

DOI: 10. 12132/ISSN. 1673 - 5048. 2018. 0068

凹多边形区域覆盖无人机航迹规划方法

王自亮, 罗德林, 吴顺祥

(厦门大学 航空航天学院, 福建 厦门 361000)

摘要: 覆盖航迹规划技术对于提高无人机的目标搜索能力和正确完成任务能力具有重要的意义。针对凹多边形区域形状, 本文提出一种无人机覆盖算法, 该算法旨在协助无人机自主完成无遗漏地覆盖搜索给定区域。首先, 描述了如何选取无人机的飞行方向; 其次, 给出了如何将凹多边形转变为凸多边形的流程, 并详细说明无人机覆盖区域的过程; 最后, 通过仿真示例验证了算法的有效性与正确性。

关键词: 无人机; 航迹规划; 目标搜寻; 区域覆盖; 凹多边形

中图分类号: TJ760; V279 **文献标识码:** A **文章编号:** 1673 - 5048(2019)01 - 0095 - 06

0 引言

无人机(UAV)已经被广泛用于军用和民用领域, 航迹规划是保证无人机实现真正意义的“无人”的关键。覆盖区域作为无人机的重要任务之一, 要求无人机能够无遗漏地覆盖给定区域。

目前, 国内外对于无人机的航迹规划算法有大量的研究。文献[1-2]采用算法规划无人机的侦察路径, 无人机依照此路径飞行保证代价最小。文献[3]采用 Voronoi 图根据威胁源划分给定区域, 在此基础上计算出能够规避危险的路径, 保证无人机可以安全抵达目标位置。文献[4]提出了构造目标存在概率图, 采用遗传算法实现无人机的航迹规划。上述航迹规划的方法都是基于点到点的, 即无人机位置到目标位置, 没有实现无遗漏地覆盖给定区域。文献[5-6]采用之字形覆盖策略实现了无遗漏地覆盖凸多边形区域, 其中文献[6]提到将凹多边形进行凸分割后, 无人机再覆盖每个凸的子区域。在这两篇文献的研究基础上, 本文通过寻找最小宽度所对应的边从而确定飞行方

向, 并详细描述了无需将凹多边形区域先进行凸分割预处理, 无人机直接进入区域执行覆盖任务的算法。通过仿真示例验证算法的有效性与正确性, 并进行总结。由于无人机具有转弯半径的限制, 假设无人机的转弯半径和无人机上携带的探测器的探测半径相等。

1 航迹规划算法

1.1 飞行方向的选择

文献[7]给出了无人机在覆盖区域为凸多边形时飞行方向选取的证明, 即飞行路径平行于最小宽度所在的边时能够保证转弯次数最少。对于区域为凹多边形时, 飞行方向的选取和凸多边形的情况一致, 飞行路径仍然和最小宽度所在的边平行, 这样能够保证无人机完成覆盖任务且飞行路径最短。

对于凸多边形来说, 除去边的两个顶点, 剩余顶点总是出现在该边的一侧, 因此可以计算出多边形的最小宽度。而对于凹多边形来说, 由于没有上述特性, 因此, 需要先将凹多边形预处理, 转变

收稿日期: 2018 - 12 - 05

基金项目: 国家自然科学基金项目(61673327); 航空科学基金项目(20160168001)

作者简介: 王自亮(1994 -), 男, 安徽六安人, 硕士研究生, 研究方向为无人机协同作战、智能信息处理等。

引用格式: 王自亮, 罗德林, 吴顺祥. 凹多边形区域覆盖无人机航迹规划方法[J]. 航空兵器, 2019, 26(1): 95 - 100.

Wang Ziliang, Luo Delin, Wu Shunxiang. A UAV Path Planning Method for Concave Polygonal Area Coverage [J]. Aero Weaponry, 2019, 26(1): 95 - 100. (in Chinese)

为最小凸多边形，从而计算最小宽度以及确定最小宽度所对应的边。

通过遍历多边形的顶点来寻找凹多边形的凹点，并连接与该凹点相邻的两个顶点，从而将凹多边形转变为最小凸多边形。其中寻找凹点问题可以利用向量的叉积解决。假设存在两个向量，分别为 $P(x_1, y_1)$ 和 $Q(x_2, y_2)$ ，那么两向量的叉积可以表示为

$$P \times Q = x_1 \cdot y_2 - x_2 \cdot y_1$$

该值是一个标量，并且具有如下性质：

- (1) 如果 $P \times Q > 0$ ，向量 Q 在向量 P 的逆时针方向；
- (2) 如果 $P \times Q = 0$ ，向量 Q 与向量 P 共线；
- (3) 如果 $P \times Q < 0$ ，向量 Q 在向量 P 的顺时针方向。

如果多边形是凸多边形，任意相邻的三个点所构成的两个向量的叉积的符号总是相同的。而对于凹多边形，如果给定的顶点序列的顺序是顶点围绕多边形逆时针出现的，那么如果有三个顶点所构成的两个向量的叉积小于 0，其中这两个向量共有的顶点为凹点所在的位置，如图 1 所示。图 1 中，顶点的编号按照逆时针方向增大，设顶点的坐标为 (x_i, y_i) 。由于顶点是一个凹点，因此有：

$$(x_2 - x_1) \times (y_3 - y_2) - (x_3 - x_2) \times (y_2 - y_1) < 0$$

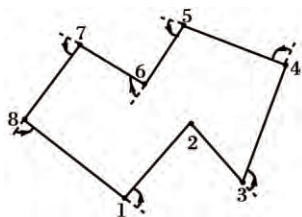


图 1 用向量的叉积判断凹多边形凹点所在位置

Fig. 1 Determination of the position of concave polygon concave point by the cross product of vector

图 2 为凹多边形转变为凸多边形的流程图，图 3 为将凹多边形转为最小凸多边形的一个实例。图 3(a) 中，多边形顶点序列为 $(1, 2, \dots, 9)$ ，其中顶点 2, 6, 7 所对应的内角大于 180° 。从顶点 1 开始遍历多边形的内角，当遍历到顶点 2 时，连接顶点 1 和顶点 3，并更新顶点序列，如图 3(b) 所示。继续遍历顶点，直到遍历到顶点 5，连接顶点 4 和顶点 6，去除顶点 5，此时顶点序列为 $(1, 2, \dots, 7)$ ，如图 3(c) 所示。从顶点 5 开始遍历，直到将多边形凹下去的区域全部填充。图 3(d) 为最终形成的凸多边形。

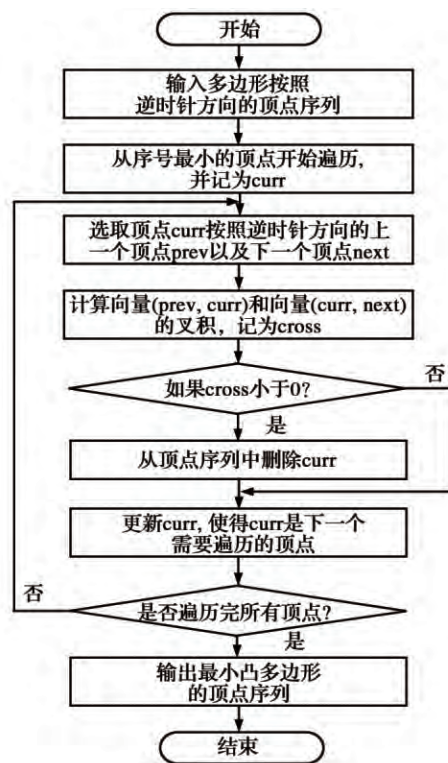


图 2 凹多边形转变为凸多边形流程图

Fig. 2 Flow chart of concave polygon transforming into convex polygon

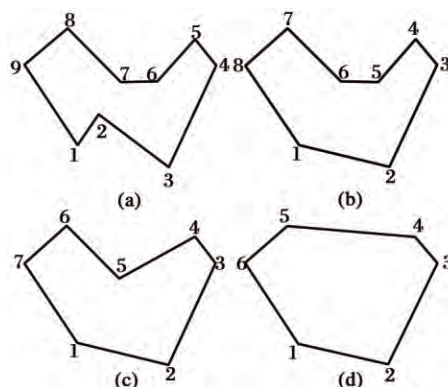


图 3 凹多边形转变为凸多边形

Fig. 3 Transformation from concave polygon into convex polygon

根据文献 [6] 中描述的方法可以计算出凸多边形区域的最小宽度，这里简要描述凸多边形最小宽度的计算方法。对于凸多边形来说，多边形都只会出现在其一条边的一侧，因此，对于每条边，除去该边的两个顶点，凸多边形的其他顶点与该边的距离中的最大值为该边所对应的跨度，而最小宽度就是所有跨度中最小的，并且称该边为最小宽度所对应的边。凸多边形的跨度如图 4 所示。图 4 中， sp_i 为边 $(i, i + 1)$ 的跨度，因此图 4 所示的多边形的跨度最小的为 sp_1 ，即最小宽度的大小为 $|sp_1|$ ，最小宽度所对应的边为 $(1, 2)$ 。

采用之字形覆盖策略,无人机的飞行路径将会和最小宽度所对应的边平行,因此,找到最小宽度所对应的边,就能够确定无人机的飞行方向。

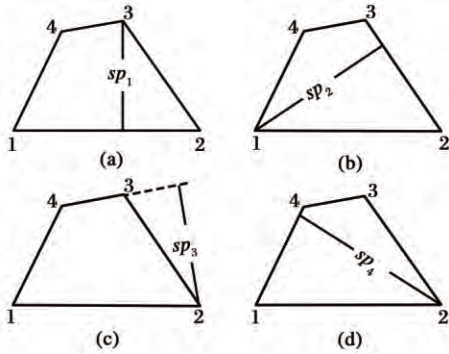


图4 凸多边形的跨度

Fig. 4 Span of convex polygon

1.2 无人机覆盖区域算法

1.2.1 飞行路径分析

本文采用之字形覆盖策略,无人机的飞行路径与最小宽度所对应的边平行。为了方便描述,将最小宽度所对应的边记为 E , 最小宽度记为 L , 无人机最小转弯半径和探测半径记为 R 。使用 $\left\lfloor \frac{L}{R} \right\rfloor$ 条平行于 E 且两两间隔为 R 的直线覆盖多边形区域。对所有直线按照与 E 的距离大小进行编号,距离最近的编号为 1, 并记为 $PL_i (i = 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{L}{R} \right\rfloor)$ 。每一条直线与多边形都有多个交点,记录与多边形的交点个数与交点坐标,并且交点出现的顺序和无人机起飞方向一致,即 PL_i 与多边形的交点集合为 X_i 。在此规定: (1) 如果存在一条直线过多边形的顶点,那么该顶点会在直线与多边形的交点集合中存在 2 个; (2) 如果存在一条直线与多边形的某一条边重合,那么其交点数为 2 且交点为该边的两个端点。因此,每一条直线的交点个数总为偶数。图 5 所示为间隔相等的平行线覆盖区域。图 5 中总共有 23 条与 E 平行的直线,其中从下至上第 23 条直线和顶点 8 重合, E 为顶点 1 和顶点 3 构成的线段。假设无人机起飞方向为从左至右,即从顶点 1 飞至顶点 3。图 5 中编号为 10 的直线 (PL_{10}) 与多边形共有 4 个交点,如图中实心黑点所示,从左至右将这 4 个交点记为 (x_1, x_2, x_3, x_4) , 此顺序和无人机起飞方向一致,因此当无人机飞行至区域的边界时,由于无人机具有转弯半径的限制,其需要作 180° 的转弯再次回到区域内部。转弯的过程中需要注意如何选取转弯点以保证不会产生遗漏区域,遗漏区域的产生如图 6 所示。

按照文献 [5] 选取无人机的起飞点、调头点、转弯点和终点能够保证不会产生遗漏区域。

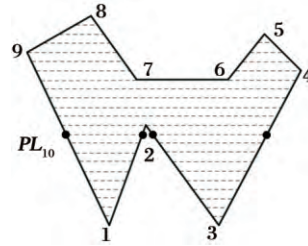


图5 间隔相等的平行线覆盖区域

Fig. 5 Parallel line coverage area with equal intervals

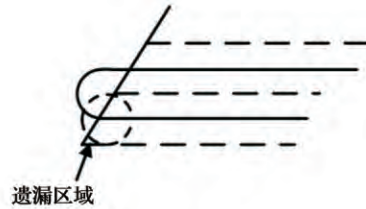


图6 遗漏区域的产生

Fig. 6 Generation of missing areas

1.2.2 覆盖算法分析

根据 1.2.1 节的规则计算出无人机的起飞点,无人机从起飞点开始飞行覆盖给定区域,此时,无人机的飞行路径将会和编号为 1 的平行线重合,即 PL_1 。当无人机到达区域边界时,无人机的坐标和集合 X_1 中的第 2 个点一样,无人机需要调头再次回到区域内部。无人机在飞行过程中,需要标记其已经访问过的平行线的交点,换言之,无人机每一次的直飞路径,都会标记其所在的平行线和编号加 1 的平行线与多边形区域的交点。当且仅当所有平行线的交点都被标记完,无人机才完成无遗漏覆盖给定区域的任务。平行线与区域的交点的标记如图 7 所示。图 7 中,无人机沿着最底部的平行线飞行,飞行方向从左至右,图中四个实心黑点为飞行路径所在平行线和其上一条平行线与区域边界的交点,这 4 个交点将会被标记为访问过。

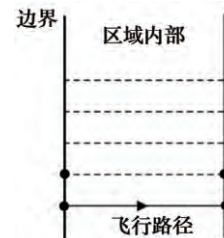


图7 标记平行线与区域的交点

Fig. 7 Mark of the intersection of parallel lines and regions

无人机按照上述过程飞行,即遇到区域边界后再次掉头进入区域内部。当无人机抵达编号最大或者编号次大的平行线后,判断是否有平行线

与多边形区域的交点没有被标记为访问过。如果全部被标记为访问过,就表示整个区域已经被覆盖;反之,无人机飞至交点未被全部标记访问过的编号最小的平行线,且无人机飞至的目的坐标为该平行线第一个未被标记的交点。

无人机在飞至目的坐标时,需要考虑到最小转弯半径的影响。该问题可以抽象为具有最小转弯半径为 R 的无人机从 A 点如何飞行至 B 点。其不仅和最小转弯半径有关,还和无人机在 A 点和 B 点的飞行方向以及 A 点和 B 点所在的平行线的距离有关。对于本文中的问题,无人机在 B 点的飞行方向总是和无人机选择的起飞方向有关,不妨将起飞方向标记为 1,那么 A 点和 B 点的飞行方向共有两种情况需要考虑,即 $(-1, 1)$ 和 $(1, 1)$ 。 A 点和 B 点所在的平行线记为 PL_A 和 PL_B ,那么这两条平行线的距离为 kR ($k = 0, 1, \dots$)。根据距离为 0, R 和大于等于 $2R$ 三种情况,且每种情况根据飞行方向存在两种情况,因此总共有六种情况,如图 8 所示。图 8 中的灰线是这六种情况下无人机从 A 点到 B 点的航迹。

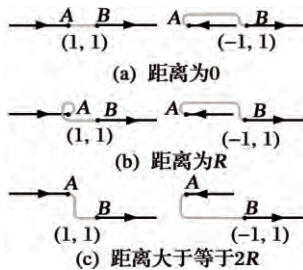


图 8 无人机从 A 点到 B 点
Fig. 8 UAV from point A to point B

根据上述分析,可以得到无人机覆盖凹多边形算法流程图,如图 9 所示。

2 仿真示例

给定多边形 P , 顶点个数为 15, 坐标如下:

$$V = (v_1, v_2, v_3, \dots, v_{15}) = \{(7, 0), (18, 0), (18, 2), (20.5, 3.2), (21.2, 5.7), (18, 11.3), (15, 5.5), (13, 13.3), (10.5, 12.5), (10.5, 7), (9, 7), (7.5, 10), (5.5, 5.2), (1.5, 4.4), (5, 2.5)\}$$

无人机的最小转弯半径以及探测半径为 0.5。将多边形 P 转变为最小凸多边形,从而计算出最小宽度所对应的边为 (v_1, v_2) , 最小宽度为 13.2, 因此总共有 26 条平行于 (v_1, v_2) 的直线,无人机根据这 27 条直线与多边形区域的交点对该区域进

行覆盖。图 10 为无人机的航迹仿真图,无人机的起飞方向为从 x 轴负方向到 x 轴正方向,图中无人机的航迹实现了无遗漏地覆盖该区域。

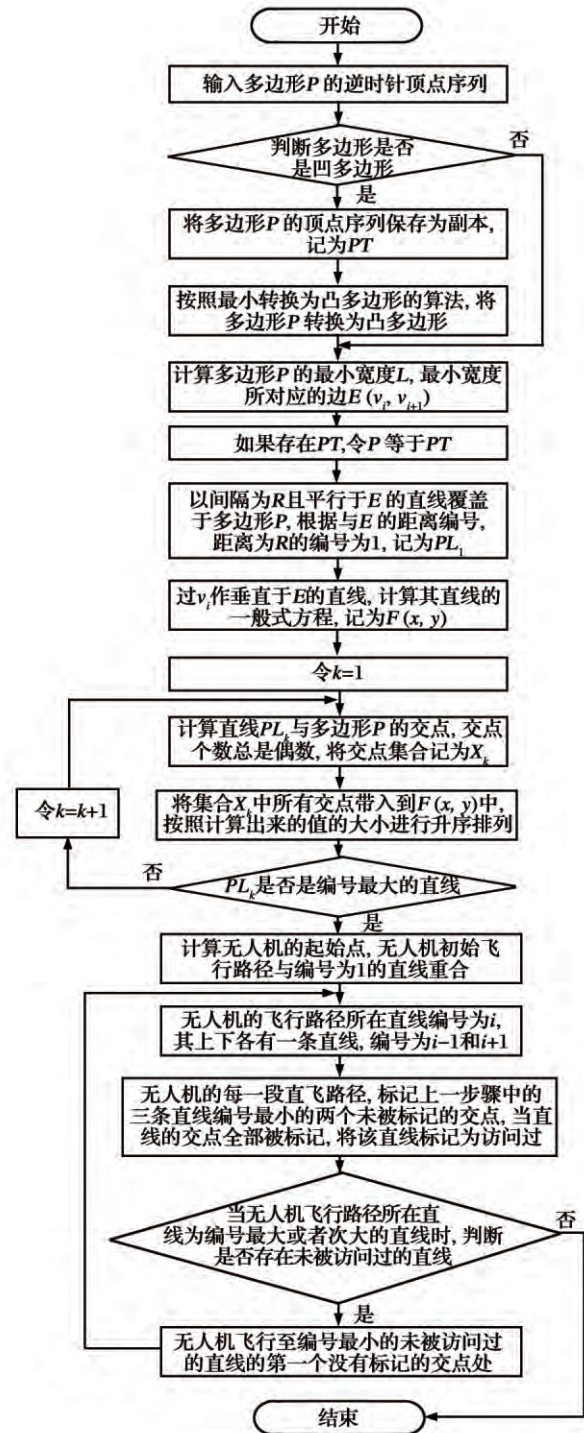


图 9 无人机覆盖凹多边形算法流程图

Fig. 9 Flow chart of UAV covering concave polygon

图 11 为选取 (v_5, v_6) 作为和飞行路径相平行的边时无人机的航迹仿真图,图 12 为选取 (v_{12}, v_{13}) 作为和飞行路径相平行的边时无人机的航迹仿真图。表 1 为选取不同的与飞行路径相平行的边时无人机的飞行距离。从表中可以看到,当无人机的

飞行路径和最小宽度所对应的边平行时,飞行总距离最短。

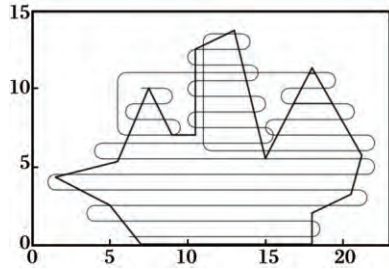


图 10 无人机覆盖凹多边形区域的航迹规划图

Fig. 10 Track plan of UAV covering a concave polygonal area

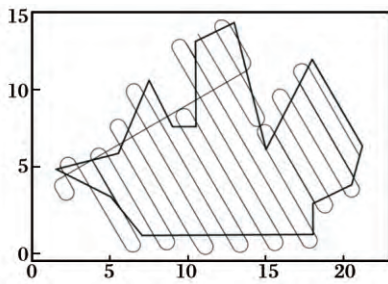


图 11 飞行路径和 (v_5, v_6) 平行的仿真实例

Fig. 11 Simulation example of flight path paralleling with (v_5, v_6)

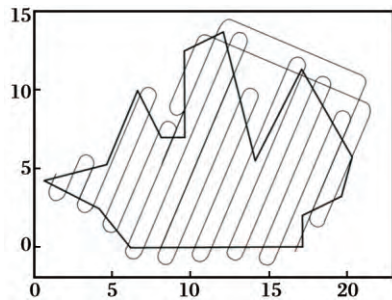


图 12 飞行路径和 (v_{12}, v_{13}) 平行的仿真实例

Fig. 12 Simulation example of flight path paralleling with (v_{12}, v_{13})

表 1 飞行路径不同时飞行距离的比较

Table 1 Comparison of flight distances in different flight paths

仿真组别	飞行路径所平行的边	飞行距离/km
1	(v_1, v_2)	123.24
2	(v_5, v_6)	137.62
3	(v_{12}, v_{13})	151.08

表 2 为三种不同覆盖算法对多边形 P 进行 10 次覆盖的平均飞行距离和运行耗时比较。其中凸多边形覆盖算法是先对区域进行最小凸多边形预处理,再对区域进行覆盖,而分割预处理是先将凹多边形区域划分成多个凸多边形,再分别对每个区域进行覆盖。可以看到,本文提出的算法的飞行

距离能够和分割预处理覆盖算法大致相等,但是算法的运行耗时能够降低 40%,与先进行最小凸多边形预处理再进行覆盖相比较,飞行距离得到显著下降,这是因为减少了无人机对不必要区域的覆盖,另外,算法的运行耗时情况增加也不明显。

表 2 不同覆盖算法的飞行距离和算法运行耗时比较
Table 2 Comparison of flight distances and algorithm operation time with different coverage algorithms

算法	飞行距离/km	算法耗时/ms
凸多边形覆盖算法	153.28	30
分割预处理覆盖算法	124.31	53
凹多边形覆盖算法	123.24	31

3 结 论

无人机的路径规划在许多领域具有重要的作用,本文对无人机覆盖凹多边形区域进行了研究。按照所提出的算法,能够保证无人机尽可能地少覆盖无需搜索的区域完成覆盖给定区域的任务,且不需要对区域进行凸分割处理,再让无人机对每个凸多边形子区域进行覆盖,实现无人机直接对区域进行覆盖。

多无人机协同完成任务是未来的研究趋势。本文仅仅描述了单架无人机覆盖凹多边形区域,对于多无人机协同覆盖搜索给定区域,首先需要按照无人机可覆盖面积大小对区域进行分割,文献[8]中给出了解决方案,分割好的每个子区域都分派一架无人机。随后每个子区域由其所对应的无人机完成覆盖搜索的任务,可以由本文提出的算法完成。

参考文献:

- [1] 张一豆,赵剡,魏彤. 基于改进的 A^* 算法的导盲避障路径规划策略研究[J]. 航空兵器,2017(3): 86-92. Zhang Yidou, Zhao Yan, Wei Tong. Improved A^* Algorithm for Obstacle Avoidance Path Planning Strategy of the Blind[J]. Aero Weaponry, 2017(3): 86-92. (in Chinese)
- [2] 宋雪倩,胡士强. 基于 Dubins 路径的 A^* 算法的多无人机路径规划[J]. 电光与控制,2018,25(11): 25-29. Song Xueqian, Hu Shiqiang. Multi-UAV Path Planning by Dubins-Path-Based A^* Algorithm[J]. Electronics Optics & Control, 2018, 25(11): 25-29. (in Chinese)
- [3] 史红玉,刘淑芬. 基于 Voronoi 图的无人机航路改进规划[J]. 吉林大学学报: 理学版,2018,56(4): 945-

952.
Shi Hongyu , Liu Shufen. Unmanned Aerial Vehicle Route Improvement Planning Based on Voronoi Diagram [J]. Journal of Jilin University: Science Edition , 2018 , 56 (4) : 945 - 952. (in Chinese)
- [4] 张莹莹,周德云,夏欢. 不确定环境下多无人机协同搜索算法研究[J]. 电光与控制, 2012, 19(2): 5 - 8.
Zhang Yingying , Zhou Deyun , Xia Huan. Cooperative Search Algorithm for Multi-UAV in Uncertain Environment [J]. Electronics Optics & Control , 2012 , 19(2) : 5 - 8. (in Chinese)
- [5] 于驷男,周锐,夏洁,等. 多无人机协同搜索区域分割与覆盖[J]. 北京航空航天大学学报, 2015, 41(1) : 167 - 173.
Yu Sinan , Zhou Rui , Xia Jie , et al. Decomposition and Coverage of Multi-UAV Cooperative Search Area [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronau-
- tics , 2015 , 41(1) : 167 - 173. (in Chinese)
- [6] 陈海,王新民,焦裕松,等. 一种凸多边形区域的无人机覆盖航迹规划算法[J]. 航空学报, 2010, 31(9) : 1802 - 1808.
Chen Hai , Wang Xinmin , Jiao Yusong , et al. An Algorithm of Coverage Flight Path Planning for UAVs in Convex Polygon Areas [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica , 2010 , 31(9) : 1802 - 1808. (in Chinese)
- [7] Araujo J F , Sujit P B , Sousa J B. Multiple UAV Area Decomposition and Coverage [C] // IEEE Symposium on Computational Intelligence for Security and Defence Applications(CISDA) , Singapore , 2013: 30 - 37.
- [8] Hert S , Lumelsky V. Polygon Area Decomposition for Multiple-Robot Workspace Division [J]. International Journal of Computational Geometry & Applications , 1999 , 8(4) : 437 - 466.

A UAV Path Planning Method for Concave Polygonal Area Coverage

Wang Ziliang , Luo Delin , Wu Shunxiang

(School of Aerospace Engineering , Xiamen University , Xiamen 361000 , China)

Abstract: Coverage path planning technology is of great significance for enhancing the abilities of target search and completing task correctly for the UAV. Aiming at the shape of concave polygonal area , this paper proposes a UAV coverage algorithm , which is designed to assist the UAV to autonomously complete the search for a given area without missing. Firstly , how to select the flight direction of the UAV is given. Secondly , the process of transforming the concave polygon into a convex polygon is given , and the process of the coverage area of the UAV is described in detail. Finally , the effectiveness and correctness of the algorithm are verified by simulation example.

Key words: UAV; track planning; target search; area coverage; concave polygon