

## CARACTERÍSTICAS DO PENSAMENTO ALGÉBRICO EM ALUNOS CONCLUINTE DO ENSINO FUNDAMENTAL

Ednei Luis Becher, Claudia Lisete Oliveira Groenwald  
Escola E. Prudente de Moraes. Universidade Luterana do Brasil  
edneilb@terra.com.br, claudiag@ulbra.br  
Campo de investigación: Pensamiento Algebraico  
Brasil  
Nivel: Medio

**Resumo.** *Conhecer as características dos conhecimentos dos estudantes, com relação aos conteúdos, e como o processo de aprendizagem dos mesmos transcorre a priori, permite ao professor intervir de forma mais eficiente no processo de ensino e aprendizagem, mediando a construção e o desenvolvimento de competências, habilidades e conteúdos estudados. Este trabalho apresenta os resultados do mapeamento das competências e habilidades algébricas, que os estudantes do 2º ano do Ensino Médio apresentam com relação ao conteúdo de equações, de 1º e 2º graus, que são desenvolvidas nas séries finais do Ensino Fundamental. A experiência foi desenvolvida em uma escola da rede pública, no estado do Rio Grande do Sul, Brasil. Implementou-se uma abordagem com o uso de testes adaptativos com o sistema SCOMAX.*

**Palabras clave:** pensamento algébrico, matemática, ensino médio, álgebra

### Introdução

A Álgebra se constituiu ao longo do tempo como a linguagem da Matemática, e se por um lado, passou a ser um tema considerado como requisito básico na formação de um estudante e cidadão, por outro, tornou-se, ao mesmo tempo, um meio de exclusão social, devido às dificuldades que muitos estudantes têm em trabalhar, principalmente, com o simbolismo algébrico.

A Álgebra atualmente tem como característica, possuir como seu foco o estudo de relações matemáticas abstratas, incluindo fórmulas, equações e inequações, estudando também, conjuntos numéricos e não numéricos, além da resolução de problemas com as operações presentes em diferentes ambientes.

Lins e Gimenez (1997) entendem que a atividade algébrica se caracteriza pela resolução de problemas de Álgebra, independente de serem contextualizados ou não. Consideram também que toda atividade algébrica possui quatro características: conteúdos, notação, ação do pensamento e campo conceitual. Para esses autores a atividade algébrica resulta da ação do pensamento formal, assim o pensamento formal é algébrico.

Para Kaput (1999) a visão tradicional da Álgebra está relacionada com a aprendizagem de regras para a manipulação de símbolos, geralmente letras, simplificação de expressões algébricas e

resolução de equações. Como consequência, a álgebra escolar tem servido para ensinar, apenas, um conjunto de procedimentos que, para os alunos, não têm relação com outros conhecimentos matemáticos e nem com o mundo real. Além disso, na opinião daquele autor a Álgebra dedica-se a capacitar os estudantes para produzir seqüências de símbolos corretas e não se preocupa na compreensão dos conceitos e do raciocínio matemático. O raciocínio algébrico e o uso de representações algébricas como gráficos, tabelas e fórmulas são ferramentas intelectuais poderosas e, ainda segundo Kaput, é lamentável que os estudantes muitas vezes se afastem da Matemática por não compreenderem o significado dos conteúdos estudados, deixando de desenvolverem competências e habilidades ligadas ao simbolismo algébrico. Logo, para o autor, a grande questão que se coloca para os professores e pesquisadores em Educação Matemática, é como fazer a álgebra acessível a todos os alunos, dando ênfase a uma aprendizagem com compreensão, que não se limite à mera manipulação e repetição de procedimentos sem sentido.

Diante desse quadro, percebe-se que o estudo da Álgebra, sua compreensão e desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, vêm ocupando espaço há muito tempo nas pesquisas em Educação Matemática, o que se justifica, uma vez que, os processos de intervenção e mudança são obviamente muito mais eficientes quando se compreende o conceito e processo envolvido, em particular, quando estuda-se Álgebra, visto que a mesma é caracterizada como uma área com assuntos e aspectos específicos, que possuem uma linguagem e um modo próprio de pensar.

Neste trabalho apresentam-se os resultados do mapeamento das competências e habilidades algébricas, que os estudantes, do 2º ano do Ensino Médio pesquisados apresentam com relação ao conteúdo de equações, de 1º e 2º graus, que são desenvolvidas nas séries finais do Ensino Fundamental.

### **O pensamento algébrico**

O pensamento algébrico tem sido um conceito controverso, embora seja abordado por muitos autores, o que leva Lins e Gimenez (1997) a afirmarem que, não existe um consenso sobre o que é pensar algebricamente. Porém, o estudo das idéias fundamentais da Álgebra e o desenvolvimento do pensamento matemático são dois componentes do pensamento algébrico que têm sido discutidos por muitos (Driscoll, 1999; NCTM, 1989, 2000).

Entretanto existe convergência entre os pesquisadores/educadores matemáticos, no sentido de que, o pensamento algébrico consiste em um conjunto de habilidades cognitivas que contemplam a representação, a resolução de problemas, o uso das operações e análises matemáticas de situações tendo as idéias e conceitos algébricos como seu referencial.

O desenvolvimento do pensamento algébrico está ligado ao desenvolvimento do pensamento matemático que consiste em hábitos analíticos que capacitam a representação, o raciocínio e a resolução de problemas, bem como, a aprendizagem das idéias fundamentais da Álgebra, que contempla o domínio de conteúdos que devem levar ao desenvolvimento do pensamento matemático.

Para Godino e Font (2003), o professor deve ter compreensão da importância que a Álgebra e o pensamento algébrico têm no estudo da Matemática, afirmando que: o raciocínio algébrico implica em representar, generalizar e formalizar padrões e regularidades em qualquer aspecto da Matemática. E à medida que se desenvolve esse raciocínio, se vai evoluindo no uso da linguagem e seu simbolismo, necessário para apoiar e comunicar o pensamento algébrico, especialmente nas equações, nas variáveis e nas funções. Esse tipo de pensamento está no coração da Matemática concebida como a ciência dos padrões e da ordem, já que é difícil encontrar em outra área da Matemática em que formalizar e generalizar não seja um aspecto central. Em consequência, os professores em formação têm que construir essa visão do papel das idéias algébricas nas atividades matemáticas, e sobre como desenvolver o pensamento algébrico durante todos os níveis de ensino.

### O software SCOMAX

Na pesquisa realizada com o conteúdo de equações de 1º e 2º graus, foi utilizado o software SCOMAX, desenvolvido a partir de um convênio entre o grupo de Tecnologias Educativas da Universidade de La Laguna, em Tenerife, na Espanha e o grupo de Estudos Curriculares de Educação Matemática da Universidade Luterana do Brasil, ULBRA, em Canoas, Brasil.

O SCOMAX é um sistema de inteligência artificial, implementado em Java, que demonstra os resultados de um teste adaptativo individualizado, de cada nodo (conceito), de um mapa conceitual geral. Esse sistema informático faz a ligação do mapa conceitual ao teste adaptativo,

gerando o mapa individualizado dos conhecimentos prévios dos alunos investigados. O sistema utiliza probabilidade, utilizando Redes Bayesianas, para o teste adaptativo, conectando os conceitos com as perguntas e interligando-os através de um mapa conceitual, desenvolvido no software Compendium.

O professor desenvolve o mapa conceitual de acordo com a seqüência dos conteúdos desenvolvidos na escola, depois organiza-o interligando os conceitos, começando pelos conceitos prévios, avançando para os conceitos intermediários até atingir os conceitos objetivos, gerando assim o grafo que liga os conceitos ao teste adaptativo. O SCOMAX, a partir dos resultados obtidos pelos alunos, gera os mapas individualizados com o desempenho dos estudantes (Moreno et all, 2007).

### **A experiência**

Buscando determinar as características do pensamento algébrico, com o conteúdo de equações de 1º e 2º grau, apresentado por alunos concluintes do Ensino Fundamental, implementou-se uma experiência, utilizando o sistema SCOMAX, em alunos do Ensino Médio, uma vez que, a compreensão dos processos é fundamental para a melhoria das práticas de ensino e aprendizagem.

Utilizou-se um enfoque qualitativo, de acordo com Taylor & Bogdan (1984 citado em Santos Filho, 2002), segundo os quais, a pesquisa qualitativa rejeita a possibilidade de descoberta de leis sociais e está mais preocupada com a compreensão ou interpretação do fenômeno social. O objetivo foi identificar e mapear as competências e habilidades algébricas dos alunos, caracterizando o nível de pensamento algébrico, sem o objetivo de uma ampla generalização.

Esta investigação foi estruturada como um estudo de caso. Sendo os estudos de caso um modo de estruturar uma investigação que visa à compreensão de fenômenos que não se podem isolar do contexto e são “particularmente úteis onde alguém precisa compreender algum problema ou situação particular com profundidade” (Patton, 1987).

O experimento foi desenvolvido com a realização de um teste adaptativo, no sistema SCOMAX, em 12 alunos do Ensino Médio de uma escola pública, na cidade de Osório, Rio Grande do Sul, Brasil,

no ano de 2007. A idade média dos alunos era de 16 anos, e estavam no 10º ano de escolarização, cursando o segundo ano do Ensino Médio.

## Resultados

A partir dos dados obtidos, foi possível identificar erros como os descritos por (Socas, Machado, Palarea & Hernández, 1996). Por exemplo, ao resolver a questão proposta na figura 1:

Qual o resultado da expressão $3x + 4$ , se $x$ tiver um valor igual a 2?				
(a) 36	(b) 324	(c) 10	(d) 14	(e) 0

Figura 1: Questão do teste com equações do 1º grau

Na resolução desta questão 4 alunos resolveram essa expressão algébrica, assumindo que se  $x$  tiver um valor igual a 2, a resposta correta é 36. O que indica que os estudantes não têm clareza do significado e, também, não entendem a natureza do símbolo, tendo muitas vezes a concepção típica de que a Álgebra diz respeito à associação de termos, e de que cada termo tem um lugar. Esse tipo de erro segundo Socas et al. (1996) e Kieran (1992) podem ter suas raízes na interpretação da Álgebra como a aritmética generalizada, assumindo-se o uso de letras em vez de números na escrita de expressões gerais, que representam e/ou descrevem regras aritméticas, o que leva os estudantes a cometerem erros, nos quais as compreensões da aritmética e da álgebra se confundem.

Outro erro encontrado com frequência está relacionado, como mostrado na figura 2, com a troca de membros, também identificado por Socas et al. (1996), Kieran (1992) e Hall(2002) onde as evidências sugerem que muitos alunos que usam a transposição não estão operando com as equações, como objetos matemático mas, simplesmente, aplicando cegamente a regra que “muda de membro – muda de sinal”, conforme figura 2.

$$\frac{2x}{1} - \frac{x}{3} = x - 4$$

$$-2 - 6x = x - 4$$

$$-7x = x - 4$$

$$-6x = 4$$

$$x = \frac{4}{-6}$$

$$3m + 2(m+1) = 14 + m$$

$$3m + 2m + 2 = 14 + m$$

$$3m + 2m + m = 14 - 2$$

$$6m = 12$$

$$m = \frac{12}{6} = 2$$

Figura 2: Registros dos alunos durante a resolução de expressões e equações

No que se refere à resolução de problemas, o desempenho apresentado pelos estudantes que realizaram o teste, pode ser classificado como satisfatório, pois 8 estudantes obtiveram um bom desempenho, atingindo acima do mínimo requerido. No entanto, é importante observar que mesmo os alunos que resolveram problemas, como o apresentado na figura 3, utilizando uma notação algébrica adequada, encontraram a solução sem utilizarem uma resolução algébrica, caracterizando um pensamento matemático aritmético, baseado na estratégia de tentativa e erro, conforme exemplo da figura 4.

Enquanto uma agência cobra R\$ 60,00 por dia mais R\$0,52 por quilometro rodado para locar um carro, outra cobra R\$ 65,00 por dia mais R\$ 0,47 por quilometro rodado. Com relação ao preço, qual das agências oferece mais vantagens para percorrer, em um dia, uma distância de 90 Km?

Figura 3: Questão do teste de problemas

$$60 + 0,52 \cdot 90 = 0$$

$$60 + 46,80 = 0 \quad A = 106,8$$

$$65 + 0,47 \cdot 90 = 0$$

$$65 + 42,3 = 0 \quad B = 107,3$$

Figura 4: Registro dos alunos na resolução do problema

## Conclusões

Os resultados evidenciam que os estudantes pesquisados utilizam, na resolução das equações de 1º e 2º graus, o seu aprendizado de aritmética. Além disso, parece que os estudantes não percebem as diferenças entre a Aritmética e a Álgebra, pois os erros que foram identificados têm sua raiz no uso de procedimentos aritméticos, que são generalizados e adaptados pelos estudantes no estudo da Álgebra.

Outra característica importante está relacionada com a capacidade dos estudantes de resolverem problemas, que envolvem modelagens algébricas, que é uma das competências essenciais que se espera que um estudante desenvolva ao longo dos anos de escolarização. Aqui novamente se evidencia a forte influência da Aritmética, pois os estudantes, muitas vezes, no lugar de procederem a uma representação algébrica e posterior solução, para depois, determinarem os valores ou as relações que estavam sendo solicitadas, recorreram a soluções aritméticas. Esse fato pode ter suas raízes no uso de problemas artificiais, que são usualmente apresentados aos alunos (Fillooy e Sutherland, 1996). Assim o conhecimento adquirido na escola é visto pelos estudantes como um conteúdo teórico, sem conexão com a realidade, ficando restrito ao ambiente da sala de aula.

Diante dessa situação, ganha importância o período escolar conhecido como pré-álgebra, que conforme Kieran e Chalouh (1993) constitui-se em um momento crucial no processo de aprendizagem da Matemática, pois é quando ocorre a transição da aritmética para a álgebra.

Os resultados do experimento também demonstram, que esses alunos têm o seu aprendizado da Álgebra baseado na aprendizagem de técnicas de manipulação. Embora o conhecimento e o domínio de técnicas seja importante dentro do estudo da Álgebra, é importante também, um entendimento fundamentado dos conceitos e o posterior uso desses na resolução de situações problema.

Diante desse quadro, podemos concluir que esses estudantes não atingiram um nível de pensamento algébrico pleno, pois diante das estratégias utilizadas e dos erros cometidos, consideramos que eles apresentam características de transição entre a Aritmética e a Álgebra, pois no currículo escolar brasileiro a Aritmética é ensinada antes da Álgebra, isso porque embora esses estudantes demonstrem conhecer e manipular representações algébricas, ainda utilizam

abordagens aritméticas para resolver problemas, além de evidenciarem o uso de concepções aritméticas em contextos onde se espera abordagens algébricas.

### Referencias bibliográficas

Driscoll, M. (1999). *Fostering Algebraic Thinking: A Guide for Teachers Grades 6-10*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Fillooy, E., y Sutherland, R. (1996). Designing curricula for teaching and learning Algebra. In A. Bishop, K. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, y C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* Vol. 1, (pp. 139-160). Dordrecht: Kluwer.

Godino, J. D. y Font. V. (2003) *Razonamiento Algebraico y su Didáctica para Maestros*. Acesso em : janeiro de 2008 em: <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>. Granada, Espanha: Universidade de Granada.

Hall, R. (2002). *An analysis of errors made in the solution of simple linear equations*. Documento retirado em 10 de novembro de 2007 de [http://www.people.ex.ac.uk/PErnest/pome15/hall\\_errors.pdf](http://www.people.ex.ac.uk/PErnest/pome15/hall_errors.pdf).

Kaput, J. (1999). *Teaching and learning a new algebra with understanding*. Documento retirado em 21 de outubro de 2005 de <http://www.simcalc.umassd.edu/downloads/KaputAlgUnd.pdf>.

Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York: MacMillan.

Kieran, C. y Chalouh, L. (1993). Prealgebra: The transition from arithmetic to algebra. In D. Owers (Ed) *Research ideas for the classroom middle grades mathematics* (pp. 179-198). New York, NY: MacMillan.

Lins, R. y Gimenez, J. (1997). *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus.

Moreno, L., Gonzalez, E. J., Piñero, J. D., Popescu. B., Hamilton, A., Sigut. J., Torres. J., Toledo. J., Merino. J. y González. C. (2007). Hacia un Sistema Inteligente basado en Mapas Conceptuales Evolucionados para la Automatización de un Aprendizaje Significativo. Aplicación a la Enseñanza



Universitaria de la Jerarquía de Memoria. *XII Jornada de Enseñanza Universitaria de la Informática*. Tenerife.

NCTM (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. Reston, VA.

NCTM (2000) *Principios e Estándares para la Educación Matemática*. Trad. Manuel Fernández Reyes. Sevilla: Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.

Patton, M. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. Newbury Park, CA: Sage.

Santos Filho, J. C. y Gamboa, S. S. (1992) (Org.) *Pesquisa Educacional: quantidade-qualidade*. 5. ed., São Paulo: Ed. Cortez.

Socas, M., Machado, M., Palarea, M. y Hernández, J. (1996). *Iniciación al álgebra*. Madrid: Síntesis.