaremos constante la cuota de amortización, durante un tiempo determinado, al final del cual se incrementa o decrementa, según el caso.

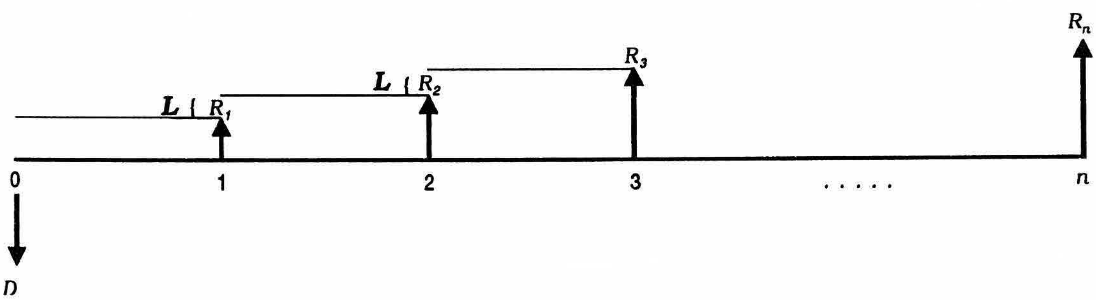
Examinaremos dos situaciones, la primera será la fusión de una cuota constante con un gradiente geométrico; la segunda será la fusión de una cuota constante con un gradiente lineal; en ambos casos será necesario construir dos gráficas. La primera corresponde a la forma como se van a pagar las cuotas y en la segunda cada serie de cuotas iguales será reemplazada por una sola cuota al final del período. A la primera gráfica se le denominará gradiente escalonado y la segunda gráfica corresponde al gradiente simple.

Las definiciones que hemos dado con anterioridad continuarán vigentes para la segunda gráfica, pero para la primera gráfica a todas las definiciones se les antepondrá el prefijo inter o el prefijo sub, por tanto el valor de cada pago lo denominaremos intercuota o subcuota y lo representaremos por "r" (minúscula), el tiempo que transcurre entre dos intercuotas lo denominaremos interperíodo y la tasa correspondiente al interperíodo se denominará intertasa o subtasa

El número de intercuotas que hay por cada cuota es constante y se representará por m e indicará el tamaño del escalón, además, la altura del escalón vendrá dada por la diferencia que hay entre dos intercuotas cualesquiera pero de escalones contiguos y la representaremos por H.

Es conveniente resaltar la diferencia que hay entre L y H; L es la diferencia entre 2 cuotas contiguas del gradiente simple y es constante tal como se vió en el capítulo anterior. H es la diferencia entre 2 intercuotas de escalones contiguos y es constante tal como se puede apreciar en las siguientes gráficas:





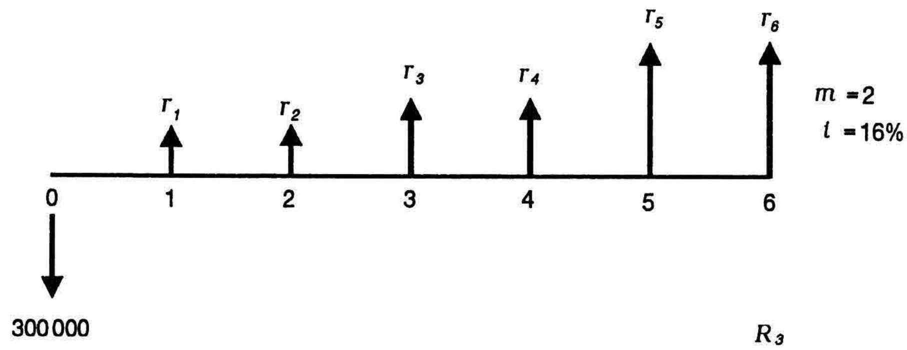
Ejemplo 10

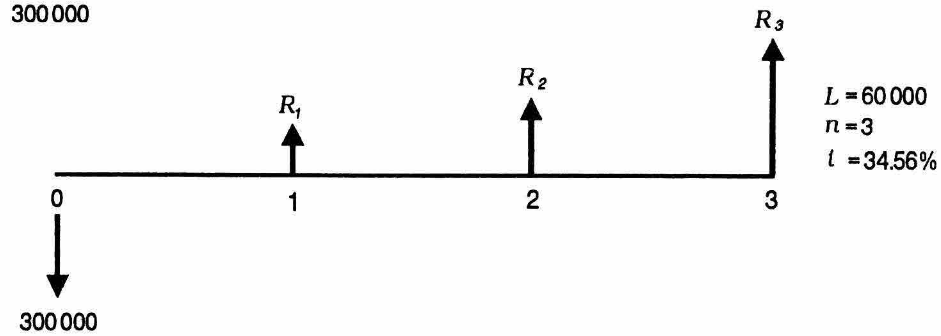
Elaborar una tabla para amortizar la suma de $300 000, con un interés del 32% nominal semestre vencido, mediante pagos semestrales, durante 3 años, bajo las siguientes condiciones:

a) la cuota anual aumenta en $60 000
b) la intercuota aumenta en $25 000 cada año
c) la intercuota aumenta un 25% cada año

Solución:

a) Primero construimos una gráfica que muestre la forma como va a ser pagada la deuda (esto corresponde a la gráfica del gradiente escalonado), en seguida, construimos la gráfica que muestra los pagos anuales crecientes linealmente en $60 000 (que corresponde al gradiente lineal simple)





Como los períodos del gradiente son anuales, debemos buscar una tasa efectiva anual equivalente al 16% efectivo semestral; entonces:

$$(1 + 0.16)^2 = (1 + i)^1 \quad \text{despejando} \quad i = 34.56\% \text{ efectivo anual}$$

Ahora planteamos la ecuación de valor del gradiente simple.

$$300\,000 = R_1 a_{\overline{3}|}34.56\% + \frac{60\,000}{0.3456}\left[a_{\overline{3}|}34.56\% - 3(1+0.3456)^3\right]$$

de donde se obtiene que, $R_1 = \$127\,563.13$

$$R_2 = \$187\,563.13 \text{ y } R_3 = 247\,563.13$$

Ahora pasamos a trabajar con el gradiente escalonado, teniendo en cuenta que cada cuota de gradiente debe ser reemplazada por dos intercuotas:

El valor final de las intercuotas r_1 y r_2 debe ser equivalente a R_1; el valor final de las intercuotas se calcula con la tasa efectiva semestral del 16%, debido a que las intercuotas son semestrales y partiendo del supuesto que $r_1 = r_2$ se tiene:

$$R_1 = r_1 s_{\overline{2}|}16\% \quad \text{de donde} \quad r_1 = r_2 = \frac{127\,563.13}{2.16} = \$59\,057$$

$$R_2 = r_3 s_{\overline{2}|}16\% \quad \text{de donde} \quad r_3 = r_4 = \frac{187\,563.13}{2.16} = \$86\,834.78$$

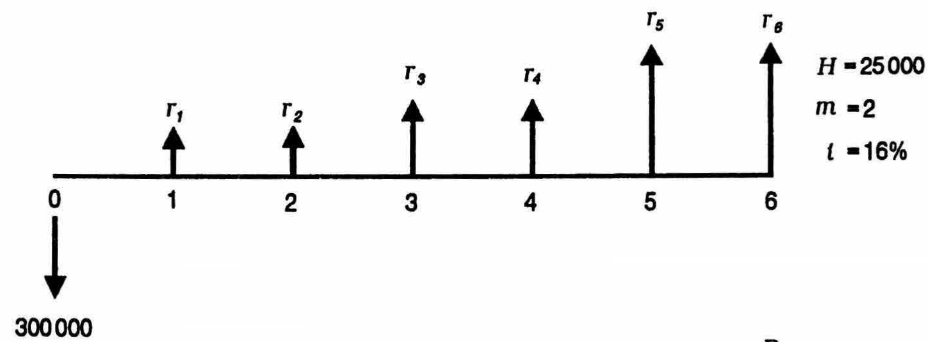
$R_3 = R_5 s_{\overline{2}|16\%}$ de donde $\quad r_5 = r_6 = \dfrac{247\,563.13}{2.16} = \$114\,612.56$

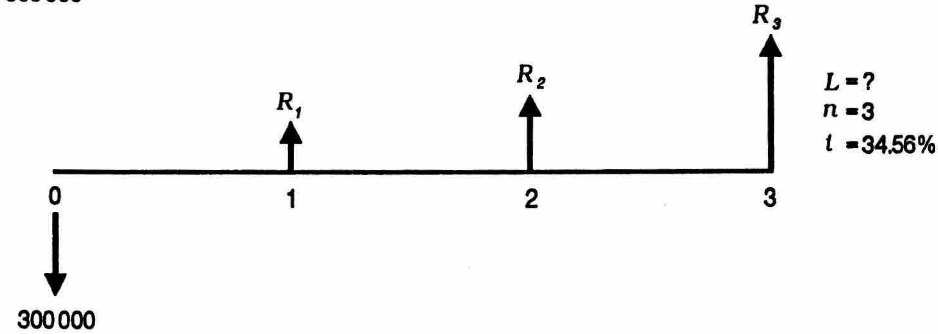
Ahora, procedemos a elaborar la tabla de amortización usando las intercuotas y una tasa del 16% efectivo semestral

PER.	SALDO	INTERES	CUOTA	AMORTIZACION
0	300 000.00	-	-	-
1	288 943.00	48 000.00	59 057.00	11 057.00
2	276 116.88	46 230.88	59 057.00	12 826.12
3	233 460.80	44 178.70	86 834.78	42 656.08
4	183 979.75	37 353.73	86 834.78	49 481.05
5	98 803.95	29 436.76	114 612.56	85 175.80
6	0.00	15 808.61	114 612.56	98 803.95

Observación: la tabla anterior se puede hacer usando el programa AMORT3L.

b) Con altura del escalón de $25 000.





Observese que la diferencia entre estas dos gráficas y las dos anteriores está, en que en las dos primeras, se conocia $L = 60\ 000$ y en las dos gráficas de arriba L es desconocido pero sabemos que $H = 25000$.

Lo primero que debemos hacer es calcular el valor de L, puesto que el dato que tenemos es la altura del escalón. Si la altura del escalón H es \$25 000 corresponderá a la diferencia entre $r_3 - r_2$, o también $r_5 - r_4$ entonces:

$$L = R_2 - R_1$$

$$r_3 S_{\overline{2}|}16\% - r_2 S_{\overline{2}|}16\% = (r_3 - r_2) S_{\overline{2}|}16\% = H S_{\overline{2}|}16\%$$

de donde se concluye que:

$$L = 25\,000\ S_{\overline{2}|}16\% = \$54\,000$$

si reemplazamos en la fórmula tenemos:

$$300\,000 = R_1 a_{\overline{3}|}34.56\% + \frac{54\,000}{0.3456}\left[a_{\overline{3}|}34.56\% - 3(1+0.3456)^3\right]$$

De donde se obtiene R_1 = \$132 392.88

y r_1 = 132 392.88 $S_{\overline{2}|}16\%$, entonces $r_1 = r_2$ = \$61 293.00

en igual forma se pueden calcular las otras intercuotas, sinembargo, como sabemos que crecerán en forma escalonada en \$25 000 puede usarse este otro procedimiento:

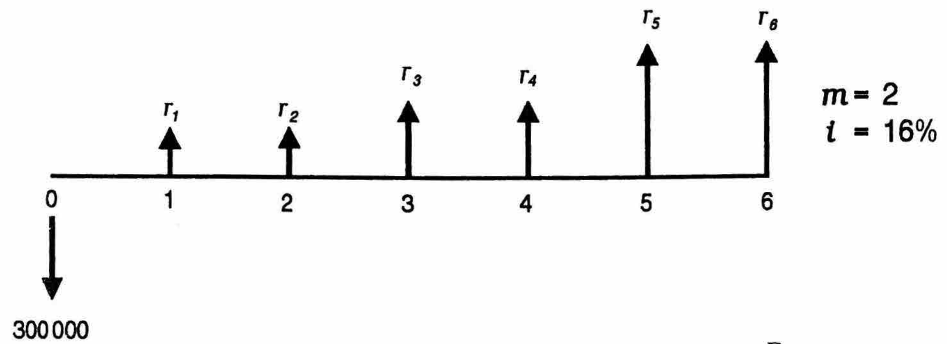
$$r_3 = r_4 = 61\,293.00 + 25\,000.00 = \$86\,293.00$$

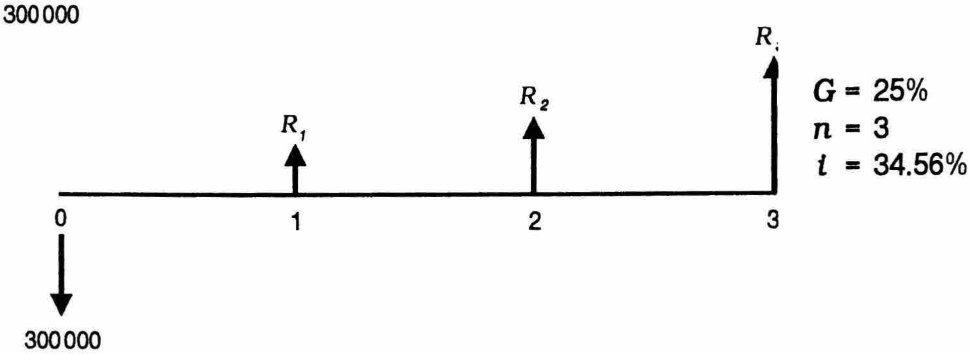
$$r_5 = r_6 = 86\,293.00 + 25\,000.00 = \$111\,293.00$$

PER.	SALDO	INTERES	CUOTA	AMORTIZACION
0	300 000.00	–	–	–
1	286 707.00	48 000.00	61 293.00	13 293.00
2	271 287.12	45 873.12	61 293.00	15 419.88
3	228 400.06	43 405.94	86 293.00	42 887.06
4	178 651.07	36 544.01	86 293.00	49 748.99
5	95 942.24	28 584.17	111 293.00	82 708.83
6	0.00	15 350.76	111 293.00	95 942.24

Observación: la tabla anterior también se puede hacer usando el programa AMORT3H.

c) Crecimiento anual del gradiente 25%.





Procedemos en forma similar a como lo hicimos en el caso a), pero usaremos la fórmula del gradiente geométrico; entonces:

$$300\,000 = \frac{R_1\left[(1+0.25)^3(1+0.3456)^{-3} - 1\right]}{0.25 - 0.3456}$$

de donde se obtiene que R_1 = $225 920.73

El cálculo de las intercuotas se hace en forma similar, al realizado en el literal a)

$r_1 = r_2 = \$66\,939.48$; $r_3 = r_4 = \$83\,674.34$; $r_5 = r_6 = \$104\,592.93$

PER.	SALDO	INTERES	CUOTA	AMORTIZACION
0	300 000.00	–	–	–
1	281 060.52	48 000.00	66 939.48	18 939.48
2	259 090.72	44 969.68	66 939.48	21 969.80
3	216 870.90	41 454.52	83 674.34	42 219.82
4	167 895.90	34 699.34	83 674.34	48 975.00
5	90 166.31	26 863.34	104 592.93	77 729.59
6	0.00	14 426.62	104 592.93	90 166.31

Observación: la tabla anterior se puede hacer usando el programa AMORT3G.

AMORTIZACION EN VALOR CONSTANTE

Muchos créditos se otorgan en valor constante, lo cual significa que las cuotas y los saldos insolutos deben ser ajustados en un porcentaje, igual al índice de corrección monetaria. Es de advertir que éste índice tendrá, en el futuro, variaciones desconocidas (ver capítulo 2, sistema en valor constante), pero que pueden ser estimadas con gran aproximación, si el plazo futuro no es muy largo.

La explicación de éste sistema podrá hacerse más fácilmente a través del siguiente ejemplo:

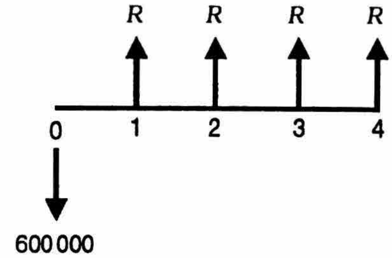
Ejemplo 11

Elaborar una tabla para amortizar la suma de $600 000 en 4 pagos anuales e iguales, pero en valor constante, suponga una tasa de interés del 8% y que:

a) la corrección monetaria permanecerá constante en el 22% durante los 4 años.
b) la corrección monetaria es del 22% en los 2 primeros años, del 24% para el tercer año y del 27% para el cuarto año.

Solución:

a) primero calculamos el valor de la cuota haciendo caso omiso de la corrección monetaria



$$600\,000 = R\, a_{\overline{4}|}8\% \qquad \text{despejando} \qquad R = \$181\,152.48$$

El valor de $181 152.48 corresponde al valor de las cuotas pero en pesos de hoy, sin embargo, cuando se vaya a pagar la primera cuota este valor se debe incrementar debido a la corrección monetaria y será:

primera cuota: $181\,152.48 \times (1+0.22) = 221\,006.03$
segunda cuota: $181\,152.48 \times (1+0.22)^2 = 269\,627.35$
tercera cuota: $181\,152.48 \times (1+0.22)^3 = 328\,945.37$
cuarta cuota: $181\,152.48 \times (1+0.22)^4 = 401\,313.35$

Así como hemos corregido el valor de las cuotas tenemos que corregir los saldos de la deuda y para ello será necesario incluir en la tabla una nueva columna que denominaremos *"capital insoluto ajustado"*, donde colocaremos, los saldos de la deuda ajustados con la corrección monetaria al final de cada período.

El saldo insoluto ajustado del período cero se obtiene al aplicarle la corrección monetaria al saldo insoluto del período cero, esto es:

$$600\,000 \times (1+0.22) = 732\,000$$

Sobre los 732 000 se calculan los intereses así:

$$732\,000 \times 0.08 = 58\,560.00$$

Si al saldo ajustado del período cero se le resta la amortización se tendrá el saldo (sin ajustar) al comienzo del primer período así:

$$732\,000 - 162\,446.03 = 569\,553.97$$

este saldo se deberá ajustar para saber cuál es la deuda al final del mismo período, entonces se tendrá:

$$569\,553.97 \times (1+0.22) = 694\,855.84$$

al saldo insoluto ajustado del período 1 se le aplica la tasa de interés para obtener los intereses así:

$$694\,855.84 \times 0.08 = 55\,588.47$$

el resto de la tabla continúa en forma similar:

PER.	SALDO AJUSTADO	SALDO	INTERES	PAGO	AMORTI-ZACION
0	600 000.00	732 000.00	–	–	–
1	569 553.97	694 855.84	58 560.00	221 006.03	162 446.03
2	480 816.96	586 596.69	55 588.47	269 627.35	214 038.88
3	304 579.06	371 586.45	46 927.74	328 945.37	282 017.64
4	0.00	0.00	29 726.90	401 313.35	371 586.45

b) Igual que en la parte a) calculamos el valor de la cuota haciendo caso omiso de la corrección monetaria y el valor de ésta, resulta ser en pesos de hoy, $181 152.48, y el valor de lo que se debe pagar anualmente, será:

primera cuota: 181 152.48 x (1+0.22) = 221 006.03

segunda cuota: 181 152.48 x $(1+0.22)^2$ = 269 627.35

tercera cuota: 181 152.48 x $(1+0.22)^2$ x (1+0.24) = 334 337.91

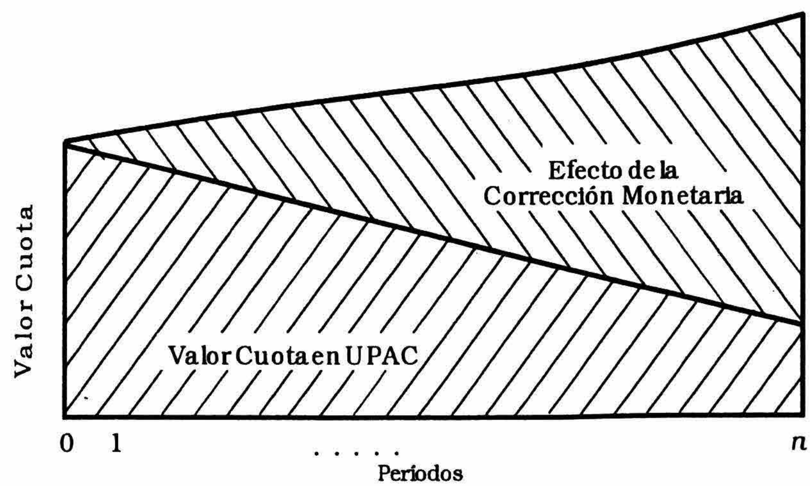
cuarta cuota: 181 152.48 x $(1+0.22)^2$ x (1+0.24) x (1+0.27) = 424 609.15

al elaborar la tabla debe tenerse en cuenta que el factor de ajuste del capital insoluto del período 3 será: (1+0.24) y el factor de ajuste del capital insoluto del período 4 será (1+0.27) y la tabla quedará así:

PER.	SALDO	SALDO AJUSTADO	INTERES	PAGO	AMORTI-ZACION
0	600 000.00	732 000.00	-	-	-
1	569 553.97	694 855.84	58 560.00	221 006.03	162 446.03
2	480 816.96	596 213.03	55 588.47	269 627.35	214 038.88
3	309 572.16	393 156.64	47 697.04	334 337.91	286 640.87
4	0.00	0.00	31 452.51	424 609.15	393 156.64

AMORTIZACION CON GRADIENTE ESCALONADO EN VALOR CONSTANTE.

En Colombia, algunas entidades financieras, tales como las corporaciones de ahorro y vivienda han diseñado planes de amortización, utilizando para el cálculo de las cuotas un gradiente decreciente y poniéndolo posteriormente en valor constante. Esto se hace con el fin de ir contrarrestando el aumento de la cuota debido a la corrección monetaria con la disminución de la cuota establecida en un gradiente decreciente, tal como puede observarse en la siguiente gráfica:

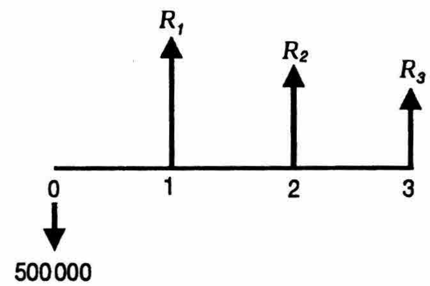


El siguiente ejemplo nos muestra lo anteriormente expuesto.

Ejemplo 12

Amortizar en valor constante la suma de $500 000 mediante 3 pagos anuales que decrecen en $20 000; suponga un interés del 10% y una tasa única de corrección monetaria del 24% efectivo anual.

Solución:



Procedemos a calcular la primera cuota en pesos de hoy.

$$500\,000 = R_1\, a_{\overline{3}|}10\% + \frac{-20\,000}{0.1}\left[a_{\overline{3}|}10\% - 3(1+0.1)^{-3}\right]$$

$$R = \$219\,788.52$$

y el valor de las cuotas ya corregidas será:

$$R_1 = 219\,788.52 \times (1+0.24)^1 = \$272\,537.76$$

$$R_2 = 199\,788.52 \times (1+0.24)^2 = \$307\,194.83$$

$$R_3 = 179\,788.52 \times (1+0.24)^3 = \$342\,789.12$$

PER.	SALDO	SALDO AJUSTADO	INTERES	PAGO	AMORTIZACION
0	500 000.00	620 000.00	–	–	–
1	409 462.24	507 733.18	62 000.00	272 537.76	210 537.76
2	251 311.67	311 626.47	50 773.32	307 194.83	256 421.51
3	0.00	0.00	31 162.65	342 789.12	311 626.47

Ejemplo 12

Resolver el problema anterior, suponiendo que el gradiente es escalonado con pagos semestrales.

Solución:

comenzamos por hallar la tasa de interés efectiva semestral.
$(1+0.1)^1 = (1+i)^2$ entonces $i = 4.8808848\%$ efectivo semestral
ahora hallaremos la tasa de corrección efectiva semestral
$(1+0.24)^1 = (1+i)^2$ entonces $i = 11.3552873\%$ efectivo semestral

Si dividimos cada R del ejemplo anterior en dos intercuotas nos queda el valor de cada intercuota en pesos de hoy.

$$r_1 S_{\overline{2}|4.8808848\%} = \$107\,276.24$$

$$r_3 S_{\overline{2}|4.8808848\%} = \$97\,614.48$$

$$r_5 S_{\overline{2}|4.8808848\%} = \$87\,752.71$$

y las cuotas ya corregidas quedarán así:

$$r_1 = 107\,276.24 \times (1+0.113552873)^1 = \$119\,457.77$$

$$r_2 = 107\,276.24 \times (1+0.113552873)^2 = \$133\,022.54$$

$$r_3 = 97\,514.48 \times (1+0.113552873)^3 = \$134\,648.54$$

$$r_4 = 97\,514.48 \times (1+0.113552873)^4 = \$149\,938.26$$

$$r_5 = 87\,752.71 \times (1+0.113552873)^5 = \$150\,250.09$$

$$r_6 = 87\,752.71 \times (1+0.113552873)^6 = \$167\,311.42$$

y ahora procederemos a elaborar la tabla teniendo en cuenta que la tasa para ajustar el saldo será 11.3552873% y la tasa para calcular los intereses será el 4.8808848%

PER.	SALDO	SALDO AJUSTADO	INTERES	PAGO	AMORTIZACION
0	500 000.00	556 776.44	–	–	–
1	464 494.29	517 238.95	27 175.62	119 457.77	92 282.15
2	409 562.25	455 957.86	25 245.84	133 022.54	107 776.70
3	343 564.10	382 576.79	22 254.78	134 648.54	112 393.76
4	251 311.66	279 848.82	18 673.13	149 938.26	131 265.13
5	143 257.83	159 525.17	13 659.10	150 250.09	136 590.99
6	0.00	0.00	7 786.24	167 311.41	159 525.17

AMORTIZACION EN MONEDAS EXTRANJERAS

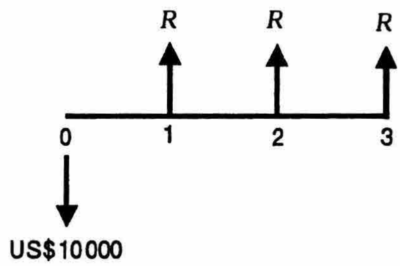
Cuando se va a amortizar con cuotas en pesos, una deuda en moneda extranjera, su metodología es idéntica a la cancelación de una deuda en valor constante, que en este caso la tasa de devaluación reemplazará a la tasa de corrección monetaria.

Ejemplo 13

Elaborar una tabla para amortizar una deuda de US$10 000 en 3 pagos anuales efectuados en pesos, con una tasa del 18% efectivo anual. Suponga que el tipo de cambio actual es US$1 = $900 y que la tasa de devaluación del peso frente al dólar es para el primer año del 15%, del 27% para el segundo año y del 13% para el tercer año.

Solución:

Primero calculamos las cuotas en dólares así:



$10\,000 = R\, a_{\overline{3|}18\%}$ de donde se obtiene que R = US$4 599.24

Cada año habrá que pagar US$4 599.24, pero como la deuda se va a cancelar en pesos entonces cada año habrá que pagar más pesos por los mismos dólares, por tanto el valor en pesos de cada cuota será:

R_1 = US$4 599.24 x 900(1+0.15) = $4 760 213

R_2 = US$4 599.24 x 900(1+0.15)(1+0.27) = $6 045 471

R_3 = US$4 599.24 x 900(1+0.15)(1+0.27)(1+013) = $6 831 382

En el período 0, el saldo se ajusta con la tasa de devaluación del 15% y así se obtiene el saldo ajustado en cero 9 000 000 x (1+0.15) = 10 350 000.

Sobre este último capital se calculan los intereses al 18%

$$10\,350\,000 \times 0.18 = 1\,863\,000$$

la amortización será: cuota – intereses = 4 760 213 – 1 863 000 = 2 897 213

El nuevo saldo será: saldo ajustado anterior – amortización =

10 350 000 – 2 897 213 = 7 452 787

Este último saldo se ajusta con el 27% así: 7 452 787 x (1+0.27) = 9 465 039

los intereses: 9 465 039 x 0.18 = 1 703 707

amortización: 6 045 471 – 1 703 707 = 4 341 764

Saldo: 9 465 039 – 4 341 764 = 5 123 275

Saldo ajustado: 5 123 275 x (1+0.13) = 5 789 301

PER.	SALDO	SALDO AJUSTADO	INTERES	PAGO	AMORTI-ZACION
0	9 000 000.00	10 350 000.00	–	–	–
1	7 452 787.00	9 465 039.00	1 863 000.00	4 760 213.00	2 897 213.00
2	5 123 275.00	5 789 301.00	1 703 707.00	6 045 471.00	4 341 764.00
3	6.00	6.00	1 042 074.00	6 831 382.00	5 789 307.00

La diferencia en el resultado final se debe a errores de aproximación en el cálculo de las cuotas, en la liquidación de intereses y en el cálculo del saldo ajustado.

CAPITALIZACION

En el capítulo 3 vimos los conceptos básicos sobre la capitalización, ahora veremos otros conceptos más avanzados relacionados con el mismo tema.

CAPITALIZACION DIFERIDA

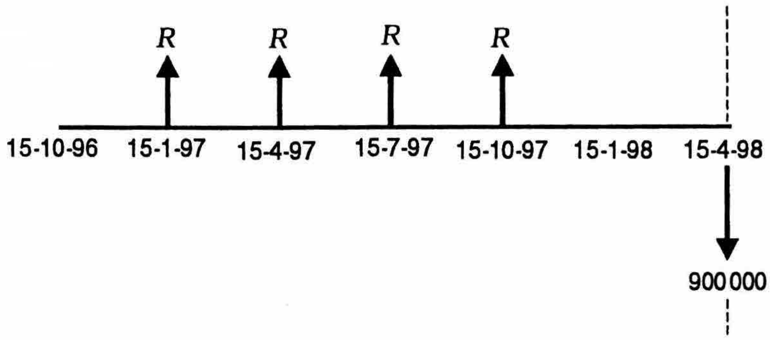
Se entiende por capitalización diferida a la capitalización que tiene uno o varios períodos en los cuales no se efectúan depósitos, pero el capital ahorrado si gana intereses. Es obvioque éstos períodos se encontrarán entre la fecha del último depósito y la fecha de retiro del capital.

Ejemplo 14

Para el día 15 de abril de 1998 debe haberse reunido la suma de $900 000 para tal fin se efectúan depósitos trimestrales de ***$R*** c/u en un fondo que paga el 32% CT. Si el primer depósito se hace el 15 de enero de 1997 y el último el 15 de octubre de 1997:

a) calcular el valor del depósito trimestral
b) elaborar una tabla de capitalización

Solución:



a) La ecuación de valor será:

$$R\, s_{\overline{4}|8\%}(1.08)^2 = 900\,000$$

despejando se tiene que: $R = \$171\,235.19$

b)

PER.	ACUMULADO	INTERESES	DEPOSITO	CAPITALIZACION
1	171 235.19	-	171 235.19	171 235.19
2	356 169.20	13 698.82	171 235.19	184 934.01
3	555 897.93	28 493.54	171 235.19	199 728.73
4	771 604.95	44 471.83	171 235.19	215 707.02
5	833 333.35	61 728.40	-	61 728.40
6	900 000.02	66 666.67	-	66 666.67

Observación: el error de $0.02 se debe a la aproximación en el valor de la cuota.

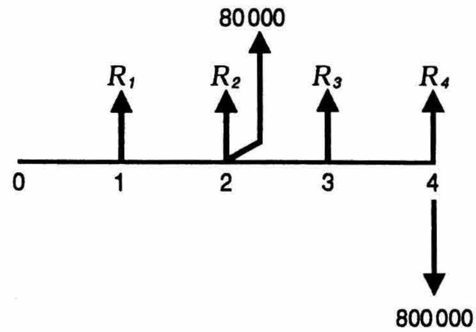
CAPITALIZACION CON CUOTAS EXTRAS PACTADAS

Las bases teóricas necesarias para elaborar la tabla son las mismas de la amortización pero poniendo la ecuación en valor final, en consecuencia no entraremos en más detalles.

Ejemplo 15

Se desean reunir $800 000 en 4 depósitos periódicos crecientes en un 20% más una cuota extra pactada de $80 000 en el período 2. Con una tasa del 20% efectiva para el período elabore la tabla de capitalización.

Solución:



En este caso se trata de un gradiente geométrico en el cual $G = i = 20\%$ por lo tanto la ecuación de valor será:

$$800\,000 = R_1(4)(1+0.2)^3 + 80\,000(1+0.2)^2$$

y despejando R se tiene:

$$\begin{aligned} R_1 &= 99\,074.07 \\ R_2 &= 99\,074.07(1+0.2)^1 = 118\,888.89 \\ R_3 &= 99\,074.07(1+0.2)^2 = 142\,666.67 \\ R_4 &= 99\,074.07(1+0.2)^3 = 171\,200.00 \end{aligned}$$

PER.	ACUMULADO	INTERESES	DEPOSITO	CAPITALIZACION
1	99 074.07	–	99 074.07	99 074.07
2	317 777.77	19 814.81	198 888.89	218 703.70
3	524 000.00	63 555.56	142 666.67	206 222.23
4	800 000.00	104 800.00	171 200.00	276 000.00

FONDOS DE AMORTIZACION

Un fondo de amortización es básicamente un fondo de ahorros donde se hacen depósitos periódicos que van ganando interés. Su objetivo es reunir un capital para una fecha específica con el cual se cancelará una deuda o para la adquisición de un bien o servicio.

COSTO PERIODICO DE UNA DEUDA

Cuando el fondo está destinado a cancelar una deuda y los depósitos en el fondo son uniformes entonces se denomina costo periódico de una deuda a la cantidad que debemos disponer en cada período para pagar los intereses de la deuda y hacer el depósito correspondiente en el fondo. Según la duración del período, se dice que la deuda tiene un costo trimestral, mensual, etc.

Ejemplo 15

Supongamos que tenemos que pagar la suma de \$800 000 al final de 2 años y mientras tanto debemos pagar intereses a la tasa del 3% mensual vencido. Con el fin de ir reuniendo el dinero necesario para cancelar la deuda se constituye un fondo mediante depósitos mensuales iguales que ganan un interés del 2.5% efectivo mensual. Calcular el costo mensual de la deuda.

Solución:

Mensualmente debemos pagar un interés de 800 000 x 0.03 = \$24 000

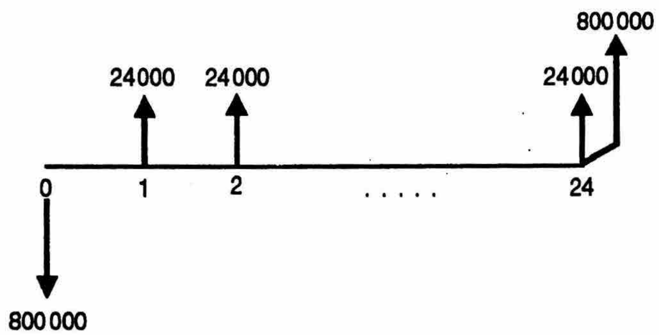
Por otra parte, el depósito mensual en el fondo será:

$800\,000 = R\,S_{\overline{24}|}2.5\%$ entonces $R = \$24\,730.26$

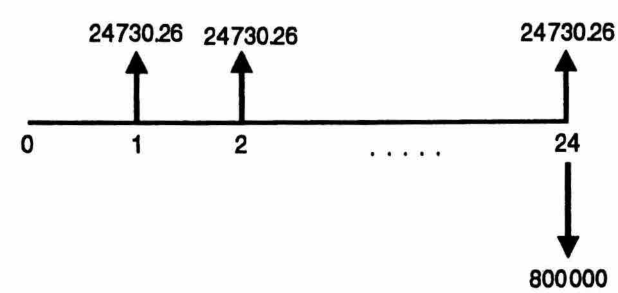
y el costo mensual de la deuda será:

$$24\,000 + 24\,730.26 = \$48\,730.26$$

primera gráfica



segunda gráfica



La primera gráfica representa el pago de intereses y la deuda, la segunda gráfica representa los depósitos en el fondo y el capital reunido, al final de los 2 años se cancela el fondo y con ese dinero se paga la deuda.

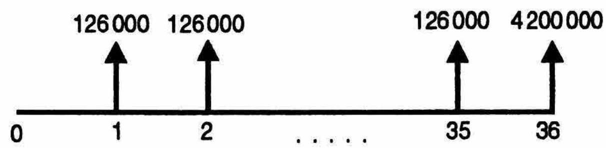
Observación: cuando la capitalización se hace mediante cuotas crecientes, por ejemplo con un gradiente, entonces el costo de la deuda de cada período es variable.

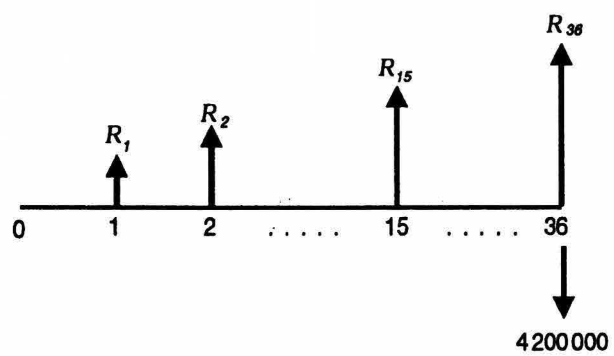
Ejemplo 16

Se adquiere una propiedad a un costo de seis millones de pesos dando una cuota inicial del 30% y el saldo será pagadero al final de 3 años, mientras tanto se pagarán intereses por mes anticipado al 3%. Con el objeto de cancelar la deuda a su vencimiento, se constituye un fondo que paga el 33% CM mediante depósitos mensuales ordinarios crecientes en \$2 000. Determinar el costo del período 15.

Solución:

Interés: 4 200 000 x 0.03 = \$126 000





Para hallar R_{15} primero debemos hallar R_1

$$4\,200\,000 = R_1 S\overline{36|}2.75\% + \frac{2\,000}{0.0275}\left[S\overline{36|}2.75\% - 36\right]$$

de donde se obtiene que: $R_1 = \$40\,531.73$

como $R_n = R_1 + (n-1)L$ entonces:

$$R_{15} = 40\,531.73 + (15-1)(2\,000) = \$68\,531.73$$

Esto significa que en el período 15 el deudor debe disponer de \$194 531.73 de los cuales \$126 000 los dedica al pago de intereses y el resto (\$68 531.73) se deposita en el fondo.

Observación: el costo de la deuda en el período 36 será únicamente el valor de la cuota R_{36} que es igual a $110 531.73

PROBLEMAS PROPUESTOS

1) Elaborar una tabla para amortizar la suma de $300 000 en 4 pagos trimestrales uniformes con una cuota extraordinaria de $50 000 en el período 3, suponga una tasa del 10% efectivo para el período.

   Respuesta parcial: cuota ordinaria $82 790.35

2) Un automóvil cuesta $4 000 000, se puede financiar al 60% para ser pagado en cuotas mensuales durante 3 años con un interés del 36% CM. Hallar la cuota mensual.

   Respuesta: $109 929.11

3) Si en el problema anterior se ofrecen cuotas extraordinarias cada 6 meses del doble de la cuota ordinaria. ¿Cuál sería el valor de la cuota ordinaria?

   Sugerencia: observe que hay dos anualidades, una simple y otra del tipo general.

   Respuesta: $83 966.95

4) Elaborar una tabla para amortizar $800 000 en 5 pagos semestrales mediante el sistema de abono constante a capital y con una tasa del 30% nominal semestre anticipado.

5) Hallar el valor de la cuota de amortización de una deuda de $1 000 000 la cual va a ser cancelada en las siguientes condiciones:

   a) número de pagos ordinarios 4;
   b) número de períodos de gracia muertos 2
   c) tasa 10% efectiva para el período
   e) elabore la tabla de amortización

   Respuesta: $381 719.70

6) Resolver el problema anterior suponiendo que el plazo de gracia es de cuota reducida (plazo en el que solo se pagan los intereses). Elabore la tabla de amortización.

   Respuesta: $315 470.80

7) Elaborar una tabla para amortizar la suma de $300 000, bajo las siguientes condiciones:

a) número de pagos ordinarios: 5;
b) plazo de gracia muerto: 1 período;
c) cuotas extraordinarias: 2; la primera de \$35 000, en el período 3 y la segunda de \$50 000 en el período 5;
d) tasa 8% efectiva para el período.

Respuesta: \$64 427.83

8) El día primero de abril de 1986, se contrae una deuda de \$200 000, para ser pagada en cuotas trimestrales ordinarias; la primera se efectuará el primero de octubre de 1986 y la última el primero de julio de 1987, más una cuota extraordinaria de \$50 000, el primero de enero de 1987. Suponiendo una tasa del 36% nominal trimestre vencido, elaborar la tabla de amortización.

Respuesta parcial: valor de la cuota ordinaria \$54 299.76

9) Una deuda de \$1 millón viene siendo amortizada en pagos trimestrales durante 2 años, con un interés del 42% CT.Inmediatamente después de efectuar el tercer pago trimestral el deudor hace un abono extraordinario no pactado de \$400 000 y solicita que le presenten un plan de amortización tomando en cuenta dos alternativas, la primera, abonar a capital acortando el tiempo y manteniendo inalteradas las cuotas trimestrales y la segunda, abonar a capital y reliquidar la cuota dejando inalterado el número total de pagos. Elabore una tabla para la amortización del saldo en cada caso.

Respuesta:

primera alternativa:

PER.	SALDO	INTERES	CUOTA	AMORTIZACION
3	414 396.63	-	-	-
4	267 039.00	43 511.65	190 869.28	147 357.63
5	104 208.81	28 039.09	190 869.28	162 830.19
6	0.00	10 941.93	115 150.74	104 208.81

segunda alternativa:

PER.	SALDO	INTERES	CUOTA	AMORTIZACION
3	414 396.63	-	-	-
4	347 191.66	43 511.65	110 716.63	67 204.97
5	272 930.16	36 455.12	110 716.63	74 261.50
6	190 871.20	28 657.67	110 716.63	82 058.95
7	100 196.06	20 041.48	110 716.63	90 675.14
8	0.00	10 520.57	110 716.63	100 196.06

10) Elaborar una tabla de capitalización para reunir la suma de $350 000 en cuatro depósitos ordinarios de **$R** c/u, más un depósito extraordinario de $60 000, que se hará conjuntamente con el tercer depósito ordinario. Suponga una tasa del 9% efectivo para el período.

Respuesta: $62 233.10

11) Elaborar una tabla, para que el día primero de septiembre de 1988 se hayan reunido $500 000 en las siguientes condiciones:

a) depósitos semestrales ordinarios de **$R** c/u; el primer depósito se efectuará el primero de marzo de 1986; el último depósito se efectuará el primero de septiembre de 1987;
b) se hará un depósito extraordinario de $70 000 el primero de marzo de 1987;
c) tasa 30% CS.

Respuesta:

FECHA	PER.	ACUMULADO	INTERES	DEPOSITO	INCREMENTO
1-3-86	1	59 593.33	-	59 593.33	59 593.33
1-9-86	2	128 125.66	8 939.00	59 593.33	68 532.33
1-3-87	3	276 937.84	19 218.85	129 593.33	148 812.18
1-9-87	4	378 071.85	41 540.68	59 593.33	101 134.01
1-3-88	5	434 728.63	56 710.78	0.00	56 710.79
1-9-88	6	500 000.00	65 217.37	0.00	65 217.37

12) Una deuda de $2 millones está siendo amortizada mediante pagos mensuales uniformes, durante 15 años, con un interés del 27.6% CM. Determinar qué parte del pago número 64 se utiliza a pagar intereses y cuánto a amortización.

Respuesta: intereses $43 510.12; amortización, $3 270.52

13) Se están reuniendo $2 millones, mediante depósitos mensuales uniformes durante 5 años, en un fondo que paga el 30% CM. Determinar cuál es el crecimiento del fondo, por concepto de intereses en el período 41.

Respuesta: $24 781.88

14) Una deuda de $1 000 000 está siendo amortizada en pagos mensuales durante 15 años, con intereses al 30% CM. Elaborar una tabla de amortización que muestre, únicamente, los períodos 108,109 y 110.

Respuesta:

PER.	SALDO	INTERES	CUOTA	AMORTIZACION
107	845 045.48			
108	840 874.59	21 126.14	25 297.01	4 170.87
109	836 599.44	21 021.86	25 297.01	4 275.15
110	832 217.42	20 914.99	25 297.01	4 382.02

15) Se está reuniendo un capital de $1 000 000, mediante depósitos mensuales iguales durante 8 años en un fondo que paga el 30% CM. Además, se ha acordado que, al momento de efectuar el depósito ordinario número 56, se hará un depósito extraordinario de $70 000. Construir una tabla que muestre, únicamente los períodos 55, 56 y 57.

Respuesta:

PER.	SALDO	INTERES	DEPOSITO	CAPITALIZACION
54	233 832.52			
55	241 770.66	5 845.81	2 902.33	7 938.14
56	319 907.25	6 044.27	72 092.33	78 136.60
57	329 997.27	7 997.68	2 092.33	10 090.01

16) Elaborar una tabla para amortizar la suma de $600 000 en 6 pagos trimestrales, con cobro anticipado de intereses del 8.5% trimestral y abonos vencidos e iguales a capital.

17) Hallar el valor de la cuota total (intereses + amortización) que debe pagarse al final del mes 20 en una amortización de $3 millones en pagos mensuales, durante 3 años, con cobro anticipado de intereses y abono a capital mensuales e iguales. Suponga una tasa del 2.5% efectivo mensual anticipado.

Respuesta: $116 666.73

18) Hallar la primera cuota de amortización necesaria, para cancelar una deuda de $100 000 en las siguientes condiciones:

a) plazo de gracia muerto: 2 períodos;
b) número de cuotas ordinarias: 4;
c) cuota extraordinaria pactada de $20 000, en el período 4 (coincide con el segundo pago ordinario);
d) tasa 10% efectivo para el período;
e) característica de la cuota ordinaria:

e_1) creciente lineal en \$6 000
e_2) decreciente lineal en –\$6 000

Respuestas: e_1) \$24 670.57; e_2) \$41 244.58

19) Hallar la primera cuota de amortización necesaria, para cancelar una deuda de \$100 000 en las siguientes condiciones:

a) plazo de gracia muerto: 2 períodos;
b) número de cuotas ordinarias: 4;
c) cuota extraordinaria pactada de \$20 000, en el período 4 (coincide con el segundo pago ordinario);
d) tasa 10% efectivo para el período;
e) característica de la cuota ordinaria:
e_1) creciente geométrica en 20%
e_2) decreciente geométrico en – 20%

Respuestas: e_1) \$41 244.58; e_2) \$25 095.34

20) Elaborar una tabla en períodos anuales, que muestre la amortización de \$300 000 en 4 pagos, pero cada pago se efectúa cada 2 años y son crecientes en un 30%. Suponga una tasa del 24% efectivo anual.

Respuesta:

PER.	SALDO	INTERES	CUOTA	AMORTIZACION
0	300 000.00	–	–	–
1	372 000.00	72 000 00.00	0.00	–72 000.00
2	315 520.48	89 280.00	145 759.52	56 479.52
3	391 245.40	75 724.92	0.00	-75 724.92
4	295 656.92	93 898.89	189 487.37	95 588.48
5	366 614.58	70 957.66	0.00	–70 957.66
6	208 268.50	87 987.50	246 333.58	158 346.08
7	258 252.94	49 984.44	0.00	–49 984.44
8	0.00	61 980.72	320 233.66	258 252.94

21) Elaborar una tabla de amortización para cancelar una deuda de \$700 000 en 3 años mediante pagos semestrales bajo las siguientes condiciones: tasa de interés 28% CS. dentro de cada año, el pago permanece constante pero; cada año:

a) el valor del pago aumenta un 20%
b) el valor del pago disminuye un 20%

Respuestas: a)

PER.	SALDO	INTERES	CUOTA	AMORTIZACION
0	700 000.00	–	–	–
1	644 862.59	98 000.00	153 137.41	55 137.41
2	582 005.94	90 280.76	153 137.41	62 856.65
3	479 721.88	81 480.83	183 764.89	102 284.06
4	363 118.05	67 161.06	183 764.89	116 603.83
5	193 436.71	50 836.53	220 517.87	169 681.34
6	0.00	27 081.16	220 517.87	193 436.71

b)

PER.	SALDO	INTERES	CUOTA	AMORTIZACION
0	700 000.00	–	–	–
1	584 863.05	98 000.00	213 136.95	115 136.95
2	453 606.93	81 880.83	213 136.95	131 256.12
3	346 602.34	63 504.97	170 509.56	107 004.59
4	224 617.11	48 524.33	170 509.56	121 985.23
5	119 655.86	31 446.40	136 407.65	104 961.25
6	0.00	16 751.79	136 407.65	119 655.86

22) Resuelva el problema anterior suponiendo que:

a) el pago global anual aumenta en $15 000 (esto equivale a decir que: el valor de los pagos del gradiente aumentan en $15 000 pero la diferencia entre las intercuotas no es de $15 000)
b) el pago global anual disminuye en $15 000

Respuestas: a)

PER.	SALDO	INTERES	CUOTA	AMORTIZACION
0	700 000.00	–	–	–
1	623 788.35	98 000.00	174 211.65	76 211.65
2	536 907.07	87 330.37	174 211.65	86 881.29
3	430 853.06	75 166.99	181 221.00	106 054.01
4	309 951.49	60 319.43	181 221.00	120 901.57
5	165 114.35	43 393.21	188 230.35	144 837.14
6	0.00	23 116.00	188 230.35	165 114.35

b)

PER.	SALDO	INTERES	PAGO	AMORTIZACION
0	700 000.00	–	–	–
1	612 191.16	98 000.00	185 808.84	87 808.84
2	512 089.08	85 706.76	185 808.84	100 102.08
3	404 982.06	71 692.47	178 799.49	107 107.02
4	282 880.06	56 697.49	178 799.49	122 102.00
5	150 693.12	39 603.21	171 790.15	132 186.94
6	0.00	21 097.03	171 790.15	150 693.12

23) Elaborar una tabla para amortizar la suma de $900 000 en pagos semestrales durante 3 años, con la condición de aumentar cada año el valor de los pagos en $60 000 pero dentro de cada año el valor de los pagos permanecen constantes. Utilice una tasa del 38% CS.

PER.	SALDO	INTERES	PAGO	AMORTIZACION
0	900 000.00	–	–	–
1	853 410.44	171 000.00	217 589.56	46 589.56
2	797 968.86	162 147.98	217 589.56	55 441.58
3	671 993.38	151 614.08	277 589.56	125 975.48
4	522 082.56	127 678.74	277 589.56	149 910.82
5	283 688.69	99 195.69	337 589.56	238 393.87
6	0.00	53 900.86	337 589.56	283 688.70

24) Elaborar una tabla para amortizar la suma de $800 000 en pagos semestrales durante 3 años, pero que crecen cada año en $50 000, con una tasa del 42% nominal semestre vencido.

Respuesta:

PER.	SALDO	INTERES	PAGO	AMORTIZACION
0	800 000.00	–	–	–
1	759 028.06	168 000.00	208 971.94	40 971.94
2	709 452.01	159 395.89	208 071.94	49 576.05
3	599 464.99	148 984.92	258 971.94	109 987.02
4	466 380.70	125 887.65	258 971.94	133 084.29
5	255 348.71	97 939.95	308 971.94	211 031.99
6	0.00	53 623.23	308 971.94	255 348.71

25) Elaborar una tabla para amortizar la suma de $100 000 en dos años, mas un período de gracia muerto de 6 meses, con intereses al 30% CM, mediante pagos trimestrales iguales, pero con crecimiento anual de la cuota del 21% (escalonado). Además, se efectuará un pago extraordinario de $20 000, al final del mes 18.

PER.	SALDO	INTERES	PAGO	AMORTIZACION
0	100 000.00	–	–	–
1	107 689.06	7 689.06	0.00	– 7 689.06
2	115 969.34	8 280.28	0.00	– 8 280.28
3	108 929.75	8 916.95	15 956.54	7 039.59
4	101 348.89	8 375.68	15 956.54	7 580.86
5	93 185.13	7 792.78	15 956.54	8 163.76
6	64 393.65	7 165.06	35 956.54	28 791.48
7	50 037.51	4 951.27	19 307.41	14 356.14
8	34 577.52	3 847.42	19 307.41	15 459.99
9	17 928.80	2 658.69	19 307.41	16 648.72
10	0.00	1 378.61	19 307.41	17 928.80

26) Elaborar una tabla para capitalizar $200 000 en 3 años, más un período de gracia de un año, mediante depósitos semestrales ordinarios que crezcan cada año un 25%, pero dentro de cada año el valor de los depósitos es constante; además se efectuará un depósito extraordinario de $40 000 en el período 3. Suponga un interés del 32% CS.

Respuesta:

PER.	ACUMULADO	INTERES	DEPOSITO	INCREMENTO
1	7 894.12	–	7 894.12	7 894.12
2	17 051.30	1 263.06	7 894.12	9 157.18
3	69 647.17	2 728.21	49 867.66	52 495.87
4	90 658.58	11 143.55	9 867.66	21 011.21
5	117 498.29	14 505.34	12 334.57	26 839.91
6	148 632.59	18 799.73	12 334.57	31 134.30
7	172 413.80	23 781.21	0.00	23 781.21
8	200 000.00	27 586.20	0.00	27 586.20

27) Desea amortizarse la suma de $5 millones, en cuotas mensuales, durante 20 años, con la condición de aumentar cada cuatro años la cuota mensual en un 50%. Si suponemos una tasa del 32% efectivo anual, calcular el valor del primero y del último pago.

Respuestas: $90 966.36 y $460 517.19

28) Una deuda de $2 millones está siendo amortizada en pagos mensuales, durante 15 años, con intereses al 30% CM y crecimiento mensual de la cuota de $300. Hallar la distribución del pago 105, entre intereses y abono a capital.

Respuesta: intereses: $66 323.59; amortización: $4 111.98

29) Se está reuniendo la suma de $5 millones mediante depósitos mensuales durante 8 años. Si los depósitos aumentan de valor cada mes $200 y suponiendo un interés del 27% CM:

a) calcular el capital reunido hasta el período 63
b) ¿qué tanto del incremento al fondo en el período 64 es debido a intereses?.

Respuestas: a) $1 840 961.97; b) $41 421.64

30) Una persona se compromete a cancelar una deuda de $400 000, con intereses al 36% CT, mediante pagos trimestrales durante 10 años. Cada año, el valor de las cuotas crece un 15%, pero dentro de cada año la cuota no varía. Determinar el valor de la cuota número 14, su distribución entre intereses y abono a capital y el saldo insoluto, inmediatamente después de haberse efectuado el pago número 14.

Respuestas: valor de la cuota: $39 942; intereses: $48 590.21;
amortización: –$8 648.22; saldo: $548 539.49

31) Una deuda de $2 millones está siendo amortizada en pagos mensuales, durante 15 años, con la condición de incrementar la cuota cada año en un 18% pero dentro de cada año la cuota permanece constante. Suponiendo un interés del 27% CM, determinar:

a) el valor del primer pago;
b) el valor del último pago;
c) la deuda, inmediatamente después de haber efectuado el pago 100;
d) la distribución del pago 101.

Respuestas: a) $23 706.16; b) $240 552.22; c) $4 976 930.72;
d) interés: $111 980.94, amortización: – $22 872.81

32) Elaborar una tabla para amortizar la suma de $700 000, en pagos semestrales, con las siguientes condiciones:

a) el primer año se otorga, como período de gracia muerto (significa que no hay pagos y los intereses que se causan se abonan a capital)
b) el segundo año se otorga como período de gracia con cuota reducida(significa que solo, se pagan intereses pero no hay abono a capital)
c) en los siguientes 2 años se efectuarán pagos semestrales ordinarios crecientes en un 15%

d) debe incluirse una cuota extra de \$50 000 en el período 6 (la cuota extra coincide con el segundo pago ordinario)
e) tasa de interés: 30% CS.

Respuesta:

PER.	SALDO	INTERES	PAGO	AMORTIZACION
0	700 000.00	–	–	–
1	805 000.00	105 000.00	0.00	–105 000.00
2	925 750.00	120 750.00	0.00	–120 750.00
3	925 750.00	138 862.50	138 862.50	0.00
4	925 750.00	138 862.50	138 862.50	0.00
5	809 328.94	138 862.50	255 283.56	116 421.06
6	587 152.18	121 399.34	343 576.10	222 176.76
7	337 612.50	88 072.83	337 612.51	249 539.68
8	0.00	50 641.89	388 254.39	337 612.50

33) Resolver el problema anterior, suponiendo que el crecimiento es escalonado anual del 15%.

Respuesta:

PER.	SALDO	INTERES	PAGO	AMORTIZACION
0	700 000.00	–	–	–
1	805 000.00	105 000.00	0.00	–105 000.00
2	925 750.00	120 750.00	0.00	–120 750.00
3	925 750.00	138 862.50	138 862.50	0.00
4	925 750.00	138 862.50	138 862.50	0.00
5	772 465.39	138 862.50	292 147.11	153 284.61
6	546 188.09	115 869.81	342 147.11	226 277.30
7	292 147.12	81 928.21	335 969.18	254 040.97
8	0.00	43 822.06	335 969.18	292 147.12

34) Elaborar una tabla para amortizar la suma de \$800 000, en valor constante, mediante pagos trimestrales, durante 15 meses, suponiendo un interés del 30% CT y que el índice de corrección monetaria permanecerá constante en el 8% efectivo trimestral.

Respuesta:.

PER.	SALDO	SALDO AJUSTADO	INTERES	PAGO	AMORTIZACION
0	800 000.00	864 000.00	–	–	–
1	781 249.68	772 469.65	64 800.00	213 550.32	148 750.03
2	599 770.52	647 752.17	57 935.22	230 634.35	172 699.13
3	447 248.49	483 028.37	48 581.41	249 085.09	200 503.68
4	250 243.60	270 263.09	36 227.13	269 011.90	232 784.77
5	0.00	0.00	20 269.76	290 532.85	270 263.09

35) Elaborar una tabla para amortizar la suma de $600 000, en cuatro pagos trimestrales decrecientes en $50 000; pero en valor constante, utilice un interés del 8% CT y suponga que la tasa de corrección monetaria permanecerá constante en el 22% CT.

Respuesta:

PER.	SALDO	SALDO AJUSTADO	INTERES	PAGO	AMORTIZACION
0	600 000.00	633 000.00	–	–	–
1	401 599.76	423 687.75	12 660.00	244 060.24	231 400.24
2	230 329.20	242 997.31	8 473.75	201 832.30	193 358.55
3	93 636.25	98 786.24	4 859.95	154 221.01	149 361.06
4	0.00	0.00	1 975.69	100 761.93	98 786.24

36) Elaborar una tabla para amortizar en valor constante la suma de $600 000, en 3 pagos anuales que decrecen anualmente en un 20%. Suponga que la corrección monetaria permanece constante en el 22% efectivo anual y que se cobra un interés del 10% efectivo anual.

Respuesta:

PER.	SALDO	SALDO AJUSTADO	INTERES	PAGO	AMORTIZACION
0	600 000.00	732 000.00	–	–	–
1	448 316.48	546 946.11	73 200.00	353 883.52	283 683.52
2	253 322.41	309 053.34	54 694.61	348 318.31	293 623.70
3	0.00	0.00	30 905.33	339 958.67	309 053.34

37) Suponga que en el problema anterior el gradiente es escalonado, con pagos semestrales.

Respuesta:

PER.	SALDO	SALDO AJUSTADO	INTERES	PAGO	AMORTIZACION
0	600 000.00	662 721.66	0.00	0.00	0.00
1	537 363.45	593 537.33	32 346.68	157 704.89	125 358.21
2	448 316.46	495 181.72	28 969.87	174 190.74	145 220.87
3	365 431.00	403 631.73	24 169.25	153 919.97	129 750.72
4	253 322.37	279 803.70	19 700.80	170 010.16	150 309.36
5	143 234.71	158 207.91	13 656.90	150 225.89	136 568.99
6	0.00	0.00	7 721.95	165 929.92	158 207.91

38) Una casa tiene un valor comercial de $8 millones, se puede adquirir con una cuota inicial del 35% y el saldo se financia a 18 años por el sistema de cuota constante en UPAC. Si la tasa en UPAC es del 7% CM y el cambio actual es: UPAC = $2 000

a) ¿Cuál es el valor de las cuotas mensuales en UPAC?
b) Si la corrección monetaria es del 22% nominal mes vencido ¿cuál es el valor de las cuotas 1,2,12 y 60?

Respuestas: a) 21.2031 UPAC; b) $43 184; $43 975; $52 736; $126 133.

39) Una casa tiene un valor comercial de $8 millones, se puede adquirir con una cuota inicial del 25% y el saldo se financia a 14 años mediante cuotas mensuales en UPAC que decrecen un 10% cada año (escalonado decreciente en UPAC). Si la tasa en UPAC es del 7% CM, la corrección monetaria se supone constante en el 22 nominal mes vencido y el cambio actual es UPAC = $ 2 500 ¿cuál es el valor de las cuotas primera, segunda y última?

Sugerencia: utilice una tasa de corrección monetaria del 1.833333% efectivo mensual y 0.583333 efectivo mensual y del 7.229% como equivalente anual.

Respuestas: r_1 = $92 948.88 r_2 = $94 652.94 r_{168} = $490 928.79

40) Un préstamo por valor de $3 millones a 15 años con una tasa del 2.75% efectivo mensual va ser amortizado en pagos mensuales durante 15 años con la condición de aumentar anualmente la cuota mensual en un 18% durante los primeros 8 años y de ahí en adelante las cuotas mensuales crecerán anualmente en un 12%. Calcular el valor de las cuotas durante el primer año y el valor da las cuotas durante el noveno año.

Respuestas: cuota mensual primer año $49 900.69
cuota mensual noveno año $178 032.24

41) Una empresa necesita cambiar de vehículo cada 3 años dando en parte de pago el vehículo usado y el resto se cancelará al contado con dineros provenientes de un fondo que paga el 33% nominal mes vencido. Calcular el valor del depósito mensual uniforme necesario suponiendo las siguientes condiciones:

a) el precio actual, del vehículo nuevo es de $6 millones y cada 3 meses aumenta de precio un 4.8%.
b) el vehículo ,que se compre actualmente, a pesar de su uso y debido a procesos inflacionarios sube de precio cada 3 meses a razón del 3.2%.

Respuesta: $29 491.33

42) Suponga que en el ejemplo anterior el fondo paga el 32% nominal trimestre vencido y se constituye mediante depósitos trimestrales crecientes en un 8%. Hallar el depósito en el fondo del primero y del último trimestre.

Respuestas: $63 452.34 y $147 947.94

43) Actualmente se contrae una deuda de $600 000 para ser cancelada al final de 2 años y mientras tanto se deberá pagar un interés del 40% CT. A fin de dar cumplimiento al pago de la deuda en su debida oportunidad se constituye un fondo de amortización que paga el 36% CT mediante depósitos trimestrales iguales.

a) calcular el costo trimestral de la deuda.
b) si en lugar de constituir el fondo de amortización se hace una amortización usando como cuota de amortización el costo trimestral de la deuda. ¿A qué tasa nominal capitalizable trimestralmente se estaría amortizando la deuda?

Respuestas: a) $114 404.13 b) 41.89% CT.

44) En el problema anterior. ¿Qué tanto del incremento al fondo en el período 7 es debido a intereses?

Respuesta: $36 837.38

45) Elabore una tabla para el fondo.

46) Una persona deposita $1 000 000 en un fondo de amortización que paga el 21% CM. Un año después comenzó a depositar en la misma cuenta $20 000 mensuales. ¿Cuánto tiempo tendrá que esperar para completar como mínimo $2 000 000?

Respuesta: 29 meses.

47) Una persona depositó $10 000 trimestrales en un fondo de capitalización que pagaba el 28% CT. Estos depósitos los hizo durante 5 años. A partir de ahí comenzó

a retirar por semestre vencido la suma de $50 000. ¿Durante cuánto tiempo podrá retirar?

Respuesta: infinitos retiros

48) Usted desea capitalizar $10 millones. Para eso abre una cuenta hoy con $100 000 en un fondo de capitalización que paga el 2% efectivo mensual y piensa depositar en esa cuenta $5 000 al final de cada mes. ¿Cuánto tiempo tendrá que estar haciendo estos abonos para que como mínimo alcance la meta que se propone?

Respuesta: 171 meses

49) Una deuda de $1 000 000 con intereses al 20% CS, se va a cancelar en pagos semestrales vencidos durante 10 años. Inmediatamente después de efectuar el pago 12 deudor y acreedor acuerdan suspender los pagos semestrales y cancelar el saldo de la deuda de un solo contado a su vencimiento con sus respectivos intereses. Para dar cumplimiento al pago se constituye un fondo de amortización mediante depósitos mensuales iguales que ganan un interés del 2.8% efectivo mensual.

a) ¿Cuáles son los derechos del deudor y acreedor inmediatamente después del pago 12?
b) ¿Cuál debe ser el valor de los depósitos en el fondo?

Respuestas: a) deudor $373 361.60; acreedor $626 638.40; b) $13 606.66