

50639

N. 49.

MATHEMATIKAI
ÉS
TERMÉSZETTUDOMÁNYI
ÉRTESITŐ.

A M. TUD. AKADÉMIA III. OSZTÁLYÁNAK FOLYÓIRATA.

SZERKESZTI

KÖNIG GYULA

OSZTÁLYTITKÁR.

M. KIR. ÁLLAMI
ELSŐBŐ FŐGIMNÁZIUM
BUDAPEST

M. KIR. ÁLLAMI
ELSŐBŐ FŐGIMNÁZIUM
BUDAPEST

TIZENHETEDIK KÖTET.

1899.

BUDAPEST.

KIADJA A MAGYAR TUDOMÁNYOS AKADÉMIA.

1899

N.
~~131~~
~~1899~~

A BUDAPESTI
M. KIR. ÁLLAMI MÁRIA TERÉZIA-LEÁNYGIMNÁZIUM
TANÁRI KÖNYVTÁRA.



FRANKLIN-TÁRSULAT NYOMDÁJA.

TARTALOM.

	Lap
BAUER MIHÁLY: Adalék a véges csoportok elméletéhez	611
CSORBA GYÖRGY: Adalék az egész számok additív előállításának elmé- letéhez	189
DADAY JENŐ: Új-guineai szabadon élő nematodok	557
GÁSPÁR JÁNOS: Adatok a búzasikér chemiai összetételéhez	481
GENERSICH ANTAL: A hashártya-tömlőkről (peritonealis, retroperitonealis, omentalis és mesenterialis tömlők)... ..	293
GRÓSZ EMIL: A hátgerinczsorvadás következtében keletkező vaktság ...	523
HANKÓ VILMOS: Az ásványvizek összetételének ingadozása	367
— és GÁSPÁR JÁNOS: A magyar búza chemiai összetétele	374
HEGYFÖKY KÁBOS: A csapadék eloszlása napszakonként	490
HOOR MÓR: Újabb módszer váltakozó áramú indukciós motorok csu- szamlásának meghatározására	250
HÖGYES ENDRE: Újabb kísérleti adatok a fül és szem között létező reflex kapcsolatok ismeretéhez	449
KLUPATHY JENŐ: Kathod-sugarak nem homogén és forgó mágnesi térben	535
KORDA DEZSŐ: A mágnesség befolyása a vas hővezető képességére	169
KÖVESLIGETHY RADÓ: Az égi testek spektruma	112
— Az állócsillagok tengelyforgásáról	573
KÜRSCHÁK JÓZSEF: A variatio-számítás partialis differenciál-egyenleteinek transformatiojáról	457
MÁGÓCSY-DIETZ SÁNDOR: Kétszikű fűs növények béldiaphragmája	1
MOESZ GUSZTÁV: Krokóit Tasmaniából (I. tábla)	436
— Adatok a grönlandi lievrit kristálytani ismeretéhez	442
ÓNODI ADOLF: Adatok a gége idegeinek ismeretéhez	79
— A subcerebralis hangképző középpontról	467
— A gége-chorea (chorea laryngis) kérdése	589
PLÓSZ PÁL: Adatok a zsirképződés kérdéséhez a májban	157, 183
RÁDOS GUSZTÁV: Indukált helyettesítések csoportjai	44
— Az indukált helyettesítés karakteristikus egyenletének tényezőkre való felbontása	66
— Adalék az algebrai resolvensek elméletéhez	421

IV

	Lap
SCHLESINGER LAJOS: A Gauss-féle pentagramma mirificum	526
SCHULEK VILMOS: Védőüvegek az ibolyántúli fény ellen, fényhatástani tanulmányok alapján	510
STÄCKEL PÁL: A képzetes számok elmélete Bolyai János hátrahagyott irataiban	259
SZARVASY IMRE: Indulinok előállítása elektrolitikai úton	618
TANGL FERENCZ: Adat az emberi vizelet energiatartalmának ismeretéhez	545

KÉTSZIKŰ FÁS NÖVÉNYEK BÉLDIAPHRAGMÁJA.

MÁGÓCSY-DIETZ SÁNDOR I. tagtól.

Székfoglaló értekezés.

A növénytani kutatások egyik lényeges részét teszik azon élet-szövet-tani kutatások, melyek a növények anatómiai szerkezete s a növények életműködése közötti összefüggést kutatják. Tagadhatlan s eddig is számos kutatás eredménye bizonyítja, hogy az élettani s anatómiai tulajdonságok között szoros kapcsolat van¹. Ezen kapcsolatnak kimutatására hivatott egyrészt a kísérleti élet-tan, másrészt az összehasonlító anatómia; sok esetben csak mindkettőnek bizonyító erejével sikerül az említett kapcsolat és összefüggés kimutatása.

Ezen elvek alapján kísérlettem meg némely kétszikű fás növénynek sajátos tulajdonságát kideríteni. Ugyanis némely kétszikű fás növénynek pl. a *Vitis*-nek bele látszólag nem folytonos, mint a kétszikűeknél általánosan ismeretes, hanem a csomóknak megfelelőleg alakuló szilárdabb szövetrekesztők, diaphragmák által meg van szakgatva (1 – 11. kép), némelyeknél ezen megszakítás a csomó helyétől függetlenül van meg (12. kép).

A bél eme szerkezetének sajátosságát említi már *Duhamel-du Monceau*² és *Dupetit-Thouars*³ a nélkül azonban, hogy ponto-

¹ M. WESTERMAYER u. H. AMBRONN: Beziehungen zwischen Lebensweise und Structur der Schling- u. Kletterpflanzen. Flora. 64. Jrg. 1881. pag. 417.

² Physiques des arbres. I. pars. p. 34. 1758.

³ Histoire d'un morceau de bois. 1815.

sabb anatómiai szerkezetével s a növények sorában való elterjedésével foglalkoztak volna.

Részen erre is kiterjeszkedve, sőt már a bél élettani szerepével is foglalkozva, tárgyalja röviden a bél eme szerkezetének élettani szerepét *Arthur Gris*¹. Különösen ez utóbbi szempontból foglalkozik általában a csomóban levő béllal, beleértve ennek sajátságos szerkezetét is, *A. Prunet*.²

Ezen kutatók vizsgálatának eredménye röviden az, hogy a bél eme sajátságos szerkezete első sorban is a növények tartalék táplálék tartójául szolgál.

Készséggel elismerve eme jeles kutatók eredményének helyességét, mégsem tudtam teljesen megnyugodni abban, egyszerűen azért, mert eme szerkezet alakulása, előfordulása arra vall első pillantásra is, hogy a tartalék-táplálék felhalmozásán kívül még más élettani munka végzésére is hivatott a növény életében.

I. A bélrekesztők külső viszonyai.

A kétszikű fás növények bele a kétszikű növények szövet elkülönülésének megfelelőleg centralis hengert alkot, mely végig húzódik az egész növény szárán. A legtöbb növény bele teljesen egyöntetűnek látszik, mert hiszen kevés kivétellel a legtöbb növény bele jóformán egyforma polyedrikus alakú parenchym sejtekből áll, melyek a szár hosszában nagyjában sorban helyezkednek el, vékony falúak, vagy csak kevésbé vastagodott falúak, itt-ott rendszeren nagyon tág kerek-tojás alakú gödörkével s egymásközt apró sejtközi járatokkal.

A belsejtek fiatal korukban a cytoplasmán kívül bőven tartalmaznak vizet a benne oldott szénhidrátokkal, sőt még más nem lényeges alkotó részeket is, a tenyészet nyugalmi időszakában

¹ Mémoire sur la moëlle des plantes ligneuses. Nouv. archives de Museum d'histoire naturelle de Paris. T. VI. 1870. pag. 201—294. s kivonatosan az Annales des sciences naturelles. S. V. T. XIV. Paris, 1872. pag. 34—79.

² Recherches sur les nœuds et les entre-nœuds de la tige des dicotyledons. Ann. d. sc. nat. Ser. VII. T. XIII. pag. 302. Kivonatosan a Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Acad. des sciences. T. CX. jan.—juin. 1890.

pedig nagy mennyiségű keményítőt. Számos kétszikű növény van, melynél a bél egész terjedelmében megtartja életképességét, ez esetben sokszor sejtjei vastagfalúakká lesznek, de megtartják eredeti alakjukat s az élő sejtek valamennyien télen át, vagyis a növény nyugalmi időszakában tartalék táplálékot és kevés vizet, a tenyészés ideje alatt pedig bővebben, vagy majd kizárólag vizet tartalmaznak¹, pl. a *Quercus*, *Betula*, *Fraxinus* még 20 éves bele is².

Viszont mások bele már az első év vége felé elvesziti életképességét, sejtjeik tartalma eltűnik s a bélsejtek csak levegőt tartalmaznak; legfeljebb a víz mechanikus módon való szállítására alkalmasak még s a szár különböző részeinek statikus egyensúlyát tartják fenn.³ Különben pedig ezzel élettani szerepük be van fejezve, szövetük pedig elhalt.

Igy van ez azon esetekben, midőn a bél teljesen homogén sejtekből áll. Sőt megtörténik az ilyen növényekben az is, hogy a szártagok nyúlása folytán, a már osztódóképességüket elvesztett bélsejtek jó része szétszakadozik s a bél maga szakadozott lesz pl. *Juglans*, *Paulownia* (11. kép), vagy pedig egészen elvész s a szárban a bél helyét üres cső foglalja el, pl. *Lonicera* (10. kép). Ily módon viselkedik különösen a szárok azon bélrészlete, mely a szártagokban van.

Némileg eltérő anatómiai szerkezettel bír általában a szárnak azon bélrészlete, mely a csomóban helyezkedik el. Már *Gris*⁴ megkülönböztette a nodalis és internodalis bélt.

Igen sok növény belében, akár a csomóközi, akár a csomóban levő bélt tekintjük is, más, a rendes parenchyma sejtől eltérő sejtek fordulnak elő (heterogen bél); ezek között vannak olyanok, melyek kristályokat tartalmaznak, továbbá olyanok, melyekben keményítő vagy cersav van, de vannak olyanok is nagy számmal, melyek különösen sejtfaaik nagyobb mértékű vastagodása által tűnnek ki, ez utóbbiak egészen sklereidszerűek. Ezek egyes növé-

¹ PRUNET: Ann. d. sc. nat. Ser. VII. T. XIII. pag. 330—331.

² GRIS: Ann. d. sc. nat. Ser. V. T. XIV. pag. 31.

³ D'ARBAUMONT: La tige des Ampelidées. Ann. d. sc. nat. S. VI. T. XI. pag. 206.

⁴ i. h. 43. l.

nyek belében csak egyenkint alig észrevehető mennyiségben fejlődnek, más esetekben már nagyobb mennyiségben fordulva elő egész sejtfészkeket alkotnak¹, végre pedig előfordulhatnak oly nagy mennyiségben is, hogy a bélnek keresztbe álló kisebb-nagyobb területét foglalják el, jóformán megszakítva az egyöntetű szerkezetű bél folytonosságát. De úgy az internodalis, mint a nodalis bélben előfordulhatnak ilyen eltérő alkotású sejtekből álló lemezek, *bélrekesztőket* alkotva; így internodalis diaphragmával találkozunk a *Liriodendron* belében (12. kép). Legnagyobb mérvű fejlődésüket azonban a csomóban érik el, kisebb-nagyobb vastagságú *diaphragmákat* alkotva. Jelen értekezésemben csak azon kutatásaim eredményeit foglalom össze, melyek a jól kifejlődött, szabad szemmel is kivehető vastagsággal bíró s a csomóban elhelyezett diaphragmákra vonatkoznak.

A csomóban levő diaphragmákat konstatalta *Gris*² a következő növényekben: *Ficus Carica*, *Ulmus campestris*, *Vitis vinifera*, *Clematis Flammula*, *Lonicera Xylosteum*, *L. fragrantissima*, *Abelia rupestris*, *Berberis macrophylla*, *Malus communis*; összesen 9 növényben. Ezek közül azonban az *Ulmus campestris*, *Berberis macrophylla*, *Malus communis* szabad szemmel is kivehető bél-diaphragmáját én a rendelkezésemre álló növényekben nem tudtam megtalálni. Ellenben az átvizsgált néhány száz kétszikű fás növény közül világosan kivehető s jól kifejlődött csomós diaphragmát a következőkben találtam:

1. *Abelia rupestris* Lindl.
2. *Broussonetia papyrifera* Vent.
3. *Clematis Flammula* L.
4. " *tubulosa* Turcz.
5. " *Vitalba* L.
6. *Coronilla emeroides* Bois. et Spren.
7. *Deutzia crenata* S. et Z.
8. " *gracilis* S. et Z.

¹ Dr. J. WIESNER: Elemente d. Anat. u. Physiologie. II. Auf. Wien, 1885. p. 144.

² i. h. 53. l.

9. *Deutzia scabra* Thunb.
10. *Ficus Carica* L.
11. " *ulmifolia* Lam.
12. *Forsythia Fortunei* Lindl.
13. " *suspensa* Vahl.
14. " *viridissima* Lindl.
15. *Leycesteria formosa* Wall.
16. *Lonicera Alberti* Reg.
17. " *alpigena* L.
18. " *bella* Zabel.
19. " *brachypoda* DC.
20. " *Caprifolium* L.
21. " *chrysantha* Turcz.
22. " *fragrantissima* Carr.
23. " *gibbosa* W.
24. " *hispida* Pall.
25. " *iberica* M. B.
26. " *Ledebouri* Eschsch.
27. " *Kamschatica* Hort.
28. " *japoniga* Thunbg.
29. " *occidentalis* Hook.
30. " *orientalis* Lam.
31. " *Periclymenum* L.
32. " *pyrenaica* L.
33. " *Ruprechtiana* Reg.
34. " *tatarica* L.
35. " *Xylosteum* L.
36. *Paulownia tomentosa* K. Koch.
37. *Philadelphus pubescens* Lois.*
38. *Symphoricarpus orbiculatus* Mönch.
39. " *racemosus* Michx.
40. " *vulgaris* L.
41. *Vitis Berlandieri* Planch.

* Feltűnő, hogy a budapesti növénykertnek számos *Philadelphus*-fajaiban diaphragma nem fejlődött, csakis a *pubescens*-ben, melyet különben a kertészek *Deutzia sanguinea* Hort. néven ismernek.

42. *Vitis cinerea* Engelm.
 43. " *cordifolia* Michx.
 44. " *ficifolia* Bunge.
 45. " *Labrusca* L.
 46. " *riparia* Michx.
 47. " *rupestris* Scheele.
 48. " *Solonis* Engelm.
 49. " *vinifera* L.

összesen 49 faj növényben. Megjegyzem azonban, hogy csak azokat vettem figyelembe, melyeket élő anyagon vizsgálhattam meg, de a csomós diaphragma sokkal több növényen is előfordul, mert pl. DIPPEL¹ és KOEHNÉ² a *Vitis*-fajok legnagyobb részénél konstatalta a diaphragmát³.

A felsorolt fajok valamennyijének szárában a bél igen korán elhal, a belsejtek váza azonban sokáig megmarad, mint pl. *Vitis*, *Ficus*, *Broussonetia*-ban, ellenben más fajokban a belsejtek elhalván, elszakíttatnak, összeesnek s helyüket üres cső foglalja el, mint pl. *Forsythia* s a legtöbb *Lonicera* faj szárában, melyek közt azonban akad olyan is, melyben a bélnek megmaradt sejtvázból álló része mint bélés marad meg a cső falán, pl. *Lonicera tatarica*.⁴

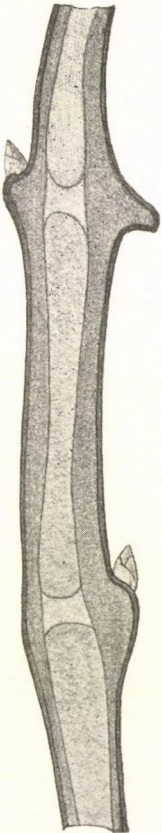
¹ Dr. L. DIPPEL: Handbuch der Laubholzkunde. II. Theil. Berlin, 1892. p. 544.

² Dr. E. KOEHNÉ: Deutsche Dendrologie. Stuttgart, 1893. p. 401. — E két munka még a következő fajokat sorolja fel, melyekben a diaphragma megvan: *Vitis candicans* ENGELM., *V. aestivalis* MICHX., *V. Thunbergi* S. et Z., *V. californica* BEUTT., *V. amurensis* RUPR., *V. palmata* VAHL., *V. Pagnucci* ROM., *V. Coignetiae* PALL., *V. rubra* MICHX.

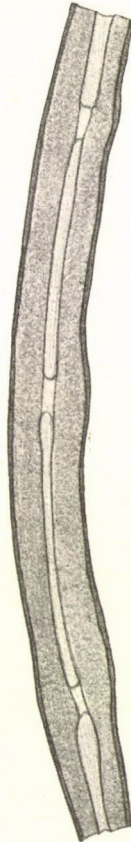
³ Dr. H. SOLEREDER: Systematische Anatomie der Dicotyledonen (Stuttgart, 1898.) című munkájának 43. lapján az *Anonaceae*-hez tartozó *Anona*, *Artabotrys* és *Xylopia*-genusokról állítja BAILLON nyomán, hogy belük kösejt diaphragmáktól szakaszolt, hasonlót említ saját vizsgálatai alapján az *Unona*, *Uvaria*, *Miluisia* és *Mitrephora*-ról s az *Uvaria scabrida* OLIV. belének hosszmetését is közli (40. l.). Ezen növények diaphragmája a *Liriodendron*-éhoz hasonló. Ugyancsak internodalis diaphragmákat említ a *Cleyera*, *Eurya*, *Freziera*, *Ternstroemia* és *Visnea*-genusok fajainak belében (153. l.).

⁴ Dr. A. DE BARY: Vergl. Anatomie d. Vegetationsorgane d. Phanerogamen u. Farne. Leipzig, 1877. p. 419.

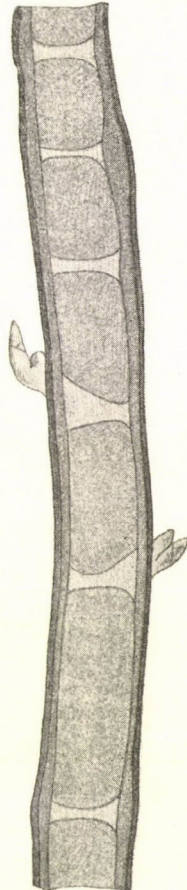
A legtöbbször közvetlen a diaphragmaig nyulik a cső.
A diaphragmák azonban, bár előfordulási helyüket illetően



1. kép. *Vitis vinifera*
L. hajtásának median
hosszmetszete. Vázla-
tosan.



2. kép. *Vitis vinifera*
L. hajtásának transver-
sal hosszsmetszete. Vázla-
tosan.



3. kép. *Ficus Carica*
L. egyéves hajtásának
hosszmetszete. Vázla-
tosan.

megegyeznek, mégis nagy változatosságot mutatnak kifejlődésük mértékét s alakját illetően.

A *Vitis vinifera* diaphragmája olyképen alakul meg, hogy a transversalis síkban felezett vesszőn többé-kevésbé egyenletes,

felül homorú, alul pedig sík, továbbá alsó felülete nagyobb, mint a felső (2. kép). Más alakot mutat azonban a median sík hossz-metszetén. Nevezetesen e metszeten a különböző csomók diaphragmája meglehetősen eltérő (1. kép). Így az olyan csomón, melyen csak levél állt, a levél oldalán jóval vastagabb, mint a másik oldalon; ellenben a kacsos csomón mind a két oldalon jóformán egyenlő, legfeljebb a leveles oldalon kissé vastagabb (1. kép). Ezen metszeten is a felső oldala homorú, az alsó pedig többé-kevésbé sík s mindig szélesebb mint a felső.

Hasonló jelenséget mutat a *Ficus Carica* diaphragmája (3. kép), vagyis ha közvetlen a levél insertio síkjának mediánján átmetszszük a diaphragmát, úgy a levél közelében a legszélesebb részét találjuk, ellenben a levéllel ellenkező oldalon a legkeskenyebb; ha pedig a most említett síkkal keresztbe metszszük, akkor majdnem teljesen egyenlő s ekkor két felülete jóformán egyenlően homorúnak látszik, ellenben a medián síkban az alsó felülete inkább sík, a felső ellenben ferdén homorú.

Ugyanezen jelenség ismétlődik azon csomókban, a melyeken csak egy levél foglal helyet, pl. a *Coronilla emerooides* (7. kép), sőt előfordul azon eset is, hogy a diaphragma át sem éri egészen a bélhengert, pl. a *Broussonetia* egy levelű csomóinak némelyikében (4. kép). Ezen két faj diaphragmáján még jobban látható az, hogy a levél felé eső oldalon tetemesen vastagabban fejlődik ki, mint az előzőkön, néha 2—5-szörösénél vastagabban. Ezen esetekben nagyon természetesen a diaphragma alakját határoló lapok ingadozóak, és pedig a szerint, hogy mily módon fejlődik ki a két ellenkező oldalon a diaphragma vastagsága.

Jellemző azonban e fajok diaphragmájára, hogy nem minden esetben fejlődnek ki ilyenformán. A *Coronilla emerooides* csomóiban gyakoribb az említett alak, de találni elég gyakran olyant is, melynek alakja még a levél insertio síkjának mediánjában is teljesen egyenlő oldalakat mutat s nem ferde (6. kép). Ellenben a *Broussonetia* csomóiban ritkább a félbe maradt diaphragma (4. kép), mint a minden oldalulag teljesen kifejlődött (5. kép), mit különösen azon csomókban találni, a hol a váltakozó vagy kétsoros levélállás a keresztbe átellenesbe megy át.

Az ilyen minden oldalra egyenlő módon kiterjedő diaphrag-

mával találkozunk a *Forsythia suspensa* és *Lonicera tatarica* (10. kép) csomóiban, melyeknek szártagjaiban azonban a bél fokozatosan eltűnik s helyét csak üres cső foglalja el. E kettőnél azonban daczára e megegyezésnek a diaphragma alakját illetőleg különbség mégis van.

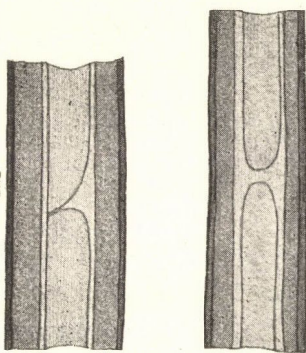
Nevezetesen a *Forsythia* diaphragmája meglehetősen hirtelen és élesen különül el a béltől, illetőleg a később helyét elfoglaló csőtől, s ezért határai vagyis felső és alsó lapjai igen sok esetben jóformán egészen síkok s majdnem derékszöveget alkotnak a bélt határoló részszel. Ellenben a *Lonicera tatarica*-n s a legtöbb *Lonicerán* a diaphragma lapjai homorúak (10. kép) s fokozatosan csatolódnak az üres cső falaihoz, továbbá az elhalt bél vékony rétegével vannak fedve. Az alakot illetőleg a kettő között áll s némileg hasonlít a szőlő diaphragmájához a *Clematis Flammula* diaphragmája, mely felül egészen homorú, alul pedig egészen sík, alul élesen különül el a béltől, felül ellenben fokozatosan megy át (13. és 20. kép). A *Deutzia* fajok diaphragmájának alakja a *Forsythia* és a *Lonicera tatarica*-éhoz közeledik, mert homorúsága sokszor oly csekély, hogy majdnem olyan alakú, mint a *Forsythia*-é, ellenben rendes alakja megközelíti a *Lonicera*-ét, csakhogy jóval keskenyebb bélmaradvánnyal van fedve. A diaphragmás növények fentebb közölt jegyzékében felsorolt fajok többé-kevésbé ezen említett diaphragma-typusoknak megfelelő diaphragmákkal bírnak.

A mint azonban a *Coronilla emeroïdes*-en nagyon ferde, a *Broussonetia*-n pedig félbe maradt diaphragma is kifejlődik, úgy a *Forsythia*, *Paulownia* és *Philadelphus*-on (8. kép) a diaphragma többé-kevésbé tökéletlen fejlődést is mutathat, a mennyiben a bél csövének kerületén mint kidagadt, többé-kevésbé magas párkány fejlődik ki, mely a középben nem ér össze s így a diaphragmát határoló két szártag belét, illetőleg a bél helyén alakult csövet nem zárja el egymástól. Némely esetben így fejlődik ki egyes csomókban a *Forsythia*-n (9. kép) és pedig vagy oly mértékben dagadnak meg a párkányok, hogy majdnem össze érnek, vagy pedig úgy, hogy egymástól jó távolra maradnak, előbbi esetben szűkebb, utóbbi esetben tágabb üreget hagyva meg középben. Az üreg azonban a legtöbb esetben nem esik középre, hanem kissé

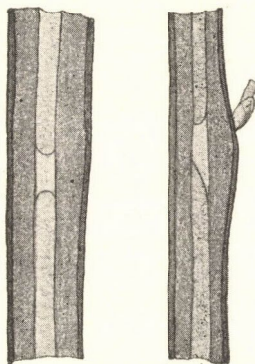


oldalt, a mennyiben rendszerint a párkány az egyik oldalon dagadtabb, mint a másikon (9. kép).

Míg e jelenség a *Forsythia*-n ritkább, addig a *Paulownia*-n gyakoribb s a teljes diaphragma a ritkább (11. kép), mely alakulásában a *Lonicera*-ra emlékeztet, úgy hogy a *Paulownia*-n a különben is szakaszosan megszakgatott belet választja el a teljesen kifejlődött diaphragma (11. kép), ellenben ha nem fejlődik teljesen ki, úgy a fokozatosan eltűnő bél helyét elfoglaló csatorna végre



4—5. kép. *Broussonetia papyrifera* VENT. félbe maradt és teljes diaphragmája. Vázlatosan.



6—7. kép. *Coronilla emroides* Bois. et SPRUN. egyenletes és egyenlőtlen diaphragmájának median hosszmet-szetei. Vázlatosan.

folytonos lesz s a diaphragma helyén sokszor csak kis, néha egészen csak egy oldalon fejlődött párkányszerű kidagadás vehető észre.

Végre a *Philadelphus*-on teljesen kifejlődött diaphragmát alig vagy egyáltalán nem is találni. A csomókban azonban a laza bél mindig szűkebb, mint a csomók közt (8. kép).

A *Vitis* és *Ficus* normalisan kifejlődött diaphragmáitól kezdve a *Philadelphus*-ig egész sora van a fokozatosan csökkenően kialakult diaphragmáknak, míg azután még némely más növényen a csomóban esetleg fejlődött s fészekszerűen csoportosult keményebb s vastagabb falu sejtek csoportjaiként van meg a diaphragma nyoma.

Ezen typosoknak megfelelőleg a diaphragma meglehetősen állandó, bár e tekintetben is a fajok némileg eltérően viselkednek. Így például a *Vitis*, *Ficus*, *Lonicera* és *Clematis* diaphragmája állandóan megtartja alakját, ellenben a *Broussonetia*, *Coronilla* már inkább változtatja, s még inkább változik a *Forsythia*, sőt a *Paulownia*-n ritkán találni egyformán kifejlődött diaphragmákat. E változások azonban a nevezett genusok nem csak egy fajának különböző egyedein, de egy fajnak ugyanazon egyedein is konstatalhatók.

Még nagyobb mértékűek azonban a változások a diaphragma szélességi s vastagsági átmérőjét illetőleg. A szélességi átmérő többé-kevésbé függ a bél megfelelő terjedelmétől, mert az internodális bélnél némi csekély mértékben minden esetben nagyobb a diaphragma átmérője.

Így például a *Ficus Carica* öt évi hajtásból álló ágán a következő szélességi méretekkkel birt:

- 1 éves 2—3 mm.
- 2 éves 3—5 mm.
- 3 éves 5—7 mm.
- 4 éves 6—7 mm.
- 5 éves 6—7 mm.

Ellenben a *Vitis vinifera*n

- 1 éves 2—3 mm.
- 2 éves 2—4 mm.
- 3 éves 3—5 mm.
- 4 éves 4—6 mm.
- 5 éves 5—6 mm.

Megjegyzem, hogy az átlagos méretek a *Ficus Carica* ugyanegy hajtása 52, a *Vitis vinifera* 44 diaphragmájának méreteiből származnak.

E méretekből következtethetünk arra, hogy a diaphragma megalakulása évétől bizonyos évek során át szélességi méreteiben nagyobbodik, hogy azután elérve szélességének maximumát, a

növény azt magas életkoráig megtartsa. E jelenség különben megegyezik azzal, a mit PRUNET* a kétszikű növények csomóiban levő bélről általában mond, hogy t. i. a szártag belénél tágasabb s hogy e tágaságot csak bizonyos idő múlva éri el.

Még nagyobb változatosságot mutat a diaphragma vastagsági átmérője és pedig úgy a különböző fajokon, mint egy s ugyanazon faj különböző egyedein, bár viszont bizonyos méretek határai között marad egy egyed s egy faj összes egyedeinek diaphragmája.

A fajok között a *Clematis Flammula* s a *Broussonetia papyrifera* bir a legvékonyabb diaphragmával, mert előbbin átlag alig éri el az 0·5 mm. vastagságot, utóbbin pedig 0·5—1 mm. közt váltakozik s vastagságuk olyan vagy alig éri el a bélhüvely rétegeinek vastagságát, holott a legtöbb diaphragma a bélhüvely rétegeinél jóval vastagabb. Ezekkel szemben állnak azután a legvastagabbak, mint a minők a *Coronilla emeroides*, *Paulownia*, *Forsythia*, *Lonicera*-éi, melyeken néha 8—15 mm. vastagságot is elérnek.

E méretekátlagos megállapításában azonban óvatosaknak kell lenni s nem szabad tekintetbe venni azon diaphragmát, mely az ágnak egyes évi hajtásait választja el egymástól, az ú. n. «hajtás közti bélt» (mœlle interraméale Gris**), mely sokszor tetemesen vastagabb s többé-kevésbbé más megítélés alá esik.

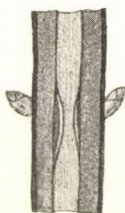
A vastagság ugyanegy fajon belül is mutathat ingadozást. A *Vitis* előbb említett 44 diaphragmájának és a *Ficus Carica* említett 52 diaphragmájának vastagsági mérete átlagosan 1—3 mm. közt ingadozott. Nagyon természetesen e mérésekben a diaphragma közepe volt irányadó, mely többé-kevésbbé a két szél közötti középértéket adja.

A *Ficus Carica* egyedein a különböző termőhelyeken meglehetősen egyenletesen marad meg a diaphragma vastagsága.

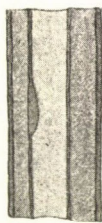
* Sur la structure comparée des nœuds et des entre-nœuds dans la tige des dicotyledons. Comptes rendus T. CX. jan.—juin. 1890. p. 594. Recherches sur les nœuds et les entre-nœuds de la tige des dicotyledons. Ann. d. sc. nat. Ser. VII. T. XIII. pag. 329.

** Nouvelles archives. T. VI. pag. 230—231. — Ann. d. sc. nat. Ser. V. T. XIV. pag. 43.

Ellenben a *Vitis* különböző fajain és egyedein nagyon változó. Vannak ugyanis fajok, melyek ez átlagos mértéknél vékonyabb diaphragmával bírnak, mint a *Vitis riparia*, *rupestris*, *Solonis*, s vannak olyanok, melyeken vastagabb a diaphragma, mint a *Vitis Labrusca*, *Vitis cinerea*. A fajták szerint is változik a *Vitis*-en a diaphragma vastagsága, mint az a *Vitis vinifera* vékonyabb és vastagabb diaphragmás hajtásaiból kitűnik. Különbözik a *Vitis* hajtásain a diaphragmák vastagsága változik még a szerint is, vajjon kacsos vagy kacstalan csomóban állnak-e? Nevezetesen a kacsos csomón mindig valamivel vastagabb, mint a



8. kép. *Philadelphus pubescens* LOISL. párkányszerű diaphragmája. Vázlatosan.



9. kép. *Forsythia suspensa* VAHL. félbe maradt diaphragmája. Vázlatosan.



10. kép. *Lonicera tatarica* L. egyenletes diaphragmája. Vázlatosan.

kacstalan csomón. Sőt ha figyelemmel vizsgáljuk ugyanazon egyed különböző évekből származó diaphragmáit, akkor is ingadozást találhatunk. Ez azonban csak kivételes. A *Vitis* fajokon, fajtákon s egyedeken a diaphragma vastagságának nagy mértékű ingadozását hajlandó vagyok egyrészt a kultúra, másrészt a nagy mértékű kereszteződésnek tulajdonítani. Hiszen annyira vagyunk ma még az elvadulva vagy látszólag vadon tenyésző *Vitis* fajokkal is, hogy egészen tiszta fajra alig tudunk akadni. A kereszteződés által pedig tudvalevőleg nemcsak a külső, de a belső tulajdonságok is változásnak vannak alávétve. Sokan hajlandók a diaphragmák változását az éghajlatnak és a kulturának is tulajdonítani. Ez

ugyan nem lehetetlen, de csak pontosabb megfigyelés és kivált kísérlet által igazolható.

Nem sorolom ezen változások körébe a diaphragmán mutató az t a jelenséget, hogy némely hajtás legalsó csomóin, továbbá a föld alatt fejlődött csomókon nem alakul ki, mint azt már PRUNET* is konstatálta.

E jelenségnek azonban már más elütő élettani és pedig inkább csak táplálkozásbeli oka van és épen ezért ezen említett csomók diaphragmája épen úgy nem vonható a csomóbeli diaphragmnak általános tárgyalásának keretébe, mint a hajtás közti diaphragma sem.

Összefügg ezen most említett élettani jelenséggel az is, hogy egy évi hajtás összes diaphragmái közül a hajtás melyik részén fejlődnek ki a legerősebbek. Legerősebb diaphragmának nevezem ugyanis azt, melynek szélességi s vastagsági átmérője aránylag a legnagyobb, s a melynél ez a legkisebb, a leggyengébbnek nevezem. E tekintetben úgy a *Ficus Carica*, mint a *Vitis vinifera* megegyező viselkedést mutatnak, a mennyiben a legerősebb diaphragmák mindig a hajtás közepén, ellenben a leggyengébbek a hajtás legalsó s legfelső csomóin foglalnak helyet.

Jelentős még a diaphragmának a csomóban való elhelyezkedése a csomón álló levéllel illetőleg rügyyel szemben is. Nevezetesen a diaphragma a legtöbb esetben úgy helyezkedik el, hogy annak oldala inkább a rügynek, mint a levélnek szolgál alapul (1., 2., 7., 8., 13. kép) s így vagy közvetlen a levél insertiojának transversal sikkja alatt kezdődik, vagy éppen a sikkal egy irányban, sőt egyes esetekben a sikk felett is.

Végül meg kell még jegyeznem, hogy a diaphragma mérésénél nem közönbös, vajjon friss állapotban, levegőn szárított, vagy végre vízzel tele ivódott állapotban mérjük-e? Az én adataim levegőn szárított diaphragmákra vonatkoznak. Mihelyt azonban a hajtásokat vízben áztatjuk, a diaphragmák vízzel ivódnak tele s különösen vastagsági méretük gyarapodik. A különböző víztartalommal egybefüggő vastagságbeli különbségekkel megegyező különbséget mutat a diaphragma télen s tavasszal.

* Ann. d. sc. nat. Ser. VII. T. XIII. pag. 333.

Ezen víztartalommal függ össze még a diaphragma állománya is, mert vizet tartalmazva, mindig lágyabb, mint egészen szárazon.

Különben is első látszatra a hajtások fájának keménységével bír, még pedig egész terjedelmében. Pontosabb vizsgálat azonban bebizonyítja, hogy valamivel lágyabb mint a fa. Viszont keresztben könnyebben metszhető, mint hosszában.

E tulajdonsága a diaphragmának szorosan összefügg a diaphragma anatómiai szerkezetével. Hogy azonban ennek a bél



11. kép. *Paulownia imperialis* S. et Z. diaphragmája és szakaszolt bele. Vázlatosan.



12. kép. *Liriodendron tulipifera* L. bele internodális diaphragmákkal. Vázlatosan.



13. kép. *Clematis Flammula* L. diaphragmája. Vázlatosan.

többi sejtjeitől való eltérő voltát és így jellegét minél határozottabban jellegezhessem, szükséges, hogy néhány vonással a kétszikű fás növények bélszövetét jellemezzem.

II. A bélrekesztők anatómiai viszonyai.

A bélszövet, általánosan szólva, tisztán parenchyma sejtéből áll, a melyek többé-kevésbé gömbölyűek vagy sokszögletűek s meglehetősen nagyok, és pedig a környező edénnyalábok faparenchyma sejtjeinél 4—5-szörte nagyobbak. Nagyságuk azonban nem egyenlő, mert középen helyezkednek el a legnagyobbak, a bél széle felé pedig fokozatosan kisebbednek (14. kép). Radiális

vagy tangenciális irányban rendszerint nem alkotnak sorokat, vagy csak bajosan kivehető radiális irányban való rendeződést mutatnak.

Ellenben a szár hosszában meglehetősen jól kivehető sorokat alkotnak¹. A sejtek közt kereszt-, de hosszmetsetben is jól kivehető sejtközi járatok vannak. Sejtfaluk a legtöbb esetben nem fásodik meg, de sok fás növényben jól mutatják a fareactiót². Többé-kevésbé vastagodott a sejtfal és pedig gödörkésen. A gödörkék elválasztó sejtfal közti lemez is kivehető sok esetben. A gödörkék többször kör-, vagy a körhöz hasonló alakúak, kerek, tojás alakúak. Elrendezésük sem a radiális, sem a tangenciális, sem pedig a horizontális falon nem mutat bizonyos rendet (14. kép). S csak némely faj belsejtjein találunk e tekintetben kivételt. A *Vitis* belsejtjeinek oldalfalain ugyanis a gödörkék törekvést mutatnak a szár tengelyére merőleges irányban való megnyúlásra³.

Ezen sejtek közt előfordulnak azután esetlegesen más eltérő sejtek is, minélfogva *Gris*⁴ homogen és heterogen bélszöveteket különböztet meg. Ezen megkülönböztetés azonban főképp a belsejtek élettevékenységére vonatkozik. Nevezetesen a legtöbb belsejt még az alakulás évében elhal, tartalma felszivódik s helyét levegő foglalja el (cellules inertes), viszont más esetekben sokáig (egészen 20 évig) megtartja életképességét (cellules actives)⁵ és évenként keményítő szemecskéket, cersavat stb. halmoz fel magában, mint tartalék táplálékot.

Ezen bélt veszi körül azután a néhány sejtrétegni vastagságú *béllüvely*, melynek sejtjei a bélhez tartoznak s melyek közvetlen érintkeznek az elsődleges nyalábrészekkel, illetőleg a *bélko-*

¹ Dr. A. DE BARY: Vergl. Anatomie der Vegetationsorgane der Phanerogamen u. Farne. Leipzig, 1877. p. 418. — GRIS i. m. p. 231.

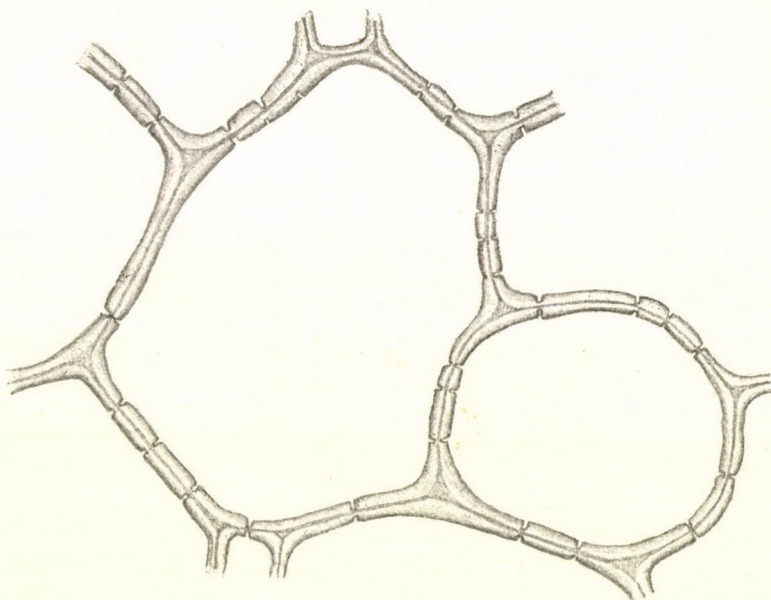
² KRASNER G.: Ueber das Mark einiger Holzpflanzen. Inaug. Diss. d. Universität Basel. 2 Taf. Breslau, 1884. — Dr. MENTOVICH FERENCZ: A bél néhány kúszó növénynél. Magyar Növénytani Lapok. IX. évf. 1885. pag. 65.

³ D'ARBAUMONT: La tige des Ampelidées. Ann. d. sc. nat. Ser. VI. T. XI. p. 256.

⁴ Ann. d. sc. nat. Ser. V. T. XIV. p. 30.

⁵ i. m. pag. 29.

ronával s ezek közt a másodlagos nyalábrészekkel¹. Éppen ezért a bélhüvelyt alkotó belsejtek némikép eltérőleg viselkednek a centralis henger belsejébe eső belsejtektől, a mennyiben radiális és merőleges sorokban rendeződnek, maguk a sejtek azonban többé-kevésbé még hasonlítanak alakjukban a belsejtekhez (15. kép). Faluk azonban tetemesen vastagabb, mindig fásodott s jól mutatja a kénsavas anilin vagy a phloroglucin reactiót. Sejtfalaik



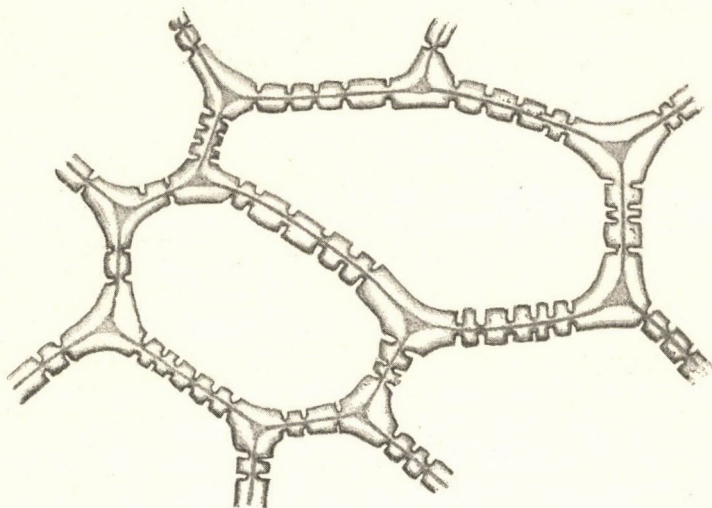
14. kép. *Vitis vinifera* L. szártagja belsejtjeinek keresztmetszete, 400 sz. n.

gödörkésen vastagodnak; a gödörkék vagy kör alakúak, vagy többé-kevésbé közelednek a hasíték alakhoz s nagyobb számúak, mint a belsejteken. A horizontális falakon jóformán rend nélkül, vagy csak nehezen kivehető rendben radiális irányban helyeződnek el. A hajtás hosszirányában álló falakon merőleges sor-

¹ Dr. A. DE BARY: *Vergl. Anatomie etc.* Leipzig, 1877. p. 419. — Dr. J. WIESNER: *Elemente d. Anatomie u. Physiologie.* II. Aufl. Wien, 1885. pag. 117.

kat alkotnak, melyek az elsődleges edényekkel egyközösek, de maguk a sejtek is többé-kevésbé megnyúltak a hosszanti irányban (20., 25., 26. kép). A gödörkék pedig inkább hasíték alakúak s a hosszanti fal irányában rendeződnek.

Igen sokáig élők maradnak s tartalmuk keményítő vagy más tartalék táplálék anyag, mely éppen úgy, mint a bélben, évente a tenyészeti időszak kezdetén felhalmozódik és a sejtekből eltűnik, hogy azután ismét a tenyészési időszak közepén és végén meggyűljön.



15. kép. *Vitis vinifera* L. bélhüvelysejteinek keresztmetszete, 400 sz. n.

A bélhüvely sejtjei s a bél sejtjei bár határosak, még sem mennek át egymásba fokozatosan, hanem a kettő közti határ igen éles s a két szomszédos eltérő sejtesoport egymással közvetlen érintkezik (25., 26. kép).

A bélsejtek csak az elsődleges bélsugár sejtekhez csatlakoznak fokozatos átmenettel és pedig akként, hogy a bélsejtek a bélsugár közelében fokozatosan megnyúlnak a sugár irányában, míglen a teljesen radiális sorokat alkotó bélsugár sejtek következnek utánuk. Ezen nyúlásnak megfelelőleg alakjuk is mindinkább téglalakúvá lesz, sejtfaluk pedig annál inkább vastagodik, mennél

inkább közelednek a bélsugár kezdetéhez, körülbelül a bélhüvely sejtek övének megfelelő távolságokban a bél közepétől.

A sejtfalak megtartják gödörkés vastagságukat, de a gödörkék inkább kerülék alakúak s a sejtek hosszában, illetőleg sugár irányban rendezkednek. A bélsejteknek a bélhüvely s a bélsugár szomszédságában azonban mindig kisebb a térfogatuk, mint a bél közepén. Ezeket a sejteket tekinthetjük tehát azoknak, melyek a bél s a kerületében elhelyezett szövetek közt az átmenetet alkotják s az összekapcsolódást létesítik.

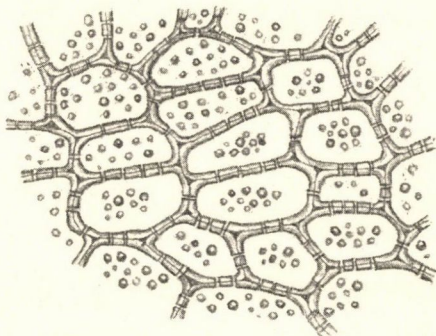
A míg azonban ily éles ellentétet találunk a bél s a bélhüvely sejtjei közt, addig a bélhüvely és a diaphragma sejtek közt kisebb a különbség, mint egyrészt a diaphragma sejtjei, másrészt a bél sejtjei közt. Nagyjában ugyanis a diaphragma sejtek, eltekintve az alaktól, egészen úgy viselkednek, mint a bélhüvely sejtjei.

A diaphragma közelében a bél sejtjei fokozatosan mennek át a diaphragma sejtjeibe, a mennyiben alakjuk, mely eddig három irányban jóformán egyenlően volt kifejlődve, lassankint csak tangenciális és radiális irányban tartja meg eredeti terjedelmét, a szár hosszúsági irányában azonban csökken s a sejt lapossá válik. Ezért van azután, hogy a diaphragma keresztmetszetében a sejtek többé-kevésbé megtartják a bélsejtek alakját, ellenben hosszmet-szetben azoktól elütnek (16—18. kép). Ennek következtében a sejtek a diaphragma hosszmet-szetében úgy tűnnek fel, mintha a radiális, illetőleg tangenciális irányban megnyúltak volnának s tekintve a sejt merőleges irányú átmérőjét, megnyúltaknak is kell tartanunk és pedig inkább a radiális, mint a tangenciális irányban (16., 19., 21., 22., 23. kép). A sejteknek eme megnyúlása azonban nem következik be egyenletesen minden faj diaphragmájában. Leginkább megnyúlt a *Vitis* (19. kép), *Broussonetia* (23. kép), *Clematis Flammula* (21. kép), *Deutzia gracilis* (22. kép) diaphragmájában; ellenben vannak egyes fajok, melyek sejtjei kevésbé nyúltak, mint a *Ficus* (16. kép), *Forsythia* és a *Lonicera* diaphragmájában.

Némely növényfaj diaphragmájában a sejtek valamennyien meg vannak nyúlva, mint a *Vitis* (19. kép), *Broussonetia* (23. kép), *Deutzia* (22. kép), *Clematis* (21. kép) diaphragmájában. A *Ficus* (16. kép), *Forsythia*, *Lonicera* diaphragmájában a nyúlt sejtek közt rövidebbeket is találunk, sőt a *Clematis Vitalba* diaphragma

sejtjei alig változtatták meg alakjukat s így alig ütnek el a belsejtek alakjától. Némely fajon a diaphragmasejtek legnyúltabbak a középben s a szélén (*Deutzia gracilis*), holott a legtöbbször a középső sejtek kevésbé nyúltak, s a szélük felé mindinkább nyúltabbak lesznek, pl. a *Clematis Vitalba* diaphragmájában majdnem gömb alakúak s azután fokozatosan megnyúlnak a kerület felé. A sejtek megnyúlása legkevésbé vehető ki a *Symphoricarpus racemosus* és az *Abelia floribunda* diaphragmájában.

A diaphragma sejtjeinek alakját áttekintve, azt mondhatjuk, hogy míg a belsejtek isodiametrikusak, addig a diaphragma



16. kép. *Ficus Carica* L. diaphragma sejtjeinek hosszszelvénye, 200 sz. n.

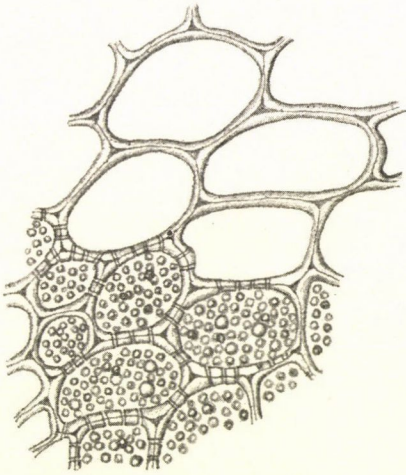
sejtjei a radiális és tangenciális irányban megnyúltak. Minden esetben áll azonban az, hogy a diaphragmák, legyenek sejtjeik akár egyenlő, akár eltérő alakúak, legyenek homogének vagy heterogének, a kétszikű fás növényekben sohasem tartalmaznak edénnyalábokat, mint az más növények diaphragmaiban konstatálható.*

Az alaknak megfelelőleg megváltozik amaz irány is, melyben a sejtek egymáshoz csatlakoznak s fokozatosan megváltozik a csatlakozás formája is. A belsejtek ugyanis, mint említém, inkább a hajtás hosszirányában mutatnak határozott sorokat, míg a dia-

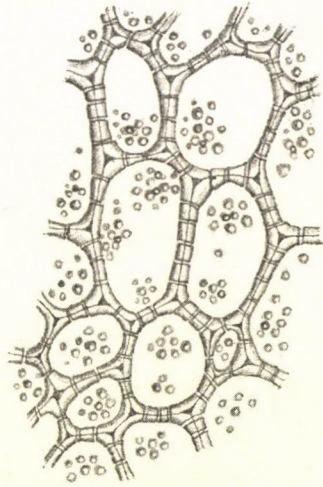
* Dr. A. B. FRANK: Lehrb. der Botanik. Leipzig, 1892. Bd. I. pag. 206—207. — Edénnyalábos diaphragmája van az *Equisetaceae*, *Gramineae*, *Umbelliferae* növényeknek, továbbá *Dipsacus*, *Taraxacum*-nak (?).

phragma sejtek többé-kevésbé megtartva ez irányt is, inkább a radialis irányban sorakoznak (16, 19, 21, 22, 23. kép), a mi különösen hosszanti metszeten vehető jól ki, bár vannak fajok, melyeken ezen sorakozás alig látszik.

Ezen sorakozásnak megfelelően a sejtek a belsejektől eltérő módon csatlakoznak egymáshoz. A belsejteknek horizontális falai többé-kevésbé egyközösek, nagyjában a diaphragmasejtek hori-



17. kép. *Ficus Carica* L. bélhüvely- és belsejteknek keresztmetszete, 200 sz. n.



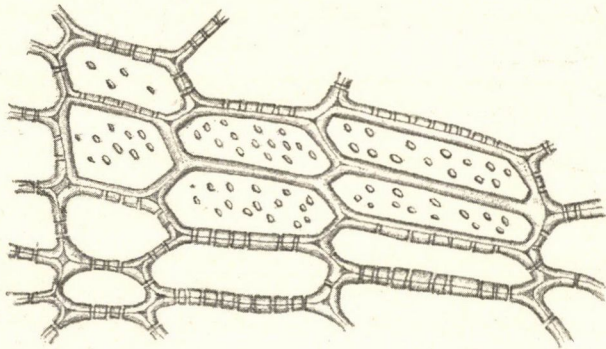
18. kép. *Ficus Carica* L. diaphragma-sejtjeinek keresztmetszete, 200 sz. n.

zontális falai is egyközösek, bár gyakori eset az, hogy ezen horizontális falak egymáshoz hajolnak.

A belsejteket egymástól elválasztó hosszanti sejtfalak jóformán egyközösek a hajtás hossz tengelyével. A diaphragmasejtek ezen oldalfalai többé-kevésbé oldalsó szomszédjaik közzé ékelődnek. A *Vitis* (19. kép), *Deutzia* (22. kép), *Clematis Flammula* (21. kép) sejtjei a csatlakozás e módját elég világosan mutatják, más fajokon, mint a *Ficus* (16. kép), *Broussonetia* (23. kép), *Forsythia*, *Lonicera*, a csatlakozás e módja kevésbé jut érvényre.

Még inkább elűtnek azonban a diaphragma sejtek a belsej-

tektől sejtfaiknak vastagodásában. Igaz ugyan, hogy a belsejtek fala is vastagodott, de ezen vastagodás jóval mögötte marad a diaphragma sejtjei vastagodásának. A diaphragma sejtjei különösen az oldalszélek felé mutatnak némely fajon nagyobb vastagodást, mint a középben, így van ez a *Vitisen* (19. kép), más fajokon ellenben ilyen eltérés nem mutatkozik, sőt a középben még vastagabb faluak a sejtek. S csak kivételes az olyan diaphragma, melynek sejtfaik nem jóval vastagabb faluak, mint a belsejtek, ilyen kivétel a *Lonicera Caprifolium* diaphragmája. A vastagodás itt is, mint a többi belsejteken, gödörkés. A belsejtek gödörkéi



19. kép. *Vitis vinifera* L. diaphragma-sejtjeinek keresztmetszete, 200 sz. n.

azonban kerekerek vagy többé-kevésbbé szabálytalanul megnyúltak (14. kép), s majdnem mindig minden rend nélkül helyeződnek el. A diaphragma sejtjeinek gödörkéi sohasem kerekerek, hanem mindig inkább kerülékesek, sőt hasíték alakúak, továbbá a horizontális falak kivételével — melyeken a rendszeres elhelyeződés nem állandó — mindig a sejtek nyúlása irányában sorakoznak és pedig úgy, hogy a hasítékok vagy egyközösek s keresztbe állók vagy pedig, a mi gyakoribb, ferdék (19. kép).

A diaphragma sejtjei alakjuknak megfelelőleg szorosan csatlakoznak egymáshoz s a belsejtekkel ellentétben kevés és nagyon szűk sejtközi járatokat alakítanak vagy ilyenek köztük egyáltalán nem is találhatóak (16, 18, 20, 21, 22, 23, 31, 32. kép).

A diaphragma sejtjei a diaphragma határolódásának megfelelőleg a bél, továbbá a bélsugár s a bélhüvely sejtekkel érintkeznek.

A bélsejtek a diaphragma sejtekbe fokozatosan átmennek az által, hogy alakjuk fokozatosan lapultabb, illetőleg nyúltabb lesz. Ezen alaki átmenettel ellentétben áll a vastagságban való éles ellentét, a mennyiben egy bizonyos határon érintkeznek a már nagyon vastagodott s a még nem vastagodott sejtek (21. kép); s ezen hirtelen való elkülönülés kifejlődik még azon esetben is, a midőn a diaphragma csak párkányszerűen alakul meg, mint a *Phaladclplus pubescens*-en (24. kép).

A bélsugárral a diaphragma sejtjei fokozatosan kapcsolódnak össze, a mint hogy a bélsugár sejtek is alaki s egyéb tulajdonságaikat illetőleg a diaphragmasejtekkel jóformán megegyeznek, kivéve, hogy a bélsugár-sejtek alakja határozottan téglalakú.

Ellenben a bélhüvely sejtjeibe az átmenet nem fokozatos, a mennyiben a diaphragma sejtjei radialis irányban, a bélhüvely sejtjei pedig hosszúsági irányban megnyúltak. Ugy, hogy az érintkezés helyén a kettő közt vagy a vázolt elhelyezésbeli különbség van meg, vagy pedig az érintkezés, illetőleg egybeolvadás helyein ferdén álló sejtek helyeződnek el (20. kép). A diaphragma sejtjeinek gödörkéi a hosszszelvény síkjában a radialis irányban helyeződnek el, ellenben a bélhüvely sejtjein a szár hosszában sorakoznak.

Egyben azonban megegyeznek úgy a diaphragma, mint a bélsugár és bélhüvely sejtjei, hogy tartalék táplálékkal telvék és pedig majd kizárólag keményítővel (17, 18, 22, 23, 24. kép), néha cseranyaggal, sőt zsirnemű anyaggal is, továbbá, hogy sejtfaik ép oly jól s világosan mutatják a fa reakcióit.¹

A diaphragmában a vázolt sejteken kívül találni más, a bélben is előforduló sejteket pl. kristálytartó sejteket (*Broussonetia*, *Forsythia* stb.), melyek a környező sejteknél rendszeren nagyobbak

¹ A csöves szárok bélkerületén álló szűkebb bélsejtek s az elsődleges bélsugarak parenchymájának alakbeli megegyezését DE BARY is említi: *Vergl. Anatomie* p. 419.

s faluk többnyire vékony marad, továbbá tejesöveket (*Ficus, Broussonetia*), melyek fala nem fásodik meg.

Az összes diaphragma sejtek képesek továbbá nagy mennyiségű vizet magukba foglalni. E képességükről könnyen szerezhetünk meggyőződést, ha mesterségesen kiszáritva, ismét vízbe helyezzük. Különben pedig a tenyészet ideje alatt, különösen annak kezdetén, a viktartalom mennyiségéről könnyen meggyőződhetni.²

A diaphragmasejtek jellemvonása sok tekintetben megegyező lévén a bélhüvely sejtjeivel, makroszkopi vizsgálatnál is azokkal azonosoknak tűnnek fel s a diaphragma mintegy a bélhüvely folytatásául tűnik fel.

III. A bélrekesztők alakulása.

A béldiaphragmasejtek helyzetüket s eredetüket tekintve tulajdonképen belsejtek, ezért alakulásuk s fejlődésük kezdetén a belsejtekkel azonosak.

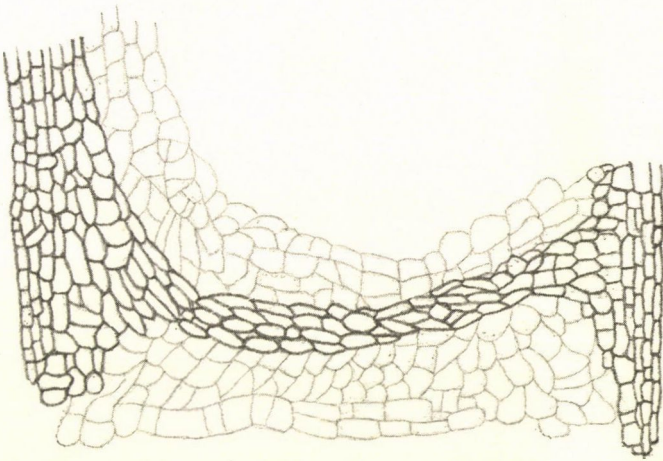
A tenyészőkupban s a legfelső levéldudorok alkotta csomókon a bél teljesen egyforma sejtekből áll s egészen egyöntetű. Még a tenyészőkúp illetőleg a végső rügy alatti 1 2 csomón át a bél ezen egyöntetűsége megmarad. A bél ilyenkor nagyon vékonyfalú, szorosan záródó merőleges, sőt némikép sugaras sorokban rendezkedő, a hajtás hossz tengelye irányában inkább rövidebb, tehát lapult parenchym sejtekből áll. Az alább eső hajtás részben azonban már igen korán bekövetkezik a szártagok megnyúlása intercalaris növekedés folytán. Ezen megnyúlás alatt főleg az internodalis belsejtek alakja változik meg, a mennyiben lapult alakjuk lassanként isodiametrikussá, sőt helylyel-közzel a hajtás hosszanti irányában megnyulttá válik s a schizogen sejtközi járatok is megalakulnak. Ámde a nodalis sejtek, miután a csomóban levő bél alig vagy csak nagyon kevésbé nyúlik meg, alig változtatják meg helyzetüket s alakjukat. Figyelemre méltó körülmény még, hogy míg ez időtájjban az internodalis belsejtek már véglegesen beszüntették osztódásukat, addig a hajtásrészlet ezen korában a nodalis sejtek még kisebb mértékben osztódnak.²

¹ A. PRUNET: Comptes rendus. T. CX. jan.—juin. 1890. p. 594.

² KRASSER i. m.

A megnyúlás e szakában, tehát az intercalaris növekedés kezdetén köszönt már be a még élő internodalis és nodalis bélsejtekben a vastagodás. A megnyúlás azonban még tovább tart s eljut a maximumához, a mi után az internodalis bélsejtek tevékenységüket fokozatosan beszüntetik, tartalmuk felszívódik s elhalnak, sőt a nagyobb mértékű megnyúlás folytán egymástól elszakítatva elhalnak, s helyüket üres cső foglalja el, vagy pedig a bél szakaszos lesz.¹

A csomó azonban maga igen kevésbé nyúlik meg s csakis az



20. kép. *Clematis Flammula* L. diaphragmája a bélhüvelylyel, median hosszmetset, 52 sz. n. Vázlatosan.

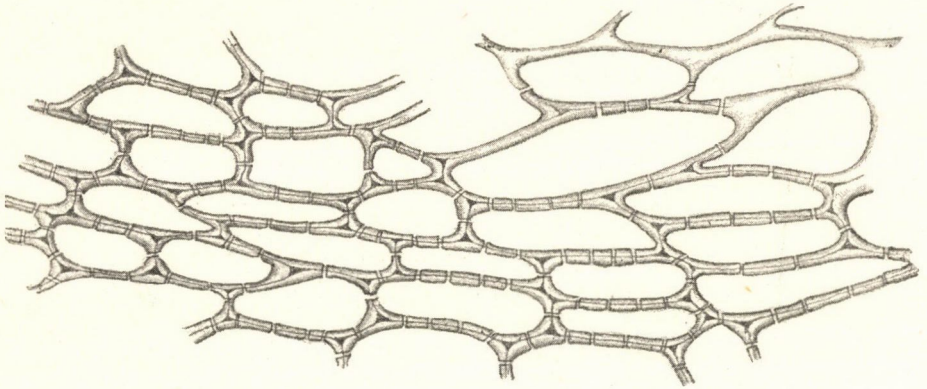
internodiumok nyúlása kezdetén, úgy, hogy az internodiumok még intercalarisán növekednek, ellenben a csomó már beszüntette nyúlását. A csomónak ezen nyúlása azonban nem bír befolyással a csomón belül eső bélsejtek alakjára, mert a nyúlás folytán származott tért az osztódás által keletkezett sejtek foglalják el.

Ebben az időszakban a diaphragma csakis a sejtek alakjában különbözik a többi bélsejtektől. Míg azonban a bélsejtek épen életük korlátoltsága folytán további vastagodásukat beszüntették,

¹ A. DE CANDOLLE: Anleit. z. Studium d. Botanik. Neubearbeitet von Dr. A. v. BUNGE. Leipzig, 1844. p. 40.

a béldiaphragma sejtjei vastagodásukat folytatják mindaddig, míg véglegesen meg nem alakultak s míg a tenyészeti időszak előre haladásával nem kezdődik meg bennök a tartaléktáplálék-anyagok felgyülése.

A diaphragma fejlődésének ezen folyamatát világosan megfigyelhetjük az őszszel fejlődött hajtások végső csomóiban: a keményítővel telt s fásodott vastagfalú sejtekből álló diaphragmák után következő fiatalabb diaphragma sejtjei már kevésbé teltek meg keményítővel. A keményítő-tartalom mennyisége csökken a dia-



21. kép. *Clematis Flammula* L. diaphragma sejtjei 200 sz. n.

phragma fiatalságával, vagyis mennél fiatalabb, tehát a hajtás végéhez mennél közelebb áll, annál kevesebb benne a keményítő tartalom. Végül következik olyan a hajtáson feljebb eső fiatalabb diaphragma, melyben nincs már semmi keményítő, de a sejtfalak még vastagok s fásodottak. Az ennél fiatalabb diaphragma sejtfalai még vastagodottak, de már nem fásodottak; míg végre a legfiatalabbak csak a sejtek alakjában különböznek a bél többi sejtjeitől. A legvégső s már a végrügyhöz tartozó diaphragma sejtjei semmiben sem ütnek el a többi bélsejtektől. Így van ez pl. a *Vitis* fajokon.

Nagyjában ez az általános képe a diaphragma, illetőleg a bél alakulásának.

Az általános módtól azonban számos eltérés van. Első sorban is ki kell emelnem azt, hogy a diaphragmasejtek differenciálódása némely fajon már a végrügy alatti csomón bekövetkezik (*Ficus*), más fajokon ismét csak a 4–5. csomón (*Vitis*).

A legtöbb fás növény bele tudvalevőleg az első év tenyészeti időszakának végén már elhalt (*Vitis*),¹ másoké még korábban következik be (*Ficus*), sőt vannak olyanok is, de nem a diaphragmával biró növények közt, melyek megtarják élettevékenységüket számos éven át (*Quercus*, *Fagus*). A csöves száruk alakulásában a szártagok vastagságban való gyarapodása a bél üregének szélességben való alakulását idézi elő, a mi utólag is észrevehető a bél külső sejtjeinek néhány rétegben való megmaradásán (*Lonicera*, 10. kép);² ellenben a szártag hosszanti nyúlása a belsejteket a hosszúság irányban egymástól elszakítja s így támad a szakaszos bél (*Juglans*), mely azután a további nyúlás folytán egészen szakgatott,³ kisebb-nagyobb terjedelemben üres lesz (*Paulownia* 11. kép), végre azután a nyúlás olyan mértékű lesz, hogy a szártag egészen csövéssé lesz (*Forsythia*), de csövéssé teheti a belet a szártag vastagságbeli és hosszúságbeli együttes gyarapodása is (*Paulownia*).

Az intercalaris nyúlás azonban nemcsak a belsejtekre hat módosítólag, de többé-kevésbé megszabja a diaphragma határát is. Tudvalevőleg az intercalaris nyúlás nem terjed ki egyenletesen s egyszerre a szártag minden pontjára. A legtöbb esetben a nyúlás maximuma a szártag közepénél valamivel feljebb esik, de eshetik ezen maximum a szártag csúcsa közelébe, sőt a szártag alsó részébe.⁴ Ha a nyúlás maximuma a szártag közepe tájára esik, akkor a diaphragmák felső és alsó lapja közel egyenlően fejlődik ki

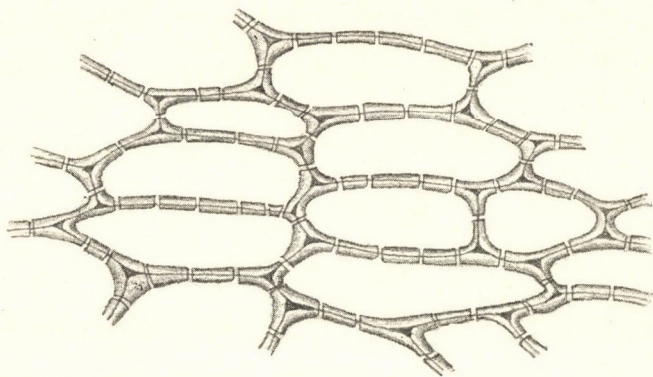
¹ D'ARBAUMONT: La tige des Ampelidées. Ann. d. sc. nat. Bot. Ser. VI. T. XI. p. 206.

² A. DE BARY: Vergl. Anatomie etc. Leipzig, 1877. pag. 419. — A. P. DE CANDOLLE: Vorl. ü. d. Botanik. Bd. I. Leipzig, 1828. p. 143. — A. DE CANDOLLE: Anleit. z. Studium d. Botanik. Leipzig, 1844. p. 40.

³ A. DE CANDOLLE i. m. p. 40.

⁴ PH. VAN THIEGHEM: Traité de Botanique. Paris, 1884. p. 264. — Dr. J. WIESNER: Elemente d. Anat. u. Physiologie d. Pflanzen. II. Aufl. Wien, 1885. p. 244.

(*Broussonetia*, *Forsythia*, *Lonicera*). Ha a nyúlás maximuma a szártag felső részébe jut, akkor a diaphragmák felső lapja sík, alsó lapja pedig homorú (*Ficus*), végül pedig, ha a növekedés intenzitása a szártag alsó részébe esik, akkor a diaphragma felső lapja homorú, alsó lapja pedig sík (*Vitis*, *Clematis Flammula*). E jelenségekről könnyű meggyőződést szerezni, ha a nyúlásban levő szártagokat egyenlő távolságban álló vonalakkal jegyezzük meg. A vonalkák ott fognak legtávolabbra esni egymástól, a hol a nyúlás a maximumot éri el. A jelenségről különben gyakorlati uton is szerez-



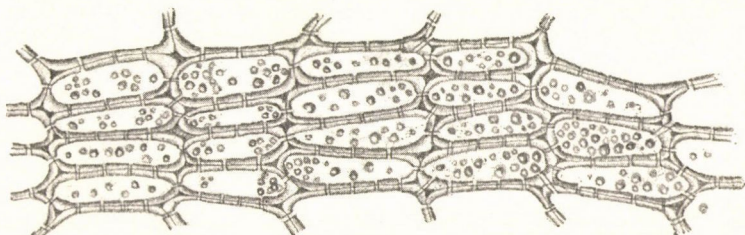
22. kép. *Deutzia gracilis* S. et Z. diaphragma sejtjeinek hosszszelvénye, 200 sz. n.

hetni tudomást; tudvalevőleg a szőlő zöld hajtása erős meghajlításkor igen könnyen törik el a csomó, tehát a diaphragma felett és pedig egyszerűen azért felette, mert itt van a szártag nyúlásának maximuma s egyszersmind a sejtek turgescentiájának maximuma, minélfogva a hajlításnak merevségüknél fogva legkevésbé képesek ellentállani s könnyen megtörnek. Ugyanakkor azonban a megfelelő diaphragma alatti szártag belsejtjei már többé-kevésbé elérték falvastagságukban a maximumot.

A mint a diaphragma sejtjei növekedésükben, faluk vastagodásában elérték teljes fejlettségüket, ugyanakkor elkezdődik bennük a keményítő szemecskéknek raktározása.

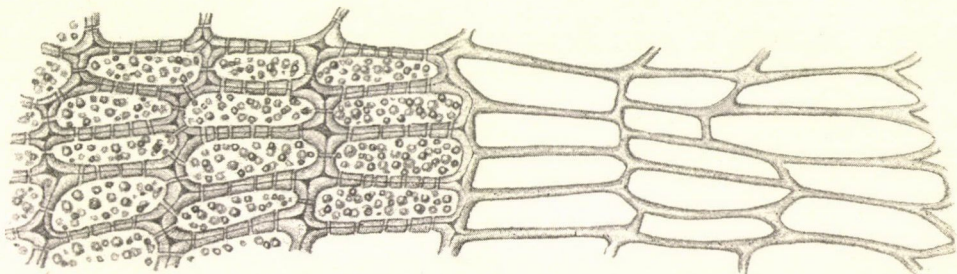
IV. A béldiaphragma jelentősége.

Az előbb vázolt anatómiai bélyegek annyira kiemelik a kétszikű fás növények béldiaphragma sejtjeit, hogy, miután a növényi



23. kép. *Broussonetia papyrifera* VENT. diaphragma sejtjeinek hossz-
metszete, 200 sz. n.

testet alkotó sejtek anatómiai bélyegei s a növény valamely élet-
tevékenysége közt mindig valamely határozott összefüggésnek



24. kép. *Philadelphus pubescens* LOISL. diaphragma párkány és medialis
bélsejtjei, hosszmetset 200 sz. n.

kell lenni, érdemesnek mutatkozik a kutatás ama életműködés
után, melynek teljesítésére a diaphragmák hivatvák.

Tekintettel az anatómiai bélyegekre s a növényi testben való elhelyezésükre, különösen két szempontból tehetjük vizsgálatunk tárgyává a diaphragmákat, nevezetesen a táplálék raktározása s a növény testének szilárdsága szempontjából.

1. *A béldiaphragma mint raktározó szövet.*

Az előbbiekben közölt vizsgálati eredményekből elegendőképpen kitűnik, hogy a diaphragma sejtjei a tenyészési időszak megszűntével, tehát a növények úgymondott nyugalmi időszakában keményítő szemcsékkel telvék, épen úgy, mint a velök érintkező bélhüvely, bélsugársejtek, vagy mint némely más fás növény sokáig életben maradó bélsejtjei.

Ezen keményítő szemcsék azonban a tenyészés megindul­tával, tehát tavasszal a fák fakadásakor eltűnnek, illetőleg felhasználódnak s helyüket nagyobbára víz foglalja el, úgy hogy bizonyos időszakban hiába keresünk bennök keményítő szemcséket. Ezeket e szerint csak tartalék táplálék anyagoknak lehet tartanunk s ezért a diaphragma sejteket raktározó sejteknek, az egész diaphragmát alkotó bélszövevszerű szövetet pedig *raktározó szövetnek*.

Ezen jelentőségét a diaphragma szövete nagyon sokáig megtartja. Ennek igazolására hivatkozhatom arra, hogy egy szerednyei 12 éves *szőlőtőke*, melynek gyökerein már a *Roesleria* élőködött s egy a budapesti növénykertben termett 20 éves *szőlőtőke* legalsó diaphragmájában is találtam még keményítőt. A *Ficus Carica* 5 éves, a *Forsythia suspensa* 8 éves diaphragmája még telve volt keményítővel a tél folyamán.

Hogy pedig benne nem jelentéktelen mennyiségben gyülik meg a tartaléktáplálék-anyag, kitűnik abból a jelenségből, hogy ha bennök nem halmozódik fel a raktározott táplálékanyag, akkor a közelében álló rügy fakadása elmarad. A *Lonicera occidentalis* Hook, *L. Kamschatica* Hort. azon csomóinak rügyei nem hajtottak ki, melyeknek diaphragma szövete nem tartalmazott keményítő szemcséket. Ugyanez tapasztalható a *szőlőn* is, melynek késő ősszel fejlődött hajtásvégei nem gyűjthetvén össze a kellő mennyiségű tartaléktáplálék-anyagot, nem is képesek rügyeiket

kifejlesztteni s tavasszal nem is hajtanak ki, eltekintve attól, hogy nem éredvén meg teljesen, a tél fagya által is könnyen elpusztulnak.

Ebből következik, hogy a diaphragmák raktározott táplálék anyaga első sorban is a csomón levő rügy táplálására szolgál. Ennek bizonyítását igen szépen láthatni a *Forsythia suspensa*-n, melynek kora tavasszal megjelenő virágaival ugyanegy időben tűnik el a bélsugarakból s a béldiaphragmából a keményítő, jóllehet még a bélhüvelyben s a faparenchyma sejtekben megvan, hogy azután a leveleket hordó hajtás fejlődésekor felhasználtságok. A szár tartalék keményítőjének felhasználási sorrendje, dr. A. FISCHER kutatásaival egybevetve, következő volna: a kéreg, a bélhatár (hüvely), bélsugár s a béldiaphragma s csak ezután a faparenchyma,¹ a mi az én megfigyelésemmel nem egyezik meg teljesen. Meg kell azonban jegyeznem, hogy ez csak azon csomókon van így, melyeken a virágok jelennek meg; a virágokat hordó csomók alatt levő diaphragmák keményítője virágzáskor még érintetlen s csak a levélrügyek fakadásakor kezd felhasználódni. A kifejlett leveleket hordó hajtások diaphragmaiban a keményítőnek sehol sincs nyoma tavasszal. Ellenben a többi növényeken, melyek előbb fejlesztik ki leveleiket, a levélfejlődéssel egyidejűleg tűnik el az összes diaphragmából a keményítő. Ennek a jelenségnek kell tulajdonítanunk a diaphragma alakbeli sajátosságát, hogy a levél illetőleg rügy alapja felé fordult oldalán — különösen, ha csak egy levelű csomóban fejlődik ki — jóval szélesebb, mint a többi részén (*Vitis*, *Ficus*, *Coronilla*).

A diaphragma sejteknek, mint víz reservoiroknak berendezését már PRUNET² is kimutatta s így ezen jelentőség vázolásától eltekinthetnek. Különböznél e körülmény ugyanazon szempont alá esik, mint a keményítőtől álló tartalék anyag raktározása. Mindkét anyag a beállandó szükséglet fedezésére szolgál. S így a diaphragma tulajdonképen kétféle anyag raktározására szolgáló szövet. És pedig e két anyagot két különböző időszaki változással

¹ Beitr. z. Physiologie d. Holzgewächse. Jahrb. d. wiss. Bot. 22. Bd. 1891. p. 110.

² Comptes rendus. T. CX. 1890. p. 594.

tartalmazza. Ugyanis fejlődésének első szakában, fiatal korában inkább vizet tartalmaz, majd kialakulva inkább csak keményítőt. A kialakult diaphragma végre a nyugalmi időszakban keményítőt, ellenben a tenyészetű időszakban, különösen elején inkább vizet tartalmaz. Víz tartalma azonban változik a szerint, a mint a növény kevesebb vagy többet szükségel.¹

Mellesleg emlitem fel, mint jellemző sajátosságot, hogy a bél diaphragma, mint raktározó szövet első sorban a közvetlen szomszédságába eső illetőleg a hozzá tartozó oldalképletek fejlesztésére lévén hivatva, sokszor bizonyos sérülések folytán egyszerűen nem telik meg tartaléktápláló-anyaggal s ebbeli feladatának nem felelhet meg. Különösen a diaphragma közelében ejtett sebek, még ha a tenyészetű időszak alatt úgy a hogy be is hegedtek, okozzák azt, hogy a közelükbe eső diaphragmák sejtjei nem telnek meg keményítő szemecskékkel. Ez az egyik oka azután annak, hogy egyesek azon esetben, ha a hajtás legtöbb rügyei ki is hajtanak, nem fejlődnek ki.

A diaphragmának mint raktározó szövetnek jelentősége annál is inkább fontos, mert a mint a fentebb közölt sorozatból kitűnik, olyan növényekben fordul elő, melyek különben nagyra fejlődött belének sejtjei vagy nagyon korán elhalnak, vagy pedig szétszakítás folytán elpusztulnak s így mint raktározó szövet nem bírhatnak jelentőséggel a növény táplálkozásában. Ezen elpusztult bél pótolják a rekesztők, melyeket az egész bél helyettesítőinek kell tartanunk.

A bél mint ilyen azonban csak élő állapotában bír jelentőséggel, mire már DE CANDOLLE,² HARTIG T.,³ GRIS,⁴ PRUNET⁵ stb. is rámutattak, de a diaphragmáknak az egész bélt pótló jelentőségét csak GRIS sejtette, de egész jelentőségében nem méltatta.

¹ PRUNET i. m. p. 594.

² A. P. DE CANDOLLE: Vorl. ü. Bot. I. Bd. 1828. p. 147.

³ THEOD. HARTIG: Vergl. Unters. ü. den Gehalt der wichtigsten Holzarten. Berlin, 1839. p. 211.

⁴ Ann. d. sc. nat. Ser. V. T. XIV. Paris, 1872. p. 53.

⁵ Comptes rendus. T. CX. jan.—juin. 1890. p. 594.

2. A béldiaphragma mechanikai jelentősége.

A béldiaphragma szövetének, mint raktározó szövetnek szerepéből azonban még nem magyarázható meg sejtjeinek sajátos alakja, elhelyezése, sejtfalainak vastagsága, a gödörkék elrendeződése, és magának a szövetnek is sajátos alakja. Hogy a diaphragma és sejtjei ezen sajátosságainak jelentőségét mérlegelhessem, fontolóra vettem a növények bizonyos szöveteinek ama jelentőségét, melylyel a növényi test szilárdságát hozzák létre.

SCHWENDENER¹ volt tudvalevőleg az első, ki az egyszikű növények specifikusan mechanikai berendezésével foglalkozott. Utána számosan tették a növények szilárdságát érző berendezéseket kutatás tárgyává. Ezek közt TSCHIRCH² rámutatott arra is, hogy nem csak a «specifikus mechanikai» sejtek, minők a háncrestok, libriform és collenchym, de egyáltalán «az erősen megvastagodott sejtek, melyek a növények tenyészési szerveiben előfordulnak, mechanikai functioval bírnak»³ s az ilyen vastagfalú sejteket megkülönböztetésül a *stereidáktól* (háncrest, collenchym, libriform) *scleroideknek* nevezi. Már pedig TSCHIRCH felfogása szerint mechanikai elemek mindenütt ott fejlődnek, a hol a megkívánt nyomási, húzási és hajlítási szilárdság szempontjából szükségesek s e mellett egészen közömbös, hogy minő szövetelemekből fejlődnek ki.⁴ Ezen tétel igazolását látja a kéreg vastagodott falú sejtjeinek szerepében.

A vastagfalú sejtek ilyenmő feladatát azonban nem könnyű minden esetben kimutatni, mert esetleg más feladat teljesítésére való berendezések által is el lehet takarva; de faluk vastagsága minden esetre azt mutatja, hogy mechanikai functioval bírnak vagy bírtak és semmi sem mutat rá, hogy csupán csak a táplálás céljából fejlődtek ilyenekké.⁵

¹ Das mechanische Princip im anat. Bau d. Monocotylen. Leipzig, 1874.

² Beitr. z. Kenntniss d. mech. Gewebesystems d. Pflanzen. Jahrb. f. wiss. Botanik. Bd. XVI. 1885. p. 73.

³ i. m. pag. 306.

⁴ i. m. pag. 304.

⁵ TSCHIRCH i. m. p. 306.

A diaphragmákat alkotó sejtek bár nem mondhatók teljesen stereideknek, de szerkezetükben, elhelyezkedésükben sok olyan bélyeget találunk, mely egyenesen mechanikai jelentőségükre vall. Ilyen bélyegnek kell tartanom a diaphragma sejtjeinek radialis irányban nyult alakját,¹ továbbá a sejteknek többé-kevésbé egymásba való ékelődését (19. kép), mely tulajdonságok élénken emlékeztetnek a specialis mechanikai elemek, a stereidák sajátosságára, azután a tetemes falvastagságot, mely a tartalék táplálék felhalmozása céljából szükségtelenül fejlődnek ki s a gödörkék hasítószzerű alakját s elhelyezését, mely utóbbi bizonyosságaul szolgál annak, hogy a sejtfal molecularis szerkezete a hosszúsági irányban fejlődött ki,² bár az is kétségtelen, hogy e gödörkék alakja s elhelyezése összefüggésben van a sejtek radialis irányú megnyulásával s kapcsolatban az oldott táplálék szállításának irányával.³ Ha még ezeken kívül tekintetbe vesszük, hogy az ily kialakult sejtekből álló szövet miként csatlakozik a környező szövetekhez, tehát a hajtás többi sejtjeinek többé-kevésbé fásodott falához — világosan kitűnik, hogy e diaphragmáknak szilárdító jelentősége van.

Még inkább kitűnik ezen jelentősége azon tényből, hogy alkotásuk, elrendezésük csupán a mechanikai principiumokból magyarázhatók.⁴ Világosan kitűnik ez, ha összehasonlítjuk ezen nodalis diaphragmákat valamely internodalis diaphragmával. Kitűnő például szolgál erre a *Liriodendron tulipifera* L. (12. kép) hajtása, melynek internodalis belében meglehetősen sűrűn találunk jól kifejlődött bár vékony diaphragmákat. Ezen internodalis diaphragma alakja is felette jellemző. Kevésé kiszélesedő körszegélylyel támaszkodik a béli körülvevő bélhüvelyhez, azután megvékonyodik, hogy középső részében ismét megvastagodjék (25. kép). Egészen egy oszlop merevítőjének jól megkonstruált alakját mutatja. Sejtjeinek csatlakozása is ilyen jelentőségre vall,

¹ SCHWENDENER i. m. p. 4.

² SCHWENDENER i. m. p. 5, 8. — Dr. G. HABERLANDT: Physiolog. Pflanzenanatomie. II. Aufl. Leipzig, 1896. p. 137.

³ D'ARBAUMONT i. m. p. 206.

⁴ TSCHIRCH i. m. Jahrb. f. wiss. Bot. Bd. XVI. p. 303.

mert mindjárt a bélhüvelyhez való csatlakozásuknál erősen megkeskenyednek s radialis irányban megnyulnak falaiknak ezzel együttesen végbemenő vastagodásával (26. kép). A diaphragma közepén azután ezen most említett sejtek által körülvéve hatalmasan kifejlődött sclereidákat találunk (25. és 27. kép), melyek már határozott mechanikai szereppel bíró sejtek. Ugy hogy a *Liriodendron* diaphragmáját úgy alakjánál, elhelyezésénél, de sejtjeinek alkotásainál fogva is mechanikai berendezésnek kell tartanunk.

Hasonló jelentőséggel bírnak a csomókban elhelyezett diaphragmák, habár bennük csak gödörkésen vastagodott sejtek s nem egyuttal sclereidák is fordulnak elő, bár a *Paulownia* diaphragmájában brachysclereidák fészkeit is találni (11. kép). Ezen viszonyok, de általában maga a bél és szerkezetének módja bizonyos mértékű mechanikai szerepre mutat rá, ha e szerep nagyrészt nem is egyéb, mint a szár részei statikai egyensúlyának megerősítéséhez való hozzájárulás.¹

Kérdés azonban, milyen ellenállás legyőzésére rendeződik be a nodalis diaphragma ?

Mielőtt e kérdésre felelnénk, vegyük szemügyre azon növényeket, melyeket mint béldiaphragmásokat elősoroltam. A 49 faj 13 genushoz tartozik, melyek legtöbbje keresztbe átellenesen álló levelekkel bír. Ez alól kivételt tesz a *Coronilla*, *Ficus*, *Vitis*, *Broussonetia*. A *Broussonetia* hajtásainak végén igen gyakran találkozunk kétsoros, átellenes, sőt közel örvös levélállással is, úgy hogy e nemnél bátran eltekinthetünk a csavaros levélállástól. A *Vitis* kétsoros váltakozó levélállással bír, azonban a csomókon a levelekkel szemben áll a virágzat vagy a kacs, mely csak minden harmadik csomón hiányzik. Némiképp tehát ez is közeledik a hajtásnak megterhelése tekintetében a keresztbe átellenes levélálláshoz.

A *Ficus Carica* tisztán váltakozó levélállással bír, fiatal hajtásainak szártagja azonban meglehetősen rövid, s eltekintve a jól kifejlődött levelektől, még a hajtás végéhez közel álló csomókon fejleszti meglehetősen súlyos lepény-, illetőleg fügevirágzatát.

¹ D'ARBAUMONT i. m. p. 206.

A *Coronilla emeroides* Boiss. et Sprun. váltakozó levélállással bir s hajtása legfeljebb a levelek honaljában fejlődő több rügy által van megterhelve. E két utóbbit tekinthetjük a megterhelés szempontjából kivételnek, sőt némi engedelménnyel csupán a *Coronillát*, melynél azonban, a mint kimutattam, csupán néha fejlődik ki teljesen a diaphragma (7. kép), melynek szükségességét talán a hajtások vesszős alakja kívánja meg.

A keresztbe átellenes levélálláson kívül másik jellemvonása a kétszikű diaphragmás fás növényeknek, hogy több genus fajai között kuszó vagy kapaszkodó faj is akad. Ilyen genusok: *Clematis*, *Ficus*, *Lonicera*, *Vitis*. Kuszó fajokkal nem bir az *Abelia*, *Broussonetia*, *Coronilla*, *Deutzia*, *Forsythia*, *Leycesteria*, *Paulownia*, *Philadelphus*, *Symphoricarpus*. Ezek közül a *Leycesteria* és *Symphoricarpus* philogenetikai tekintetben közel áll a *Lonicerahoz*. A *Paulownia* és *Philadelphus* genus pedig nem mutat határozott állandóságot a diaphragma alakítás tekintetében. Az *Abelia*, *Broussonetia*, *Deutzia*, *Forsythiáról* már említém, hogy keresztbe átellenesen álló levelekkel birnak s csupán a *Coronilla* az, mely sem kuszó rokonfajokkal, sem átellenesen álló levelekkel nem bir.

Távol áll tőlem a biológiai sajátosságra a növények philogenetikai fejlődésében döntő súlyt helyezni. Csak rá akartam mutatni különösen a kuszó növényekre, mint a melyeknél a kuszó életmódhoz alkalmazkodott fa teste bélsugarak által jóformán szétdarabolódott, repedezett s így a nagyobb nyomás elviselésére kevésbé alkalmas.¹ Míg azonban a kuszó növények a huzási szilárdságra vannak igénybe véve, addig a keresztbe átellenes leveleket hordó hajtások nagy oldalnyomásnak és huzásnak is ki vannak téve, mely nyomás még fokozódik a levelek honaljában fejlődött többször serialisan elhelyezett rügyek illetőleg hajtások súlya által. Minthogy azonban a szétdarabolt xylem nem bírná ki a nyomást s részeiben könnyen eltolódhatnék, mivel a nyomás elbirására még kevésbé alkalmas, szükséges olyan berendezés, mely a xylem

¹ Dr. F. KRASSER: Zerklüfteter Xylem bei Clematis Vitalba L. Verh. d. zool.-bot. Ges. Bd. XLVII. 1887. p. 794. A fa szerkezetét regressiv jelenségnek hajlandó magyarázni.

részeket összetartsa s a keresztmetszet elváltozását megakadályozza.¹ Ilyen berendezés volna pl. ha a bél egész terjedelmében ily nagyobb mechanikai munkára rendezkednék be az által, hogy sejtjeinek fala megfásodnék, s tényleg a bélsejteknek elfásodása különösen a kacsos és kapaszkodó növényeket jellemzi (*Bignonia*, *Hoya*).²

Ámde a felsorolt diaphragmás növények vagy csövesek, vagy pedig elhalt belüek s így bélsejteik ilynemű mechanikai feladatra képtelenek. Ezek pótlására hivatvák a diaphragmák, a melyek sejtjeiknek alakja által, összefüggésben elrendezésődésükkel, a mechanikai munkához alkalmazkodtak.

Hasonló diaphragmákat, mint merevítőket (Aussteifungseinrichtung) találunk számos monocotyl vízi növényen, csakhogy ezek első sorban nem az oszlopszilárdság emelésére, hanem a radialis nyomás ellensúlyozására hivatvák.

Ha tekintetbe vesszük a felsorolt fajok legtöbbszörében a xylem szétdarabolását³ s ezzel szemben a keresztbe átellenes levelek, továbbá a honaljában álló virágzatok, illetőleg termések, végre pedig a sok faj esomóján többed magokkal fejlődő hajtásokat, könnyen beláthatjuk, hogy a xylem nagyobb szilárdságának létrehozására ezen diaphragmák kiválóan alkalmasak, mert nemesak képesítik a xylemet a nagyobb teher elbirálására, de egyszersmind megakadályozzák, hogy a hajtás oldalán levő nagyobb teher által a xylem, továbbá a phloem részeknek egymáshoz való s mechanikai szempontból fontos helyzete megváltozzék.⁴

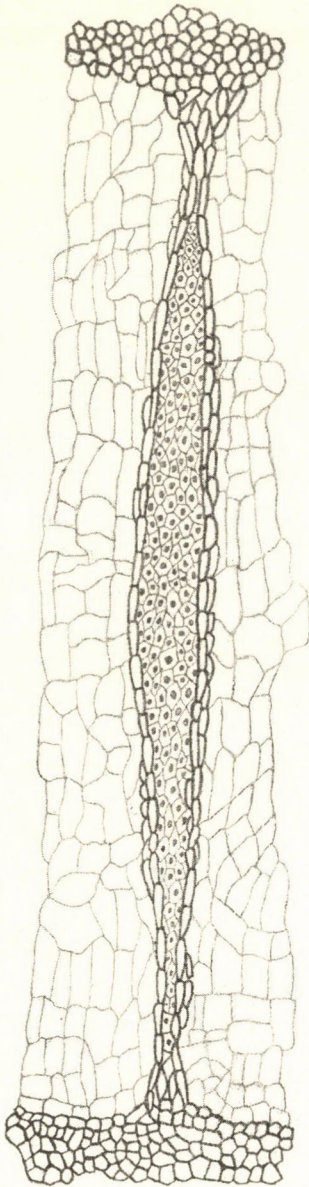
Éppen ezen szempontból magyarázható meg, hogy ezen diaphragmák mint merevítők széles talppal csatolódnak a csöves oszlop, tehát a xylem részekhez, és pedig különösen ott szélesebb talppal, a hol nagyobb súly által gyakorolt széthúzó erőt kell legyőzniök. Ezért találjuk a *Broussonetia* több levelű esomóin a kifejldött

¹ SCHWENDENER i. m. p. 89.

² O. WARBURG: Ueber Bau u. Entwicklung d. Holzes v. *Caulotretus heterophyllus*. Bot. Zeit. 41. Jahrg. 1883. p. 622.

³ Dr. F. KRASSER: Zerklüfteter Xylem bei *Clematis Vitalba* L. Verh. d. zool.-bot. Ges. Bd. XLVII. 1887. p. 794.

⁴ SCHWENDENER i. m. p. 84.

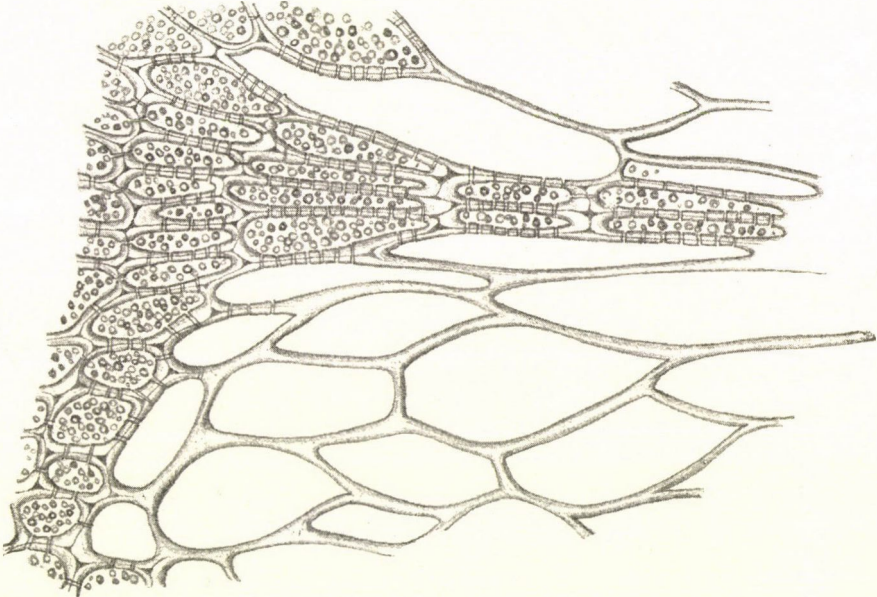
25. kép. *Liriodendron tulipifera* L. diaphragmájának hosszmeteszete, 52 sz. n.

diaphragmát (5. kép), a *Lonicera* (10. kép), *Forsythia* (11. kép) mindkét felületén az egyenlő homorúságú diaphragmát. Ezért vastagabb a *Ficus* (3. kép), a *Coronilla* (7. kép) diaphragmája a levél illetőleg oldalhajtás oldalán. De ugyanazon okból fejlődött ki a diaphragma erősebben a *Vitis* kacsos, mint kacstalan csomóin (1. kép). Figyelemre méltó e részben még, hogy a diaphragma a csomóban úgy helyeződik el, hogy kevéssé a levél insertio felett álljon a rügyből fejlődő nagyobb hajtás alapjaként (13. kép).

A diaphragmák mint szilárdító merevítők szerepére mutat azon körülmény is, hogy a hajtások középső részén találhatók a legfejlettebb (*Vitis*, *Ficus*), ellenben a hajtás alján s hegyén a fejletlenebbek. Tudvalevőleg a hajtások középső részében találjuk a leghosszabb szártagokat s így itt szorul rá a hajtás leginkább a szilárdításra, ellenben a hajtás alján a szártagok jóval rövidebbek s így merevítők nélkül is szilárdabbak. Ellenben a hajtás hegyén álló szártagok nemcsak hogy mindinkább rövidülnek, de egyúttal kisebb súly hordása is vár rájuk.

S hogy csakugyan a hajtás szilárdsági, illetőleg teherbirási képességet emelik a diaphragmák, példákkal is bizonyíthatom. A *Fi-*

cus Carica fiatal hajtása mereven áll s még csúcsát is mereven tartja, mert diaphragmája korán alakul s korán fásodik meg. Ellenben a szőlő hosszú hajtásának hegye, az ú. n. vitorla, horgosan görbül meg. WIESNER e görbülést a szár alsóbb szártagjai pozitív heliotropismusának s negatív geotropismusának tulajdonítja



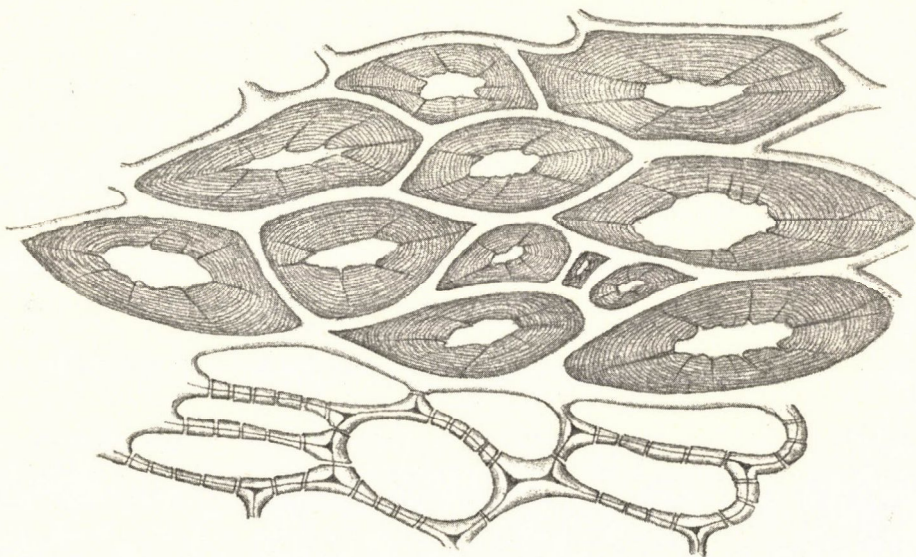
26. kép. *Liriodendron tulipifera* L. diaphragmája szélének hosszmetsete, 200 sz. n.

a hajtás gyöngeségével kapcsolatban, mely az elég súlyos vitorla elbirására képtelen.¹

Ennek oka azonban még a diaphragmák késői kifejlődése is. Ugyanis mint fentebb kimutattam, a *Vitis* hajtásainak a tenyésző

¹ Dr. J. WIESNER: Die heliotropische Erscheinungen im Pflanzenreiche. II. Theil. Denkschriften d. kaiserl. Akad. der Wiss. Math.-Naturwiss. Classe. Bd. 43. Wien, 1882. p. 28.

csúcs alatti 4—5. csomóján alakul meg a diaphragma olyanképen, hogy nagyobb szilárdságot fejthessen ki, s tényleg a hajtáson a legfelső 2—3. csomó az, mely le van konyúlva. Ez azonban csak a tavaszi és nyári hosszú hajtásokon van így, mert ősszel a hajtások hegye nem konyúl le ennyire, sőt egészen egyenesen áll, azért, mert ősszel, a midőn már a növény a tartaléktáplálék raktározá-



27. kép. *Liriodendron tulipifera* L. diaphragmája középső részének sejtjei, 450 sz. n.

sáról kellőkép gondoskodott, a feldolgozott táplálék egyenesen a legfiatalabb diaphragmák kiépítésére használódhatik fel; a mi meg is történvén, a hajtás legfelső csomói is kellő szilárdságot nyernek a vitorla elbirására. Ugyancsak kevésbé vagy egyáltalán nincs meghajolva a rövid illetőleg honalj hajtások hegye sem, mert itt a szártagok jóval rövidebbek, mint a hosszú hajtásokon, s a diaphragmák is hamarabb alakulnak ki.

A *Clematis* fajok legtöbbjén a diaphragma elég korán s jól

fejlődik ki, ezért a hajtások vége egyenesen, mereven áll; ellenben a *Clematis Vitalba* diaphragmája későn fejlődik ki s akkor is nem elég szilárdan, miért is a hajtás csúcsa nem mereven, de többé-kevésbé ferden áll, mint a kúszó növényeké. Hasonló ehhez a *Lonicera Caprifolium* viselkedése.

A diaphragma mechanikai jelentősége mellett bizonyít még azon körülmény is, hogy a hosszú hajtásokon erősebben fejlődik ki, mint a rövid hajtásokon; a mit különben természetesnek is kell tartanunk, mert hiszen a rövid hajtásokon a szártagok rövidsége miatt a diaphragmák sokkal közelebb esnek egymáshoz. Hogy a rövid hajtások ilyen mechanikai berendezést nélkülözhetnek is, kitűnik abból, hogy némely növény rövid hajtásának csomóiban hiányzik is, pl. a *Lonicera alpigena* L.

Vajjon ezen diaphragma kifejlődése s megalakulása minő viszonyban van a xylem és phloëm elemeinek alakulásához s elrendeződéséhez, ezen kérdést most figyelmen kívül hagyom, minthogy annak bizonyítása, vajjon a diaphragma alakulása és fejlődése a növény szárbeli szöveteinek regressiv * vagy progressiv fejlődésével áll-e kapcsolatban, ez idő idő szerint még az adatok elégtelensége miatt nem oldható meg; éppen ezen okokból hagytam figyelmem kívül a csak mikroskoppal észrevehető nodalis diaphragma nyomokat s az internodalis diaphragma nyomokat is.

Mindezeket áttekintve s egybefoglalva, a kétszikű fás növények béldiaphragmáját mint olyan berendezést jelölhetjük meg, mely első sorban a táplálkozás, második sorban pedig a szilárdság szempontjából fejlődik ki. És pedig oly módon, hogy a hajtás fiatal állapotában, tehát a tenyészés első egy-két évében főleg a mechanikai szerepe bír fontossággal, később ez a hajtás korával csökken s mindinkább emelkedik a raktározó szerepe, míg azután idősebb hajtásokban egyedül ilyen tekintetben bír fontossággal. E kettős szerepével áll összefüggésben a diaphragma alakulása és élettartama is. Az alak sajátosságára már több ízben rámutattam, és csak a diaphragma életkorára nézve kell még megjegyezni azt, hogy az olyan esetekben, a midőn a diaphragmára mint mechanikai esz-

* Dr. F. KRASSER: Zerklüftetes Xylem bei Clematis Vitalba. Verh. der zool.-bot. Ges. Bd. XXXVII. 1887. p. 794.

közre nincs már szükség s mint raktározó szövet is kevésbé van igénybe véve, a középső sejtek az idősebb hajtásokban helyenként elhalnak (*Forsythia, Paulownia*).

E kettős élettani szerepe határozza meg azután a diaphragma helyét is. Mint raktározó s mechanikai szerv sokkal inkább helyén van a csomóban, ellenben ha csak mechanikai szereppel bír, úgy a szártag hosszában való elhelyezése is megfelel a célnak (*Liriodendron*).

Az, hogy ugyanazon szövet kétféle physiologiai feladat teljesítésére hivatott, legkevésbé sem lephet meg, mert hiszen az eddigi anatómiai és physiologiai kutatások több olyan szövetre mutattak rá, melyek nem csak egy, de két, sőt több munka végzésére is hivatvák.

3. *A béldiaphragma mint védelmi berendezés.*

A diaphragmának eddig méltatott jelenségein kívül jelentősége van még abban a tekintetben is, hogy gátul szolgál idegen anyagok bélbe való jutásának az esetben, ha véletlen törés vagy a késői hajtásrészletek elpusztulása után a külső behatásoknak vannak kitéve.

GOEBEL kimutatta, hogy a monocotyl növények diaphragmája gázoknak permeabilis, de a víz behatolásának ellenáll. Ez áll ezen diaphragmákra is. Ugyanis a *Vitis* diaphragmáján át 2 atmosphaera nyomással sem sikerült a vizet átnyomni, noha a kísérletet több ízben s huzamosabb ideig folytattam. A diaphragmák ezen jelentősége különösen azon növényekben jut kifejezésre, melyek hajtásai korlátlan növekedésének csak a kedvezőtlen időjárás szab határt. Ezeknél az interramealis bél nem fejlődik ki s így ezek ki nem alakult hajtásainak elhalása után csupán a nodalis diaphragmák védik meg a belet, pótolva az interramealis diaphragmát (*Vitis*). Ez által a víznek a már elhalt belsejtek közé való jutása is meg van akadályozva s a levegővel telt belsejtek váza meg van óva a rothadástól.

Ezen védelmi szempont volna a diaphragma harmadik jelentősége.

4. *A béldiaphragma mint systematikai bélyeg.*

Nem ugyan a növény életére vonatkozó további jelentősége a diaphragmának az, melynek hasznát a növényssystematika látja. Minthogy a felsorolt 49 faj illetőleg 13 genus szárában előfordul, kétségtől ezekenek diagnostikus jellegéhez hozzá tartozik. Ha nagyobb figyelemmel és pontossággal vizsgáljuk meg a diaphragmát, akkor azt tapasztaljuk, hogy a diaphragma alakja és mérete genusok, de fajok szerint is változik. S így nemcsak generikus, de specifikus bélyegként is felhasználódhatik, miről különben a mellékelt 1-13. kép is kellő bizonyosságot tesz. Eddigi vizsgálataim szerint a diaphragma mint generikus bélyeg állandóbb s biztosabb a specifikus bélyegnél. Egyszerűen azért, mert a specifikus bélyegeknél a méretek birnak fontossággal, ezek pedig úgylátszik a kereszteződés folytán igen gyorsan megváltoznak, sőt esetleg a tenyésztés befolyása alatt is csakúgy, mint a külső bélyegek. Különben a diaphragmának megkülönböztető jellegként való felhasználását MILLARDET¹ próbálta meg először, utána DIPPEL² s KOEHNE³ is felhasználták a *Vitis* genus fajain. A többi genust illetőleg eddig még a legelső rangú systematikai munkák is figyelmen kívül hagyták a diaphragmát, jóllehet a növény többi, különösen külső szerveihez viszonyítva ez is egyike a legállandóbb s leghatározottabb bélyegeeknek.

Éppen ezen oknál fogva kívánatos, hogy a kétszikű fás növények diaphragmájára az eddiginél nagyobb figyelemmel legyenek.

¹ La vigne americaine. Paris, 1878. p. 222. — Études sur les vignes d'origine americaine. 1876.

² Handb. d. Laubholzkunde. Bd. 2. Berlin, 1892. p. 544.

³ Deutsche Dendrologie. Stuttgart, 1893. p. 401.

INDUKÁLT HELYETTESÍTÉSEK CSOPORTJAI.

RADOS GUSZTÁV I. tagtól.

A jelen dolgozatban szándékom megvizsgálni, hogy miképen viselkedik az indukált helyettesítések előállítására szolgáló művelet sor (ezt a következőkben rövidség kedvéért indukálásnak fogom nevezni) amaz elemi műveletekkel szemben, a melyekkel lineár helyettesítéseket összekapcsolni szoktunk. Ez utóbbiak között első sorban említendő a lineár helyettesítések összetétele vagy szorzása. Itt az a kérdés merül fel, hogy miképen állítható elő az összetett helyettesítés indukáltja az összetevő helyettesítések indukált helyettesítéseiből? Két lineár helyettesítés szorzatának indukált helyettesítése talán egyenlő-e a tényezők indukált helyettesítéseinek szorzatával? A mint a részletes kifejtés mutatni fogja, a válasz erre a kérdésre — függetlenül az indukálásnál használt algebrai alak arithmetikai felszerelésének speciális választásától — feltétlenül igenlő, ha az indukált helyettesítések szorzásakor illő sorrendet követünk.

Ezen a révén rájutunk az indukált csoportra, a mely az inductor-csoporttal isomorph lévén, a csoportelméletben termékeny átviteli elvre vezet. Ez elv segítségével ugyanis sikerül minden alacsonyabb dimensiojú sokaság lineár csoportjaira vonatkozólag talált eredménynek, bizonyos magasabb dimensiojú sokaságok lineár csoportjaira való átvitele, a nélkül, hogy a tárgyalásban új gondolatot kellene felhasználnunk, tisztán elemi és úgy szólván mechanikai számítások útján.

A lineár helyettesítések elméletében fontos továbbá a transponálás művelete, a melynek segítségével adott helyettesítés conjugált helyettesítését megalkothatjuk. A transponálás és indukálás

feleszerélhető műveletek-e? Vagy a mi ugyanaz: conjugált helyettesítések indukált helyettesítései conjugáltak-e ismét? Miként látni fogjuk, a válasz erre a kérdésre általánosságban tagadó, és igenlő csakis akkor lesz, ha az indukálásra használt algebrai alak számbeli felszerelését bizonyos speciális módon választjuk. Ha ugyanis a számbeli együtthatókat a SYLVESTER-től eredő præparált alaknak megfelelően vesszük fel, akkor az indukálásnál nemcsak — a mint azt már SYLVESTER kimutatta * — a contragredientia tulajdonsága, hanem két lineár helyettes conjugált volta is fen tartható.

A præparált alakból levezetett indukált helyettesítések, a melyeket rövidség kedvéért præparált indukált helyettesítéseknek fogok nevezni, végül átvezetnek ama kérdés fejtegetésére, hogy orthogonális csoport indukált csoportjai ismét orthogonálisok-e? Ha præparált indukált helyettesítésekre szorítkozunk, akkor a válasz erre a kérdésre is feltétlenül igenlő, nem præparált helyettesítéseknél azonban feltétlenül tagadó.

Az indukált helyettesítéseknek még fontos szerepük jut amaz általánosabb csoportok elméletében is, a melyek tetszőleges másodfokú alak automorph helyettesítéseiből állanak. Ennek részletes kifejtésére egy későbbi dolgozatban remélek még visszatérhetni.

I. Összetett helyettesítések indukált helyettesítései.

1. Legyen ismét adva az **

$$x_1, x_2, \dots, x_k$$

határozatlanoknak

$$f(x) \equiv \mu_0 u_0 p_0 + \mu_1 p_1 u_1 + \dots + \mu_{v-1} u_{v-1} p_{v-1} \\ \left(v = \binom{n+k-1}{n} \right)$$

μ -edfokú algebrai alakja, a melyben a

* SYLVESTER, «Sur les actions mutuelles des formes invariantives dérivées». Crelle-Journal 85. k. 93. l.

** L. «Indukált lineár helyettesítések» című dolgozatomat. Math. és Természettud. Értesítő XVI. k.

$$\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_{v-1}$$

számbeli együtthatók sora, az algebrai alak számbeli felszerelése, még egyelőre egészen tetszőleges lehet, az

$$u_0, u_1, \dots, u_{v-1}$$

literális együtthatók ismét határozatlanok és végül

$$p_0, p_1, \dots, p_{v-1}$$

amaz egymástól különböző

$$x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_k^{\alpha_k}$$

hatványszorzatok sorozatát jelenti, a melyekre nézve

$$a_1 + a_2 + \dots + a_k = n.$$

Ez az alak mint az x -eknek n -edfokú alakja röviden $f(x)$ -szel legyen jelölve; de ugyanez az alak mint az u -k lineár alakja is felfogható s a midőn f -et ebben a felfogásban használjuk, akkor azt $f(u)$ -val fogjuk jelölni. Ha az f alakra az

$$x_i = a_{i1}y_1 + a_{i2}y_2 + \dots + a_{ik}y_k \quad (S)$$

($i=1, 2, \dots, k$)

lineár helyettesítést alkalmazzuk, akkor menjen ez át a

$$F(y) \equiv \mu_0 U_0 P_0 + \mu_1 U_1 P_1 + \dots + \mu_{v-1} U_{v-1} P_{v-1} \quad (1)$$

transzformált alakba. Ennek literális együtthatói — mint ismeretes — következésképen fejezhetők ki:

$$U_j = s_{j0}u_0 + s_{j1}u_1 + \dots + s_{jv-1}u_{v-1}, \quad I_n(S)$$

($j=0, 1, 2, \dots, v-1; v = \binom{n+k-1}{n}$)

a hol az $s_{\alpha\beta}$ együtthatók az a_{ij} együtthatóknak n -edfokú homogen kifejezései.

E lineár egyenletek rendszere az, a mely az S n -edfokú indukált helyettesítését, az $I_n(S)$ -et szolgáltatja.

Az (1) alatti egyenletet, rövidített jelölésünk használatával,

tehát így írhatjuk:

$$f(S(x)) = f\{(I_n(S))^{-1}(u)\},$$

a hol $(I_n(S))^{-1}$ az $I_n(S)$ indukált helyettesítés megfordítását jelenti.

Legyen most már

$$x_i = \beta_{i1}!_1 + \beta_{i2}!_2 + \cdots + \beta_{ik}!_k \quad (T)$$

($i=1, 2, \dots, k$)

egy tetszőleges más k -dimenziós lineár helyettesítés, akkor ennek megfelelőleg ismét írhatjuk

$$f(T(x)) = f\{(I_n(T))^{-1}(u)\}.$$

Ha most az f alakra az S és T helyettesítések összetételéből keletkező ST helyettesítést alkalmazzuk, akkor mindenekelőtt ismét írhatjuk

$$f(ST(x)) = f\{(I_n(ST))^{-1}(u)\},$$

de minthogy más oldalról

$$f(ST(x)) = f\{(I_n(S))^{-1}(I_n(T))^{-1}(u)\},$$

azért

$$I_n(ST)f(u) = f\{(I_n(S))^{-1}(I_n(T))^{-1}(u)\}. \quad (2)$$

Ha az $I_n(ST)$ helyettesítés invers helyettesítése, $[I_n(ST)]^{-1}$, részletesen kiírva

$$u_i = \sigma_{i0}U_0 + \sigma_{i1}U_1 + \cdots + \sigma_{iv-1}U_{v-1}$$

($i=0, 1, \dots, v-1$)

és $(I_n(S))^{-1}(I_n(T))^{-1}$ részletesen kiírva

$$u_i = \tau_{i0}U_0 + \tau_{i1}U_1 + \cdots + \tau_{iv-1}U_{v-1},$$

($i=0, 1, \dots, v-1$)

akkor a (2) alatti egyenlet fennállása maga után vonja a

$$\begin{aligned} & \mu_0\sigma_{0j}!_0 + \mu_1\sigma_{1j}!_1 + \cdots + \mu_{v-1j}!_{v-1} = \\ & = \mu_0\tau_{0j}!_0 + \mu_1\tau_{1j}!_1 + \cdots + \mu_{v-1j}!_{v-1} \end{aligned}$$

($j=0, 1, \dots, v-1$)

egyenletek fennállását; de minthogy a

$$p_0, p_1, \dots, p_{r-1}$$

hatványszorzatok lineárisan függetlenek, ez az egyenlőség csakis úgy lehetséges, hogy

$$\sigma_{0j} = \tau_{0j}, \sigma_{1j} = \tau_{1j}, \dots, \sigma_{r-1j} = \tau_{r-1j};$$

$$(j=0, 1, 2, \dots, r-1)$$

de akkor

$$\{I_n(ST)\}^{-1} = (I_n(S))^{-1} (I_n(T))^{-1} = (I_n(T) I_n(S))^{-1}$$

és mivel egyenlő helyettesítések megfordításai is egyenlők, tehát

$$I_n(ST) = I_n(T) \cdot I_n(S).$$

A miből a következő tétel ered:

*Szorzat indukált helyettesítése egyenlő a tényezők indukált helyettesítéseinek megfordított sorrendben alkotott szorzatával.**

Talán nem lesz felesleges e viszonyokat egy speciális eseten direkt számítással is igazolni.

Legyen a két helyettesítés S és T részletesen kiírva

$$S = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \beta_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 \end{pmatrix},$$

akkor

$$ST = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ A_2 & B_2 \end{pmatrix},$$

a hol

$$A_1 = a_1 \alpha_1 + b_1 \alpha_2$$

$$B_1 = a_1 \beta_1 + b_1 \beta_2$$

$$A_2 = a_2 \alpha_1 + b_2 \alpha_2$$

$$B_2 = a_2 \beta_1 + b_2 \beta_2.$$

Az S és T másodfokú indukált helyettesítései a következők:

$$I_2(S) = \begin{pmatrix} a_1^2 & 2a_1a_2 & a_2^2 \\ a_1b_1 & a_1b_2 + a_2b_1 & a_2b_2 \\ b_1^2 & 2b_1b_2 & b_2^2 \end{pmatrix}$$

* Ha a $I_n(S)$ helyettesítés megfordítását $i(S)$ -sel jelöljük, akkor oly helyettesítésekre jutunk, a melyeknek szorzási tétele még egyszerűbb; ugyanis

úgy hogy $i(ST) = [I_n(ST)]^{-1} = [I_n(T) I_n(S)]^{-1} = [I_n(S)]^{-1} [I_n(T)]^{-1},$

$$i(ST) = i(S) i(T).$$

$$I_2(T) = \begin{pmatrix} a_1^2 & 2a_1a_2 & a_2^2 \\ a_1\beta_1 & a_1\beta_2 + a_2\beta_1 & a_2\beta_2 \\ \beta_1^2 & 2\beta_1\beta_2 & \beta_2^2 \end{pmatrix}.$$

Akkor az $I_2(T)I_2(S)$ szorzat részletes alakja ez lesz :

$$I_2(T)I_2(S) = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix},$$

a hol

$$c_{11} = a_1a_1^2 + 2a_1b_1a_1a_2 + b_1^2a_2^2 = (a_1a_1 + b_1a_2)^2 = A_1^2$$

$$c_{12} = 2[a_1a_2a_1^2 + a_1b_2a_1a_2 + a_2b_1a_1a_2 + b_1b_2a_2^2] = \\ = 2(a_1a_1 + b_1a_2)(a_2a_1 + b_2a_1) = 2A_1A_2$$

$$c_{13} = a_1^2a_1^2 + 2a_2b_2a_1a_2 + b_2^2a_2^2 = (a_1a_1 + b_2a_2)^2 = A_2^2$$

$$c_{21} = a_1^2a_1\beta_1 + a_1b_1a_1\beta_2 + a_1b_1a_2\beta_1 + b_1^2a_2\beta_2 = \\ = (a_1a_1 + b_1a_2)(a_1\beta_1 + b_1\beta_2) = A_1B_1$$

$$c_{22} = 2a_1a_2a_1\beta_1 + a_1b_2a_1\beta_2 + a_1b_2a_1\beta_2 + a_2b_1a_1\beta_2 + a_2b_1a_2\beta_1 + \\ + 2b_1b_2a_1\beta_2 = (a_1a_1 + b_1a_2)(a_2\beta_1 + b_2\beta_2) + (a_2a_1 + \\ + b_2a_2)(a_1\beta_1 + b_1\beta_2) = A_1B_2 + A_2B_1$$

$$c_{23} = a_2^2a_1\beta_1 + a_2b_2a_1\beta_2 + a_2b_2a_2\beta_1 + b_2^2a_2\beta_2 = \\ = (a_2a_1 + b_2a_2)(a_2\beta_1 + b_2\beta_2) = A_2B_2$$

$$c_{31} = a_1^2\beta_1^2 + 2a_1b_1\beta_1\beta_2 + b_1^2\beta_2^2 = (a_1\beta_1 + b_1\beta_2)^2 = B_1^2$$

$$c_{32} = 2[a_1a_2\beta_1^2 + a_1b_2\beta_1\beta_2 + a_2b_1\beta_1\beta_2 + b_1b_2\beta_2^2] = \\ = 2(a_1\beta_1 + b_1\beta_2)(a_2\beta_1 + b_2\beta_2) = 2B_1B_2$$

$$c_{33} = a_2^2\beta_1^2 + 2a_2b_2\beta_1\beta_2 + b_2^2\beta_2^2 = (a_2\beta_1 + b_2\beta_2)^2 = B_2^2;$$

úgy hogy

$$I_2(T)I_2(S) = \begin{pmatrix} A_1^2 & 2A_1A_2 & A_2^2 \\ A_1B_1 & A_1B_2 + A_2B_1 & A_1B_2 \\ B_1^2 & 2B_1B_2 & B_2^2 \end{pmatrix},$$

de ez csakugyan nem más, mint az ST helyettesítés indukált helyettesítése, úgy hogy valóban

$$I_2(T)I_2(S) = I_2(ST).$$



2. Miként m -ről $(m+1)$ -re való következtetés útján könnyen meggyőződhetünk,

$$I_n(S_1 S_2 \dots S_{m-1} S_m) = I_n(S_m) I_n(S_{m-1}) \dots I(S_2) I(S_1);$$

ha ebben az egyenlőségben

$$S_1 = S_2 = \dots = S_m = S,$$

akkor a következőbe megy át:

$$I_n(S^m) = [I_n(S)]^m,$$

a mely tétel alakjában így fejezhető ki:

Valamely lineár helyettesítés m -edik hatványának (m pozitív egész szám) indukált helyettesítése egyenlő az indukált helyettesítés m -edik hatványával.

3. Az *egység-helyettesítés indukált helyettesítése*. A k -dimenziós síksokaság egység-helyettesítése (identikus helyettesítése) E_k alatt az

$$y_i = x_i \quad (E_k) \\ (i=1, 2, \dots, n)$$

lineár helyettesítést értjük. Minthogy

$$f(E_k(x)) = f(x) = f(u)$$

és más oldalról

$$f(E_k(x)) = I_n(E_k) f(u),$$

kell, hogy

$$I_n(E_k) f(u) = f(u)$$

legyen, a miből ismét a

$$p_0, p_1, \dots, p_{v-1}$$

hatványszorzatok lineár független volta alapján következik, hogy

$$I_n(E_k) = E_{\binom{n+k-1}{n}}$$

azaz, hogy a k -dimenziós egység-helyettesítés bármely indukált helyettesítése ismét egység-helyettesítés.

4. Az *invers helyettesítés indukált helyettesítése*. Legyen

$$ST = E_k,$$

úgy hogy

$$T = S^{-1},$$

akkor az

$$I_n(ST) = I_n(E_k) = E_{\binom{n+k-1}{n}}$$

és

$$I_n(ST) = I_n(T)I_n(S)$$

egyenlőségekből következik, hogy

$$I_n(T)I_n(S) = E_{\binom{n+k-1}{n}},$$

a honnan

$$I_n(T) = [I_n(S)]^{-1}$$

azaz

$$I_n(S^{-1}) = [I_n(S)]^{-1};$$

tehát az *invers helyettesítés indukáltja egyenlő az indukált helyettesítés invers helyettesítésével.*

Mintegy továbbá

$$I_n(S^{-m}) = I_n[(S^{-1})^m] = [I_n(S^{-1})]^m = \{[I_n(S)]^{-1}\}^m = [I_n(S)]^m,$$

azért a *hatvány-helyettesítés indukált helyettesítésére vonatkozó tétel még akkor is érvényben marad, midőn a hatványkitevő tetszőleges egész szám.*

Még mellékesen megjegyzem, hogy a *hatvány-helyettesítésre és egység-helyettesítésre vonatkozó tételekből tüstént következik, hogy ciklikus helyettesítés bármely indukált helyettesítése ismét ciklikus. Ha ugyanis*

$$C^a = E_k,$$

akkor

$$I_n(C^a) = I(E_k),$$

az

$$\{I_n(C)\}^a = E_{\binom{n+k-1}{n}},$$

a miből $I_n(C)$ -nek ciklikus volta már kitűnik.

5. *Indukált csoportok.* Legyen most már

$$S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_j, \dots \quad (G)$$

a k -dimenziós síksokaság tetszőleges, homogen lineár helyettesíté-

seiből álló csoportja, akkor e helyettesítések mindegyikéhez megalkotható egy-egy n -edfokú indukált helyettesítés, úgy hogy az $\binom{n+k-1}{n}$ -dimenziós síksokaság helyettesítéseinek

$$I_n(S_1), I_n(S_2), \dots, I_n(S_i), \dots, I_n(S_j), \dots \quad \{I_n(G)\}$$

sorozatát kapjuk. Erről az $I_n(G)$ sorozatról most könnyű szerrel kimutathatjuk, hogy ismét csoportot alkot. Ha ugyanis $I_n(S_i)$ és $I_n(S_j)$ az $I_n(G)$ sorozatnak két tetszőleges helyettesítése, akkor ezeknek szorzata

$$I_n(S_i) I_n(S_j) = I_n(S_j S_i)$$

ugyancsak az $I_n(G)$ sorozatban előfordul, mert hiszen S_j és S_i -vel egyszerre az $S_j S_i$ is szerepel a G -ben és $I_n(G)$ a G összes helyettesítéseinek indukált helyettesítéseit tartalmazza.

Az $I_n(G)$ csoportot a G inductor-csoport *indukált csoportjainak* fogjuk nevezni. A talált tétel a következő:

Valamely homogén lineár helyettesítésekből álló csoport elemeinek indukált helyettesítései ismét csoportot alkotnak, a mely az eredeti csoporttal isomorph.

6. Ha G a legáltalánosabb lineár csoport, akkor a G és $I_n(G)$ között fennálló isomorphismus meriedrikus, még pedig oly módon, hogy a még a G minden helyettesítésének az $I_n(G)$ -ben egy és csak egy helyettesítés felel meg, addig az $I_n(G)$ csoport minden helyettesítésének G -ben n helyettesítés fog megfelelni.

Ha ugyanis

$$I_n(S) = A$$

és S' egy tetszőleges másik helyettesítés, a melyre vonatkozólag szintén

$$I_n(S') = A,$$

akkor

$$I_n(S') \{I_n(S)\}^{-1} = E_v;$$

$$(v = \binom{n+k-1}{n})$$

de minthogy

$$\{I_n(S)\}^{-1} = I_n(S^{-1})$$

és

$$I_n(S') I_n(S^{-1}) = I_n(S^{-1} S'),$$

kell, hogy

$$I_n(S^{-1}S') = E_v \quad (I)$$

legyen. Ez az eredmény arra vezet, hogy az

$$I_n(C) = E_v$$

egyenletet tárgyaljuk, a melyben ismeretlenek a C helyettesítést tekintjük. A C helyettesítést minden esetre az

$$x_i = c_i^{(1)}y_1 + c_i^{(2)}y_2 + \dots + c_i^{(k)}y_k \quad (C)$$

$(i=1, 2, \dots, k)$

alakban írhatjuk, úgy hogy problémánkban a voltaképeni ismeretlenek a

$$c_i^{(j)}$$

$(i, j=1, 2, \dots, k)$

együtthetők. Ha a keresett C helyettesítést bármely n -edfokú alakra alkalmazzuk, akkor ez, az

$$I_n(C) = E_v$$

reláció értelmében, ezt az alakot önönmagába fogja transformálni. Használjuk fel n -edfokú algebrai alaknak az

$$f(x) = f(u) = (u_1x_1 + u_2x_2 + \dots + u_kx_k)^n$$

teljes n -edik hatványt, a melyben az

$$u_1, u_2, \dots, u_k$$

együtthetők határozatlanok legyenek. Ha erre a C -t alkalmazzuk, akkor kell, hogy a transformált alak az eredetivel azonos legyen, azaz kell, hogy

$$\{(u_1c_1^{(1)} + u_2c_2^{(1)} + \dots + u_kc_k^{(1)})x_1 + (u_1c_1^{(2)} + u_2c_2^{(2)} + \dots + u_kc_k^{(2)})x_2 + \dots + (u_1c_1^{(k)} + u_2c_2^{(k)} + \dots + u_kc_k^{(k)})x_k\}^n \equiv (u_1x_1 + u_2x_2 + \dots + u_kx_k)^n$$

relatio azonosan álljon fenn. De akkor egyszersmind kell, hogy

$$\begin{aligned}
 (u_1 c'_1 + u_2 c'_2 + \dots + u_k c'_k)^n &= u_1^n \\
 (u_2 c''_2 + u_2 c''_2 + \dots + u_k c''_k)^n &= u_2^n \\
 \cdot &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\
 (u_1 c_1^{(k)} + u_2 c_2^{(k)} + \dots + u_k c_k^{(k)})^n &= u_k^n
 \end{aligned}$$

legyen, a mi az u -k határozatlan volta mellett csak úgy lehetséges, hogy

$$\begin{aligned}
 c'_1{}^n &= 1, & c'_2 &= 0, & \dots, & c'_k &= 0 \\
 c''_1 &= 0, & c''_2{}^n &= 1, & \dots, & c''_k &= 0 \\
 \cdot &\cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\
 c_1^{(k)} &= 0, & c_2^{(k)} &= 0, & \dots, & c_k^{(k)}{}^n &= 1.
 \end{aligned}$$

Ebből az ismeretlen C helyettesítés együtthatórendszerére vonatkozólag azt a meghatározást merítjük, hogy a fődiagonálisban álló elemein kívül, a melyek n -edik egységgyökök, az összes többi elemei zérussal egyenlők. Tehát C ily alakú

$$C = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \varepsilon_2 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & \varepsilon_k \end{pmatrix}$$

a hol

$$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_k$$

n -edik egységgyökök. De ez utóbbiak is még közelebbi meghatározást engednek. Ugyanis, minthogy C az f -et önönmagába transzformálja, kell hogy a

$$\begin{aligned}
 \sum \frac{n!}{i_1! i_2! \dots i_k!} \varepsilon_1^{i_1} \varepsilon_2^{i_2} \dots \varepsilon_k^{i_k} u_1^{i_1} u_2^{i_2} \dots u_k^{i_k} x_1^{i_1} x_2^{i_2} \dots x_k^{i_k} &\equiv \\
 \equiv \sum \frac{n!}{i_1! i_2! \dots i_k!} u_1^{i_1} u_2^{i_2} \dots u_k^{i_k} x_1^{i_1} x_2^{i_2} \dots x_k^{i_k} &
 \end{aligned}$$

relatio azonosan álljon fenn, a miből ismét következik, hogy

$$\varepsilon_1^{i_1} \varepsilon_2^{i_2} \dots \varepsilon_k^{i_k} = 1,$$

valahányszor

$$i_1 + i_2 + \dots + i_k = n;$$

de akkor

$$\varepsilon_\alpha \varepsilon_\beta^{n-1} = 1$$

$$(\alpha, \beta = 1, 2, \dots, k)$$

vagy ha mindkét oldalon ε_β -val szorzunk, azt találjuk, hogy

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta,$$

$$(\alpha, \beta = 1, 2, \dots, n)$$

úgy hogy az

$$I_n(C) = E_v$$

egyenlet összes megoldásai a

$$I'_\mu = \begin{pmatrix} \varepsilon^\mu & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \varepsilon^\mu & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & \varepsilon^\mu \end{pmatrix}$$

$$(\mu = 0, 1, 2, \dots, n-1)$$

alakban foglaltatnak, a melyben ε primitív n -edik egységgyököt jelent. Ha tehát I_n -et röviden I -val jelöljük, az $I_n(C) = E_v$ egyenlet összes megoldásait a

$$E_k, I, I^2, \dots, I^{n-1}$$

helyettesítések sorozata szolgáltatja.

Ha tehát az $I_n(G)$ és G isomorphismusa alapján az $I_n(G)$ csoport A helyettesítésének a G -ben egyik megfelelő helyettesítése S , akkor miként az (I) alatti egyenletből és az $I_n(C) = E_v$ egyenletre vonatkozó fejtegetéseinkből kitűnik, az összes az A helyettesítésnek a G csoportban megfelelő helyettesítések a

$$S, IS, I^2S, \dots, I^{n-1}S$$

sorozatban vannak felírva. Ennek következtében az isomorphismus, a mely a G inductor és az $I_n(G)$ indukált csoportok között fennáll, csakugyan olyan természetű, hogy e két csoport helyettesítései között $(n, 1)$ -értelmű vonatkozást létesít.

7. A megelőzőekben talált tételek egy fontos átviteli elvre vezetnek, a melynek eredete abban az egyszerű megjegyzésben található, hogy bármely véges csoport indukált csoportja ismét véges. Így pl. a binár tér ismeretes véges csoportjainak, a ciklikus, a diéder-, a tetraéder-, oktaéder-, ikosaéder-csoportoknak analo-

gonjai bizonyos magasabb dimenziós sokaságokra vonatkozólag minden újabb gondolat felhasználása nélkül, pusztán indukált csoportok képezése alapján felállíthatók.*

De a mint közvetlenül látható, az indukált csoportra való áttérés a discontinuitásos csoportok bármely osztályára vonatkozólag átviteli elvet ad alacsonyabb dimenziós sokaságról magasabb dimenziós sokaságokra, mert hiszen az indukált helyettesítés dimensio-száma $\binom{n+k-1}{n}$, ha csak $n > 1$ az eredeti helyettesítés dimensio-számánál, k -nál nagyobb.

II. Conjugált helyettesítések indukált helyettesítései.

Ha amaz

$$f = \mu_0 u_0 p_0 + \mu_1 u_1 p_1 + \dots + \mu_{r-1} u_{r-1} p_{r-1}$$

alakban, a mely az indukálásnál közvetítő szerepet visel, a

$$\mu_0, \mu_1, \dots, \mu_{r-1}$$

számbeli együtthatókat, az alaknak aritmetikai felszerelését egészen önkényesen választjuk, akkor úgy az alakoknak, valamint a velük indukált helyettesítéseknek legegyszerűbb tulajdonságai analitikailag gyakran csak bonyolódott módon fejezhetők ki vagy néha teljesen el is enyésznek. Így ha például f -ben a μ számbeli együtthatókat úgy a mint az szokásos -- az n -edik hatványhoz tartozó polynomiális együtthatókkal alkalmas módon egyenlőknek választjuk, akkor az indukálás alkalmával az inductor helyettesítéseknek bizonyos egyszerű alapvető tulajdonságai egészen eltűnnek. Így az

$$f = u_0 x_1^3 + \binom{3}{1} u_1 x_1^2 x_2 + \binom{3}{2} u_2 x_1 x_2^2 + \binom{3}{3} u_3 x_2^3$$

alakot vévén alapul, az

$$\begin{aligned} x_1 &= a_1! / 1 + \beta_1! / 2 \\ x_2 &= a_2! / 1 + \beta_2! / 2 \end{aligned} \tag{S}$$

* Az erre vonatkozó számításokat alkalmilag közzé fogom tenni.

helyettesítés harmadfokú indukált helyettesítése $I_3(S)$ részletesen kiírva :

$$\begin{aligned} U_0 &= a_1^3 u_0 + 3a_1^2 a_2 u_1 + 3a_1 a_2^2 u_2 + a_2^3 u_3 \\ U_1 &= a_1^2 \beta_1 u_0 + (2a_1 a_2 \beta_1 + a_1^2 \beta_2) u_1 + (2a_1 a_2 \beta_2 + a_2^2 \beta_1) u_2 + a_2^2 \beta_2 u_3 \\ U_2 &= a_1 \beta_1^2 u_0 + (2a_1 \beta_1 \beta_2 + a_2 \beta_1^2) u_1 + (2a_2 \beta_1 \beta_2 + a_1 \beta_2^2) u_2 + a_2 \beta_2^2 u_3 \\ U_3 &= \beta_1^3 u_0 + 3\beta_1^2 \beta_2 u_1 + 3\beta_1 \beta_2^2 u_2 + \beta_2^3 u_3, \end{aligned}$$

míg az S conjugált helyettesítésének az

$$\begin{aligned} x_1 &= a_1 y_1 + a_2 y_2 \\ y_1 &= \beta_1 y_1 + \beta_2 y_2 \end{aligned} \quad (S')$$

indukált helyettesítése $I_3(S')$ részletesen kiírva :

$$\begin{aligned} U_0 &= a_1^3 u_0 + 3a_1^2 \beta_1 u_1 + 3a_1 \beta_1^2 u_2 + \beta_1^3 u_3 \\ U_1 &= a_1^2 a_2 u_0 + (2a_1 a_2 \beta_1 + a_1^2 \beta_2) u_1 + (2a_1 \beta_1 \beta_2 + a_2 \beta_1^2) u_2 + \beta_1^2 \beta_2 u_3 \\ U_2 &= a_1 a_2^2 u_0 + (2a_1 a_2 \beta_2 + a_2^2 \beta_1) u_1 + (2a_2 \beta_1 \beta_2 + a_1 \beta_2^2) u_2 + \beta_1 \beta_2^2 u_3 \\ U_3 &= a_2^3 u_0 + 3a_2^2 \beta_2 u_1 + 3a_2 \beta_2^2 u_2 + \beta_2^3 u_3. \end{aligned}$$

A mint tehát látni való, a conjugált S és S' inductorok indukált helyettesítései $I_3(S)$ és $I_3(S')$ nem conjugáltak. Tehát az inductor-helyettesítések conjugált volta oly tulajdonság, a mely az indukálásnál általánosságban elenyészik. De a behatóbb vizsgálat arról győz meg bennünket, hogy ez a különös jelenség tisztán az indukálásra használt algebrai alak alkalmatlan számbeli felszerelésének következménye. Ha ugyanis ezt az algebrai alakot úgy preparáljuk, a mint azt SYLVESTER tette, hogy számbeli együttnem magukat a polynomiális együtthatókat, hanem azoknak négyzetgyökét választjuk, akkor két alaknak conjugált voltát az indukálás alkalmával megőrizhetjük.

Ha az f -et ebben az alakban választjuk :

$$f = u_0 x_1^3 + \sqrt{\binom{3}{1}} u_1 x_1^2 x_2 + \sqrt{\binom{3}{2}} u_2 x_1 x_2^2 + \sqrt{\binom{3}{3}} u_3 x_2^3,$$

akkor S -nek indukált helyettesítése $I(S)$ részletesen kiírva :

$$\begin{aligned}
 U_0 &= a_1^3 & u_0 + \sqrt{3} a_1^2 a_2 & & u_1 + \sqrt{3} a_1 a_2^2 & & u_2 + a_2^3 & & u_3 \\
 U_1 &= \sqrt{3} a_1^2 \beta_1 & u_0 + (2a_1 a_2 \beta_1 + a_1^2 \beta_2) & & u_1 + (2a_1 a_2 \beta_2 + a_2^2 \beta_1) & & u_2 + \sqrt{3} a_2^2 \beta_2 & & u_3 \\
 U_2 &= \sqrt{3} a_1 \beta_1^2 & u_0 + (2a_1 \beta_1 \beta_2 + a_2 \beta_1^2) & & u_1 + (2a_2 \beta_1 \beta_2 + a_1 \beta_2^2) & & u_2 + \sqrt{3} a_2 \beta_2^2 & & u_3 \\
 U_3 &= \beta_1^3 & u_0 + \sqrt{3} \beta_1^2 \beta_2 & & u_1 + \sqrt{3} \beta_1 \beta_2^2 & & u_2 + \beta_2^3 & & u_3;
 \end{aligned}$$

az S' helyettesítés indukált helyettesítése $I_3(S')$ pedig részletesen kiírva:

$$\begin{aligned}
 U_0 &= a_1^3 & u_0 + \sqrt{3} a_1^2 \beta_1 & & u_1 + \sqrt{3} a_1 \beta_1^2 & & u_2 + \beta_1^3 & & u_3 \\
 U_1 &= \sqrt{3} a_1^2 a_2 & u_0 + (2a_1 a_2 \beta_1 + a_1^2 \beta_2) & & u_1 + (2a_1 \beta_1 \beta_2 + a_2 \beta_1^2) & & u_2 + \sqrt{3} \beta_1^2 \beta_2 & & u_3 \\
 U_2 &= \sqrt{3} a_1 a_2^2 & u_0 + (2a_1 a_2 \beta_2 + a_2^2 \beta_1) & & u_1 + (2a_2 \beta_1 \beta_2 + a_1 \beta_2^2) & & u_2 + \sqrt{3} \beta_1 \beta_2^2 & & u_3 \\
 U_3 &= a_2^3 & u_0 + \sqrt{3} a_2^2 \beta_2 & & u_1 + \sqrt{3} a_2 \beta_2^2 & & u_2 + \beta_2^3 & & u_3.
 \end{aligned}$$

úgy, hogy látni való, miszerint az S és S' conjugált helyettesítések indukált helyettesítései ismét conjugáltak.

A præparált alakból levezetett indukált helyettesítéseket rövidebben præparált indukált helyettesítéseknek fogjuk nevezni.

Ily præparált indukált helyettesítésekre szorítkozva a következő tételt mondhatjuk ki:

*Conjugált inductoroknak ismét conjugált indukált helyettesítések felelnek meg.**

E tételt ebben a fogalmazásban legelőször LE PAIGE állította fel és bizonyította be (Math. Annalen 15. k. 206. l.). LE PAIGE bebizonyítása azonban terjedelmes számításokon vezet keresztül. A következőkben e tételt új módon óhajtom bebizonyítani, úgy hogy a tétel helyességét jóformán számítás nélkül fogjuk beláthatni.

1. Hogy a későbbi tárgyalást ne kelljen megszakítanom, a következő segédtételt bocsátom előre:

Segédtétel. Arra, hogy az

$$U_i = r_{i0}u_0 + r_{i1}u_1 + \dots + r_{i,r-1}u_{r-1} \quad (R)$$

($i=0, 1, 2, \dots, r-1$)

* Két helyettesítés conjugált volta az indukálás után csakis akkor tartható fenn, ha az indukálásra használt algebrai alak a SYLVESTER-féle præparált alaktól csak állandó tényezőben különbözik. E tételt csak hosszadalmas számítások útján sikerült bebizonyítanom, de mivel e tétel a következőkben nem szerepel, bebizonyításának közlésétől eltekinthetek.

és

$$V_i = s_{i0}u_0 + s_{i1}u_1 + \dots + s_{i,r-1}u_{r-1} \quad (S)$$

$(i=0, 1, 2, \dots, r-1)$

lineár helyettesítések conjugált helyettesítések legyenek, szükséges és elegendő, hogy

$$U_0v_0 + U_1v_1 + \dots + U_{r-1}v_{r-1} = V_0u_0 + V_1u_1 + \dots + V_{r-1}u_{r-1}. \quad (II)$$

Ha ugyanis R és S conjugált helyettesítések, azaz

$$r_{ij} = s_{ji},$$

$(i, j=0, 1, 2, \dots, r-1)$

akkor az

$$\mathfrak{R} = \sum_{i=0}^{r-1} \sum_{j=0}^{r-1} r_{ij} u_j v_i$$

és az

$$\mathfrak{S} = \sum_{i=0}^{r-1} \sum_{j=0}^{r-1} s_{ji} u_j v_i$$

bilineár alakok azonosak ; de minthogy \mathfrak{R} így írható :

$$\mathfrak{R} = \sum_{i=0}^{r-1} (r_{i0}u_0 + r_{i1}u_1 + \dots + r_{i,r-1}u_{r-1}) v_i = \sum_{i=0}^{r-1} U_i v_i$$

és

$$\mathfrak{S} = \sum_{j=0}^{r-1} (s_{j0}v_0 + s_{j1}v_1 + \dots + s_{j,r-1}v_{r-1}) u_j = \sum_{j=0}^{r-1} V_j u_j,$$

azért kell, hogy

$$\sum_{i=0}^{r-1} U_i v_i = \sum_{j=0}^{r-1} V_j u_j$$

azonosan fennálljon, tehát a (II) feltétel szükséges jellege ezzel ki van mutatva.

Még ki kell mutatnunk, hogy egyszersmind elegendő. Tegyük ugyanis fel, hogy (II) ki van elégítve, akkor kell, hogy

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^{r-1} (r_{i0}u_0 + r_{i1}u_1 + \dots + r_{i,r-1}u_{r-1}) v_i = \\ & = \sum_{j=0}^{r-1} (s_{j0}v_0 + s_{j1}v_1 + \dots + s_{j,r-1}v_{r-1}) u_j \end{aligned}$$

relatio azonosan álljon fenn, de ez azt jelenti, hogy a

$$\sum_{i=0}^{r-1} \sum_{j=0}^{r-1} r_{ij} u_j v_i \quad \text{és} \quad \sum_{i=0}^{r-1} \sum_{j=0}^{r-1} s_{ji} u_j v_i$$

bilineár alakok azonosak; és így kell, hogy

$$r_{ij} = s_{ji} \\ (i, j=0, 1, \dots, r-1)$$

legyen, azaz, hogy az R és S helyettesítések conjugáltak legyenek.

2. *A főtételek bizonyítása.* Egyszerűség kedvéért ismét binár alakokra szorítkozom, de ismét hangsúlyozom, hogy az összes tárgyalások szóról-szóra akárhány határozatlan tartalmú alakokra is alkalmazhatók.

Legyen

$$f = u_0 x_1^n + \sqrt{\binom{n}{1}} u_1 x_1^{n-1} x_2 + \sqrt{\binom{n}{2}} u_2 x_1^{n-2} x_2^2 + \dots + u_n x_2^n = \\ = (a_1 x_1 + a_2 x_2)^n = a_x^n$$

és

$$g = v_0 x_1^n + \sqrt{\binom{n}{1}} v_1 x_1^{n-1} x_2 + \sqrt{\binom{n}{2}} v_2 x_1^{n-2} x_2^2 + \dots + v_n x_2^n = \\ = (b_1 x_1 + b_2 x_2)^n = b_x^n$$

két præparált alak; a behozott a_1, a_2, b_1, b_2 symbolumokat az

$$u_i = \sqrt{\binom{n}{i}} a_1^{n-i} a_2^i \quad (3) \\ (i=0, 1, 2, \dots, n)$$

$$v_i = \sqrt{\binom{n}{i}} b_1^{n-1} b_2^i \quad (4) \\ (i=0, 1, 2, \dots, n)$$

egyenlőségek definiálják. Ha f -re az

$$x_1 = a_1!_1 + \beta_1!_2 \\ x_2 = a_2!_1 + \beta_2!_2 \quad (S)$$

és g -re az S conjugált helyettesítését

$$\begin{aligned} x_1 &= \alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2 \\ x_2 &= \beta_1 y_1 + \beta_2 y_2 \end{aligned} \quad (S')$$

alkalmazzuk, akkor a transformált alakok legyenek

$$\begin{aligned} f(S(x)) &= U_0 y_1^n + \sqrt{\binom{n}{1}} U_1 y_1^{n-1} y_2 + \dots + U_n y_2^n = \\ &= [(\alpha_1 \alpha_1 + \alpha_2 \alpha_2) y_1 + (\alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \beta_2) y_2]^n \end{aligned}$$

és

$$\begin{aligned} g(S(x)) &= V_0 y_1^n + \sqrt{\binom{n}{1}} V_1 y_1^{n-1} y_2 + \dots + V_n y_2^n = \\ &= [(b_1 \alpha_1 + b_2 \beta_1) y_1 + (b_1 \alpha_2 + b_2 \beta_2) y_2]^n, \end{aligned}$$

úgy hogy a transformált együtthatók az a es b symbolumok segítségével a következőképen fejezhetők ki:

$$U_i = \sqrt{\binom{n}{i}} (\alpha_1 \alpha_1 + \alpha_2 \alpha_2)^{n-i} (\alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \beta_2)^i \quad (III)$$

$(i=0, 1, \dots, n)$

és

$$V_i = \sqrt{\binom{n}{i}} (b_1 \alpha_1 + b_2 \beta_1)^{n-i} (b_1 \alpha_2 + b_2 \beta_2)^i. \quad (IV)$$

$(i=0, 1, \dots, n)$

E jelölések bevezetése után főtételünk bebizonyítása néhány szóval elvégezhető. Kiindulunk az

$$\begin{aligned} &[(\alpha_1 \alpha_1 + \alpha_2 \alpha_2) b_1 + (\alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \beta_2) b_2]^n = \\ &= [(b_1 \alpha_1 + b_2 \beta_1) \alpha_1 + (b_1 \alpha_2 + b_2 \beta_2) \alpha_2]^n \end{aligned}$$

identitásból. Ha mind a két oldalon a kijelölt hatványozást végrehatjuk, a

$$\begin{aligned} &\sum_{i=0}^n \left\{ \sqrt{\binom{n}{i}} (\alpha_1 \alpha_1 + \alpha_2 \alpha_2)^{n-i} (\alpha_1 \beta_1 + \alpha_2 \beta_2)^i \cdot \sqrt{\binom{n}{i}} b_1^{n-i} b_2^i \right\} = \\ &= \sum_{i=0}^n \left\{ \sqrt{\binom{n}{i}} (b_1 \alpha_1 + b_2 \beta_1)^{n-i} (b_1 \alpha_2 + b_2 \beta_2)^i \cdot \sqrt{\binom{n}{i}} \alpha_1^{n-i} \alpha_2^i \right\} \end{aligned}$$

egyenlőségre jutunk, a mely a (3), (4), (III), (IV) alatti egyenlőségek figyelembe vételével így írható:

$$U_0 u_0 + U_1 u_1 + \dots + U_n u_n = V_0 u_0 + V_1 u_1 + \dots + V_n u_n;$$

de ez az egyenlőség az előrebocsátott segédétel értelmében már mutatja, hogy az $I_n(S)$ és $I_n(S')$ helyettesítések conjugáltak, tehát csakugyan

$$I_n(S') = \{I_n(S)\}'.$$

3. *A contragrediens helyettesítésekre vonatkozó Sylvester-féle tétel.**

E tétel tartalma az, hogy præparált alakok használatakor az indukálás után az inductorok contragredientiaja fennmarad. A bebizonyítás az előzők alapján felette egyszerű. Legyen az S helyettesítés részletesen kiírva

$$y_i = s_{i1}x_1 + s_{i2}x_2 + \dots + s_{ik}x_k, \quad (S)$$

($i=1, 2, \dots, k$)

legyen továbbá e helyettesítés determinánsa $|S|$ és e determináns s_{ij} elemének aldeterminánisa S_{ij} , akkor az S -sel contragrediens T helyettesítés a következőképen írható

$$y_i = \frac{S_{i1}}{|S|} x_1 + \frac{S_{i2}}{|S|} x_2 + \dots + \frac{S_{ik}}{|S|} x_k; \quad (T)$$

($i=1, 2, \dots, k$)

de minthogy S megfordítása S^{-1} így írható

$$x_i = \frac{S_{i1}}{|S|} y_1 + \frac{S_{i2}}{|S|} y_2 + \dots + \frac{S_{ik}}{|S|} y_k$$

($i=1, 2, \dots, k$)

és ez a helyettesítés T -nek conjugált helyettesítése, azért az S -sel contragrediens T helyettesítés S -sel a

$$T = [S^{-1}]'.$$

Ha most mind a két oldalon a præparált indukálás I_n műveletét alkalmazzuk, akkor az

$$I_n(T) = I_n\{[S^{-1}]'\} = [I_n(S^{-1})]' = \{[I_n(S)]^{-1}\}'$$

* L. Crelle Journal 85 k. 91—93. l.; továbbá HURWITZ «Zur Invariantentheorie» című értekezését, Mathematische Annalen 394. l.

egyenlőségek már mutatják, hogy $I_n(T)$ és $I_n(S)$ contragrediensek, a mivel egyszersmind SYLVESTER tétele is teljesen be van bizonyítva.

III. Orthogonális csoportok indukált csoportjai.

Az indukált helyettesítések invariáns-elméleti jelentősége abban áll, hogy használatuk mellett invariáns jellegű alakzatok vizsgálatánál kizárólagosan lineáris alapalakokra szorítkozhatunk. A modern invariáns-elmélet ma már nem éri be azzal, hogy pusztán csak a legáltalánosabb lineár csoporthoz tartozó invariáns jellegű alakzatokat tegye vizsgálódása tárgyává, hanem már speciálisabb csoportok invariáns-rendszereinek meghatározására is kiterjeszkedik. E speciális csoportok között az orthogonális csoport, a geometriában és mechanikában való sűrű alkalmazhatóságánál fogva, kiváló helyet foglal el. És itt most az a kérdés merül fel, hogy ez orthogonális csoportok invariáns-elméletének felépítésénél felhasználhatók-e azon előnyök, a melyeket az indukált helyettesítések alkalmazása nyújt? Ha az orthogonális csoport indukált csoportjai ismét orthogonálisok, akkor a válasz a felvetett kérdéstételre igenlő lesz. Ez valóban így is lesz, valahányszor az indukált csoportok levezetésekor praeparált algebrai alakot használunk. Az előzők alapján ugyanis könnyen bebizonyíthatjuk a következő tételt:

1. *Orthogonális helyettesítés minden praeparált indukált helyettesítése ismét orthogonális.*

Legyen az

$$y_i = c_{i1}y_1 + c_{i2}y_2 + \cdots + c_{ik}y_k \quad (S)$$

($i=1, 2, \dots, k$)

orthogonális, azaz együtthatói között álljanak fenn a

$$c_{i1}c_{1j} + c_{i2}c_{2j} + \cdots + c_{ki}c_{kj} = \delta_{ij} \quad (1)$$

($i, j=1, 2, \dots, k$)

feltételi egyenletek, a melyekben δ_{ij} zérus vagy egy, a szerint, a mint a j az i -től különböző vagy vele megegyező. Az S orthogonális helyettesítés megfordítása, S^{-1} , — mint ismeretes — így írható:

$$x_i = c_{1i}/f_1 + c_{2i}/f_2 + \dots + c_{ki}/f_k$$

$(i=1, 2, \dots, k)$

és mivel ez egyszersmind S -nek conjugált helyettesítése, azért bármely orthogonális helyettesítés az

$$S^{-1} = S' \quad (\text{I})$$

egyenletet kielégíti. Mint könnyen belátható, (I) az orthogonálisának azonban nemcsak szükséges, hanem egyszersmind elegendő feltétele is. Ha ugyanis (I) ki van elégítve, akkor egyszersmind ki lesz elégítve az

$$S'S = E_k$$

egyenlet is, azaz

$$\begin{pmatrix} c_{11} & c_{21} & \dots & c_{k1} \\ c_{12} & c_{22} & \dots & c_{k2} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ c_{1k} & c_{2k} & \dots & c_{kk} \end{pmatrix} \quad \text{és} \quad \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1k} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2k} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ c_{k1} & c_{k2} & \dots & c_{kk} \end{pmatrix}$$

együtthatórendszerek compositioja az egységrendszerre vezet, tehát

$$c_{1i}c_{1j} + c_{2i}c_{2j} + \dots + c_{ki}c_{kj} = \delta_{ij},$$

de akkor S orthogonális.

Ha most már az (I) alatti egyenlet mindkét oldalára az I_n műveletet alkalmazzuk és figyelembe vesszük, hogy I_n præparált indukált helyettesítés jele, akkor az

$$\begin{aligned} I_n(S^{-1}) &= I_n(S') \\ I_n(S^{-1}) &= [I_n(S)]^{-1} \\ I_n(S') &= [I_n(S)]' \end{aligned}$$

egyenlőségekből tüstént következik, hogy

$$[I_n(S)]^{-1} = [I_n(S)]',$$

de ez a (I) egyenlőségben kifejezett tétel alapján már mutatja, hogy $I_n(S)$ orthogonális és ezzel egyszersmind tételünk is teljesen be van bizonyítva.

Talán nem felesleges ezt a tételt is egy példával illusztrálni.

Legyen

$$S = \begin{pmatrix} a_1 & \beta_1 \\ a_2 & \beta_2 \end{pmatrix}$$

orthogonális, akkor az együtthatói között a fennálló feltételi egyenletek

$$a_1^2 + a_2^2 = 1 \quad a_1\beta_1 + a_2\beta_2 = 0 \quad \beta_1^2 + \beta_2^2 = 1.$$

Az S másodfokú præparált indukált helyettesítése

$$I_2(S) = \begin{pmatrix} a_1^2 & \sqrt{2} a_1 a_2 & a_2^2 \\ \sqrt{2} a_1 \beta_1 & a_1 \beta_2 + a_2 \beta_1 & \sqrt{2} a_2 \beta_2 \\ \beta_1^2 & \sqrt{2} \beta_1 \beta_2 & \beta_2^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix},$$

akkor

$$\begin{aligned} c_{11}^2 + c_{12}^2 + c_{13}^2 &= a_1^4 + 2a_1^2 a_2^2 + a_2^4 = (a_1^2 + a_2^2)^2 = 1 \\ c_{21}^2 + c_{22}^2 + c_{23}^2 &= (a_1 \beta_1 + a_2 \beta_2)^2 + (a_1^2 + a_2^2)(\beta_1^2 + \beta_2^2) = 1 \\ c_{31}^2 + c_{32}^2 + c_{33}^2 &= \beta_1^4 + 2\beta_1^2 \beta_2^2 + \beta_2^4 = (\beta_1^2 + \beta_2^2)^2 = 1 \\ c_{11}c_{21} + c_{12}c_{22} + c_{13}c_{23} &= \sqrt{2}(a_1^2 + a_2^2)(a_1\beta_1 + a_2\beta_2) = 0 \\ c_{11}c_{31} + c_{12}c_{32} + c_{13}c_{33} &= a_1^2\beta_1^2 + 2a_1a_2\beta_1\beta_2 + a_2^2\beta_2^2 = \\ &= (a_1\beta_1 + a_2\beta_2)^2 = 0 \\ c_{21}c_{31} + c_{22}c_{32} + c_{23}c_{33} &= \sqrt{2}(a_1\beta_1 + a_2\beta_2)(\beta_1^2 + \beta_2^2) = 0 \end{aligned}$$

lévén, közvetlenül látható, hogy $I_2(S)$ is orthogonális.

Végül még megjegyezzük, hogy az

$$|I_n(S)| = |S|^{\binom{n+k-1}{k}}$$

determináns-egyenlet a következő két tételt szolgáltatja:

Egyenes orthogonális helyettesítés (a melynek determinánása $+1$) bármely indukáltja ismét egyenes orthogonális helyettesítés.

k-dimenziós ferde orthogonális helyettesítés (a melynek determinánása -1) *n*-edfokú indukált helyettesítése egyenes vagy ferde orthogonális helyettesítés, a szerint, a mint a

$$\binom{n+k-1}{k}$$

binomiális együttható páros vagy páratlan.

AZ INDUKÁLT HELYETTESÍTÉS CHARAKTERISTIKUS EGYENLETÉNEK TÉNYEZŐKRE VALÓ FELBONTÁSA.

RADOS GUSZTÁV 1. tagtól.

Ha az

$$x_i = a_{i1}y_1 + a_{i2}y_2 + \dots + a_{ik}y_k$$

($i=1, 2, \dots, k$)

lineár helyettesítés karakteristikus egyenletének, a

$$\varphi_k(\lambda) \equiv \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{21} & \dots & a_{1k} \\ a_{12} & a_{22} - \lambda & \dots & a_{2k} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{k1} & a_{k2} & \dots & a_{kk} - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

egyenletnek, gyökei

$$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k,$$

akkor e helyettesítés n -edfokú indukált helyettesítéséhez, a

$$U_j = r_{j0}u_0 + r_{j1}u_1 + \dots + r_{j_{r-1}}u_{r-1}$$

[$j=0, 1, 2, \dots, r-1$: $r = \binom{n+k-1}{n}$]

helyettesítéshez tartozó karakteristikus egyenletnek, a

$$\Phi_{kn}(y) \equiv \begin{vmatrix} r_{00} - y & r_{01} & \dots & r_{0_{r-1}} \\ r_{10} & r_{11} - y & \dots & r_{1_{r-1}} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ r_{r-10} & r_{r-11} & \dots & r_{r-1_{r-1}} - y \end{vmatrix} = 0$$

egyenletnek gyökei — mint ismeretes * — a

* L. «Az indukált lineár helyettesítések című» dolgozatomat. Math. és Természettud. Értesítő XVI. k. 381. l.

$$\lambda_{i_1} \lambda_{i_2} \dots \lambda_{i_n}$$

szorzatból akként nyerhetők, hogy ebben az

$$i_1 i_2 \dots i_n$$

index-combinatio helyébe az

$$1, 2, \dots, k$$

elemeknek ismétléssel alkotható összes n -elemű combinatioit helyettesítjük.

Jelen dolgozatom is a

$$\Phi_{kn}(y) = 0$$

charakteristikus egyenletre vonatkozik, a melyről a bevezető sorokban idézett tétel alapján ki fogom mutatni, hogy az n -nek minden 1-nél nagyobb értékénél és függetlenül k értékétől *mindenkor reductibilis*. Sőt a $\Phi_{kn}(y)$ irreductibilis tényezőinek száma mindig analytikai úton határozható meg, a mint azt az alantiakban bebizonyítandó tétel mutatja:

Az n -edfokú indukált helyettesítés karakteristikus függvényeiben, a $\Phi_{kn}(y)$ -ban előforduló irreductibilis tényezők száma ρ_{kn} k minden pozitív egész számú értékénél

$$\rho_{kn} = \frac{1}{n!} \left[\frac{d^n \Omega_k(x)}{dx^n} \right]_{x=0} = \frac{1}{n!} \Omega_k^{(n)}(0),$$

a hol

$$\Omega_k(x) = \frac{x}{1-x} + \frac{x^2}{(1-x)(1-x^2)} + \dots + \frac{x^k}{(1-x)(1-x^2)\dots(1-x^k)};$$

ha pedig $k \geq n$, akkor ρ_{kn} , a $\Phi_{kn}(y)$ irreductibilis tényezőinek száma, a k értékétől teljesen független és

$$\rho_{kn} = \frac{1}{n!} \left[\frac{d^n \Psi(x)}{dx^n} \right]_{x=0} = \frac{1}{n!} \Psi^{(n)}(0),$$

a hol $\Psi(x)$ a

$$\Psi(x) = \prod_{a=1}^{\infty} \frac{1}{1-x^a}$$

végtelen szorzat segítségével definiált transcendens analytikai függvényt jelenti.

E mellett, mint az algebra szempontjából érdekes mellék-eredményt, kiemeljük azt a körülményt, hogy a $\Phi_{kn}(y)$ irreducibilis tényezői nem egyebek, mint a

$$\varphi_k(\lambda) = 0$$

k -adfokú algebrai egyenlet ama resolvens-egyenleteinek többszöröse, a melyeknek gyökei a $\varphi_k(\lambda) = 0$ egyenlet gyökeiből alkotott n -edfokú egytagú kifejezések. E resolvensok között elő fog fordulni az egyenlet megoldása tekintetében a legfontosabb, a GALOIS-féle resolvens is, ha n -et alkalmasan választjuk. Erre elégséges, hogy

$$n \geq \frac{k(k+1)}{2}$$

legyen. Ezzel a GALOIS-féle resolvens képezésére új utat jelöltünk ki, a melyen az eddiginél elvileg egyszerűbb módon juthatunk el a resolvens ismeretéhez, a mennyiben ezen az úton haladva, irrationalitásoknak és az ezekből alkotott szimmetrikus kifejezéseknek még átmeneti használatát is elkerülhetjük és mint végzendő művelet csakis a $\frac{k(k+1)}{2}$ -edfokú indukált helyettesítés karakterisztikus függvényének tényezőkre való felbontása marad fenn.

I.

1. E dolgozat élén idézett tétel értelmében a

$$\Phi_{kn}(y) = 0$$

$\binom{n+k-1}{n}$ -edfokú egyenlet bármely gyöke az

$$y = \lambda_1^{l_1} \lambda_2^{l_2} \dots \lambda_q^{l_q}$$

alakban írható, a hol

$$l_1 + l_2 + \dots + l_q = n. \quad (1)$$

($q=1, 2, 3, 4, \dots, k$)

Az l_1, l_2, \dots, l_q kitevők között egyenlők is előfordulhatnak. Legyen

$$\begin{aligned} l_1 &= \dots = l_{a_1} = m_1 \\ l_{a_1+1} &= \dots = l_{a_1+a_2} = m_2 \\ &\dots \dots \dots \\ l_{a_1+a_2+\dots+a_{r-1}+1} &= l_{a_1+a_2+\dots+a_{r-1}+2} = \dots = l_{a_1+a_2+\dots+a_r} = m_r, \end{aligned}$$

úgy hogy

$$m_1 a_1 + m_2 a_2 + \dots + m_r a_r = n,$$

akkor y a következő alakban írható:

$$y = (\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{\alpha_1})^{m_1} (\lambda_{\alpha_1+1} \lambda_{\alpha_1+2} \dots \lambda_{\alpha_1+\alpha_2})^{m_2} \dots \\ \dots (\lambda_{\alpha_1+\alpha_2+\dots+\alpha_{r-1}+1} \lambda_{\alpha_1+\alpha_2+\dots+\alpha_{r-1}+2} \dots \lambda_{\alpha_1+\alpha_2+\dots+\alpha_r})^{m_r}.$$

Határozzuk meg most a

$$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$$

elemek ama Γ permutatio-csoportját, a melynek helyettesítései az y -t változatlanul hagyják. Ezt a következőképen szerkeszthetjük meg. Legyenek

$$G_1 = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\alpha_1}] = (t'_1, t'_2, \dots, t'_{\alpha_1}) \\ G_2 = [\lambda_{\alpha_1+1}, \lambda_{\alpha_1+2}, \dots, \lambda_{\alpha_1+\alpha_2}] = (t''_1, t''_2, \dots, t''_{\alpha_2}) \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ G_r = [\lambda_{\alpha_1+\alpha_2+\dots+\alpha_{r-1}+1}, \dots, \lambda_{\alpha_1+\alpha_2+\dots+\alpha_r}] = (t^{(r)}_1, t^{(r)}_2, \dots, t^{(r)}_{\alpha_r}) \\ G_{r+1} = [\lambda_{\alpha_1+\alpha_2+\dots+\alpha_r+1}, \dots, \lambda_k] = (t^{(r+1)}_1, t^{(r+1)}_2, \dots, t^{(r+1)}_{(k-\alpha_1-\dots-\alpha_r)!})$$

rendre a szegletes zárjelekbe foglalt elemek szymmetrikus csoportjai, akkor a Γ csoport a G_1, G_2, \dots, G_{r+1} csoportok összetételéből keletkező csoport, azaz

$$\Gamma = [G_1, G_2, \dots, G_r, G_{r+1}].$$

A Γ rendszáma ν most már azon az alapon adódik ki, hogy a

$$t'_{\beta_1} t''_{\beta_2} \dots t^{(r)}_{\beta_r} t^{(r+1)}_{\beta_{r+1}}$$

szorzat már a Γ -nak minden helyettesítését és mindegyiket csak egyszer adja, ha benne a

$$\beta_1 = 1, 2, \dots, \alpha_1! \\ \beta_2 = 1, 2, \dots, \alpha_2! \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \beta_r = 1, 2, \dots, \alpha_r! \\ \beta_{r+1} = 1, 2, \dots, (k-\alpha_1-\alpha_2-\dots-\alpha_r)!$$

helyettesítéseket végezzük.

Ugyanis a $t_\alpha^{(i)}$ és $t_\beta^{(k)}$ helyettesítések mindig felcserélhetők, azaz

$$t_\alpha^{(i)} t_\beta^{(k)} = t_\beta^{(k)} t_\alpha^{(i)} \\ (\alpha=1, 2, \dots, \alpha_i!; \beta=1, 2, \dots, \alpha_k!; i=1, 2, \dots, r+1; i \geq k);$$

ennek következtében a Γ csoport minden helyettesítése a

$$t'_{\beta_1} t''_{\beta_2} \dots t_{\beta_r}^{(r)} t_{\beta_{r+1}}^{(r+1)}$$

alakban írható.

Továbbá könnyen kimutatható, hogy a

$$t'_{\gamma_1} t''_{\gamma_2} \dots t_{\gamma_{r+1}}^{(r+1)} = t'_{\gamma_1} t''_{\gamma_2} \dots t_{\gamma_{r+1}}^{(r+1)} \quad (a)$$

egyenlőség csak úgy állhat fenn, hogy

$$\beta_1 = \gamma_1, \beta_2 = \gamma_2, \dots, \beta_{r+1} = \gamma_{r+1}.$$

Az (a) alatti egyenlőségből ugyanis következik, hogy

$$t_{\gamma_1}^{\prime-1} t'_{\beta_1} = t'_{\gamma_2} t''_{\gamma_3} \dots t_{\gamma_{r+1}}^{(r+1)} (t_{\beta_{r+1}}^{(r+1)})^{-1} (t_{\beta_r}^{(r)})^{-1} \dots (t_{\beta_2}^{\prime})^{-1},$$

de minthogy ez egyenlőség jobb oldalán álló helyettesítés a

$$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{\alpha_1}$$

elemeket változatlanul hagyja, kell hogy

$$(t_{\gamma_1}^{\prime})^{-1} t'_{\beta_1} = 1$$

azaz

$$t'_{\beta_1} = t_{\gamma_1}^{\prime}$$

vagy

$$\beta_1 = \gamma_1$$

legyen. De akkor az (a) alatti egyenlőség így írható:

$$t_{\beta_2}^{\prime} t_{\beta_3}^{\prime\prime} \dots t_{\beta_{r+1}}^{(r+1)} = t_{\gamma_2}^{\prime} t_{\gamma_3}^{\prime\prime} \dots t_{\gamma_{r+1}}^{(r+1)};$$

ha pedig erre az előbb használt következtetést r -szer alkalmazzuk, végül arra az eredményre jutunk, hogy (a) valóban csak úgy állhat fenn, hogy

$$\beta_1 = \gamma_1, \beta_2 = \gamma_2, \dots, \beta_{r+1} = \gamma_{r+1},$$

de akkor a

$$t'_{\beta_1} t''_{\beta_2} \dots t_{\beta_{r+1}}^{(r+1)} \\ (\alpha_i = 1, 2, \dots, \alpha_i!; i=1, 2, \dots, r, r+1)$$

szorzatok valóban a I' csoportnak minden helyettesítését egyszer és csakis egyszer szolgáltatják, és így a I' csoport rendszáma ν

$$\nu = a_1! a_2! \dots a_r! (k - a_1 - a_2 - \dots - a_r)!$$

és amaz értékek száma pedig, a melyet az

$$y = (\lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_{a_1})^{m_1} (\lambda_{a_1+1} \lambda_{a_1+2} \dots \lambda_{a_1+a_2})^{m_2} \dots \\ \dots (\lambda_{a_1+a_2+\dots+a_{r-1}+1} \dots \lambda_{a_1+a_2+\dots+a_r})^{m_r}$$

kifejezés a k -adfokú szimmetrikus csoport összes helyettesítései-
nek alkalmazásakor felvesz:

$$\pi = \frac{k!}{\nu} = \frac{k!}{a_1! a_2! \dots a_r! (k - a_1 - a_2 - \dots - a_r)!}.$$

Ha ez értékek

$$y_1, y_2, \dots, y_\pi,$$

akkor a

$$G(y) \equiv \prod_{i=1}^{\pi} (y - y_i) \equiv y^\pi + A_1 y^{\pi-1} + \dots + A_\pi = 0$$

az az egyenlet, a melynek y eleget tesz; az ebben szereplő

$$A_1, A_2, \dots, A_\pi$$

együtthatók, mint a

$$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$$

gyökök szimmetrikus függvényei, a

$$\varphi_k(\lambda) = 0$$

egyenlet együtthatói és így az a_{ik} elemek segítségével is racionálisan előállítható kifejezések; ismeretes továbbá az is, hogy a míg az a_{ik} elemek határozatlanok, $G(y)$ irreducibilis, úgy hogy a $G(y)$ -ban a $\Phi_{kn}(y)$ karakteristikus függvénynek egyik irreducibilis tényezőjét ismerjük fel.

Ily módon világos, hogy az (1) alatt felírt diophantusi egyenletek minden egyes pozitív számokból álló megoldásának a $\Phi_{kn}(y)$ karakteristikus függvénynek egy-egy irreducibilis tényezője fog megfelelni és megfordítva. Ez irreducibilis tényezők száma tehát megegyezik az n amaz egyenlő vagy különböző pozitív számokra

való felbontásainak számával, a melyekben a tagok száma a k -t felül nem mulja.*

Az n számnak a számú positiv tagra való felbontásainak számát C_a -t analytikai úton is előállíthatjuk. Ha ugyanis az

$$\omega_a(x) = \frac{x^a}{(1-x)(1-x^2)\dots(1-x^a)}$$

rationalis törtfüggvényt az $x=0$ hely környezetében hatványsorba kifejtjük, akkor ebben x^n együtthatója C_a -nak pontos értékét adja,** úgy hogy tehát

$$C_a = \frac{1}{n!} \left[\frac{d^n \omega_a(x)}{dx^n} \right]_{x=0} = \omega_a^{(n)}(0);$$

a $\Phi_{kn}(y)$ irreductibilis tényezőinek száma, ρ_{kn} , tehát így állítható elő:

$$\begin{aligned} \rho_{kn} &= C_1 + C_2 + \dots + C_k = \\ &= \frac{1}{n!} \left[\frac{d^n \omega_1(x)}{dx^n} + \frac{d^n \omega_2(x)}{dx^n} + \dots + \frac{d^n \omega_k(x)}{dx^n} \right]_{x=0} = \\ &= \frac{1}{n!} \left[\frac{d^n}{dx^n} \{ \omega_1(x) + \omega_2(x) + \dots + \omega_k(x) \} \right]_{x=0}; \end{aligned}$$

ha tehát az

$$\omega_1(x) + \omega_2(x) + \dots + \omega_k(x)$$

rationalis törtfüggvényt $\Omega_k(x)$ -szel jelöljük, úgy hogy

* Az az egyszerű megjegyzés, hogy a $\Phi_{kn}(y)$ irreductibilis tényezőinek fokszámából alkotott összeg egyenlő magának $\Phi_{kn}(y)$ -nak fokszámával, arra az érdekes analytikai számelméleti eredményre vezet, hogy

$$\sum \frac{k!}{\alpha_1! \alpha_2! \dots \alpha_r! (k - \alpha_1 - \dots - \alpha_r)!} = \binom{n+k-1}{k},$$

a hol ez összegezés az $\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_r$ számokra vonatkozik és a

$$m_1 \alpha_1 + m_2 \alpha_2 + \dots + m_r \alpha_r = n$$

($r=1, 2, \dots, k$)

diophantusi egyenletek minden positiv megoldására kiterjesztendő. E diophantusi egyenletekben az m_1, m_2, \dots, m_r egyhatórendszerek tetszőleges nem negativ számok.

** L. EULER, Introductio in analysin infinitorum. Caput XVI. De partitio numerorum pag. 263.

$$\Omega_k(x) = \frac{x}{1-x} + \frac{x^2}{(1-x)(1-x^2)} + \dots + \frac{x^k}{(1-x)(1-x^2)\dots(1-x^k)},$$

akkor a $\Phi_{kn}(y)$ irreductibilis tényezőinek számát végül a következő alakban állíthatjuk elő:

$$\rho_{kn} = \frac{1}{n!} \left[\frac{d^n \Omega_k(x)}{dx^n} \right]_{x=0} = \frac{1}{n!} \Omega^n(0).$$

2. Ha $k \geq n$, akkor az

$$l_1 + l_2 + \dots + l_q = n$$

($q=1, 2, \dots, k$)

diophantusi egyenletek összes pozitív megoldásai az n egész szám összes lehetséges felbontásait szolgáltatják. Az n összes felbontásainak számát, miként EULER kimutatta,* úgy kaphatjuk, hogy a

$$\Psi(x) = \prod_{a=1}^{\infty} \frac{1}{1-x^a}$$

transcendens függvényt a zérus-hely környezetében hatványsorba fejtsük és x^n -nek együtthatóját vesszük. Ennek következtében a jelen esetben az irreductibilis tényezők száma

$$\rho_{kn} = \frac{1}{n!} \left[\frac{d^n \Psi(x)}{dx^n} \right]_{x=0} = \frac{1}{n!} \Psi^{(n)}(0)$$

és a mint látható e szám k értékétől teljesen független.

Mint érdekes mellékeredményt kiemeljük, hogy valahányszor $k \geq n$, mindannyiszor

$$\rho_{kn} = \frac{1}{n!} \Omega_k^{(n)}(0) = \frac{1}{n!} \Psi^{(n)}(0),$$

a miből azt az eredményt kapjuk, hogy a

$$\Psi(x) = \prod_{a=1}^{\infty} \frac{1}{1-x^a}$$

az

$$\Omega(x) = 1 + \sum_{a=1}^{\infty} \frac{x^a}{(1-x)(1-x^2)\dots(1-x^a)}$$

* L. EULER Intr. in analysin infr. pag. 269.

transzcendens törtfüggvény végtelen szorzat előállítására.

3. Ha $n = \frac{k(k+1)}{2}$, akkor az

$$y = \lambda_1^{l_1} \lambda_2^{l_2} \dots \lambda_q^{l_q}$$

($l_1 + l_2 + \dots + l_q = n$)

kifejezések között a

$$V = x_1 x_2^2 x_3^3 \dots x_k^k$$

is elő fog fordulni, mert hiszen

$$1 + 2 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2} = n.$$

Az ekként meghatározott kifejezés a

$$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$$

gyökök összes felcseréléseinél $k!$ számú értéket vesz fel, a minek következtében a $\Phi_{kn}(y)$ karakteristikus függvény V -nek megfelelő irreducibilis tényezője a

$$\varphi_k(\lambda) = 0$$

k -adfokú egyenlet GALOIS-féle resolvenseinek többtagúját szolgáltatja.

Ha tehát $k \geq \frac{n(n+1)}{2}$, akkor a GALOIS-féle resolvens többtagújának a $\Phi_{kn}(y)$ karakteristikus függvény irreducibilis tényezői között való előfordulása feltétlenül biztosítva van.

Ebből a GALOIS-féle resolvens meghatározására a következő új eljárás adódik ki. Mindenekelőtt előállítjuk egyikét ama helyettesítéseknek, a melyeknek karakteristikus egyenlete amaz

$$f(x) = 0$$

megadott k -adfokú egyenlet, a melynek GALOIS-féle resolvensét keressük.* Ez meglévén, alkossuk meg ennek $\frac{k(k+1)}{2}$ -edfokú indukált helyettesítését és bontsuk fel ez indukált helyettesítés karakteristikus függvényét irreducibilis tényezőire. E tényezők

* L. «Az adjungált helyettesítések elméletéről» című dolgozatomat. Math. és Term. Értesítő X. k. 41. l.

közül a legmagasabb fokú megadja a keresett GALOIS-féle resolvens többtagúját.

II.

Tekintsük át a talált eredményeket néhány speciális eseten.
1. Legyen pl. $k=4$ és tűzzük ki magunknak feladatul, hogy a

$$\Phi_{41}(y), \Phi_{42}(y), \Phi_{43}(y), \Phi_{44}(y), \Phi_{45}(y), \Phi_{46}(y), \Phi_{47}(y), \dots$$

charakteristikus függvények irreductibilis tényezőinek számát meghatározzuk. E célból meg kell alkotnunk az

$$Q_4(x) = \frac{x}{1-x} + \frac{x^2}{(1-x)(1-x^2)} + \frac{x^8}{(1-x)(1-x^2)(1-x^8)} + \\ + \frac{x^4}{(1-x)(1-x^2)(1-x^8)(1-x^4)}$$

rationalis törtfüggvényt: e függvényt az $x=0$ hely környezetében hatványsorba kifejtve lesz:

$$Q_4(x) = x + 2x^2 + 3x^3 + 5x^4 + 6x^5 + 9x^6 + 11x^7 + 15x^8 + 18x^9 + \dots,$$

úgy hogy a felbontásokban előforduló irreductibilis tényezők számai lesznek:

$$\rho_{41}=1, \rho_{42}=2, \rho_{43}=3, \rho_{44}=5, \rho_{45}=6, \rho_{46}=9, \rho_{47}=11, \dots$$

2. Ha $k \geq n$, akkor a $\Phi_{kn}(y)$ irreductibilis tényezőinek számát a

$$P(x) = \prod_{a=1}^{\infty} \frac{1}{1-x^a} = \\ = 1 + x + 2x^2 + 3x^3 + 5x^4 + 7x^5 + 11x^6 + 15x^7 + 22x^8 + \\ + 30x^9 + 42x^{10} + 56x^{11} + 77x^{12} + 101x^{13} + 135x^{14} + 176x^{15} + \\ + 239x^{16} + \dots$$

hatványsor együtthatói adják, úgy hogy g bármely nem negatív

$\Phi_{g+1\ 1}(y)$	irreducibilis tényezőinek száma	$\rho_{g+1\ 1} = 1$
$\Phi_{g+2\ 2}(y)$	"	" $\rho_{g+2\ 2} = 2$
$\Phi_{g+3\ 3}(y)$	"	" $\rho_{g+3\ 3} = 3$
$\Phi_{g+4\ 4}(y)$	"	" $\rho_{g+4\ 4} = 5$
$\Phi_{g+5\ 5}(y)$	"	" $\rho_{g+5\ 5} = 7$
$\Phi_{g+6\ 6}(y)$	"	" $\rho_{g+6\ 6} = 11$ (T)
$\Phi_{g+7\ 7}(y)$	"	" $\rho_{g+7\ 7} = 15$
$\Phi_{g+8\ 8}(y)$	"	" $\rho_{g+8\ 8} = 22$
$\Phi_{g+9\ 9}(y)$	"	" $\rho_{g+9\ 9} = 30$
$\Phi_{g+10\ 10}(y)$	"	" $\rho_{g+10\ 10} = 42$ etc.

3. Legyen adva az

$$\begin{aligned} x_1 &= a_1 y_1 + \beta_1 y_2 + \gamma_1 y_3 \\ x_2 &= a_2 y_1 + \beta_2 y_2 + \gamma_2 y_3 \\ x_3 &= a_3 y_1 + \beta_3 y_2 + \gamma_3 y_3 \end{aligned} \quad (S)$$

lineár helyettesítés és legyenek a

$$\varphi_3(\lambda) \equiv \begin{vmatrix} a_1 - \lambda & \beta_1 & \gamma_1 \\ a_1 & \beta_2 - \lambda & \gamma_2 \\ a_3 & \beta_3 & \gamma_3 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

charakteristikus egyenletének gyökei:

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3,$$

akkor (S) másodfokú indukált helyettesítését az

$$\begin{aligned} U_0 &= a_1^2 u_0 + a_2^2 u_1 + a_3^2 u_2 + 2a_1 a_2 u_3 + 2a_1 a_3 u_4 + 2a_2 a_3 u_5 \\ U_1 &= \beta_1^2 u_0 + \beta_2^2 u_1 + \beta_3^2 u_2 + 2\beta_1 \beta_2 u_3 + 2\beta_1 \beta_3 u_4 + 2\beta_2 \beta_3 u_5 \\ U_2 &= \gamma_1^2 u_0 + \gamma_2^2 u_1 + \gamma_3^2 u_2 + 2\gamma_1 \gamma_2 u_3 + 2\gamma_1 \gamma_3 u_4 + 2\gamma_2 \gamma_3 u_5 \\ U_3 &= a_1 \beta_1 u_0 + a_2 \beta_2 u_1 + a_3 \beta_3 u_2 + (a_1 \beta_2 + a_2 \beta_1) u_3 + \\ &\quad + (a_1 \beta_3 + a_3 \beta_1) u_4 + (a_2 \beta_3 + a_3 \beta_2) u_5 \\ U_4 &= a_1 \gamma_1 u_0 + a_2 \gamma_2 u_1 + a_3 \gamma_3 u_2 + (a_1 \gamma_2 + a_2 \gamma_1) u_3 + \\ &\quad + (a_1 \gamma_3 + a_3 \gamma_1) u_4 + (a_2 \gamma_3 + a_3 \gamma_2) u_5 \\ U_5 &= \beta_1 \gamma_1 u_0 + \beta_2 \gamma_2 u_1 + \beta_3 \gamma_3 u_2 + (\beta_1 \gamma_2 + \beta_2 \gamma_1) u_3 + \\ &\quad + (\beta_1 \gamma_3 + \beta_3 \gamma_1) u_4 + (\beta_2 \gamma_3 + a_3 \gamma_2) u_5 \end{aligned}$$

egyenletrendszer szolgáltatja. Ez indukált helyettesítés karakteristikus egyenletének gyökei, azaz a

$$\Phi_{32}(y) = 0$$

egyenletnek gyökei

$$\lambda_1^2, \lambda_2^2, \lambda_3^2, \lambda_1\lambda_2, \lambda_1\lambda_3, \lambda_2\lambda_3;$$

irreductibilis tényezőinek száma pedig, a mint azt a (T) alatti táblázat második sora mutatja, 2.

Az első irreductibilis tényezőt az előzők értelmében a

$$\lambda_1^2, \lambda_2^2, \lambda_3^2, \tag{1}$$

a másodikat a

$$\lambda_1\lambda_2, \lambda_1\lambda_3, \lambda_2\lambda_3 \tag{2}$$

értékek fogják zérussá tenni.

Az (1) sorban foglalt értékek azonban nem egyebek, mint az S helyettesítés négyzetéhez, az S²-hez tartozó karakteristikus egyenletnek gyökei; ha tehát

$$\begin{aligned} c_{11} &= a_1^2 + \beta_1 a_2 + \gamma_1 a_3 & c_{21} &= a_2 a_1 + \beta_2 a_2 + \gamma_2 a_3 \\ c_{12} &= a_1 \beta_1 + \beta_1 \beta_2 + \gamma_1 \beta_3 & c_{22} &= a_2 \beta_1 + \beta_2^2 + \gamma_2 \beta_3 \\ c_{13} &= a_1 \gamma_1 + \beta_1 \gamma_2 + \gamma_1 \gamma_3 & c_{23} &= a_2 \gamma_1 + \beta_2 \gamma_3 + \gamma_2 \gamma_3 \\ c_{31} &= a_3 a_1 + \beta_3 a_2 + \gamma_3 a_3 \\ c_{32} &= a_3 \beta_1 + \beta_3 \beta_2 + \gamma_3 \beta_3 \\ c_{33} &= a_3 \gamma_1 + \beta_3 \gamma_2 + \gamma_3^2, \end{aligned}$$

akkor az (1) sorban foglalt értékek a

$$\begin{vmatrix} c_{11} - y & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} - y & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} - y \end{vmatrix} = 0$$

egyenletnek gyökei.

A (2) sorozatban felírt értékek pedig nem egyebek, mint az (S) helyettesítés másodfokú adjungált helyettesítéséhez tartozó karakteristikus egyenletnek gyökei.* Ha tehát

* L. «Az adjungált helyettesítések elmélete» című dolgozatomat. Math. és Term. Értesítő X. k. 35. és 36. l.

$$\begin{aligned} \beta_2\gamma_3 - \beta_3\gamma_2 &= A_1 & \gamma_2a_3 - \gamma_3a_2 &= B_1 & a_2\beta_3 - a_3\beta_2 &= \Gamma_1 \\ \beta_3\gamma_1 - \beta_1\gamma_3 &= A_2 & \gamma_3a_1 - \gamma_1a_3 &= B_2 & a_3\beta_1 - a_1\beta_3 &= \Gamma_2 \\ \beta_1\gamma_2 - \beta_2\gamma_1 &= A_3 & \gamma_1a_2 - \gamma_2a_1 &= B_3 & a_1\beta_2 - a_2\beta_1 &= \Gamma_3, \end{aligned}$$

akkor a (2) sorozatban foglalt értékek az

$$\begin{vmatrix} A_1 - y & B_1 & \Gamma_1 \\ A_2 & B_2 - y & \Gamma_2 \\ A_3 & B_3 & \Gamma_3 - y \end{vmatrix} = 0$$

egyenletnek gyökei.

Ennek következtében a $\Phi_{23}(y)$ függvénynek a következő explicit felbontásához jutottunk:

$$\begin{vmatrix} a_1^2 - y & a_2^2 & a_3^2 & 2a_1a_2 & 2a_1a_3 & 2a_2a_3 \\ \beta_1^2 & \beta_2^2 - y & \beta_3^2 & 2\beta_1\beta_2 & 2\beta_1\beta_3 & 2\beta_2\beta_3 \\ \gamma_1^2 & \gamma_2^2 & \gamma_3^2 - y & 2\gamma_1\gamma_2 & 2\gamma_1\gamma_3 & 2\gamma_2\gamma_3 \\ a_1\beta_1 & a_2\beta_2 & a_3\beta_3 & a_1\beta_2 + a_2\beta_1 - y & a_1\beta_3 + a_3\beta_1 & a_2\beta_3 + a_3\beta_2 \\ a_1\gamma_1 & a_2\gamma_2 & a_3\gamma_3 & a_1\gamma_2 + a_2\gamma_1 & a_1\gamma_3 + a_3\gamma_1 - y & a_2\gamma_3 + a_3\gamma_2 \\ \beta_1\gamma_1 & \beta_2\gamma_2 & \beta_3\gamma_3 & \beta_1\gamma_2 + \beta_2\gamma_1 & \beta_1\gamma_3 + \beta_3\gamma_1 & \beta_2\gamma_3 + \beta_3\gamma_2 - y \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} c_{11} - y & c_{12} & c_{13} \\ c_{12} & c_{22} - y & c_{23} \\ c_{13} & c_{23} & c_{33} - y \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} A_1 - y & B_1 & \Gamma_1 \\ A_2 & B_2 - y & \Gamma_2 \\ A_3 & B_3 & \Gamma_3 - y \end{vmatrix}$$

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1898. december 12.-én tartott üléséből.)

ADATOK A GÉGE IDEGEINEK ISMERETÉHEZ.

ÓNODI ADOLF I. tagtól.

Századunk első felében csaknem egyöntetű nézet uralkodott a boncznokok között a gége beidegzését illetőleg; vegyes jellegűnek tekintették úgy a felső, mint az alsó gégeideget, és a gége nyákhártyáját és izmait egyaránt idegeztették be a két ideg által. Egy kettős beidegzés nyákhártya és izmokra nézve. Ez a tan lényegesen módosult az 1850-től mostanáig megjelent boncztani tankönyvekben. Nézzük a gégeidegeknek végelágazódásait, melyekre nézve a vélemények a következő csoportokra oszthatók:

1. A felső gégeideg külső és belső ága, valamint az alsó gégeideg vegyes jellegű rostokat vezet a gége nyákhártyájához és izmaihoz. GEGENBAUR¹ tankönyvében van ezen álláspont képviselve. A felső gégeideg külső ága ellátja a gyűrűpajzsizmot (musc. cricothyreoideus) és ezen izmon át «sollen feine Zweige auch zur Schleimhaut gelangen.» A felső gégeideg belső ága a gége nyálkahártyáját a hangrészig látja el, továbbá azt írja «auch an die inneren Kehlkopfmuskeln sind untergeordnete Zweige beschrieben.» Az alsó gégeideg az előbb említett izmon kívül a többi gégeizmot látja el, továbbá «auch zur Scheimhaut des unteren Kehlkopf-raumes verbreiten sich Zweige.»

2. A felső gégeideg külső ága vegyes jellegű, a felső gégeideg belső ága érző, az alsó gégeideg vegyes jellegű rostokat vezet. Ezen nézetet SCHWALBE² képviseli. Szerinte a felső gégeideg külső ága ellátja a gyűrűpajzsizmot, «der Nerv ist also vorzugsweise mo-

¹ GEGENBAUR: Lehrbuch der Anatomie. 1890.

² SCHWALBE: Anatomic. 1881.

torischer Natur, gibt aber ausserdem noch einige feine Zweige zur Schleimhaut des Stimmbandes.» A felső gégeideg belső ága a gége nyálkahártyáját látja el a hangrésig, «ist ein sensibler Nerv.» Az alsó gégeideg a gyűrűpajzsizmon kívül a többi gégeizmot látja el, továbbá «auch dringen einige Fäden abwärts zu dem unterhalb der Stimmritze gelegenen Theile der Kehlkopfschleimhaut vor.»

3. A felső gégeideg külső ága mozgató jellegű, a felső gégeideg belső ága, valamint az alsó gégeideg vegyes jellegű rostokból áll. Ezen nézet régi képviselője ARNOLD¹, LUSCHKA² is korábbi munkájában ezen nézetet vallja. A felső gégeideg belső ága három izomhoz is vezet rostokat (mm. arytaenoideus transversus, ary-et thyreoepiglotticus.) RÜDINGER³ szerint a felső gégeideg külső ága ellátja a gyűrűpajzsizmot, a felső gégeideg belső ága rostokat ad a gége nyálkahártyájához és két izomhoz (mm. arytaenoideus transversus et aryepiglotticus); az alsó gégeideg izomágakat ad, továbbá «auch sensilbe Fäden bringt der untere Kehlkopfnerv zur Schleimhaut.» AEBY⁴ szerint a felső gégeideg külső ága a gyűrűpajzsizmot látja el, a felső gégeideg belső ága a nyálkahártyát és a m. epiglotticus-t idegezi be, az alsó gégeideg a gégeizmokhoz és a nyálkahártyához ad ágakat. QUAIN-HOFFMANN⁵ szerint a felső gégeideg külső ága ellátja a gyűrűpajzsizmot, a felső gégeideg belső ága a gége nyálkahártyáját a hangszalagokig, továbbá a m. arytaenoideus obliquus-t idegezi be; az alsó gégeideg a gége izmait és egyes fonalaival a nyálkahártyát látja el.

HOLLSTEIN⁶ szerint a felső gégeideg külső ága a gyűrűpajzsizmot látja el, a felső gégeideg belső ága érző rostjain kívül ágakat ad három izomnak (mm. arytaenoideus transversus, ary-et thyreoepiglotticus); az alsó gégeideg a többi gégeizmot és a gége nyálkahártyáját a hangrés alatt idegezi be. LANGER⁷ szerint a felső

¹ ARNOLD: Anatomie. 1851.

² LUSCHKA: Die Anatomie des menschlichen Halses. 1862.

³ RÜDINGER: Anatomie der Gehirnnerven. 1870.

⁴ AEBY: Anatomie. 1871.

⁵ QUAIN-HOFFMANN: Anatomic. 1872.

⁶ HOLLSTEIN: Anatomie. 1873.

⁷ LANGER: Anatomie. 1885.

gégeideg külső ága a gyűrűpajzsizmot idegezi be; a felső gégeideg belső ága vegyes jellegű, ellátja a gége nyálkahártyáját a hangrésig; hogy mozgató rostokat is vezet, azt csak az alsó gégeideg leírásából tudjuk meg, ugyanis szavai szerint «auch er enthält motorische und sensible Fasern, die ersteren gibt er theils allein, theils im Verein mit dem Ramus communicans vom oberen Laryngeus an die Muskeln ab, welche direct die Stimmritze beherrschen.» Az alsó gégeideg érző rostjai a hangréshez és az alatta fekvő nyálkahártyához mennek. Ugyanezen leírást találjuk későbbben is LANGER-TOLDT¹ könyvében. Ugyanezen tankönyv újabb kiadásában TOLDT² már másként nyilatkozik. Itt is azt mondja, hogy a felső gégeideg külső ága mozgató, a felső gégeideg belső ága vegyes jellegű. Az előbbi munkában meg volt adva a belső ág vegyes jellegének a magyarázata, ebben a munkában azonban azt hiába keressük, mert TOLDT a felső gégeideg összekötő ágának (ramus communicans n. l. s.) most érző rostokat tulajdonít és mozgató rostjairól nem emlékezik meg. Ugyanis az alsó gégeidegről a következőket mondja: «auch er enthält motorische und sensible Fasern» «nebendies versorgt er die Schleimhaut in und unter der Stimmritze und zwar wahrscheinlich mittelst jener Fasern, welche ihm durch den Ramus anastomoticus des Nerv. lar. sup. zugeführt werden.»

HYRTL³ a felső gégeideg külső ágával idegezteti be a gyűrűpajzsizmot; a felső gégeideg belső ága az érző rostokon kívül ágakat ad két izomhoz (mm. thyreo-et aryepiglotticus); az alsó gégeideg az izomágakon kívül a felső gégeideg rostjaival kötődik össze a gége nyálkahártyájában.

4. A felső gégeideg külső ága, valamint az alsó gégeideg mozgató jellegű, a felső gégeideg belső ága érző jellegű ideg. Ezen nézet régi képviselője MEYER⁴. A felső gégeideg külső ága a gyűrűpajzsizmot, az alsó gégeideg a többi gégeizmot, a felső gégeideg belső ága pedig a gége nyálkahártyáját látja el. Ezen felfogáshoz

¹ LANGER-TOLDT: Anatomie. 1893.

² LANGER-TOLDT: Anatomie. 1897.

³ HYRTL: Anatomie. 1893.

⁴ MEYER: Anatomie. 1861.

esatlakoztak később HARTMANN¹ és PANSCH², újabban RAUBER³, VAN GEHUCHTEN⁴, ZUCKERKANDL⁵, GRAY⁶ és QUAIN-SCHÄFFER-THANE.⁷

5. A felső gégeideg külső ága és az alsó gégeideg mozgató jellegű, a felső gégeideg belső ága vegyes jellegű ideg. Ezen felfogást képviselte HIRSCHFELD⁸. A felső gégeideg külső ága ellátja a gyűrűpajzsizmot, a gége többi izmait pedig az alsó gégeideg; a felső gégeideg belső ága a nyákhártyán kívül a haránt kannaizomnak (m. arytaenoideus transversus) is ad ágakat.

6. Az alsó gégeideg mozgató, a felső gégeideg külső ága vegyes, a felső gégeideg belső ága érző jellegű ideg. Ezen nézet általános elterjedést nyert a francia boncznokok között, egyes német boncznokok is elfogadták. LUSCHKA⁹ újabb művében két kérdésben lényegesen módosította a nézetét. A felső gégeideg külső ágára nézve felvette, hogy nemcsak a gyűrűpajzsizmot látja el, hanem hogy egyes rostjai ezen izmon keresztül a hangszalag nyálkahártyájához is mennek. Továbbá felvette, hogy a felső gégeideg belső ága csupán a gége nyálkahártyáját látja el és a gége többi izmait az alsó gégeideg idegzi be. Ezt a felfogást osztja HENLE¹⁰ régebbi és újabb könyvében és KRAUSE¹¹ is. A francia boncznokok többsége is ezt a nézetet vallja, így BEAUNIS és BOUCHARD¹², SAPPEY¹³, DEBIERRE¹⁴, TESTUT¹⁵, FORT¹⁶.

7. A felső gégeideg külső ága mozgató, a felső gégeideg belső

¹ HARTMANN: Anatomie. 1881.

² PANSCH: Anatomie. 1881.

³ RAUBER: Anatomie des Menschen. 1893.

⁴ VAN GEHUCHTEN: Anat. du système nerveux. 1893.

⁵ ZUCKERKANDL: Heymann's Handbuch der Laryng. 1896.

⁶ GRAY: Anatomy. 1890.

⁷ QUAIN-SCHÄFFER-THANE: Anatomy. 1895.

⁸ HIRSCHFELD: Système nerveux. 1867.

⁹ LUSCHKA: Der Kehlkopf des Menschen. 1871.

¹⁰ HENLE: Anatomie, Nervenlehre. 1871, 1879.

¹¹ KRAUSE: Anatomie. 1879.

¹² BEAUNIS & BOUCHARD: Anat. 1877.

¹³ SAPPEY: Traité d'anat. 1889.

¹⁴ DEBIERRE: Traité d'anat. 1891.

¹⁵ TESTUT: Traité d'anat. 1891.

¹⁶ FORT: Anat. descript. 1892.

ága érző, az alsó gégeideg vegyes jellegű ideg. VOLL¹ szerint a felső gégeideg külső ága ellátja a gyűrűpajzsizmot, a felső gégeideg belső ága a gége nyálkahártyáját a hangszalagokig idegezi be, az alsó gégeideg a gége többi izmait és a gége nyálkahártyáját a hangszalagok alatt látja el rostjaival. BRÖSIKE² leírásában az eltérés csupán a gége nyálkahártyájának beidegzésére vonatkozik, ugyanis a felső gégeideg belső ága az egész gége nyálkahártyáját ellátja és csupán egyes fonalak mennek az alsó gégeideg részéről a hangrés alatt fekvő nyálkahártyához. A legújabb vizsgáló, BABES³ szerint az alsó gégeideg vegyes jellegű és érző rostjai úgy a Galen-féle hurok útján, valamint az általa leírt összeköttetések útján a felső gégeideg pályájába jutnak, hogy aztán annak ágaival a gége nyálkahártyájához jussanak. Régebbi⁴ és újabb vizsgálataink alapján az eddig felsorolt és csoportosított vélemények közül az utolsót tartjuk helyesnek. Vizsgálataink szerint a felső gégeideg külső ága a gyűrűpajzsizmot idegezi be, a többi gégeizmot az alsó gégeideg; a gége nyálkahártyájának beidegzésében részt vesz úgy a felső gégeideg belső ága, mint az alsó gégeideg, csak hogy jóval nagyobb részben az előbbi ideg, azonfelül az érző ágak a közép-vonalat átlépik, tehát keresztezett kettős érző beidegzés van a gége nyálkahártyájában.

A mi a gége izmainak beidegzését illeti, újabban csaknem egyöntetű nézettel találkozunk, a mely vizsgálataink alapján is megfelel a valóságnak. A gyűrűpajzsizmot (cricothyreoideus) a felső gégeideg külső ága látja el, a gége többi izmát, u. m. a hátsó gyűrűpajzs (m. cricoarytaenoideus posticus), az oldalsó gyűrűpajzs (m. crycoarytaenoideus lat.), a hátsó kanna (m. arytaenoideus transv.), a pajzskanna (m. thyreoarytaenoideus), a pajzsgégefedő (m. thyreoepiglotticus) és a kannagégefedő (m. aryepiglotticus) izmokat az alsó gégeideg látja el mozgató rostokkal. A mi a gége

¹ VOLL: Compendium der Anatomie. 1893.

² BRÖSIKE: Lehrbuch der Anatomie. 1895.

³ BABES: Contributiuni la studiul Inervatiunei Laringelui. Bucarest, 1897.

⁴ ÓNODI: Adatok a gége beidegzésének boncztanához, élettanához és kórtanához. Magyar Tud. Akad. 1894. Innervation des Kehlkopfes. Wien, 1895.

nyálkahártyájának beidegzését illeti, az eltérő nézeteket négy csoportba oszthatjuk :

1. A gége nyálkahártyáját a felső gégeideg mind a két ága és az alsó gégeideg látja el. (SCHWALBE¹, GEGENBAUER²).

2. A gége nyálkahártyáját a felső gégeideg külső és belső ága látja el. (LUSCHKA³, HENLE⁴, BEAUNIS et BOUCHARD⁵, KRAUSE⁶, SAPPEY⁷, DEBIERRE⁸, TESTUT⁹, FORT.¹⁰)

3. A gége nyálkahártyáját a felső gégeideg belső ága és az alsó gégeideg idegezi be. (ARNOLD¹¹, RÜDINGER¹², AEBY¹³, QUAIN-HOFFMANN¹⁴, HOLLSTEIN¹⁵, LANGER¹⁶, LANGER-TOLDT¹⁷, HYRTL¹⁸, VOLL¹⁹, BRÖSIKE²⁰, ÓNODI²¹, BABES²².)

4. A gége nyálkahártyáját a felső gégeideg belső ága látja el. (MEYER²³, HIRSCHFELD²⁴, HARTMANN²⁵, PANSCH²⁶, RAUBER²⁷, VAN GEHUCHTEN²⁸, GRAY²⁹, QUAIN-SCHÄFFER-THANE³⁰, ZUCKERKANDL³¹.)

A mi a nyálkahártya idegeinek eredését és elterjedését illeti, úgy láttuk a különböző véleményeket. Eltértek a nézetek az érző rostok eredetét illetőleg, a mint azt a felsorolt négy csoport mutatja, de eltértek különösen a gége területét illetőleg is. Egyesek a hangrésben találták az éles válaszfalat a felső és az alsó gégeideg érző rostjainak kiterjedésében, mások a hangrés alatt fekvő nyálkahártyában vették fel a kettős beidegzést, míg végre

¹ l. c. 1881.

² l. c. 1890.

³ l. c. 1881.

⁴ l. c. 1890.

⁵ l. c. 1871.

⁶ l. c. 1871—1879.

⁷ l. c. 1877.

⁸ l. c. 1879.

⁹ l. c. 1889.

¹⁰ l. c. 1890.

¹¹ l. c. 1891.

¹² l. c. 1892.

¹³ l. c. 1851.

¹⁴ l. c. 1870.

¹⁵ l. c. 1871.

¹⁶ l. c. 1872.

¹⁷ l. c. 1873.

¹⁸ l. c. 1885.

¹⁹ l. c. 1893—1897.

²⁰ l. c. 1893.

²¹ l. c. 1893.

²² l. c. 1895.

²³ l. c. 1895.

²⁴ l. c. 1897.

²⁵ l. c. 1861.

²⁶ l. c. 1867.

²⁷ l. c. 1881.

²⁸ l. c. 1881.

²⁹ l. c. 1893.

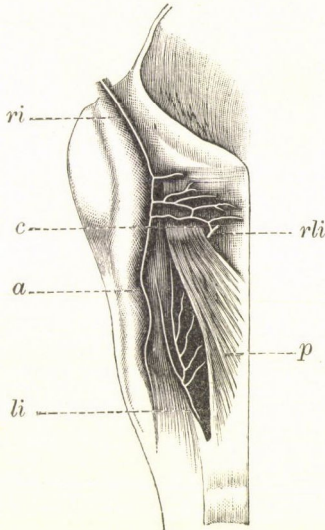
³⁰ l. c. 1893.

³¹ l. c. 1890.

³² l. c. 1895.

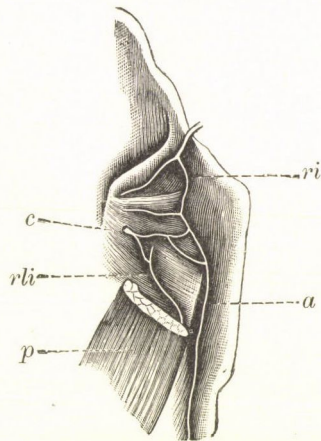
³³ l. c. 1896.

egyesek a gége érző beidegzését tisztán a felső gégeideg belső ágának tartották fen. A felsorolt munkák közül azonban csak kettőt találtunk, hol említés tétetik a felső és az alsó gégeideg rostjainak összeköttetéseiről és kereszteződéseiről. GEGENBAUR a felső gégeideg belső ágának leírásánál mondja: «sind untergeordnetes Zweige



1. ábra.

Ember. *ri.* a felső gégeideg belső ága *c.* összeköttetés a felső és alsó gégeideg ágai között. *a.* Ansa Galeni. *li.* alsó gégeideg. *rli.* az alsó gégeideg ága. *p.* hangréstágító izom (cricothyroideus posticus).



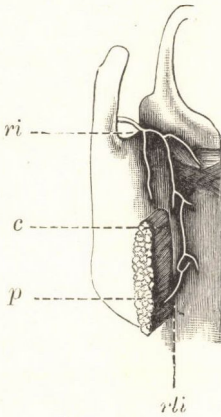
2. ábra.

Ember. *ri.* a felső gégeideg belső ága. *rli.* az alsó gégeideg ága. *c.* összeköttetés a felső és alsó gégeideg ágai között. *a.* Ansa Galeni. *p.* hangréstágító izom.

beschrieben, sowie Uebertritte von Nerven von der einen nach der anderen Seite.» HYRTL könyvében pedig ezt találjuk: «Die feineren und die feinsten Ramificationen des Laryngeus superior in der Kehlkopfschleimhaut gehen mehrfache Verbindungen mit jenen des Laryngeus inferior ein.» Mint látjuk, GEGENBAUR felemlíti a kereszteződést, HYRTL pedig az összeköttetéseket a nyálkahártyában. Itt felemlítem MANDELSTAMM¹ dolgozatát, mely bár nem

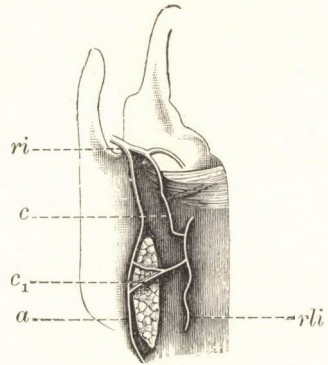
¹ Studien über Innervation und Atrophie der Kehlkopfmuskeln. Sitzungsberichte der Wiener Akademie 1882. 85. Bd. III. Abth.

vonatkozik emberre, de további vizsgálatoknak nyitotta meg az útját. Ugyanis tengeri malacznál azt találta, hogy a gége nyákhártyáján a gége hátsó falán egyes rostkötegek átlépik a középvonalat. Ezen lelet arra indította WEINZWEIG¹ vizsgálatát, hogy ezen viszonyokat emberi és marha gégeken tanulmányozza. Vizsgálatainál a nyákhártyát kaliluggal kezelte. WEINZWEIG a gége hátsó falain a nyákhártyában görcsű alatt azt találta, hogy az idegek a



3. ábra.

Ember. *ri*. a felső gégeideg ága.
rli. az alsó gégeideg ága. *c*. összeköttetés a felső és alsó gégeideg ágai között. *p*. hangrésztágító izom.



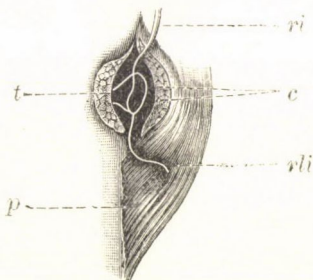
4. ábra.

Ember. *ri*. a felső gégeideg ága.
a. Ansa Galeni. *rli*. az alsó gégeideg ága. *c*. összeköttetés a felső gégeideg belső ága és az alsó gégeideg között. *c₁* összeköttetés az Ansa Galeni és az alsó gégeideg ága között.

középvonalban kereszteződnek és hogy a nyákhártyát a felső és az alsó gégeideg látja el. Marhánál egy kipaeparálható medián köteget talált, mely a két alsó gégeideg egy-egy ágából tevődik össze és a kannaporecz alsó szélén ágaira oszlik. A mi vizsgálataink embernél azt mutatták, hogy a harántkannaizom területében számos összeköttetés létezik a felső gégeideg belső ága és az alsó gégeidegnek egy a harántkanna izomba mélyedő ága között.

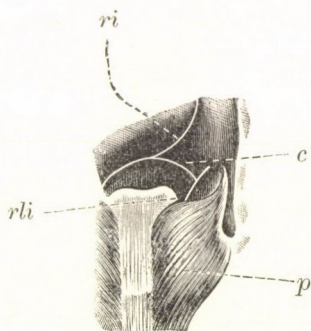
¹ Zur Anatomie der Kehlkopfnerven. Sitzungsberichte der Wiener Akademie 1883. 86. Bd. III. Abth.

A továbbiak és a kísérleti vizsgálódások szempontjából olyan fontosnak tartom ezen általam leírt viszonyokat, hogy az idevonatkozó ábrákkal illusztrálom. A gyűrűporez felső szélén látható e jelzett idegág, midőn a haránt kannazomba hatol és e helyen találjuk az összeköttetések egy részét egészen felületesen. Ez összeköttetés az izmot áthidaló ág alakjában mutatkozik (1. és 3. ábra). Néha összekötő szálakat találunk, melyek egy törzsben egyesülnek (2. ábra). Egy esetben pedig észleltem, hogy az alsó gégeideg jelzett ága két fonállal állt összeköttetésben a felső gége-



5. ábra.

Ember. *ri.* a felső gégeideg belső ága. *rli.* az alsó gégeideg ága. *c.* összeköttetés az alsó és a felső gégeideg ágai között. *t.* harántkanna izom. *p.* hangréstágító izom.

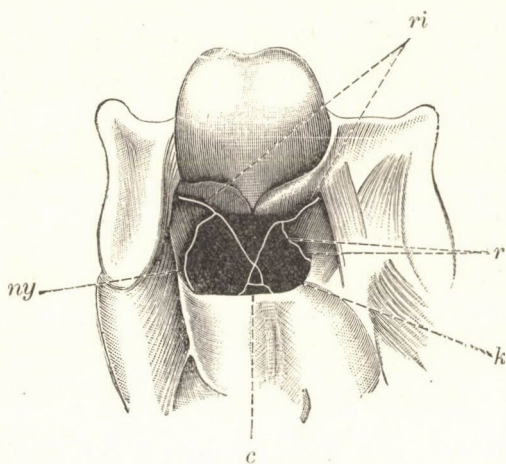


6. ábra.

Ember. *ri.* a felső gégeideg nyálkahártya ága. *rli.* az alsó gégeideg ága. *p.* hangréstágító izom. *c.* összeköttetés a felső és alsó gégeideg ágai között.

ideggel, és pedig egyik a felső gégeideg belső ágával, a másik a Galen-féle hurokkal (4. ábra). E felületes összeköttetésen kívül a haránt kannazom mélyében szintén összeköttetésekre akadtam, az izomban hosszant futó idegág a felső gégeideg belső ágát az alsó gégeideggel köti össze (5. ábra). E mély hurokból ágak mennek úgy az izmokhoz, mint a nyálkahártyához. Ezenfelül mélyebben, közvetlenül a nyálkahártyán, a felső gégeideg belső ágától eredő kötegekre bukkanunk, melyek a középvonal felé convergálva és azon átlépve kereszteződnek egymással és az alsó gégeideggel állnak összeköttetésben (6., 7. ábra). A mi a felső

gégeideg belső ága és az alsó gégeideg között az összeköttetéseket illeti, ezeket embernél újabban BABES írta le nagyrészt kali lúggal kezelt készítmények alapján. Levélbeli közléseiből, melyek román nyelvű könyvének tartalmára vonatkoznak, a következőket idézzük: «Was die Anastomosen der beiden Laryngei anbelangt, so habe ich verschiedene, aber nicht constante Verbindungen gefunden. So ist eine Verbindung unter der Mucosa, welche die hintere Wand des Kehlkopfes bekleidet; diese ist aus Fasern gebildet, welche aus der Ansa Galeni ausgehen. Andere Verbindungen be-



7. ábra.

Ember. *ri.* a felső gégeideg belső ágának szálai. *r.* nyákhártya-idegek. *ny.* nyákhártya. *k.* nyákhártya-idegek kereszteződése. *c.* a keresztezett idegfonalok összeköttetése.

finden sich auf der Oberfläche und in der Tiefe des Ary-arytaenoid, zwischen den Nerven derselben, als auch der entgegengesetzten Seite. Andere Verbindungen befinden sich zwischen den Recurrens und den Laryngeus externus. Verbindungen der beiden Laryngei befinden sich auch auf der Aussenseite, nahe der Furche, welche den Crico-arytaen. lat. vom Thyreo-aryt. trennt. Diese Verbindung bildet der Endast des Recurrens, welcher zum Thyreo-aryt. führt, mit einem Aste aus dem Bündel der horizontalen Äste (Lar. sup.). An derselben Stelle begegnet

man häufig einem Aste vom Laryngeus ext. durch den Muse. cricothyr. unter dem unteren Rande der Cartilago thy. , wo sie sich vereinigen (Recurrrens mit Laryng. sup. und Lar. ext.) Eine andere Verbindung zwischen dem Laryngeus sup. und Laryng. ext. begegnete ich auch (a felső gégeideg külső ága és a Galen-féle hurok között).»

Az általunk és a BABES által leírt összeköttetésekre az alábbiakban még vissza fogunk térni.

Most tekintsük közelebről azon összeköttetést, melyet már régen az ansa Galeni név alatt ismernek. Hogy ezen összekötő ideghurokban milyen rostok foglaltnak és mennyiben vesznek abban részt a felső gégeideg belső ágai és az alsó gégeideg, azt kevés tankönyvben találjuk felemlítve. A legtöbben egyszerűen leírják az összeköttetést, többnyire ansa Galeni, ramus descendens, ramus anastomoticus, ramus communicans elnevezéssel; a francia munkákban nagyobbára úgy iratik le az ansa Galeni, hogy azt a felső gégeideg belső ágának egy leszálló fonala és az alsó gégeidegnek egy felszálló ága képezik. PHILIPPAUX és VULPIAN¹ kutyánál kísérleti úton a Walles-féle eljárással azt találták, hogy a felső és az alsó gégeideg között létező összeköttetés a felső gégeideg rostjait vezeti, melyek az alsó gégeideg törzsében két kötegre oszlanak, a vékonyabb az alsó gégeideg törzsében marad, a nagyobbik tőle elválik és a légső nyákhártyájához megy.

RÜDINGER már ezen értelemben az ansa Galeni rostjait a légsőhöz juttatja, ép úgy HENLE, FORT. LUSCHKA szerint «der Ramus communicans geht nur scheinbar in den Laryngeus inferior über.» SCHWALBE az ansa Galeniről írja «es gelangen dadurch Fasern des sensiblen Ramus internus in die Bahn des Nervus laryngeus inferior, nicht umgekehrt.» RAUBER mondja «der Ramus communicans führt sensible Fasern in den unteren Kehlkopf-nerven über.» LANGER és LANGER-TOLDT könyveiben láttuk, hogy a felső gégeideg belső ága vegyes jellegű idegnek iratott le és hogy az ansa Galeni mozgató rostokat vezet, ugyanis azt mondja az alsó gégeidegről, «auch er enthält motorische und sensible Fasern,

¹ Archives de physiologie. 1869.

² l. c. 1871.

die ersteren gibt er theils allein, theils im Verein mit dem Ramus communicans vom oberen Laryngeus an die Muskel ab, welche direct die Stimmritze beherrschen.» Ebben a szellemben nyilatkozik HENLE-MERKEL¹ is: «Der anastomotische Ast beider Nn. laryngei enthält lediglich aufwärts laufende Fasern.»

Későbbi könyvében TOLDT² egészen más nézetet van az ansa Galeni-t illetőleg; nem említi többé mozgató rostjait, hanem az alsó gégeideg leírásánál így emlékszik meg róla: «Ueberdies versorgt er die Schleimhaut in und unter der Stimmritze und zwar wahrscheinlich mittelst jenen Fasern, welche ihm durch den Ramus anastomoticus des Nerv. lar. sup. zugeführt werden.» ZUCKERKANDL az ansa Galeni-ről következőleg szól: «wobei es sich höchstwahrscheinlich um sensible Fasern handeln dürfte, welche die Bahn des Lar. inf. benützen, um an die tieferen Antheile des Kehlkopfes und an das obere Stück der Trachea zu gelangen.» BABES az ansa Galeniről a következőket írja: «dass sie sowohl aus Aesten aus dem Nerv. laryngeus sup., welche absteigend sind, als auch aus aufsteigenden Aesten aus dem Recurrens sich zusammensetzt. Wohin sich die Aeste begeben und auf welchem Wege, konnte ich nicht nachweisen.» Gyanítja, hogy az alsó gégeideg rostjai az ansa Galeni-n át a felső gégeideg pályájába jutnak és onnan ágaival a gégehez mennek, míg a felső gégeideg rostjai megfordítva az alsó gégeideg pályájába térve, annak ágaival a gégehez, légesőhöz és bárzsinghoz jutnak.

A mint láttuk, a nézetek különbözőek: *a)* a Galen-féle hurok mozgató rostokat vezet, *b)* érző rostokat visz az alsó gégeideghez, *c)* érző rostokat vezet a légesőhöz, *d)* érző rostokat ad a gégehez, *e)* közvetíti az alsó és a felső gégeideg érző rostjait a gége és a légeső számára.

A magunk részéről vizsgálataink alapján azt mondhatjuk, hogy az ansa Galeni főként a felső gégeideg belső ágának rostjából lesz megalkotva, melyek embernél a légeső felső részére vannak rendelve, azonfelül közvetíti az alsó gégeideg rostjainak a felső gégeideg pályájába való jutását. Azon kérdés azonban nyitva ma-

¹ HENLE-MERKEL: Anatomie, 1888.

² l. c. 1897.

rad, hogy az alsó gégeideg rostjai a Galen-féle hurok közvetítésével a felső gégeideg területén hova haladnak.

A következőkben a kutyánál mint kísérleti állatnál részletesen fogjuk tárgyalni az ansa Galeni kérdését.

KANDARAZKI¹ volt az első, ki részletes vizsgálatnak vetette alá a Galen-féle hurkot kutyánál. Azt találta, hogy az alsó gégeideg törzsével a negyedik légesögyűrűig egy hüvelybe van zárva, innen elválik tőle és mint különálló ág, melyet ramus trachealis n. l. s. névvel jelölt, a légesöhöz számos fonalat adva, az alsó gégeideg eredése alatt a bolygó idegbe megy át. Ezen légesöideg a felső gégeideg közvetlen folytatását képezi. Leírásából idézzük a következőket. «In dem Trachealzweig finden sich auf- und absteigende Fasern. Die ganze obere Hälfte der Trachea, etwa im Bereich von 20 Knorpeln, die vier oberen, wo der Trachealzweig in einer Scheide mit dem Recurrens liegt, nicht ausgenommen, wird vom Trachealzweig aus und vom N. recurrens innerviert. Als Variation des Trachealzweiges ist anzugeben, dass er zuweilen sich nicht vom N. recurrens abzweigt, sondern mit ihm verläuft, so dass es scheinen kann, als ob die Trachea vom N. recurrens ihre Zweige erhalten würde. Weiter trifft man einen Verbindungsweig zwischen dem N. recurrens und dem Trachealzweig an und endlich tritt der Trachealzweig selbst nach Abgabe der Zweige für die obere Hälfte der Trachea (vom 1. bis 20. Knorpel) an den Recurrens.»

Egy régebbi dolgozatomban² röviden érintettem ezt a kérdést és egy ábrán feltüntettem KANDARAZKY vizsgálatait értelmében a felső gégeidegnek ezen légeső ágát. Ujabb dolgozatomban³ ezen kérdést újra érintettem. «Kutyánál rendszeren az alsó gégeideg törzsével együtt, vele laza összefüggésben halad a légeső idege, ramus trachealis nervi laryngei superioris, számos finom ágat adva a légeső számára. Tulajdonképen folytatását képezi az ansa Galeni-nek, mely embernél az alsó gégeideg pályájába juttatja a felső

¹ Archiv für Anat. und Physiol. 1881.

² Monatschrift für Ohren-, Kehlkopf- und Nasenkrankheiten, 1887. Nr. 4.

³ Math. és Természettud. Értesítő. 1898. Archiv für Laryngologie. Bd. 7. 2. und 3. Heft.

gégeideg érző rostjait. Kutyánál az alsó gégeideg törzsével függ össze annak ágaira való oszlása alatt és azután szorosan mellette halad a nyakon, míg rostjait a légesőhöz juttatta.» Ezen viszonyokat tünteti fel a 8. ábra. Ezen idézett dolgozatom tulajdonképen az alsó gégeideg elkülönített légző és hangképző kötegeivel foglalkozott és RUSSEL¹ kísérleteire is vonatkozással birt. Ugyanis RUSSEL élő kutyában az alsó gégeideg törzsét három kötegre osztotta, villamos ingerlésre az egyik szűkülést, a másik tágulást eredményezett, míg a harmadik nem reagált. A leírt viszonyokból már akkor következtettem, hogy ezen harmadik köteg a KANDARAZKY és az általam leírt légesőidegnek felel meg. Azóta erre nézve élő kutyán egy kísérletet is végeztem, melynél ki volt készítve a légesőideg, maga az alsó gégeideg törzse pedig az ábrán látható viszonyoknak megfelelően négy kötegre volt osztható, melyek közül három a hangrész záródását, a negyedik pedig a hangrész tágulását eredményezte villamos ingerlésre. Ezen kísérlet csupán tájékoztatás céljából végeztetett, hogy meggyőződjünk az élő kutyában a légeső idegnek és az alsó gégeideg egyes kötegeinek elkülöníthetőségéről. Ezen eljárás értékesíthetőségéről alább még szólnunk.

Ezen viszonyokkal kísérletileg foglalkozott KOKIN² és RÉTHY.³ Mindakettő a bonczatani viszonyokat egy-egy ábrán is bemutatja és a leírásnál mindegyik hivatkozik ELLENBERGER és BAUM⁴ munkájára, mint a mely a kutya boncztanát tárgyalja. Miután pedig ELLENBERGER és BAUM sem KANDARAZKY, sem az én dolgozatomat nem ismerték, meg sem emlékeznek róluk, az általuk adott leírásra hivatkozván KOKIN és RÉTHY, természetesen a mi dolgozatainkról tudomást sem vesznek. És ebből következik, hogy ezen viszonyok valódi képe sehol sem lett leírva, sőt zavarossá lettek idevonatkozó ismereteink, melyeket RÉTHY jónak látott egy új név alkotásával még jobban összebonyolítani. ELLENBERGER és BAUM a következő leírást adják. «Der Hauptstamm des Nerv. recurrens theilt sich ausserdem meist kurz nachdem er die Brusthöhle ver-

¹ Proceedings of the Royal Society. Vol. 51.

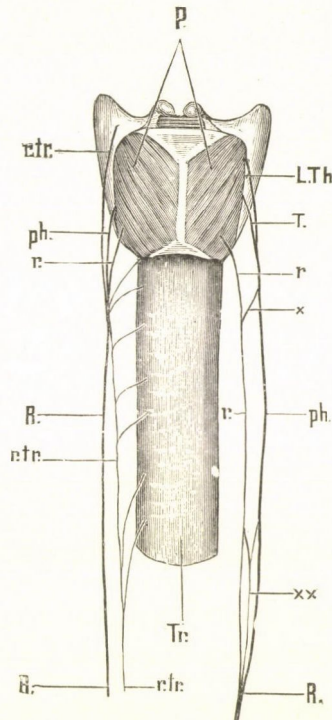
² KOKIN: Pflüger's Archiv f. Physiologie. 1896.

³ RÉTHY: Sitzungsberichte der Wiener Akad. 1898.

⁴ ELLENBERGER u. BAUM: Anatomie des Hundes. 1891.

lassen, in zwei fast gleich starke Aeste, welche mit einander kopfwärts verlaufen und sich am aboralen Ende der Schilddrüse wieder zu einem Stamme vereinigen. Sie verbinden sich durch feinere Fäden sowohl unter einander, als auch mit denen der anderen Seite. Der Nerv. lar. inf. selbst aber theilt sich in einen dorsalen und einen ventralen Zweig, die durch einige Fäden wieder mit einander in Verbindung stehen. Der dorsale Zweig stellt wesentlich einen Ram. communicans n. l. s. dar.»

KÖKIN az előbbi leírásra a következő kritikai megjegyzést teszi: «Diese Beschreibung ist sogar anatomisch nur bis zu einem gewissen Grade richtig.» Saját leírását pedig a következőkben adjuk: «Bald nach seiner Trennung vom Vagus giebt er einige Zweige für den unteren Abschnitt der Trachea (Rr. tracheales). Unter der Stelle, an welcher der Nerv in den Kehlkopf eintritt, theilen sich vom Stamme grösstentheils 1—2—3, auch mehr Zweige ab, die zur Trachea ziehen, aber weiter unten, gleich bei der Schilddrüse, trennt sich gewöhnlich vom Stamm unter einem sehr spitzen, nach unten geöffneten Winkel ein ziemlich



8. ábra.

Kutya. Jobboldalt az alsó gégeideg kötegeire van osztva, baloldalt a rendes boncztani viszonyok az alsó gégeideggel párhuzamosan haladó légeső idegággal. R. alsó gégeideg. P. hangrésttágító izom. Tr. légeső. r. tr. ramus trachealis n. laryngei superioris. L. Th. idegköteg a m. cricoarytanoideus lateralis és thyreoarytanoideus részére. T. ideg a m. arytanoideus transversus számára. r. a hangrésttágító izom idege, légző köteg. * hangképző rostok, melyek a légző köteg pályáját elhagyják. ** hangképző rostok, melyek a légzőköteghöz simulnak.

starker Ast, der parallel dem N. recurrens, medial von ihm gelegen, abwärts zieht; im unteren aboralen Theil des Halses communicirt dieser Ast mit einem oder zwei Trachealzweigen des Recurrens, oder zuweilen mit einem Trachealzweige des Vagus. Von diesem Aste des Stammes des Recurrens, den ich der Kürze wegen Nervus trachealis nennen will, trennen sich oben und unten Zweige unter sehr spitzem Winkel, der für die oberen Zweige nach unten, für die unteren nach oben geöffnet ist. Zu diesem Nerv gelangen häufig am aboralen Theil des Halses zarte Rr. comm. vom Recurrens. Der Nerv. trachealis besteht aus Fasern, die von oben nach unten und von unten nach oben ziehen; erstere bilden die Fortsetzung eines Theiles des inneren Astes des N. l. s., der sich wahrscheinlich durch die Galens Anastomose schon in der Kehlkopfgregion dem N. l. i. beigesellt, aber unter dem Kehlkopf sich von ihm zuerst in Gestalt einzelner Zweige, dann als selbstständiger Nerv abtrennt, um sich im oberen und mittlerem Abschnitt der Trachea zu verzweigen. Letztere Nervenfasern, also die, die von unten nach oben ziehen, gelangen hierher entweder nur vom N. recurrens oder vom Recurrens und Vagus und versorgen den mittleren und theilweise auch oberen Abschnitt der Trachea.»

RÉTHY dolgozatában KOKIN és ELLENBERGER-BAUM munkáira hivatkozik, különösen ez utóbbiakra vonatkozó idézettel indokolni látszik az általa használt «Nebenrecurrens» kifejezést. Idevontkozó leírása a következő: «Ich habe dann noch beim Hunde die Communicansfasern auf dem Wege der Präparation im Recurrens weiter verfolgt und gefunden, dass sie in dem bei dieser Thiergattung ziemlich constanten Nebenrecurrens weiter verlaufen, in welchen Fällen der eigentliche Recurrensstamm von ihnen frei bleibt. Die meisten dieser Communicansfasern gibt der Nebenrecurrens schon hoch oben an die Trachea ab, ein Theil geht zum Oesophagus, während die unteren Aestchen relativ wenige Communicansfasern führen; doch sendet der Nebenstamm, wie ich mich durch Präparation und mikroskopische Untersuchung der excidirten Nervenpartien überzeugen konnte, auch von unten her Fasern zu den abgehenden Aestchen, so dass fast jedes von oben sowohl, wie auch von unten her Fasern bekommt. Zuweilen vereinigt sich

der Nebenrecurrens weit unten wieder mit dem Recurrens und dann gehen die Communicansfasern in einem stärkeren Trachealstämmchen nach unten und verlassen dasselbe allmählig mittelst feiner Aestchen. Ist dagegen ein solcher Nebenrecurrens gar nicht vorhanden, so verlaufen die Communicansfasern grösstentheils mit den oberen, zur Trachea abgehenden Aestchen peripherwärts und nur ein kleiner Theil lässt sich eine kurze Strecke im Recurrens centralwärts weiter verfolgen.»

A mint láttuk, három elnevezés lett eddig alkalmazva, 1. Ramus trachealis n. lar. sup. (KANDARAZKY, ÓNODI), 2. Nervus trachealis (KOKIN), 3. Nebenrecurrens (RÉTHY).

Az elnevezésekkel együtt különböznek a leírások is. Ujabbi vizsgálataink szerint mondhatjuk, hogy egyik leírás sem felel meg a tényleges viszonyoknak, mert ezen alaktani jelenségek állandó jelleggel nem bírnak. KANDARAZKY, a ki felsorolja azon eseteket mint rendellenességeket, midőn egy különálló ramus trachealis n. lar. sup. nem mutatható ki, azt mondja «Diese Variationen stören keinenfalls den Grundplan». KANDARAZKY leírásával homlokegyenest ellenkezik ELLENBERGER és BAUM leírása. KOKIN ez utóbbiak leírását corrigálja és a közlött ábra megegyezik a RÉTHY ábrájával.

Ez a két ábra pedig egészen elüt azon képtől, melyet KANDARAZKY és ÓNODI ábrája érzékit. Mind a kettőnél egy ideghurkot látunk, melyet KOKIN nervus trachealis névvel, RÉTHY pedig Nebenrecurrens elnevezéssel jelöl meg. KANDARAZKY ábráján egy különálló ideget látunk, mely kis területen összefügg az alsó gégeideggel elágazódása előtt és aztán mint a légső idege halad, ágakat adva a mellkas felé, hol a bolygóideg törzséhez tér. A mi ábráinkban szintén mint különálló ideg száll lefelé. Mind a ketten a ramus trachealis n. lar. sup. elnevezéssel megadtuk az ideg lezármasának lényegét. KANDARAZKY a fősúlyt arra fektette, hogy kimutassa az ansa Galeni egyenes folytatását ezen ágba és így egyenes részvételét a légső beidegzésében. De azért tisztában volt azzal, hogy az alsó gégeideg rostjai is részt vesznek benne, midőn mondja, hogy «in dem Trachealzweig finden sich auf und absteigende Fasern. Die ganze obere Hälfte der Trachea wird vom Trachealzweig aus und vom Nervus recurrens innervirt.» Addig KOKIN a felülről lefelé haladó rostokra csak valószínűséggel jelöli meg az

ansa Galeni pályáját, mindön az írja, hogy «erstere bilden die Fortsetzung eines Theiles des inneren Astes des N. l. s., der sich wahrscheinlich durch die Galens Anastomose schon in der Kehlkopfregion den N. lar. inf. beigestellt.» RÉTHY munkájában írja: «Der Recurrens oder der Nebenrecurrens, wo ein solcher vorhanden ist, führt demnach in seinen oberen Partien centripetale, eigentlich dem N. lar. sup. angehörende Fasern.» Midőn RÉTHY a Nebenrecurrens elnevezést először használja, idézetben hivatkozik ELLENBERGER és BAUM leírására, mely szerint az alsó gégeideg eredése után két egyenlő ágra oszlik, melyek egymás mellett haladva a pajzsmirigy alsó részén újra egyesülnek. Ezen alakviszonyt meglehetősen állandónak («ziemlich constanten Nebenrecurrens») tekinti.

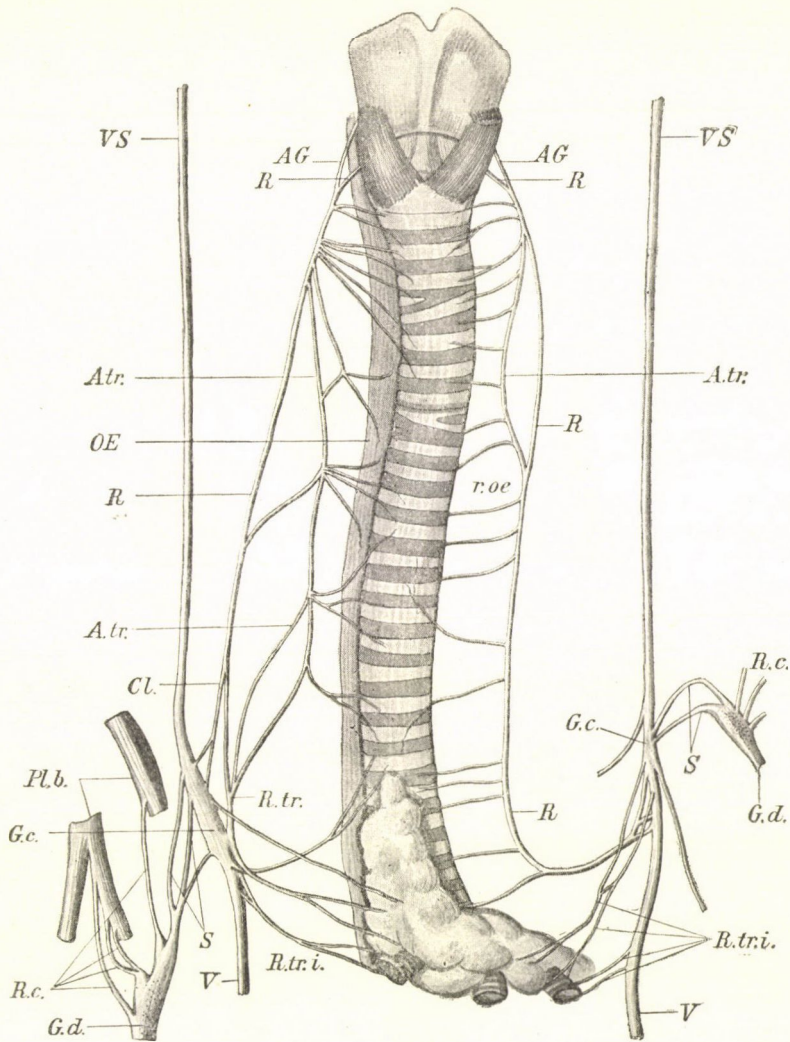
Azt tartjuk, hogy ezen elnevezés nem helyes, mert nem felel meg az általa jelezni kívánt ideg lényegének, másfelől az ELLENBERGER és BAUM által leírt alakviszony sem tekinthető rendesnek, csak az anomalia, a variatio jellegével bír.

Azonkívül a Nebenrecurrens csupán olyan boncztani rendellenségre lehet alkalmas elnevezés, midőn tényleg az alsó gégeideg számfelletti alakban kettősen lép fel, a mint azt embernél WRISBERG¹ is észlelte. Ezen esetre, midőn a számfelletti alsó gégeideg a rendes alsó gégeideg eredésén alul szintén a bolygóideg törzsétől vette eredetét és a rendes alsó gégeideg törzsével a bárzsing és légsó között haladt és aztán vele egyesült — és csakis ilyen anomaliára volna alkalmazható a Nebenrecurrens elnevezés.

De nemcsak RÉTHY elnevezését kell elejtenünk, hanem vizsgálataink alapján a többit is, mert nem felelnek meg egy állandó alakviszony megjelölésének. Ugyanis vizsgálataink azt mutatták, hogy az eddig leírt alakviszonyok mind előfordulhatnak és azért a rostlefutások lényegének felismerésével olyan jelzőket fogunk alkalmazni, a melyek a változó morfológikus jelenségeknek megfelelnek. Előbb tekintsük közelebbről az ábrát, mely mind a két oldalon adja a viszonyok képét. (9. ábra).

Az ábrán mind a két oldalon látszik az ansa Galeni, a mely azután mint Ramus trachealis n. lar. sup. elválik az alsó gégeideg

¹ HENLE: Nervenlehre. 1879.



9. ábra.

Kutya. A légső idegei a hörgőkig vannak követe, melyeket zsír- és kötőszövet fed. *VS*. Vagosympathicus. *Gc.* alsó nyaki együttérző dúcz. *Gd.* első mellkasi együttérző dúcz. *Rc.* összekötő együttérző ágak a karfonathoz. *S.* együttérző határköteg a két dúcz között. *V.* vagus. *R. tr. i.* rami tracheales inferiores. *R.* alsó gégeideg. *Pl. b.* karfonat. *Cl.* összeköttetés az alsó gégeideg és az alsó nyaki együttérző dúcz között. *R. tr.* Ramus trachealis nervi laryngei inferioris, mely az ansa trachealis képzésében részt vesz. *A. tr.* ansa trachealis. *Oe.* bázrsing. *r. oe.* rami cesophagei. *Ag.* ansa Galeni. Ugy az ansa Galeni, valamint az ansa trachealis számos fonalat ad a légső számára és egynehányat a bázrsing részére. *Jegyzet.* A *Gc.* vel jelölt vonal mélyebben van elhelyezve, magasabban az *S* és *Cl.*-lél jelölt idegek eredése közé kellene elhelyezve lennie.

törzsétől és alább ismét összeköttetésbe lép az alsó gégeideggel. Mind a két oldalon egy ideghurok van jelen, melyből ágak mennek a légesőhöz és a bárzsinghoz. Az ansa Galeni és ezen hurok között az alsó gégeideg törzsétől egyes fonalak mennek a légesőhöz. A bal oldalon csak egy ilyen hurok van jelen, ezen alúl az alsó gégeideg törzse ad több ágat a légesőhöz és a bárzsinghoz; három gyökérrel ered a bolygóidegtől és eredése után két ágat ad a légeső alsó részletének, a többit a bolygóideg adja. A jobb oldalon az előbbi hurkon kívül még kettő látható, mindegyikből fonalak mennek a légesőhöz és a bárzsinghoz. Maga az alsó gégeideg törzse két fonállal összefügg az alsó nyaki symphathicus dúczczal, eredéséhez közel pedig egy erősebb ágat ad a légeső alsó részletéhez, a többi fonalakat a bolygóideg adja. A baloldali egyes hurok megfelel a KOKIN és RÉTHY rajzainak, míg a jobboldali kép a hármas hurokkal elüt úgy az ő, mint a KANDARAZKY és az én ábráimtól. Vizsgálataink alapján az ELLENBERGER és BAUM által leírt viszonyokat nem találtuk, miért is az ő leírásukat csupán varietasnak tekintjük.

Továbbá nem győződtünk meg arról, hogy az általuk leírt idegek egymással és az ellenoldaliakkal összefüggenek, valamint arról sem, hogy az alsó gégeideg oszlása után a dorsalis és ventralis ág egyes szálakkal egymással összefüggenek. Hogy egyáltalán teljes legyen a képünk ELLENBERGER és BAUM leírásáról és felfogásáról, még idézzük az alsó gégeideg legfontosabb ágának leírását: «Der dorsale Zweig stellt wesentlich einen Ramus communicans zum Nerv. lar. sup. dar.» Ezen ág adja a hátsó gyűrűkanna és harántkanna izmok számára az idegfonalakat.

Vizsgálataink folyamán meggyőződtünk, hogy azon viszonyok, melyeket KOKIN és RÉTHY képei feltüntetnek, gyakran előfordulnak, de ezek előjövételét már KANDARAZKY mint varietast említette fel. Ép úgy előfordul gyakran azon lefutás is, melyet KANDARAZKY és én ábrákban érzékítettünk, vagyis a ramus trachealis n. lar. sup. jelenléte.

Csakhogy míg KANDARAZKY ezen ideget a felső gégeideg közvetlen folytatásának tekinti és az ansa Galeni összefüggését az alsó gégeideggel csak látszólagosnak mondja, addig mi úgy találuk, hogy az ansa Galeni rostjainak nagyobb részével a ramus

trachealis n. lar. sup. pályájába tér, egy kis része azonban az alsó gégeideg törzsével függ össze.

Az eddigi vizsgálók nézetei egyeznek abban, hogy a légső idegeit a felső és az alsó gégeidegek adják. Mint láttuk, csakis az alaktani viszonyok különböznek és ezért a tényeknek megfelelően, a felső gégeideg rostjait tartalmazó ideget ramus trachealis nervi laryngei superioris, az alsó gégeideg rostjait tartalmazó ágakat rami tracheales nervi laryngei inferioris névvel jelöljük. A ramus trachealis n. lar. sup. lehet különálló, épúgy a rami tracheales nervi laryngei inferioris. Az utóbbiak közül rendszeren egy, néha kettő is összeköttetésbe lép a felső légsőideggel és egy hurkot képeznek, nevezzük ezt ansa trachealis-nak. A gyakori alakviszonyok, melyekkel találkozunk kutyánál: a ramus trachealis n. lar. sup., az ansa trachealis és a rami tracheales n. lar. inf. Ez utóbbiak rendszeren nagyobb számmal vannak jelen és egyik az ansa trachealis képzéséhez járul.

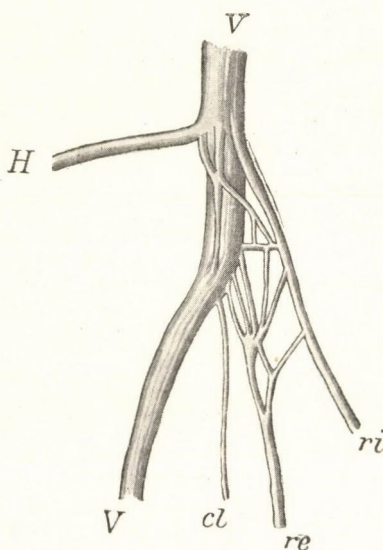
Hátra van még megvilágítani azon viszonyt, mely a felső és alsó gégeideg, továbbá a sympathikus idegek és a szívhez menő idegek között fennáll. Először nézzük a felső gégeideg összeköttetéseit a sympathikus idegrendszerrel. A mi a felső gégeideg törzsét illeti, úgy kevés feljegyzést találunk. RÜDINGER említi, hogy a felső gégeideg egy fonállal összefügg a nyaki sympathikus határköteg felső dúczával. HOLLSTEIN is említést tesz ezen összeköttetésről, e mellett néha a felső gégeideg a felső nyaki dúczból induló felső szívideggel is összeköttetésbe lép.

THANHOFFER tanár úr volt szíves megmutatni készítményét, melyen egy összeköttetés látható a felső gégeideg törzse és az alsó nyaki sympathikus dúcz között.

A felső gégeideg külső ága az, mely szorosabb összefüggésben áll úgy a felső nyaki dúczczal, mint a felső szívideggel. Fontosságot tulajdonítunk ezen összeköttetésnek, mert régebbi vizsgálataink¹ alapján is a nervus depressorral analognak tartjuk embernél a felső gégeideg külső ágának a szívhez menő fonalát, a mely önállóan is eredhet a felső gégeideg külső ágától, vagy pedig összeköttetésben állhat a felső nyaki dúcztól induló felső szívideggel.

¹ Archiv f. Anat. u. Physiologie. 1878.

Mielőtt a felső gégeideg külső ágának összeköttetéseit csoportosítanók, néhány rendellenességet említek fel, melyek a felső gégeideg eredésére és összeköttetéseire vonatkoznak. Így embernél észleltem (10. ábra) a bolygóideg és a felső gégeideg között egy idegfonatot, mely 1 cm. széles, 2.5 cm. hosszú volt. A fonat külső oldalán, vele összefüggésben, a vagustól külön eredt a felső gégeideg belső ága, a külső ág egészen a fonatból alakult, míg a



10. ábra.

Ember. V. vagus. H. nyelvvalatti ideg. ri. a felső gégeideg belső ága. re. a felső gégeideg külső ága. cl. a gégeideg szívhez menő ága.

szívhez menő ág a vagustól indult. Egy ilyen fonatképződést lónál is észleltem (11. ábra). Egy esetben embernél a felső gégeideg külső ága két gyökérrel vette eredetét (12. ábra), az egyik a felső gégeidegtől, a másik a vagustól; ezen külső ág egy fonatot vett a felső nyaki dúcztól és azon túl egy összekötő fonatot adott a szívhez menő felső ághoz. Egy más esetben a felső gégeideg külső és belső ága elkülönülten vette eredetét a bolygóideg törzsétől, a belső ág egy köteggel még összefüggött a vagussal, továbbá a belső ágból indult a szívhez menő ideg, mely a külső ággal is összeköttetésbe lépett (13. ábra). Egy esetben a felső gégeideg két gyökérrel vette eredetét a bolygóideg törzsétől, a külső gyökértől egy köteg lefelé a bolygóideghez ment, továbbá ugyanezen külső gyökértől indult a szívhez menő ideg (14. ábra).

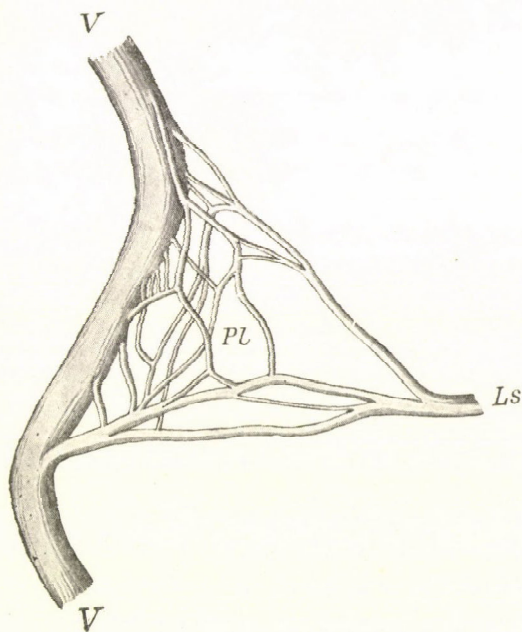
A felső gégeideg külső ága egyenesen ad egy szívhez menő ágot, ezt észlelték HENLE, HENLE-MERKEL és ÓNODI.

A felső gégeideg külső ága összefügg a felső nyaki dúcczal és a felső szívideggel (ábra), említi KRAUSE, SAPPEY.

A felső gégeideg külső ága összefügg a felső nyaki dúcczal.
Leírják SCHWALBE, GEGENBAUR, HARTMANN, HENLE, LUSCHKA.

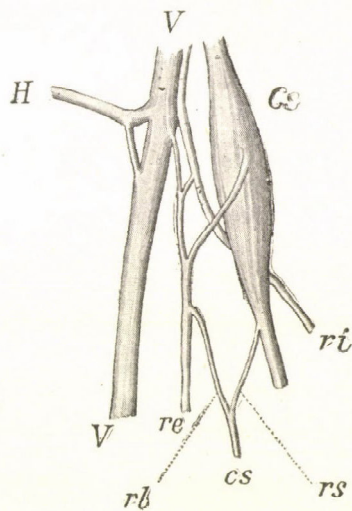
A felső gégeideg külső ága összefügg a felső szívideggel.
Leírják QUAIN-HOFFMANN, ALPIGER, DROBNIK, ZUCKERKANDL.

Az észleletek ezen sok csoportja mutatja, hogy a felső gége-



11. ábra.

Ló. V. vagus. Ls. felső gégeideg.
Pl. fonatképződés.



12. ábra.

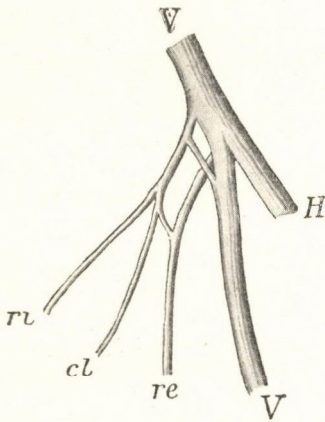
Ember. V. vagus. H. nyelv alatt
ideg. Cs. felső nyaki együttérző
dúc. ri. a felső gégeideg belső
ága. re. a felső gégeideg külső
ága. cs. a szívhez menő felső ág
egyik gyökere, rl. a gégeideg-
től, másik gyökere, rs. az együtt-
érző dúcztól ered.

ideg összefüggése a felső sympathicus nyaki dúcczal és a felső szívideggel, valamint a szívfonattal állandóan létezik, csak az alak-tani megjelenés változik.

És e helyen felemlítjük, hogy a francia boncznokok előszeretettel fentartják az u. n. plexus laryngeust. HIRSCHFELD szerint a felső gégeideg külső ága, a felső nyaki dúc és a garatfonat szá-lai képezik a gégefonatot. SAPPEY szerint a felső gégeideg külső

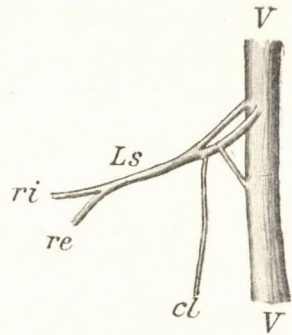
ágából és a felső nyaki dúczból induló szálak képezik a Haller-féle plexus laryngeust; így nyilatkozik DEBIERRE és TESTUT is.

A német boncznokok ezen gégefonatot nem említik többé. Saját tapasztalataink alapján azt mondhatjuk, hogy helyesebb ezen gégefonat elnevezést elejteni, mert csak félreértésre ad okot, továbbá nem képez állandó alakviszonyt. Tény az, hogy sympathicus ágak az art. thyroidea sup. mentén fonatot képeznek, melyhez néha a felső gégeideg külső ága is adhat egy szálát.



13. ábra.

Ember. V. vagus. H. nyelvvalatti ideg. ri. a felső gégeideg belső ága. re. a felső gégeideg külső ága. cl. a gégeideg szívhez menő ága.



14. ábra.

Ember. V. vagus. Ls. a felső gégeideg törzse. ri. a felső gégeideg belső ága. re. a felső gégeideg külső ága. cl. a gégeideg szívhez menő ága.

Végül fel kell említenünk azon összeköttetéseket, melyeket a felső gégeideg, a sympathicus és az alsó gégeideg között leírtak. SOEMMERING¹ írja: «Der Cardiacus superior zieht Fäden aus dem oberen und dem unteren Kehlkopfnerven». LAUTH² szerint a felső gégeideg külső ága összeköttetésbe lép a felső szívideggel, mely azonban az alsó gégeideghez megy. ALPIGER írja: «Richtig ist, dass vom Sympathicus bisweilen Nerven von Volumen eines Cardi-

¹ SOEMMERING: Vom Baue des menschl. Körpers. 1791.

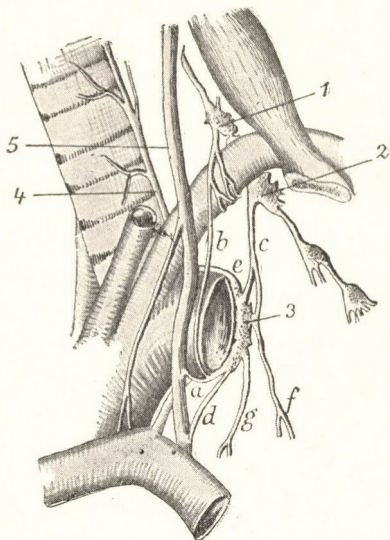
² LAUTH: Neues Handbuch der pr. Anatomie. 1836.

acus sup. zum Recurrens gehen.» ALPIGER ezen összeköttetést egy ábrán feltünteti. DROBNÍK az alsó gégeideg és a nyaki sympathicus összeköttetését rendszeren előfordulónak tekinti: «Der Faser-austausch zwischen dem Halstheil des symp. Nervensystem und dem N. recurrens vagi ist constant und vollzieht sich durch die Vermittelung von Nervenästen, die hauptsächlich vom Ram. card. sup. zum N. recurrens vagi selbst oder zu seinen Zweigen ziehen». Az összekötő ágak a felső nyaki dúcztól jönnek, összefüggenek a felső gégeideg külső ágának ramus communicansával és az alsó pajzsüter elágazódása előtt összekötődnek az alsó gégeideggel. A közlött ábrán két fonal van feltüntetve, melyek a felső nyaki dúcztól indulnak és egyenesen az alsó gégeideg törzséhez mennek a pajzsmirigy alatt. Néha az anastomosis a sympathicus ágak és az alsó gégeideg között egy fonat alakjában lép fel.

Az alsó gégeidegnek a sympathicushoz való szoros viszonyát mutatja azon emberi anomalia, melyet LENHOSSÉK¹ közölt. Fontosságánál fogva leírásával együtt az ábrát is ideiktatjuk (15. ábra). «Az alsó gégeideg nem ered magából a vagusból mint rendszeren, hanem egy idegdúczból, melyet gégedúcznak nevezhetünk (ganglion laryngeum). E dúcz hosszúkás, nyil-irányú fekvésű, félhold alakú, domborulata lefelé áll, homorulata pedig az aorta ívének alsó és hátulsó oldalához fekszik hozzá; 1·5 cm. hosszú és legvastagabb helyén 0·6 cm. vastag. Egy gyenge befűződés egy elülső és egy hátulsó részre osztja. A rendes erősségű (2·5 cm. vastag) alsó gégeideg e két részből mintegy két gyökérrel látszik eredni s a dúczot a hátulsó oldalán hagyja el. A dúcz helyzete olyan, hogy épen az aorta-szalag külső oldalán a tüdő verőér bal ágának felső szélé mögött fekszik. A dúczczal számos idegszál van összeköttetésben: egy részők hozzá csatlakozik, más részők belőle indul ki. Az előbbi csoportba a következők tartoznak: a bolygóidegtől csak egy gyökeret vesz fel (*a*); ez az idegnek az aorta előtti darabjából ered, mint rendes körülmények közt az alsó gégeideg 0·5 cm. erős s a dúcz elülső sarkához csatlakozik. Többi gyökereit mind az együttérző idegtől kapja. Elülső részébe egy vékony idegszál bocsátkozik (*b*), a mely

¹ LENHOSSÉK: Természettudományi Közlöny. 1889.

az aorta előtt fut s abból az idegfonatból ered, a mely a kulcs-sont alatti verőeret veszi hurokszerűen körül (ansa Vieusseni); ennek az idegnek főeredése az alsó nyaki dúczban van; erősebb ágakat vesz fel a dúcz hátulsó sarkán: itt találjuk legjelenté-kenyebb gyökerét (*c*), egy erős ágat, a mely a felső háti dúczból eredve, a kulcs-sont alatti verőér mögött lefelé tart s az aorta felső széléhez közel két egyforma erős ágra szakad s mind a kettő



15. ábra.

a dúczba megy át. A dúcz környéki irányban haladó ágai a követ-kezők: elülső sarkából egy egyenesen lefelé haladó s később a bolygóideghez csatlakozó ideg ered (*d*), hátulsó peripheriájából egy ág (*e*), a mely az aorta falában ér véget, épen a bal kulcsalatti verőér eredése bal oldalán, egy másik (*f*), a mely több ágra sza-kadva, a légső hátulsó falában oszlik el (plexus trachealis) s végül egy (*g*), a mely a dúcz sarkából a hátulsó szívfonatba eresz-kedik. Az alsó gégeideg eredésére nézve esetünk azt tanúsítja,

hogy rostjai legnagyobb részt az együttérző idegnek attól a darabjától jönnek, mely alsó nyaki duczától felső háti duczáig terjed.» Ezen nagybecsü észlelet az embernél az egyedüli, mely az alsó gégeidegnek benső viszonyát a sympathicushoz ilyen meglepő módon demonstrálja.

Vizsgálataink¹, melyek az alsó gégeideg egyes kötegeinek elkülönítésére vonatkoztak, két tény felderítéséhez vezettek lónál. Sikerült kimutatni, hogy az alsó gégeideg és a bolygóideg törzsében a gége légző és hangképző idegkötegei 88 ctm. hosszúságban egymás mellett elkülönítve haladnak. Embernél és kutyánál az elkülönítés a nyakon az alsó gégeideg törzsében sikerült, marhánál a talált fonatképződés folytán az elkülönítés nem volt lehető. A második eredmény volt az elkülönített légzőköteg szoros viszonya a sympathicushoz és a szívhez menő idegekhez. Az elkülönített hangképző köteg egy-egy fonállal függ össze az ansa Viussenit a ganglion stellatummal összekötő ággal és az egyik szivideggel. Ezzel szemben feltűnő azon szoros viszony, melyben az elkülönített légzőköteg a sympathicussal és a szívhez menő idegekkel áll. Nyolcz ilyen összekötő fonal volt látható különböző irányban. Ezen tényekre további fejtegetéseinkben még visszatérünk.

A bonczani tankönyvek általánosan említik, hogy az alsó gégeideg törzse eredéséhez közel adja a szivágakat (rami cardiaci), további lefutásában pedig ágakat a légesőhöz (rami tracheales) és a bázsinghoz (rami oesophagei).

Az alsó gégeideg törzsének összeköttetését az alsó nyaki sympathicus dúcczal a következőknél találjuk felemlítve: HENLE, SCHWALBE, RAUBER, HENLE-MERKEL, VAN GEHUCHTEN. KRAUSE szerint egy összekötő ág a középső nyaki sympathicus dúczhoz is megy, az alsó nyaki dúczon kívül.

Az alsó gégeideg összefügg a középső és az alsó nyaki dúczból induló szividegekkel (HYRTL, HARTMANN, SAPPEY). QUAIN-HOFFMANN szerint az alsó gégeideg összefügg a felső szivideggel.

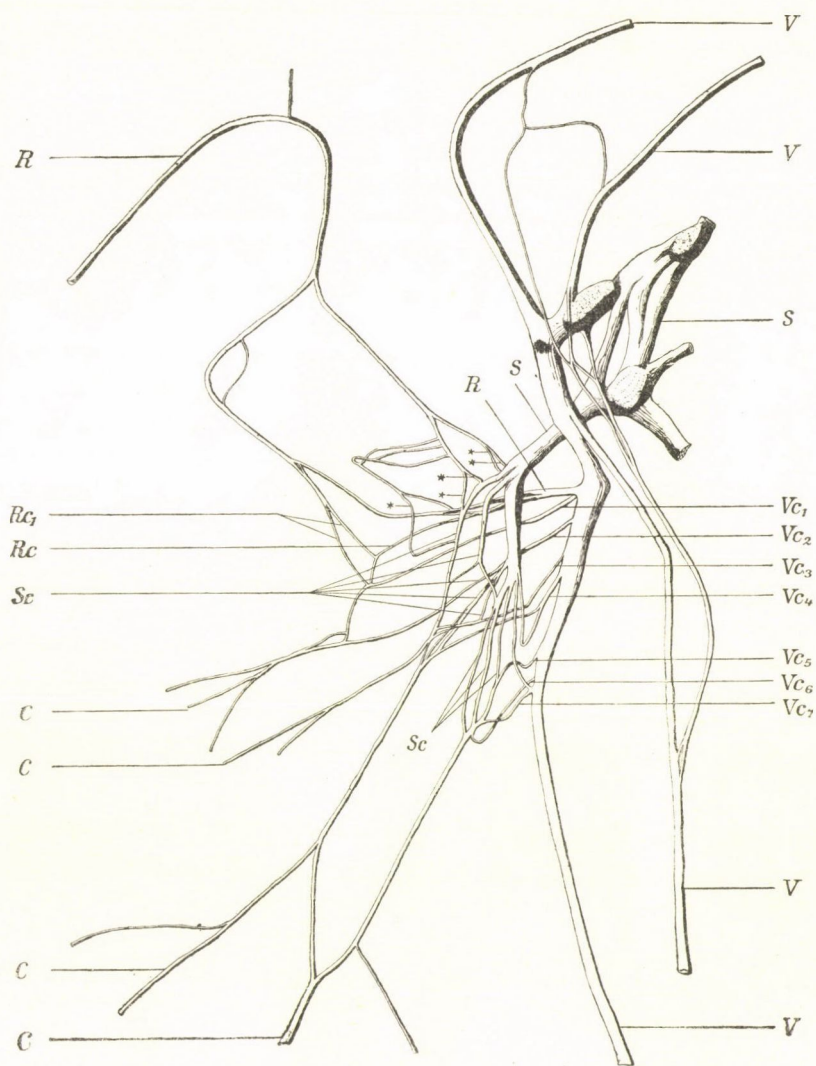
Különben egyszerüen felsoroltnak az alsó gégeideg leirá-

¹ Math. és Természettud. Értesítő 1898. XVI. kötet, 1. füzet.

sánál a rami cardiaci, melyek a szívfonat képzésében résztvesznek és közel eredési helyéhez indulnak ki.

Ujabb vizsgálatainknál különös súlyt fektettünk a szívidegek eredésére. Egy készítményünk természetű ábráját mutatjuk be, mely lóra vonatkozik és szépen mutatja egyrészt az alsó gégeidegnek viszonyát a sympathicushoz és a szívideghez, másrészt a szívidegek összes gyökereit (16. ábra). Jól láthatni a szívidegek azon gyökereit, a melyek a bolygó idegtől jönnek, ezek közül az első vagyis a legfelsőbb az alsó gégeideg eredése helyén indul a bolygóideg törzséből; szépen követhetők a szívidegek azon gyökerei is, melyek az alsó nyaki dúcz és az ansa Vieusseni-ből induló sympathicus kötegtől erednek. Ezenkívül látható, hogy az alsó gégeideg több fonállal függ össze a sympathicussal és hogy az alsó gégeideg központi részéből, továbbá körzeti részéből indulnak összekötő ágak a szívideghez. Ezen vizsgálatból látjuk, hogy a szívidegek gyökerei a bolygó idegtől, a sympathicustól és az alsó gégeideg törzsének központi és körzeti részétől veszik eredetüket. Ezen tényeket összehangzásba hozva az elkülönített légző és hangképző idegkötegek boncztoni viszonyaival, mondhatjuk, hogy ezen bemutatott összeköttetések az alsó gégeideg és a sympathicus, valamint a szívideg között, jórészt az alsó gégeideg törzsében elkülönülten haladó légző köteggel függenek össze.

Ezzel saját vizsgálatainkat az idevonatkozó ismeretekkel együtt tárgyaltuk és részünkről a gége idegeinek boncztoni kutatását befejeztük. A finomabb boncztoni viszonyok ismerete megmutatja azon irányt, melyen az élettani kísérletezésnek és kutatásnak haladnia kell. A nyílt kérdések egész sora halmozódik fel, melyekre a feleletet csak a kísérleti tanulmányok fogják megadhatni. Az eddigi kísérletezések főleg általános keretben mozgtak és tételként állították fel a felső gégeideg belső ágának érző jellegét, továbbá az alsó gégeideg mozgató jellegét. Egyes kísérletek foglalkoztak azon kérdéssel is, vajjon tartalmaz-e az alsó gégeideg centripetalis rostokat. Történtek kísérletek az alsó gégeideg elkülönített ágaival is, továbbá az egyes gégeizmokkal. Szándékosan nem érintettem sem a magam, sem a mások kísérleti eredményeit, ezeket ujabbi kísérleti tanulmányaimmal együtt egy más dolgozatnak tartom fenn. Ezen alkalommal csupán a boncztoni tényeket



16. ábra.

Ló. Az alsó gégeideg összeköttetései az együttérző ideggel és a szívhez menő ágakkal, valamint a szívidegek összes gyökerei áttekinthetők. V. vagus. R. az alsó gégeideg. C. szívidegek. S. ansa Vieusseni, melyből egy idegkötég a szívidegek együttérző gyökereit Sc. adja, továbbá több összekötő fonalat * az alsó gégeideghez. Vc₁₋₇. a szívidegeknek a vagusból eredő gyökerei, köztük az első Vc₁ az alsó gégeideg eredése helyén indul. Rc. a szívideg összeköttetése az alsó gégeideg központi részével. Rc₁ a szívideg összeköttetése az alsó gégeideg körzeti részével.

akartam bemutatni az eddigi ismeretek és a saját vizsgálataim alapján. A felsorolt tények mutatják, hogy a gége idegeinek bonczatana nem olyan egyszerű, mint az általában fel van tüntetve, hogy e bonyolult viszonyok még sok felderíteni valót hagynak.

Az alsó gégeideg törzsében, mint láttuk, foglaltnak rostok, melyek a légesőhöz, a bárzsinghoz, a gége izmailhoz és nyákhártyájához mennek, ezenkívül vannak benne rostok, melyek a sympathicus és a szívégek, valamint a felső gégeideg pályáival függenek össze. A sympathicus kötegek ép úgy sympathicus, mint cerebros spinalis elemeket visznek. Emellett láttuk, hogy különösen az alsó gégeideg légző kötege az, mely szorosán összefügg a sympathicussal és a szívidegekkel. Továbbá láttuk, hogy úgy az ansa Galeni utján, valamint a kannazom területében a felső és az alsó gégeidegek többszörösen kieserélik rostjaikat. Egyrészt a sympathicus összeköttetései által, másrészt az alsó és felső gégeideg összeköttetései által meg van adva a morfológiai alap a különböző eredésű és távolabb helyekről jövő idegrostok kieserélődésére. Ezen vizsgálatok megmutatják az irányt, a különböző kérdéseket, melyek megoldásra várnak. Megállapítani úgy a felső, mint különösen az alsó gégeideg pályájában haladó különböző idegrostok jelentőségét; kimutatni milyen szerepe van a sympathicus összeköttetéseknek általában és különösen az alsó gégeideg légző kötegehez való viszonyuknak, továbbá a szívidegekkel való összeköttetéseknek. Megállapítani a centripetalis pályák rendeltetését és az egyes, kölcsönösen a felső vagy az alsó gégeideg pályájába jutott rostkötegek további lefutását és sorsát. Ezzel megjelöltem azon kérdéseket, melyeket kísérleti uton vizsgálni kell és melyekre nézve részemről a munkaterv is meg van állapítva. Még csak megemlítem, hogy én fontosnak tartom, hogy az eddigi kísérleti eljárást egy újabb eljárás váltsa fel és pedig az elkülönített idegkötegek vizsgálata, az általam és a RUSSEL által leírt eljárással. A sympathicus összeköttetések, általában a gégeidegekkel összefüggő idegágak külön vizsgálat tárgyát fogják részünkről képezni, maga az alsó gégeideg törzsét egyrészt a régebbi eljárással fogom vizsgálni, vagyis elágazódása helyén külön az egyes idegágakat, másrészt a RUSSEL által leírt és azóta már alkalmazott eljárással, vagyis az alsó gégeideg kötegeinek elkülönítésével. És ezen eljárás-

soknál súlyt helyezek arra, hogy midőn az egyes kötegek egészben, vagy átmetszve a peripherikus és a centralis részek lesznek villamosan ingerelve és általában vizsgálva, ugyanakkor ne szakittassék meg az összefüggés a gége és a bolygóideg között. Az eddigi eljárásoknál a gégeideg törzse vagy egészben vagy átmetszve lett vizsgálva; ezen jelzett eljárásokkal minden egyes idegköteg egészben és átmetszve is vizsgálható, a nélkül, hogy az idegtörzsek között, a körzet és központ között az összeköttetés teljesen megszakíttatnék. Folyamatban levő kísérleti tanulmányunk befejezésével közzé fogjuk tenni tapasztalatainkat. Erős a meggyőződés, hogy a gégeidegek boncztanának és élettanának teljes ismerete nélkül nem tudjuk megoldani azon számos vitás kérdést, a mely a gége ideges bántalmainak kórtanában évek hosszú során át napirenden van.

FÜGGELÉK.

A gégeidegek kórboncztanai vizsgálatának kérdéséhez.

Ismeretes dolog, hogy az egyes klinikus esetekben, ha kórbonczolat tárgyát képezték, a vizsgálat rendszeren a gége izmaira vagy idegeinek törzsére szorítkozott. Ismételten hangsúlyoztam és munkamban¹ egy fontos klinikai észlelet kapcsán le is írtam módszeremet, mely egyedül szabatos és hivatott a vitás kérdések megfejtésére.

Leírt eljárásunk abban állt, hogy nemcsak az egyes izmokat, hanem az alsó gégeideg egyes elkülönített végágait is a kórboncztanai vizsgálat tárgyává tettük. Ezen eljárással sikerült teljesen megmagyarázni a klinikai és gégetükrészeti képet, másrészt az első kórboncztanai bizonyítékot nyertük a Semon-féle[†] tanhoz, összhangzásban azon kísérleti eredményünkkel, mely szerint az elkülönített hangrésttágító ideg legelőször vesztí el vezetőképességét és ingerlékenységét.

Dolgozatomban kifejtettem, hogy az eddigi eljárás nem alkalmas a vitás kórtani kérdések eldöntésére és felkértem a szakférfiakat, hogy ezentúl úgy az egyes gégeizmokat, mint az egyes

¹ Adatok a gégebeidegzés boncztanához stb. Akad. Közl. 1894.

izomidegeket elkülönítve vizsgálják meg. Csakis így lehet eldönteni azt, hogy az alsó gégeideg törzsében talált elfajult idegrostok milyen izom beidegzésére voltak rendelve és általában milyen izom birt ép idegrostokkal.

Sajnos, a mennyire az irodalmat áttekinthettem, egyetlen egy esetet sem találtam, melynél a nekroszkopikus vizsgálat az általam leírt eljárással megejtetett volna. A vizsgálatok részlegesek, vagy az egyik oldalra és egyes izmokra, vagy az idegtörzsrre szorítkoztak, de az elkülönített izmok és idegágak tökéletes vizsgálata nem eszközöltetett.

Ujabbán is megjelent egy közlemény¹, mely chorea laryngis esetében a vagus és az alsó gégeideg törzsében talált nagymérvű elfajulást ír le, a nélkül, hogy a gégetükrészeti vizsgálat a legcsekélyebb változást mutatta volna. Ezen közleményre a chorea laryngis kérdését tárgyaló cikkünkben fogunk részletesen visszatérni. Most csak azért említem fel, hogy ezzel általános képét nyújtsam annak, miszerint úgy gégehüdések eseteiben, mint más esetekben is a megejtett vizsgálatok nem felelnek meg azon követelményeknek, melyeket a szabatos klinikai és kórtani vizsgálat feltétlenül megkíván. Mostani vizsgálataink² kívánatossá teszik, hogy ezt a kérdést újra szőnyegre hozzam. Láttuk, hogy az alsó gégeideg törzsében különböző eredésű és jellegű idegrostok foglaltatnak. Az alsó és a felső gégeideg kieserélik rostjaikat, továbbá ott vannak az összeköttetések a sympathicussal és a szívidegekkel. Közzétett bonczani vizsgálataim alapján eddig ajánlott eljárásomat most ki kell bővíteni. A nekroskopiára kerülő esetekben ezentúl szükséges lesz a vagus, a felső és alsó gégeideg törzsein és az izmokon kívül, a felső és alsó gégeideg körzeti ágait egyenként, továbbá az alsó gégeideg összeköttetéseit a sympathicussal és a szívidegekkel behatóan megvizsgálni. Ezen vizsgálati eljárással egyfelől teljes magyarázatot nyerhet a klinikai és gégetükrészeti észlelet, másfelől nagyon becses adatok birtokába juthatunk, melyek az alsó gégeideg törzsében foglalt külön-

¹ PREYSZ: Orvosi Hetilap. 1898.

² A gége légző és hangképző idegci. Math. és Természettud. Értesítő. 1898.

bőző eredésű és jellegű rostokra vethetnek világot. Megengedem, hogy ezen eljárás sok időt és fáradságot igényel, de az egyedüli tudományosan szabatos eljárás, mely a klinikai észleletet tökéletessé teszi és ismereteink gyarapítására vezethet.

Magától értetődik, hogy azon esetekben, hol a központi idegrendszer vizsgálata kívánatos, az az előbb jelzett vizsgálattal együttesen végzendő.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1899. decz. 12.-én tartott üléséből.)

AZ ÉGI TESTEK SPEKTRUMA.

KÖVESLIGETHY RADÓ 1. tagtól.

Az astrophysika feladata az égi testeknek helyváltoztatásaiktól független tulajdonságainak vizsgálata. A külső, mozgató erő-kön kívül tehát első sorban a hőmérsékletnek számbavétele válik szükségessé a physikai állapot teljes meghatározása céljából. Más szóval: az eget nem tekintjük többé anyagi *pontokból* álló NEWTON-féle rendszernek, hanem physikai testekből álló halmazatúl fogjuk fel.

Vizsgálódásainkban két segédeszköz áll rendelkezésünkre; az elméleti alapot szolgáltatja a hő mechanikai elmélete, a gyakorlati alap, a mely a megfigyelés anyagát elméleti kutatásokra alkalmas alakba átvezetni engedi, a spektrumanalízis. Amaz megfelel az astronomiában a mechanikai elveknek, emez époly tökéletességgel egyrészt a megfigyeléseknek, a melyek az égen csak irányokat, nem távolságokat is adván, csonkáknak nevezendők, másrészt amaz elméleteknek, a melyek a geocentrumos bolygómozgásból a heliocentrumost vezetik le.

A pusztá megfigyelés itt, mint ott, célhoz nem vezet. A pályameghatározás már feltételezi a Föld helyének ismeretét. A ptolemaiosi rendszerben ennek megfelelőleg a megfigyelőt a térben állónak tekintjük, a koppernikusi rendszerben a Föld pályáját már a KEPLER-féle törvényeknek megfelelőleg szabjuk meg. Hasonlóképen feladatunkban mi is kénytelenek leszünk az égi testek állapotával már előbb foglalkozni, mielőtt még a spektrumanalízis erre vonatkozólag felvilágosítást adhatna, hogy épen az égi testeknek bonyolult superponált spektrumát egyszerű alkotó részeire bonthassuk. A körkövetkeztetés veszélye mindamellett

egyik tudományágban sem forog fenn. Az analogia látszat és valóság, geocentrumos és heliocentrumos mozgás között a két testvértudományban teljes.

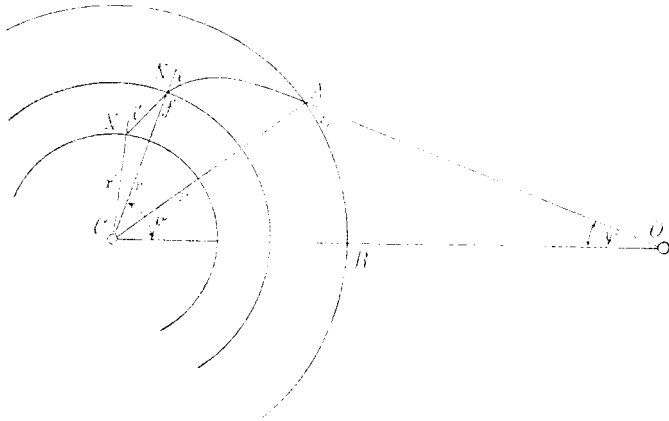
Ily módon az astrophysika legelső problémája tökéletesen az astronomia főfeladatával, a pályameghatározással válik azonosossá. A hasonlatosság azonban még tovább is terjed.

Égi testeknek — legalább egyelőre — leginkább az állócsillagokat értjük, bár nem zárjuk ki vizsgálódásainkból a gömbalakú ködfoltokat és üstökösöket, sem a bolygók légkörét. A megszorítás szükségessége kettős alappal bír: egyrészt érdekesebbek és fontosabbak is egyelőre a gázállapotú csillagokra vonatkozó vizsgálódások, másrészt pedig cserben hagynak elméleti módszereink, mihelyt folyós, vagy éppen szilárd halmazállapotú testekre akarunk alkalmazni. Ez természetesen oly szemrehányás, a mely nem az astrophysikát, hanem az alapját tevő hőelméletet érinti; a spektrumanalízis e fogyatkozás alatt nem szenved.

Az előbb érintett hasonlatosság abban áll, hogy úgy az égi testek egyensúlyára, mint anyagára vonatkozólag bizonyos feltevéseket vagyunk kénytelenek tenni. Az állapotot általában indifferensnek, azaz isentropikusnak, az anyagot a BOYLE-GAY-LUSSAC-féle törvénynek szigorúan hódoló gáznak fogjuk fel, noha mindkét feltevéstől eltérések lehetségesek, a melyek az állapotra vonatkozólag egészen az isothermikus állapotig mennek, az anyagot pedig esetleg egészen a telített gázok tulajdonságával ruházzák fel. Mindez eltérések szigorúan számba vehetők és tekintetbe vételük a csillagászatban megszokott perturbatio számítással rokon. Mondhatnók, hogy az isentropiától való eltérés, a melyet az égi test tengelyforgása is okozhatna, analogonja ama háborgásoknak, a melyek az égi testek helyzeteitől függenek, míg a VAN DER WAALS-féle törvény behozatala ama háborgásokat veszi számba, a melyek az astronomiában az égi testek gömbi eltéréseivel függnék össze. Minthogy ezen eltérések itt is, mint amott, kicsinyek, ugyanazon számításbeli egyszerűsítésekre szabad hivatkoznunk. Ezenkívül tekintetbe kell venni, hogy astrophysikai és különösen spektrophotometriai mérések mindeddig ugyancsak kevés pontossággal bírnak.

Az égi testek superponált spektruma.

Képzeljünk eszményi gázból álló, gömbalakú égi testet, melynek anyaga koncentrikus rétegekben helyezkedett el; külső sugara legyen r_1 , és általánosság kedvéért tételezzük fel, hogy ugyancsak gömbi, r_0 sugarú maggal bír, a melynek anyaga szilárd, folyós, vagy a környező gáznál tetemesen sűrűbb. Ha ilyen mag nem volna jelen, akkor a következőkben $r_0=0$, és minden, a mag felü-



1. ábra.

letére érvényes 0 indexű mennyiség egyszerűen a gázgömb középpontjára vonatkoztatandó.

Legyen (1. ábra) C az égi test középpontja, O a megfigyelő szeme. Az N és N' pont oly r , r' sugarú gömbhéj felületén fekszik, a melynek vastagságán belül a sűrűség, tehát a törésmutató is érezhetően állandónak tekinthető. Ha n , n' a két pontban a gáz abszolút törésmutatója, i , i' , illetve f , f' a beesési és törési szöglet, akkor áll egyrészt

$$\frac{\sin i}{\sin f} = \frac{n'}{n},$$

és másrészt az NCN' háromszögben

$$\frac{\sin f}{\sin i'} = \frac{r'}{r},$$

a mely két egyenlet szorzata az

$$nr \sin i = \gamma = \text{constans} \quad (1)$$

vonatkozást követeli minden rétegre és beesésre vonatkozólag.

Ha v -vel jelöljük a fénygörbe valamely pontjához húzott vezérsugárnak szögletét a CO egyenessel, melyet tengelyül választunk, akkor állanak még a következő egyenletek

$$v \cdot \frac{dv}{dr} = \text{tang } i, \quad \left(\frac{d\zeta}{dr} \right)^2 = 1 + r^2 \left(\frac{dv}{dr} \right)^2,$$

a melyekben $d\zeta$ a fénygörbe egyik, r távolságban lévő útelemét jelenti. i eliminációja folytán:

$$v = \int_R^r \frac{\gamma dr}{r \sqrt{n^2 r^2 - \gamma^2}}, \quad s = \int_{r_1}^r \frac{nr dr}{\sqrt{n^2 r^2 - \gamma^2}}, \quad (2)$$

ha R az égi testnek a Földtől való távolsága és s a fénygörbe íve az r sugarú gömb és a külső felület között.

A γ állandó könnyen meghatározható. Ha ugyanis ε jelenti az emanatioszögletet, tehát i -nek $\frac{\pi}{2}$ -hez való kiegészítőjét, ε_1 azon szögletet, a mely alatt a fény sugar a külső felületet elhagyja, és ψ a fény sugárnak a szem helyén képezett szögletét a tengelylyel, más szóval a kilépés pontjának látszó sugarát, akkor (1) miatt

$$\gamma = rn \cos \varepsilon = r_1 \cos \varepsilon_1 = R \sin \psi, \quad (3)$$

a mennyiben úgy a külső felületen, mint a világűrben a törésmutató az egységgel egyenlő. E mellett természetesen feltevés, hogy a földi sugártörés elkülönítve volt számításba véve. Ugyanezen egyenlethez vezet különben a COA háromszög megtekintése is, és úgy ezek, mint a (2) alatti quadraturák variatioszámítással a FERMAT-féle elvből is adódnak. A dispersiót természetesen mindenütt elhanyagoljuk, s e szerint n tisztán a sűrűségnek, tehát a középponttól való távolságnak függvénye.

Valamely anyag egy köbmetere adjon θ' absolut hőmérséklet és s' sűrűség mellett E' intenzitású spektrumot, melynek parameterjei μ' , A' illetve az intenzitás maximum hullámhosszasága és

az összes intenzitás. Felteszem, hogy előzetes laboratoriumi kísérletek alapján minden anyag számára ismerjük az adott θ' , s' állapotban a megfelelő parametereket. Ennek folytán áll

$$E' = \frac{4}{\pi} \mu' A' \frac{\lambda^2}{(\lambda^2 + \mu'^2)^2},$$

és hasonlóképen egy másik θ , s állapotban, a melynek A , μ parameterek felelnek meg

$$E = \frac{4}{\pi} \mu A \frac{\lambda^2}{(\lambda^2 + \mu^2)^2},$$

a mely egyenletekben μ és A a spektrumanalízis két parameteres egyenlete alapján egyszerű kapcsolatban áll μ' és A' -vel.

Az első parameteregyenlet szerint

$$\frac{\mu^3 \theta^4}{A} = \frac{\mu'^3 \theta'^4}{A'} = D,$$

a hol D a DRAPER-féle abszolút állandó. Ha ellenben S a gáznak entropiája, tehát

$$S = c_r \ln \left(\frac{\theta}{s^{k-1}} \right),$$

melyben c_r a különben kieső fajhő állandó térfogat mellett és k a két fajhő viszonya, akkor a második parameteregyenlet értelmében

$$\log. S' = \log. [S] + 0,684 \ 1922 \log. \frac{\mu'}{m'} + k_2 \left(\frac{\mu'}{m'} \right)^2 + k_4 \left(\frac{\mu'}{m'} \right)^4 + \dots$$

$$\log. S = \log. [S] + 0,684 \ 1922 \log. \frac{\mu}{m} + k_2 \left(\frac{\mu}{m} \right)^2 + k_4 \left(\frac{\mu}{m} \right)^4 + \dots,$$

a mely két egyenletből $[S]$ eliminálható. Tekintettel arra, hogy $\frac{\mu}{m} = 1$ esetében $[S]$ az abszolút fekete test entropiája által fejezhető ki, ezen állandó anyagi minőségektől egyáltalában függetlennek látszik s így egyszer s mindenkorra meghatározható adott állapot számára. Ebben m az adott testtel egyenlő mérsékletű abszolút fekete testre vonatkozik, a mely, minthogy az

$$m\theta = K$$

vonatkozás áll fenn (K absolut állandó), θ -val együtt ismeretesnek tekinthető.

A két parameteregyenlet alapján levezethető tehát a (A, μ) spektrumból a (θ, s) állapot, vagy megfordítva, adott állapotból a spektrum. A szükséges számcoëfficienseket, nemkülönben az egyenletnek kényelmes megfordítását, ha a spektrum meghatározásáról van szó, egy korábbi alkalommal adtam.*

Ha most a (θ, s) állapotban 1 köbméter helyett oly prisma van adva, melynek alapja f és magassága h , akkor a kisugárzott intenzitas nem E , hanem E_{fh} , és áll ez egyenlet

$$E_{fh} = E f \frac{1 - (1 - a)^h}{a},$$

a melyben h tisztán hosszúságot jelent, a mennyiben az absorptio a fénysugár útjába eső elnyelő részecskéknek számától függ. Ám ugyanazon sűrűség mellett h -szoros hosszúságon h -szor annyi részecske foglaltatik, mint a hosszegységben. Az elnyelés, a mennyiben a sűrűségtől függ, tisztán az által van már tekintetbe véve, hogy az

$$a = \frac{\mu^2}{m^2} \left(\frac{\lambda^2}{\lambda^2 + \mu^2} \right)^2$$

absorptio-coëfficiensben már nem az μ' , A' kezdeti állapotnak megfelelő sűrűség szerepel, hanem ugyanazon parameterek, a melyek az absorptio-coëfficiens képzésére szolgáló E intenzitasban is előfordulnak s a melyekben a megváltozott sűrűség már tekintetbe van véve. Ezt ki kellett emelni külön, mert a legtöbb esetben úgy alkalmazzák az elnyelés egyenletét, mintha a sűrűség befolyását pusztán az exponensben lehetne kifejezésre juttatni. Ekkor a állítólag a sűrűség egységére vonatkozik, az exponens pedig az elnyelő részecskék számával, tehát a rétegvastagság és sűrűség szorzatával volna arányos. Ez alakban a tétel tudvalevőleg nem helyes.

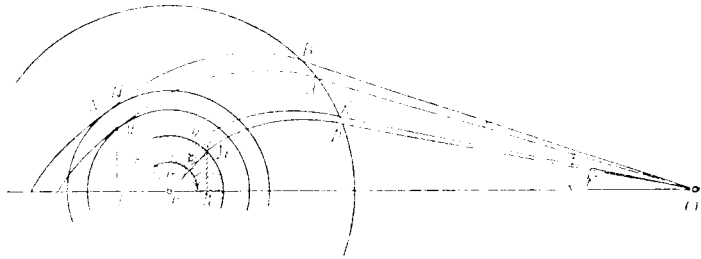
Az égi test M pontján r sugárral átmenő gömbháj felületéről emelkedjék (2. ábra) $\varepsilon=0$ szöglet alatt az MAO sugár, mely

* A spektrumanalysis két parameteregyenlete. Math. és Term. tud. Ért. XVI. k. 481, 488. l.

a szemet ψ látószöglet alatt találja. Később látni fogjuk, hogy a rajz helyes, a mennyiben legfőlebb egyetlen egy sugár kivételével minden fénysugár az égi testen belül symmetrikus és legmélyebb pontjában egy-egy gömbhéj érintője. Ha az intenzitas az M pontban, r távolságban, térfogategységenként E , akkor e pontban az

$$i = dfE \frac{1 - (1 - \alpha)^{d_s}}{\alpha} \quad (4)$$

intenzitas uralkodik, a mennyiben oly végtelen kis méretű prismát tekintünk, melynek alapja df és melynek a sugár irányába eső magassága $NN' = d_s$. Minthogy a fénysugár d_s eleme a df alapra,



2. ábra.

melynek rajzunkban MN a vetülete, merőlegesen áll, a fényemissio esetleges függése az emanatioszöglettől itt tekintetbe sem jön. Különben is teljesen mellőzhető, a mennyiben gázokban minden egyes molekula különálló fényforrás gyanánt fogható fel, úgy hogy egyenlő sűrűséget tételezve fel, az intenzitas minden irányban ugyanaz. Szilárd testeknél e kifejezés még $\Phi(\varepsilon) = \sin \varepsilon$ -nal volna megszorozandó, ha ε jelenti azon szögletet, a mely alatt a fény a gömbhéj felületét elhagyja.

A df felületi elem nagyon könnyen megállapítható. Ha ugyanis két, a szemet O -ban érő végtelen közel fekvő sugarat tekintünk (2. ábra), a melyek a tengelylyel a ψ és $\psi + d\psi$ szögletet zárják be, akkor a $\psi + d\psi$ látószögű sugár a dr -rel magasabban fekvő gömbhéjat N pontban fogja érinteni, és (3) szerint áll, $\varepsilon = 0$ lévén,

$$r' = R \sin \psi, \quad (5)$$

a miből dr mint $d\psi$ függvénye számítható, természetesen tekintetbe véve, hogy r implicate n -ben is szerepel.

Ha most az $MP=r \sin v$ sugárral a CO tengelyre merőlegesen kört írunk le, akkor

$$df = 2\pi r \sin v dr \quad (6)$$

nagyságú kúpfelület keletkezik, melynek minden elemében az intenzitás ugyanaz, s melynek minden eleme a fénysugárhoz képest egyenlően fekszik. Ebben dr (5) segítségével úgy fejezendő ki, hogy:

$$n dr + r \frac{\partial n}{\partial r} dr = R \cos \psi d\psi. \quad (7)$$

A (4) alatt adott intenzitás tehát, minthogy

$$(1-a)^{d\zeta} = 1 + l \cdot (1-a) \cdot d\zeta$$

és

$$\frac{E}{a} = e,$$

az abszolút fekete test emissiójával helyettesíthető:

$$i = -2\pi r e l \cdot (1-a) \sin v d\zeta dr. \quad (8)$$

Ez az intenzitás az M ponton átmenő gyűrűn, mely azonban még tetemesen módosul azon absorptio miatt, a melyet a fény szenved az MA úton az égi test belsejében.

Ha a hőmérséklet és sűrűség az egész MA úton ugyanaz volna, akkor a állandó lenne és az egész kifejezés egyszerűen $(1-a)^{\zeta}$ -val volna megszorozandó, ha ζ jelenti az MA ív hosszát. Minthogy azonban az absorptio-coëfficiens a fény útjának minden pontjában más és más, helyesen $(1-A)^{\zeta}$ irandó, a hol A az absorptio-coëfficiensnek $\zeta = 0$ és $\zeta = \zeta$ határok között alkalmasan megválasztott középértékét jelenti. Ámde a rétegtétel értelmében ez a következőképen képződik:

$$(1-A)^{\zeta} = (1-a_1)^{d\zeta_1} (1-a_2)^{d\zeta_2} \dots (1-a_m)^{d\zeta_m},$$

ha $a_1, a_2 \dots a_m$ az egyes $d\zeta_1, d\zeta_2, \dots$ útelemelekben észlelhető absorptio-coëfficienszt jelenti és természetesen

$$\zeta = d\zeta_1 + d\zeta_2 + \dots + d\zeta_m.$$

A kifejezés logaritmusá folytonos változást feltételezve

$$1.(1-A)^s = \int_0^s 1.(1-a) d_s \quad (9)$$

kifejezéshez vezet, és eszerint az átlátszósági coefficientens, melylyel az M ponton uralkodó intensitas szorzandó, $e^{\int_0^s 1.(1-a) d_s}$. Minthogy az OC tengely az egész ábra symmetriatengelye, e factor természetesen az M ponton átmenő, az OC tengelyre merőleges gyűrű minden elemére ugyanaz. Az egész gömb intensitása e szerint

$$I = -2\pi \int_0^{v_1} \int_0^s r \sin v e^{1.(1-a)} e^{\int_0^s 1.(1-a) d_s} d_s dr, \quad (10)$$

a hol s szerint az integratio az egész, az égi testen belül fekvő fényútra terjesztendő ki, a mely valamely bizonyos ψ -hez tartozik és ennél fogva egy az (5) egyenlet által megszabott gömböt érint, míg az r , helyesebben ψ szerinti integratio az égi test egész látszó sugarára, tehát $\psi=0$ -tól $\psi=\psi_1$ -ig terjesztendő ki. Ezekben

$$\sin \psi_1 = \frac{r_1}{R} \quad (11)$$

és $\sin v$, meg s a 2) egyenletből veendő; e és a mint a sűrűségnek és a hőmérsékletnek függvénye, lényegesen r által fejezhető ki. A függés alakja természetesen a gázgömb egyensúlyi állapotától függ, az integrál határai is csak ezen egyensúlyi állapot tüzetesebb ismertetése után tűzhetők ki, a mi egyszerűsítéshez fog vezetni.

A szilárd mag spektrumát már tetemesen egyszerűbben kapjuk. Minthogy ez, még ha gázból állana is, a középpont felé rohamosan nagyobbodó nyomás folytán mindenesetre elég közel abszolút fekete testtel azonosítható, gondolhatjuk, hogy összes fénye az aránylag csekély h vastagságú felületi rétegéből származik, a melynek közepes állapotja θ' , s' , μ' , A' elemek által adott.

A két szomszédos ODQ és OEQ' sugár (2. ábra) a mag felületén most a $QQ' = r_0 dv$ ivelemet metszik ki, a mely számára,

ψ -től való függését kifejezendő, $r_0 \frac{\partial v}{\partial \psi} d\psi$ irandó. A CO tengely körül $QR=r_0 \sin v$ sugárral forgatás ismét oly gyűrűt hoz létre, melynek minden eleme ugyanazon intenzitással bír, ugyanazon szöglettel hajlik a kilépő sugárhoz és a QD út egyenlősége mellett ugyanazon absorptiót szenved. Ha ε_0 -al jelöljük a fény emanatio-szögletét, azaz a fénysugár hajlását a mag felületéhez, akkor a szilárd testekre vonatkozó emissiotörvény értelmében az intenzitás még $\sin \varepsilon_0$ -al megszorozandó. Az egész mag által adott intenzitás ezek szerint

$$I_0 = 2\pi r_0^2 e (1 - (1-a)^h) \int_0^{v_0} \sin v \sin \varepsilon_0 \frac{\partial v}{\partial \psi} e^{\int_0^\psi L(-a) d\psi} d\psi. \quad (12)$$

a mennyiben a mag felületén érvényes mennyiségek az integráltira vonatkozólag állandók. Itt ψ_0 jelenti a szilárd mag sugarát, tehát hasonlóan, mint (11)-ben

$$\sin \psi_0 = \frac{r_0}{R} \quad (13)$$

és a ε szerinti integratio a szilárd mag felületétől egészen az égi test külső felületéig eszközözendő. Az ε_0 és ψ mennyiségek függését (3) adja, a mennyiben e szerint

$$\cos \varepsilon_0 = \frac{R}{r_0 n_0} \sin \psi \quad (14)$$

a hol r_0 , n_0 , mint a mag felületére vonatkozó mennyiségek állandók. Úgy ε_0 mint ψ -nek kapcsolatát v -vel és ε -val ismét a (2) egyenlet adja, melyben γ a (3) egyenlet szerint választandó.

Ezek szerint az O -ban észlelhető fény, természetesen eltekintve a távolság okozta gyengüléstől $I+I_0$ lesz.

E rendkívül bonyolult integrálok általános kiértékesítésére gondolni sem lehet; a legjobb esetben végtelen sorokat nyerünk, melyeknek coefficiensei egyéb mennyiségektől eltekintve a hullámhosszaság függvényei, a mely a és e révén kerül a problémába. Bonyolítja a dolgot, hogy a v és ε -ben szereplő radikál külön vizsgálatot követel, a szerint, a mint circularis refractio lehetősége fenforog vagy sem, azaz a szerint, a mint e radikál az egész

gázgömbön belül reális, vagy zónánként esetleg imaginarius. Az első esetben ugyanis a gázgömb bármely pontján keletkező fény-sugár eljut a világűrbe, míg az utóbbi esetben bizonyos sugarak teljesen a gömb belsejében maradnak. Gyakorlati esetekben talán legelőbb mechanikai quadraturával érünk czélt, a mely természetesen minden, a megfigyelés tárgyát képezett hullámhosszuság számára külön végzendő. E mellett új variabilisok behozatala által természetesen arra kell törekedni, hogy lehetőleg a specifikusan választott égi test még ismeretlen méreteit és állapotját jelző mennyiségeket külön tudjuk választani. Új variabilisok behozatala egyébként is egyszerűsíti az integrált, mint látni fogjuk.

A megfigyelés tárgyát képezi az $I+I_0$ intenzitás, a mely spektrophotometer segítségével az egyes színek számára meghatározandó. Természetesen legalább is annyi szín számára, a hány ismeretlen foglaltatik a két integrálban együttvéve. Lássuk most ez ismeretlenek számát és minőségét, a mire mindenekelőtt az égi test egyensúlyi állapotának ismerete szükséges.

Az égi testek állapoti egyenlete.

Képzeljünk a térben nyugvó, tehát tengelyforgással vagy haladó mozgással nem bíró gázgömböt, melynek belsejében stationarius állapot jött létre. Ha tehát e gömbben valamely gázrészecske a sugár irányában emelkedik, akkor az egyensúlyt csak azon esetben nem zavarhatja meg, ha ugyanazon elevenerőt hozza magával minden rétegbe, melyet e helyen már meglévőnek talál. De ez annyit jelent, hogy a gázrészecske környezetétől hőt nem vesz fel s neki hőt nem ad át, szóval környezetével hőcserébe nem lép. A gömböt alkotó gáz ennél fogva isentropikus egyensúlyban van.

Ezt a tételt már KIRTFER ÁGOST bizonyította a kinetikai gázelmélet segítségével, de sokkal egyszerűbb levezetését is adhatjuk.

Gömbalakú stationarius állapotú gáztömegben valamely gázrészecske állapota tisztán csak a középponttól való távolságnak függvénye. A sugár mentén hat a részecske súlya, azaz a tömegvonzás és felhajtó erő összetevője, a sugárra merőleges erők, a

melyek a meridián, illetve a parallel mentén gyakoroltatnak, ez esetben null. E szerint áll az egyensúly számára :

$$\begin{aligned} R &= \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\beta}{dt} \right)^2 - r \left(\frac{d\lambda}{dt} \right)^2 = -g \left(1 - \frac{s'}{s} \right) = 0, \\ M &= \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(r^2 \frac{d\beta}{dt} \right) = 0; \quad P = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(r^2 \frac{d\lambda}{dt} \right) = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Ebben r, β, λ a részecske gömbi coordinátái, R, M, P a radius, a meridián és parallel mentén ható erőösszetevő, g a nehézségi gyorsulás r távolságban, s ugyanott az emelkedő részecske sűrűsége, s' a környező gáz sűrűsége.

Az egyensúly feltétele, hogy

$$s = s'$$

azaz, hogy a felemelkedő részecske minden rétegben a környezet sűrűségével birjon. Minthogy mindkettőre ugyanazon nyomás nehezedik, következés, hogy a felszálló részecske mindig ép annyival hül le, hogy mindenkori környezetével egyenlő mérsékletű. De ez az isentropikus állapot jellemzője.

Ha a centrifugális gyorsulás viszonya a gömb felületén az æquator alatt a tömegvonzási gyorsuláshoz γ , akkor az előbbi egyenletek valamivel bonyolultabbak, nevezetesen :

$$\begin{aligned} R &= -g \left(1 - \frac{s'}{s} + \gamma \frac{r}{r_1} \cos^2 \beta \right), \\ M &= -\gamma g \frac{r}{r_1} \sin \beta \cos \beta; \quad P = 0. \end{aligned}$$

A tengelyforgás, valamint a gömbalaktól eltérés az isentropikus állapottól eltéréseket okoznak, s ezért egyelőre csak gömbi, nyugvó égi testekkel foglalkozunk, az eltérések számbavételét külön vizsgálatra utalva.

Egységek gyanant választjuk a hőtanban szokásos egységeket, a metert és a kilogrammot. g alatt értjük kizárólag a föld-felületi nehézségi gyorsulást, s alatt valamely anyag köbmeterének nehézségét a Föld felületén lemérve.

A gázállományú égi testnek minden pontjában — természetesen a szilárd magon kívül — áll a hydrodynamikai egyenlet:

$$dp = - \frac{g_r}{g} s dr, \quad (16)$$

melyben g_r jelenti az r távolságban lemért nehézségi gyorsulást az égi testben, p pedig az ugyanott uralkodó nyomást. Ha

$$u = \frac{g_r}{g_1} \quad (17)$$

az égi testen a gyorsulás viszonya r távolságban s a felületen, akkor NEWTON törvénye szerint

$$u = \frac{mr_1^2}{M_1^2} \quad (18)$$

alakban is írható. Ebben m az r sugarú gömbben foglalt tömeg, míg M az égi test egész tömegét jelenti. (16) egyenletünk ennél fogva

$$dp = - \frac{g_1}{g} us dr \quad (19)$$

lesz. Minthogy a feltevéseinkkel megegyező koncentrikus rétegzés folytán tömegelem gyanánt felfogható a

$$dm = 4\pi r^2 s dr \quad (20)$$

tömeg, úgy (18) differenciálása ad:

$$\frac{du}{dr} = \frac{4\pi r_1^2}{M} s - \frac{2}{r} u, \quad (21)$$

míg (19)-nek differenciatioja

$$\frac{du}{dr} = - \frac{g}{g_1} \left(\frac{1}{s} \frac{d^2 p}{dr^2} - \frac{1}{s^2} \frac{ds}{dr} \frac{dp}{dr} \right). \quad (22)$$

A két differenciálquotiens összehasonlítása ad, miután u -t (19) segítségével ismét elimináltuk:

$$\frac{d^2 p}{dr^2} + \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{s} \frac{ds}{dr} \right) \frac{dp}{dr} + \frac{4\pi r_1^2 g_1}{Mg} s^2 = 0, \quad (23)$$

a mely már a keresett állapotú egyenlet, még pedig legáltalánosabb formájában. A belőle számítandó nyomás közvetlenül összehasonlítható a Föld felületén lemért nyomásokkal.

Integratioja természetesen csak akkor lehetséges, ha az égi test állapotára vonatkozólag valamely feltételt ismerünk, a mely s és p között kapcsolatot létesít. Ilyen eset forog fenn a mi vizsgálatainkban, a mennyiben kimutattuk, hogy az égi test rendes egyensúlya az isentropikus.

De másképen is eljárhatunk, a mennyiben az állapotjelzőknek időbeli változásaira is vethetünk ügyet, a mi által partialis differenciálegyenletet nyerünk. Noha ez jelenleg nem célunk, minthogy az időbeli változások egy és ugyanazon égi testnél nagyon csekélyek, az utat mégis kijelölhetjük. A kérdés fontosságát nyer, mihelyt több égi testet hasonlítunk össze egymással, a melyek különböző fejlődési fokozatoknak felelnek meg.

Ha az égi testnek valamely kezdeti időben sugara r , adott helyen lévő tömegegységének térfogata v , nyomása p és hőmérséklete θ , akkor azon időben, a melyben a sugár r' lett, az állapotjelzők is megváltoztak. Nevezetesen ha

$$r' = \frac{r}{n},$$

akkor minden térfogat a lineáris méretek köbének arányában kisebbedett, és

$$v' = \frac{v}{n^3}$$

lett. A nehézségi gyorsulás — a tömeg ugyanaz maradván — n^2 -szer nagyobbodott és a felület ugyane mértékben kisebbedett, minek folytán minden felületelemlere n^2 -szer nagyobb nyomás nehezednék. A két factor együttvéve eredményezi, hogy a nyomás

$$p' = n^4 p$$

lett. A BOYLE-GAY-LUSSAC-féle törvény értelmében az új hőmérsékletre nézve áll

$$\theta' = n\theta.$$

Mindezekből következik, hogy

$$p^3 v^4 = p'^3 v'^4; \quad v' \theta'^3 = v \theta^3; \quad p' \theta'^{-4} = p \theta^{-4}$$

szorzatok az egész változás folyamata alatt állandók. Ezek kép-

viselik egyszersmind a fejlődési vonalnak, vagy, a mint RITTER nevezi, a kosmogonikus vonalnak a $p, v; v, \theta; p, \theta$ koordinátá-síkokra való vetületeit. Ha az entropia jellemzője eredetileg S volt, akkor az új állapotban

$$S' = S + c_v(4 - 3k)l.n$$

lesz, a hol c_v és k ismert jelentőséggel bírnak.

De talán még nagyobb előnnyel abból a törvényszerűség-ből is kiindulhatunk, a mely a gázgömbben foglalt összes hő és saját magára vonatkoztatott potenciálja között fennáll, a mennyiben ez közvetlenebbül vezet partialis differenciálegyenlethez.

Ha tehát az egyensúlyt isentropikusnak tekintjük (megjegyezvén, hogy a cenzentrifugális erőt számbavevő egyenlet behozatala csak nagyobb számolási nehézséget okoz, mely a jelenlegi megfigyelések pontossága mellett teljességgel nem volna igazolható), akkor a következő egyenletek állanak:

$$p = p_0 \frac{\theta^{k-1}}{\theta_0^{k-1}} \quad \text{és} \quad s = s_0 \frac{\theta^{k-1}}{\theta_0^{k-1}}, \quad (24)$$

a melyekben p_0, s_0, θ_0 a gömb középpontjára, esetleg a szilárd mag felületére vonatkoznak. Ha ezekből p és s értékeit az állapotí egyenletbe beviszszük, lesz (23)-ből:

$$\frac{d^2\theta}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\theta}{dr} + \frac{4\pi(k-1)g_1 r^2 s_0^2 \theta_0^{k-1}}{kgMp_0} \cdot \theta^{\frac{1}{k-1}} = 0. \quad (25)$$

Írjunk, relativ méreteket hozván be,

$$\frac{r}{r_1} = x \quad (26)$$

és hasonlóképen

$$\frac{\theta}{\theta_0} = y, \quad (27)$$

továbbá

$$q^2 = \frac{4\pi(k-1)r_1^4 g_1 s_0^2}{kgMp_0}, \quad (28)$$

és

$$\frac{1}{k-1} = n, \quad (29)$$

akkor az állapotí egyenlet egyszerűen

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dy}{dx} + q^2 y^n = 0 \quad (30)$$

alakot ölti. A q^2 állandó természetesen lényegesen pozitív, és többféle alakban írható. A BOYLE-GAY-LUSSAC-féle törvény és az ismert

$$AR = c_p - c_r = c_r(k-1) \quad (31)$$

vonatkozás, a melyben $A = \frac{1}{424}$, a mechanikai munka hőæquivalense, q^2 -t

$$q^2 = \frac{4\pi A g_1 r_1^4 s_0}{c_r g M \theta_0} \quad (32)$$

alakban is engedí írni. Ha (s) az égi testnek közepsûrûsége, akkor

$$q^2 = \frac{3A g_1 r_1 s_0}{c_p g \theta_0(s)}. \quad (33)$$

Ha végül a Föld tömege T , közepsugara a és közepsûrûsége S , akkor

$$g_1 = \frac{Ma^2}{Tr_1^2},$$

a minek folytán

$$q^2 = \frac{3Ar_1^2 s_0}{c_p a \theta_0 S} \quad (34)$$

s ezen alak talán a legelőnyösebb, minthogy csak három ismeretlent tartalmaz. Más vonatkozásokhoz könnyen eljutunk, ha az y függvénynek első differenciálhányadosát vizsgáljuk.Ha a (30) egyenletet integráltuk, akkor az égi test állapotjára vonatkozólag minden adat megvan. $r=r_1 x$ távolságban lesz a hőmérséklet (27) nyomán

$$\theta = \theta_0 y, \quad (35)$$

és (24) nyomán hasonlóan sűrûség és nyomás

$$s = s_0 y^n \quad \text{és} \quad p = p_0 y^{n+1}. \quad (36)$$

Hasonlóképen ad (19)

$$u = -(n+1) \frac{g p_0}{g_1 r_1 s_0} \frac{dy}{dx}$$

vagy a q^2 állandó behozatala után

$$u = - \frac{4\pi r_1^3 s_0}{M q^2} \frac{dy}{dx}. \quad (37)$$

Az égi testnek tömege

$$M = 4\pi r_1^2 s_0 \int_0^1 x^2 y^n dx \quad (38)$$

és közepes sűrűsége :

$$(s) = 3s_0 \int_0^1 x^2 y^n dx. \quad (39)$$

Az égi testek fejlődésének kezdeti állapota talán azzal van adva, hogy a gázgömb homogen, azaz isopler; ezen esetet képviselik talán a Naptól távoljáró üstökösök, meg egyes kezdetleges ködfoltok. Ekkor az állapotí egyenlet nem is másodrendű, mint hogy egyszerűen

$$u = \frac{r}{r_1},$$

és ennek folytán

$$\frac{dp}{dr} = - \frac{g_1 s}{g} \frac{r}{r_1}$$

vagy

$$p = \frac{g_1 s}{2g r_1} (r_1^2 - r^2),$$

ha az állandót úgy határozzuk meg, hogy az égi test felületén a nyomás null legyen. A hőmérséklet hasonlóan

$$\theta = \frac{g_1}{2g r_1 R} (r_1^2 - r^2)$$

egyenlet által van adva.

Az isentropikus egyensúlytól is lehetnek ideiglenes eltérések, a mennyiben tumultuáris áramlások a sugár mentén fennálló hőmérsékleti különbségeket kiegyenlíteni iparkodnak s így az isothermikus állapot felé való közelítést célozzák. Az isothermikus

állapot tehát mindenesetre az isentropikus állapot lehetőleg nagy eltéréseinek határesetete. Egyenletét megkapjuk, ha (23)-ban p -t a BOYLE-GAY-LUSSAC-féle törvény segítségével elimináljuk és θ -t állandónak tekintjük. Az isothermikus állapot egyenlete tehát:

$$\frac{d^2s}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{ds}{dr} - \frac{1}{s} \left(\frac{ds}{dr} \right)^2 + \frac{4\pi r_1^2 g_1}{MgR\theta} s^2 = 0,$$

vagy

$$\frac{r}{r_1} = x_1 \quad \frac{s}{s_1} = z$$

téve:

$$\frac{d^2z}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dz}{dx} - \frac{1}{z} \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 + q_1^2 z^2 = 0,$$

ha a pozitív állandót ismét

$$q_1^2 = \frac{4\pi r_1^2 g_1 s_0}{MgR\theta}$$

-val jelöljük. Ha ezen állandót összehasonlítjuk az isentropikus állapotéval, akkor tekintettel a hőmérséklet állandóságára írhatunk

$$q_1^2 = \frac{k}{k-1} q^2.$$

Egyelőre azonban sem az isople, sem az isothermikus állapottal foglalkoznunk nem nyílik alkalom.

Az isentropikus állapot egyenletének integrálása.

Közvetlenül látni, hogy a (30) egyenlet csak néhány speciális esetben integrálható, melyek $n = \frac{1}{k-1}$ számértékétől függenek. k mint a két fajhő viszonya 1 és $5/3$ határok között fekszik és elméletileg csak a gáz atomszámától függ oly módon, hogy m atomos gáz számára

$$k = \frac{2m+3}{2m+1}, \quad \text{tehát} \quad n = \frac{1}{2} (2m+1).$$

Ezen k azonban egész általánosságban pusztán

$$\infty > k > 1$$

feltételhez kötött számadat gyanánt is felfogható, oly értelemben, hogy ez az égi test állapotát oly módon szabja meg, hogy ennek minden pontjában

$$\frac{p}{s^k} = \text{constans}$$

egyenlet álljon. Ekkor minden pozitív k -nak megfelel egy bizonyos egyensúly, mely azonban isentropikus csak akkor lehet, ha k egyszersmind az

$$\frac{5}{3} \geq k \geq 1$$

feltételt kielégíti.

Ha $n=0$ vagy $k=\infty$, a mi az isopleer állapotnak felel meg, akkor

$$y = A + \frac{B}{x} - \frac{q^2}{6} x^2,$$

ha ellenben $n=1$, azaz $k=2$, akkor

$$y = A \frac{\sin qx}{qx} + B \frac{\cos qx}{qx}.$$

Már ezen egyszerű esetek is mutatják, hogy az egyenlet tárgyalásában lényeges különbséget tesz, vajjon az égi test bir-e szilárd maggal vagy sem.

Ha mag létezik, akkor az A és B állandók egyszerűen azon feltételekből határozandók meg, hogy a mag felületén, tehát $x=x_0$ számára $\theta=\theta_0$, azaz $y=1$ és a külső felületen $x=1$ számára $\theta=0$, azaz $y=0$ legyen. Ez ad tehát $n=0$, illetve $n=1$ esetben:

$$y = \frac{q^2}{6(1-x_0)} \left(1 - x_0^3 - \frac{x_0}{x} (1 - x_0^2) - x^2 (1 - x_0) \right) + \frac{x_0(1-x)}{x(1-x_0)}$$

és

$$y = \frac{x_0 \sin q(1-x)}{x \sin q(1-x_0)},$$

a mely egyenletekben q természetesen egészen tetszőleges lehet.

Másképen alakúlnak azonban a viszonyok, ha az égi test egész tömegében gázállományú. Az általános differenciálegyenlet is mutatja, hogy az $x=0$ pontban $y=\infty$, a mi physikai megoldás gyanánt nem fogadható el, mert az égi test középpontjában is

csak véges a hőmérséklet. Kell tehát, hogy $x=0$ pontban $\left(\frac{dy}{dx}\right)_0 = 0$ legyen, mint ezt akár a differenciálegyenlet, akár (37) mutatja, a mennyiben a középpont számára a nehézségi gyorsulás 0.

Teljes gázállományú égi testeken tehát a két határfeltételhez, a melynek értelmében

$$y=0, \text{ ha } x=1 \text{ és } y=1, \text{ ha } x=0$$

még egy harmadik feltétel is jár, mely — minthogy önkényes állandó csak kettő van és n minden gáz számára megszabott — csak a q^2 állandó kellő megválasztása által elégíthető ki. Ily módon azt találjuk, hogy a tárgyalt két egyszerű esetben B a priori null. Az $x=0$ feltétel követeli, hogy mindkét esetben $A=1$ legyen. $x=1$ számára η azonban csak úgy lehet 0, ha $n=0$ esetében $q^2=6$ és $n=1$ esetében $q^2=\pi$.

Ily módon q teljesen függetlenné vált a gázgömb méreteitől és középpontjának thermikus állapotától és egyenesen n által van adva; q tehát tisztán a teljes gázgömböt alkotó anyag molekulái atomszámától függ. Minden egyenlő számú atomokból alkotott egész tömegében gáznemű égi test számára tehát a (34)-ben adott

$$q^2 = \frac{3A}{c_p a S} \cdot \frac{r_1^2 s_0}{\theta_0}$$

mennyiség állandó. Ha a hőmérséklet helyett a középponti nyomást vezetjük be, akkor az anyagot jellemző c_p állandó is elesik és nyerünk:

$$q^2 = \frac{3}{a S} \cdot \frac{r_1^2 s_0^2}{(n+1) p_0}. \quad (40)$$

A 14. oldalon adott egyenletek alapján könnyen meggyőződünk róla, hogy ezen q^2 az égi test összehúzódása alatt is állandó marad.

Egészen hasonló megfontolások állanak természetesen akkor is, ha a (23) egyenletben p és s között egészen tetszőleges összefüggést tételezünk fel, és ezért mondhatjuk, hogy *egész tömegükben gázállományú égi testek nem képeznek individuumokat, hanem tisztán egyensúlyi állapotuk szerinti osztályokat.* Ha

ellenben a legkisebb képzelhető szilárd mag van jelen, akkor ezen tétel megdől, mert ekkor úgy az isentropikus, mint más állapotnak megfelelő q állandó minden tetszőleges értéket felveheti.

Ha rövidség kedvéért írunk

$$z = xy, \quad (41)$$

akkor (30) ezen egyszerű alakot nyeri:

$$\frac{d^2z}{dx^2} + q^2 \frac{z^n}{x^{n-1}} = 0, \quad (42)$$

a melyből az integratio lehetősége $n=1$ és $n=0$ számára azonnal látható. Egyszersmind könnyen adódik az egyenlet singularis integrálja

$$y = \left(-\frac{2(3-n)}{(n-1)^2} q^2 \right)^{\frac{1}{n-1}} x^{-\frac{2}{n-1}} \quad (43)$$

alakban, vagy 2 atomos gázokra, a melyek számára $k = \frac{7}{5}$, tehát $n = \frac{5}{2}$:

$$y = \left(\frac{2}{3q} \right)^{\frac{4}{3}} x^{-\frac{4}{3}}. \quad (44)$$

Elsőrendű differenciálegyenlethez szintén könnyen jutunk az

$$y = x^r Y^s \quad (45)$$

helyettesítés által, a mely, ha benne

$$r+s = -\frac{2}{n-1}, \quad (46)$$

az egyenletet homogenné teszi. Ha ugyanis

$$Y=xt \quad \text{és} \quad \frac{dY}{dx} = t+u \quad (47)$$

akkor nyerjük a következő differenciálegyenletet:

$$tu \frac{du}{dt} + (1+2(r+s))tu + \frac{1}{s}(r+s)(r+s+1)t^2 + (s-1)t^2 + \frac{q^2}{s}t^{(n-1)s+2} = 0, \quad (48)$$

a melyben még s felett szabadon rendelkezünk. A legcélszerűbb választás mindenesetre az, hogy vagy u^2 , vagy t -nek $(n-1)s+2$ exponense eltűnjék.

Ha a (48) egyenletnek integrálja megvan, akkor (30)-é is ismeretes, a mennyiben

$$1. \frac{x}{c} = \int \frac{dt}{u}, \quad (49)$$

ha c a második integrálás állandóját jelenti; t helyébe azután

$$t = \left(\frac{y}{x^{r+s}} \right)^{\frac{1}{s}} \quad (50)$$

teendő.

1. Ha $s=1$, akkor (48)-ból lesz:

$$u \frac{du}{dt} - \frac{5-n}{n-1}u + \frac{2(3-n)}{(n-1)^2}t + q^2t^n = 0, \quad (51)$$

s ez esetben

$$r = -\frac{n+1}{n-1}, \quad t = x^{\frac{2}{n-1}}y, \quad u = x^{\frac{n+1}{n-1}} \frac{dy}{dx} + \frac{2}{n-1}yx^{\frac{2}{n-1}}. \quad (52)$$

A differenciálegyenletből tüstént látni, hogy az $n=5$ újabb integrabilis esetnek felel meg, a mely különösen elméleti szempontból érdekes. Az általános integrál ekkor

$$u = \sqrt{a + \frac{1}{4}t^2 - \frac{q^2}{3}t^6},$$

ha a az integrációs állandó, és ezután

$$1. \frac{x}{c} = \int \frac{dt}{\sqrt{a + \frac{1}{4}t^2 - \frac{q^2}{3}t^6}},$$

a miben az integrálás elvégzése után

$$t = \sqrt{x}y$$

teendő. A hyperelliptikus integrál azonban az állandóknak a problema értelmében való meghatározása folytán még egyszerűsödik. Ugyanis $x=0$ számára $y=1$, tehát $t=0$ és hasonlóképpen $u=0$. Ennek folytán $a=0$ és egyszerűbben lesz:

$$\frac{x}{c} = \frac{1}{t^2} \left(\sqrt{1 - \frac{4}{3} q^2 t^4} - 1 \right),$$

vagy t értékének tekintetbe vételével

$$y = c \left(x^2 + \frac{c^4}{3} q^2 \right)^{-\frac{1}{2}},$$

ha a c integrációs állandó helyett $\frac{c^2}{2}$ -et írunk. Minthogy $x=0$ számára $y=1$, úgy

$$c = \frac{\sqrt{3}}{q},$$

és ennél fogva

$$y = \frac{\sqrt{3}}{q \left(x^2 + \frac{3}{q^2} \right)^{\frac{1}{2}}}.$$

Ebből következik u számára (37. egyenlet)

$$u = \frac{4\sqrt{3}\pi r_1^3 s_0}{Mq^3} \frac{x}{\left(x^2 + \frac{3}{q^2} \right)^{\frac{3}{2}}}.$$

Ebben még nem vettük tekintetbe, hogy $x=1$ számára $y=0$ tartozik lenni. E feltétel követeli, hogy $q = \infty$ és ezzel

$$u = \frac{A}{x^2},$$

a hol A valamely állandót jelent. Ám ezen u egyetlen anyagi pont NEWTON-féle vonzását adja s e szerint mondhatjuk, hogy *oly gázgömb, a melynek fajhőviszonya $k = \frac{6}{5}$, egyetlen egy ponttá zsugorodik össze.*

Két atomos gázokra $\left(k = \frac{7}{5}, n = \frac{5}{2}\right)$ ad az (51) és (52) egyenlet:

$$u \frac{du}{dt} - \frac{5}{3} u + \frac{4}{9} t + q^2 t^3 = 0 \tag{51a}$$

$$u = x^3 \left(\frac{4}{3} y + x \frac{dy}{dx} \right), \quad t = x^3 y. \tag{52a}$$

Az integrálás legalább végtelen sor alakjában aránylag könnyen végezhető. Irva

$$u = a_0 + a_1 t^{\frac{1}{2}} + a_2 t^2 + a_3 t^{\frac{3}{2}} + \dots + a_i t^{\frac{i}{2}} + \dots, \tag{53}$$

nyerjük sorban a következő egyenleteket:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} a_0 a_1 &= 0 \\ \frac{2}{2} (a_0 a_2 + \frac{1}{2} a_1^2) &= \frac{5}{3} a_0 \\ \frac{3}{2} (a_0 a_3 + a_1 a_2) &= \frac{5}{3} a_1 \\ \dots & \dots \dots \dots \dots \dots \tag{53a} \\ \frac{2i}{2} (a_0 a_{2i} + a_1 a_{2i-1} + \dots + \frac{1}{2} a_i^2) &= \frac{5}{3} a_{2i-2} \\ \frac{2i+1}{2} (a_0 a_{2i+1} + a_1 a_{2i+4} + \dots + a_i a_{i+1}) &= \frac{5}{3} a_{2i-1}. \end{aligned}$$

Csupán $2i=4$ és $2i+1=7$ számára van kivétel, a mennyiben

$$\begin{aligned} \frac{4}{2} (a_0 a_4 + a_1 a_3 + \frac{1}{2} a_2^2) &= \frac{5}{3} a_2 - \frac{4}{9} \\ \frac{7}{2} (a_0 a_7 + a_1 a_6 + a_2 a_5 + a_3 a_4) &= \frac{5}{3} a_5 - q^2. \end{aligned} \tag{53b}$$

(53a) első egyenlete értelmében vagy $a_0=0$, vagy $a_1=0$. Az első feltevés egymásnak csakhamar ellentmondó egyenletekhez vezet, ennélfogva a_0 az integratio állandója és

$$a_1 = 0.$$

A következő egyenletek azután sorban adnak:

$$a_2 = \frac{5}{3}, \quad a_3 = 0, \quad a_4 = -\frac{2}{9a_0}, \quad a_5 = 0, \quad a_6 = \frac{20}{9^2 a_0^2},$$

$$a_7 = -\frac{2}{7a_0} q^2, \quad a_8 = -\frac{1}{3a_0^3}, \dots$$

és az (53) recursioformulákkal könnyen továbbfűzhetők. E szerint

$$u = a_0 + \frac{5}{3} t - \frac{2}{9a_0} t^2 + \frac{20}{9^2 a_0^2} t^3 - \frac{1}{3a_0^3} t^4 + \frac{364}{9^3 a_0^4} t^5 - \frac{5236}{9^4 a_0^5} t^6 + \dots$$

$$- \frac{2}{7a_0} q^2 t^2 + \frac{10}{3 \cdot 9a_0^2} q^2 t^2 - \frac{394}{7 \cdot 9 \cdot 11 a_0^3} q^2 t^2 + \dots \quad (53c)$$

és (52a)-ra tekintve könnyű látni, hogy

$$a_0 = \left(\frac{dy}{dx} \right)_{x=1}.$$

Mint hogy a felületen $u=1$, úgy (37)-ből adódik tüstént a_0 jelentősége is:

$$a_0 = -\frac{(s)}{3s_0} q^2,$$

ha (s) ismét az egész gázgömb közepsűrűségét jelenti.

A (49) egyenlet értelmében képzendő

$$\frac{1}{u} = \frac{1}{a_0} (1 + b_1 t^{\frac{1}{2}} + b_2 t^2 + \dots + b_i t^{\frac{i}{2}} + \dots). \quad (54)$$

Ebben a b coefficiensek számára áll,

$$b_i + b_{i-1} a_1 + b_{i-2} a_2 + \dots + b_1 a_{i-1} + a_i = 0 \quad (55)$$

és az elsők

$$b_1 = b_3 = b_5 = 0, \quad b_2 = -\frac{5}{3a_0}, \quad b_4 = \frac{3}{a_0^2} \dots$$

értékkel bírnak. A (49) integrál most már

$$1. \frac{x}{c} = \frac{1}{a_0} \left(t - \frac{5}{6a_0} t^2 + \frac{1}{a_0^2} t^3 - \frac{455}{4 \cdot 9^2 a_0^3} t^4 + \frac{292}{3 \cdot 5 \cdot 9 \cdot a_0^4} t^5 - \right.$$

$$\left. - \frac{15359}{6 \cdot 9^3 a_0^5} t^6 + \dots + \frac{4}{7 \cdot 9a_0^2} q^2 t^2 - \frac{500}{3 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot a_0^3} q^2 t^{\frac{1}{2}} + \right.$$

$$\left. + \frac{53776}{7 \cdot 9^2 \cdot 11 \cdot 13 \cdot a_0^4} q^2 t^2 - \dots \right) \quad (56)$$

alakban jelentkeznek, a melyben még

$$t = x^{\frac{3}{2}}y$$

teendő. Minthogy ϱ állandóval van dolgunk, az általános integrált találtuk, a mely azonban $x=0$ pontban nem alkalmazható. $x=1$ számára $y=0$, tehát t is null, és ennél fogva $c=1$.

Az integrál az égi test külső felületéhez közel elég gyorsan konvergáló sort ad, de szilárd maggal bíró égi test esetében a mag felületén is alkalmazható.

Gyakorlati számolás szempontjából azonban az egyenlet nem kedvező, mert még hosszadalmas megfordítást igényel.

2. Valamivel egyszerűbb és explicit eredményt adó soralakhoz jutunk, ha (48)-ban

$$s = -\frac{\varrho}{n-1}.$$

Ekkor az idézett egyenlet átmegy a következőbe:

$$tu \frac{du}{dt} - \frac{5-n}{n-1} tu + \frac{n-3}{n-1} t^2 - \frac{n+1}{n-1} u^2 - \frac{n-1}{2} q^2 = 0. \quad (57)$$

Ha egymásután

$$u = \frac{\varphi}{\psi}, \quad \psi = \frac{n-1}{5-n} \varphi' \quad \text{és} \quad \varphi = e^{\eta} \quad (58)$$

substitutiókkal élünk és t -t tekintjük független változónak, akkor

$$t \frac{d^2t}{d\eta^2} - t \frac{dt}{d\eta} - \frac{n+1}{n-1} \left(\frac{dt}{d\eta} \right)^2 - \left(\frac{n-1}{5-n} \right)^2 \left(\frac{n-1}{2} q^2 - \frac{n-3}{n-1} t^2 \right) = 0 \quad (59)$$

egyenlethez jutunk, a melynek megoldása közvetlenül y -t adja x függvénye gyanánt. A tett helyettesítések ugyanis (49)-ben a

$$1. \quad \frac{x}{c} = \frac{n-1}{5-n} \eta \quad (60)$$

egyenletet adják, és minthogy (50) miatt

$$t = (xy^{\frac{n-1}{2}})^{-1}, \quad (61)$$

úgy a kívánt cél elértük.

Ha most

$$t = a_0 + a_1 \gamma + a_2 \gamma^2 + \dots + a_{2i} t^{2i} + a_{2i+1} t^{2i+1} + \dots, \quad (62)$$

akkor

$$\begin{aligned} 1 \cdot 2 \left(a_0 a_2 + \frac{1}{2} a_1^2 \right) - 1 \cdot a_0 a_1 - \frac{2n}{n-1} 1^2 a_1^2 + \\ + \frac{(n-3)(n-1)}{(5-n)^2} a_0^2 - \frac{(n-1)^3}{2(5-n)^2} a^2 = 0, \end{aligned} \quad (63a)$$

míg a többi coefficiensre áll :

$$\begin{aligned} (2i+1)(2i+2) \left(a_0 a_{2i+2} + a_1 a_{2i+1} + a_2 a_{2i} + \dots + \frac{1}{2} a_{i+1}^2 \right) - \\ - (2i+1)(a_0 a_{2i+1} + a_1 a_{2i} + a_2 a_{2i-1} + \dots + a_i a_{i+1}) - \\ - \frac{4n}{n-1} \left(1(2i+1) a_1 a_{2i+1} + 2(2i) a_2 a_{2i} + 3(2i-1) a_3 a_{2i-1} + \dots \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (i+1)^2 a_{i+1}^2 \right) + \quad (63b) \\ + 2 \frac{(n-1)(n-3)}{(5-n)^2} \left(a_0 a_{2i} + a_1 a_{2i-1} + a_2 a_{2i-2} + \dots + \frac{1}{2} a_i^2 \right) = 0 \\ (2i+2)(2i+3)(a_0 a_{2i+3} + a_1 a_{2i+2} + a_2 a_{2i+1} + \dots + a_{i+1} a_{i+2}) - \\ - (2i+2) \left(a_0 a_{2i+2} + a_1 a_{2i+1} + a_2 a_{2i} + \dots + \frac{1}{2} a_{i+1}^2 \right) - \\ - \frac{4n}{n-1} (1(2i+2) a_1 a_{2i+2} + 2(2i+1) a_2 a_{2i+1} + 3(2i) a_3 a_{2i} + \dots \\ + (i+1)(i+2) a_{i+1} a_{i+2}) + \\ + 2 \frac{(n-1)(n-3)}{(5-n)^2} a_0 a_{2i+1} + a_1 a_{2i} + a_2 a_{2i-1} + \dots + a_i a_{i+1}) = 0. \end{aligned}$$

Ez egyenletekben a_0 és a_1 integrációs állandók; egy harmadik állandó c és ennél fogva természetes, hogy a tényleges kiszámítás folyamán ezek egyike ki fog esni.

A (60), (61) és (62) egyenlet a keresett integrált

$$y = \frac{1}{x^{n-1}} \left(a_0 + a_1 \left(\frac{5-n}{n-1} \ln \frac{x}{c} \right) + a_2 \left(\frac{5-n}{n-1} \ln \frac{x}{c} \right)^2 + \dots \right)^{-\frac{2}{n-1}} \quad (64)$$

alakban szolgáltatja, a mely teljes gázgömbök középpontja körül szintén nem alkalmazható.

Felületi pontok számára, tehát $x=1$ esetében

$$y_1 = \left(a_0 - a_1 \left(\frac{5-n}{n-1} l. c \right) + a_2 \left(\frac{5-n}{n-1} l. c \right)^2 - \dots \right)^{-n-1} \quad (65)$$

egyenlet szolgáltatja az állandók kellő meghatározása és alkalmas átalakítás után azon vonatkozást, a mely q^2 és n között fennáll.

Mint hogy egyelőre leginkább a teljes tömegükben gáznemű égi testek érdekelnek, a megelőző egyenlet coefficientseinek meghatározását mellőzöm, annál is inkább, mert az eredmény csak formai, mint hogy $x=0$ számára alkalmazható nem lévén, az állandók könnyű meghatározásának lehetősége sincs meg.

3. Közvetlenül is eljárhatunk a (30) egyenlet integrálásában. Ha ugyanis i -szer differenciálunk, lesz:

$$x \frac{d^{i+2}y}{dx^{i+2}} + (2+i) \frac{d^{i+1}y}{dx^{i+1}} + q^2 x \frac{d^i(y^n)}{dx^i} + iq^2 \frac{d^{i-1}(y^n)}{dx^{i-1}} = 0.$$

E szerint y végtelen $(x-x_0)$ hatványai szerint haladó sorba bontható, és az $x=x_0$ számára érvényes $y_0=1$ és $\left(\frac{dy}{dx} \right)_0$ adják a két önkényes állandót. Teljes gázgömb esetében is használható e sorfejtés, csak hogy ez esetben, mint ezt maga a differenciálegyenlet is mutatja, $\left(\frac{dy}{dx} \right)_0 = 0$ teendő. Ekkor minden páratlan rendű differenciállányados kiesik és tisztán x páros hatványait tartalmazó végtelen sort nyerünk.

Az első tagok:

$$y = y_0 + \frac{1}{1!} y'_0 (x-x_0) - \frac{1}{2!} \left(\frac{2}{x_0} y'_0 + q^2 y_0^n \right) (x-x_0)^2 + \\ + \frac{1}{3!} \left(\frac{2 \cdot 3}{x_0^2} y'_0 + \frac{2q^2}{x_0} y_0^n - nq^2 y_0^{n-1} y'_0 \right) (x-x_0)^3 + \dots \quad (66)$$

a következők azonban a folytatólagos differenciálás és visszahelyettesítések folytán oly gyorsan bonyolulnak, hogy közvetlen kiszámításuk nagyon fáradságos. A tényleges alkalmazásnak megfelelőleg $y_0=1$, a mi némi egyszerűsítést hoz be. A később levezetendő (79) egyenlet alapján azonban ezen coefficientsek törvényszerűségét is könnyebben tekinthetjük át.

A kezdő tagok különben $n = \frac{5}{2}$ esetében

$$\begin{aligned}
 y = 1 - & \frac{1}{1!} a x_0 q^2 (x - x_0) + \frac{1}{2!} (2a - 1) q^2 (x - x_0)^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{5}{2} a x_0 q^4 - \right. \\
 & \left. - \frac{2(3a - 1)}{x_0} q^2 \right) (x - x_0)^3 + \frac{1}{4!} \left(-\frac{15}{4} a^2 x_0^2 q^6 - \right. \\
 & \left. - \frac{5}{2} (4a - 1) q^4 + \frac{8(3a - 1)}{x_0^2} q^2 \right) (x - x_0)^4 + \frac{1}{5!} \left(\frac{15}{8} a^3 x_0^3 q^8 + \right. \\
 & \left. + \frac{5}{2} (17a - 7) a x_0 q^6 + \frac{10(5a - 1)}{x_0} q^4 - \right. \\
 & \left. - \frac{40(3a - 1)}{x_0^3} q^2 \right) (x - x_0)^5 + \frac{1}{6!} \left(\frac{15}{16} a^4 x_0^4 q^{10} - \right. \\
 & \left. - \frac{5}{8} (42a - 57) a^2 x_0^2 q^8 - 5 \left(69a^2 - 34a + \frac{7}{2} \right) q^6 - \right. \\
 & \left. - \frac{60}{x_0^2} (5a - 1) q^4 + \frac{240}{x_0^4} (3a - 1) q^2 \right) (x - x_0)^6 + \dots \quad (67)
 \end{aligned}$$

mely egyenletben most a foglalja el a második integrációs állandó helyét, a mely az $x=1$ számára érvényes $y=0$ egyenletből számítandó. Ugyanis, ha u_0 a szilárd mag felületén a nehézségi gyorsulás viszonya a felületéhez, M_0 a mag tömege, akkor

$$u_0 = \frac{M_0}{M x_0^2}$$

és ennél fogva (37) szerint

$$\left(\frac{dy}{dx} \right)_0 = -\frac{1}{3} \frac{(s_0)}{s_0} x_0 q^2 = -a x_0 q^2, \quad (68)$$

a midőn (s_0) a mag középsűrűségét jelenti. Ha $x_0=0$, tehát $(s_0)=s_0$, akkor $y'_0=0$, mint ezt már több ízben is láttuk.

Ha az y sora már megvan, akkor y^n a polynomtétel kikerülésével is számítható, a mennyiben (30) szerint a hatványraemelés ez esetben

$$y^n = -\frac{1}{q^2} \left(\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dy}{dx} \right) \quad (69)$$

egyszerűen differentiatiora vezethető vissza.

A maggal bíró égi testek egyenletét egyelőre figyelmen kívül hagyva, írhatunk teljes gázgömbök számára :

$$y = 1 + a_2 x^2 + a_4 x^4 + \dots \quad (70)$$

A polynomtétel alkalmazása ad

$$y^n = 1 + A_2 x^2 + A_4 x^4 + \dots \quad (71)$$

mely egyenletben, mint ismeretes, az A coefficiensek számára áll :

$$\begin{aligned} (i+1) A_{i+1} = & (i+1) n a_{i+1} + (in-1) a_i A_1 + (i-1) n-2) a_{i-1} A_2 + \\ & + ((i-2) n-3) a_{i-2} A_3 + ((i-3) n-4) a_{i-3} A_4 + \dots + \\ & + (4n-(i-3)) a_4 A_{i-3} + (3n-(i-2)) a_3 A_{i-2} + \\ & + (2n-(i-1)) a_2 A_{i-1} + (n-i) a_i A_i. \end{aligned} \quad (72)$$

(70)és(71)behelyettesítése az eredeti (30) differenciálegyenletbe ad :

$$a_{2i+2} = - \frac{A_{2i}}{(2i+2)(2i+3)} q^2 \quad (73)$$

úgy hogy az első coefficiensek lesznek :

$$a_2 = - \frac{q^2}{3!}; \quad a_4 = \frac{nq^4}{5!}; \quad a_6 = - \frac{q^6}{7!} \left(n^2 + \frac{5!}{2(3!)^2} n(n-1) \right); \quad (74)$$

$$a_8 = \frac{q^8}{9!} \left(n^3 + \left(\frac{5!}{2(3!)^2} + \frac{7!}{3!5!} \right) n^2(n-1) + \frac{7!}{(3!)^4} n(n-1)(n-2) \right).$$

Két atomos gázok számára, azaz $n = \frac{5}{2}$ számára lesz tehát :

$$\begin{aligned} y = & 1 - \frac{1}{3!} (qx)^2 + \frac{5}{2 \cdot 5!} (qx)^4 + \frac{5^2}{2 \cdot 7!} (qx)^6 + \frac{5^4}{2 \cdot 3 \cdot 9!} (qx)^8 - \\ & - \frac{5^2 \cdot 1252}{4! 11!} (qx)^{10} + \frac{5^3 \cdot 21984}{5! 13!} (qx)^{12} - \frac{5^4 \cdot 4330464}{7! 15!} (qx)^{14} + \\ & + \frac{5^5 \cdot 26150368}{7! 17!} (qx)^{16} - \dots \end{aligned} \quad (75)$$

vagy kiszámítva :

$$\begin{aligned}
 y = & 1 - [9,221\ 8487] (qx)^2 + [8,318\ 7587] (qx)^4 - \\
 & - [7,394\ 4795] (qx)^6 + [6,457\ 9657] (qx)^8 - \\
 & - [5,514\ 1774] (qx)^{10} + [4,565\ 5551] (qx)^{12} - \\
 & - [3,613\ 4843] (qx)^{14} + [2,658\ 8288] (qx)^{16} - \\
 & - [1,702\ 1637] (qx)^{18} + [0,743\ 1033] (qx)^{20} - \dots \quad (76)
 \end{aligned}$$

A szögletes zárjelekben lévő számok logaritmusokat jelentenek, a melyekből kivétel nélkül 10 levonandó.

Megfelelőleg képezhető természetesen a (73) vonatkozás folytán az y^n sora is.

$$\begin{aligned}
 y^n = & 1 - \frac{5}{2 \cdot 3!} (qx)^2 + \frac{5}{2 \cdot 4!} (qx)^4 - \frac{5^4}{3! 7!} (qx)^6 + \frac{5^2 \cdot 1252}{4! 9!} (qx)^8 - \\
 & - \frac{5^3 \cdot 21\ 984}{5! 11!} (qx)^{10} + \frac{5^4 \cdot 4\ 330\ 464}{7! 13!} (qx)^{12} - \\
 & - \frac{5^5 \cdot 26\ 150\ 368}{7! 15!} (qx)^{14} + \dots \quad (77)
 \end{aligned}$$

mindezekben az $x=0$ számára érvényes $y_0=1$ állandó már tekintetbe van véve. A coefficiensok elég gyorsan fogynak, a sornak azonkívül váltakozó előjelei vannak és a sorokkal integrált differenciálegyenletek egy ismeretes tétele folytán a convergentia $x=1$ -ig biztosítva van. Csakhogy nagyobb q mellett e kezdőtagok még nem elégségesek, és ennélfogva q az $x=1$, $y=0$ feltételből a (76) egyenletből még közelítőleg sem számítható. A sor teljesen ugyanazon tulajdonságokkal bír, mint nagy q mellett a $\frac{\sin qx}{qx}$ sora.

A q és n -et kapcsoló egyenlet kezdőtagjai (74) szerint az imént kijelölt feltételek mellett:

$$0 = 1 - \frac{q^2}{3!} + \frac{n}{5!} q^4 - \frac{1}{7!} \left(n^2 + \frac{5!}{2(3!)^2} n(n-1) \right) q^6 - \dots \quad (78)$$

Több coefficiens kiszámítása a polynomtétel alkalmazása miatt nagyon bonyodalmas s ezért egyszerűbb útat kellett keresni. Ez a (42) egyenlet által önként kínálkozik. Ha ugyanis az egyenletet logaritmikusan írjuk és még egyszer differenciáljuk,

$$z \frac{d^3 z}{dx^3} - n \frac{d^2 z}{dx^2} - \frac{dz}{dx} + \frac{n-1}{x} \frac{d^2 z}{dx^2} z = 0$$

eredményhez jutunk, a mely $(qx)^{2i}$ coefficientse számára a következő reductio formulát adja :

$$\begin{aligned}
 &(2i-2)2i(2i+1)a_{2i} + (0.2.3 + (2i-4)(2i-2)(2i-1) - \\
 &\quad - 2((2i-1)(2i+1)-3)n)a_{2i-2}a_2 + \\
 &\quad + (2.4.5 + (2i-6)(2i-4)(2i-3) - \\
 &\quad - 4((2i-3)(2i+1)-5)n)a_{2i-4}a_4 + \\
 &\quad + (4.6.7 + (2i-8)(2i-6)(2i-5) - \\
 &\quad - 6((2i-5)(2i+1)-7)n)a_{2i-6}a_6 + \dots \\
 &\quad + \dots = 0
 \end{aligned}
 \tag{79}$$

Ebben az utolsó tag, ha a_{2i-2k} és a_{2k} egyenlő, az $\frac{1}{2}$ factort kapja. E formulával a számítás igen gyorsan megy, minthogy a folyton ismétlődő $(2i-2k)(2i-2k+2)(2i-2k+3)$ factorok a megelőző számításokból már megvannak, és n factorai is nagyon kényelmesen szerkeszthetők. Ugyanezen eljárás alkalmazható természetesen a maggal bíró égi test számára is.

RRRTER* az egyenletet graphikusan integrálja. Értékeiből $n=2.5$ számára következnek :

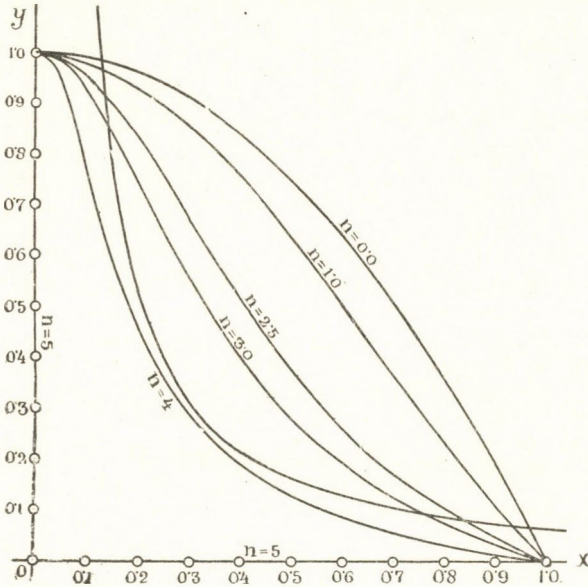
$x=0.0$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$y=1.000$	0.953	0.827	0.670	0.513	0.376	0.264	0.174	0.102	0.046	0.000
$y''=1.000$	0.887	0.622	0.367	0.188	0.0867	0.0358	0.0126	0.00332	0.000454	0.0
$y_1=\infty$	1.337	0.531	0.309	0.211	0.156	0.123	0.100	0.0836	0.0714	0.0621

Az utolsó sor vonatkozik a (30) egyenlet singularis integráljára (44), melyet η számértékeiből következő $q=5,36$ állandóval számítottam. A két integrál $x_1=0.138$ és $x_2=0.849$ pontban az $y_1=0.925$, illetve $y_2=0.075$ közös értéket veszi fel, míg $x=0.275$ pontban a két görbe egyenlő érintővel bír.

A felírt értékek teljesen elegendők arra, hogy pontosabb numerikus megoldás számára megadják a kellő alapot. A mindenesetre érdekes integrálgörbékét $n=0, 1, 2, \frac{5}{2}, 3, 4$ és 5 eset számára adja a 3. ábra, melybe még $n=\frac{5}{2}$ singularis integrálját is felvettem. A nehézségi gyorsulást az égi test belsejében adja ugyanezen esetek számára RRRTER nyomán a 4. ábra. Mindkettő-

* Ann. d. Phys. u. Chem. 1880. XI. k. 338. l.

ben látni az $n=5$ kivételes eset szerepét: amabban a görbe átmegy a koordinátatengelyekbe, emitt maximuma a végtelenben fekszik s felszálló ága maga az ordináta tengelye. Másik ága a NEWTON-féle vonzás görbéje és ennek folytán ez egyszersmind az u görbe minden tetszőleges n számára az égi test külső terében.



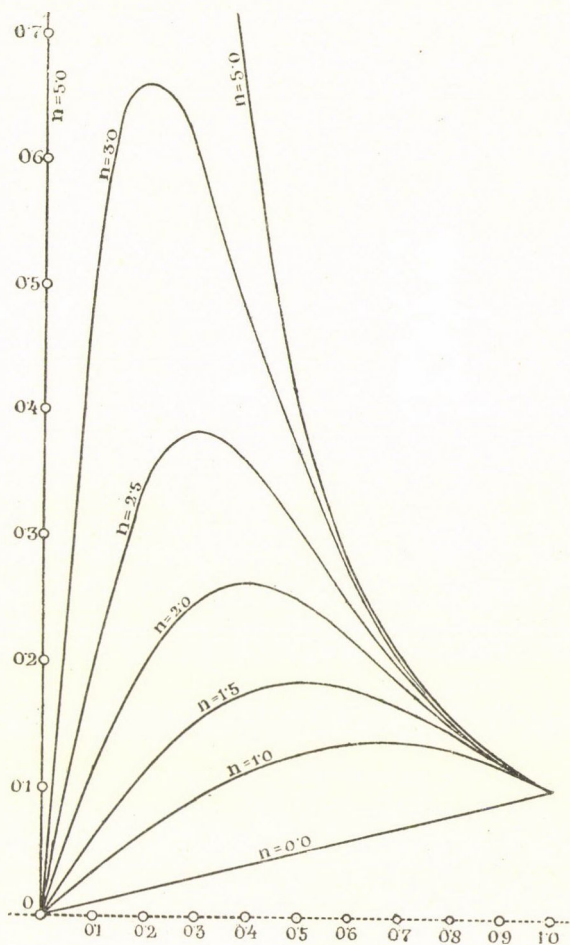
3. ábra.

Az égi test általános magaviselete e görbék által teljesen jellemezve van, úgy hogy pontosabb számértékek már csak a (10) és (12) integrál kiszámolására kívánatosak. Mechanikai quadratura útján nyert eredmények tehát teljesen elegendők, annyival is inkább, minthogy a spektrumot adó két quadratura a valóságot megközelítő legegyszerűbb feltevések mellett sem adható zárt kifejezés alakjában.

RITTER két atomos gázok számára az

$$y = 1 - 7x^2 + 14x^3 - 12.6x^4 + 5.6x^5 - x^6$$

interpolatio formulát adja, mely mintegy 2 százalék pontosság-



4. ábra.

gal bir. Még jobb előállítás — egészen a harmadik tizedes bizonytalanságán belül — ad a következő formula

$$y = \left(\frac{\sin \pi x}{\pi x} \right)^{3.137 - 1.940x} ;$$

és elég tőrhető eredményt nyerünk akkor is, ha

$$y = e^{-x} \frac{\sin \pi x}{\pi x}.$$

A spektrum kifejezésében szereplő mennyiségek.

Ha az absolut fekete test spektrumát

$$e = \frac{4}{\pi D} m^4 \theta^4 \frac{\lambda^2}{(\lambda^2 + m^2)^2}$$

alakjában írjuk, és figyelembe vesszük, hogy általában is

$$m\theta = m_0\theta_0$$

vonatkozás áll, akkor a (10) egyenletben (35) miatt egyszerűen

$$e = \frac{4}{\pi D} (m_0\theta_0)^4 \frac{\lambda^2 y^4}{(\lambda^2 y^2 + m_0^2)^2}, \quad (80)$$

a hol a 0 indexű mennyiségek egyszerűen a szilárd mag felületére, vagy a gázgömb középpontjára vonatkoznak.

Épp oly egyszerűen fejezhető ki az absorptiocoefficiens is. Isentropikus égi testekről lévén szó, az 5. oldalon adott egyenletek értelmében a $\frac{\mu}{m}$ viszony az egész gázgömb belsejében állandó, és ennek megfelelőleg

$$\mu = \frac{m}{m_0} \mu_0 = \frac{\mu_0}{y}, \quad (81)$$

úgy hogy

$$a = \frac{\mu^4}{m^4} \left(\frac{\lambda^2 + m^2}{\lambda^2 + \mu^2} \right)^2 = \frac{\mu_0^4}{m_0^4} \left(\frac{\lambda^2 y^2 + m_0^2}{\lambda^2 y^2 + \mu_0^2} \right)^2 \quad (82)$$

alakban állítható fel. Ennek folytán

$$1 - a = \left(1 - \frac{\mu_0^2}{m_0^2} \right) \left(\left(1 + \frac{\mu_0^2}{m_0^2} \right) \lambda^2 y^2 + 2\mu_0^2 \right) \frac{\lambda^2 y^2}{(\lambda^2 y^2 + \mu_0^2)^2}. \quad (83)$$

Mindezen egyenletekben a 0 indexű mennyiségek állandóknak tekintendők, és megjegyzésre méltó, hogy a hullámhosszaság min-

dig y -hoz kötötten fordul elő, úgy hogy (λy) tekinthető az e és α -ban szereplő változó gyanánt. A (80) egyenletben ekkor

$$e = \frac{4}{\pi D} \frac{(m_0 \theta_0)^4}{\lambda^2} \cdot \frac{\lambda^4 y^4}{(\lambda^2 y^2 + m_0^2)^2}$$

írandó, a mi a mondottakon — minthogy λ az integratióban részt nem vesz — nem változtat.

E kifejezéseket kellene most y hatványai szerint sorba bontani, és y helyébe annak x által kifejezett sorértéket helyettesíteni, a mi beláthatlanul bonyolódott kifejezésekre vezet. Azonban még az y szerinti sorbontás is nehézségekkel jár, a mennyiben nem állapítható meg oly sor, a mely minden hullámhosszaság számára convergálna. Ha tehát a spektrumot egész terjedelmében kívánók ismerni, a mi legalább igen kis hullámhosszúságok számára kívánatos, akkor a sorbontás m_0 , illetve μ_0 -nál kisebb és nagyobb (λy) -ok számára külön eszközözlendő. De emellett a spektrumnak éppen azon részei fognak kis convergentiával birni, a melyek a látható spektrum határaiba beleesnek és ennélfogva a megfigyelés szempontjából a legfontosabbak. Gyakorlati tekintetből tehát a sorfejtés még azon λy -ok számára is eszközözlendő volna, a melyek m_0 -tól, illetve μ_0 -tól nem nagyon különböznek.

Tehát mindenesetre czélszerűbb, ha az integrál ezen részében y -t, illetve λy -t tartjuk meg független változó gyanánt.

Kiváló szerepet játszik az integrál minden elemében a

$$1 - n^2 y^2 = r_1^2 - r_1 \sqrt{n^2 r_1^2 - y^2}$$

gyökmennyiség, a mennyiben nincs kizárva, hogy ez az égi test egyes gömbhéjain belül imaginarius ne lehessen.*

Ha n_0 az égi test középpontjában, esetleg a szilárd mag felületén érvényes törésmutató, akkor ismert physikai törvény értelmében

$$n^2 - 1 = (n_0^2 - 1) \frac{s}{s_0} = (n_0^2 - 1) y^n \tag{84}$$

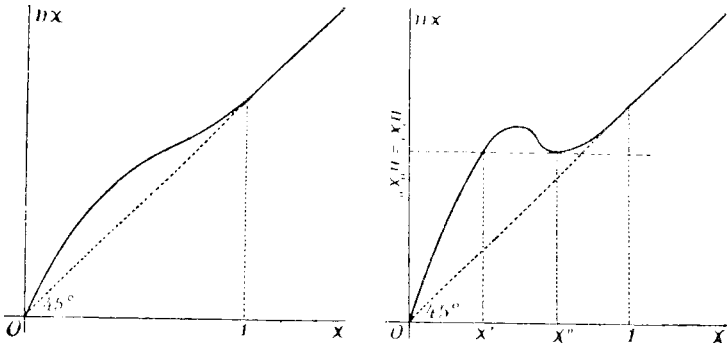
* O. KNOPF. Die Schmidt'sche Sonnentheorie stb. Jena 1893.

és ennek folytán

$$N = n^2 x^2 = x^2 + (n_0^2 - 1) x^2 y^n. \quad (85)$$

Az nx görbe (5. ábra) $x=0$ középpontban 0 értékkel kezdődik, és ezentúl nő, $x=1$ számára, az égi test külső felületén, a hol a törésmutató mint az egész külső világtérben 1, az egység, és ezután x . Az nx görbe tehát a koordináták kezdőpontján 45° szöglet alatt átmenő egyeneshez simul. Az égi test belsejében tehát esetleg egy vagy több maximummal és minimummal is bírhat.

Minden az égi testben haladó fénysugár legmélyebb pontja (pl. P (a 7. ábrában) érint egy (r) sugarú gömböt. E fénysugár



5. ábra.

minden pontja számára tehát ($\varepsilon=0$ lévén) $(n)(r)=\text{const}$. Ha tehát az M ponton átmenő gömbhéjat ε szöglet alatt metszi, akkor

$$(n)(r) = nr \cos \varepsilon,$$

és e fénysugár minden r távolságban levő pontja számára áll az nr -nek r -rel való folytonos növekedése miatt

$$nr > (n)(r),$$

úgy hogy a radikál mindvégig reális marad. Tehát az égi test belsejében bárhol keletkező fénysugár a külső térbe kihatol és a szemünkbe is eljuthat, ha nx minimummal nem bír.

Ha azonban az nx görbe (mint az 5. ábra másodikánál) x'' pontban minimummal bír (ki lehet mutatni, hogy az izen-

tropikus állapotnak legfőlebb egyetlen egy minimum és maximum felel meg), akkor már megelőzőleg maximummal is kellett birnia és így $x' < x''$ számára felszálló ágában is elérte az $n''x''$ értéket, úgy hogy

$$n'x' = n''x'',$$

azonban minden

$$x'' > x > x' \text{ számára } nx > n''x''.$$

De ebből következik, hogy az x' és x'' sugarak közt fekvő gömbhéjakat érintően elhagyó fénysugarak a gömbből ki sem léphetnek. Mert ha az x'' gömböt pl. ε'' szöglet alatt elhagyhatnák, akkor állana

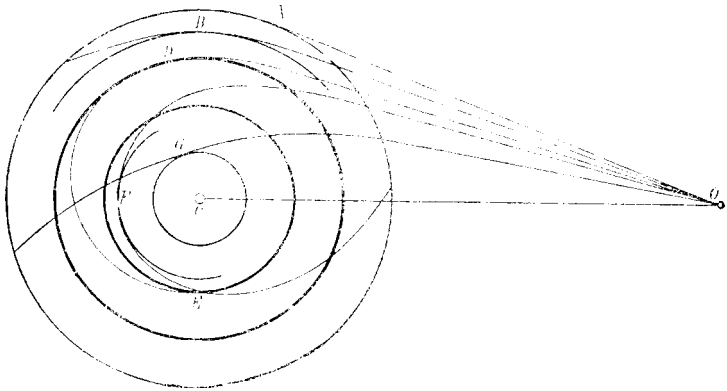
$$nx \cos 0 = n''x'' \cos \varepsilon'',$$

a mi $nx > n''x''$ miatt nem lehetséges. Az $x'x''$ gömbhéjon belül tehát az említett radikál imaginarius lesz.

Mínt hogy $n''x'' = n'x'$ s ez 3. szerint $\frac{R}{r_1} \sin \psi$, úgy az x' és x'' sugarú gömböket surló fénysugár (a mely számára $\varepsilon' = \varepsilon'' = 0$) ugyanazon látószög alatt jut szemünkbe, tehát összeesik. A gázgömb belsejének képe, a mely számára $x < x'$, tehát közvetlenül határos a külsőével, mely számára $x > x''$, és a belső x' -től x'' -ig terjedő övnek az összes képben nem felel meg külön kép.

Legkényelmesebben követhetjük a sugármenetet, ha (6. ábra) a szembejuto sugarakat visszafelé követjük. A legszélső OA sugár, mely szemünket éri, a tengelylyel az égi test látszó sugarával egyenlő szöget zár be, és a gázgömb külső felületét A -ban érinti. Kevéssel kisebb ψ -nek megfelel oly OB sugár, a mely mélyebben fekvő réteget érintett. A fénysugár az érintési ponthoz húzott radiushoz képest a gázgömbben szymmetrikus, és a gömbben fekvő íve adja egyszersmind mindazon pontok összességét, a melyekből ugyanezen úton fény juthat szemünkbe. Minde sugarak x'' -nél mélyebben fekvő rétegekbe nem hatolhatnak be; ha ugyanis tennek, akkor az x'' réteget bizonyos, bármily kicsiny ε'' szög alatt kellene metszeniök, és e fénysugár számára állana $nx = n''x'' \cos \varepsilon''$, a mi, $nx > n''x''$ lévén, nem lehetséges. Minél közelebb fekszik azonban a sugár x'' gömbhöz, annál inkább görbül.

Azon sugár, a mely pontosan érinti az $x=x''$ gömböt, s melynek ψ'' látszó sugár felel meg, circularis refractiót szenved és mindig körben halad. Számára ugyanis úgy a mélyebben, mint a magasabban fekvő rétegek nx értékei nagyobbak, mint $n''x''$, tehát az érintett gömbhéjat egy irányban sem hagyhatja el. Ha azonban a sugár a CO tengelyt ψ'' -nél csak végtelen kevéssel is kisebb szög alatt éri, akkor x'' gömbbe behatol, az x' -nél kisebb sugarú gömböket $nx \cos \varepsilon = n''x''$ egyenletből adódó hegyes ε szögek alatt metszi és egészen x' gömbig ér, a melyet $x'n' = x''n''$ egyenlet miatt szintén asymptotikusan érint; e két héj a rajzban



6. ábra.

erősebb. ψ'' -nél végesen kisebb látszó sugár, mint a milyen pl. OF vagy OG , még az x' -nél beljebb fekvő gömböket is eléri, az x'' és x' gömbhéjat azonban $x''n'' = x'n'$ egyenlet miatt ugyanazon szöglet alatt metszi. Az érintő gömbfelület sugarát (3) szerint

$$nx = n''x'' \cos \varepsilon'' = \frac{R}{r_1} \sin \psi$$

egyenletből számíthatjuk minden ψ számára.

Ilyen természetű égi testen tehát 3 lényegesen különböző magaviseletű zóna különböztetendő meg, melyeket az x'' és x' sugarú gömbhéjak választanak el. A külső $1 > x > r''$ réteg csak oly sugarakat bocsájt ki, a melyek e rétegből magából jönnek.

A középső réteg számára $\alpha'' \geq \alpha \geq \alpha'$, s csupán a két határoló gömbfelület emittál tangentialis sugarakat, a melyek szemünket érhetik. A két réteg közt fekvő héjak sugarai csak úgy juthatnak szemünkbe, ha a felületet hegyes szög alatt hagyják el. E sugarak összeesnek olyanokkal, a melyek a legbelső rétegekből jönnek és ezek felületét súrolva hagyták el. A legbelső réteg képe tehát közvetlenül a legkülsőéhez csatlakozik, a középsőé ellenben a belsőére vetül.

Igy megeshetik, hogy éles határolással nem is bíró égi test a képek ezen összeesése folytán, a mely kétségen kívül erősebb fénybenyomással is jár, élesen határoltnak látszhatik. Ez lényegében véve a SCHMIDT-féle napelmélet, a mely szerint a corona a külső, physikailag határozott határolással nem bíró tömeg fénye, míg a látható korong csupán a végtelenebbül kiterjedt gázgömb két belső rétegének superpositioja. Tisztán hőelméleti alapon ugyanily következtetéshez különben RITTER is jut.

Valamely égi test térfogata mindazonáltal még sem mehet egy bizonyos határon túl, mert már a q^2 állandósága is azt követeli, hogy minden égi testnek adott állapotban meghatározott térfogata legyen. Ugyanezt találja egész más úton ZÖLLNER és RITTER is, és nem lehetetlen, hogy ezen megszorítások veszélyeztetik hőelméleti szempontból a KANT-LAPLACE-féle hypothesist is.

A megelőzők szerint most már világos, miképen dőlt el a

$$r_1 \int_{r_1}^{\infty} n^2 r^{-2} dr = \frac{1}{r_1^2}$$

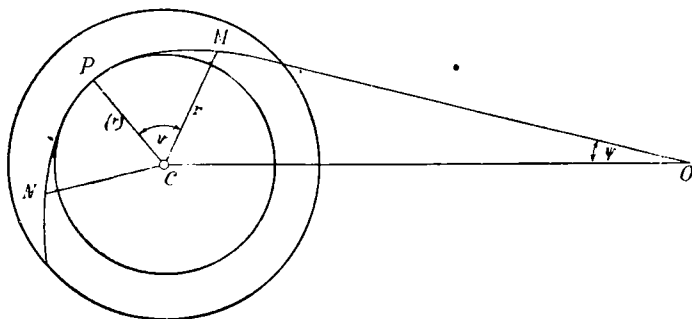
radikál imaginarius volta a középső öv számára. Ha tehát a sugármenetnek képét a 6. ábrában szem előtt tartjuk, és az integrálást övönként végezzük, akkor e gyökmennyiség mindig reálisnak képzelhető, csak az x szerinti integrálás rendezendő be alkalmas módon.

Mint hogy a fénysugár a gázgömb belsejében symmetrikus, a (10) integrál alkalmasan transformálható. A P érintési ponthoz (7. ábra) symmetrikusan fekvő M és N pontokban az intensitas ugyanaz, és az összes különbség csak az, hogy az N pontnak nagyobb extinctio felel meg. Az M pontbeli intensitas megszorozandó tehát oly e hatvánnyal, a melynek kitevője

$$\int_1^x \frac{l \cdot (1-a)}{\sqrt{n^2 x^2 - \frac{R^2}{r_1^2} \sin^2 \psi}}, \quad (86)$$

míg az N -ben fellépő intenzitás kitevője

$$\int_1^{(x)} \frac{l \cdot (1-a) dx}{\sqrt{n^2 x^2 - \frac{R^2}{r_1^2} \sin^2 \psi}} + \int_{(x)}^x \frac{l \cdot (1-a) dx}{\sqrt{n^2 x^2 - \frac{R^2}{r_1^2} \sin^2 \psi}}, \quad (87)$$



7. ábra.

ha (x) az

$$nx = \frac{R}{r_1} \sin \psi \quad (88)$$

egyenletnek gyöke. Ezenkívül behozhatjuk még az érintési sugár-
ból számított poláris szögletet is, a mely

$$v = \int_r^{(r)} \frac{r dr}{r \sqrt{n^2 r^2 - r_1^2}} = \frac{R}{r_1} \sin \psi \int_x^{(x)} \frac{dx}{\sqrt{n^2 x^2 - \frac{R^2}{r_1^2} \sin^2 \psi}} \quad (89)$$

egyenlet által van adva. Ezek folytán a (10) egyenlet átalakul

$$I = -2\pi \int_v^{v_1} \int_0^\xi r \sin v e^{l \cdot (1-a)} e^{i \int_r^{(x)} l \cdot (1-a) ds} \left(e^{i \int_{(x)}^x l \cdot (1-a) ds} + \right. \\ \left. + e^{-i \int_{(x)}^x l \cdot (1-a) ds} \right) ds dr, \quad (90)$$

a mely kifejezés kissé egyszerűbb. A zárjelben lévő második tag az elsőhöz képest a legtöbb esetben elhanyagolható leend.

A hivatolt symmetria felbomlik természetesen maggal bíró égi test esetén azon x -ek számára, a melyek x_0 -nál kisebbek, tehát a magon belül fekszenek. A mag és a szem között fekvő gázrétegben minden ς -hoz már csak egy x tartozik, a mi a számítás egyszerűbbé teszi.

A két asymptotikus sugárral külön nem kell törődnünk, mert ezek $\lim \varsigma = \infty$ miatt az absolut fekete test spektrumát adják.

Annak az eldöntése, vajjon circularis refractio lehetséges-e isentropikus gázgömbökben, csak akkor dönthető el, ha y mint x függvénye ismeretes.

Ha szabad volna kiindulni a singularis integrálból, akkor a (85) egyenlet minimuma adva van

$$(x) = 7.12 (n_0^2 - 1)^{\frac{3}{16}}$$

által, tehát circularis refractio lehetséges, mihelyt

$$1 < n_0^2 < 1,001\ 440.$$

Sokkal nagyobb törésmutatókat követelnek y -nak a 143. oldalon talált számértékei.

Ha röviden

$x=0.1$	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
számára $z=1.554,$	0.688	0.071	-0.172	-0.185	-0.132	-0.077	-0.035	-0.010

akkor írhatunk

$$N' = x (2 + (n_0^2 - 1) z).$$

E szerint a minimum csak $x > \frac{1}{3}$ értékeknél várható, és legalább is $n_0^2 > 17$ törésmutatót követel. Minthogy gáznemű égi testekben a (37) egyenlet szerint a központi sűrűség mintegy 22-szer akkora, mint a közepes, úgy következik, hogy circularis refractio esetében a közepes törésmutató legalább is 1.314 tartozik lenni. A 144. oldalon közölt kifejezés pontosságán belül a minimum helye

$$(1 - x'')^4 - \frac{2}{3} (1 - x'')^3 + \frac{1}{3(n_0^2 - 1)} = 0$$

egyenlet által adott.

A spektrum ismeretlenei.

Most már megolvashatjuk a spektrum kifejezésében szereplő ismeretleneket.

1. Egész tömegükben gáznemű égi testeknél q^2 már eleve ismeretes, tehát γ kifejezésében semmi ismeretlen adat nem foglaltatik. Az abszolút fekete test és az absorptio ismerete feltételezi, hogy m_0 , illetve μ_0 adott legyen. m_0 megadja már a hőmérsékletet, θ_0 -t is, a kettő együttvéve az isentropikus állapot állandóját, minthogy $[S]$ az abszolút fekete test megfelelő állandója által kifejezhető, tehát anyagi minőségtől független. De ezzel megvan azután a centrális sűrűség és nyomás is, és minthogy γ ismeretes, ugyanez adatok a gázgömb bármely pontjában. A (40) egyenlet segítségével adódik azután r_1 , az égi test gömbi sugara, a mi mindenesetre igen fontos és váratlan eredmény. Minthogy itt könnyen megfigyelhető mennyiségek szerepelnek, a meghatározás nagyon pontos, és a már előbb levezetett adatokkal az égi test tömegének ismeretéhez is vezetnek. Ezen eredmények közvetlenül felhasználhatók a planetarikus ködök esetében, és minthogy ezek látszó sugara ismeretes, ily módon azonnal távolságuk elég pontos ismeretéhez eljutunk. Azonban még tovább is mehetünk. A gömbi csillaghalmazok, a melyek csillagrendszerünkön messze túlesnek, némi közelítéssel gömbi gáztömegekül tekinthetők, a mennyiben az egyes csillag és az őket elválasztó űr viszonya ugyanolyan rendű mennyiség, mint a molekula nagysága és azok kölcsönös távolsága. Sőt a közép mozgásokra is állanak mindkét rendszerben bizonyos analógiák. Ezek látszó sugara is ismeretes lévén, ez úton ezen, a csillagrendszerünk határain kívül álló rendszerek távolságának becslésére is van módunk, még pedig, mint ismételten hangsúlyozom, már a ma rendelkezésünkre álló segédeszközök alapján. Nem első eset, hogy a spektrumanalysis megoldott oly tisztán astronomiai kérdést, melyre az astronomia eddig felelni nem volt képes. A GAY-LUSSAC-BOYLE-féle törvény adja s_0 , θ_0 , p_0 értékekkel az égi test «közepes» anyagát jellemző R állandót is.

Ismerni kell ezenkívül n_0 -t, a törésmutatót a középpontban. Nem lehetetlen, hogy ezen adat a priori is kiszámítható, a meny-

nyiben az anyag összetételét a spektrumanalysis révén ismerjük s ez anyag számára már R is adott. Ezekon kívül szerepel még R és ψ_1 , a távolság és látszó sugár, a melyek között fennál a (11) egyenlet, úgy, hogy tulajdonképen csak egy mennyiség szerepel ismeretlen gyanánt. De ez is eliminálható, a mennyiben (ha a csillag parallaxisa ismeretes nem volna) a (10)-ből egészen új egyenletet sikerül kifejteni.

Ha ugyanis az l -t mint a hullámhosszúság függvényét kifejtve gondoljuk, akkor az $l = \epsilon$ helyettesítés, a melyben ϵ végtelen kicsiny, de különben tetszőleges, λ szerint megoldva, legalább két reális gyököt ad. A törékenyebb végnek megfelelő hullámhosszúság azonban a DRAPER-féle törvény értelmében független úgy anyagi, mint felületi minőségektől, és ezért az egyszerű, de az égi testtel egyenlő hőmérsékletű spektrumra ugyanez. Ha tehát μ , A akármilyen test spektruma, a melynek hőmérséklete az égi test közepes hőmérsékletével egyenlő, akkor a keresett gyök

$$\lambda = \frac{1}{2} \sqrt{\pi \epsilon} \sqrt{\frac{\mu^3}{A}}, \quad (91)$$

a melyből még a (10) egyenlet gyökével való összehasonlítás után ϵ kiesik. A kifejtés ϵ végtelen kicsinysége folytán csak ϵ első hatványáig eszközölnöd. Ezen egyenlet, a mely újabb megfigyelés nélkül volt levezethető, a ψ_1 vagy R ismeretéhez is vezet, úgy hogy ismeretlennek pusztán m_0 , μ_0 és legfeljebb még n_0 marad. Három különböző hullámhosszúság számára eszközölt megfigyelés tehát a problema teljes megoldására elegendő.

2. Bonyolultabb a dolog, ha magvas égi test a megfigyelés tárgya. Ekkor q^2 nincs megadva, és y fellép mint x , x_0 , q^2 függvénye. Az előbbi m_0 és μ_0 ismeretlenekhez lép tehát x_0 és q^2 . Amazok megadják megint az entropia állandóját, és ezzel a mag felületén uralkodó s_0 , p_0 , θ_0 elemeket, úgy hogy a BOYLE GAY-LUSSAC állandója is ismeretes. A legelső réteg számára azonkívül n_0 is megadandó.

A szilárd mag felületén ismerni kell μ_0 -t és h -t és ezenkívül szerepel mint előbb is, r_1 , ψ_1 és R . Az összes ismeretlenek száma tehát, tekintettel arra, hogy (11) miatt az utolsó három között kapcsolat van, 9. Ezek száma azonban tetemesen csökkenthető,

mert (34)-ben van egyenletünk r_1 , s_0 és θ_0 között és a DRAPER-féle törvény értelmében az előbb jelzett egyenlet itt is fennáll. Az ismeretlenek száma tehát 7-re redukálódott.

Tekintettel arra, hogy a gázok már aránylag kis nyomások mellett is az absolut fekete testhez közel álló spektrumot adnak, a mag felülete számára $\mu'_0 = m_0$ és $h = 0$ tehető még akkor is, ha gázból állana e mag. m_0 ekkor az érintkezési felület közössége folytán ugyanazon elem, a mely a gáz alsó rétegére vonatkozik. A lényeges ismeretlenek száma tehát 5-re csökkent. A circularis refractio fenforgása alkalmával fellépnek az x'' és x' sugarak is, de ezek a (85) egyenlet minimuma által, tehát csupa már tekintetbe vett mennyiség által, adottak.

Legfőlebb hat, a spektrumban elszórt photometriai megfigyelés tehát minden az égi testet jellemző adathoz vezet, és azt is eldönti, vajjon az égi test maggal bir-e vagy sem.

Eredményeim sok tekintetben csak formálisak, de minden-
esetre kijelölik ama pontokat, a melyekre a megfigyelésekben
ügyet kell vetni. A részletes és nagyon hosszadalmas számolások
csak technikai nehézségekkel járnak.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1898 december 12.-én tartott üléséből.)

ADATOK A ZSÍRKÉPZŐDÉS KÉRDÉSÉHEZ A MÁJBAN.

Első közlemény.

PLÓSZ PAL 1. tagtól.

A szénhidrátok szerepe és sorsa a szervezetben régi kérdése az anyagcserének. Midőn az ez irányban megejtett újabb vizsgálatokról teszek jelentést, első kötelességem DOKTOR KÁROLY és POZSONYI JENŐ dr.-ok hathatós közreműködéséről megemlékezni; e munkatársaimnak különösen a nagyszámú mikroskopi metszetek készítésének és átvizsgálásának fáradságos munkáját köszönöm.

Míg nem volt ismeretes az, hogy ép szervezetben is előfordul cukor és szénhidrát, addig a vita mindig a körül forgott, hogy a tápszerekkel bevitt szénhidrátokból a képződik-e zsír szervezetben, vagy nem?

A szénhidrátok sorsára vonatkozólag ezen kérdés részleges megoldást nyert akkor, midőn CLAUDE BERNARD¹ és vele majdnem egyidejűleg HENSEN² felfedezték 1857-ben a máj glycogénjét.

Ekkor ugyanis csakhamar kiderült, hogy a bevitt szénhidrátokból glycogen lesz.

A czukornemző anyagnak, a glycogennek felfedezésével együtt felmerült azon kérdés is, hogy a glycogenből élőben is cukor lesz-e, úgy mint az élet megszűnte után, vagy a glycogen élőben másnemű átalakulást szenved?

Ezen gondolatmenet létrehozta a vital és postmortal glycogenia kérdését, mely oly sok vita tárgyát képezte és azt lehet mondani, véglegesen még ma sincs egészen tisztázva.

A glycogen származására nézve nagyszámú és különféleképen módosított kísérlet kimutatta, hogy az úgy a tápszerek szén-

hydrátjaiból, mint a fehérynemű anyagokból képződik, sőt talán a zsírok, különösen a bennük foglalt gycerin is ad gycogent, bár a gycerinre nézve a kísérleti vizsgálatok végleges eredményre még nem vezettek.

A gycogennek szénhydrátokból való származása nemcsak chemiailag mutatkozik egyszerűnek, hanem a kísérlet is azt mutatja, hogy az átalakulás gyorsan, a felszívódás után azonnal, közvetlenül történik.

Sok mindenféle észlelet mellett ez alkalommal SALOMON³ kísérleteire kívánok hivatkozni, ki először találta azt, hogy ha a nyulnak mesenterialis visszereibe, tehát a vena portæ gyökereibe czukrot fecskendezett be, e czukor - ha a befecskendés nem történt nagyon gyorsan -- nem ment át a májjon, hanem abban megakadt és mint gycogen halmozódott fel. Hogy a bélhuzamból felszívódott szénhydrátok a májban mint gycogen halmozódnak fel, azt az idézett kísérleteken kívül sok más észlelet is mutatja, úgy, hogy ezen tény kétségtelenül bebizonyítottnak tekintendő.

A szénhydrátok sorsát tárgyaló vizsgálatok bebizonyították azt is, hogy a tápszerekkel bevitt szénhydrátok képezik a szervezet zsirjának főforrását.

Bizonyossá vált tehát ezek szerint, hogy a szénhydrátokból a szervezetben egyrészt gycogen, másrészt zsir képződik. És ha a szénhydrátokkal való táplálás menetét nézzük, azt látjuk, hogy a zsir az, mely lassanként mindig nagyobb és nagyobb mennyiségben halmozódik fel a testben, míg a gycogen mennyisége bizonyos határon felül nem emelkedik és általában tetemesen alatta marad a zsirénak. Ha a hizlalt állat, pl. hizott lúd vagy sertés testében felhalmozott gycogen és zsir mennyiségét meghatározzuk, azt találjuk, hogy a zsir mennyisége a gycogenét 10—20, sőt többszörösen meghaladja.

Tekintetbe véve, hogy mindkettő, azaz a zsir és gycogen egy forrásból, a táplálék szénhydrátjaiból származik, az a kérdés merül fel, hogy *mily viszonyban áll e kétféle vegyület képződése egymáshoz?*

Egymás mellett képződnek-e vagy egyik a másikból lesz? Ez utóbbi esetben azt kellene felvenni, hogy a gycogen az első, a zsir a második.

A glycogen ekkor átmeneti terménynek volna tekintendő, melyből lassanként zsír lesz és így történik, hogy a glycogen mennyisége csak bizonyos fokig emelkedik és ott állandó marad, míg a belőle képződő zsír, nem az átmeneti termény jellegével bírván, felhalmozódik.

Hogy a czukorból zsirnemű anyag lesz-e vagy nem, ezen kérdésre legelőször HUBER⁴ felelt igennel, bár valószínűleg téves észleletekből kiindulva, a ki a múlt század végén azt állította, hogy a méhek a tiszta, zsirmentes mézből képesek viaszt készíteni, tehát czukorból zsirnemű anyagot előállítani.

Azon nézetnek, hogy a szénhidrátokból zsír képződik, első főképviselője LIEBIG⁵ volt, ki vizsgálatokkal, észleletekkel és elméleti levezetésekkel indokolta azon nézetét, hogy zsír nemcsak a tápszerekkel bevitt zsírból, hanem a fehérvényékből és szénhidrátokból is képződhetik. A Liebigétől eltérő nézetben voltak DUMAS⁶, BOUSSINGAULT⁷, PAYEN⁸, MILNE-EDWARDS⁹, továbbá PETTENKOFER¹⁰ és VOIT¹¹, azután STOHMANN¹², KÜHN¹³ és mások. Liebig felfogása azonban mindinkább tért hódított.

Lassanként elismerték azt, hogy zsirtartalmú tápszereken kívül a fehérvénye is képezheti a zsír forrását, utóbb pedig azt is, hogy fő-forrásaúl a szénhidrátok tekintendők. Így TSCHERINOFF¹⁴, WEISSKE és WILDT¹⁵, LAWES és GILBERT¹⁶, SOXHLET¹⁷, SCHULZE¹⁸, HENNEBERG¹⁹, MEISSL és STROHMER²⁰, TSCHERWINSKY²¹, CHANIEWSKI²², MUNK²³, ERWIN VOIT²⁴ és LEHMANN²⁵, azután RUBNER²⁶ és végre PFLÜGER²⁷ nagyobb részét új, különféle képen összeállított kísérletek alapján véglegesen megállapították, hogy a szénhidrátokból is képződik zsír.

Különösen kiemelendők itt HANRIOT²⁸ kísérletei, ki azt találta, hogy szénhidrátok bevétele után a respirationalis hányados emelkedik; azaz a légzéssel fölvevett oxygennek és kilehelt szénsavnak egymáshoz való viszonya olyképen változik meg, hogy míg éhező állatnál a két mennyiség hányadosa $\frac{CO_2}{O} = 0.83-0.86$ között van, a szénhidrát-étkezés mellett a kiválasztott CO_2 mennyisége megszorodik úgy, hogy a hányados értéke az egység fölé emelkedik (1.1, — 1.28). A mi akkép értelmezendő, hogy a czukorból szénsav és víz válik le és zsírok képződnek. HANRIOT nézete

szerint ez oly gyorsasággal megy végbe, hogy a szervezetbe bevitt keményítő és cukor már 4-5 óra múlva szénsav és víz lehasadása mellett quantitativ pontossággal zsirrá változik. Ezen felfogás nem egészen egyezik azon ismereteinkkel, melyeket a glycogen létrejötte és szerepe felől megállapítottaknak tekintünk, melyek szerint a szénhidrátoknak legalább is egy része felszívása után a májban azonnal glycogenné változik és ezen glycogen ott hosszabb ideig állandóan meg is marad. Nagyjában véve azonban összeegyeztethető az alább leírandó észleleteinkkel, melyek szerint keményítő táplálék mellett a májban a glycogennel párhuzamosan zsir is fellép, a zsirképzés tehát a felszívódást azonnal követi.

Minden tapasztalat arra mutat, hogy a szénhidrátokkal való bő táplálás mellett zsir halmozódik fel a szervezetben. Sőt a tapasztalat azt is mutatja, hogy ezen zsir több, mint a mennyi *kerülő úton bizonyos fehérnye származékok megtakarítása útján* a szénhidráttal együtt bevitt fehérnyéből eredhet.

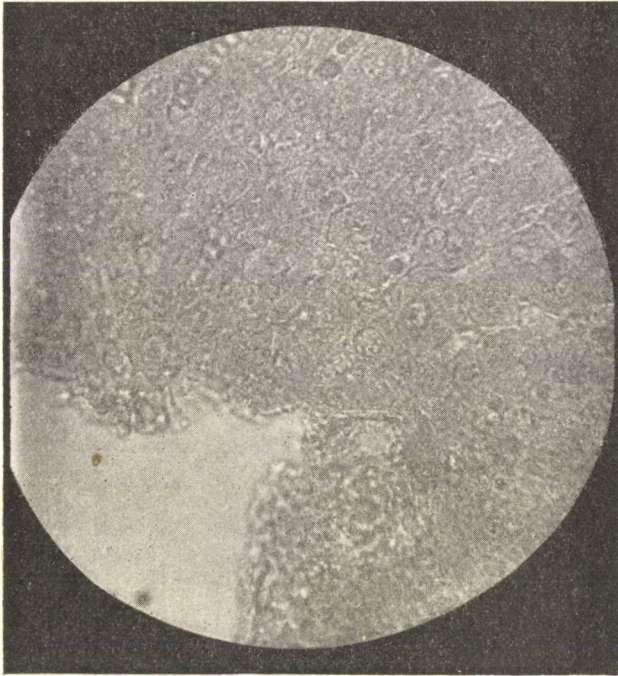
A bevitt fehérnye ugyanis egészben véve kevesebb lehet, mint a képződött zsir. Tekintetbe kell venni itt még azt is, hogy a fehérnye nitrogent és kén-t tartalmaz, mely a zsirnak alkotó részét nem képezi, melyet tehát le kell a fehérnyéből számítani. Mindez tehát kétségtelenné teszi, hogy a zsir, ha egyrésze származik is fehérnyéből, nagyobb részben csakis a szénhidrátokból képződhetik.

A képződés módja azonban mindeddig ismeretlen; sem a chemiai átalakulás útja, sem pedig a képződés helye nincs megállapítva.

PAVY²⁹ a vital glycogenia létezése ellen való küzdelmében azt vitatta, hogy a bélhuzamba bevitt szénhidrát felszívódása alkalmával már a bélhuzamban zsirrá változik, s mint ilyen szivódik fel; sőt azt is vitatta, hogy a máj glycogenje nem származik szénhidrátokból, hanem fehérnyéből; állítását azon észleletére alapította, hogy zabbal táplált nyulak bélbolyhaiban osmium-savval feketére festődő zsireppeket talált, míg az éhező nyul bélbolyhaiban ezen zsirszemcsék hiányoztak.

Ezen észleleteket, melyek a zsirképzésre világot vetni látszóttak és így nagy horderejűeknek ígérkeztek, újabb ellenőrző vizsgálatok tárgyává tettük.

Pavy vizsgálataiban kifogásolandó volt, hogy nem dolgozott zsirmentes tápszerrel, mert a zab tudvalevőleg átlagos értékben König analysise szerint 4.53 %-nyi zsirt tartalmaz; továbbá kifogásolandó volt az is, hogy oly tápszert alkalmazott, mely a keményítőn kívül fehérnyét is tartalmazott. Szükséges volt tehát e



1. ábra.

XVII. nyúl májából. (7 napig koplalt.)

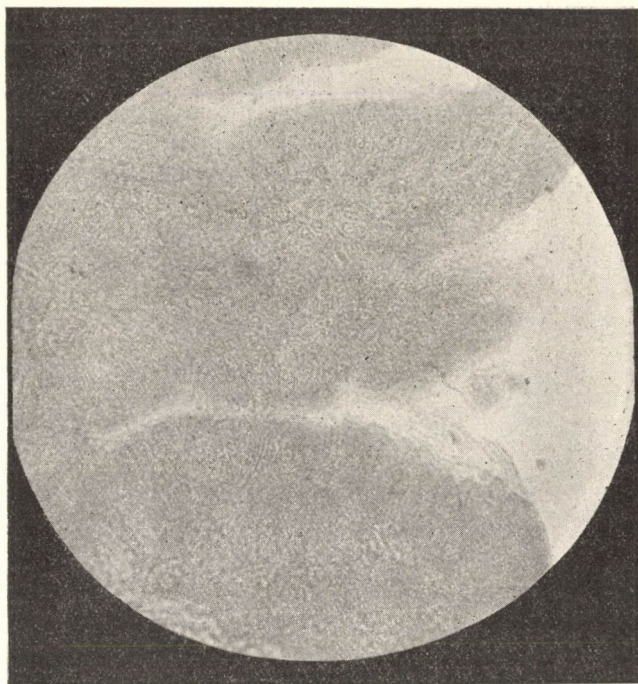
Zsirt nem tartalmaz.

Zeiss f. 2. sz. project-oculár és E. sz. object. 370-szeres nagyítás.

hibák elkerülésével új kísérletsorban megállapítani a keményítővel való táplálás befolyását a zsirképződésre a bélhuzam falában és a májban. E célra egy kísérletsorban tápszerül zsirmentes zabot, másokban zsirmentes tiszta keményítőt, harmadikban pedig ezukoroldatot alkalmaztunk, hogy így a zsír és fehérnye befolyását a zsirképzésre biztosan kizárjuk.

A kísérletek eredménye a következő volt:

1) Ha a nyulát 5—6—10 napig koplaltatjuk, akkor úgy a bélhuzam bolyhai, mint májsejtjei mentesekké válnak oly zsirnemű anyagtól, mely mikroskóp alatt hyperosmiumsavval a zsirreactiot adja. (L. 1. és 2. ábra.)



2. ábra.

XVII. nyúl vékonybeléből. (7 napig koplalt.)

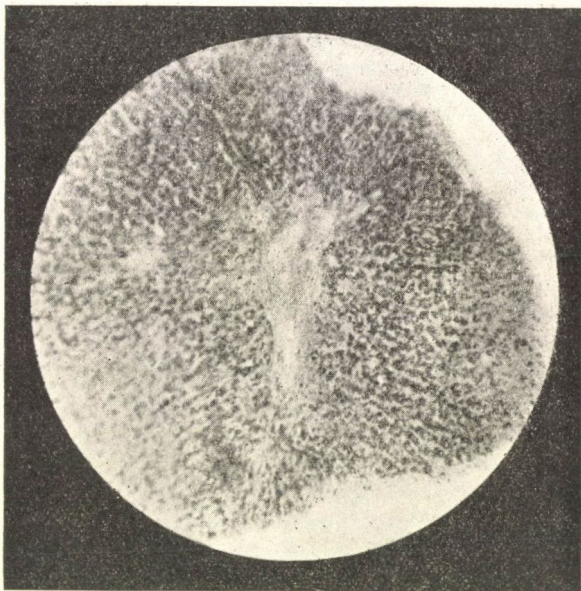
Zsirt nem tartalmaz.

Zeiss f. 2. sz. project.-oculár és E. sz. objectiv. 370-szeres nagyítás.

2) Ha a több napig koplalt nyulnak — melynek mája az osmiumsavreactio tekintetében zsirmentes volt — zsirmentes zabot adtunk és az étkezés után öt—hét óra mulva leöltük, bélhuzamának bolyhai osmiummal szemben zsirmentesek maradtak, májában ellenben osmiumsavval való kezelés mellett zsir volt található. (L. 3. ábra.)

Ugyanígy zsirszemesék léptek fel a májban, ha a zab helyett *zsirmentes tiszta keményítőt* és más kísérletben *zsirmentes tiszta czukoroldatot vittünk* a bélhuzamba, míg a bél fala ekkor is zsirmentes maradt. (L. 4. ábra.)

Mint hogy ilyen körülmények közt a májban glycogen is rakódik le, mint az köztudomású és kétségbevonhatlan dolog, en-



3. ábra.

XX. nyúl májából. (7 napi koplalás után 5¹/₂ óra hosszat zsirtalanított zabbal és keményítővel táplálva.)

Telve zsírral.

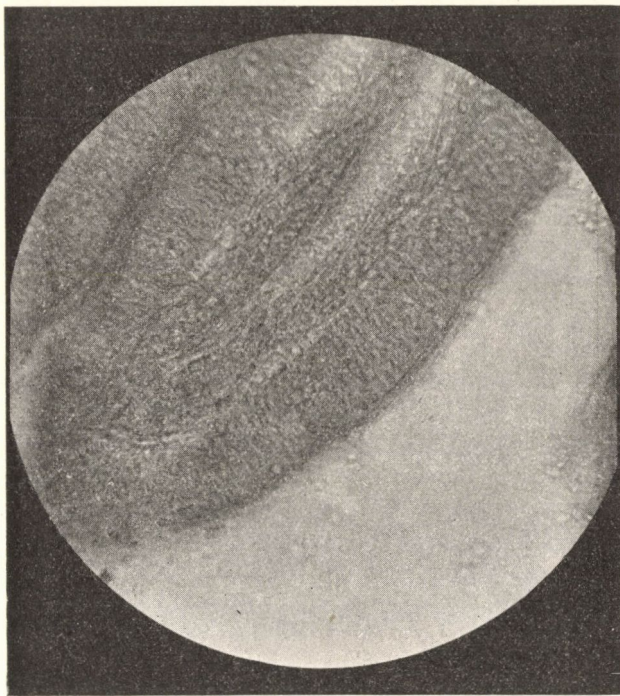
Zeiss f. 2. sz. project.-ocul. és C. sz. object. 150-szeres nagyítás.

nélfogva a kísérletek azt mutatják, *hogy a bélhuzamba bevitt szénhidrátokból a májban glycogen és ugyanekkor zsír is képződik.*

A glycogen-képződés és a zsirképződés tehát egyidejűleg, vagy legalább egymást azonnal követőleg lépnek fel.

Ha a lehetőségeket, melyek itt fenforognak, számba vesszük,

azt kell mondani, hogy vagy úgy megy végbe a folyamat, hogy a szénhidrátból párhuzamosan egymás mellett képződik a glycogen és a zsír olyképen, hogy a szénhidrát egy részéből glycogen, más részéből zsír lesz, vagy pedig úgy, hogy a képződött glycogenből azonnal megindul a zsirképződés.



4. ábra.

XII. nyúl vékonybeléből. (5 napi koplalás után 4 óra hosszat cukorral táplálva.)

Zsirt nem tartalmaz.

Zeiss f. 2. sz. proj.-oculár és E. sz. object. 370-szeres nagyítás.

Hogy ezen, vagy még egyéb felállítható lehetőségek melyike egyezik a valósággal, az további vizsgálatok tárgya. A jelen vizsgálatok csak azt mutatják, hogy a glycogenképzés és zsirképzés, akár egymással párhuzamosan, akár egymásból folyólag, de egy-

idejüleg és így kétségtelenül egymással összefüggőleg mennek végbe.

A zsír jelenléte ezen kísérletekben először is a mikroskopi lelet és mikrochemiai reactio útján állapított meg.

Sokszoros kísérletek és észleletek mutatják, hogy azon kisebb-nagyobb gömbök, melyek hyperosmiumsavval megfeketednek, zsirokból állnak. Elméletileg nem tagadható, hogy e zsirokon kívül



5. ábra.

XVIII. nyúl vékonybeléből. (5 napi koplalás után 5 óra hosszat közönséges zabbal táplálva.)

Telve zsírral.

Zeiss f. 2. sz. project.-oculár és C. sz. objectiv. 150-szeres nagyítás.

más anyagok is lehetnek, melyek a hyperosmiumsavval megfeketednek, azonban ezen microchemiai reactio a zsirokra jellemzőnek általánosan el van fogadva.

A jelen kísérletek maguk is bizonyítékot szolgáltatnak a mellett, hogy a hyperosmiumsavval megfestett anyag a zsirokkal azonos; és pedig azért:

1) Mert a zsírjától meg nem fosztott, tehát zsiros zabbal táplált nyulak bélbolyhainak hámsejtjeiben osmiumsavval festődő

zsirszemcsék találhatók (L. 5. ábra), és ugyanilyenek találhatók, glycogen mellett, a májban is.

2) A zsirtalan zabbal, vagy tiszta zsirmentes keményítővel táplált nyul bélbolyhaiban osmiummal festhető zsircsepek nem találhatók, ellenben vannak ilyenek a májban.

3) Az éhező nyulnál sem a bélbolyhokban, sem a májban zsircsepek nem találhatók.

Ezen kísérletek maguk erősen a mellett szólnak, hogy a hyperosmiumsavval sötétre festődő, festés előtt zsirfényű szemcsék, melyek több napi éhezés után a bélben és májban egyaránt hiányzanak, zsiros táplálékra már a bélben, zsirtalan táplálékra pedig csakis a májban jelennek meg, mindkét esetben egymás között azonosak és a zsirokkal megegyezők.

Fontos volna a mikrochemiai reaction és mikroskopi leleten kívül a zsirok leválasztása által is megállapítani, hogy a zsirtalan szénhydráttal való táplálás mellett a májban zsirok rakódnak le. Az ezen irányban végzett kísérletek azonban azon nehézséggel járnak, hogy a máj tetemes és változó mennyiségű lecithint tartalmaz. A zsirokat e lecithintől és annak csakhamar bekövetkező bomlásánál képződő zsirsavaktól elválasztani oly nehézségekkel jár, melyeket a quantitativ vizsgálatoknál megkívánt pontossággal eddig nem sikerült legyőzni.

Messzebbre menő elméleti levezetésektől, további tényekre támaszkodó alap hiányában tartózkodnunk kell; megjegyzendőnek tartjuk azonban, hogy midőn a czukorból zsirok képződnek, egészben véve nem oxydationalis, hanem reductionalis folyamat megy végbe; mert úgy a magasabb zsirsavak, mint azok glyceridjei, tehát az u. n. neutralis zsirok egészben véve a carbonium és hydrogen atomokhoz viszonyítva kevesebb oxygent tartalmaznak, mint a szénhydrátok.

Ebből az következik, hogy midőn a szénhydrátokból triglyceridek képződnek, egészben véve desoxydáló folyamat megy végbe. Szabad oxygenre tehát itt nincs szükség, a mi jól megegyezik azon körülménnyel, hogy a máj vérének nagyobb részét a verőczeérrel kapja, ez pedig viszeres vért hoz, mely a bélhuzam capillárisait már megjárta, oxygenjének nagyobb részét tehát ott hagyta.

A bélhuzam falában, hol oxygentartalmú vér jár, nem kép-

zódik a szénhydratokból zsír, ellenben képződik az oxygenben szegény vérrel ellátott májban.

A folyamathoz tehát szabad oxygenre nincs közvetlenül szükség, azonban a folyamat szabad energia felhalmozásával jár és így létrejöttéhez szabad energiát kíván. Hogy ezen energia hol szabadul fel, az további vizsgálatok tárgyát képezheti és talán épen ezen a nyomon fog sikerülni a szénhidrátokból való zsírképződés menetét és annak egyes szakaszait felderíteni.

Irodalom :

1. CL. BERNARD : Sur le mécanisme physiologique de la formation du sucre dans le foie. Compt. rendus.

2. V. HENSEN : Ueber Zuckerbildung in der Leber. Virchow's Archiv Bd. XI. Neue Folge Bd. I. S. 395.

3. G. SALOMON : Über Glycogenbildung in der Leber. Virchow's Archiv 1874. LXI. 343—377.

4. HUBER : czítálva Comptes Rendus T. XVI. P. 663.

5. LIEBIG : Ueber die Fettbildung im Thierkörper. Pharm. Centralbl. 1843. No 13. — Annal. de Chem. et Pharm. XLV. — Thierchemie. — Comptes Rendus T. XVI. 1842. — Zeitschr. f. Biologie Bd. VI. Voit dolgozatában czítálva. — Fettbildung aus Kohlehydraten. Berl. klin. Wochenschr. No 31. 1878.

6, 7, 8. DUMAS ; Comptes Rendus. — DUMAS, BOUSSINGAULT u. PAYEN : Über die Fettbildung bei den Grasfressern und über die Entstehung der Milch. Pharmaceut. Centralbl. 1843. No 40. — Annal. de Chim. et de Physiol. Trois. Sér. T. VIII. Mai 1843. — BOUSSINGAULT : Pharm. Centralbl. 1843. T. 629. — PAYEN : Comptes Rendus T. XVII. 1843.

9. MILNE-EDWARDS : Comptes Rendus T. XVII. 1843.

10, 11. PETTENKOFER és VOIT : Annalen d. Chemie u. Pharmacie II. Suppl. Bd. 1862. — C. v. VOIT : Ueber die Fettbildung im Thierkörper. Chemisches Centralbl. 1868. — Ueber die Entwicklung der Lehre von der Quelle der Muskelkraft und einiger Theile der Ernährung seit 25 Jahren. Zeitschr. f. Biol. Bd. VI. 1870. — Ueber die Fettbildung im Thierkörper. Sitzungsbericht. d. k. bayr. Acad. d. Wissensch. 1885.

12. STOHMANN : Journal f. Landwirtschaft. 1868 és 1869.

13. G. KÜHN : Landwirtschaftl. Versuchstation. Bd. X.

14. MICHAEL TSCHERINOFF: Über die Abhängigkeit des Glycogen-
gehaltes der Leber von der Ernährung. Moleschott X. Bd. 1870.
15. H. WEISKE u. E. WILDT: Untersuchungen über Fettbildung im
Thierkörper. Zeitschr. f. Biol. X. 1874.
16. LAWES J. B. and GILBERT J. H.: On the formation of the fat
in the animal body. Journ. of Anat. and Physiol. 1877.
17. F. SOXHLET: Versuche über Fettbildung im Thierkörper.
Zeitsch. d. landw. Verein in Bayern 1881.
18. B. SCHULZE: Ueber Fettbildung im Thierkörper. Landw. Jahr-
bücher 1882.
19. W. HENNEBERG: Ueber Fleisch u. Fettproduction in verschie-
denem Alter und bei verschiedener Ernährung. Zeitschr. f. Biologie,
Bd. 17. S. 295. 1882.
20. E. MEISSL und F. STROHMER: Ueber die Bildung von Fett aus
Kohlehydraten im Thierkörper. Sitzungsber. d. k. Acad. d. Wissenschaf-
ten 88. III. Abth. 1883.
21. N. TSCHERWINSKY: Zur Frage über die Fettbildung im thieri-
schen Organismus. Landw. Versuchstationen 29. 317. 1883.
22. ST. CHANIEWSKI: Ueber Fettbildung aus Kohlehydraten im
Thierorganismus. Zeitschr. f. Biologie 20.
23. IMM. MUNK: Die Fettbildung aus Kohlehydraten beim Hunde.
Virchow's Archiv 101. 1885.
- 24, 25. ERWIN VOIT u. C. LEHMANN: Sitzungsber. d. k. bayr. Acad.
d. Wissensch. 1885.
26. MAX RUBNER: Über Fettbildung aus Kohlehydraten im Körper
des Fleischfressers. Zeitschr. f. Biologie 22. 1886.
27. E. PFLÜGER: Über Fleisch u. Fettmästung. Pflüg. Arch. Bd. 52.
S. 1. 1892. — Die Ernährung mit Kohlenhydraten und Fleisch oder
auch mit Kohlenhydraten allein in 27 von Pettenkofer und Voit ausge-
führten Versuchen beurtheilt. Ibidem 5. 239.
28. HANRIOT: Sur l'assimilation des hydrates de carbone. Comptes
Rendus T. 114. No 7. 1892.
29. DR. F. W. PAVY: Die Physiologie der Kohlenhydrate 1895.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1899. január 16.-án tartott üléséből.)

A MÁGNESSÉG BEFOLYÁSA A VAS HŐVEZETŐ- KÉPESSÉGÉRE.

KORDA DEZSŐ-től.

1. Azon ismeretes hatás közelebbi tanulmányozása közben, melyet a mágnes tér vassók chemiai magatartására gyakorolni képes, feladatomból tűztem ki megvizsgálni, vajjon a mágnes-állapot nem befolyásolja-e egyszersmind a vasnak hővezetőképességét. Vizsgálataim pozitív eredményekhez vezettek és sikerült úgy kísérletileg kimutatnom, mint elméleti úton is megfoghatóvá tennem, hogy a mágneserővonalak mentén a vas hővezetőképességének csökkenése áll be és pedig akár pozitív, akár negatív legyen a mágnesező erő iránya.

Utóbbi körülmény sejteti, hogy a csökkenés a mágnesező erő értékének páros hatványával arányos mértékben jelentkezik. Mint látni fogjuk, az elméleti megfontolásokból annak négyzetével arányos mennyiség gyanánt adódik ki, csak hogy egyszersmind a hőfok értékétől is direkt függ, mely utóbbi körülmény amaz arányosságnak kísérleti beigazolását igen bajossá teszi.

A nyert eredmények határozott analogiát állapítanak meg a ferromágnes testek és az egytengelyű kristályok tulajdonságai között. Valamint utóbbiaknál a kiterjedési együttható és a hővezetőképesség különböző a tengely irányában és az arra merőleges irányban, úgy a mágnesezett testek is elvesztik isotrop magaviseletüket és a mágnesvonalak irányában a kristályok tengelyének tulajdonságaival ruháztatnak fel.

Állítsuk ezt párhuzamba azon FRESNEL-féle tüneménynyel, mely szerint valamely üvegprisma, ha bármely irányban összesajtoltatik, a fény iránt kettős törésűvé lesz, avagy ama KERR-félé-

vel, melynél a folyadékos condensatorban a villamos erővonalak által okozott dyssymmetria folytán kettős törésüvé válik az izoláló folyadék és pedig oly módon, hogy optikai tengelye az erővonalak irányába esik: úgy azonnal igen valószínűvé válik, hogy a mágnesezett testek a sugárzó hő rezgése iránt kettős törésűek és egyzersmind közelfekvővé lesz kísérleti eredményünk, mely a hővezetőképesség megváltozását jelzi a mágnesvonalak mentén és a mely ily módon teljesen összhangban állónak látszik az idevonatkozó rokon tüneményekkel.

2. Tanulmányom kísérleti részét előbb köralakú vékony vastárcsán végeztem, melynél a hőforrás a középben volt elhelyezve. Ezen elrendezésnél a tünemény igen jól észlelhető, és pedig kellő elővigyázat mellett oly feltűnővé lesz, hogy létezése iránt minden kétséget kizár. Később és pedig főleg quantitativ észlelések szempontjából vasrudacsákakon próbáltam meg a hatást, miáltal az alábbiakban leirt módon pontosabb méréseket is eszközölhettem.

Félmilliméternél vékonyabb, 0,35 mm. vastagságú puha vaslemezről, a milyent elektromotorok armatúrájához szoktak alkalmazni, 320 mm. átmérőjű köralakú tárcsát vágattam ki és centiméteres közökben koncentrikus körökkel léptéket rajzoltam reá. Közepére egy 90 mm. átmérőjű, vékonyfalú vascső forrasztatott és a kísérlet folyamán hőforrás gyanánt szolgált egyszerűen az által, hogy a kellő pillanatban forróvíz vagy még gyakrabban forró olajjal lőn teletöltve. Mivel a lehülés folytán ezen hőforrás a kísérlet tartama alatt állandó hőfokúnak távolról sem volt tekinthető, egy későbbi elrendezésnél az említett cső úgy szereltetett, hogy a tárcsán keresztül haladt és így, mivel még mindkét végén nyitva hagyatott, abban közel állandó hőmérsékű forró folyadék folyhatott át a megkivánt egész idő alatt. Hogy sokkal erősebb hőforrás álljon rendelkezésemre, egy időben villamos ívlámpa szénrudait szándékoztam elhelyezni a cső tengelyében, de kénytelen voltam elállani eme szándékomtól, nehogy hibaforrásokat létesítő mágnesterek léphessenek fel a vizsgálandó vastárcsában.

Kísérlet előtt az egész lemez vékony és nagyon egyenletes paraffinréteggel vonatott be és egy vertikális elrendezésű, erős FARADAY-BECQUEREL-fele elektromágnesnek sarkaira helyeztetett. A sarkok köralakúak voltak 72 mm. átmérővel és úgy az északi,

mint a déli sarknak közepe a tárcsa szélétől 59 mm.-nyire, tehát a tárcsa középpontjától 102 mm.-nyire jutott. Nagy gondot fordítottam arra, hogy a kísérlet folyamán a mágnesnek sarkai, mint nagyobb tömegű fémrudak, hőelvezető hatást ne gyakorolhassanak a tárcsára, mert különben az egész kísérleti eredmény illuzoriussá válhatott volna. E miatt a lemez a sarkoktól jól komprimált, másfél centimeter vastag gyapotréteg és egy megfelelő terjedelmű csillámlemez közbehelyezése által választatott el. Ily módon ama káros hőelvezető befolyás tényleg elkerülhető, mint azt maga a kísérlet igazolta. Ugyanis ráhelyezvén a tárcsát a mágnes sarkaira és beleöntvén a forró folyadékot a felvételére szolgáló csőbe, addig, a míg a mágnesetekercsek nem gerjesztettek, a paraffinréteg olvadása, mely a lemezben terjedő meleg folytán beállott, minden irányban egyenletes módon, tehát pontosan koncentrikus körökben ment végbe. A sarkoknak hőelvezető befolyása tehát teljesen elenyészővé lett.

Pár percz múlva végleges állapot áll be és megjegyezhetjük magunknak a koncentrikus körök által képezett lépték segítségével, melyik körig olvadt meg a paraffin.

Teljes kihülés után most újra kezdjük a kísérletet, csak hogy azon lényeges különbséggel, hogy a mikor a forró folyadékot beöntöttük, egyszersmind gerjesztjük a mágnesetekercseket. Ekkor tehát a sarkokat összekötő mágnesvonalak irányában mágneseztetik a vastárcsa, és miként azt világosan észlelhetjük, többé nem concentrikus körökben, hanem ellipszissalakú határvonal mentén olvad a paraffin, elárulván a vasban beállott változást. Ezen ellipszissalakú görbének kis tengelye a mágnes-tengely irányába esik, nagy tengelye pedig az előbbi kísérlet határcörének a mágnes-tengelyre merőleges átmérőjével pontosan összeesni látszik.

A vasnak hővezető képessége emélfogva az erővonalak hosszában csökkenést szenvedett.

A 320 mm. átmérőjű tárcsán a legnagyobb kör, a meddig a paraffint forró olaj használata mellett fel lehetett olvasztani, 200 mm. átmérőjű volt. Ugyanekkora nagy tengelylyel bírt a mágnesezett lemezen képződő ellipszissalakú görbe, míg ellenben kis tengelye 175 mm. nagyságú lett. Tehát a mágnes-tengely mentén több mint 12 százalékos változás állott be a vasnak hővezető-

képességében. A kísérleteknek egész sorozata mindannyiszor igen közel ugyanezen értékhez vezetett és pedig függetlenül a mágness gerjesztő áram irányától, vagyis a mágnessarkok előjelétől.

Megismételtem ugyanezen kísérletet kisebb tárcsán, melynek átmérője csupán 80 millimeter volt. Közepén a meleg hozzávezetése végett 20 millimeter vastag rézrúd hatolt rajta keresztül. Az alkalmazott vertikális U alakú elektromágnesnek polusai 24 mm. átmérőjűek voltak, tengelytávolságuk pedig 80 mm., úgy hogy a reájuk helyezett tárcsának széle éppen a polusok tengelyébe esett. Mikor a paraffin olvadása a mágnesszett lemezen megindult, előbb ellipszisben ment végbe, de mikor a tárcsa kerületéhez ért, ott ellapult úgy, hogy az olvadási határgörbe többé nem elliptikus, hanem inkább lemniskátaszerű piskóta-alakot vett fel a mágness tengelyt metsző behorpadással. Tehát a két polus körül részarányos területen nem olvadt meg a paraffin, ellenben a mágness tengelyre merőleges irányban olvadt és jelezte a meleg terjedését.

3. Az olvadási határgörbe, noha a tűnemény feltüntetésére igen alkalmas volt, mérések eszközzésére nem volt czélszerű. Másrészről a talált eredményt más úton is ellenőrizni óhajtottam. Ennélfogva lemez helyett rúd alakú vasra szorítkoztam további kísérleteimnél és méréseimet idő- és hőfokmérésekre, mint a melyek pontosság szempontjából legkönnyebben végezhetők, vezetem vissza. Az időt pontos chronometerrel mértem, a hőfokról pedig egyik esetben thermoelektrikus elem segítségével, másik esetben pedig villamos ellenállásváltozás útján, tehát Wheatstone-híddal szereztem magamnak adatokat.

Legegyszerűbb alakban a kísérlet lefolyása a következő volt. Egy 7 millimeter vastagságú vassodrony derékszög alatt meg volt görbítve. 200 mm. hosszú vízszintes részére mágnessző tekerős volt felhúva és pedig a vassodronyra erősített izoláló dugók segítségével lehetőleg concentrikus helyzetben, 100 mm. hosszú lelógó része a sodronynak ellenben egy alája helyezett Bunsen égető melegének felvételére és tovavezetésére szolgált. A mágnessző tekerőcsnek méretei a következők voltak: hossza: 138 mm., külső átmérője: 47 mm., belső nyílása: 17 mm., sodronyvastagsága: 1 mm., megmért ellenállása: 2,77 ohm, csavarulatainak száma: 1250. A használt vas inductiogörbéjének segítségével meg-

állapítottam, hogy a gerjesztő tekercs 0,1 ampère-nyi áramának a vasban közel $B = 12000$ cgs. inductioérték felelt meg és 0,5 ampère-nek $B = 17000$ cgs. Nagyobb áramerősséget a tekercs felmelegedésének elkerülése végett nem alkalmazhattam.

A vassodrony végén beálló hőfokváltozások lefolyását egy thermoelektrikus elem (platina-vas) jelezte, mely igen érzékeny DEPREZ-d'ARSONVAL-féle galvanometerrel állt kapcsolatban. Utóbbit MARCEL DEPREZ tanár volt szives Conservatoire des Arts et Métiers-beli laboratoriumában rendelkezésemre bocsátani.

A thermo-elemnek egyik forrasztási helye állandóan jégdarabon nyugodott, a másik pedig a vizsgálandó vassodrony végére volt kampóalakban erősen reászorítva. Hősugárzás feltartóztatása végett a tekercs és a thermo-elem a Bunsen-égetőtől ernyő által volt elkülönítve. Magától értetődő, hogy mindegyik kísérlet előtt a készüléket teljesen lehűtöttem.

A következő számok feltüntetik a mérési eredményeket :

Idő	I.	II.	III.
0'	0	0	0
2'	0,5	0,5	0,5
2'30''	1,5	1	1
3'	3	2,5	2
3'30''	4	3	2,5
4'	5,5	4	3,5
4'30''	6,5	5	4
5'	8	6	5

I. alatti számok a galvanometer feltjának kilengései a skálán, ha a vasrúd nincs mágnesezve, míg a II. alattiak 0,1 ampère-nyi és végre a III. alattiak az 0,5 ampère-nyi gerjesztő árammal mágnesezett vasrúdra vonatkoznak.

Noha mindent elkövettem, hogy a használt Bunsen-lámpa, mely a gyors gyújtáshoz szükséges lángocskával bírt és jól szabályozható volt, állandó erősségű hőforrást alkosson, mégis kételyek merülhettek fel, vajjon nem képezett-e maga a használt hőforrás egyszersmind hibaforrást, annál is inkább, mivel a talált értékek várakozáson felül egészen nagy, 30 százalékos hőfokcsökkenéseket is feltüntettek.

Hogy az említett körülményből keletkezhető hiba kiküszöbölhető legyen, egy a zérusmódszerekre emlékeztető eljáráshoz kellett folyamodnom, és mivel thermo-elemek alkalmazása e célra egyrészt az inversiotemperatura tüneménye folytán, másrészt pedig két vasrúdnak párhuzamos elhelyezéséből eredő mágneses szóródás miatt kényelmetlennek bizonyult, módszeremet Wheatstone-híd segélyével a következőképen valósítottam meg.

Egy *T*-alakú vízszintes rézkeresztnek úgy jobb-, mint baloldali, 9 mm. vastag és összesen 230 mm. hosszú száraiba egy-egy 7 mm. vastag és 115 mm. hosszú vízszintes vassodrony erősített meg. A rézkeresztnek középső ága, mely 20 mm. vastag és 240 mm. hosszú rézrúdból készült, arra volt szánva, hogy az alája helyezett Bunsen-lámpának melegét a vékonyabb ág jobb- és baloldali száraival és a szomszédos vasrúdakkal egyenlő mértékben közvetítse. Eme vastagabb rúd előbb mozoghatólag lön szerelve, hogy jobbra vagy balra való eltolása által minimumra lehessen redukálni a hővezetési különbséget, mely a gerjesztő áram nélkül végzett kísérletnél a két fél között esetleg mutatkoznék. A galvanometer segélyével ekként meghatározott helyzetében azután eme rúd véglegesen meg lett erősítve.

A két vassodrony mindegyikének asbestpapírral burkolt végén hajszálfinomságú platinadrót volt felcsavarva és ott platinathermometert alkotott, melynek ellenállása a környezet hőfokánál közel 14 ohm volt. Ellenállásuk változtatása jelezte a Wheatstone-hídon az esetleges hőfokkülönbséget a két vassodrony szabad vége között.

Utóbbiaknak mágnesezését a reájuk húzott két, teljesen egyenlő (egymástól alig egy század ohm-mal különböző) gerjesztő tekercs eszközölte. Méreteiket már az előbbi kísérlet leírása alkalmával ismertettük.

A Wheatstone-hídnak két szomszédos ágába az említett két platinafonal volt beiktatva, a harmadik ágat egy ezer ohm ellenállású tekercs, a negyedik ágat pedig a beállításhoz szükséges mérőszekrény alkotta.

A kísérlet lefolyása a következő volt. Előbb a mérőszekrény segélyével beállítottam a galvanométert zérus helyzetébe, azután melegíteni kezdtem a vastag rézrudat és megfigyeltem a galvano-

méter kitérését és az ahhoz szükséges időt. Megállapítottam ekként, hogy közel félóra kellett, mire beállott a regime-állapot, melynél a galvanometer igen lassú elmozdulás után a skálának 2,5 osztályrészét jelezte és azontúl többé nem haladt. Hogy ezen kitérés ily csekély maradt, azt a rézrúd kipróbált helyzetének köszönhettem, mely a jobb- és baloldali részek között létező különbségeket nagy részben kiegyenlíteni volt képes.

Lehülni hagyván a készüléket, újra kezdtem a kísérletet és pedig ismét gerjesztő áram nélkül és pontosan megmértem, mennyi idő telt el a Bunsen-lámpa beállításától azon időpillanatig, melynél a galvanometer a skálának 2 osztályrészét, tehát közvetlen a regime-állapot előtti, elérte. A mérés 18 percz 15 másodperczet szolgáltatott. Itt megjegyezhetem, hogy ugyancsak 18 perczet mértem azon esetben is, midőn mindkét tekeresbe egy időben küldetett gerjesztő áram.

A további kísérlet 0,1 ampère-nyi gerjesztő árammal történt és pedig oly módon, hogy csupán a jobboldali vasrudacska mágnesezetett. Ekkor azt tapasztaltam, hogy a skálának 2 osztályrésze 22 percz alatt éretett el, tehát *negyedfél perczcel több idő igényeltetett az adott hőfok létesítésére, midőn a hőnek mágnesezett vason át kellett terjednie.*

Az ellenőrző mérést azon kísérlet szolgáltatta, melynél nem a jobb-, hanem a baloldali tekeresbe küldetett a gerjesztő áram ugyancsak 0,1 ampère erősséggel. A talált érték ekkor 15 és fél percz volt, vagyis tetemesen kisebb időtartam, mint az első kísérleteknél, midőn egyik tekeres sem gerjesztett, a mi azt bizonyította, hogy nem mágnesezett rudak esetében a jobb- és baloldali részek között létező dyssymmetria, melyet teljesen kiküszöbölni nem sikerült, olyan természetű volt, a melynek folytán a jobboldali rész jobban vezette a meleget, mint a baloldali.

4. A mi már most a fentebbiekben leírt tüneménynek elméletét illeti, arra vonatkozó következtetéseimet a következőkben foglalhatom össze.

Ismeretes jelenség, hogy a puha vas mágnesezés következtében megváltoztatja méreteit. JOULE már 1847-ben * kísérletileg

* Philosophical Magazine and Journal of Science. 30. 76. és 225. l.

kimutatta, miszerint a vasrúd a mágnesvonalak irányában rugalmas meghosszabbodást szenved és pedig, a mennyre kísérletei terjedtek, eme megnyulás a mágnesező erő négyzetével volt arányos. Azonkívül egyrészt HELMHOLTZ,* másrészt KIRCHHOFF** elméletileg is megállapították, hogy egyenes mágnes térbe helyezett puha vasgolyó az erővonalak irányában meghosszabbodást szenved és az arra merőleges irányokban összehúzódást és pedig KIRCHHOFF szerint a maximális hosszváltozás, melyet valamely puha vasgömbnek R sugara az erővonalak irányában szenvedhet

$$\frac{153}{176} \frac{H^2}{2\pi E} R$$

nagyságú, a hol H a mágnesező erő, mely a gömbtől igen távol, vagyis oly helyen mérendő, a hol a gömbnek zavaró hatása az egyenes mágnes térre, melybe helyeztetett, már elenyészőleg csekély, továbbá E rugalmassági állandó, melynek értéke puha vasnál $1,8 \cdot 10^{12}$ c. g. s.

Ezen csupán gyenge mágnesezésekre szorítkozó specialis eset, az állandóktól eltekintve, összhangban áll MAXWELL-nek*** általános érvényű számításaiival, melyek szerint H mágnesező erő és B mágneses inductio mellett a vasgömbön az erőter folytatán jelentkező hatás ugyanolyan, mintha $\frac{H^2}{8\pi}$ nagyságú egyenesen elosztott hydrostatikai nyomás, kombinálva $\frac{BH}{4\pi}$ nagyságú, az erővonalak irányába eső húzási feszültséggel működnek a gömbre.

Ha tehát P_x, P_y, P_z az eredő hatás komponensei és ha a mágnes tér iránya feltevésünk szerint az x -tengely irányába esik, akkor MAXWELL számításai szerint:

$$\begin{aligned} P_x &= \frac{BH}{4\pi} - \frac{H^2}{8\pi} \\ \text{és} \quad P_y &= P_z = - \frac{H^2}{8\pi} \end{aligned} \quad (1)$$

* Wiedemann. Annalen. XIII. p. 385.

** Wied. Ann. XXIV. p. 52. és XXV. p. 601.

*** MAXWELL. Electricity and Magnetism. §. 642.

Ezen MAXWELL-féle képleteket alkalmazhatjuk köralakú lemezekre is, tehát a 2. pontban kísérletileg vizsgált vastárcsa esetére is. P_x és P_y kifejezése ez esetben nem változik, ellenben $P_z = 0$ leend, mint az, MAXWELL idézett számításainak menetét követve, kimutatható.

Hasonlóképen alkalmazható P_x kifejezése vékony rúd alakú mágnesekre is, feltéve, hogy $P_y = P_z = 0$. Ez a 3. pontban vizsgált vasfonalak esetének felel meg.

Felhasználhatjuk tehát ezen MAXWELL-féle képletet az általunk vizsgált tűnemény elméletének kifejtésénél és pedig oly módon, hogy azt a hőelmélet tételeivel hozzuk összeköttetésbe. Esetünkben zárt körfolyamot vehetünk szemügyre, tehát jogosan alkalmazhatjuk az első tételt, de egyszersmind megfordítható körfolyamot is és így alkalmazhatjuk a hőelmélet második tételét is.

5. Vegyük előbb fontolóra a mágnesezett puha vasrúd esetét. Legyen x a rúd hossza, H a mágnesező erő és B a H -nak megfelelő mágneses inductio. Ha μ a vasnak permeabilitása a rúdnek adott θ hőfokánál és H -nak szóban forgó értékénél, akkor μ definitioja szerint tudvalevőleg:

$$B = \mu H. \quad (2)$$

Közöljünk már most ezen mágnesezett rúddal dQ melegmennyiséget, úgy annak következtében kétféle változás fog beállni, tudniillik a rúd hossza dx mennyiséggel megváltozik és hőfoka szintén megnövekszik $d\theta$ értékkel.

Ha c a vasnak fajlagos melege a rúd állandó hosszánál és q azon melegmennyiség, melyet állandó hőmérsék mellett a mágnesezett rúddal közölni kellene, hogy az egységnyi hosszváltozást szenvedjen, akkor a jelzett két változást a következő relatio kapcsolja össze:

$$dQ = c \cdot d\theta + q \cdot dx. \quad (3)$$

Mialatt azonban a mágnesezett rúd dx hosszváltozást szenved, az irányába eső P_x erő ellenében

$$d\mathfrak{B} = P_x \cdot dx$$

avagy (1) és (2) folytán

$$d\mathfrak{b} = \left(\frac{\mu}{4\pi} - \frac{1}{8\pi} \right) H^2 \cdot dx \quad (4)$$

külső munka végeztetik.

Alkalmazzuk már most esetünkre egymásután a hőelméletnek első és második tételét a (3) és (4) kifejezéseknek tekintetbe vétele mellett.

Ha A a hőnek munka-egyenértéke és dU az állapotváltozásnak megfelelő belső munka, akkor az energia megmaradásának elve azt kívánja, miként

$$dU = d\mathfrak{b} - A \cdot dQ \quad (5)$$

egyenletnek jobboldala teljes differenciál legyen. Ezen jobboldal (3) és (4) segélyével így írható:

$$-A \cdot c \cdot d\theta + \left[\left(\frac{\mu}{4\pi} - \frac{1}{8\pi} \right) H^2 - A \cdot q \right] \cdot dx$$

és ahhoz, hogy ezen kifejezés teljes differenciál legyen, a szükséges és elegendő feltétel a következő:

$$\frac{\partial}{\partial x} (-A \cdot c) = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\left(\frac{\mu}{4\pi} - \frac{1}{8\pi} \right) H^2 - A \cdot q \right].$$

Ha meggondoljuk, hogy μ a hőfoktól függő mennyiség, míg ellenben semmiféle eddigi kísérlet sem enged arra következtetnünk, hogy H értéke, mely a levegőre vagy pontosabban mondva az éterre vonatkozik, szintén függne a hőmérséktől, akkor a fentebiből a következő első összefüggést nyerjük:

$$A \left(\frac{\partial q}{\partial \theta} - \frac{\partial c}{\partial x} \right) = \frac{H^2}{4\pi} \frac{\partial \mu}{\partial \theta}. \quad (6)$$

Egy második összefüggést szolgáltat a CARNOT-féle elv, melynek értelmében

$$\frac{dQ}{\theta} = \frac{c}{\theta} d\theta + \frac{q}{\theta} dx \quad (7)$$

egyenletnek jobboldala szintén teljes differenciál, a mihez ismét megkívánatik, miként

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{c}{\theta} \right) = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{q}{\theta} \right)$$

avagy rendezés után

$$q = \frac{\partial q}{\partial \theta} - \frac{\partial c}{\partial x} \quad (8)$$

feltétel ki legyen elégitve.

(6) és (8) összehasonlításából végre a keresett

$$q = \frac{H^2 \cdot \theta}{4\pi A} \cdot \frac{\partial u}{\partial \theta} \quad (9)$$

összefüggéshez jutunk, mely problémánknak megoldását tartalmazza.

Ugyanis q mértéke a közölt melegmennyiség azon részének, mely a mágnesállapot folytán nem hőmérsékváltozásra fordítottik, hanem rejtett meleggé válik. Mint ismeretes, 0° és 600° C. között a vasnak permeabilitása, habár igen lassan, folyton nő és pedig a jelzett határok között közelítőleg

$$\frac{\partial \mu}{\partial \theta} = 0.0002$$

positív mennyiségnek megfelelőleg, ennél fogva ugyanazon határok között q is pozitív értékű és így a közölt melegnek pozitív mennyiség által adott része vonatik el attól, hogy hőmérsékemelkedést hozzon létre a mágnesezett vasrúdban.

Ha megfordítva, mint a hogy tettük, előbb közöltük volna Q melegmennyiséget a vasrúddal és azután mágneseztük volna utóbbit, akkor Q állandó mennyiség lévén a mágneses állapot tartama alatt, $dQ=0$ leend és így (3)-ból

$$d\theta = - \frac{q}{c} dx \quad (10)$$

adódik ki. Mivel pedig vasnál, mint a 4. pontban kiemeltük, a jelzett határok között a mágnesezés folytán megnyulás jön létre az erővonalak irányában és így dx pozitív értékű, és másrészről, mint épen az imént megállapítottuk, q is pozitív mennyiség, c pedig már definitiojánál fogva szintén az, ennél fogva $d\theta$ (10) szerint negatív értékű és így a rúd az utólagos mágnesezés következtében hőfokcsökkenést szenvedett volna.

Összegezve a mondottakat, azon eredményre jutunk, hogy mágnesezett vasrúd esetében a beálló végállapotnál (regime) a vas kisebb hőmérsékkel bír, mintha nem lenne mágnesezve. Mivel pedig másrésről a hőközlés a vas és hidegebb környezete között a temperaturakülönbséggel arányos, ennél fogva a meleg terjedése a hőforrástól a környezetbe mágnesezett vason át gyengébb mértékben történik, mint nem mágnesezett vason keresztül, feltéve természetesen, hogy a terjedés az erővonalak irányában történik, valamint azt, hogy a vas a mágneses permeabilitásra nézve kritikus temperaturát nem érte el.

6. Ha a fentebbieket a vastárcsa esetére akarjuk kiterjeszteni, úgy annak mi sem áll útjában, csupán azt kell elképzelnünk, hogy az erővonalak irányában úgy viselkedik a vastárcsa, mint a mágnesezett vasfonal, ellenben arra merőleges irányban azonkívül

$$P_y = - \frac{H^2}{8\pi}$$

nagyságú egyenletesen elosztott fajlagos nyomási igénybevételnek van alávetve.

Azonban, mint könnyű meggyőződni, ezen igénybevétel dacára számításaink eredménye mit sem változik, mivel a (6) alatti egyenlet, vagyis az egyedüli, melyre a külerő komponensei befolyást gyakorolhatnának, P_y -tól független marad és így változatlanul megáll. P_y befolyása ekként teljesen kiküszöbölődik.

Ebből tehát azt következtethetjük, hogy vaslemezekben is csupán a mágneserővonalak mentén léphet fel változás a hő továbbterjedésében, ellenben az arra merőleges irányokban vagyis az æquipotentialis vonalakban a mágnesség nem bír befolyással. A 2. pontban felemlített kísérleti eredményeink eme elméleti következtetéssel összhangban állnak és így előbbi fejtegetéseink helyességét igazolják.

Hasonló következtetések vonhatók mágnesezett vasgömbök esetére is, mivel a (6) alatti egyenlet érvényessége $P_y = P_z$ értéktől függetlenül azokra nézve is fennáll. Felhasználom az alkalmat, hogy itt mellékesen felemlítsem meglepő esetleges példa gyanánt a föld belső melegének kifelé való terjedését, a bár gyengén mágnesezett földgömb tömegén át. GAUSS kimutatta, hogy a

földmágnességnek oka nem rejlik a földön kívül fekvő testekben, hanem a föld belsejében. Azon esetben tehát, ha utóbbinak magnetikus permeabilitása a vaséhoz hasonló magatartású, akkor a föld belső melege bizonyos csekély mértékben jobban terjedhetne a magnetikus aequator felé, mint a földnek mágnepolusai irányában, még pedig a külső légköri hőmérsékek között létező nagy különbségek daczára, mivel utóbbiak ARAGO számos döntő észleletei szerint nem hatolhatnak 20 meternél mélyebben a föld kérgébe.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1899 január 16.-án tartott üléséből.)

ADATOK A ZSÍRKÉPZŐDÉS KÉRDÉSÉHEZ A MÁJBAN.

(Második közlemény.)

PLÓSZ PÁL I. tagtól.

A tekintetes Akadémiának f. évi január havában tartott ülésén azon kísérleti vizsgálatok eredményét volt szerencsém előterjeszteni, melyeket dr. Doctor KÁROLY és dr. POZSONYI I. JENŐ közreműködésével végeztem és melyek azon kísérleti tényt állapították meg, hogy a szénhidrátokkal való táplálásnál, egészen rövid idő múlva a szénhidrát bevétele után, a máj sejtjeiben a glycogennel egyidejűleg zsírszemcsék jelennek meg.

Ezen kísérleti adat egyéb idevágó ismereteinkkel többféle kapcsolatban lenni látszik, mely kapcsolatok és a belőlük levonható következtetések szerény nézetem szerint elég fontosak arra, hogy a tekintetes Akadémia figyelmét bátor lehessen azokra felhívni.

Az idézett adathból legközelebb fekvőnek látszik azon következtetés, hogy a szénhidrát bevétele után a májban fellépő zsír közvetlenül magából a szénhidrátból képződik, úgy hogy maguk a szénhidrát molekulák adják az anyagot a zsírképződéshez.

E következtetés nemcsak a legközvetlenebb, de minden idevágó ismereteinkkel teljes összhangzásban is van, és ezenkívül mint hypothesis már azért is fel kell állítani, mert e feltevés a zsírképződéssel és a szénhidrátok sorsával foglalkozó vizsgálatoknak irányt nyit és új alapul szolgál.

Ha összehasonlítjuk a szénhidrátok és zsírok összetételét, azt látjuk, hogy az u. n. neutrális zsírok molekulái a bennük foglalt carbonium és hydrogen elemekhez képest kevesebb oxygent

tartalmaznak, mint a szénhidrátok molekulái. Midőn tehát a szénhidrátokból zsírok képződnek, oly folyamatnak kell végbemenni, mely végeredményében desoxydationális.

E desoxydationnak megfelelőleg a zsírok égési melege, absolut súlyukhoz viszonyítva nagyobb is, mint a szénhidrátoké.

E ténynyel szemben azon kérdés merül fel, hogy ezen desoxydatio mikép jó létre és miféle forrás az, mely az ehhez szükséges erőt szolgáltatja.

Ha a zsírképződést kísérő körülményeket vizsgáljuk, mindenekelőtt azon észleletek tűnnek szemünkbe, melyek arra mutatnak, hogy midőn a szénhidrátból zsír lesz, a szénhidrát molekulából széndioxyd hasad le. Erre vonatkozólag az irodalomban több adattal találkozunk (HANRIOT, HARLEY, LAVES, LEO, WEINTRAUD, stb.), melyek közül különösen csak kettőre kívánok támaszkodni. Az egyik HANRIOT-tól,¹ a másik VAUGHAN HARLEY-től² származik. Mindkét adat azt mutatja, hogy szénhidrátok bevitele után a respirationális hányados emelkedik. Azaz ekkor a szervezet szénsavkiválasztása emelkedik, míg az oxygenfölvétel változatlan marad. Sőt HARLEY-nak több kísérletében a szénhidrát bevitele után a szénsavkiválasztás emelkedése mellett az oxygenfölvétel csökkenése volt észlelhető. Úgy látszik tehát, mintha a hőszabályozás következtében azon melegképzés, mely a zsírképződést kísérte, más oxydationális folyamatok meglassadását vonta volna maga után.

HANRIOT kísérleteit GAUTIER terjesztette a párizsi Akadémia elé és azon megjegyzéssel kísérte, hogy a szénhidrátok bevitelét követő fokozott szénsavkiválasztás, megfelelő oxygenfölvétel nélkül, arra mutat, hogy a zsírok oly módon jönnek létre a szénhidrátokból, hogy széndioxyd hasad le belőlük. A széndioxydnak ezen lehasadását párhuzamba helyezi az anaërobiotikus erjedési folyamatokkal.

A zsíroknak ezen képződési módja egészen megegyezik mindazon körülményekkel, melyek a szénhidrátok felszívódását és zsírrá való átalakulását kísérik. A szénhidrátok a bélhuzamból a

¹ HANRIOT: Comptes rendus 1892. Előterjesztette és megjegyzésekkel kísérte GAUTIER.

² VAUGHAN HARLEY: Journal of Physiology. Vol. XV. 1894.

májba jutnak és ott alakulnak át glycogenné és zsírokká. Szabad oxygenre e folyamatok egyikénél sincs szükség, de szabad oxygen a májban mindenesetre csak kis mennyiségben van is jelen, mert a máj a vért főképen a vena portával kapja, ez pedig oly vért hoz, mely a gyomor és bélhuzam capillarisait már megjárta és szabad oxygenjének legnagyobb részét ott hagyta.

A máj tehát épen ilyenemű, szabad oxygent nem kiváló folyamatok végzésére kiválóan alkalmas szerv.

És valószínűnek kell tekinteni, hogy a májban még egyéb ilyenemű folyamatok is mennek végbe.

Az ilyenemű hasadási folyamatok, melyeknél szabad oxygen felvétele nem szerepel, melyek tehát nem alapszanak a szó közönséges értelmében vett oxydation, mindaddig kevés figyelemben részesültek, míg PASTEUR felfedezte az anaërobiosist és az anaërobiotikus erjedést.

Az anaërobiosisnál megállapította, hogy ott szabad oxygen teljes kizárása mellett mikroorganizmusok szaporodnak és fejlődnek és az életműves működésre szükséges erőt kizárólag a hasadási folyamatokból veszik.

Ilynemű hasadási folyamatok, melyek anaërobiotikus erjedéssel járnak, azóta nagy számmal lettek ismertekké. Ilyen anaërobiotikus erjedés például, midőn a cukorból tejsav képződik, ilyen pl. az, midőn az ureum bontatik el a víz elemeinek fölvétele mellett szénsavra és ammoniakra, ilyen pl. maga a közönséges szeszes erjedés is, melynél a cukor bontatik szénsavra és alkoholra.

Kételyek elhárítására meg kell jegyeznem, hogy a ferment, mely az ilyenemű erjedéshez szükséges, az erjedés folyamata alatt nemcsak hogy nem fogy, hanem szaporodik is. Mennyisége tehát az erjedés végén annyi vagy több, mint a mennyi kezdetén az elhasítandó anyag oldatába belejutott; azon körülmény tehát, hogy a ferment kívülről jutott az erjedő folyadékhoz, nem változtat azon tételen, hogy az erjedésnél szükséges összes erők, szabad oxygen és külső erő hozzájárulta nélkül csakis a hasadási folyamat által fedeztetnek.

Ha a zsírképződés valóban közvetlenül a szénhidrátokból, szénsav lehasadása mellett megy végbe, akkor e folyamat többféle analogiát mutat a cukornak anaërobiosis mellett végbemenő

mindazon erjedéseivel, melyek szénsavleválasztással járnak; e folyamat megvilágítására, mint legismertebb példára a czukornak szeszes erjedésére vagyok bátor hivatkozni. Ennél is, valamint a zsírképződésnél is, szénsav válik le; itt is, ott is oly vegyületek képződnek, melyek abszolút súlyukhoz viszonyítva magasabb égési meleggel bírnak, mint birt az eredeti anyag, t. i. a czukor.

Azonban az alkoholos erjedést véve tekintetbe, az erjedési termékek összegének égési melege kisebb, mint volt a hasadó anyagé. Azaz egy molekula czukor égési melege, gramm-molekulára számítva, 669,020 Cal. lévén, nagyobb, mint a belőle képződött két gramm molekula alkoholé, mely együttvéve 630,200 Cal. (STOHMANN) vagy 660,928 Cal. (FRANKLAND).

Minthogy az ilyen hasadási folyamatoknál a hasadást szenvedő és a hasadás által létrejött vegyületek égési melege közötti különbség *mértékét* adja azon energiának, mely a hasadási folyamat által felszabadult, ennél fogva az alkoholos erjedésnél felszabaduló energia mennyiségét kiszámíthatjuk.

A zsírképződésnél ellenben, minthogy nem tudjuk, hogy egy-egy molekula neutralis zsír képződéséhez hány molekula szénhydrát kell, a folyamat által szabaddá vált energiát számokban kifejezni nem tudjuk. De kétségtelennek tekintendő, hogy midőn a zsírképződésnél a szénhydrátból szénsav hasad le, ezen exothermikus folyamatnál energia szabadul fel és így a létrejött zsírmolekula kevesebb kötött energiát tartalmaz, azaz égési melege kisebb, mint azon szénhydrát molekulák összegének égési melege volt, melyekből az egy molekula neutralis zsír képződött.

Kétségtelennek tekintendő ennél fogva, hogy midőn a szénhydrátokból zsír lesz és szénsav hasad le, *energia* szabadul fel.

A szervezet tehát, midőn a szénhydrátokból zsírokat képez és ezeket halmozza fel raktáraiban, e folyamatból kétféle hasznot hűz: először is a zsírrá való átalakításnál meleget kap, másodsor pedig oly anyagot tesz raktárába, mely abszolút súlyát számítva nagyobb égési meleggel bír, mint birt a szénhydrát. Egy gramm neutralis zsír égési melege ugyanis átlag véve 9412 Cal., míg egy grm. czukoré 3939 Cal. Oxydatio esetén tehát a zsír ugyanazon súly mellett több energiát ad, mint adott volna a czukor, melyből lett.

Ezen új felfogás, hogy a szénhidrátokból közvetlenül felszívatusuk után a májban zsír lesz, a zsírképződést az eddigitől egészen eltérő világitásba helyezi. Ez azt mutatja ugyanis, hogy a zsír nem a tápszerek fölőslégéből képződik, nemcsak akkor jön létre, ha a tápszerek fölősléges mennyiségben vitetnek be a szervezetbe, hanem a szénhidrátokból bevitelük után minden egyes étkezés után zsír lesz: csak egyik esetben, ha szükség van reá, a zsír azonnal el is használtatik, míg a másik esetben, midőn nincs reá szükség, a különböző zsírraktárakban háj és szalonna alakjában halmoztatik. A folyamat tehát qualitative mindkét esetben ugyanaz, csak quantitative különbözik egymástól.

A szénhidrátokból való zsírképződést a szóban levő kísérletek a májhoz rögzítik, a mi nem zárja ki ama lehetőséget, hogy a májon kívül más szervekben is esetleg létre jöhessen hasonló folyamat: mindazonáltal kétségtelennek kell tekinteni, hogy a zsírképzés ezen neménél a máj legalább is mint főszerv szerepel.

A zsírképződésnek ezen új tana nemcsak physiologiai nézeteinket változtatja meg sok tekintetben, hanem belenyúl kórtani felfogásainkba is, különösen pedig lényegesen átalakítja és kiegészíti a diabetikus megbetegedés felől eddig táplált nézeteinket.

A diabetes értelmzésére vonatkozólag az utóbbi időben azon felfogás jutott túlsúlyra, hogy diabetesnél a vér hyperglycæmiája, azaz fokozott cukortartalma nem a cukor túltermelésből, hanem a szervezet cukorbontó képességének esökkenéséből ered, mihez járul még az is, hogy a diabetikus szervezet nem képes a cukrot olyképen átalakítani, hogy (valőslinőleg zsírrá változván) a vérpályából kivonassék és későbbi használatra félretétessék.

A májbeli zsírképződés felismerése után ellenben a diabetes értelmzésé olyképen alakul át, hogy ezen elmélet szerint a hyperglycæmia az által jön létre, hogy a máj a bélhuzamból vagy másunnan odahozott cukrot nem képes zsírrá átalakítani és a cukor ennek következtében a vérpályában felszaporodik, azaz hyperglycæmia jön létre, mely azután előidézti a melituriát.

A hyperglycæmia közvetlen okát tehát a máj hiányos működésében, működési zavarában kell keresni.

E messzemenő következtetés a májbeli zsírképződés tanából egyenesen levonható, és elfogadandó, mihelyt feltételezzük, hogy

a szénhidrátok bevitele után a májban megjelenő zsír közvetlenül a szénhidrátokból képződik, mihelyt elfogadjuk tehát azon feltevést, melyet a májbeli zsirképződés tanának alapjául vetünk fel.

E felfogással megegyezik azon adat is, melyet többen találtak és megállapítottak, hogy diabetikus betegeknél szénhidrátok felvétele után a respiratorikus hányados értéke nem emelkedik — a mi pedig ép állapotban állandóan bekövetkezik —, mint azt e sorok elején volt szerencsém jelezni.

Diabetikusoknál ugyanis szénhidrátfelvétel után nem fokozódik a szénsavkiválasztás, a mi arra szolgáltat bizonyítékot, hogy diabetikusnál a cukorból nem képződik zsír.

Nem terjeszkedhetem ki e helyen annak részletes taglalására, hogy ezen új felfogás miben egyezik és miben különbözik a diabetes lényege felől eddig felállított elméletekkel; csupán azt kell még egyszer hangsúlyoznom, a mit már jeleztem, hogy egyelőre nem zárható ki azon elméleti lehetőség, miszerint más szervekben és sejtekben is létrejöhet hasonló természetű zsirképzés, és így a más szervekbeli zsirképződésnek megzavarása is a hyperglycæmia okává válhatik.

Mínt hogy azonban minden adat arra mutat, hogy a máj a főszerv, mely szénhidrátokból zsirt készít, így első sorban ennek működési zavarát kell a hyperglycæmia okául tekinteni.

Önként érthető, hogy midőn a májbeli zsirképződés alapján a hyperglycæmia eredetét a máj működési zavarával hozzuk kapcsolatba, a máj ezen működési zavarát csak mint közvetlen okot tekintjük, mely maga ismét a szervezetben rejlő sokféle más októl függhet.

Az átalakulás, melyet a májbeli zsirképződés tana úgy physiologiai, mint pathologiai felfogásainkban előidéz, sokféle kísérleti vizsgálatnak ad teret és irányt; az ezen alapon folytatott vizsgálataim eredményéről annak idején bátor leszek a tekintetes Akadémiának jelentést tenni.

ADALÉK AZ EGÉSZ SZÁMOK ADDITIV ELŐÁLLÍTÁSÁNAK ELMÉLETÉHEZ.

CSORBA GYÖRGY-től.

A *partitio numerorum*, vagyis a számoknak additív előállítása, a számok felbontása összeadandókra, tulajdonképen a számelméletnek első fejezete, mely nem kevésbé fontos, mint a második fejezet, a számoknak multiplicatív előállítása, a tényezőkre való felbontás. A *partitio numerorum* azonban még nagyon kevés van kifejtve, bár azon analitikai módszernél fogva, melyet tárgyalásában EULER óta alkalmaztak, egyik érdekes részét képezi az analitikai számelméletnek.* Az a nagyon fontos alkalmazás pedig, melyet a *partitio numerorum* az invariáns elméletnek CAYLEY-SYLVESTER-féle úgynevezett összeszámoló módszerénél talál, egyenesen szükségessé teszi a kérdéssel való foglalkozást. Valóban CAYLEY, SYLVESTER, FA' A di BRUNO, BRIOSCHI és mások épen ezért foglalkoztak a *partitio numerorum*mal.

Ki lehet mutatni, hogy mindazon főbb kérdések, melyeket *partitio numerorum* név alatt már EULER ** összeállított, mind egyetlen közös típusra vezethetők vissza, úgy elegendő ezzel az egygyel foglalkozni.*** E típus a következő.

Hogy az M számot hányféleképp lehet az

$$a_1, a_2, \dots, a_n$$

* V. ö. BACHMANN: «Zahlentheorie». II. k. 2. fejt.

** «Introductio in analysin infinitorum». Caput 16. «De partitione numerorum».

*** V. ö. CSORBA GY.: «A *partitio numerorum* irodalma». Math. és Fizikai Lapok VIII. évf.

számokból ismétlések megengedésével összeadás által előállítani, azt az

$$\frac{1}{(1-z^{a_1})(1-z^{a_2}) \dots (1-z^{a_n})}$$

racionális törtnek z növekedő hatványai szerinti kifejtésében z^M együtthatója mutatja. Ugyane szám azt is jelenti, hogy az

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = M$$

határozatlan egyenletnek hány megoldása van nem negatív egész számokban.

E feladat, bár megoldására több rendbeli kísérlet történt, általánosan megoldva ez ideig nincsen. Megvizsgálásában még legtovább haladt CAYLEY,* kinek tárgyalásai már magukban foglalják annak megállapítását, hogy a kérdéses szám ilyen alakban állítható elő:

$$\varphi(M) = c_0(M) + c_1(M)M + c_2(M)M^2 + \dots + c_{n-1}(M)M^{n-1},$$

hol $c_0(M), c_1(M), \dots, c_{n-1}(M)$ az M -nek periodikus számelméleti függvényei.** CAYLEY munkája azonban lényegben nem tartalmaz többet az ilyen alakban való előállítás lehetőségének kimutatásánál, és egyebütt sem fordul elő a tudományos irodalomban e kérdés lényeges továbbvitele, mindössze WEIERHAUCH*** idevonatkozó dolgozatai tartalmazzák egyes egyszerűbb és speciális esetek részleges megoldását.

Jelen dolgozat célja megadni az eddig hiányzó independens formulát a legáltalánosabb esetben a $c(M)$ periodikus függvények számára, és ezzel a partitio numerorum kérdését némileg előbbrevinni.

* «Researches on the Partition of Numbers». Phil. Trans. CXIV. 1855. és Coll. Math. Papers. II.

** V. ö. mint 1. lap*** alatt.

*** «Die Anzahl der Lösungen diophantischer Gleichungen bei theilfremden Coëfficienten». Zeitschrift für Math. und Physik. 20. k. 1875. «Anzahl der Auflösungen eines speciellen Falles von nicht theilfremden Coëfficienten». U. o. 20. k. «Anzahl der Lösungen für die allgemeinste Gleichung ersten Grades mit vier Unbekannten». U. o. 22. k.

I.

Első feladat lesz kimutatni, hogy a mennyiben az

$$\frac{1}{(1-z^{a_1})(1-z^{a_2}) \dots (1-z^{a_n})}$$

racionális tört kifejtésében z^M együtthatója periodikus tagokat is tartalmaz, ennek következtében a kérdés megoldása egy véges egész függvényszorzat kifejtésére vezethető vissza.

Feltehetjük, hogy az

$$a_1, a_2, \dots, a_n$$

elemek legnagyobb közös osztója 1, mert ha nem ez, akkor a szóban forgó diophantusi egyenlet mindig oly alakra hozható, hogy együtthatóinak legnagyobb közös osztója 1 legyen.

Legyen az alkotó függvény kifejtett alakja:

$$\frac{1}{(1-z^{a_1})(1-z^{a_2}) \dots (1-z^{a_n})} = \\ = \varphi(0) + \varphi(1)z^1 + \varphi(2)z^2 + \dots + \varphi(M)z^M + \dots$$

Jelentse λ az

$$a_1, a_2, \dots, a_n$$

elemek valamely közös többszörösét, akkor

$$(1-z^\lambda)^\mu = \binom{\mu}{0} - \binom{\mu}{1}z^\lambda + \binom{\mu}{2}z^{2\lambda} - \dots + (-1)^\mu \binom{\mu}{\mu}z^{\mu\lambda}.$$

Szorozzuk e két egyenletet egymással, még pedig baloldalt baloldallal, jobboldalt jobboldallal, akkor előáll:

$$\left(\frac{1-z^\lambda}{1-z^{a_1}} \right) \left(\frac{1-z^\lambda}{1-z^{a_2}} \right) \dots \left(\frac{1-z^\lambda}{1-z^{a_n}} \right) = \\ = \left(\binom{\mu}{0} - \binom{\mu}{1}z^{1\lambda} + \binom{\mu}{2}z^{2\lambda} - \dots + (-1)^\mu \binom{\mu}{\mu}z^{\mu\lambda} \right) \\ (\varphi(0) + \varphi(1)z + \varphi(2)z^2 + \dots + \varphi(M)z^M + \dots)$$

Mivel λ általában többszöröse a_i -nek, legyen például

$$\lambda = \mu_i a_i \\ (i=1, 2, \dots, n)$$

tehát

$$\left(\frac{1-z^\lambda}{1-za_i} \right) = \left(\frac{1-z^{\mu_i a_i}}{1-za_i} \right) = 1 + za_i + z^2 a_i + \dots + z^{(\mu_i-1) a_i}$$

egész kifejezés. Így az egyenlet a következő alakban írható:

$$\prod_{i=1}^n (1 + za_i + z^2 a_i + \dots + z^{(\mu_i-1) a_i}) = \\ = \left(\binom{n}{0} - \binom{n}{1} z^{1\lambda} + \dots + (-1)^n \binom{n}{n} z^{n\lambda} \right) \cdot \\ (\varphi(0) + \varphi(1)z + \varphi(2)z^2 + \dots + \varphi(M)z^M + \dots).$$

A baloldal n számú egész kifejezés szorzata, tehát egész kifejezés, a jobboldal pedig egy egész kifejezés és egy végtelen hatványsor szorzata, tehát végtelen hatványsor. E két kifejezésnek azonosnak kell lenni, ennél fogva a z egyenlő hatványai a két oldalon egyenlők. Legyen a baloldalon levő

$$\prod_{i=1}^n (1 + za_i + z^2 a_i + \dots + z^{(\mu_i-1) a_i}) \quad (1)$$

függvényszorzat kifejtett alakja

$$F(0) + F(1)z + F(2)z^2 + \dots + F(n\lambda-1)z^{n\lambda-1} \quad (2)$$

hol azonban

$$F(n\lambda - \varepsilon) = 0$$

ha

$$1 < \varepsilon < \sum_{i=1}^n a_i.$$

Mivel itt z -nek $(n\lambda-1)$ -nél magasabb hatványai egyáltalában nem fordulnak elő, a jobboldalon az ilyen hatványok együtthatói elenyésznek, azaz

$$\binom{n}{0} \varphi(x+n\lambda) - \binom{n}{1} \varphi(x+(n-1)\lambda) + \dots + (-1)^n \binom{n}{n} \varphi(x) = 0, (3)$$

ha

$$x \geq 0.$$

A z többi hatványainak összehasonlításából pedig az adódik, hogy

$$\begin{aligned} \binom{n}{0} \varphi(\nu+k\lambda) - \binom{n}{1} \varphi(\nu+(k-1)\lambda) + \dots + \\ + (-1)^k \binom{n}{k} \varphi(\nu) = F(\nu+k\lambda), \end{aligned} \quad (4)$$

ha

$$\begin{aligned} 0 &\leq \nu < \lambda \\ 0 &\leq k < n. \end{aligned}$$

Ki fogjuk mutatni, hogy az eredeti feladat megoldása, azaz $\varphi(M)$ általános meghatározása végett teljesen elegendő a

$$\prod_{i=1}^n (1 + z^{a_i} + z^{2a_i} + \dots + z^{(u_i-1)a_i})$$

véges egész függvényszorzat kifejtését megvizsgálni, vagyis az

$$F(0), F(1), \dots, F(n\lambda-1)$$

együtthatók értékeit kiszámítani. E végett arra a tételre van szükségünk, hogy $\varphi(M)$ kifejezése periodikus tagokat is tartalmaz.

Helyettesítsünk úgy az (1) függvényszorzatban, valamint annak (2) kifejtésében z helyébe valamely λ -dik egységgyököt (ρ_i).

Ha rövidség okáért a következő jelzést vezetjük be:

$$1 + z^{a_i} + \dots + z^{(u_i-1)a_i} = \begin{pmatrix} 1 - z^\lambda \\ 1 - z^{a_i} \end{pmatrix} = u_i,$$

akkor az első helyettesítés eredménye egyelőre így jelezhető:

$$[u_1 u_2 \dots u_n]_{z=\rho_i}$$

Ha pedig a kifejtésben való helyettesítésnél az egyenlő hatványok:

$$\begin{aligned} \rho_i^r = \rho_i^{r+\lambda} = \dots = \rho_i^{r+(n-1)\lambda} \\ (0 \leq r < \lambda) \end{aligned}$$

együtthatóit összevonjuk, a két helyettesítés eredményének összehasonlítása ilyen alakú kifejezést szolgáltat:

$$[u_1 u_2 \dots u_n]_{z=q_i} = G(\lambda, 0) + G(\lambda, 1) \rho_i + \dots + G(\lambda, \lambda-1) \rho_i^{\lambda-1} \quad (5)$$

a hol

$$G(\lambda, \nu) = F(\nu) + F(\nu + \lambda) + \dots + F(\nu + (n-1)\lambda) \quad (6)$$

$(\nu=0, 1, 2, \dots, \lambda-1)$

A $G(\lambda, \nu)$ meghatározására az (5) egyenlethől $i=1, 2, \dots, \lambda$ esetekben a következő lineáris egyenletrendszer állítható elő:

$$\begin{aligned} G(\lambda, 0) + G(\lambda, 1) \rho_i^1 + \dots + G(\lambda, \nu) \rho_i^\nu + \dots + G(\lambda, \lambda-1) \rho_i^{\lambda-1} = \\ = u_1 u_2 \dots u_n \Big|_{z=q_i} \end{aligned} \quad (7)$$

$(i=1, 2, \dots, \lambda)$

Innen a LAGRANGE-féle interpolatóképlet tekintetbevételével: *

$$G(\lambda, \nu) = (-1)^{\lambda-1-\nu} \sum_{i=1}^{\lambda} \frac{u_1 u_2 \dots u_n \Big|_{z=q_i}}{f'(\rho_i)} g_{\lambda-1-\nu}^{(i)}$$

hol $g_{\lambda-1-\nu}^{(i)}$ jelenti a

$$\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{i-1}, \rho_{i+1}, \dots, \rho_\lambda$$

elemekből alkotható $(\lambda-1-\nu)$ fokú elemei szimmetrikus függvényt, továbbá

$$f(\rho) = (\rho - \rho_1)(\rho - \rho_2) \dots (\rho - \rho_\lambda).$$

Mivel azonban $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_\lambda$ a λ -dik egységgyökök, tehát

$$f(\rho) = \rho^\lambda - 1$$

$$f'(\rho) = \lambda \rho^{\lambda-1}$$

$$f'(\rho_i) = \frac{\lambda}{\rho_i}.$$

Ha pedig g_ν jelenti a

$$\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_\lambda$$

elemekből alkotható elemi szimmetrikus függvényt, akkor

* V. Ö. BALTZER, Determinanten, 10. §.

$$g_s = g_s^{(i)} + \rho_i g_{s-1}^{(i)} \quad (s \geq \lambda)$$

Azonban

$$g_s = 0$$

tehát

$$g_s^{(i)} = -\rho_i g_{s-1}^{(i)}.$$

Ennek többszörös alkalmazásával

$$g_s^{(i)} = (-1)^{s-1} \rho_i^{s-1} g_1^{(i)}.$$

Mivel pedig

$$g_1^{(i)} = g_1 - \rho_i = -\rho_i$$

tehát

$$g_1^{(i)} = (-1)^s \rho_i^s \quad (s=1, 2, \dots, \lambda-1)$$

Ugyane képlet az $s=0$ esetben is érvényes. E szerint

$$g_{\lambda-1-r}^{(i)} = (-1)^{\lambda-1-r} \rho_i^{\lambda-1-r} = \frac{(-1)^{\lambda-1-r}}{\rho_i^{r+1}}$$

és így

$$G(\lambda, \nu) = \frac{1}{\lambda} \sum_{r=0}^{\lambda} \left| \begin{array}{c} u_1 u_2 \dots u_n \\ \rho_i^r \end{array} \right|_{z=u_i} \quad (8)$$

Most az

$$u_1 u_2 \dots u_n$$

szorzatban általában

$$u_x = \frac{1 - z^\lambda}{1 - z^{a_x}}$$

értéke zérus mindazon λ -dik egységgyökökre nézve, melyek nem a_x -dik egységgyökök is, mert a számláló ekkor zérus, a nevező pedig zérustól különbözik. Csak olyan λ -dik egységgyökökre nézve különbözhetik u_x értéke zérustól, melyek egyszersemind a_x -dik egységgyökök ($\rho^{a_x} = 1$), és pedig ekkor, mint az

$$u_x = 1 + z^{a_x} + z^{2a_x} + \dots + z^{(a_x-1)a_x}$$

előállításából következik, u_x értéke

$$u_x = \mu_x = \frac{\lambda}{a_x}.$$

Az $u_1 u_2 \dots u_n$ szorzat tehát csak olyan λ -dik egységgyökökre nézve különbözhetik zérustól, melyek a

$$\begin{aligned} z^{a_1} - 1 &= 0 \\ z^{a_2} - 1 &= 0 \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ z^{a_n} - 1 &= 0 \end{aligned}$$

binomegyenletek mindenikének megfelelnek. Ez egyenletrendszer közös gyökeit, ha d az

$$a_1, a_2, \dots, a_n$$

számok legnagyobb közös osztója, a

$$z^d - 1 = 0$$

egyenlet szolgáltatja. Ámde a feltevés szerint itt $d=1$, tehát az $u_1 u_2 \dots u_n$ szorzat a λ -dik egységgyökök közül csak a $\rho=1$ esetében különbözik zérustól, és pedig értéke ekkor

$$[u_1 u_2 \dots u_n]_{z=1} = \frac{\lambda^n}{a_1 a_2 \dots a_n}. \quad (9)$$

Ezek szerint

$$G(\lambda, \nu) = [u_1 u_2 \dots u_n]_{z=1} = \frac{\lambda^{n-1}}{a_1 a_2 \dots a_n} \quad (10)$$

$(0 \leq \nu < \lambda)$

a ν -től független, zérustól különböző pozitív érték.

E ténynek tárgyalásunkban fontos jelentősége van. Ugyanis $G(\lambda, \nu)$ jelenti a (6) szerint a következő összeget:

$$G(\lambda, \nu) = \sum_{x=0}^{n-1} F(\nu + x\lambda).$$

Ámde a (4) szerint

$$F(\nu + x\lambda) = \sum_{y=0}^x (-1)^{x-y} \binom{n}{x-y} \varphi(\nu + y\lambda)$$

tehát

$$G(\lambda, \nu) = \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^x (-1)^{x-y} \binom{n}{x-y} \varphi(\nu + y\lambda).$$

Ezt a következőkép is rendezhetjük:

$$G(\lambda, \nu) = \sum_{y=0}^{n-1} \left\{ \sum_{x=y}^{n-1} (-1)^{x-y} \binom{n}{x-y} \right\} \varphi(\nu + y\lambda).$$

Azonban a binomiális együtthatók tulajdonságaiból könnyen kimutatható, hogy

$$\binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \binom{n}{2} - \cdots + (-1)^k \binom{n}{k} = (-1)^k \binom{n-1}{k}.$$

E szerint

$$\begin{aligned} \sum_{x=y}^{n-1} (-1)^{x-y} \binom{n}{x-y} &= \binom{n}{0} - \binom{n}{1} + \cdots + \\ &+ (-1)^{n-1-y} \binom{n}{n-1-y} = (-1)^{n-1-y} \binom{n-1}{n-1-y} \end{aligned}$$

és így

$$G(\lambda, \nu) = \sum_{y=0}^{n-1} (-1)^{n-1-y} \binom{n-1}{n-1-y} \varphi(\nu + y\lambda). \quad (11)$$

$(0 \leq \nu < \lambda)$

A (10) és (11) kifejezések összehasonlításából végre azt az eredményt nyerjük, hogy

$$\begin{aligned} \binom{n-1}{0} \varphi(\nu + (n-1)\lambda) - \binom{n-1}{1} \varphi(\nu + (n-2)\lambda) + \cdots + \\ + (-1)^{n-1} \binom{n-1}{n-1} \varphi(\nu) = a_1 a_2 \dots a_n. \end{aligned}$$

$(0 < \nu < \lambda)$

Ez pedig azt jelenti, hogy a

$$\varphi(\nu), \varphi(\nu + \lambda), \varphi(\nu + 2\lambda), \dots, \varphi(\nu + \xi\lambda), \dots$$

sorozat $(n-1)$ -dik különbségi sorának *kezdőtagja* zérustól különbözik. Másrészt pedig a (3) alatti

$$\binom{n}{0} \varphi(x + n\lambda) - \binom{n}{1} \varphi(x + (n-1)\lambda) + \cdots + (-1)^n \binom{n}{n} \varphi(x) = 0$$

$(x \geq 0)$

egyenlet azt jelenti, hogy ugyanazon sorozat n -dik különbségi sorának *minden tagja* elenyészik. E két feltétel által pontosan meg van állapítva, hogy a

$$\varphi(\nu), \varphi(\nu+\lambda), \varphi(\nu+2\lambda), \dots, \varphi(\nu+\xi\lambda), \dots$$

sorozat *épen* $(n-1)$ -edrendű számtani haladvány.

Mint ahogy az $(n-1)$ -edrendű számtani haladvány általános

$$\varphi(\nu+\xi\lambda)$$

tagját a tagmutató (ξ) hatványai szerint rendezett, és az $(n-1)$ -dik hatványig haladó polynom alakjában lehet kifejezni, tehát $\varphi(\nu+\xi\lambda)$ ilyen alakban írható:

$$\varphi(\nu+\xi\lambda) = a_0(\lambda, \nu) + a_1(\lambda, \nu)\xi + \dots + a_{n-1}(\lambda, \nu)\xi^{n-1}.$$

Legyen itt

$$\nu + \xi\lambda = M$$

akkor

$$\xi = \frac{M - \nu}{\lambda}.$$

Vezessük ezt be $\varphi(\nu+\xi\lambda)$ kifejezésébe és rendezzünk M hatványai szerint, akkor ilyen alakú kifejezés áll elő:

$$\varphi(M) = \beta_0(\lambda, \nu) + \beta_1(\lambda, \nu)M + \dots + \beta_{n-1}(\lambda, \nu)M^{n-1}$$

hol

$$M \equiv \nu \pmod{\lambda}$$

$(0 < \nu < \lambda)$

továbbá $\beta_{n-1}(\lambda, \nu) = \frac{1}{\lambda^{n-1}} a_{n-1}(\lambda, \nu)$ mindenesetre zérustól különbözik.

Jelentse például λ az

$$a_1, a_2, \dots, a_n$$

számok *legkisebb* közös többszörösét (λ_0) , és ennek megfelelőleg legyen ν értéke ν_0 , akkor

$$\varphi(M) = \beta_0(\lambda_0, \nu_0) + \beta_1(\lambda_0, \nu_0)M + \dots + \beta_{n-1}(\lambda_0, \nu_0)M^{n-1}$$

hol

$$M \equiv \nu_0 \pmod{\lambda_0}$$

$(\nu_0 \not\equiv 0 \pmod{\lambda_0})$

Itt általában

$$\beta_k(\lambda_0, \nu_0)$$

$(k=0, 1, 2, \dots, n-1)$

úgy is tekinthető, mint az M függvénye, de minthogy M -nek csak a λ_0 modulusra vonatkozó maradékától (ν_0) függ, az M -nek csupán periodikus függvénye, melynek periodusa λ_0 , vagy ennek valamely osztója. Vezessük be ennek megfelelőleg a következő jelzést:

$$\beta_k(\lambda_0, \nu_0) = c_k(M) \\ (k=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

akkor $\varphi(M)$ alakja lesz:

$$\varphi(M) = c_0(M) + c_1(M)M + \dots + c_{n-1}(M)M^{n-1} \quad (12)$$

hol $c_0(M), c_1(M), \dots, c_{n-1}(M)$ periodikus függvények. A $\varphi(M)$ meghatározása végett elegendő a $c(M)$ periodikus tagokat ismerni.

Ez az az előállítás, melynek lehetőségét CAYLEY* tárgyalásai is bizonyítják.

A fenti előállításból következik, hogy minthogy minden közös többes (λ) többszöröse a legkisebb közös többesnek (λ_0), tehát a

$$\varphi(\nu + x\lambda) = \\ = c_0(\nu + x\lambda) + c_1(\nu + x\lambda)(\nu + x\lambda)^1 + \dots + c_{n-1}(\nu + x\lambda)(\nu + x\lambda)^{n-1}$$

kifejezésben

$$c_k(\nu + x\lambda) = c_k(\nu) \\ (k=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

mert

$$\nu + x\lambda \equiv \nu \pmod{\lambda_0}.$$

Így

$$\varphi(\nu + x\lambda) = c_0(\nu) + c_1(\nu)(\nu + x\lambda)^1 + \dots + c_{n-1}(\nu)(\nu + x\lambda)^{n-1} \quad (13)$$

a hol ν tetszőleges szám, de $\nu < \lambda$.

Ha ezt az egyenletet $x = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$ esetekre felírjuk, olyan lineáris egyenletrendszer áll elő, melynek segítségével

$$c_k(\nu) \\ (k=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

kifejezhető a

$$\varphi(\nu), \varphi(\nu + \lambda), \dots, \varphi(\nu + (n-1)\lambda)$$

értékek által. De viszont a

$$\varphi(\nu + k\lambda) \\ (k=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

* «Researches on the Partition of Numbers». Phil. Trans. CXLV.

értékek kifejezhetők az F együtthatók által. Ugyanis a (4) alatti

$$F(\nu + k\lambda) = \\ = \binom{n}{0} \varphi(\nu + k\lambda) - \binom{n}{1} \varphi(\nu + (k-1)\lambda) + \dots + (-1)^k \binom{n}{k} \varphi(\nu)$$

egyenletből $k=0, 1, 2, \dots, k$ esetekben olyan lineáris egyenletrendszer áll elő, melyből

$$\varphi(\nu + k\lambda) \\ (k=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

kifejezhető az

$$F(\nu), F(\nu + \lambda), \dots, F(\nu + k\lambda)$$

együtthatók által. A mennyiben az eredeti feladat a $c(\nu)$ függvények meghatározására vezethető, ezek pedig a fentieknél fogva az F együtthatók által fejezhetők ki, csakugyan elegendő tehát ezen F együtthatók meghatározásával, illetve a

$$\prod_{i=1}^n (1 + z^{1\alpha_i} + z^{2\alpha_i} + \dots + z^{(\mu_i - 1)\alpha_i})$$

véges egész függvényszorzat kifejtésével foglalkozni.

II.

A kitűzött feladat megoldását a

$$\prod_{i=1}^n (1 + z^{\alpha_i} + z^{2\alpha_i} + \dots + z^{(\mu_i - 1)\alpha_i}) = \\ = F(0) + F(1)z + F(2)z^2 + \dots + F(n\lambda - 1)z^{n\lambda - 1} \quad (1) \\ (F(n\lambda - \varepsilon) = 0, \text{ ha } \varepsilon \geq \sum_0^0 \alpha_i)$$

függvényszorzat segítségével következőkép eszközölhetjük.

Nevezzük a nem homogén egész függvényre alkalmazott

$$z \frac{d}{dz}$$

műveletet polárnak, és ennek k -szor egymásután való alkalmazását k -dik polárnak. Vegyük most úgy a felvett szorzatnak, mint



kifejtésének k -dik ilyen polárját ($k=0, 1, 2, \dots, n-1$) és azután helyettesítsünk be z helyébe valamely λ -dik egységgyököt (ρ_i).

Legyen, mint előbb

$$1 + z^{a_i} + \dots + z^{(u_i - 1) a_i} = \left(\frac{1 - z^{\lambda}}{1 - z^{a_i}} \right) = u_i.$$

Továbbá legyen

$$z \frac{du}{dz} = J(u)$$

$$z \frac{dJ(u)}{dz} = J^2(u)$$

· · · · ·

stb.,

akkor a baloldalon a műveletek eredménye így jelezhető :

$$J^k(u_1 u_2 \dots u_n)_{z=\rho_i}$$

Ha pedig a jobboldalon az egyenlő hatványok :

$$\rho_i^r = \rho_i^{r+\lambda} = \dots = \rho_i^{r+(n-1)\lambda}$$

$(0 \leq r < \lambda)$

együtthatóit összevonjuk, a fenti műveletek végeredménye ilyen alakú kifejezés lesz :

$$\begin{aligned} & [J^k(u_1 u_2 \dots u_n)]_{z=\rho_i} = \\ & = G_k(\lambda, 0) + G_k(\lambda, 1) \rho_i^1 + \dots + G_k(\lambda, \lambda-1) \rho_i^{\lambda-1} \end{aligned} \quad (2)$$

a hol :

$$\begin{aligned} & G_k(\lambda, \nu) = \\ & = \nu^k F(\nu) + (\nu + \lambda)^k F(\nu + \lambda) + \dots + (\nu + (n-1)\lambda)^k F(\nu + (n-1)\lambda). \end{aligned} \quad (3)$$

Ez utóbbi egyenletből $k=0, 1, 2, \dots, n-1$ esetekben olyan lineáris egyenletrendszer áll elő, melyből

$$F(\nu + x\lambda)$$

$(x=0, 1, 2, \dots, n-1)$

kifejezhető a

$$G_0(\lambda, \nu), G_1(\lambda, \nu), \dots, G_{n-1}(\lambda, \nu)$$

értékek által. Az eredeti feladat megoldása végett elég tehát a

$$G_k(\lambda, \nu) \\ (k=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

kifejezését meghatározni.

E célra a (2) egyenletből $i=1, 2, \dots, \lambda$ esetekben előálló következő lineáris egyenletrendszer szolgál:

$$G_k(\lambda, 0) + G_k(\lambda, 1)\rho_i^1 + \dots + G_k(\lambda, \nu)\rho_i^\nu + \dots + G_k(\lambda, \lambda-1)\rho_i^{\lambda-1} = \\ = \mathcal{A}^k(u_1 u_2 \dots u_n)_{z=\rho_i} \\ (i=1, 2, \dots, \lambda) \quad (4)$$

Ennek megoldása, minthogy lényegben ugyanolyan, mint az I. (7) alatti egyenletrendszer, az I. (8) mintájára lesz:

$$G_k(\lambda, \nu) = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^{\lambda} \left\{ \frac{\mathcal{A}^k(u_1 u_2 \dots u_n)_{z=\rho_i}}{\rho_i^\nu} \right\} \quad (5)$$

A meghatározandó

$$c_r(\nu) \\ (r=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

periodikus függvényeket tehát egyrészt lineárisan fejezhetjük ki a

$$G_k(\lambda, \nu) \\ (k=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

függvényekkel, másrészt az utóbbiakat a felírt egyenlet szerint az $u_1 u_2 \dots u_n$ függvényszorzat polárjainak bizonyos helyettesítési értékeivel fejezhetjük ki. Így a feladat megoldása végső elemzésben csak ez utóbbi kifejezések meghatározását kívánja.

Ha azonban ilyen módon akarjuk a

$$c_r(\nu) \\ (r=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

függvények általános kifejezéseit megállapítani, nagy nehézségekkel kell megküzdeni, mert az előforduló kifejezések igen bonyolódottak. Hanem egyszerűvé teszi a meghatározást a következő megfontolás.

A II. (3), I. (4) és I. (13) egyenleteknél fogva

$$G_k(\lambda, \nu) \\ (k=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

lineárisan fejezhető ki a

$$c_0(\nu), c_1(\nu), \dots, c_{n-1}(\nu)$$

által. Legyen e kifejezés alakja

$$G_k(\lambda, \nu) = \\ = B_{k,0}(\lambda, \nu)c_0(\nu) + B_{k,1}(\lambda, \nu)c_1(\nu) + \dots + B_{k,n-1}(\lambda, \nu)c_{n-1}(\nu) \quad (6)$$

hol általában

$$B_{k,m}(\lambda, \nu)$$

a λ -nak és ν -nek is egész kifejezése.

Így $G_k(\lambda, \nu)$ számára már kétféle kifejezésünk van, úgymint az (5) és (6) alatt. Azonban külön kimutatjuk, hogy a második kifejezésnél

$$B_{k,m}(\lambda, \nu) \\ (k, m=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

a ν -tól teljesen független, és pedig ilyen alakú kifejezés

$$B_{k,m}(\lambda, \nu) = \lambda^{k+m} D_{k,m}$$

hol $D_{k,m}$ állandó. Ugyancsak kimutatható, hogy

$$D_{k,0} = D_{k,1} = \dots = D_{k,n-2-k} = 0.$$

Ennélfogva $G_k(\lambda, \nu)$ második kifejezése így alakul át:

$$G_k(\lambda, \nu) = \lambda^{n-1} D_{k,n-1-k} c_{n-1-k}(\nu) + \lambda^n D_{k,n-k} c_{n-k}(\nu) + \dots + \\ + \lambda^{n-1+k} D_{k,n-1} c_{n-1}(\nu). \quad (7)$$

Mivel általában $c(\nu)$ a ν -nek olyan periodikus függvénye, melynek periodusa is független a tetszőleges λ -tól, tehát a felírt egyenlet szerint $G_k(\lambda, \nu)$ a λ -nak olyan egész kifejezése, hol a coefficientsek a λ -tól egyáltalában függetlenek. A λ azonban tetszőleges mennyiség, mert az a_1, a_2, \dots, a_n számok bármely közös többszörösét jelentheti, ennélfogva $G_k(\lambda, \nu)$ kétféle kifejezésében a λ egyenlő hatványai együtthatóinak egyenlőknek kell lenni.

Vegyük például a legegyszerűbb esetet, a λ^{n-1} hatványt. Ennek együtthatója a második kifejezésnél (7):

$$D_{k,n-1-k} c_{n-1-k}(\nu)$$

a hol $D_{k, n-1-k}$ meghatározható állandó. Ha tehát $G_k(\lambda, \nu)$ első kifejezésében (5) kiszámítjuk λ^{n-1} együtthatóját, ez megadja a keresett independens formulát $c_{n-1-k}(\nu)$ számára. Mivel $k=0, 1, 2, \dots, n-1$ lehet, így az összes $c(\nu)$ függvények meg lesznek határozva.

A kitűzött feladat megoldására ez tehát a legegyszerűbb eljárás, mely szerint a $G_k(\lambda, \nu)$ függvénynek az (5) szerinti kifejezéséből csak a λ^{n-1} hatvány együtthatója van szükségünk.

III.

Mindenekelőtt ki kell mutatni, hogy

$$B_{k, m}(\lambda, \nu) \quad (k, m=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

kifejezése a ν -tól független.

A II. fejezet (3) szerint

$$G_k(\lambda, \nu) = \sum_{x=0}^{n-1} (\nu + x\lambda)^k F(\nu + x\lambda).$$

Az I. (4) szerint azonban

$$F(\nu + x\lambda) = \sum_{y=0}^x (-1)^{x-y} \binom{n}{x-y} \varphi(\nu + y\lambda)$$

tehát

$$G_k(\lambda, \nu) = \sum_{x=0}^{n-1} \sum_{y=0}^x (-1)^{x-y} \binom{n}{x-y} (\nu + x\lambda)^k \varphi(\nu + y\lambda).$$

Vagy másképen rendezve:

$$G_k(\lambda, \nu) = \sum_{y=0}^{n-1} \sum_{x=y}^{n-1} (-1)^{x-y} \binom{n}{x-y} (\nu + x\lambda)^k \varphi(\nu + y\lambda).$$

Itt megint az I. (13) szerint

$$\varphi(\nu + y\lambda) = \sum_{m=0}^{n-1} c_m(\nu) (\nu + y\lambda)^m$$

tehát

$$G_k(\lambda, \nu) = \sum_{y=0}^{n-1} \sum_{x=y}^{n-1} (-1)^{x-y} \binom{n}{x-y} (\nu + x\lambda)^k \sum_{m=0}^{n-1} c_m(\nu) (\nu + y\lambda)^m.$$

Ezt a következőképp rendezhetjük

$$G_k(\lambda, \nu) = \sum_{m=0}^{n-1} \left\{ \sum_{y=0}^{n-1} \sum_{x=y}^{n-1} (-1)^{x-y} \binom{n}{x-y} (\nu+x\lambda)^k (\nu+y\lambda)^m \right\} c_m(\nu).$$

Ha pedig bevezetjük a következő jelölést:

$$B_{k,m}(\lambda, \nu) = \sum_{y=0}^{n-1} \sum_{x=y}^{n-1} (-1)^{x-y} \binom{n}{x-y} (\nu+x\lambda)^k (\nu+y\lambda)^m \quad (1)$$

akkor végre

$$G_k(\lambda, \nu) = \sum_{m=0}^{n-1} B_{k,m}(\lambda, \nu) c_m(\nu) \quad (2)$$

$(0 < k < n)$

az a kifejezés, melyet II. (6) alatt előre megállapítottunk. Annak kimutatására, hogy $B_{k,m}(\lambda, \nu)$ kifejtett alakjából a ν teljesen kiesik, kétféleképen járhatunk el. Vagy részletesen elemezzük a $B_{k,m}(\lambda, \nu)$ (1) alatti általános kifejezését,* vagy pedig a (2) egyenletet használjuk fel e célra. Itt az utóbbi módot alkalmazzuk, mely a következőkben áll.

$B_{k,m}(\lambda, \nu)$ kifejezése teljesen független az

$$a_1, a_2, \dots, a_n$$

elemek választásától. Ha tehát olyan speciális esetet veszünk fel, melynél $G_k(\lambda, \nu)$ és $c_m(\nu)$ értékei direct könnyen meghatározhatók, akkor a (2) egyenlet alkalmazásával a

$$B_{k,m}(\lambda, \nu) \\ (k, m=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

értékeit e speciális

$$G_k \\ (k=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

és

$$c_m \\ (m=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

értékek által fejezhetjük ki.

* E dolgozat első fogalmazásában a szóban levő segéd-tétel bizonyítása ilyen alakban foglalt helyet.

Vegyük fel például az

$$a_1 = a_2 = \dots = a_n = 1$$

specziális esetet. Ekkor az

$$x_1 + x_2 + \dots + x_n = \nu$$

határozatlan egyenlet nem negatív megoldásainak száma, a mint teljes inductioval igen könnyen igazolható:

$$\varphi(\nu) = \binom{\nu+n-1}{n-1}.$$

Fejtsük ezt ki ν hatványai szerint, akkor előáll:

$$\begin{aligned} \varphi(\nu) &= \frac{(\nu+1)(\nu+2)\dots(\nu+n-1)}{1 \cdot 2 \dots (n-1)} = \\ &= \frac{1}{(n-1)!} (\nu^{n-1} + f_1 \nu^{n-2} + \dots + f_{n-1}) \end{aligned}$$

ha f_k jelenti az $1, 2, \dots, n-1$ elemekből alkotott k fokú elemi szimmetrikus függvényt.

Ebben az esetben tehát

$$c_k(\nu) = \frac{1}{(n-1)!} f_{n-1-k} \quad (3)$$

$(k=0, 1, 2, \dots, n-1)$

a ν -től független, állandó érték.

Például

$$c_{n-1}(\nu) = \frac{1}{(n-1)!}.$$

A mi $G_k(\lambda, \nu)$ értékét illeti, kimutathatjuk, hogy jelen esetben ez is független a ν -től.

Ugyanis a II. (5) alkalmazásával:

$$G_k(\lambda, \nu) = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^n \left[\frac{J^k(u^i)}{\rho_i^\nu} \right]_{z=q_i}$$

hol

$$u = \left(\frac{1-z^\lambda}{1-z} \right).$$

Itt

$$\begin{aligned} J'(u^n) &= nu^{n-1}J'(u) \\ J''(u^n) &= n(n-1)u^{n-2}(J'(u))^2 + R_2 \end{aligned}$$

hol R_2 olyan tagot jelent, mely az u szorzót már az $n-1$ hatványon tartalmazza.

$$J'''(u^n) = n(n-1)(n-2)(J'(u))^3 + R_3$$

hol R_3 olyan tagokat jelent, melyek az u szorzót az $(n-2)$ és $(n-1)$ -dik hatványokon tartalmazzák.

A mutatkozó törvényszerűség, a mint könnyen kimutatható, a következő.

Ha $k \leq n-1$, akkor

$$J^k(u^n) = n(n-1) \dots (n-(k-1))u^{n-k}(J'(u))^k + R_k$$

hol R_k olyan tagokat jelent, melyekben u az

$$n-k+1, n-k+2, \dots, n-1$$

hatványokon fordul elő.

$J^k(u^n)$ minden tagjában előfordul tehát az u szorzó valamely zérusnál nagyobb hatványon, ha csak $k \leq n-1$. Ennek az a jelentősége, hogy

$$[J^k(u^n)]_{z=q_i}$$

értéke az összes λ -dik egységgyökök közül csak a $\rho=1$ esetben különbözhetik zérustól, mert a többi esetben

$$u = \frac{1-z^\lambda}{1-z}$$

értéke zérus, és ezzel $J^k(u^n)$ értéke is zérus.

A jelen speciális esetről tehát

$$G_k(\lambda, \nu) = \frac{1}{\lambda} [J^k(u^n)]_{z=1} \quad (4)$$

$(k=0, 1, 2, \dots, n-1)$

a ν -tól független, állandó érték. Például

$$G_0(\lambda, \nu) = \frac{1}{\lambda} [u^n]_{z=1} = \lambda^{n-1}.$$

A

$$B_{k,m}(\lambda, \nu) \\ (k, m=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

meghatározása végett most a következő lineáris egyenletekből indulhatunk ki:

$$\sum_{m=0}^{n-1} c_m B_{k,m}(\lambda, \nu) = G_k \quad (5) \\ (k=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

hol c_m és G_k a (3) és (4) szerint megadott, ν -tól független, állandó értékek.

Tekintsük $B_{k,m}(\lambda, \nu)$ kifejezésében a ν -t folytonosan változó mennyiségnek, és differenciáljuk az egyenletet ν szerint, akkor előáll:

$$\sum_{m=0}^{n-1} c_m \frac{\partial B_{k,m}}{\partial \nu} = 0. \quad (6) \\ (k=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

Kimutatjuk azonban, hogy

$$\frac{\partial B_{k,m}}{\partial \nu} = m B_{k,m-1} + k B_{k-1,m}. \quad (7)$$

Ugyanis $B_{k,m}(\lambda, \nu)$ kifejezése (1) ilyen alakban írható:

$$B_{k,m}(\lambda, \nu) = \sum_{y=0}^{n-1} (\nu + y\lambda)^m A_{k,y}(\lambda, \nu)$$

ha

$$A_{k,y}(\lambda, \nu) = \sum_{x=y}^{n-1} (-1)^{x-y} \binom{n}{x-y} (\nu + x\lambda)^k.$$

Így

$$\frac{\partial B_{k,m}}{\partial \nu} = \sum_{y=0}^{n-1} m (\nu + y\lambda)^{m-1} A_{k,y} + \sum_{y=0}^{n-1} (\nu + y\lambda)^m \frac{\partial A_{k,y}}{\partial \nu}.$$

Itt

$$\frac{\partial A_{k,y}}{\partial \nu} = \sum_{x=y}^{n-1} (-1)^{x-y} \binom{n}{x-y} k (\nu + x\lambda)^{k-1} = k A_{k-1,y}$$

tehát

$$\frac{\partial B_{k,m}}{\partial \nu} = m \sum_{y=0}^{n-1} (\nu + y\lambda)^{m-1} A_{k,y} + k \sum_{y=0}^{n-1} (\nu + y\lambda)^m A_{k-1,y}$$

vagyis

$$\frac{\partial B_{k,m}}{\partial \nu} = m B_{k,m-1} + k B_{k-1,m}.$$

E formula akkor is érvényes, ha $m=0$ vagy $k=0$, úgy hogy érvényességének határai :

$$(k, m=0, 1, 2, \dots, n-1).$$

Ennek tekintetbe vételével a (6) így alakul át :

$$\sum_{m=0}^{n-1} m c_m B_{k, m-1} + k \sum_{m=0}^{n-1} c_m B_{k-1, m} = 0.$$

Az első összegezésnél az $m=0$ eset, minthogy zérus tagot ad, eleve elhagyható. A második tag $k=0$ esetben elenyészik; $k>0$, vagyis $k-1 \geq 0$ esetben pedig az (5) szerint

$$\sum_{m=0}^{n-1} c_m B_{k-1, m} = i_{k-1}.$$

Ezek szerint tehát

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{n-1} m c_m B_{k, m-1} &= -k i_{k-1} \quad \text{ha } k=1, 2, \dots, n-1 \\ \sum_{m=1}^{n-1} m c_m B_{k, m-1} &= 0 \quad \text{ha } k=0. \end{aligned} \quad (8)$$

Differenciáljuk ezeket megint ν szerint, akkor előáll :

$$\sum_{m=1}^{n-1} m c_m \frac{\partial B_{k, m-1}}{\partial \nu} = 0. \\ (k=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

De a kimutatott tétel szerint

$$\frac{\partial B_{k, m-1}}{\partial \nu} = (m-1) B_{k, m-1} + k B_{k-1, m-1}$$

tehát

$$\sum_{m=1}^{n-1} m(m-1) c_m B_{k, m-1} + k \sum_{m=1}^{n-1} m c_m B_{k-1, m-1} = 0.$$

Az első összegezésnél az $m=1$ eset, minthogy zérus tagot ad, eleve elhagyható. A második tag $k=0$ esetben elenyészik; $k=1$, vagyis $k-1=0$ esetben a (8) szerint szintén zérus; míg $k>1$, vagyis $k-1>0$ esetben ugyancsak a (8) szerint

$$\sum_{m=1}^{n-1} m c_m B_{k-1, m-1} = -(k-1) G_{k-2}.$$

Ezek szerint tehát

$$\sum_{m=2}^{n-1} m(m-1) c_m B_{k, m-2} = k(k-1) G_{k-2}, \quad \text{ha } k=2, 3, \dots, n-1$$

$$\sum_{m=2}^{n-1} m(m-1) c_m B_{k, m-2} = 0 \quad \text{ha } k=0, 1. \quad (9)$$

A mutatkozó törvényszerűség, mely teljes inductioval igazolható, a következő:

$$\sum_{m=r}^{n-1} m(m-1) \dots (m-(r-1)) c_m B_{k, m-r} =$$

$$= (-1)^r k(k-1) \dots (k-(r-1)) G_{k-r}, \quad \text{ha } r \leq k \leq n-1$$

$$\sum_{m=r}^{n-1} m(m-1) \dots (m-(r-1)) c_m B_{k, m-r} = 0 \quad \text{ha } 0 < k < r \quad (10)$$

($r=0, 1, 2, \dots, n-1$)

Tegyük fel, hogy ez helyes $r=r$ esetben, akkor innen differentialis által ν szerint:

$$\sum_{m=r}^{n-1} m(m-1) \dots (m-(r-1)) c_m \frac{\partial B_{k, m-r}}{\partial \nu} = 0.$$

($k=0, 1, 2, \dots, n-1$)

De

$$\frac{\partial B_{k, m-r}}{\partial \nu} = (m-r) B_{k, m-r-1} + k B_{k-1, m-r}$$

tehát

$$\sum_{m=r}^{n-1} m(m-1) \dots (m-r) c_m B_{k, m-r-1} +$$

$$+ k \sum_{m=r}^{n-1} m(m-1) \dots (m-(r-1)) c_m B_{k-1, m-r} = 0.$$

Az első összegezésnél az $m=r$ eset zérus tagot ad, tehát eleve elhagyható. A második tag $k=0$ esetben elenyészik, mert a $k=0$ szorzót tartalmazza. Az

$$1 < k < r+1$$

azaz

$$0 < k-1 < r$$

esetekben a megelőző feltétel szerint szintén elenyészik a második tag. Az

$$r+1 < k < n$$

azaz

$$r < k-1 < n-1$$

esetekben pedig ugyancsak a feltétel szerint

$$\begin{aligned} \sum_{m=r}^{n-1} m(m-1)\dots(m-(r-1))c_m B_{k-1, m-r} = \\ = (-1)^r (k-1)(k-2)\dots(k-r) G_{k-1-r}. \end{aligned}$$

Ezek szerint tehát

$$\begin{aligned} \sum_{m=r+1}^{n-1} m(m-1)\dots(m-r)c_m B_{k, m-(r+1)} = \\ = (-1)^{r+1} k(k-1)\dots(k-r) G_{k-(r+1)}, \quad \text{ha } r+1 < k < n-1 \end{aligned}$$

$$\sum_{m=r+1}^{n-1} m(m-1)\dots(m-r)c_m B_{k, m-(r+1)} = 0 \quad \text{ha } 0 < k < r+1.$$

Ha tehát a tétel $r = r$ esetben helyes, akkor $(r+1)$ esetében is helyes. Így, mivel $r = 1$ esetben a külön bebizonyítás szerint helyes, általánosan helyes, ha csak

$$0 < r < n-1.$$

A bebizonyított tételt így is írhatjuk fel:

$$\begin{aligned} \sum_{m=r}^{n-1} \binom{m}{r} c_m B_{k, m-r} = 0, \quad \text{ha } 0 < k < r \\ \sum_{m=r}^{n-1} \binom{m}{r} c_m B_{k, m-r} = (-1)^r \binom{k}{r} G_{k-r}, \quad \text{ha } r \leq k < n-1 \quad (11) \end{aligned}$$

hol $r=0, 1, 2, \dots, n-1$ lehet.

Ezek az egyenletek, melyeknek száma n^2 , szolgálhatnak most már a

$$B_{k, m} \\ (k, m=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

Például:

$$B_{k, n-1-k} = \frac{(-1)^k G_0}{\binom{n-1}{k} c_{n-1}} = (-1)^k k! (n-1-k)! \lambda^{n-1}.$$

Ezzel ki van mutatva, hogy

$$B_{k, m} \quad (k, m=0, 1, 2, \dots, n-1) \\ k+m > n-1$$

mindig kifejezhető a (3) és (4) alatt meghatározott speciális c és G értékek által. Ámde az utóbbiak a ν -tól függetlenek, így tehát az összes

$$B_{k, m} \quad (k, m=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

értékek függetlenek a ν -tól, a mit épen be akartunk bizonyítani.

Ha már $B_{k, m}(\lambda, \nu)$ értéke független a ν -tól, akkor az (1) kifejezés szerint alakja:

$$B_{k, m}(\lambda, \nu) = \lambda^{k+m} D_{k, m} \quad (18)$$

hol

$$D_{k, m} = \sum_{y=0}^{n-1} \sum_{x=y}^{n-1} (-1)^{x-y} \binom{n}{x-y} x^k y^m. \quad (19)$$

A (14) szerint

$$D_{k, m} = 0, \quad (20)$$

ha

$$\binom{k, m=0, 1, 2, \dots, n-1}{k+m < n-1}.$$

Továbbá

$$D_{k, n-1-s} = \frac{B_{k, n-1-s}}{\lambda^{n-1+k-s}} \quad (21) \\ (0 \leq s < k)$$

hol $B_{k, n-1-s}$ helyébe a (17) alatti kifejezés irandó.

Például

$$D_{k, n-1-k} = (-1)^k k! (n-1-k)! \quad (22)$$

Ez azt jelenti, hogy $G_k(\lambda, \nu)$ általános kifejezésében (2) a λ^{n-1} hatvány együtthatója:

$$(-1)^k k! (n-1-k)! c_{n-1-k}(\nu). \quad (23)$$

A $c_{n-1-k}(\nu)$ függvény kiszámítása végezt tehát még csak $G_k(\lambda, \nu)$ másikféle kifejezésében [II. (5)] kell a λ^{n-1} hatvány együtthatóját kiszámítani.

IV.

A $G_k(\lambda, \nu)$ II. (5) alatti általános kifejezésében :

$$G_k(\lambda, \nu) = \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^{\lambda} \left\{ \frac{J^k(u_1 u_2 \dots u_n)_{z=q_i}}{\rho_i^x} \right\}$$

a λ^{n-1} hatvány együtthatója ugyanaz, mint

$$\lambda G_k(\lambda, \nu) = \sum_{i=1}^{\lambda} \left\{ \frac{[J^k(u_1 u_2 \dots u_n)_{z=q_i}]}{\rho_i^x} \right\}$$

kifejezésében λ^n együtthatója.

A legegyszerűbb, $k=0$ esetben

$$\lambda G_0(\lambda, \nu) = \sum_{i=1}^{\lambda} \left\{ \frac{u_1 u_2 \dots u_n]_{z=q_i}}{\rho_i^x} \right\}.$$

De az I. (8) és I. (9) szerint

$$\sum_{i=1}^{\lambda} \left\{ \frac{[u_1 u_2 \dots u_n]_{z=q_i}}{\rho_i^x} \right\} = [u_1 u_2 \dots u_n]_{z=1} = \frac{\lambda^n}{a_1 a_2 \dots a_n}.$$

Így $\lambda G_0(\lambda, \nu)$ kifejezésében λ^n együtthatója :

$$\frac{1}{a_1 a_2 \dots a_n}.$$

Mivel ez az együttható a III. (23) szerint másrésztől annyi, mint

$$(n-1)! c_{n-1}(\nu)$$

tehát

$$c_{n-1}(\nu) = \frac{1}{(n-1)! a_1 a_2 \dots a_n}. \quad (4)$$

Ez még ν -tól független, állandó érték.

Ha $k > 0$, akkor a szorzat polárjára vonatkozó általános tétel szerint, melynek bizonyítása a polynomiális tételével teljesen analog,

$$\begin{aligned} & \mathcal{J}^k(u_1 u_2 \dots u_n) = \\ = & \sum_{k_1+k_2+\dots+k_n=k} \left\{ \frac{k!}{k_1! k_2! \dots k_n!} \mathcal{J}^{k_1}(u_1) \mathcal{J}^{k_2}(u_2) \dots \mathcal{J}^{k_n}(u_n) \right\} \quad (2) \end{aligned}$$

A $k_1+k_2+\dots+k_n=k$ határozatlan egyenlet megoldásai között olyanok fordulhatnak elő, hogy csak m tag ($m=1, 2, \dots, k$) különbözik zérustól, például

$$k_{i_1}, k_{i_2}, \dots, k_{i_m},$$

a többi pedig zérus, pl.:

$$k_{r_1} = k_{r_2} = \dots = k_{r_{n-m}} = 0.$$

Itt

$$i_1, i_2, \dots, i_m$$

jelentheti az $1, 2, \dots, n$ elemek bármely ismétlésnélküli kombinációját, és

$$i_1, i_2, \dots, i_m, r_1, r_2, \dots, r_{n-m}$$

jelenti ugyanazon elemeknek egy permutációját. Ehhez képest

$$\mathcal{J}^k(u_1 u_2 \dots u_n)$$

kifejezése következőleg rendezhető:

$$\begin{aligned} \mathcal{J}^k(u_1 u_2 \dots u_n) = & \sum_{m=1}^k \sum_{i_1, i_2, \dots, i_m=1}^n \sum_{\substack{k_{i_1}, k_{i_2}, \dots, k_{i_m}=1 \\ i_1 < i_2 < \dots < i_m \quad k_{i_1} + k_{i_2} + \dots + k_{i_m} = k}} \left\{ \frac{k!}{k_{i_1}! k_{i_2}! \dots k_{i_m}!} \mathcal{J}^{k_{i_1}}(u_{i_1}) \dots \mathcal{J}^{k_{i_m}}(u_{i_m}) u_{r_1} u_{r_2} \dots u_{r_{n-m}} \right\}. \quad (3) \end{aligned}$$

E szerint $\lambda(G_k(\lambda, \nu))$ kifejezése lesz:

$$\lambda \binom{i_k}{k} (\lambda, \nu) = \sum_{m=1}^k \sum_{\substack{i_1, i_2, \dots, i_m=1 \\ i_1 < i_2 < \dots < i_m}}^n \sum_{\substack{k_{i_1}, k_{i_2}, \dots, k_{i_m}=1 \\ k_{i_1} + k_{i_2} + \dots + k_{i_m} = k}} \left\{ \frac{k!}{k_{i_1}! k_{i_2}! \dots k_{i_m}!} \sum_{i=1}^{\lambda} \left[\frac{J^{k_{i_1}}(u_{i_1}) \dots J^{k_{i_m}}(u_{i_m})}{\sigma_i^r} u_{i_1} \dots u_{i_{n-m}} \right] \right\} \quad (4)$$

hol ρ_i jelent λ -dik egységgyököt.

Láttuk, hogy általában u_x a λ -dik egységgyökök közül csak az a_x -dik egységgyökökre nézve különbözhetik zérustól ($z^{a_x} = 1$). E szerint az

$$u_{r_1} u_{r_2} \dots u_{r_{n-m}}$$

szorzat csak olyan λ -dik egységgyökökre nézve különbözhetik zérustól, melyekre nézve egy tényezője sem enyészik el, azaz melyek a

$$\begin{aligned} z^{a_{r_1}} - 1 &= 0 \\ z^{a_{r_2}} - 1 &= 0 \\ &\dots \\ z^{a_{r_{n-m}}} - 1 &= 0 \end{aligned}$$

binomiális egyenletek mindenikének megfelelnek. Ezen egyenletrendszer közös gyökeit a

$$z^{d_{i_1 i_2 \dots i_m}} - 1 = 0$$

binomiális egyenlet tartalmazza, ha

$$d_{i_1 i_2 \dots i_m}$$

jelenti az

$$a_{r_1}, a_{r_2}, \dots, a_{r_{n-m}}$$

számoknak, vagyis az

$$a_1, a_2, \dots, a_n$$

sorból

$$a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_m}$$

kivételével a többi a számnak legnagyobb közös osztóját. Az

$$u_{r_1} u_{r_2} \dots u_{r_{n-m}}$$

szorzat tehát csak olyan λ -dik egységgyökökre nézve különbözhetik zérustól, melyek egyszersmind $d_{i_1 i_2 \dots i_m}$ -dik egységgyökök. Mivel pedig $d_{i_1 i_2 \dots i_m}$ osztója a λ -nak, azaz a λ -dik egységgyökök között az összes $d_{i_1 i_2 \dots i_m}$ -dik egységgyökök bentfoglaltatnak, tehát az

$$u_{r_1} u_{r_2} \dots u_{r_{n-m}}$$

szorzatot és így $\lambda G_k(\lambda, \nu)$ kifejezésében az egész

$$\left\{ \frac{\prod_{i=1}^k \mathcal{J}^{k_{i_1}}(u_{i_1}) \dots \mathcal{J}^{k_{i_m}}(u_{i_m}) u_{r_1} \dots u_{r_{n-m}}}{\rho_i^\nu} \right\}$$

tagot csak az összes $d_{i_1 i_2 \dots i_m}$ -dik egységgyökökre nézve kell összegezni. Ezekre nézve

$$u_{r_1} u_{r_2} \dots u_{r_{n-m}} = \frac{\lambda^{n-m}}{a_{r_1} a_{r_2} \dots a_{r_{n-m}}} = \frac{\lambda^{n-m} a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_m}}{a_1 a_2 \dots a_n}$$

tehát így

$$\lambda G_k(\lambda, \nu) = \sum_{(k > 0)}^k \sum_{\substack{i_1, i_2, \dots, i_m=1 \\ i_1 < i_2 < \dots < i_m}}^n \sum_{\substack{k_{i_1}, k_{i_2}, \dots, k_{i_m}=1 \\ k_{i_1} + k_{i_2} + \dots + k_{i_m} = k}}^k \left\{ \frac{k! a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_m} \lambda^{n-m}}{k_{i_1}! \dots k_{i_m}! a_1 a_2 \dots a_n} \frac{d_{i_1 i_2 \dots i_m}}{\sum_{i=1}^k} \left\{ \frac{\mathcal{J}^{k_{i_1}}(u_{i_1}) \dots \mathcal{J}^{k_{i_m}}(u_{i_m})}{\rho_i^\nu} \right\} \right\} \quad (5)$$

hol ρ_i jelent $d_{i_1 i_2 \dots i_m}$ -dik egységgyököt.

Legközelebbi feladat most a

$$\mathcal{J}^{k_{i_1}}(u_{i_1}) \dots \mathcal{J}^{k_{i_m}}(u_{i_m})$$

szorzat tényezőinek, pl. általában

$$\mathcal{J}^{k_{i_x}}(u_{i_x})$$

nek, a $d_{i_1 i_2 \dots i_m}$ -dik egységgyökökre vonatkozó értékeit kiszámítani.

Mivel

$$u_{i_x} = 1 + z^1 a_{i_x} + z^2 a_{i_x} + \dots + z^{(\mu_{i_x} - 1)} a_{i_x}$$

innen

$$\mathcal{J}^{k_{i_x}}(u_{i_x}) = a_{i_x}^{k_{i_x}} \{ 1^{k_{i_x}} z^1 a_{i_x} + \binom{k_{i_x}}{2} z^2 a_{i_x} + \dots + (\mu_{i_x} - 1)^{k_{i_x}} z^{(\mu_{i_x} - 1)} a_{i_x} \}.$$

Ha itt z helyébe valamely $d_{i_1 i_2 \dots i_m}$ -dik egységgyököt teszünk (ρ_i), akkor bármely két hatvány egyenlő

$$\rho_i^{y a_{i_x}} = \rho_i^{y' a_{i_x}}$$

ha

$$y a_{i_x} \equiv y' a_{i_x} \pmod{d_{i_1 i_2 \dots i_m}}$$

vagy mivel a_{i_x} és $d_{i_1 i_2 \dots i_m}$ legnagyobb közös osztója a bevezetett jelzés szerint

$$d_{i_1 i_2 \dots i_{x-1} i_{x+1} \dots i_m},$$

ha

$$y - y' = \frac{d_{i_1 i_2 \dots i_m}}{d_{i_1 i_2 \dots i_{x-1} i_{x+1} \dots i_m}} \dots$$

Legyen átmenetileg

$$\frac{d_{i_1 i_2 \dots i_m}}{d_{i_1 i_2 \dots i_{x-1} i_{x+1} \dots i_m}} = t_x$$

akkor egyenlő hatványok lesznek, ha

$$0 < \xi_x < t_x$$

$$\rho_i^{\xi_x a_{i_x}} = \rho_i^{(\xi_x + t_x) a_{i_x}} = \rho_i^{(\xi_x + 2t_x) a_{i_x}} = \dots = \rho_i^{(\xi_x + \mu_{i_x} t_x) a_{i_x}}$$

és $\Delta^{k_{i_x}}(u_{i_x})$ -nek a $(d_{i_1, i_2, \dots, i_m})$ -dik egységgyökökre vonatkozó értéke így írható:

$$\begin{aligned} \Delta^{k_{i_x}}(u_{i_x})_{z=\rho_i} &= a_{i_x}^{k_{i_x}} \sum_{\xi_x=0}^{t_x-1} \left\{ \xi_x^{k_{i_x}} + (\xi_x + t_x)^{k_{i_x}} + \dots + \right. \\ &\quad \left. + \left(\xi_x + \left(\frac{\mu_{i_x}}{t_x} - 1 \right) t_x \right)^{k_{i_x}} \right\} \rho_i^{\xi_x a_{i_x}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Röviden ezt így is írhatjuk:

$$\begin{aligned} \Delta^{k_{i_x}}(u_{i_x})_{z=\rho_i} &= \\ &= a_{i_x}^{k_{i_x}} \sum_{\xi_x=0}^{t_x-1} \sum_{u=0}^{t_x-1} \sum_{v=0}^{k_{i_x}} \binom{k_{i_x}}{v} \xi_x^{k_{i_x}-v} u^v t_x^v \rho_i^{\xi_x a_{i_x}}. \end{aligned} \quad (7)$$

Ha pedig a jobboldali kifejezést másképp rendezzük, előáll:

$$\begin{aligned}
 & [\Delta^{k_{i_x}}(u_{i_x})]_{z=0} = \\
 & = a_{i_x}^{k_{i_x}} \sum_{\xi_x=0}^{t_x-1} \sum_{v=0}^{k_{i_x}} \left\{ \sum_{u=0}^{\frac{\mu_{i_x}}{t_x}-1} u^v \right\} \binom{k_{i_x}}{v} t_x^v \xi_x^{k_{i_x}-v} \rho_{i_x}^{\xi_x} a_{i_x}. \quad (8)
 \end{aligned}$$

Itt azonban

$$\sum_{u=0}^{\frac{\mu_{i_x}}{t_x}-1} u^v$$

a BERNOULLI-féle sorkifejtések * alkalmazásával ilyenféle alakban állítható elő:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{u=0}^{\frac{\mu_{i_x}}{t_x}-1} u^v = \\
 & = \frac{\mu_{i_x}}{t_x} \left\{ A_{v,0} + A_{v,1} \left(\frac{\mu_{i_x}}{t_x} \right) + A_{v,2} \left(\frac{\mu_{i_x}}{t_x} \right)^2 + \dots + A_{v,v} \left(\frac{\mu_{i_x}}{t_x} \right)^v \right\} \quad (9)
 \end{aligned}$$

a hol $v=0$ esetben

$$A_{0,0} = 1$$

továbbá: $v > 0$ esetben

$$\begin{aligned}
 A_{v,v} &= \frac{1}{v+1} \\
 A_{v,v-1} &= -\frac{1}{2} \\
 A_{v,v-2} &= \frac{1}{2} \binom{v}{1} B_1 \\
 A_{v,v-3} &= 0 \\
 A_{v,v-4} &= -\frac{1}{4} \binom{v}{3} B_3 \\
 A_{v,v-5} &= 0 \\
 &\dots \\
 A_{v,v-2k} &= (-1)^{k-1} \frac{1}{2k} \binom{v}{2k-1} B_{2k-1} \quad (k > 0) \\
 A_{v,v-(2k+1)} &= 0 \quad (k > 0)
 \end{aligned}$$

* V. ö. pl. FRÖLICH I.: «Math. Repertorium» 21. §. 4.

a hol B_1, B_2, \dots a BERNOULLI-féle számok. Például, ha

$$v=2s, \quad (s>0), \quad A_{2s,0} = (-1)^{s-1} B_{2s-1}$$

ha

$$v=2s+1, \quad (s>0), \quad A_{2s+1,0} = 0.$$

Mivel $u_x = \frac{\lambda}{a_{i_x}}$, a (9) kifejezés így írható:

$$\begin{aligned} & \sum_{u=0}^{u_x-1} (u^n) = \\ &= \frac{\lambda}{a_{i_x} t_x} \left\{ A_{v,0} + A_{v,1} \left(\frac{\lambda}{a_{i_x} t_x} \right)^1 + \dots + A_{v,r} \left(\frac{\lambda}{a_{i_x} t_x} \right)^r \right\}. \quad (9)' \end{aligned}$$

Helyettesítsük ezt be $\Delta^{k_{i_x}}(u_{i_x})$ -nek a d_{i_1, i_2, \dots, i_m} -dik egységgyökökre vonatkozó kifejezésébe, akkor az lesz:

$$\begin{aligned} [\Delta^{k_{i_x}}(u_{i_x})]_{z=\varrho_i} &= \frac{\lambda a_{i_x}^{k_{i_x} t_x - 1}}{a_{i_x} t_x} \sum_{\xi_x=0}^{k_{i_x}} \sum_{v=0}^{k_{i_x}} \\ & \left\{ A_{v,0} + A_{v,1} \left(\frac{\lambda}{a_{i_x} t_x} \right)^1 + \dots + A_{v,r} \left(\frac{\lambda}{a_{i_x} t_x} \right)^r \right\} \left(\frac{k_{i_x}}{v} \right) t_x^v \xi_x^{k_{i_x} - v} \rho_i^{\xi_x} a_{i_x} \quad (10) \end{aligned}$$

E kifejezésben λ nélküli, abszolút tag nem fordul elő, a jelzett összegezesek pedig λ -t tartalmazó tényezőt már nem szolgáltatnak. Innen fontos következtetést vonhatunk. Célunk kiszámítani $\lambda G_k(\lambda, \nu)$ kifejezésében λ^n együtthatóját. A $\lambda G_k(\lambda, \nu)$ (5) szerinti kifejezésében azonban minden egyes tagnál már explicite szerepel a λ^{n-m} hatvány. A jelzett összegezesek pedig λ -t tartalmazó tényezőket már nem szolgáltathatnak. A λ^n hatvány tehát az egyes tagoknál csak úgy állhat elő, hogy a

$$[\Delta^{k_{i_1}}(u_{i_1}) \Delta^{k_{i_2}}(u_{i_2}) \dots \Delta^{k_{i_m}}(u_{i_m})]_{z=\varrho_i}$$

szorzatból a λ^m hatványt tartalmazó tagokat kiveszszük. Mivel azonban a (10) szerint

$$\begin{aligned} & [\Delta^{k_{i_x}}(u_{i_x})]_{z=\varrho_i} \\ & (x=1, 2, \dots, m) \end{aligned}$$

kifejezésben λ nélküli, abszolút tag nem fordul elő, a

$$\prod_{i=1}^m J^{k_i}(u_i) \Big]_{z=q_i}$$

szorzatból a λ^m hatványt csak egyféleképpen állíthatjuk elő, úgy tudniillik, hogy minden tényezőből a λ^1 hatványt tartalmazó tagot vesszük ki. E szerint lesz λ^m együtthatója a

$$\prod_{x=1}^m J^{k_i}(u_x)_{z=q_i}$$

szorzatban:

$$= \prod_{x=1}^m \left\{ \frac{a_x^{k_i x}}{a_x t_x} \sum_{z_x=0}^{t_x-1} \sum_{v=0}^{k_i x} A_{v,0} \binom{k_i x}{v} t_x^v \xi_x^{k_i x - v} \rho_x^{z_x a_i x} \right\} \quad (11)$$

és ezzel λ^n együtthatója $\lambda G_k(\lambda, \nu)$ kifejezésében:

$$= \sum_{m=1}^k \sum_{\substack{i_1, i_2, \dots, i_m=1 \\ i_1 < i_2 < \dots < i_m}} \sum_{\substack{k_{i_1}, k_{i_2}, \dots, k_{i_m}=1 \\ k_{i_1} + k_{i_2} + \dots + k_{i_m} = k}} \frac{k! a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_m}}{k_{i_1}! \dots k_{i_m}! a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_m}} \sum_{i=1}^{i_{i_1} i_{i_2} \dots i_{i_m}} \left\{ \prod_{x=1}^m \left\{ \frac{a_x^{k_i x}}{a_x t_x} \sum_{z_x=0}^{t_x-1} \sum_{v=0}^{k_i x} A_{v,0} \binom{k_i x}{v} t_x^v \xi_x^{k_i x - v} \rho_x^{z_x a_i x} \right\} \right\} \quad (12)$$

Vezessük most be az átmenetileg használt ξ_x és t_x helyébe a végleges

$$\xi_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)} \text{ és } t_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)}$$

jelzéseket, továbbá rövidség kedvéért a $\xi_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)}$ itt szereplő egész kifejezését jelöljük így:

$$f_{k_i x}(\xi_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)}) = \sum_{v=0}^{k_i x} A_{v,0} \binom{k_i x}{v} (t_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)})^v (\xi_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)})^{k_i x - v}, \quad (13)$$

akkor λ^n együtthatója $\lambda G_k(\lambda, \nu)$ kifejezésében következő lesz:

$$\begin{aligned}
&= \sum_{m=1}^k \sum_{\substack{i_1, i_2, \dots, i_m=1 \\ i_1 < i_2 < \dots < i_m}}^n \sum_{\substack{k_{i_1}, k_{i_2}, \dots, k_{i_m}=1 \\ k_{i_1} + k_{i_2} + \dots + k_{i_m} = k}}^k \\
&\quad k! a_{i_1}^{k_{i_1}} \dots a_{i_m}^{k_{i_m}} \sum_{i=1}^{d_{i_1 i_2 \dots i_m}} \\
&\quad k_{i_1}! \dots k_{i_m}! a_1 a_2 \dots a_n \prod_{x=1}^m \zeta_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)} \\
&\quad \left\{ \sum_{x=1}^m \left\{ \begin{matrix} t_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)} - 1 \\ \zeta_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)} = 0 \end{matrix} \right. f_{k_{i_x}}(\zeta_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)}) \rho_i^{\zeta_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)}} a_{i_x} \right\} \right. \\
&\quad \left. \rho_i^v \right\}. \tag{14}
\end{aligned}$$

Hátra van még a ρ_i szerinti összegezés elvégzése.

A felírt kifejezésben előforduló:

$$\begin{aligned}
&\prod_{x=1}^m \left[\sum_{\zeta_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)} = 0}^{t_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)} - 1} \{ f_{k_{i_x}}(\zeta_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)}) \rho_i^{\zeta_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)}} a_{i_x} \} \right] = \\
&= \prod_{x=1}^m \{ f_{k_{i_x}}(0) + f_{k_{i_x}}(1) \rho_i^{1 a_{i_x}} + \dots + f_{k_{i_x}}(\zeta_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)}) \rho_i^{\zeta_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)}} a_{i_x} + \dots + \\
&\quad + f_{k_{i_x}}(t_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)} - 1) \rho_i^{(t_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)} - 1) a_{i_x}} \}
\end{aligned}$$

polynom-szorzat a kifejtés után így írható:

$$\sum_{\zeta_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(1)} \dots \zeta_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(m)}} f_{k_{i_x}}(\zeta_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(1)}) \dots f_{k_{i_x}}(\zeta_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(m)}) \rho_i^{\alpha_{i_1} \zeta_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(1)} + \dots + \alpha_{i_m} \zeta_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(m)}}$$

hol a

$$\begin{aligned}
&\zeta_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)} \\
&(x=1, 2, \dots, m)
\end{aligned}$$

értékekre vonatkozó összegezés a

$$\begin{aligned}
0 &\leq \zeta_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)} < t_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)} \\
&(x=1, 2, \dots, m)
\end{aligned}$$

határookra terjed ki.

A kifejezést rövidebben így is írhatjuk

$$\xi_{i_1 i_m}^{(1)} \dots \xi_{i_1 i_m}^{(m)} \left\{ \prod_{x=1}^m f_{k_{i_x}}(\xi_{i_1 i_m}^{(x)}) \right\} \rho_i^{\sum_{x=1}^m a_{i_x} \xi_{i_1 i_m}^{(x)}}.$$

E szerint $\lambda G_k(\lambda, \nu)$ kifejezésében a λ^r hatvány együtthatójánál:

$$d_{i_1 i_m} \left\{ \frac{\prod_{x=1}^m \left\{ \sum_{\xi_{i_1 i_m}^{(x)}=0}^{t_{i_1 i_m}^{(x)}-1} f_{k_{i_x}}(\xi_{i_1 i_m}^{(x)}) \rho_i^{\xi_{i_1 i_m}^{(x)} a_{i_x}} \right\}}{\rho_i^{r}} \right\} =$$

$$= \sum_{\xi_{i_1 i_m}^{(1)} \dots \xi_{i_1 i_m}^{(m)}} \left\{ \prod_{x=1}^m f_{k_{i_x}}(\xi_{i_1 i_m}^{(x)}) \sum_{i=1}^{d_{i_1 i_m}} \rho_i^{\sum_{x=1}^m (a_{i_x} \xi_{i_1 i_m}^{(x)}) - r} \right\}.$$

Mivel ρ_i jelent $d_{i_1 i_2 \dots i_m}$ -dik egységgyököt, tehát

$$\sum_{i=1}^{d_{i_1 i_2 \dots i_m}} \left\{ \rho_i^{\sum_{x=1}^m (a_{i_x} \xi_{i_1 i_m}^{(x)}) - r} \right\}$$

csak olyan $\xi_{i_1 i_2 \dots i_m}$ értékekre nézve különbözhetik zérustól és pedig lesz értéke $d_{i_1 i_2 \dots i_m}$, melyek a

$$\sum_{x=1}^m \{ a_{i_x} \xi_{i_1 i_m}^{(x)} \} - r \equiv 0 \pmod{d_{i_1 i_2 \dots i_m}}$$

congruentiának is megfelelnek. E szerint a fenti kifejezés értéke:

$$= d_{i_1 i_m} \sum_{\xi_{i_1 i_m}^{(1)} \dots \xi_{i_1 i_m}^{(m)}} \left\{ \prod_{x=1}^m f_{k_{i_x}}(\xi_{i_1 i_m}^{(x)}) \right\}$$

és ezzel $\lambda G_k(\lambda, \nu)$ kifejezésében λ^r együtthatója lesz:

$$= \sum_{m=1}^k \sum_{\substack{i_1, \dots, i_m=1 \\ i_1 < i_2 < \dots < i_m}}^n \sum_{\substack{k_{i_1}, \dots, k_{i_m}=1 \\ k_{i_1} + k_{i_2} + \dots + k_{i_m} = k}}^k \frac{k! a_{i_1}^{k_{i_1}} \dots a_{i_m}^{k_{i_m}} (d_{i_1 i_2 \dots i_m})}{a_1 a_2 \dots a_n k_{i_1}! \dots k_{i_m}! \prod_{x=1}^m (t_{i_1 i_m}^{(x)})} \sum_{\xi_{i_1 i_m}^{(1)} \dots \xi_{i_1 i_m}^{(m)}} \prod_{x=1}^m f_{k_{i_x}}(\xi_{i_1 i_m}^{(x)}) \quad (15)$$

hol a

$$\xi_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)} \\ (x=1, 2, \dots, m)$$

értékekre vonatkozó összegezés kiterjed az

$$a_{i_1} \xi_{i_1 i_m}^{(1)} + a_{i_2} \xi_{i_1 i_m}^{(2)} + \dots + a_{i_m} \xi_{i_1 i_m}^{(m)} \equiv \nu \pmod{d_{i_1 i_m}}$$

congruentia mindazon megoldásaira, melyek a

$$0 \leq \xi_{i_1 i_m}^{(x)} < t_{i_1 i_m}^{(x)} \\ (x=1, 2, \dots, m)$$

feltételeknek megfelelnek.

Ezzel feladatunkat meg is oldottuk. Ugyanis a III. f. (23) szerint $\lambda G_k(\lambda, \nu)$ kifejezésében λ^n együtthatója másrészt annyi, mint

$$(-1)^k k! (n-1-k)! c_{n-1-k}(\nu).$$

A kétféle előállítás összehasonlításából következik végre, hogy

$$\begin{aligned} c_{n-1-k}(\nu) &= \\ &= \frac{(-1)^k}{(n-1-k)! a_1 a_2 \dots a_n} \sum_{m=1}^k \sum_{\substack{i_1, \dots, i_m=1 \\ i_1 < i_2 < \dots < i_m}}^n \sum_{\substack{k_{i_1}, \dots, k_{i_m}=1 \\ k_{i_1} + k_{i_2} + \dots + k_{i_m} = k}}^k \\ &= \frac{a_{i_1}^{k_{i_1}} \dots a_{i_m}^{k_{i_m}} d_{i_1 i_m}}{k_{i_1}! \dots k_{i_m}! \prod_{x=1}^m (t_{i_1 i_m}^{(x)})} \sum_{i_1 i_m}^{(1)} \dots \sum_{i_1 i_m}^{(m)} \prod_{x=1}^m f_{k_{i_x}}(\xi_{i_1 i_m}^{(x)}). \end{aligned} \quad (16)$$

Vagy másféleképen rendezve:

$$\begin{aligned} c_{n-1-k}(\nu) &= \\ &= \frac{(-1)^k}{(n-1-k)! a_1 a_2 \dots a_n} \sum_{m=1}^k \sum_{\substack{i_1, \dots, i_m=1 \\ i_1 < i_2 < \dots < i_m}}^n \frac{d_{i_1 i_2 \dots i_m}}{\prod_{x=1}^m t_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)}} \\ &= \sum_{i_1 i_m}^{(1)} \dots \sum_{i_1 i_m}^{(m)} \sum_{\substack{k_{i_1}, \dots, k_{i_m}=1 \\ k_{i_1} + \dots + k_{i_m} = k}}^k \frac{a_{i_1}^{k_{i_1}} \dots a_{i_m}^{k_{i_m}}}{k_{i_1}! \dots k_{i_m}!} \prod_{x=1}^m f_{k_{i_x}}(\xi_{i_1 i_m}^{(x)}) \end{aligned} \quad (17)$$

hol $d_{i_1 i_2 \dots i_m}$ jelenti az $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_m}$ kivételével a többi, a_1, a_2, \dots, a_n számsorból vett a szám legnagyobb közös osztóját;

$$t_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)} = \frac{d_{i_1 i_2 \dots i_m}}{d_{i_1 i_2 \dots i_{x-1} i_{x+1} \dots i_m}};$$

a $\xi_{i_1 i_2 \dots i_m}$ értékekre vonatkozó összegezés kiterjed a

$$\sum_{x=1}^m \{a_{i_x} \xi_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)}\} \equiv \nu \pmod{d_{i_1 i_2 \dots i_m}}$$

congruentiának mindazon megoldásaira, melyek a

$$0 < \xi_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)} < t_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)} \\ (x=1, 2, \dots, m)$$

feltételeknek megfelelnek;

$$f_{k i_x}(\xi_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)}) = \sum_{\nu=0}^{k i_x} A_{\nu, 0} \binom{k i_x}{\nu} (t_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)})^\nu (\xi_{i_1 i_2 \dots i_m}^{(x)})^{k i_x - \nu};$$

vége

$$A_{0, 0} = 1 \\ A_{1, 0} = \frac{1}{2} \\ A_{2k, 0} = (-1)^{k-1} B_{2k-1} \quad (k > 0) \\ A_{2k+1} = 0 \quad (k > 0)$$

és B_{2k-1} jelent BERNOULLI-féle számot.

Kiszámítottuk a $c(\nu)$ periodikus függvény számára a keresett independens formulát. A talált kifejezés teljesen és világosan megállapítja azon elemi periodikus függvényeknek általános típusát, melyekre a partitio numerorum kérdése visszavezethető. Ez a következő:

$$\sum_{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m} f_1(\xi_1) f_2(\xi_2) \dots f_m(\xi_m) \quad (18)$$

hol

$$a_1 \xi_1 + a_2 \xi_2 + \dots + a_m \xi_m \equiv \nu \pmod{d}$$

és

$$0 < \xi_i < \frac{d}{d_i} \\ (i=1, 2, \dots, m)$$

ha d_i az a_i és d legnagyobb közös osztója, továbbá f_1, f_2, \dots, f_m egész kifejezések.

Innen megint a végső typus, melyre a kérdés ráutal, a következő:

$$\sum_{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m} \{ \xi_1^{r_1} \xi_2^{r_2} \dots \xi_m^{r_m} \} \quad (19)$$

hol

$$a_1 \xi_1 + a_2 \xi_2 + \dots + a_m \xi_m \equiv \nu \pmod{d}$$

és

$$0 < \xi_i < \frac{d}{d_i} \\ (i=1, 2, \dots, m)$$

továbbá

$$r_i \geq 0. \\ (i=1, 2, \dots, m)$$

Ez a ν -re nézve periodikus összefüggvény, egyes külön eseteket kivéve, nem fejezhető ki direct a kérdés adataival, úgy mint

$$a_1, a_2, \dots, a_m, d, d_1, d_2, \dots, d_m, \nu.$$

A *partitio numerorum*-ra vonatkozó vizsgálatok további feladataul e függvény tulajdonságainak részletes elemzését lehet kitűzni, a mely különben önálló tárgyalásnak is képezheti feladatát. E vizsgálatok eredménye esetleg a $c(\nu)$ függvények általános kifejezéseinek egyszerűsítése lehet.

Itt még csak a legegyszerűbb esetekkel, úgy mint a

$$c_{n-1}(\nu), \quad c_{n-2}(\nu), \quad c_{n-3}(\nu)$$

függvények kifejezéseinek megvizsgálásával, továbbá az összes $c(\nu)$ függvényeknek egy érdekes speciális esetben való kifejezéseivel foglalkozunk.

V.

A IV. (1) szerint:

$$c_{n-1}(\nu) = \frac{1}{(n-1)! a_1 a_2 \dots a_n} \quad (1)$$

Ez még ν -től független, állandó érték.

A IV. (17)-ből $k=1$ esetben:

$$c_{n-2}(\nu) = \frac{1}{2! (n-2)! a_1 a_2 \dots a_n} \left(\sum_{i=1}^n a_i d_i - 2 \sum_{i=1}^n a_i \xi_i \right) \quad (2)$$

hol:

$$a_i \xi_i \equiv \nu \pmod{d_i} \\ (0 \leq \xi_i < d_i).$$

Ez már periodikus függvény, melynek periodusa a d_1, d_2, \dots, d_n számok legkisebb közös többsége.

Ennyi már elég az

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 = \nu$$

határozatlan egyenlet nem negatív egész megoldásai számának meghatározására. Lesz ugyanis, mivel itt

$$d_1 = a_2, \quad d_2 = a_1$$

$$\varphi(\nu) = c_0(\nu) + c_1(\nu) \nu^1 = \frac{1}{a_1 a_2} (a_1 a_2 - (a_1 \xi_1 + a_2 \xi_2) + \nu) \quad (3)$$

hol:

$$a_1 \xi_1 \equiv \nu \pmod{d_1} \quad (0 \leq \xi_1 < a_2) \\ a_2 \xi_2 \equiv \nu \pmod{d_2} \quad (0 \leq \xi_2 < a_1).$$

Azonban a_1 és a_2 relativ primek.

A IV. (17)-ből $k=2$ esetben adódik:

$$c_{n-3}(\nu) = \frac{1}{(n-3)! a_1 a_2 \dots a_n} \\ \left(\sum_{i=1}^n \left\{ \frac{a_i^2}{2} (A_{0,0} \xi_i^2 + 2A_{1,0} d_i \xi_i + A_{2,0} d_i^2) \right\} + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{i,k=1 \\ i < k}}^n \left\{ \frac{d_i d_k}{d_{ik}} \sum_{\substack{\xi_{ik}^{(i)}, \xi_{ik}^{(k)}}} a_i a_k \left(A_{0,0} \xi_{ik}^{(i)} + A_{1,0} \frac{d_{ik}}{d_k} \right) \right. \right. \\ \left. \left. \left(A_{0,0} \xi_{ik}^{(k)} + A_{1,0} \frac{d_{ik}}{d_i} \right) \right\} \right) \quad (4)$$

hol:

$$a_i \xi_i \equiv \nu \pmod{d_i} \quad (0 \leq \xi_i < d_i) \\ a_i \xi_{ik}^{(i)} + a_k \xi_{ik}^{(k)} \equiv \nu \pmod{d_{ik}} \\ (0 < \xi_{ik}^{(i)} < d_{ik}) \\ (0 < \xi_{ik}^{(k)} < d_{ik})$$

továbbá

$$A_{0,0} = 1, \quad A_{1,0} = -\frac{1}{2}, \quad A_{2,0} = \frac{1}{6}.$$

Czél szerű e formulát következőképp átalakítani. Mivel d_{ik} többese d_i -nek és d_k -nak, az utolsó congruentiából következik, hogy

$$a_i \xi_{ik}^{(i)} \equiv \nu \pmod{d_i}.$$

Másrészt

$$a_i \xi_i \equiv \nu \pmod{d_i}.$$

Ezekből

$$\xi_{ik}^{(i)} \equiv \xi_i \pmod{d_i}$$

mivel a_i és d_i relatív primek.

Ép így

$$\xi_{ik}^{(k)} \equiv \xi_k \pmod{d_k}.$$

A

$$\xi_{ik}^{(i)} \quad \text{és} \quad \xi_{ik}^{(k)}$$

tehát ily alakban állíthatók elő:

$$\xi_{ik}^{(i)} = \xi_i + \gamma_{ik}^{(i)} d_i, \quad \text{hol} \quad 0 < \gamma_{ik}^{(i)} < \frac{d_{ik}}{d_i d_k}.$$

$$\xi_{ik}^{(k)} = \xi_k + \gamma_{ik}^{(k)} d_k, \quad \text{hol} \quad 0 < \gamma_{ik}^{(k)} < \frac{d_{ik}}{d_i d_k}.$$

Ehhez képest a meghatározó congruentia, ha még $d_i d_k$ -val osztunk, így alakul át:

$$\frac{a_i d_i}{d_i d_k} \gamma_{ik}^{(i)} + \frac{a_k d_k}{d_i d_k} \gamma_{ik}^{(k)} \equiv \nu - (a_i \xi_i + a_k \xi_k) \pmod{\frac{d_{ik}}{d_i d_k}}.$$

Itt már

$$\frac{a_i d_i}{d_i d_k} \quad \text{és} \quad \frac{d_{ik}}{d_i d_k}$$

relatív primek. Ugyanis a definitióknál fogva

a_i és d_i relatív primek,

a_i és d_{ik} legnagyobb közös osztója d_i

d_i és d_{ik} " " " " d_i

Így $a_i d_i$ és d_{ik} " " " " $d_i d_{ik}$.

Hasonlóképen

$$\frac{a_k d_k}{d_i d_k} \quad \text{és} \quad \frac{d_{ik}}{d_i d_k}$$

relativ primek. Ha tehát $\gamma_{ik}^{(i)}$ a teljes maradékrendszer összes értékeit veszi fel, akkor $\gamma_{ik}^{(k)}$ is azokat veszi fel, és a congruentia megoldásainak száma az adott feltételek mellett $\frac{d_{ik}}{d_i d_k}$.

Ezek szerint a formulában:

$$\begin{aligned} \sum_{\xi_{ik}^{(i)}, \xi_{ik}^{(k)}} A_{0,0} A_{1,0} \frac{d_{ik}}{d_i} \xi_{ik}^{(i)} &= -\frac{1}{2} \frac{d_{ik}}{d_i} (\sum \xi_i + d_i \sum \gamma_{ik}^{(i)}) = \\ &= -\frac{1}{2} \frac{d_{ik}}{d_i} \left(\frac{d_{ik}}{d_i d_k} \sum \xi_i + \frac{d_i}{2} \frac{d_{ik}}{d_i d_k} \left(\frac{d_{ik}}{d_i d_k} - 1 \right) \right) = \\ &= -\frac{1}{2} \frac{d_{ik}^2}{d_i^2 d_k^2} d_k \sum \xi_i - \frac{1}{4} \frac{d_{ik}^2}{d_i d_k} \left(\frac{d_{ik}}{d_i d_k} - 1 \right). \end{aligned}$$

Épígy

$$\sum_{\xi_{ik}^{(i)}, \xi_{ik}^{(k)}} A_{0,0} A_{1,0} \frac{d_{ik}}{d_k} \xi_{ik}^{(k)} = -\frac{1}{2} \frac{d_{ik}^2}{d_i^2 d_k^2} d_i \sum \xi_k - \frac{1}{4} \frac{d_{ik}^2}{d_i d_k} \left(\frac{d_{ik}}{d_i d_k} - 1 \right).$$

Továbbá:

$$\begin{aligned} \sum_{\xi_{ik}^{(i)}, \xi_{ik}^{(k)}} A_{1,1}^2 \frac{d_{ik}^2}{d_i d_k} &= \frac{1}{4} \frac{d_{ik}^3}{d_i^2 d_k^2}, \\ \sum_{\xi_{ik}^{(i)}, \xi_{ik}^{(k)}} A_{0,0}^2 \xi_{ik}^{(i)} \xi_{ik}^{(k)} &= \frac{d_{ik}}{d_i d_k} \sum \xi_i \xi_k + \frac{1}{2} d_k \sum \xi_i \frac{d_{ik}}{d_i d_k} \left(\frac{d_{ik}}{d_i d_k} - 1 \right) + \\ &+ \frac{1}{2} d_i \sum \xi_k \frac{d_{ik}}{d_i d_k} \left(\frac{d_{ik}}{d_i d_k} - 1 \right) + \sum_{\eta_{ik}^{(i)}, \eta_{ik}^{(k)}} d_i d_k \gamma_{ik}^{(i)} \gamma_{ik}^{(k)}. \end{aligned}$$

Így

$$\begin{aligned} \sum_{\xi_{ik}^{(i)}, \xi_{ik}^{(k)}} \left(A_{0,0} \xi_{ik}^{(i)} + A_{1,0} \frac{d_{ik}}{d_k} \right) \left(A_{0,0} \xi_{ik}^{(k)} + A_{1,0} \frac{d_{ik}}{d_i} \right) &= \\ = \frac{d_{ik}}{d_i d_k} \sum \xi_i \xi_k - \frac{d_{ik}}{2 d_i d_k} (d_k \sum \xi_i + d_i \sum \xi_k) + d_i d_k \sum_{\eta_{ik}^{(i)}, \eta_{ik}^{(k)}} \gamma_{ik}^{(i)} \gamma_{ik}^{(k)} + \\ + \frac{1}{2} \frac{d_{ik}^2}{d_i d_k} - \frac{1}{4} \frac{d_{ik}^3}{d_i^2 d_k^2}. \end{aligned}$$

Legyen ez röviden R -el jelölve, akkor

$$\sum_{\substack{i, k=1 \\ i < k}}^n \frac{a_i a_k d_i d_k}{d_{ik}} (R) = \sum_{\substack{i, k=1 \\ i < k}}^n \left(\frac{a_i a_k}{2} \{2\hat{\xi}_i \hat{\xi}_k - (d_k \hat{\xi}_i + d_i \hat{\xi}_k)\} + \right. \\ \left. + \frac{a_i a_k d_i^2 d_k^2}{d_{ik}} \sum \gamma_{ik}^{(i)} \gamma_{ik}^{(k)} + \frac{1}{2} a_i a_k d_{ik} - \frac{1}{4} \frac{a_i a_k d_{ik}^2}{d_i d_k} \right)$$

és ezzel

$$c_{n-3}(\nu) = \frac{1}{(n-3)! a_1 a_2 \dots a_n} \left(\sum_{i=1}^n \left\{ \frac{a_i^2}{2} \hat{\xi}_i^2 - \frac{1}{2} a_i^2 d_i \hat{\xi}_i + \frac{1}{2} a_i^2 d_i^2 \right\} + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{i, k=1 \\ i < k}}^n \left\{ \frac{a_i a_k}{2} [2\hat{\xi}_i \hat{\xi}_k - (d_k \hat{\xi}_i + d_i \hat{\xi}_k)] + \right. \right. \\ \left. + \frac{a_i a_k d_i^2 d_k^2}{d_{ik}} \sum \gamma_{ik}^{(i)} \gamma_{ik}^{(k)} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} a_i a_k d_{ik} - \frac{1}{4} \frac{a_i a_k d_{ik}^2}{d_i d_k} \right\} \right). \quad (5)$$

Még ezt is jelentékenyen egyszerűsíthetjük. Ugyanis:

$$\left(\sum_{i=1}^n a_i \hat{\xi}_i \right)^2 = \sum_{i=1}^n a_i^2 \hat{\xi}_i^2 + 2 \sum_{\substack{i, k=1 \\ i < k}}^n a_i a_k \hat{\xi}_i \hat{\xi}_k \\ \left(\sum_{i=1}^n a_i d_i \right)^2 = \sum_{i=1}^n a_i^2 d_i^2 + 2 \sum_{\substack{i, k=1 \\ i < k}}^n a_i a_k d_i d_k \\ \left(\sum_{i=1}^n a_i d_i \right) \left(\sum_{k=1}^n a_k \hat{\xi}_k \right) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n a_i d_i a_k \hat{\xi}_k = \sum_{\substack{i, k=1 \\ i \leq k}}^n a_i d_i a_k \hat{\xi}_k = \\ = \sum_{i=1}^n a_i^2 d_i \hat{\xi}_i + \sum_{\substack{i, k=1 \\ (i \geq k)}}^n a_i d_i a_k d_k = \\ = \sum_{i=1}^n a_i^2 d_i \hat{\xi}_i + \sum_{\substack{i, k=1 \\ (i < k)}}^n (a_i d_i a_k \hat{\xi}_k + a_k d_k a_i \hat{\xi}_i) = \\ = \sum_{i=1}^n a_i^2 d_i \hat{\xi}_i + \sum_{\substack{i, k=1 \\ (i < k)}}^n a_i a_k (d_k \hat{\xi}_i + d_i \hat{\xi}_k),$$

továbbá:

$$\frac{a_i a_k}{d_i d_k} (d_{ik} - d_i d_k)^2 = \frac{a_i a_k}{d_i d_k} d_{ik}^2 - 2a_i a_k d_{ik} + a_i a_k d_i d_k.$$

Ezek tekintetbe vételével végre:

$$c_{n-3}(\nu) = 24(n-3)! a_1 a_2 \dots a_n \left\{ 3 \left(\sum_{i=1}^n a_i d_i - 2 \sum_{i=1}^n a_i \hat{\xi}_i \right)^2 - \sum_{i=1}^n a_i^2 d_i^2 - \sum_{\substack{i, k=1 \\ i < k}}^n \left[\frac{6a_i a_k}{d_i d_k} (d_{ik} - d_i d_k)^2 - 24a_i a_k \frac{d_i^2 d_k^2}{d_{ik}} \sum \gamma_{i, k}^{(i)} \gamma_{i, k}^{(k)} \right] \right\} \quad (6)$$

hol

$$a_i \hat{\xi}_i \equiv \nu \pmod{d_i} \quad (0 \leq \hat{\xi}_i < d_i)$$

$$\frac{a_i d_i}{d_i d_k} \gamma_{ik}^{(i)} + \frac{a_k d_k}{d_i d_k} \gamma_{ik}^{(k)} \equiv \frac{\nu - \sum a_i \hat{\xi}_i}{d_i d_k} \pmod{\frac{d_{ik}}{d_i d_k}} \\ \left(0 < \gamma_{ik} < \frac{d_{ik}}{d_i d_k} \right).$$

Ennyi már elég az

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 = \nu$$

határozatlan egyenlet nem negatív egész megoldásai számának meghatározására. Ekkor ugyanis $n=3$, az elemek: a_1, a_2, a_3 , vagy általánosan:

$$a_i, a_k, a_m.$$

Így a definitio szerint:

$$d_{ik} = a_m.$$

Ennek megfelelőleg:

$$\gamma_{ik}^{(i)} \text{ helyett bevezethető } \gamma_m^{(i)} \\ \gamma_{ik}^{(k)} \quad \text{''} \quad \text{''} \quad \gamma_m^{(k)}$$

és a $\sum_{\substack{i, k=1 \\ i < k}}^3 ()$ összegezés helyébe bevezethető a $\sum_{m=1}^3 ()$ összegezés.

Legyen még

$$a_i a_k a_m = a_1 a_2 a_3 = a \\ d_i d_k d_m = d_1 d_2 d_3 = d.$$

Ezek tekintetbe vételével, ha még az egyes törttagoknál megfelelő szorzásokat végzünk, a megoldások számának kifejezése lesz:

$$\varphi(\nu) = c_0(\nu) + c_1(\nu)\nu^1 + c_2(\nu)\nu^2$$

hol:

$$\begin{aligned} c_2(\nu) &= \frac{1}{2a} \\ c_1(\nu) &= \frac{1}{2a} \left(\sum_{i=1}^3 a_i d_i - 2 \sum_{i=1}^3 a_i \xi_i \right) \\ c_0(\nu) &= \frac{1}{24a} \left\{ 3 \left(\sum_{i=1}^3 a_i d_i - 2 \sum_{i=1}^3 a_i \xi_i \right)^2 - \sum_{i=1}^3 a_i^2 d_i^2 - \right. \\ &\quad \left. - \sum_{m=1}^3 \left[\frac{6a}{a_m d_m d} (a_m d_m - d)^2 - 24 \frac{a d^2}{a_m^2 d_m^2} \sum \gamma_m^{(i)} \gamma_m^{(k)} \right] \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

a hol tehát:

$$\begin{aligned} a_1 a_2 a_3 &= a \\ d_1 d_2 d_3 &= d \end{aligned}$$

továbbá:

$$\begin{aligned} a_i \xi_i &\equiv \nu \pmod{d_i} \quad (0 < \xi_i < d_i) \\ a_i d_i d_m \frac{\gamma_m^{(i)}}{d} + \frac{a_k d_k d_m}{d} \gamma_m^{(k)} &\equiv \frac{d_m}{d} \left(\nu - \sum_{i=1}^3 a_i \xi_i \right) \pmod{\frac{a_m d_m}{d}} \\ (0 < \gamma_m &< \frac{a_m d_m}{d}). \end{aligned}$$

Azonban az eredeti feltevés szerint a_1, a_2, a_3 legnagyobb közös osztója 1.

A

$$c_{n-1}(\nu), \quad c_{n-2}(\nu), \quad c_{n-3}(\nu)$$

számára megállapított általános kifejezések az

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + a_4 x_4 = \nu$$

határozatlan egyenlet nem negatív egész megoldásai számának

$$\varphi(\nu) = c_0(\nu) + c_1(\nu)\nu^1 + c_2(\nu)\nu^2 + c_3(\nu)\nu^3$$

kifejezésénél is megadják már

$$c_3(\nu), \quad c_2(\nu), \quad c_1(\nu)$$

értékeit, mint az $n=4$ helyettesítéssel előálló speciális eseteket.

Nagyon egyszerű alakot ölt a

$$c_{n-1-k}(\nu) \quad (k=0, 1, 2, \dots, n-2)$$

függvények kifejezése abban a speciális esetben, midőn az elemeknek minden a_i, a_k párja relatív primszám. Ekkor

$$d_i = d_{i, k} = \dots = d_{i_1 i_2 \dots i_{n-2}} = 1$$

és

$$d_{i_1 i_2 \dots i_{n-1}} = a_{i_n}.$$

Ha még $A_{k, 0}$ helyett röviden A_k -t írunk, a formula alakja lesz, mivel még:

$$\begin{aligned} \sum_{(m < n-1)} \binom{n-1}{i_1 i_2 \dots i_m} &= 0 \\ \sum_{(m < n-1)} \binom{n-1}{k_1 i_1 i_2 \dots i_m} &= A_{k i_x} \\ c_{n-1-k}(\nu) &= \frac{(-1)^k}{(n-1-k)! a_1 a_2 \dots a_n} \times \\ &\sum_{m=1}^k \sum_{\substack{i_1, i_2, \dots, i_m=1 \\ i_1 < i_2 < \dots < i_m}} \sum_{\substack{k_1, k_2, \dots, k_m=1 \\ k_1 + k_2 + \dots + k_m = k}} \frac{a_{i_1}^{k_1} a_{i_2}^{k_2} \dots a_{i_m}^{k_m}}{k_1! k_2! \dots k_m!} A_{k i_1} A_{k i_2} \dots A_{k i_m}. \end{aligned} \quad (8)$$

Ezt így is írhatjuk:

$$\begin{aligned} c_{n-1-k}(\nu) &= \frac{(-1)^k}{(n-1-k)! a_1 a_2 \dots a_n} \times \\ &\sum_{\substack{k_1, k_2, \dots, k_n=0 \\ k_1 + k_2 + \dots + k_n = k}} A_{k_1} A_{k_2} \dots A_{k_n} a_1^{k_1} a_2^{k_2} \dots a_n^{k_n}. \end{aligned} \quad (9)$$

Ez a rendkívül egyszerű formula $k=0$ esetben is használható, mert akkor az ismert értéket szolgáltatja:

$$c_{n-1}(\nu) = \frac{1}{(n-1)! a_1 a_2 \dots a_n}.$$

A mint a formulából kitűnik, e speciális esetben

$$c_1(\nu), c_2(\nu), \dots, c_{n-1}(\nu)$$

nem periodikusok, hanem állandók. Hanem $c_0(\nu)$ itt is periodikus, és kifejezése, melyet a IV. (17) alatti általános formulából $k=n-1$ helyettesítéssel és a specializálás tekintetbe vételével nyerhetünk, szintén egyszerűsíthető.

Még egyszerűbb alakokat nyerünk az általános formulából abban az esetben, midőn

$$a_1 = a_2 = \dots = a_n = 1.$$

Ekkor ugyanis lesz:

$$c_{n-1-k}(\nu) = \frac{(-1)^k}{(n-1-k)!} \sum_{\substack{k_1, k_2, \dots, k_n=0 \\ k_1+k_2+\dots+k_n=k \\ (0 \leq k < n)}}^k \frac{A_{k_1} A_{k_2} \dots A_{k_n}}{k_1! k_2! \dots k_n!}. \quad (10)$$

Másrészt azonban láttuk [III. fejt. (3)], hogy ebben az esetben

$$c_{n-1-k}(\nu) = \frac{1}{(n-1)!} f_k$$

hol f_k jelenti az $1, 2, \dots, (n-1)$ elemekből alkotott k fokú elemi szymmetrikus függvényt. E kétféle előállítás összehasonlításából következik, hogy

$$f_k = (-1)^k \binom{n-1}{k} \sum_{\substack{k_1, k_2, \dots, k_n=0 \\ k_1+k_2+\dots+k_n=k}}^k \frac{k!}{k_1! k_2! \dots k_n!} A_{k_1} A_{k_2} \dots A_{k_n}. \quad (11)$$

Tekintve, hogy

$$\begin{aligned} A_0 &= 1 \\ A_1 &= -\frac{1}{2} \\ A_{2k} &= (-1)^{k-1} B_{2k-1} \quad (k > 0) \\ A_{2k+1} &= 0 \quad (k > 0) \end{aligned}$$

a fenti kifejezés nem egyéb, mint az f_k elemi szymmetrikus függvény kifejezése a BERNOULLI-féle számok által.

VI.

A megoldások számát kifejező $\varphi(\nu)$ függvényben szereplő $c(\nu)$ periodikus tagok valóságos kiszámítását CAYLEY csak egyes számbeli példáknál végezte. Pl. $a_1=2$, $a_2=3$, $a_3=4$. stb. A legelső algebrai példákat WEIHRAUCH dolgozatai szolgáltatják. WEIHRAUCH azonban az a_i elemek tetszőleges száma (n) mellett még azt a speciális esetet sem oldhatta meg, midőn az elemek minden a_i , a_k párja relatív prim szám. Az általános esetet pedig, midőn az a_i elemek tetszőlegesek, csak 3 és 4 elem esetében tárgyalta.

Összehasonlítás végett érdekes lesz kimutatni, hogy például az utóbbi esetben a WEIHRAUCH formulából $c_1(\nu)$, $c_2(\nu)$, $c_3(\nu)$ számára előállítható kifejezések a jelen dolgozatban felállított általános formulából az $n=4$ helyettesítéssel speciális esetként adódnak meg.*

WEIHRAUCH nem használta az alkotó függvény előnyös segéd-eszközét, hanem tárgyalásait teljesen elemi úton végezte. Továbbá nem választotta külön a periodikus elemeket formuláiban, úgy hogy azokat csak hosszabb átalakításokkal lehet összehasonlításokra alkalmas alakra hozni. Végre pedig WEIHRAUCH a határozatlan egyenleteknek zérusnélküli, pozitív egész számokban való megoldásaival foglalkozott, míg a többi vizsgálatok az irodalomban általában a nem negatív egész megoldások számára vonatkoznak. E kétféle szám összefüggését kell mindenekelőtt megállapítani.

Jelentse az

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = A$$

határozatlan egyenlet pozitív, zérusnélküli megoldásai számát $f_n(A)$, a nem negatív megoldások számát $\varphi_n(A)$.

$\varphi_n(A)$ nem egyéb, mint z^A együtthatója az

$$\frac{1}{(1-z^{a_1})(1-z^{a_2})\dots(1-z^{a_n})} = \prod_{i=1}^n (1 + z^{a_i} + z^{2a_i} + \dots + z^{ka_i} + \dots)$$

* WEIHRAUCH eredményeinek részletesebb taglalására nézve v. ö. CSORBA GY. «A partitio numerorum irodalma.» Math. és Phys. Lapok. VIII.

szorzat kifejtésében, és $f_n(A)$ nem egyéb, mint z^A együtthatója a

$$\prod_{i=1}^n (z^{1a_i} + z^{2a_i} + \dots)$$

szorzat kifejtésében. Mivel

$$\prod_{i=1}^n (z^{1a_i} + z^{2a_i} + \dots) = z^{a_1+a_2+\dots+a_n} \prod_{i=1}^n (1 + z^{1a_i} + z^{2a_i} + \dots)$$

tehát

$$f_n(A) = \varphi_n(A - (a_1 + a_2 + \dots + a_n))$$

vagy

$$\varphi_n(A) = f_n(A + a_1 + a_2 + \dots + a_n)$$

a keresett összefüggés.

Az

$$A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 + A_4 x_4 = M$$

határozatlan egyenlet *positiv* megoldásai számának kifejezésére WEIHRAUCH* a következő formulát állította fel:

$$\begin{aligned} f_4(M) = f_4(\mu) + \frac{1}{C} \left\{ \frac{p^3 P^2}{6} + \frac{p^2 P}{2} \left(\mu - \frac{S_1}{2} \right) + \right. \\ \left. + p \left[\frac{\left(\mu - \frac{S_1}{2} \right)^2}{2} - \frac{S_2}{24} + \sum_{i=1}^3 \sum_{k=i+1}^4 B_i B_k \right. \right. \\ \left. \left. \left(\frac{c_{ik}^2}{4} - 1 - \frac{(h_{i,k}, c_{i,k}) c_{ik}}{c_{ik}} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

hol az egyes betűk jelentése a következő. Ha

$$\begin{array}{llll} b_1 & \text{az } A_2, A_3, A_4 & \text{legnagyobb közös osztója,} \\ b_2 & \text{« } A_1, A_3, A_4 & \text{« } & \text{« } \\ b_3 & \text{« } A_1, A_2, A_4 & \text{« } & \text{« } \\ b_4 & \text{« } A_1, A_2, A_3 & \text{« } & \text{« } \end{array}$$

* «Anzahl der Lösungen für die allgemeinste Gleichung ersten Grades mit vier Unbekannten». Zeitschrift für M. u. Ph. 22.

akkor A_1, A_2, A_3, A_4 ilyen alakban állíthatók elő :

$$\begin{aligned} A_1 &= b_2 b_3 b_4 B_1 \\ A_2 &= b_1 b_3 b_4 B_2 \\ A_3 &= b_1 b_2 b_4 B_3 \\ A_4 &= b_1 b_2 b_3 B_4. \end{aligned} \tag{I}$$

Jelentse továbbá

c_{12} a B_3 és B_4 legnagyobb közös osztóját,
 c_{13} a B_2 és B_4 " " "
 stb. . . .

akkor B_1, B_2, B_3, B_4 ilyen alakban írhatók :

$$\begin{aligned} B_1 &= c_{23} c_{24} c_{34} a_1 \\ B_2 &= c_{13} c_{14} c_{34} a_2 \\ B_3 &= c_{12} c_{14} c_{24} a_3 \\ B_4 &= c_{12} c_{13} c_{23} a_4. \end{aligned} \tag{II}$$

Így

$$\begin{aligned} A_1 &= a_1 b_2 b_3 b_4 \cdot c_{23} c_{24} c_{34} \\ A_2 &= b_1 a_2 b_3 b_4 \cdot c_{13} c_{14} c_{34} \\ A_3 &= b_1 b_2 a_3 b_4 \cdot c_{12} c_{14} c_{24} \\ A_4 &= b_1 b_2 b_3 a_4 \cdot c_{12} c_{13} c_{23}. \end{aligned} \tag{III}$$

Legyen

$$\begin{aligned} a_1 a_2 a_3 a_4 &= A \\ b_1 b_2 b_3 b_4 &= B \\ c_{12} c_{13} c_{14} c_{23} c_{24} c_{34} &= C \\ AC &= P \end{aligned}$$

$$M \equiv m \pmod{ABC} \quad (0 < m < ABC)$$

$$m + h_k A_k \equiv 0 \pmod{b_k}$$

$$(0 \leq h_k < b_k)$$

$$(k = 1, 2, 3, 4)$$

$$\mu = \frac{m + \sum_{i=1}^4 h_i A_i}{b_1 b_2 b_3 b_4}.$$

Jelentse $f_4(\mu)$ a

$$B_1 y_1 + B_2 y_2 + B_3 y_3 + B_4 y_4 = \mu$$

határozatlan egyenlet *positiv* megoldásai számát. Legyen

$$\begin{aligned} S_1 &= B_1 + B_2 + B_3 + B_4 \\ S_2 &= B_1^2 + B_2^2 + B_3^2 + B_4^2 \\ a - B_i + h_{ik} B_k &\equiv 0 \pmod{c_{ik}} \\ (h_{ik} &\geq c_{ik}^0) \\ B_i &\equiv e_{ik} B_k \pmod{c_{ik}} \\ (e_{ik} &\geq c_{ik}^0). \end{aligned}$$

Vége legyen

$$(h_{ik}, e_{ik})_{c_{ik}} = \sum_{r=1}^{c_{ik}} r k_r$$

hol:

$$\begin{aligned} h_{ik} + (r-1) e_{ik} &\equiv k_r \pmod{c_{ik}} \\ (k_r &\geq c_{ik}^0). \end{aligned}$$

Mielőtt az átalakításokba fognánk, néhány olyan egyszerű megállapítást kell eszközölnünk, melyek az A_i , b_i , B_i , $c_{i,k}$ számokra vonatkozó definiciókból következnek, és melyekre az átalakításoknál hivatkozás fog történni.

1. Az (I) szerint általában

$$\begin{aligned} \Sigma A &\equiv A_i \pmod{b_i} \\ (i &= 1, 2, 3, 4) \end{aligned}$$

2. Az (I)-ből következik, hogy B_1, B_2, B_3 legnagyobb közös osztója 1, mert különben A_1, A_2, A_3 legnagyobb közös osztója nem b_4 lenne, hanem ennél nagyobb szám. Ez pedig a feltétellel ellenkeznék. Ép így a B_i számok minden más hármas csoportjának legnagyobb közös osztója 1.

3. A (II)-ből következik, hogy B_1 és c_{12} legnagyobb közös osztója 1, mert különben B_1, B_3, B_4 legnagyobb közös osztója nem 1 lenne, hanem ennél nagyobb, a mi az előbbi megállapítással ellenkeznék. Így általában B_i és c_{ik} , valamint B_k és c_{ik} legnagyobb közös osztója 1.

4. A (III) szerint $b_1 b_2$ és c_{34} legnagyobb közös osztója 1, mert különben A_1, A_2, A_3, A_4 legnagyobb közös osztója nem 1 lenne, a mi a feltétellel ellenkeznék. Ép így $b_1 b_3$ és c_{24} legnagyobb közös osztója is 1; stb.

Általában

$$\frac{B}{b_i b_k} \quad \text{és} \quad c_{ik}$$

legnagyobb közös osztója 1.

5. A 3. és 4. egybevetéséből következik, hogy

$$\frac{BB_i}{b_i b_k} \quad \text{és} \quad c_{ik}$$

szintén relativ primek.

6. Az (I) szerint

$$\begin{aligned} A_1 b_1 &= BB_1 \\ A_2 b_2 &= BB_2. \end{aligned}$$

Innen, mivel B_1 és B_2 legnagyobb közös osztója c_{34} ,

$$A_1 b_1 \text{ és } A_2 b_2 \text{ legnagyobb közös osztója } Bc_{34}.$$

Itt A_1 és b_1 relativ primek, továbbá

$$b_1 \text{ és } A_2 b_2 \text{ legnagyobb közös osztója } b_1,$$

mert b_1 osztója A_2 -nek, tehát

$$A_1 \text{ és } A_2 b_2 \text{ legnagyobb közös osztója } \frac{Bc_{34}}{b_1}.$$

Itt megint A_2 és b_2 relativ primek, továbbá A_1 és b_2 legnagyobb közös osztója b_2 , tehát

A_1 és A_2 legnagyobb közös osztója lesz

$$\frac{Bc_{34}}{b_1 b_2} = b_3 b_4 c_{34}.$$

Így általában, ha A_i és A_k kivételével a többi A elem legnagyobb közös osztóját b_{ik} -val jelöljük, lesz

$$b_{ik} = b_i b_k c_{ik}.$$

Ezek után az $f_4(M)$ számára felirt formulánál a következő egyszerűsítéseket és átalakításokat végezhetjük.

Először is $M = m$ esetben

$$M \equiv m \pmod{ABC}$$

tehát a formulából

$$f_4(m) = f_4(\mu)$$

hol $f_4(\mu)$ a

$$B_1y_1 + B_2y_2 + B_3y_3 + B_4y_4 = \mu$$

és $f_4(m)$ az

$$A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3 + A_4x_4 = m$$

határozatlan egyenletre vonatkozik. Czélszerű a formulába az utóbbit bevezetni.

Mivel továbbá $h_{i,k}$ és $e_{i,k}$ a formulában explicite nem fordulnak elő, czélszerű ezeket a tárgyalásból kiküszöbölni. Mivel B_k és c_{ik} relativ primek, szabad B_k -val szorozni a

$$h_{ik} + (r-1)e_{ik} \equiv k_r \pmod{c_{ik}}$$

congruentiát. Akkor ez így alakul át:

$$B_k h_{ik} + (r-1) B_k e_{ik} \equiv k_r B_k \pmod{c_{ik}}.$$

Azonban

$$B_k h_{ik} \equiv B_i - \mu \pmod{c_{ik}}$$

$$B_k e_{ik} \equiv B_i \pmod{c_{ik}}$$

tehát

$$rB_i - k_r B_k \equiv \mu \pmod{c_{ik}} \quad (0 < k_r < c_{ik}).$$

Ez a k_r definitioja.

Végre a formulában előforduló összes periodicus elemeket, úgymint m , h_k , k_r , direct az M által definiálhatjuk. Ugyanis

$$M \equiv m \pmod{ABC}.$$

Innen

$$M \equiv m \pmod{b_k}.$$

Ennek tekintetbe vételével az

$$m + h_k A_k \equiv 0 \pmod{b_k}$$

congruentia így alakul át:

$$M + h_k A_k \equiv 0 \pmod{b_k}.$$

Ugyancsak az

$$M \equiv m \pmod{ABC}$$

congruentiából következik

$$\frac{M-m}{B} \equiv 0 \pmod{c_{ik}}.$$

Másrészt

$$\frac{m + \sum h_i A_i}{B} = \mu.$$

Ezekből

$$\mu \equiv \frac{M + \sum h_i A_i}{B} \pmod{c_{ik}}.$$

Így k_r -re nézve:

$$rB_i - k_r B_k \equiv \frac{M + \sum h_i A_i}{B} \pmod{c_{ik}}.$$

Az $f_4(M)$ formulája tehát így alakul át:

$$\begin{aligned} f_4(M) = f_4(m) + \frac{1}{C} & \left\{ \frac{p^3 P^2}{6} + \frac{p^2 P}{2} \left(\mu - \frac{S_1}{2} \right) + \right. \\ & + p \left[\frac{\left(\mu - \frac{S_1}{2} \right)^2}{2} - \frac{S_2}{24} + \sum_{i=1}^3 \sum_{k=i+1}^4 B_i B_k \right. \\ & \left. \left. \left(-\frac{(c_{ik}^2 - 1)}{4} - \frac{1}{c_{ik}} \sum_{r=1}^{c_{ik}} r k_r \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

a hol:

$$M \equiv m \pmod{ABC} \quad (0 < m < ABC)$$

$$p = \frac{M-m}{ABC}$$

$$M + A_k h_k \equiv 0 \pmod{b_k} \quad (0 < h_k < b_k)$$

$$\mu = \frac{m + \sum A_i h_i}{B}$$

$$rB_i + k_r B_k \equiv \frac{M + \sum A_i h_i}{B} \pmod{c_{ik}} \quad (0 \leq k_r < c_{ik})$$

és $f_4(m)$ jelenti az

$$A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 + A_4 x_4 = m$$

positiv egész megoldásai számát.

Hogy a *nem negatív* megoldások számának kifejezését előállíthassuk, a

$$\varphi_4(M) = f_4 \left(M + \sum_{i=1}^4 A_i \right)$$

összefüggés értelmében $f_4(M)$ kifejezésében M helyébe csak

$$M + \Sigma A_i$$

teendő. Lesz akkor

$$\begin{aligned} \varphi_4(M) = f_4(m) + \frac{1}{C} \left\{ \frac{p^3 P^2}{6} + \frac{p^2 P}{2} \left(\mu - \frac{S_1}{2} \right) + \right. \\ \left. + p \left[\left(\mu - \frac{S_1}{2} \right)^2 - \frac{S_2}{24} + \sum_{i=1}^3 \sum_{k=i+1}^4 B_i B_k \right. \right. \\ \left. \left. \left(\frac{c_{ik}^2 - 1}{4} - \frac{1}{c_{ik}} \sum_{r=1}^{c_{ik}} r k_r \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

a hol azonban :

$$M + \Sigma A_i \equiv m \pmod{ABC} \quad (0 < m < ABC)$$

$$p = \frac{M + \Sigma A_i - m}{ABC}$$

$$M + \Sigma A_i + A_k h_k \equiv 0 \pmod{b_k} \quad (0 < h_k < b_k)$$

$$\mu = \frac{m + \Sigma A_i h_i}{B}$$

$$r B_i - k_r B_k \equiv \frac{M + \Sigma A_i + \Sigma A_i h_i}{B} \pmod{c_{ik}}$$

$$(0 < k_r < c_{ik})$$

és $f_4(m)$ jelentése ugyanaz, mint fentebb.

Hogy e formulában a periodikus tagokat elkülöníthessük, vezessük be μ és p helyébe azok kifejezéseit, és aztán rendezzünk M hatványai szerint. Akkor ilyen alakú kifejezés áll elő :

$$\varphi_4(M) = c_0(M) + c_1(M) M^1 + c_2(M) M^2 + c_3(M) M^3 \quad (4)$$

hol c_0, c_1, c_2, c_3 az M -nek periodikus függvényei, mert csak az $m, h_k,$ és k_r periodikus elemeket tartalmazzák, és pedig :

$$\begin{aligned}
 c_3(M) &= \frac{1}{6AB^3C^2} \\
 c_2(M) &= \frac{1}{4AB^3C^2} \{2\Sigma A_i + 2\Sigma A_i h_i - BS_1\} \\
 c_2(M) &= \frac{1}{24AB^3C^2} \left[3(2\Sigma A_i + 2\Sigma A_i h_i - BS_1)^2 - B^3 S_2 + \right. \\
 &\quad \left. + 24B^2 \sum_{i=1}^3 \sum_{k=i+1}^4 B_i B_k < \frac{c_{ik}^2 - 1}{4} - \frac{1}{c_{ik}} \sum_{r=1}^{c_{ik}} r k_r > \right] \quad (5)
 \end{aligned}$$

hol

$$M + \Sigma A_i \equiv m \pmod{ABC} \quad (0 < m < ABC)$$

$$M + \Sigma A_i + A_k h_k \equiv 0 \pmod{b_k} \quad (0 < h_k < b_k)$$

$$rB_{i-k} B_k \equiv \frac{M + \Sigma A_i + \Sigma A_i h_i}{B} \pmod{c_{ik}} \quad (0 \leq k_r < c_{ik}).$$

Azonban $c_0(M)$ számára itt nem nyerünk abszolút formulát, mert kifejezésében a meghatározatlan $f_4(m)$ szám szerepel. A következőkben azért csak $c_3(M)$, $c_2(M)$, $c_1(M)$ kifejezéseivel foglalkozunk.

Vezessünk be h_k helyébe következőleg definiált ξ_k értéket:

$$h_k = b_k - 1 - \xi_k.$$

Mivel

$$0 < h_k < b_k$$

tehát

$$0 < b_k - 1 - \xi_k < b_k.$$

Innen

$$0 < \xi_k < b_k.$$

Ekkor

$$A_k h_k \equiv -A_k - A_k \xi_k \pmod{b_k}.$$

Másrészt

$$\Sigma A_i \equiv A_k \pmod{b_k}$$

tehát az

$$M + \Sigma A_i + A_k h_k \equiv 0 \pmod{b_k}$$

congruentiából előáll:

$$M \equiv A_k \xi_k \pmod{b_k} \quad (0 < \xi_k < b_k).$$

Ez lesz a ξ_k definíciója.

Továbbá lesz ekkor:

$$\Sigma A_k h_k = \Sigma A_k b_k - \Sigma A_k - \Sigma A_k \hat{\xi}_k.$$

Ennek tekintetbe vételével $c_2(M)$ kifejezése, ha még a

$$BS_1 = \Sigma A_i b_i$$

helyettesítést is elvégezzük, lesz:

$$c_2(M) = \frac{1}{4AB^3C^2} (\Sigma A_k b_k - 2\Sigma A_k \hat{\xi}_k). \quad (6)$$

A $c_1(M)$ kifejezésénél pedig k_r definitiója így alakul át:

$$rB_i - k_r B_k \equiv \frac{M + \Sigma A_k b_k - \Sigma A_k \hat{\xi}_k}{B} \pmod{c_{ik}}.$$

Vagy mivel

$$\Sigma \frac{A_k b_k}{B} = \Sigma B_k \equiv B_i + B_k \pmod{c_{ik}}$$

$$rB_i - k_r B_k \equiv B_i + B_k + \frac{M - \Sigma A_i \hat{\xi}_i}{B} \pmod{c_{ik}}$$

hol

$$(0 < k_r < c_{ik}).$$

Hogy $\sum_{r=1}^{c_{ik}} r k_r$ helyett i és k -ra nézve teljesen symmetricus kifejezést vezessünk be $c_1(M)$ kifejezésébe, legyen

$$r = \gamma_{i,k}^{(i)} + 1$$

$$k_r = c_{ik} - 1 - \gamma_{i,k}^{(k)}$$

akkor, mivel

$$0 < r \leq c_{ik},$$

$$0 \leq \gamma_{ik}^{(i)} < c_{ik}$$

és mivel

$$0 \leq k_r < c_{ik}$$

$$0 \leq c_{ik} - 1 - \gamma_{ik}^{(k)} < c_{ik}$$

vagyis

$$0 \leq \gamma_{ik}^{(k)} < c_{ik}.$$

A congruentia ekkor így alakul át:

$$B_i \gamma_{ik}^{(i)} + B_k \gamma_{ik}^{(k)} \equiv \frac{M - \sum A_i \xi_i}{B} \pmod{c_{ik}}.$$

Mivel

$$\frac{B}{b_i b_k} \quad \text{és} \quad c_{ik}$$

relatív primek, szabad $\frac{B}{b_i b_k}$ -vel szorozni és akkor előáll:

$$\frac{BB_i}{b_i b_k} \gamma_{ik}^{(i)} + \frac{BB_k}{b_i b_k} \gamma_{ik}^{(k)} \equiv \frac{M - \sum A_i \xi_i}{b_i b_k} \pmod{c_{ik}}$$

hol

$$\gamma_{ik}^{(i)} \text{ felveszi a } 0, 1, 2, \dots, (c_{ik}-1)$$

értékeket, és

$$\gamma_{ik}^{(k)} \text{ lehet } 0, 1, 2, \dots, c_{ik}-1.$$

A $\sum_{r=1}^{c_{ik}} r k_r$ kifejezése pedig így alakul át:

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^{c_{ik}} r k_r &= \sum_{\gamma_{ik}^{(i)}=0}^{c_{ik}-1} (\gamma_{ik}^{(i)} + 1) (c_{ik} - 1 - \gamma_{ik}^{(k)}) = \\ &= (c_{ik} - 1) \sum_{\gamma_{ik}^{(i)}=0}^{c_{ik}-1} (\gamma_{ik}^{(i)} + 1) - \sum_{\gamma_{ik}^{(i)}=0}^{c_{ik}-1} \gamma_{ik}^{(i)} \gamma_{ik}^{(k)} - \sum_{\gamma_{ik}^{(i)}=0}^{c_{ik}-1} \gamma_{ik}^{(k)} = \\ &= \frac{(c_{ik}-1) c_{ik} (c_{ik}+1)}{2} - \sum \gamma_{ik}^{(i)} \gamma_{ik}^{(k)} - \sum \gamma_{ik}^{(k)}. \end{aligned}$$

Mivel

$$\frac{BB_i}{b_i b_k} \quad \text{és} \quad c_{ik}$$

továbbá

$$\frac{BB_k}{b_i b_k} \quad \text{és} \quad c_{ik}$$

relatív primek, tehát a congruentiánál $\gamma_{ik}^{(i)}$ -vel együtt $\gamma_{ik}^{(k)}$ is a $0, 1, 2, \dots, (c_{ik}-1)$ maradérendszer összes értékeit veszi fel.

Ennélfogva

$$\sum \gamma_{ik}^{(k)} = \frac{c_{ik} (c_{ik} - 1)}{2}.$$

A

$$\sum \gamma_{ik}^{(i)} \gamma_{ik}^{(k)}$$

összegezésnél pedig a két betű bármelyike tekinthető összegezési jelnek. Így

$$\sum \gamma_{ik} = \frac{c_{ik}^2 (c_{ik} - 1)}{2} = \sum \gamma_{ik}^{(i)} \gamma_{ik}^{(k)}$$

és

$$c_1(M) = \frac{1}{24AB^3C^2} \left[3(\sum A_k b_k - 2\sum A_k \xi_k)^2 - B^2 S_2 - 24B^2 \sum_{i=1}^3 \sum_{k=i+1}^4 B_i B_k \left\{ \frac{(c_{ik} - 1)^2}{4} - \frac{1}{c_{ik}} \sum \gamma_{i,k}^{(i)} \gamma_{i,k}^{(k)} \right\} \right] \quad (7)$$

hol

$$A_k \xi_k \equiv M \pmod{b_k} \quad (\xi_k \geq 0)$$

$$\frac{BB_i}{b_i b_k} \gamma_{ik}^{(i)} + \frac{BB_k}{b_i b_k} \gamma_{ik}^{(k)} \equiv \frac{M - \sum A_k \xi_k}{b_i b_k} \pmod{c_{ik}} \quad (\gamma_{ik} \geq 0)$$

Miután a WEIHRACH formulájából $c_3(M)$, $c_2(M)$ és $c_1(M)$ számára nyert kifejezéseket kellőképpen átalakítottuk, még csak az A , B , C , B_i , c_{ik} számokat kell az eredeti feladat adataival (A_i , b_i , b_{ik}) kifejezni. Lesz:

$$AB^3C^2 = A_1 A_2 A_3 A_4$$

$$BB_i = A_i b_i$$

$$BB_k = A_k b_k$$

$$B^2 S_2 = \sum_{i=1}^4 A_i^2 b_i^2$$

$$c_{ik} = \frac{b_{ik}}{b_i b_k}$$

Ezek tekintetbe vételével végre, ha még a $\sum_{i=1}^3 \sum_{k=i+1}^4 ()$ összegezést $\sum_{\substack{i,k=1 \\ i < k}}^4 ()$ által helyettesítjük, a következő kifejezéseket nyerjük:

$$\begin{aligned}
 c_3(M) &= \frac{1}{6A_1A_2A_3A_4} \\
 c_2(M) &= \frac{1}{4A_1A_2A_3A_4} \sum_{i=1}^4 (A_i b_i - 2 \sum A_i \xi_i) \\
 c_1(M) &= \frac{1}{24A_1A_2A_3A_4} \left[3 \left\{ \sum_{i=1}^4 (A_i b_i - 2 \sum A_i \xi_i) \right\}^2 - \sum_{i=1}^4 A_i^2 b_i^2 - \right. \\
 &\quad \left. - 24 \sum_{\substack{i,k=1 \\ i < k}}^4 A_i A_k b_i b_k \left\{ \frac{(b_{ik} - b_i b_k)^2}{4b_i^2 b_k^2} - \frac{b_i b_k}{b_{ik}} \sum \gamma_{ik}^{(i)} \gamma_{ik}^{(k)} \right\} \right] \quad (8)
 \end{aligned}$$

hol

$$A_i \xi_i \equiv M \pmod{b_i} \quad (\xi_i \geq 0)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{A_i b_i}{b_i b_k} \gamma_{ik}^{(i)} + \frac{A_k b_k}{b_i b_k} \gamma_{ik}^{(k)} &\equiv \frac{M - \sum_{i=1}^4 A_i \xi_i}{b_i b_k} \pmod{\frac{b_{ik}}{b_i b_k}} \\
 &\quad \left(0 < \gamma_{ik} < \frac{b_{ik}}{b_i b_k} \right).
 \end{aligned}$$

Ezek a kifejezések a jelen dolgozatban

$$c_{n-1}(\nu), \quad c_{n-2}(\nu) \quad \text{és} \quad c_{n-3}(\nu)$$

számára V. (1), (2) és (6) alatt felállított általános formulából, a mint azt összehasonlításból közvetlenül kitűnik, $n = 4$, $\nu = M$, $a_i = A_i$, $d_i = b_i$, $d_{i,k} = b_{i,k}$ helyettesítésekkel speciális esetként adódnak meg.

ÚJABB MÓDSZER VÁLTAKOZÓ ÁRAMU INDUKCIÓS MOTOROK CSUSZAMLÁSÁNAK MEGHATÁROZÁSÁRA.

HÓOR MÓR-tól.

A következő módszer, melyet a vezetésem alatt álló elektrotechnikai laboratóriumban néhány hónap óta alkalmazok, megengedi a váltakozó áramú indukciós motorok csuszamlásának gyors és pontos meghatározását; lehetővé teszi tehát, hogy a váltakozó áramú motorok megítélésére szükséges ezen igen fontos adatot mindenféle hosszabb előkészület és kapcsolás nélkül megszerezhessük.

Köztudomású, hogy az egy és többfázisú váltakozó áramú indukciós motorok *indukált része nem követheti synchron forgásban az indukáló mező pulzatioit*, azaz nem forog a generator perccenkint való polus-vállalkozásaitól (p_1) és a motor polusszámától (π) megszabott $\frac{p_1}{\pi} = n_1$ fordulatszámmal. Az indukált rendszer perccenkint való fordulatszáma n_2 az n_1 -nél kisebb és p_2 perccenkint való polusváltakozásnak felel meg, hol $\frac{p_1}{p_2} = \frac{n_1}{n_2}$. A $\frac{p_1 - p_2}{p_2} = s$ viszonyt a motor csuszamlásának (angolul slip) nevezzük; nagyságát adott motorban ceteris paribus a terhelés szabja meg. Ismeretes, hogy $\frac{p_1 - p_2}{p_2} = \frac{m}{m + M}$, ha m -mel az indukált áramkörben fogyasztott munkát és M -mel az indukált rendszer fogyasztotta mágnesezési, a foucaultáram-munka és a végezett mechanikai munka összegét jelöljük.

A gyakorlatban a motorok hatásfokának lehető emelésére,

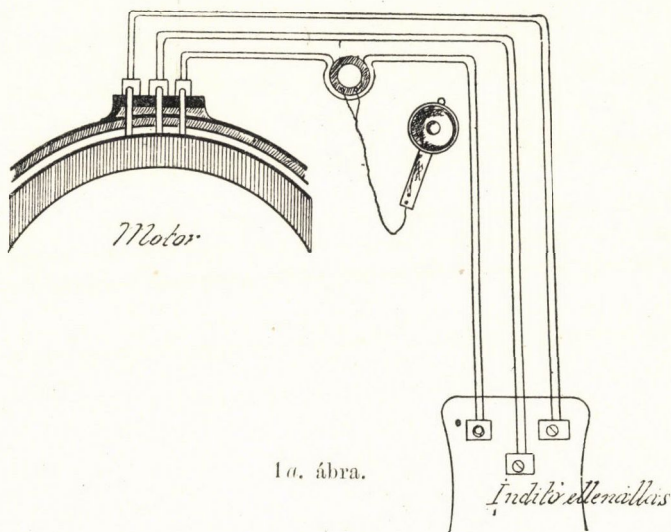
lehetőleg állandó fordulatszámú motorok szerkesztésére, azaz a slipnek lehető csökkentésére törekszünk; a csuszamlást mérve tehát képet alkothatunk magunknak az egyes motor-typusok minőségéről és a nagyban gyártott motorok esetleges gyártási hibáinak nyomára juthatunk.

A gyakorlatban *eddig alkalmazott módszerek részben teljesen megbizhatlanok* a módszer hibás alapelvénél fogva; részben nehézségek is, hosszú megfigyelési időt igényelnek és ezért csak akkor szolgáltathatnak megbízható eredményt, ha a generator fordulatszámja, a motornak terhelése, továbbá az elektromotoros erő mérés közben, tehát többé-kevésbé hosszú időig állandó marad. Tudjuk azonban, hogy a gyakorlati üzemviszonyok e feltételnek nem felelnek meg.

Könnyen belátható például, hogy az a sokhelyütt alkalmazott módszer, mely a generator és motor fordulatszámának különbségéből, tehát a két fordulatszámuk megállapításával akarja a csuszamlást meghatározni, nem vezethet eredményre. A csuszamlás, a $\frac{p_1 - p_2}{p_2}$ érték, a gyakorlatban használatos motorokban alig haladja meg a p_2 értékének néhány százalékát (így pl. a 40—50 lóerejű többfázisú motorok csuszamlása teljes terhelés mellett 2.0—2.5% szokott lenni), pedig a p_1 és p_2 fordulatszámok megállapításában a gyakorlatban használatos megfigyelési módok fogyatékoságánál, valamint a p_1 és p_2 ingadozásánál fogva, 1—2 százaléknyi hibával dolgozunk. E módszerben tehát a mérés közben elkövetett hiba ugyanolyan rendű, sőt ugyanolyan nagyságu, mint a keresett érték. Ez elvi hibán nem változtathat az sem, ha a p_1 és p_2 fordulatszámok meghatározására alkalmazott készülékeket elektromágneses kapcsolatba hozzuk azon czélból, hogy a mérőkészülékeket egyidejűleg megindíthassuk és azután egyidejűleg rögzíthessük; tényleg az ilyen elrendezések sem szolgáltatnak hasznavehető adatokat.

Nem szorul bővebb magyarázatra, hogy komolyan számbavehető, többé-kevésbé jó adatokhoz csakis a $(p_1 - p_2)$ különbségnek vagy az attól függő mekkoraságnak közvetlen mérése révén juthatunk, pl. $(p_1 - p_2)$ *különbségnek stroboszkopos megfigyelése vagy az indukált körben beálló $(p_1 - p_2)$ percenként való áram-*

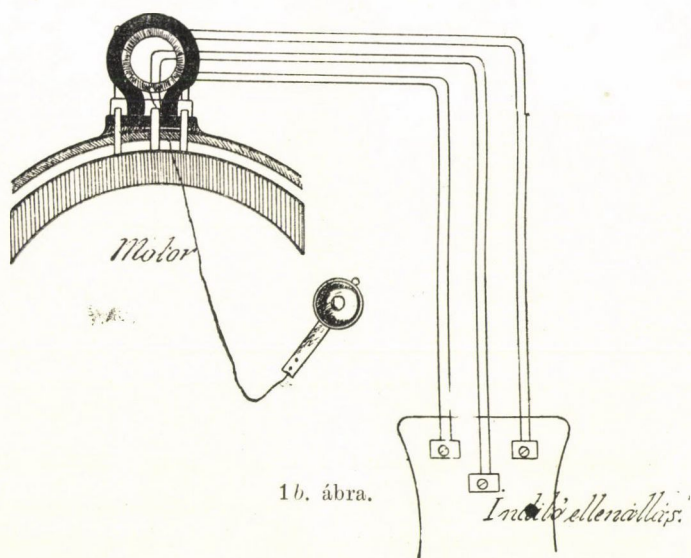
lökés számlálása révén. Magam a csuszamlás stroboskopos mérését körülbelül négy évvel ezelőtt kíséreltem meg oly módon, hogy a motor tengelyére a szíjtárcsa mögé fehér és fekete sectorokra osztott papirtárcsát erősíttem és ezt a generatorra kapcsolt valamely ívlámpával megvilágítva, megfigyeltem a tárcsa látszólagos forgási sebességét; a tárcsa perczenként való látszólagos fordulatszáma az $n_1 - n_2$ különbséggel egyenlő. E módszert négy éven át 1898 szeptember haváig folyton használtam és igen jó szolgáltatokat tett,



1a. ábra.

habár nem épen kényelmes. Az ívlámpásnak alkalmazása, beállítása, a tárcsa megerősítése sok kényelmetlenséget okoz, a megfigyelés pedig a szemet nagyon megerölteti. Kicsiny csuszamlásoknak megfigyelése, azaz perczenként kevés tárcsafordulatnak megfigyelése még nem okoz nehézséget, a sectorok képe ekkor még éles és mozgásuk megeröltetés nélkül megfigyelhető. De a mint a csuszamlás nagyobb, tehát a sectorok stroboskopos forgása gyorsabb, képük mind jobban elmosódik és szemünk csak nagy megeröltéssel, bizonyos határon túl pedig egyáltalán nem képes őket követni.

Az ívlámpás kiküszöbölésére *polariskoppal* végzett stroboszkopos megfigyelést kísérlettem meg az elmúlt évben. A motor tengelyére erősített sectoros tárcsát folytonos fényforrással, túlfeszített izzólámpával vagy Auer-égővel világítottam meg, a tárcsától reflektált sugarakat pedig két kereszttezett nicolprizmán keresztül vezettem. Ha már most a fény polarisatio-síkját sokmenetű solenoid segítségével a generátorral synchronismusban elforgattam, a tárcsának stroboszkopos képét láttam és megfigyelhettem az $n_1 - n_2$

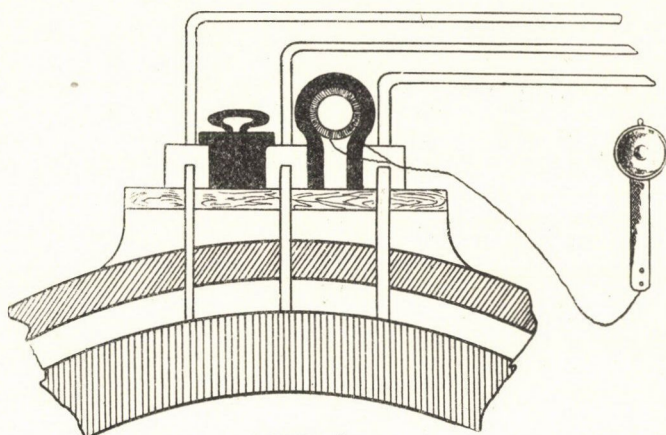


1 b. ábra.

látszólagos fordulatszámot. De ez a módszer, habár éppen úgy, mint az előbbi, teljesen kifogástalan, épséggel nem kényelmes, a mennyiben a tárcsa igen intensiv megvilágítását, azaz gyűjtőlencséknek, továbbá polariskopnak alkalmazását feltételezi, nagyobb csuszamlásoknak meghatározását pedig ugyanazon okoknál fogva nem engedi meg, mint a módszer előzetesen ismertett válfaja.

A stroboszkopos módszernél sokkal kényelmesebb megfigyelési módot szolgáltat az indukált rendszerben beálló $(p_1 - p_2)$ perzenkint való áramlökésnek megfigyelése, illetőleg számlálása. Követ-

kezöben ez utóbbi módszernek tudtommal eddig még nem alkalmazott és egyetlen kifogástalan változatát akarom bemutatni, mely a motor terhelésétől stb. meghatározott valóságos csuszamlást adja. Evvel ellentétben e módszer eddigi használtam válfaja, mely az áramlökések az indukált körbe kapcsolt árammérök segítségével figyeli meg, sohasem adhat helyes eredményt, mert az indukált körnek ellenállása a közbekapcsolt áramméröknek és a hozzátartozó vezetéknek ellenállásával növekedett, a rendesnél nagyobb; az



Motor.

1c. ábra.

árammérök tehát a nagyobb ellenállásnak megfelelő nagyobb — hamis — csuszamlást adják.

Kisebb, 8—12 HP motoroknál a vezetéknek, továbbá az összeköttetéseknek, az árammérök ellenállásai az indukált tekercsrendszer ellenállásaihoz képest kicsinyek és ezért aránylag kis mértékben hamisítják a csuszamlást.

Nagyobb, 30—50 HP motoroknál ez additionalis ellenállások befolyása természetesen sokkal nagyobb mértékben érvényesül és könnyen meggyőződhetünk arról, hogy az ily nagyobb motorokban már csak a motor indukált rendszerébe rendszeren kapcsolt vezeték-

kek, így a motor kapacitától az indító készülékhez szolgáló vezetékek is nagy mértékben, körülbelül 20—50%-kal, sőt ha a szorítók nincsenek teljesen rendben, vagy túlságos hosszúak, vékonyak a vezetékek, még nagyobb mértékben hamisítják a csuszamlást.

Természetes, hogy a motor megítélésére, megismerésére az ilyen hamis csuszamlás nem szolgáltathat használható eredményt.

Egyébiránt megjegyzem, hogy a nagyobb csuszamlásoknak, a percenkint 200-nál szaporább áramlökéseknek megfigyelése, mint már említettem, szemünket rendkívül fárasztja és nehézséget okoz.

Az árammérők ez alkalmazásának gyakorlati értékét végre nagyon csökkenti az a tény, hogy a motorokon, ha a csuszamlást mérni akarjuk, kapcsolási műveleteket kell végeznünk és üzemben lévő motorokon előkészítés nélkül nem végezhetünk idevágó méréseket stb.

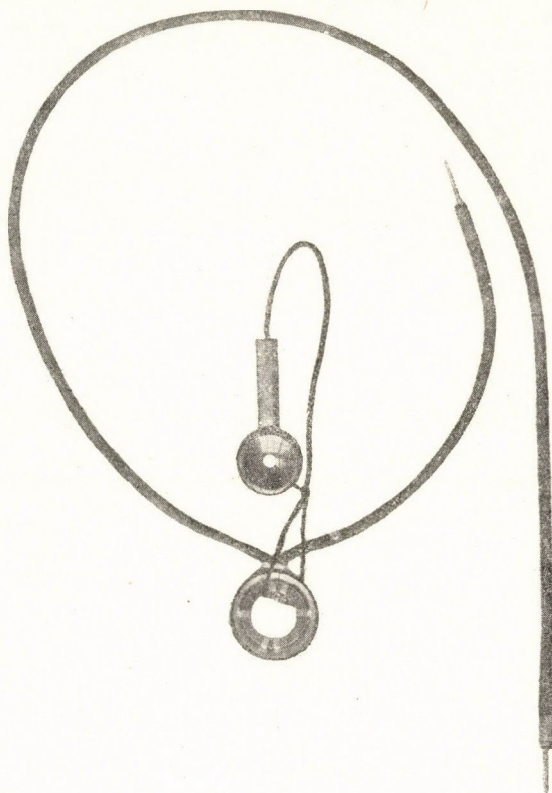
E bajokon egyszerű fogással úgy segítettem, hogy az áramlökéseket nem közvetlenül az indukált közbekapcsolt árammérőkkel, hanem annak az *inductio hatásnak* segítségével figyelem meg, melyet a pulzáló áram létesítette mező valamely sokmenetű és e mezőben megfelelően elhelyezett tekercsben gyakorol.

Ez eljárás ugyan első tekintetre nem valami kecsesítő, tényleg azonban, a mint a tapasztalás megmutatta, igen egyszerűen megvalósítható. Így például célt érünk, ha az indító készüléket a motor indukált rendszerével összekötő vezetékek valamelyikére kicsiny, körülbelül 6—7 cm. átmérőjű, 0,2 mm-es rézdrótból készült 300—400 menetes tekercset helyezünk és e kis tekercs végeihez közöséges telephont kapcsolunk (1a ábra); fokozhatjuk a hatást, ha az áramot vezető kábelt vagy a motor indukált rendszerének szorítóira alkalmazható rövidzáró vezetéket Ω alakjában hajlítjuk és ezzel a telephonhoz kapcsolt kis tekercset koncentrikusan helyezük el (1b és 1c ábra).

A telephon egész tisztán adja az árammaximumokat és minimumokat és minden megerőltetés nélkül megszámlálhatunk percenkint 250—300, sőt némi gyakorlattal 400—500 áramlökést is.

Tehát 5000 polusváltású rendszerben még 10%-os csuszamlást is elég nagy pontossággal mérhetünk.

Megjegyzem még, hogy a telephont igen érzékeny más árammérő készülékekkel, pl. váltakozó áramú Weston-Voltmérő tekerendszerével, avagy tükrös elektrodynamometerrel, aperiodikus tükrös Carpentier galvanometerrel vagy Weston-féle hordozható



2. ábra.

galvanometerrel is pótolhatjuk. Az utolsó helyen említett két készüléket különösen csekély csuszamlások megfigyelésére, így pl. terheletlen motor csuszamlásának pontos mérésére használhatjuk. Ha a pulzáló áram mezejébe helyezett tekercs méreteit megfelelően megállapítottuk, a *galvanometerben* már igen csekély csuszam-

lások váltakozó irányu, tisztán látható kilengéseket okoznak; a kilengések azaz a pulsatiók számlálása nem fárasztja ez esetben a szemet, mert a terheletlen motorokban a pulsatiók száma per-czenként alacsony.

Megjegyzem azonban, hogy kellő érzékenységű *telephonnal* és *tekerccsel* a gyakorlatban előforduló legcsekélyebb csuszamlásokat is megmérhetjük; egyébiránt nem szorul bővebb magyarázatra, hogy a *telephonnal* való megfigyelés a legkényelmesebb és mindenütt, a laboratoriumban, a gépházban, valamint a műhelyben egyaránt alkalmazható.

Az esetben, ha pl. gyári laboratoriumban új motorok kipróbálására akarjuk e módszert használni, legegyszerűbb a motor és az indító ellenállás kapcsainak összekötésére rendszeren használt valamelyik kábeldarabot egyszersmindenkorra mérő tekerccsel ellátni.

A 2. ábra ilyen tekerccsel és telephonnal felszerelt kábel darabnak képét mutatja; a kábel képezte Ω -ban elhelyezett $85\frac{m}{m}$ átmérőjű, 0.2 mm. vastag rézdrótból készült mérőtekeres menet-száma 500, a telephon pedig Deckert-féle közönséges telephon.

A módszernek egyébiránt hasznát veszik majd nagyobb elektromos motor-telepek üzemvezetői, mert az üzemben lévő motorok csuszamlását gyorsan meghatározva, egyéb mérőkészülék mellőzésével némi gyakorlattal megítélhetik a motorok terhelés fokát, egyes motorok túlságos nagy csuszamlásából pedig a hajtott munkagépekben vagy a motorban beállt hibára következtethetnek.

Végül a tökéletesség kedvéért megjegyzem, hogy a nagyobb 50—80 HP-s motorok csuszamlását egyéb eszköz hijján következő primitív módon is megfigyelhetjük. Az indukált résznek és indító ellenállásnak kapcsait hajlékony, szabadon függő kábelekkel összekötjük s e kábelek kettejét egymáshoz lehetőleg közel helyezzük. A kábelekben pulzáló áramok synchron pulzáló mozgásba hozzák a kábeleket is. Ez utóbbi eljárást, valamint az egyik-másik motorban hallható pulsatio-hangokat, csak *elvéte* és akkor is csak a csuszamlási görbe egy részének megállapítására használhatjuk.



A KÉPZETES SZÁMOK ELMÉLETE BOLYAI JÁNOS HÁTRAHAGYOTT IRATAIBAN.

Dr. STÄCKEL PÁL egyetemi tanártól Kielben.

1.

Hogy BOLYAI János, az *Appendix scientiam spatii absolute veram exhibens* (Maros-Vásárhely, 1832) szerzője a képzetes számok elméletével is foglalkozott, azt már 1868-ban SCHMIDT Ferencz építész úr megjegyezte. 1853-ban — szerinte — [János] ki akarta nyomtatni matematikai dolgozatainak egy részét, ugyanis iratai közt egy ily című értekezés töredékei foglaltatnak: «Principia doctrinae novae quantitatum imaginariarum perfectae uniceque satisfaciendae aliaeque disquisitiones analyticae et analytico-geometricae cardinales gravissimaeque. Auctore Johanne Bolyai de eadem, geometrarum in Exercitu Caesareo Regio Austriaco castrensium Capitaneo pensionato. Agropoli sive Maros-Vásárhelyini 1853».¹ Hasonló értelemben nyilatkozott 1884-ben SZILY Kálmán úr János atyjáról, BOLYAI Farkasról, írt életrajzában.²

Három év múlva Koncz József újabb adatokat közölt, kiadván egy levelet, melyet Bolyai Farkas 1837 november 7.-én barátjának, Bod Péternek, írt.³ Ebben Farkas elmondja, hogy DÓSA Elek

¹ *Aus dem Leben zweier ungarischer Mathematiker Johann und Wolfgang Bolyai von Bolya.* Grunert's Archiv der Mathematik und Physik. 48. Theil. Greifswald, 1868. 228. lap.

² *Adatok Bolyai Farkas életrajzához.* Értekezések a matematikai tudományok köréből. Budapest, 1884. 38. lap.

³ A Marosvásárhelyi Evang. Reform. Kollegium Története. Maros-Vásárhely, 1896. 292—293. lap; az illető rész már a kollegium 1887-iki értesítőjében jelent meg.

tanártársa közölte velem az *Allgemeine Zeitung*-ban a képzetes mennyiségekről hirdetett pályakérdést, és Bod Pétert teljes bizalommal arra kéri, gondoskodjék, hogy a dolgozat, melyet írt és KATONA Eleknek megküldött, KÜHN tanárnak czimezve haladék nélkül a postára adassék. Fiáról, Jánosról, Farkas így szól: «— — — az enyimet elolvasta s azt mondotta, már ő absolute nem ír; s a minap a postára menvén, ott látom Lipsiából az övének, mely egy ívből állott, vételéről a professor Kühn aláírását.»

Ezen adatok alapján, melyekhez 1896 márczius havában Schmidt építész úr révén jutottam, a tényállást pontosan megállapíthattam; erre vonatkozó kutatásaimnál Dr. ABENDROTH, ENGEL tanár és SCHEIBNER titkos tanácsos urak támogatásának örvendtem, és nekik ezért e helyen is őszinte köszönetet mondok.

1834-ben DROBISCH Móricz Vilmos¹ indítványára a lipesei Jablonowski herczeg-féle tudós társaság a következő pályakérdést hirdette ki:

«Quantitatum imaginariarum non solum in analyticis, sed etiam analytico-geometricis disquisitionibus usus nunc est satis frequens. Iam vero indigitavit Ill. GAUSS, illas quantitates, quas sub specie fictitiarum tantummodo formarum vulgo contemplari solent, negativarum instar quantitatum explicatione intuitiva non omnino esse expertes. Fuerunt praeterea alii geometrae, e quibus imprimis nominandi sunt W. Cu. BUÉE, MOURFEX, WARREN, qui has quantitates, ubi in geometricis occurrerint, construendas esse docere conarentur. Quae tamen quum adhuc dubia videantur, movet Societas quaestionem, possitne haec doctrina de constructione quantitatum imaginariarum ita firmari et excoli, ut, quae lateant constructiones, ubicunque geometrae quantitativibus illis usi sint, e certis regulis explanari possint vel, si rei natura hoc non concedit, quibusnam conditionibus imaginaria liceat construere, lucutenter appareat.»

Az *Allgemeine Literatur-Zeitung* (Halle-Lipese) Intelligenz-

¹ V. ö. még DROBISCH értekezését: *Über die geometrische Construction der imaginären Grössen*. Berichte der königlich sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften. II. köt. 171—179. l., bemutatta 1848 szeptember 5.-én.

blatt-jának 1837. évi márcziusi száma (a 111. hasábon) e pályakérdésre emlékeztetett és arra figyelmeztetett, hogy a határidő, mely alatt a pályaművek a társaság titkárához, KÜHN tanárhoz beküldendők, azon év november havával lejár.

Három mű pályázott. Csodálatos módon a szerzők mindannyian magyarok voltak: Bolyai Farkas, Bolyai János és Kerekes Ferencz. A társaság ítélete, melyet 1838 márczius havában tett közzé (v. ö. az Intelligenzblatt 1838. évi áprilisi számát, a 169. hasábon), a következő szavakkal kezdődik:

«Quaestionem mathematicam de *quantitatum imaginariarum constructione* propositam quae tractarent, tres quidem Societati traditae sunt dissertationes, nulla tamen, quod vehementer dolemus, praemio digna videbatur.

Eteniam prima, symbolo: *Sigillum veri simplex* obsignata, sermonis obscuritate, indistincta notionum definitione, inutuli signorum inusitatorum congerie et fructuum percipiendarum inopia admodum laborat, nisi fortasse hoc fructus loco accipere velis, quod auctor lineas curvas, quarum formulae e realibus tantummodo quantitibus compositae sunt, nigro, illae vero, quae formulis imaginariis utuntur, rubro colori repraesentare suadet!

Parum laudabilior altera videbatur dissertatio, cui praefixa est sententia: *fructus non nisi maturi decerpendi*. Quae priori illi tum ratione quavis habita tum in primis ea dissimilis non est, quod, quamquam minus graviter, tamen in eadem fere vitia omnia incidit, quae in recensenda illa reprehendimus.»

Ezután a harmadik pályamű bírálata következik. Ennek szerzője a díj felét nyerte, de sem nevét, sem művét nem közölte a társaság.

Továbbá az 1837. évi pályázatra vonatkozik még két levél, melyeket Bolyai János a Jablonowski herceg-féle társasághoz intézett, és melyek még most is megvannak annak levéltárában. Az elsőben, mely Domáldon, Erzsébetváros mellett, 1841 december 30.-án kelt, János azt írja, hogy a *Fructus non nisi maturi excerpendi* jeligés dolgozatot, melynek ő a szerzője, Bolyai tanár által visszakérette; minthogy azonban a társaság azt csak magának a szerzőnek hajlandó kiszolgáltatni, azért most maga kéri vissza, «ugyanis (mint benne is emlitem) váltólázban készítettem

vagy inkább kész eszméimből állítottam össze, ennélfogva még hű másolatot sem őrizhettem meg róla.» Egy másik levélben, mely a János hagyatékában talált postai vevényből itélve, 1842 február 28.-án hagyta el Erzsébetvárost, János nyomatékkal ismétli kérését és követeli, hogy értekezését tüstént küldjék vissza, mert ellenkező esetben a szász királyhoz fordul.

Közben, az első levélben található feljegyzés szerint, a kéziratot már február 15.-én visszaküldték neki. Tehát bizvást remélhettem, hogy Jánosnak a képzetes számokról írt értekezése megtalálható hagyatékában, melyet a marosvásárhelyi ev. ref. kollegium könyvtára őriz, és mely egy nagy ládát kitölt. Midőn 1898 márczius havában odautaztam, a kollegium készségesen megengedte, hogy ezen iratokat átnézhessem. Ekkor nemcsak a *Principia doctrinae novae* ama töredékeit találtam meg, melyeket már 1868-ban SCHMIDT építész úr említett, hanem egyszersmind egy tisztán írt, 8 nagy negyedretű lapra, vagyis épen egy ívre terjedő kéziratot is, mely e jeligével kezdődik: *Fructus nonnisi maturi decerpendi*. Azt a feltevésemet, hogy ez az 1837.-i értekezés, még az a körülmény is támogatta, hogy a kézirat lapjai közt feküdt a már említett 1842 február 28.-i postai földó-vevényen kívül egyszersmind KÜHN D.-nek Lipszéban 1837 október 17.-én kelt térít-vevénye, melyet Bolyai Farkas a Bodnak írt levélben említ. Nem hallgathatom ugyan el, hogy némi kétely mégis támasztható: János ugyanis 1841 december 30.-án kelt levelében azt állítja, miszerint értekezésében is fel van említve, hogy azt váltólázban készítette. Ámde ily személyes természetű megjegyzés a tisztán tudományos jellegű kéziratban nem található. Azonban akár azt hisszük, mint én, hogy János későbbi állítására nem szabad nagy súlyt helyeznünk, s hogy rosszul emlékezett, akár pedig másként vélekedünk: mindenesetre a *Fructus nonnisi maturi decerpendi* jeligés kézirat a képzetes számok elméletéről ugyanazokat az eszméket tartalmazza, melyeket János 1837. évi értekezésében kifejtett.

Ezen előkészítő megjegyzések után áttérek a képzetes számokról Maros-Vásárhelyt talált kéziratok rövid jellemzésére:

1) Az 1837. évi értekezés tervezete 18 ívrétű oldalon és még 16 kisebb levélkén az értekezés első 8 cikkelyére vonatkozik. Elmaradt az értekezésben a tervezetnek bevezetése, melyet

az A mellékletben közlök, mert a szerző alapvető gondolatának megismerésére fontos.

2) A *Fructus nommisi maturi excerpenti* jeligés kézirat, melyet az 1837. évi értekezésnek nevezek és a B mellékletben teljesen kinyomattam. A sajtó alá rendezésnél különféle toldásokat, melyeket János később végzett és melyek ilyeneknek helyükről, a gondatlanabb írásról és a sötétebb tentáról ismerhetők fel, szintén felvettem, de megkülönböztetésül *cursiv* nyomással szedtettem.

3) Elő munkálatok a *Principia doctrinae novae*-hez:

a) 20 nagy ivrétű oldal, mely az 1837. évi értekezés első 8 cikkelyére vonatkozik

b) 28 nyolczadrétű oldal, mely a 10. és 12. cikkelyre vonatkozik.

Ezek legtalálóbban az idézett cikkelyek körülírásának mondhatók. Mint tanulságos példát a C mellékletben a 10. cikkely új fogalmazását közlöm. Mint ebből látható, az eredeti szöveghez semmi lényeges tartalom nem járult. Mellesleg legyen szabad utalnom arra, hogy e kéziratok tartalmi megegyezése a *Fructus etc.* értekezéssel újabb bizonyítéka annak, hogy az valóban a Jablonowski herczeg-féle társasághoz benyújtott pályamű.

Majdnem pathologikus állapotokra emlékeztet terjengős előadásával

4) a *Principia doctrinae novae* 47 nagy ivrétű oldalból s még 14 nagyobb vagy kisebb levélkéből álló kézírata, ugyanis nem kevesebb mint 37 oldal az értekezés 2. és 3. cikkelyére vonatkozik; ezzel a kézirat megszakad. Fontosabb ezeknél a bevezetés, az 1—10. lap, mert a tervezett mű tartalmáról világosít fel; e szerint csak az 1837. évi értekezésben, melyet János a bevezetésben «quoad essentiam jam anno 1831 excogitata»-nak mond, kifejtett elmélet bővebb és javított kidolgozásáról van szó. Innen azt a benyomást nyerjük, hogy János alkotó képessége már korán kimerült, és e benyomást hagyatékának egyéb följegyzései még inkább megerősítik. Mutatóul a D mellékletben a bevezetés végét közlöm, mely az 1837. évi értekezés 1. cikkelyének felel meg, és a *Principia* tartalmáról szól.

2.

Az előbbieket szerint annak megítélésére, hogy Bolyai János mit alkotott a képzetes számok elméletének terén, elég tervezetét és az 1837. évi értekezést (A és B melléklet) tekintetbe vennünk. Méltatásuknál két lényegesen különböző kérdés oldandó meg; az egyik arra vonatkozik, hogy János értekezése mennyire felel meg a Jablonowski-féle társaság pályakérdésének, a másik pedig arra, hogy minő értéket tulajdonítsunk neki a complex számok történetének szempontjából.

A mi az első kérdést illeti, a társaság azt követelte, «hogy határozottassék meg, lehet-e a képzetes mennyiségek szerkesztésének elméletét úgy megalapítani és kifejteni, hogy segítségével mindenütt, a hol a geometriában képzetes mennyiségek használatnak, a mögöttük lappangó szerkesztéseket biztos szabályok szerint megállapíthassuk, vagy hogy ha ez lehetetlen, legalább világosan kitűnjék, mily feltételek mellett szerkeszthetők meg a képzetes mennyiségek.» Tehát a pályakérdés tulajdonképeni tárgyára csak az értekezés 10. §-e és a 11. § egy része vonatkozik. Ennélfogva azt kell mondanunk, hogy János a képzetes számoknak az 1—7. §-ben kifejtett elméletének a geometriai szerkesztésekre való alkalmazására nézve igen keveset tett, és hogy DROBISCH a *Fructus non-nisi maturi decerpenti* büszke jeligével szemben joggal panaszkodhatott a «leszakasztható gyümölcs hiányáról», melyet a logaritmusnak a 8. §-ben előadott elmélete sem pótolhat. Épen oly kevéssé tagadható, hogy elméletének előadása világosság és egyszerűség tekintetében sok kívánni valót hagy, sőt a nem-euklidesi geometriára vonatkozó kitérés (9. §), bármily érdekes, az avatatlan olvasónak akkor teljesen érthetetlen volt.¹

Eszerint a társulatnak nem vethetjük szemére ítéletét, melyet «mély sajnálatára» hoznia kellett, és nem csatlakozhatunk Jánoshoz, a ki bosszankodásának a tervezet szélén e keserű sza-

¹ Említésre méltó, hogy János itt a *parasphaera* és *hypersphaera* elnevezéseket használja, melyeket GAUSS a Bolyai Farkasnak 1832 márczius 6.-án írt levélben ajánl.

vakban adott kifejezést: «*Schade, dass dieser grosse Schatz in unwürdige Hände fiel.*»

Jánosnak a képzetes számokra vonatkozó elmélete kétségtelenül nagy kincs volt, és jelentékeny lépést jelentett azon állásponttól, melyet GAUSS elfoglalt, a complex számok mai felfogásához. Ámde a mit ma tisztán látunk, az még csak ködös homályban lebegett János előtt. Geniális intuitiójában sejtette a problémának megoldását, de képtelen volt azt kidolgozni, mások előtt is érthető módon előadni. Úgy járt mint atyja, kiről a *Tentamen* annyi helyén látszik, hogy egészen közel jutott modern matematikai problémákhoz, de a nélkül, hogy megragadhatta volna.

Midőn ezzel a második kérdés megoldására térek át, mindezek előtt ama befolyással kell foglalkoznom, melyet Bolyai Farkas vizsgálatai Jánosnak a képzetes számokra vonatkozó elméletére gyakoroltak; ez annál szükségeseb, minthogy e vizsgálatok eddig egyáltalában nem részesültek figyelemben és még a complex számok elméletének legújabb feldolgozásában¹ sem említettnek. Ily befolyás János geometriai dolgozataiban is kétségtelenül felismerhető, és ENGEL Frigyes joggal mondja «GAUSS, SCHWEIKART és LOBATSCHESKIJ érett férfiak voltak, midőn a paralellák elméletének talányát megfejtették, és mindegyik előbb számos évet fordított hasztalan erőlködésekre, míg BOLYAI J. már mint huszonegy éves ifjú felismerte az igazságot, miután a tárggyal legfeljebb három vagy négy évig foglalkozott komolyan. De már Jánosnak atyja, BOLYAI FARKAS, két évtizednél tovább hasztalan küzködött a paralellák elméletének nehézségeivel; az a hatalmas szellemi munka, melyet GAUSS, SCHWEIKART és LOBATSCHESKIJ egymaguk végeztek, a BOLYAI-aknál két nemzedéken oszlott meg.»²

Maga János is, számos rüt vizsgálódás daczára, sohasem szünt meg atyjában, ki maga vezette be a matematikába, azt a hálás tiszteletet érdemlő mestert látni, kinek, hogy KRONECKER kifejezését használjam, «matematikai létét» köszönte. Ez a hagyaték

¹ E. STUDY: *Theorie der gemeinen und höheren complexen Zahlen*. Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften. Bd. I. Leipzig, 1899. 147—183. lap.

² NIKOLAJ IWANOWITSCH LOBATSCHESKIJ: *Zwei geometrische Abhandlungen*. Zweiter Theil. Leipzig, 1899. 382—383. lap.

számos helyéből kitűnik, egyebek közt a D melléklet elejéből, hol atyját mintaképének mondja és EUKLIDES-szel egy sorba helyezi.

BOLYAI FARKAS-nál lehetetlen fel nem ismerni, hogy a számtannak és geometriának még a 19. században is oly sokáig szokásban volt összekeverésével szemben e két testvértudománynak — «arbores corradicatae coronisque confluentibus» mint a *Tentamen*-ben mondja — egymástól független alapvetésére törekszik, habár szétválasztásukat távolról sem viszi következetesen keresztül. E törekvését jellemzően fejezi ki egy nyilatkozata, mely az algebra alaptételének első GAUSS-féle bebizonyítására vonatkozik.¹ Miután GAUSS értekezését mint «primitiae messis ditissimae» lelkesen dicsérte, matematikai lelkiismerete mégis a következő észrevételre készíti: «fit quidem Geometriae subsidio; sed veritas veritatis heterogenea non est.»

Ugyanezt az álláspontot foglalja el János, a ki (a 11. §-ben) a képzetes számok Gauss-féle elméletére² joggal azt a kifogást teszi, hogy a benne használt *jobbra* és *balra*, *fenn* és *lenn* fogalmak nem eléggé szabatosak, és hogy a számtanban kerülendők a geometriai megfontolások.

A számtan és a geometria összekeverése a folytonos számsornak ama jogosulatlan hallgatag használatából eredt, mely az analitikai geometria keletkezése óta a számoknak egy egyenes pontjaival való ábrázolásához fűződött. Ámde a szám keletkezésére nézve discret természetű, és innen oly discrepantia keletkezik, mely már a proportionak Euklides-féle értelmezésében megtalálható. Farkas úgy segített magán, hogy az időt használta a folytonos változó ábrázolására. Ezt az eljárást a század első felében gyakran alkalmazták, habár a nehézségeket nem szünteti meg, csak máshová helyezi. Az időnek e bevonása, mely érdekes átmenetet képez a folytonos változás fogalmának tisztán arithmetikai megállapításához, de fájdalom eddig még beható történeti tárgya-

¹ *Tentamen*. T. I. 425. lap, ed sec. 461. lap.

² *Selbstanzeige der Theoria residuorum biquadraticorum, Commentatio secunda*, Göttingische Gelehrte Anzeigen vom 23. April 1831 és műveinek II. köt. 169—178. lap.

lásban nem részesült, Jánosnál is megvan, a ki értekezésében a számokat ismételten időtartamokkal («durationes») ábrázolja.

Különösen fontos János vizsgálataira nézve a negatív számok azon elmélete, melyet atyja a *Tentamen*-ben kifejtett. A tervezet (A melléklet) első két cikkelyében János alapjában Farkasnak gondolatát fejti ki, csak hogy oly világosan és élesen, mint apjának sohasem sikerült. E gondolat nem egyéb, mint alapvető fontosságú belátása annak, hogy a negatív számok csak akkor nyernek értelmet, ha a mennyiségeknek két «determinatio»-t tulajdonítunk, vagy más szóval, ha az eredeti «+» egységen kívül még egy új «—» egységet vezetünk be, a minek felismerésében persze már BUIE (1806) megelőzte Farkast.¹ E gondolat jelentőségének érzetében Farkas az összeadás és kivonás «+» és «—» jeleitől való megkülönböztetés végett a pozitív és a negatív egység számára két külön jelt vezetett be: «+1» és «—1». E jelek a negatív számok elméletének megalapításában hasznosak lehetnek, de igen kívánatos e békákat minél előbb ismét lerázni, különben a tárgyalás fölöslegesen hosszadalmassá és nehézkesé válik.

Bolyai Farkas a negatív számokra vonatkozó elméletének természetes továbbfejlesztéséből származott Jánosnak a képzetes számokra vonatkozó elmélete; az apa itt is fia előtt «világított.» Mielőtt azonban ezen elmélet fejtegetésébe bocsátkoznék, néhány szóval meg akarok emlékezni Farkasnak a képzetes számokról alkotott elméletéről, melyet ismételten tárgyalt.² Farkas minden

¹ *Mémoire sur les quantités imaginaires*, read 20. Juni 1805. Philosophical Transactions, London 1806. Itt a 24. lapon a következő áll:

«Chacun des signes + et — a deux significations tout-à-fait différentes.

1^o. Mis devant une quantité *q*, ils peuvent désigner, comme je l'ai dit, deux opérations arithmétiques opposées dont cette quantité est le sujet.

2^o. Devant cette même quantité ils peuvent désigner deux qualités opposées ayant pour sujet les unités dont cette quantité est composée.»

² *Tentamen* t. I. pag. 105—118, ed. sec. pag. 121—136; v. ö. még pag. 177, ed. sec. pag. 202, t. II. pag. 357—371, ed. sec. pag. 524—539, valamint *Errores ad t. I. pag. LIV—LVIII*, ed. sec. pag. 540—543, végre a később nyomott *Errores ad t. I. pag. LXXVI—LXXXVI*, ed. sec. pag. 454—555. Az utolsó idézet fejtegetéseit Bolyai F. az 1851-ben megjelent

mennyiséget egy még szabadon választható egységgel gondol el látva, melynek alkalmas választásával $\sqrt{-1}$ a mindig valami valósát jelent. «Sit igitur fas, ea quorum realitas multiplicationi quoad $+1$ innititur, *realia quoad $+1$* (breviter *realia*), illa vero quorum realitas multiplicatione quoad -1 innixa est, *realia quoad -1* , sive *pure imaginaria* dicere.» Az $\alpha + \beta \sqrt{-1}$ alakú számokat, hol α és β valósak, »imaginarium»-oknak mondja. Különös nehézségeket okoz neki a képzetes számok szorzása, melyet a «divisio absoluta» fogalmára alapít. Erre vonatkozó fejtegetései igen homályosak és mint János a 11. §-ben joggal megjegyzi, helyenként hibásak.

Egészen másként jár el János: mindjárt négy egységet vezet be: $+1$, -1 , $+i$, $-i$; az első kettőt valósaknak és ellentetteknek, az utóbbi kettő képzeteseknek és ellentetteknek nevezi, azután pedig gondosan és részletesen kifejti a műveleti szabályokat e négy egységből alkotott számokra vonatkozólag, melyek, mint kimutatja, mindig az $\alpha + \sqrt{-1} \beta$ redukált alakra hozhatók, hol α és β pozitív vagy negatív valós számokat jelentenek. Feladatát ugyan nagyon megnehezítette azzal, hogy teljesen apja gondolatmenetét követve, az egységek $+1$, -1 , $+i$, $-i$ jelein kívül még a megfelelő $+$, $-$, $+$, $-$ műveleti jeleket is bevezeti, s ennél fogva elmélete fölöslegesen komplikáltnak látszik. De ez csak külső hiány, mely nem akadályozhat meg annak a lényeges haladásnak felismerésében, melyet Jánosnak a képzetes számokról alkotott elmélete ama korban jelentett.

Igaz, hogy ez csak egy megszorítással mondható. Mikor János kéziratát Lipschébe küldte, már nyomtatásban megjelent egy értekezés,¹ mely azt a modern felfogást, hogy a közönséges complex számok valós számpárok, egészen világosan kimondotta és kifejtette. Szerzője HAMILTON volt, a *quaterniók* híres felfedezője. E ne-

«Kurzer Grundriss» számára felhasználta, l. annak 25—26. lapját. Részemről hajlandó vagyok az *Errores* ezen utolsó tárgyalását a Jablonowski-féle társaságnak 1837-ben benyújtott pályaműnek tartani; nézetem pontosabb megokolása itt nincs helyén.

¹ *Theory of Conjugate Functions, or Algebraic Couples*, read 4. Nov. 1833 and 1. Jun. 1835. Transactions of the Royal Irish Academy. Vol. XVII. Dublin, 1837. 293—423. lap.

vezetes értekezéséből, mely megjelenésekor nem keltett figyelmet és csak a legújabb időben részesült a kellő méltatásban,¹ álljon itt az a részlet (i. h. 417—418. l.), mely Hamilton elméletének mintegy velejét tartalmazza :

«In the *theory of single numbers*, the symbol $\sqrt{-1}$ is *absurd*, and denotes an *impossible extraction*, or a merely *imaginary number*; but in the *theory of couples*, the same symbol $\sqrt{-1}$ is *significant*, and denotes a *possible extraction*, or a *real couple*, namely the *principal square-root of the couple* $(-1, 0)$. In the latter theory, therefore, though not in the former, this sign $\sqrt{-1}$ may properly be employed; and we may write, if we choose, for any couple (a_1, a_2) whatever,

$$(a_1, a_2) = a_1 + a_2 \sqrt{-1},$$

interpreting the symbols a_1 and a_2 , in the expression $a_1 + a_2 \sqrt{-1}$, as denoting the pure primary couples $(a_1, 0)$ $(a_2, 0)$, — — — and interpreting the symbol $\sqrt{-1}$, in the same expression, as denoting the secondary unit or pure secondary couple $(0, 1)$.»

HAMILTON értekezésének kétségtelenül nagy előnyei vannak Jánosé fölött. Nemcsak előadása jóval világosabb és teljesebb, hanem Hamilton tovább is lát, már akkor tudja, hogy több mint két, vagy ha a két negatív egységet külön számítjuk, több mint négy egységből alkotott számokra hasonló elmélet állítható fel (422. l.). János ugyan azt állítja (3. §.), hogy épen az ő négy egysége $\dagger 1$, -1 , $\dagger\dagger 1$, $\dagger\dagger\dagger 1$ vezetendő be, sem több, sem kevesebb, de ennek bebizonyításával adós marad. Továbbá míg János a complex számok szorzásának szabályait minden megokolás nélkül, úgyszólván egy parancsolattal vezeti be, addig HAMILTON a distributív törvény alapján megadja a szorzás legáltalánosabb képletét és azt a megjegyzést fűzi hozzá, hogy czélszerűségi szempontokból ajánlatos a benne szerepelő állandókat úgy választani, hogy a közönséges complex számokra jussunk. János javára ugyan fel kell említenünk, hogy egészen világos tudatával birt annak, hogy a complex számokkal való szorzás szabályait még csak értelmezni kell, és

¹ STUDY, i. h. 149. lap, hol fel kellett volna említeni, hogy HAMILTON úgy látszik a complex számok GAUSS-féle elméletéről mit sem tudott.

hogy itt ép úgy, mint a negatív számoknál (v. ö. a tervezet 2. §-ét), semmi esetre sincs megengedve a közönséges számokra vonatkozólag érvényes szabályokat közvetlenül az új számokra átvinni. Ennek helyes felismerése különösen onnan látszik, hogy János GAUSS-nak levezetése ellen, mely szerint a complex egész számok egy négyzetes háló pontjai által a síkban ábrázolhatók, joggal azt a kifogást teszi, hogy Gauss itt a proportionak közvetlenül csak a valós számokra érvényes fogalmát meg nem engedett módon alkalmazza a képzetes számokra is.

Mindent összevéve azt mondhatjuk, Jánosnak ugyan nem volt elég ereje, hogy eszméit tisztázza és nekik határozott alakot adjon, és ifjuságának sokat ígérő gyümölcseit, fájdalom, nem érlelhette meg, mégis a képzetes számok elméletére vonatkozó alkotásai nem méltatlanok az *Appendix* szerzőjéhez és neki ezen elmélet történetében maradandó helyet biztosítanak.

A melléklet.

A tervezet 1. és 2. §-a.

Responsio ad quaestionem, veram indolis quantitatum (vulgo) imaginariarum dictarum expositionem concernentem, ab Inclyta Societate Scientiarum Jablonowskiana Lipsiae d. d. . . ta Martii 1837 motam.

§ 1.

Cum quisque in functionibus animae suae exercendis eum in finem ut in aliis quoque eadem repraesentationes ut in nobis ipsis exsurgant adeoque [in] condendo quovis systemate scientifico, necessario formatione seu constructione conceptuum, sive determinatione sensus omnium vocum aliorumve signorum in discursu occurrentium per quasdam voces seu conceptus simplices ac indefinibiles (quales, cum omnia definire manifesto impossibile naturaeque systematis scientifici repugnans sit, necessario adsunt et quarum significationem aliis nonnisi per immediatam promonstrationem(?) et nonnisi imperfecte enuntiare possumus et qualium aliquas libro construendo tanquam notas supponere coacti sumus) inchoare debeat; et postea, positis propositionibus quibusdam simplicissimis ac haud amplius ex aliis deductilibus ac per se jam satis claris (e qualibus itidem necessario exundum est) cujusvis alius propositionis veritas aut falsitas (quando formâ theorematis exhibetur), possibilitas aut impossibilitas (siquidem sub forma problematis nunciata fuerit) haud aliter quam disquirendo, num ea ex axiomatibus positis (vim definitionum probe retinendo, secundumque certas leges (logices) concludendo seu procedendo) consequantur aut minus, decidenda sit: disquisitio praesens manifesto reduci potest ad tria momenta sequentia:

1^{mo} definire quid sub quantitibus imaginariis intelligendum sit;

2^{do} definire quid sub constructione earundem quantitatum intelligatur;

3^{to} denique decidere, num quantitates imaginariae construi possint an secus? atque in casu primo modum talis constructionis ostendere.

Quae omnia jam methodo debita omnique quae desiderari potest claritate aggredimur absolvemusque; qui contemplationis modus, ad quem uti ad totius theoriae verae quantitatum imaginariarum aequae ac realium momenta praecipua auctor occasione infra dicenda multos jam abhinc annos pervenit, ei per longum usum perfamiliaris factus est. At hic tantum summa brevitate necessarium ex theoria ipsa excerpere proferreque licet: quae vero ad scopum praesentem sufficient.

§ 2.

Nil omnino absurdius, rationique magis dissentaneum excogitari potest, quam conamen majus ex minori demendi, discursusque de quantitibus ipso 0 minoribus maxime vanus, tempora testatur, quibus nonnunquam vel geometris insignissimis veritatem simplicem velo mysterioso oculo sano impenetrabili involvere placeret, tractatione rei superficiali resultatisque speciem habentibus deceptis et contentis nullumque ideo scrupulum ulteriorem moventibus. Si e. g. debitum tamquam bonum negativum, via ad sinistram ut negativa via ad dextram, hyperbola (in geometria vulgari, theoremati, ab ipso Euclide perperam sub forma axiomatis XI. assumti innixa) ut ellipsis axis minoris imaginarii censeatur et vice versa vel si de quantitibus loqueris, quae positivis dictis additae illas diminuant (ita ut $a+b$ fiat minor quantitate positiva a , imo talis evadere possit, ut et ipsa quantitati positivae addita hanc non augeat), voces dextrum, sinistrum, hyperbola, ellipsis, additio in sensu communi accipiendo (ut quidem, si essentiam rei spectes, tamen omnino mos est) re accuratius examinata equisne hoc approbaturus est, et quis potius non dixerit, tali modo naturae vim illatam fore, quippe cum tales propositiones omnino contradictoriae sint. Namque etsi significatio ipsius $a-b$ vulgo data optime concipi possit, usque dum est $a > b$; expressio illa sensum haud am-

plus habebit, simulac est $a < b$. Committiturque paralogismus crassissimus, extendendo ea, quae proprie nonnisi de iis casibus, ubi demendum minus quam diminuendum est, valent, generaliter ad alios quoque casus tractandoque postea talos complexus ut $-b$ (quae secundum definitionem nonnisi quantitibus ipso b majoribus postpositae, seu adjunctae sensum habent) tanquam signa quantitatum.

Et sunt hoc modo definitae jam quantitates negativae ipsae vere impossibiles, seu tales non existunt. Atque eodem jure, si te demonstravisse credideris duos factores tam positivos quam negativos factum positivum producere, nec factores alius indolis praeter tales admiseris, utique recte contenderis, quantitatem, cujus quadratum negativum sit, seu radicem quadratam ex negativo prorsus impossibilem esse. At si ad talem complexum symbolorum, ut $\sqrt{-1}$, cui nullum objectum respondet (quasi imaginem absque originali), delapsus, theorematibus ut tuis certam generalitatem elegantiamque conciliare possis, tales complexus tamen retineas, operationibusque calculi subicias - ipsum $\sqrt{-1}$ nonnisi tanquam rem omni ulteriori significatione carentem contemplando - effugium hocce non solum menti semper objectum suum intueri intuitivamque cognitionem assequi cupienti neutiquam satisfaciens est, sed omnimodo a soliditate geometrica abhorret dignitasque scientiae utilissimae certitudineque perfecta gaudens hoc modo tanquam ludibrium inane, resultataque chimaeris superstructa merito dubiosa censerentur. Quid enim juvat scire vel potius quem sensum habet e. g. propositio, cuivis aequationi algebraicae ordinatae satisfieri posse per valorem incognitae talem $a + b\sqrt{-1}$ (designantibus a, b quantitates reales) dum ideam quae res $\sqrt{-1}$ per quantitatem b multiplicari possit, fingere non potes? Et qui potes de resultati tui exactitudine convictus esse, dum in eliciendo illo impossibilia et non entia fictaque tanquam possibilia atque existentia veraque tractaveris? At metaphysica totius hujus argumenti longe alia est paullo inferius summa simplicitate exponenda quamvis remedium etiam his inconvenientiis modo sequenti laud difficulter affertur. Quantitates vulgo positivae dictae (ut, uti necesse est, ad fundamentum recurramus) nil aliud sunt, quam quantitates ipsae absolutae. Si jam (quavis litera quantitatem deno-

tante) debeat esse $a+x=c$ ipso a minori: manifesto ex a demi debeat illi b quo a ipsum c superat, aequale; et si in hoc casu ipsum x per $-b$ denotes, [ita ut] $a+(-b)<a$, erit quidem omnino $-b$ tanquam quantitas ipsi a homogenea non existens: at si (quod potest) $-b$ denotet quantitatem quamcumque ipsi a heterogeneam, vel ipsum $-b$ (complexum seu materiam signorum $-$ et b intelligendo) sit quantitas, e. g. si sint a, b durationes (tempora) et $-a, -b$ rectae, atque definitionem statuas, talem expressionem $a+x$, donec x cum a homogeneum fuerit, denotare ipsorum a, x summam (in sensu vulgari); si vero (ut casum $x=0$ brevitatis caussa hic praeteream) fuerit x ipsi a heterogeneum, tum $a+x$ denotet ipsum a ea quantitate diminutam, ad quam ita se habet x (geometrice) ut $-a:a$, siquidem 4-ta haecce proportionalis ad $-a, a, x$ ipso a non major fuerit, secus autem ipsum x quantitate $-a$ diminutum: expressiones formae $-b$ omnino sensum habebunt, inque additione absque difficultate tractabiles erunt, modo b aliquod et ei respondens $-b$ figatur seu detur. Si nempe (brevius) 1 denotet quantitatem quamcumque (fixam) ejusdem generis cum a , -1 vero quantitatem arbitrariam (fixam) ipsi x homogeneam: $a+x$ designet a minus ipso $x \cdot 1$, si sit hoc $<a$; et x minus $a \cdot -1$, si sit $x \cdot 1 >a$; in casu aequalitatis denique sit $a+x=0$.

Fas utique licitumque est, conceptus utvis construere (e. g. polyedron regulare a hexagonis clausum signo quolibet denotare, deque eo loqui) modo post datas definitiones nil inepte asseras. (Qua occasione tamen adnoto, sermonem de rebus, quarum realitas nondum constat quae adeoque forsitan haud existunt, etsi nulla contradictio (logica) manifesta adfuerit, nonnisi hypothetice admissibilem inque scientia solida pro ineleganti atque prorsus inutili simplicitatique naturali contrariam reputandam). Et habent fundamentum omnes quae in mathesi (pura) nonnunquam vel inter viros magnae reputationis exortae sunt disputationes in notionibus obscuris. Ita e. g. certe nunquam LEIBNITIUS ac J. BERNOULLIUS tantum litem de existentia logarithmorum quantitatum negativarum movissent, modo notiones distinctas clarasque habuissent, antequam omnia (secundum praecepta logices) objectum disputationis clare fixissent.

Sed ne ut nimis longus fiam, veram naturae objecti nostri expositionem aggredior quae simplicitate, evidentiaque verbo omni respectu omnem scrupulum possibilem tollit, cuique satisfecerit, absque dubio nihil amplius eatenus desiderandum linquit. Res variis modis exponi (absolvi) potest, quos, ut a pluribus lateribus illustretur, omnisque quae hic desiderari potest lux objecto cardinali tam obscuro magnique momenti affundatur, non piget inutileque erit generalissimis contemplationis modis seorsim proferre.

B melléklet.

Az 1837. évi értekezés.

Fructus nonnisi maturi decerpenti.

Responsio ad quaestionem, discussionem dubii, num, et quibusnam conditionibus, quantitates vulgo pro imaginariis habitae, in geometria occurrentes construi possint necne, concernentem, ab Inclyta Societate Scientiarum Jablonowskiana Lipsiae anno 1837 motam.

§. 1.

Cum quaestio praesens nonnisi circa constructionem imaginariorum a geometris usurpatorum versetur: plus quam desideratur praestamus

1^{mo} indolem (non solum imaginariarum sed) omnis generis quantitatum in calculo occurrentium, quaeque objecta speculationis esse possunt, sive potius modum, quo quantitates operationibus calculi subijci possunt, (summa brevitate) indigitantes (completam expositionem hujus rei, quae hic neque exspectatur neque ob brevitatem necessariam praestari potest, systemati totius scientiae reservantes);

2^{do} definientes quid sub constructione quantitatum hac quidem occasione intelligi debeat;

3^{tio} denique decedentes num imaginaria construi possint aut secus?

§. 2.

Quantitas quaevis in se vel per se neque realis positivaque est, neque existentia rerum (*patenus quod, vel in quantum quidvis vel existit vel non existit*) gradus diversos modificationesque habet: sed possunt utique aequalia per locum, vel per tempus, vel per alias quasvis conditiones (qua-

rum ingens multitudo facillime excogitari potest), imo res eadem quoque *diverso respectu vel* ad diversas res relata (sive sortiatur nomina quoad has res aequalia sive non) distingui. E.g. secundum notiones vulgares $\sec(x+2\pi)$ (designante π quadrantem pro radio 1, quod quidem inusitatum fuit) recta cum $\sec x$ identica est, quæ tamen, tamquam $\sec x$, a se ipsa, tanquam $\sec(x+2\pi)$ considerata, utique distingui potest, ita ut arcus fine in secantem cadente, secans haud inepte e.g. positiva dicatur, in casu contrario tamquam negativa spectata. *Aequalia diversis qualitibus praedita esse possunt. Et similiter potest esse persona eadem simul et semel et pater et filius quoad diversas personas.* Et sunt denique complexus a et P ; a et Q ; a et R etc. manifesto omnes diversi, siquidem P, Q, R, \dots diversa denotent.

§. 3.

Ut rem summa generalitate amplectamur (materiae hactenus tam obscurae omne quod desiderari potest lumen affundentes), sit 1 quantitas certa (finita), e.g. duratio; a, b, c, \dots quantitates quaecumque huic 1 homogeneae, assumtisque quatuor characteribus

$$\dagger, \text{—}, \ddagger, \blacklozenge$$

(ideoque solummodo non pluribus paucioribusve, quia ut satis apparebit, scopus disquisitionum plane 4 requirit) qui vel etiam signa rerum a quantitatibus tractatis diversarum esse possunt, vel omni ulteriori significatione carentes tamquam res substantivae considerari poterunt: designet quodvis ipsorum

$$\dagger 1, \text{—} 1, \ddagger 1, \blacklozenge 1$$

quantitatem certam arbitrariam cujusvis generis, e.g. durationem, rectam, portionem helices etc., ita ut omnes hae 4 quantitates etiam heterogeneae evadere possint; designetque, quavis litterarum P, Q, R, S in hac disquisitione quodvis ipsorum $\dagger, \text{—}, \ddagger, \blacklozenge$ denotante, Pa nil aliud quam $a.P1$ seu factum ex a in $P1$ (cujus posterioris significatio jam nota est), i. e. proportionalem 4tam geometricam ad 1, $P1, a$; observando, quod quantitas eadem

a , diversis characteribus affecta ad quantitates omnino aliquo modo (juxta §. 2.) distinctas referatur.

Assumamus praeterea rem aliquam alius generis e. g. o , omnino substantivam, de nihilo enim non nisi conceptus negativus est, nihilumque designare operationibusque subjicere, rem propius contemplando absurdum esse facile patet; nec ideo e. g. $a+o=a$ statui potest, quia in hoc casu ipsi a nil addendum est, hanc enim ob causam necessario aequae statui deberet $\frac{a}{o}=a$. Tale examen accuratius protinus monstrat, etiam metaphysicam tractationis ipsius o haecenus omnino falso innixam fuisse fundamento.

Ceterum $P o$ designet nil aliud quam o ; atque (siquidem voces consuetas retinere velimus) dici potest

$\vdash a$, a positive sumtum seu positivum;

$\dashv a$, a negativum,

quodvis ipsorum $\vdash a$, $\dashv a$, $\dashv\vdash a$, $\vdash\vdash a$; $\vdash\vdash$, $\dashv\vdash$; $\vdash\vdash$, $\dashv\vdash$ alterius oppositum;

porro dici possunt

$\vdash\vdash a$, $\dashv\vdash a$ realia,

$\dashv\vdash a$, $\vdash\vdash a$ imaginaria

(suntque revera imaginaria, simulac secundum notiones supra stabilita signis $\dashv\vdash$ vel $\vdash\vdash$ affecta tamquam realia spectari volunt; et similis contradictio seu impossibilitas est, si negativum (a positivo jamjam probe distinctum) simul pro positivo haberi vult; quidquid enim est non nisi id quod est); denique tam signa realia $\vdash\vdash$, $\dashv\vdash$ inter se, quam haec (imaginaria) $\dashv\vdash$, $\vdash\vdash$ dicantur homogenea; signum reale atque imaginarium vero heterogenea. *Auch kann $\dashv\vdash a$ (sowohl als $\vdash\vdash a$) eine Nebengrösse (Stand) von $\vdash\vdash a$ (wie auch von $\dashv\vdash a$) heissen.*

§. 4.

Denotet $Pa Pb$, nempe complexus signorum Pa , Pb , quantitatem ex a et b constantem cum eodem signo (communi) P affec-

tam, sive quod eodem redit, quantitatem ex Pa, Pb compositam. Si autem Q sit ipsius P oppositum (§. 3.): denotet $Pa Qb$ seu $Qb Pa$ pro a, b inaequalibus, illud, quo majus ipsorum a, b minus superat, signo majoris acceptum; pro $a=b$ vero [3] rem 0 (§. 3.). Pro P, Q heterogeneis (§. 3.) autem designet $Pa Qb$ nil aliud quam complexum quantitatum Pa, Qb . Hi conceptus valent, usquedum neutrum ipsorum a, b est 0: si vero alterum 0 sit: denotet $Pa Qb$ alterum cum signo praefixo, nempe $Pa Qo = Pa, Po Qb = Qb$.

Per talem expressionem denotatum, ubi P, Q heterogenea sunt, cum denominatio quantitatis ad complexus ex heterogeneis constantes minus idonee applicari potest, commode aptoque verbo dici potest status (Stand), denominatione innumeris casibus usitata (e. g. status thermometri etc.) sensu latiori in scientiam recepta; et quidem mixtus, quamdiu nec a nec $b=0$; purus si vel a vel b (adeoque etiam si utrumque) $= 0$, cujus distinctionis utilitas utique satis frequens est. Quo pacto conceptus generalis summae facile haberi potest.

§. 5.

Assumamus praeterea adhuc 4 alia signa

$$+, -, \uparrow, \rightarrow,$$

designetque $+ P$ nil aliud quam ipsum P ; $-P$ ipsius P oppositum; porro sit

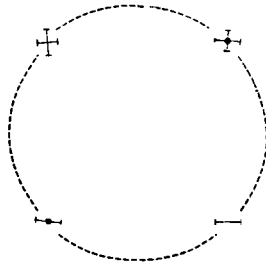
$$\begin{aligned} \uparrow \uparrow &= \uparrow, & \uparrow \uparrow &= \uparrow, & \uparrow \uparrow &= \uparrow, & \uparrow \uparrow &= \uparrow; \\ \rightarrow \uparrow &= \rightarrow, & \uparrow \rightarrow &= \rightarrow, & \rightarrow \uparrow &= \uparrow, & \rightarrow \uparrow &= \uparrow; \end{aligned}$$

quas regulas haud ingratum erit ex unica sequenti deducere.

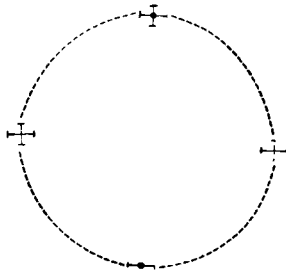
Condatur series

$$\uparrow, \uparrow, \uparrow, \rightarrow,$$

repetaturque vicibus quotvis, sive (quod simplicius est) ponantur signa illa 4 ita in orbem ut ultimum i. e. \rightarrow primum i. e. \uparrow excipiat e. g. hunc in modum



seu hoc modo



pariterque ordinentur

$$+, \uparrow, \text{---}, \rightarrow,$$

atque statuatur lex, quod si (cum \perp et \vdash incipiendo, i. e. ipsis indicem 1 tribuendo) P sit terminus m -tus in orbe primo, \mathfrak{P} vero n -tus in quocunque horum orbium (sive serierum in se redeuntium): $\mathfrak{P}P$ denotet terminum $(m+n-1)$ -tum seriei prioris, sive cujus index est proportionalis 4ta arithmetica ad 1, m , n . Quo pacto (casus omnes percurrendo) facile statim nanciscimur 16 theoremata pro \mathfrak{P} alicui ex $+$, \uparrow , --- , \rightarrow aequali totidemque pro \mathfrak{P} aliquod ex \perp , \vdash , --- , \rightarrow denotanti; quorum brevitatis gratia solummodo posteriora 16 et quidem in forma contractiori apponimus, nempe:

$$\begin{aligned} \perp \perp &= \text{---} \text{---} = \perp \bullet = \bullet \vdash = \vdash \vdash; \\ \perp \text{---} &= \text{---} \perp = \perp \vdash = \bullet \rightarrow = \text{---}; \\ \perp \bullet &= \vdash \perp = \text{---} \bullet = \bullet \text{---} = \vdash \vdash; \\ \text{---} \bullet &= \vdash \text{---} = \perp \bullet = \bullet \vdash = \bullet. \end{aligned}$$

Denique $\mathfrak{P}(Pa)$ seu $\mathfrak{P}Pa$ denotet $(\mathfrak{P}P) a$.

[4]

§. 6.

Denotante porro l' quantitatem quamlibet (ipsi l homogeneam aut non); a' vero $a.l'$: definiantur omnia Pa' (i. e. pro omnibus 4 valoribus seu significationibus ipsius P) prorsus simili modo ut §. 3. Pa definitum fuit. Quo posito denotet

$$(Pa'Qb') (RcSd)$$

summam (§. 4).

$$PRa'cPSa'dQRb'cQSb'd,$$

i. e. quovis ipsorum c, d , per quodvis ipsorum a', b' (per se ad unitatem propriam l' relatum) multiplicato, atque cujusvis facti partialis signo e signis factorum juxta §. 5 determinato, summa omnium vocatur factum ex $Pa'Qb'$ in $RcSd$. Sic e. g. designantibus a, b homogenea, c, d item homogenea invenitur

$$\left(\frac{ac+bd}{ac-dc} \cdot \frac{bc+ad}{bc-dc} \right) (c \cdot d) = a \cdot b.$$

§. 7.

Simplicissimum quidem est (quamquam id necessarium juxta §. 3. haud sit) omnes $\mp a$ etc. ipsi a homogeneas et aequales adsumere, perque locum distinguere. Acceptis exempli gratia 4 punctis a, b, c, d in tempore, denotanteque a durationem quamlibet, possunt $\mp a$ etc. durationes ipsi a aequales respective ex a, b, c, d incipientes denotare. Sed possunt etiam absque detrimento $\mp a$ etc. non ut quantitates, sed ut soli complexus ipsius a atque signorum praefixorum spectari, signaque haec non nisi ad indicandos modos, quibus quantitates in calculo tractari debeant, introducta sunt.

§. 8.

Utile quoque erit conceptum logarithmi vulgarem vitiosum hac occasione corrigere, nec non conceptus caeteros ei affines modo unice recto stabilire.

Designante ϕx limitem seriei (formae notissimae)

$$1 + \frac{x}{1} + \frac{xx}{1 \cdot 2} + \frac{xxx}{1 \cdot 2 \cdot 3} \text{ etc.},$$

pro quovis statu ipsius x (ut demonstrari potest) convergentis, nomino x logarithmum ipsius ϕx , ϕx vero statum ipsi x tamquam logarithmo respondentem, seu breviter statum logarithmi x , designoque relationem hanc per

$$x = l\phi x.$$

Porro intellego per a^b nil aliud quam $\phi(bla)$, nominoque quemvis valorem hujus expressionis ipsius a potentiam exponentis b ; a vero ipsius cujusvis a^b radicem exponentis b .

At logarithmi definitio generalis quae basi innitur (quod fit etiam apud ill. LA GRANGE, imo apud omnes scriptores mihi notos) minus recta est. Etenim si b logarithmus ipsius c quoad basin a dicatur, simulac fuerit $a^b = c$: facile perspicitur, quod si Lc sit valor quivis [5] ipsius lc , et La valor quivis ipsius la , pro integris realibus quibusvis m, n , ipsum

$$\frac{Lc + 4m\pi}{La + 4n\pi} *$$

ipsius c logarithmum quoad basin a esse, quippe cum in

$$a^b = \phi(bla)$$

valori ipsius

$$la = La + 4n\pi$$

posito, c omnino unus valor ipsius a^b erit. At quamvis quaestio recta sit, omnes valores ipsius b assignare, per quibus valor aliquis ipsius a^b dato c aequalis est: attamen conceptus logarithmi generalis modo sequenti paullo subtiliori definiendus est, siquidem (ut alia incommoda praeteream) non etiam quantitibus negativis imaginariisque logarithmos reales quoque tribuere mens est (esset nempe secus propter e. g.

$$16^{\frac{1}{2}} = +2, -2, +2, -2$$

*) designante (juxta definitiones statim dandas) π arcum minimum cujus sinus = 1.

manifesto $\frac{1}{4}$ log. quoad basin 16 quarumvis harum 4 quantitatum).
 Dicatur q ipsius $\psi(\rho q)$ logarithmus quoad modulum $\frac{1}{\rho}$ (posset dici quoad modulum ρ , interim hoc essenziale non est); quo pacto log. quoad mod. 1 idem erit sive congruet cum eo quod supra (simpliciter) logarithmum diximus.

Eodem modo appello limites serierum (semper convergentium)

$$1 - \frac{xx}{1.2} + \frac{xxxx}{1.2.3.4} \text{ etc.}$$

et

$$x - \frac{xxx}{1.2.3} + \frac{xxxxx}{1.2.3.4.5} \text{ etc.}$$

respective cosinum sinumque ipsius x , hoc vero arcum etc. (quae ratio etiam generalius concipi potest).

§. 9.

Cum expositio uberior hic haud locum habeat: transimus jam ad applicationes scientiae quantitatum ad geometriam, inter quas sequens tam quoad praegnantiam tam quoad insignem elegantiam eo magis primum locum meretur, quod jam in geometriae (sed haud vulgaris) limine occurrat.

In appendice tomi I libri, cui titulus:

Tentamen juventutem studiosam in elementa matheseos purae, elementaris ac sublimioris, methodo intuitiva, evidentiisque huic propria, introducendi, *Maros-V. anno 1832 appariti* traduntur formulae trigonometriae planae pro illo casu, quod si propositio, quam Euclides (judicio omnium geometrarum acutiorum) perperam sub forma axiomatis XI protulit, falsa esset (postea scientiâ spatii a dicto axioma independenter stabilita). Nullo negotio vero ex eisdem formulis con-[6]sequitur esse

$$\sin + \frac{a}{i} = \sin a \cdot \sin + \frac{c}{i},$$

$$\cos + \frac{c}{i} = \cos + \frac{a}{i} \cdot \cos + \frac{b}{i},$$

denotantibus a ; b , c cathetos hypotenusamque, α angulum catheto a oppositum, denique i certam rectam ibidem definitam (in se et per se in suppositione praesenti determinatam); e quibus duabus aequationibus jam omnes reliquae trigonometriae planae fluunt. Has aequationes autem contemplanti patebit triangula rectangula plana et proin totum planum superficiemque ei aequidistantem (quales jam, ipse quoque in eandem theoriam incidens, ante multos abhinc annos hypersphaericas appellavi) prorsus simili modo ac superficiem sphaerae in calculo tractari posse, ita quidem, ut si quantitatem illam r , qua latera Δ li rectanguli in superficie quavis undique uniformi existentis dividenda sunt, ut statui possit

$$\cos \frac{c}{r} = \cos \frac{a}{r} \cdot \cos \frac{b}{r},$$

e. g. parametrum hujus superficiem appellare placeat: parametri superficierum sphaericarum reales, parametri superficierum plano aequidistantium imaginariae (i. e. quantitates vere existentes cum signis \mp , \pm affectae) evadunt; parameter plani $\pm i$ (pariterque $\mp i$) erit.

At potest res aliter quoque concipi. Posset *nempe, sed minus naturaliter, idonee, recte, simpliciter, eleganter*, etiam planum tamquam ad parametrum i pertinens considerari, atque rectae ipsae, in plano vicem arcuum circulorum maximorum subeuntes ut arcus imaginarii quoad parametrum i spectari: sed quo pacto (ut ostendi potest) parametris ipso i minoribus nullae superficies uniformes tales, quarum arcus, ad finem plane expositum, pro imaginariis haberi possent, respondent.

Ex ingenti multitudine disquisitionum elegantissimarum hoc argumentum gravissimum (i. e. geometriam absolutam ab XI. euclideo axiomate independentem) concernentium plura hic referre non licet. *Et equidem plane per hanc disquisitionem, hoc labore occupatus annis abhinc $\frac{1}{4}$ seculo fere, in theoriam veram imaginariorum incidi, acquisivi, tentavi.*

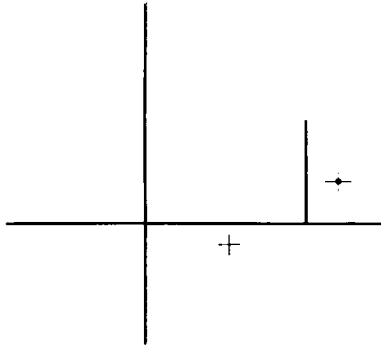
§. 10.

Quod constructionem quantitatum in geometria attinet, ea quidem (in sensu praesenti *in praecedentibus explicato*) pror-

sus ac simpliciter a voluntate nostra pendet; ut [7] facillime innumeri modi excogitari possint, quibus e. g. aequatio

$$y = fx$$

(denotante f functionem), sive locus geometricus ejus, generaliter status quosvis includendo, construi possit; *e. g. quod simplicissimum est*:



Respectu cujus rei solummodo observo, ratiocinium d'ALEMBERTIANUM, quo probari vult, in constructione aequationum vulgari, valores (ordinatarum, abscissarumque) positivos ac negativos ad partes contrarias axium coordinatarum applicari debere: nil ponderis habere falsumque esse, cum in hac re in se et per se nulla obligatio locum habeat.

§. 11.

Rite iis, quae hic exposita sunt, perpensis, nullum dubium superesse poterit

1^{mo} quin solae *res adeoque et* quantitates revera existentes (vel, si materiales i. e. partes mundi corporei seu externi sint, saltem cogitabiles possibilesque) objecta speculationis *sanae* esse possint;

2^{do} sponte defluet constabitque quantitates omnes in geometria (*alibive ubicumque*) occurrentes omnino in intuitu exhiberi seu construique posse.

Scholion. Posito, quod licet, $\pm 1 = 1$, erit *itaque* tam $\rightarrow 1 \cdot \rightarrow 1$ quam $\rightarrow 1 \cdot \rightarrow -1 = -1$, seu tam $\rightarrow 1$, quam $\rightarrow -1$

valor expressionis $\sqrt{-1}$; exhibebuntque $+1$, -1 omnes valores ipsius $\sqrt{-1}$, siquidem definitiones ita ut supra factum est adornare libuit. Nil enim impedit quin ponamus etiam $f'1.f'1 = f''1.f''1 = f'''1.f'''1$ etc. $= -1$; sed alias quam definitiones plane supra datas supponere non solum *superfluum* — cum solis $\sqrt{-1}$ jam adoptatis omnia reliqua genera exprimere licet — praetereaque haec $\sqrt{-1}$ sustinent ad omnis generis quantitatum exprimendas — inutile esset, sed etiam elegantia scientiae splendidissima eo offenderetur evanesceretque. Potest etiam p. 18 Demonstr. novae etc. III. GAUSS 1799 conferri.

Denique observo, in theoriam imaginariorum libro §. 9. citato traditam, praeter quosdam alios etiam errorem sequentem irrepisisse. In tomi II. p. 362 ut et tomi I. p. LVI. definitio proportionis falso exprimitur, siquidem proprietates communes notissimae proportionis retineri volunt. Juxta illam definitionem enim esset, nostris signis

$$\pm 1 : \mp 1 = \mp 1 : \pm 1,$$

multiplicandoque omnes terminos statu quovis mixto (§. 4.) $a \mp b$, evaderet proportio

$$(a \mp b) : (-b \mp a) = (-b \mp a) : (a \mp b),$$

quod vero secundum regulam ejusdem auctoris proportio non est. Quae duo repugnant. *Ultimum juxta eundem auctorem haud esse proportionem vel inde patet, quod si $b \sim 0$: idem*

$$\sim (a : \mp a = \mp a : a)$$

adeoque est non proportio.

8^o Neque notiones imaginaria concernentes in Gött. Gel. Anz. p. 632 usque 638 traditas Ill^{mi} GAUSS (salvo respectu summo Viro debito) pro satisfaciendis habere possum. Etenim

1^{mo} quamvis omnino impossibile sit, majus de minori, deque 0 tale demere, quod in ipso deest; quantitatesque quarum quadratum negativum sit, nullis aliis quantitatum generibus quam positivis ac negativis admissis, evidenter exstare non possunt (conceptu ipsarum manifesto contradictionem involente): attamen juxta notiones supra perquam solide stabilitas patet e. g. etiam numerum negativum imagina-

riumque hominum utique realiter existentem reddi posse: p. 634 dictum itaque cum metaphysica vera rei non plane congruit.

2^{do} Quid ibi sub relationibus intelligatur, non in intuitu exhibetur: attamen sensus totius disquisitionis summa concinnitate claritateque expositus hic esse videtur (saltem hoc modo luculentius apparens): si planum in quadrata aequalia dividatur, imo generalius absque omni divisione, si punctum in recta moveatur, dicatur via ejus positiva (seu directa), vel negativa (seu inversa), prout motus antrorsum vel retrorsum fit; si vero in rectam ad primam rectam perpendicularem deviet (unde postea item directioni primae aequidistanter moveri potest etc.): habeatur via pro imaginaria (seu laterali) cujus item duae species dantur. Quomodo enim aliter negativae relationes (ut ibi exprimitur) per positivas per se jam determinatae sint, haud apparet.

Interim etiam contra hanc expositionem sequentia objicio:

1^{mo} notiones dextri, sinistri, supra, infra etc. non determinabantur, relativae sunt, et tamquam minus geometrica hic evitari debent possuntque;

2^{do} haud concipitur, quomodo ad conclusionem, *et quo sensu*, perveniatur quod $+i$ (ut et $-i$) sit proportionalis media inter $+1$ et -1 , imprimis quod antea proportio generaliter definita haud sit, ac etiam rhombi pro quadratis sumi possunt.

3^{to} expositio haec innititur *veritati* axiomatis XI. dubiosae contemplationique spatii in Arithmetica evitandae; cui priori quidem incommodo facile remedium afferi potest, sumendo (ut brevis sim) superficiem sphaericam radii infiniti, quam parasphaericam appellare licet;

4^{to} (ut loca minoris momenti praeteream) phrasis: quod alia genera quantitatum in scientia quantitatis admitti non possint, haud probanda est: supra enim satis luculenter ostenditur quantitates quidem (pro lubitu) quotvis generum introduci posse, sed solum modo non debere;

5^{to} denique contemplatio talis rei perquam angusta specialisque est.

C melléklet.

Az előbbi értekezés 10. §-ének későbbi kidolgozása.

Quod rem propius contemplando constructionem quantitatum realium imaginariarumque in geometria alibive occurrentium attinet, modus quidem hujus constructionis in sensu praesenti seu in praecedentibus explicato prorsus ac simpliciter omnino non nisi a voluntate, pacto, conditione, conventionem nostra pendet, ita, ut facillime innumeri modi talis constructionis excogitari possint, quibus e. g. aequatio

$$y = fx,$$

denotante « fx » functionem quemvis datam seu determinatam ipsius x , seu « f » signum functionale seu existente $fx \equiv$ * functioni cuidam ipsius x , sive ut dicunt, locus geometricus seu significatio vel exhibitio geometrica seu in spatio hujus aequationis, et quidem generaliter quantitates quaevis formae $a + b$, ubi a, b reales quaevis vel etiam $= 0$, adeoque quaevis ipsarum positivae vel negativae, vel etiam ipso 0 aequalis est, includendo — sub quam formam autem per praecedentia et juxta pro fundamentis posita jam necessario quantitas quaevis in mathesi vel ejus totius ambitu occurrens vel se offerre potens construi possit: cujus quidem constructionis modos vel exempla simplicissima utilissima elegantissimaque sunt sequentia; observando vel praemittendo ante omnia observationem (dicam tamen respectu hujus rei, haud suppressere licet observationem) ratiocinium d'ALEMBERTIANUM quo probari vult vel probare conatur vir illustris in constructione aequationum vulgari pro valoribus nempe

* [Signum \equiv est identitatis. Stäckel.]

variabilium nonnisi realibus peragendam seu efficiendam, valores abscissarum ordinarumque positivas ac negativas ad plagas contrarias axium coordinatarum applicari debere, ita absolute enunciatum sine adjectione alius conditionis vel postulati vel restrictionis nil ponderis (in praesenti rei statu) habere, imo omnino falsum esse, cum in hac re in se et per se quidem nulla obligatio sive restrictio locum habere potest.

D melléklet.

A Principia doctrinae novae bevezetésének egy része.

Cum quaestio Inclytae Societatis Scientiarum JABLONOWIANAE nonnisi circa constructionem imaginariorum a geometris usurpatorum versetur, deque conceptu ipso claro, distincto seu aequo vel justo talium entium seu rerum, sive quidnam sub iisdem jure meritoque seu recto intelligi possit debeatque, sive definitio eaque clara entis ac conceptus, de quibus sermo est, quod vero, more praelucentis seu face praeceuntis Patris et summi magistri EUKLIDIS necessario toti disquisitioni praemitti sive hanc praecedere debet, in eadem quaestione neque sermo est: manifesto plus quam ibidem desideratur praestabimus

1) Conceptum seu naturam seu indolem seu essentiam vel metaphysicam, et quidem unice veram seu rectam ipsam quoque, et quidem non solum imaginariorum, sed ut par est, rei que natura, nexus et affinitas postulat, eaque etiam commodissima fit vel effici potest debetque, simul etiam realium, verbo eatenus vel hoc respectu omnis generis quantitatum in calculo occurentium, quaeque objecta speculationis seu disquisitionis purae vel analyticae esse possunt, sive potius vel rectius modum, quo quantitates (cum de non-entibus, imo plane impossibilibus seu chimaeris serio plus loqui vel tractare, quam enunciare eadem existere haud posse, non-nisi insanum, ad minimum ridiculosum seu risum movens vel jocosum ac inutile seu sterile et verbis abusus esset, inde tuto nil aliud enasci seu resultari potest, expressionesque tales vagae seu inanes seu ineptae, ut facile perspicui seu penetrari potest, solummodo circumstantia ea, quatenus vel qualiter ipsae in calculo tamquam expressiones quantitatum realium

tractandae sunt, adeoque non-nisi fortuito incertoque seu dubitato seu dubio obnoxie ad resultata perducunt) utique semper reales, operationibus calculi sive analyticis subijci seu tractari sive in calculum introduci seu cum ingredi queant debeantque, partim summa qua potui brevitate, partim et prolixius indigentes, completam doctrinarum praegnantissimarum huc pertinentium vel hac materia connexarum vel huic rei affinium illamque si id fieri posset adhuc semper magis magisque illustrantium expositionem, qui hic neque exspectatur, neque ob seu propter brevitatem necessariam, cum hocce quidem loco tantum modo essentiam evolvere fundamentaque doctrinae de imaginariis ponere scopus principalis originariusque sit, praestari potest, systemati totius seu integrae scientiae sive scientiarum omnium nobis reservantes;

2) definientes quid sub constructione quantitatum hocce quidem loco seu respectu seu hac occasione intelligi debeat;

3) denique decedentes num imaginaria in geometria alibive occurrentes construi possint aut secus, et si ita quibusnam conditionibus vel in quantum et quomodo vel qualiter vel qua ratione hoc fieri vel exsequi possit debeatque; praeterea

4) conceptus fundamentales cardinalesque gravissimi momenti analyseos sic dictae sublimioris, adhucdum perquam vagas, vel non modo debito stabilitas, imo nonnunquam repugnantes, a quibus vero claritas, rigor seu praecisio, elegantiaque totius praecipue seu praesertim dependet, semel pro semper solide modoque quoad generalitatem, ut demonstrabimus, unice recto seu directo, naturali, simplicissimo elegantissimoque stabilientes; tum

5) pro summa castitate sanctitateque veritatis, opinionem imo criticam, seu recensionem seu examen, partimque refutationem theoriae imaginariorum in Tentamine traditae, insufficientiamque seu non-idoneitatem theoriae Ill^{mi} GAUSS examini castigationique rigorissimae Publici Lectorisque penetrantis capacemque se sentientis subijcetes;

6) si quidem dissertatio praesens haud in nimiam molem excrescet, coronidis loco applicationes quasdam easque satis vel maxime singulares seu ejusdem generis unicas, scientiae quantitatum

puræ seu universalis seu generalis seu analyseos ad geometriam apponentes; denique

7) decisionem vel iudicium Inelytæ Societatis Scientiarum Jablonowianæ super tres dissertationes quaestionem præsentem tractantes Societati traditas pro notitia etiam adnectentes: quod negotium seu argumentum jam statim seu illico aggredimur.

A HASHÁRTYA-TÖMLŐKRŐL (PERITONEALIS, RETROPERITONEALIS, OMENTALIS ÉS MESENTERIALIS TÖMLŐK).

Első közlemény.

GENERSICH ANTAL I. tagtól.

(Székfoglaló értekezés).

A tömlők valamennyi hashártyabeli daganat közül a sebészi kezelésnek leginkább hozzáférhetők s egyfelől ezen gyakorlati fontosságuk, másfelől a felismerésük és meghatározásuk körül felmerülő nehézségek s támadásuk rejtélyes volta miatt figyelemre méltók.

Tanári működésem ideje alatt alkalmam volt több ide tartozó ritkább esetet megvizsgálni, ezekről kívántam részletesen értekezni. Azonban számbavéve a hashártyabeli tömlők sokféle alakjait, czélszerűnek láttam a hashártyabeli tömlők összességét egybefoglalni s miután sem a hazai, sem az idegen irodalomban nem létezik mű, mely az ide tartozó nagy anyagot áttekinthetően tárgyalná, úgy vélem, nem végzek felesleges munkát, ha az elszórtan és apróbb csoportokban található eseteket genetikus rendszerben oly módon tárgyalom, hogy az anyag tudományos szempontból áttekinthető és az orvosi gyakorlatban értékesíthető és felhasználható legyen.

Ha a belső ivarszervekből, a hasnyálmirigyből, a májból, a veséből és a mellékveséből kiinduló hasúri tömlőktől eltekintünk, akkor a hatalmason felszaporodott orvosi irodalomban is aránylag gyér számmal akadunk oly esetekre, melyekben a tömlős daganat magában a hashártyában, azaz a hashártya alatti kötőszövetben s a hashártya redőiben, a bél fodrában, a kis vagy a nagy csep-

leszben képződött. Ezeket a hely szerint rövid úton két sorba állíthatjuk: egyfelől hashártya mögötti, másfelől bélfodri tömlőket különböztethetünk meg. Tartalmuk és lényegök szerint azonban a daganatok mindkét sorban két fő csoportba oszthatók:

- I. Élősdiek által okozott tömlők: Echinococcus, cysticercus.
- II. Kóros képződésű tömlők.

I. Élősdiek által okozott tömlők.

A legegyszerűbben értelmezhető hashártyatömlő a burkony vagy echinococcus. Külső rostos kötőszöveti burokból és ezen belül fekvő, könnyen leváló, idegennemű chitines, sokrétű, ruganyos és felmetszésnél kifelé konyuló szabad tömlőből áll, mely ép állapotban tiszta savót és kisebb hólyagokat tartalmaz. A hashártya bármely pontján előfordulhat és tetemes nagyságot érhet el; egyenként és többes számban, még pedig rendszeren más zsigerbeli, főleg májbeli echinococcus tömlővel együttesen található. Nagyobb ökölnyi, emberfőnyi tömlő nem épen ritka, magam is több ilyen esetet észleltem. Egyikét 51 éves kolozsvári kereskedőnél, ki több lúdtojás-gyermekfőnyi, feszes, hullámzó, sima felületű hasüri daganatai és a máj megnagyobbodása miatt 8 éven át különböző nehézségekben szenvedett, s e miatt sok orvost consultált, végre Schrott-kúrát használván, állítólag tetemesen javult, de halála előtt 6 héttel ágyban fekvő súlyos beteg lett s jobb oldali empyema belső áttörése után bőséges epés színű köpetében petyhüdt echinococcus-hólyagokat, szintelen és téglavörös hártját és dajkákat (skolex) vetett ki, és végre bélvérzésben meghalt. Hullájának bonczolásánál (bonczjegyzőkönyv 1874. nov. 744. sz. Kolozsvárt) a jobb tüdőbe és a mellüregbe fakadt májbeli echinococcus mellett még egy másik ökölnyi volt a májban, mely az alsó felületen elődomborodva, a duodenumban tallérnyi felfekvést (decubitus) okozott s az art. pancreatico-duodenalis felfakadását és belső elvérzést idézett elő. Az összenőtt hasüri szervek közt sok apró, búzadara, bab, mogyoró, dió, tyúktojás nagyságú, két lúdtojásnyi és a bélfodorban egy ököl nagyságú tömlő volt; a kis medenceze sima felületű, lazán egymáshoz nőtt kisebb-nagyobb, akár ökölnyi tömlőkkel volt kitöltve, melyek emberfőnyi (17×9×21 cm.) conglo-

meratumot alkottak, a hólyaggal és a végbéllel összenöve, azokat felülről összenyomták. A nagyobb hólyagokban a rostos külső burkon belül tiszta savóval telet anyahólyag és fehéres, darányi skolexekkel megrakott, költő szemcséket viselő fióktömlők voltak, míg a kisebb hólyagok többnyire csak összetöpörödött fakó hártýákat s mákszem-kölesnyi elmeszesedett szemcsékké vált tömlőcskéket tartalmaztak, melyekben szintén találtam skolexeket. A sziv hátsó falán is egy diónyi echinococcus-hólyag fészkel.

A második esetben 28 éves urnőnél, ki hosszas idő óta menstrualis anomaliákban és állandó székrekedésben szenvedett, a kis medenczéből a hasürbe kiemelkedő emberfőnyi, síma, dudoros, feszes, hullámzó, alig mozgatható daganatot tapintottam ki, mely majdnem a köldökig ért; hajtó szerek alkalmazása után némi javulást érzett s váratlanul, székeröltetéssel, 1891. január 1-étől kezdve néhány tyúktojásnyi és számtalan apró echinococcus hólyagot és petyhüdt hártýákat ürített ki két héten át, miközben a tömlő összeesett és végre teljes és maradandó gyógyulás következett be.

Egy harmadik esetet 1897. nyarán a Szt.-István-kórházban bonczoltam (2433—211 sz. bonczjegyzőkönyv); a 65 éves férfi hullájában a medenceürből a köldökig emelkedő feszes, hullámzó, ruganyos, emberfőnyi tömlőt találtunk, mely a kis medence fenekén a hólyag hátulsó falából fejlődött ki, a kis medence falához és a végbélhez erősen oda volt növe és az ureterekre gyakorolt nyomás folytán vesebeli vízkórt (hydronephrosis) és húgyvérüséget okozott. Nehány apróbb burkonytömlő a hasfalban, a csepleszben és egy gyermekfőnyi, régi, kérges falzatú tömlőzacskó a májban fészkel.

Tagadhatatlan, hogy ily burkonytömlőnek helyes felismerése az élön nehézségekbe ütközik. A tömlő sokszoros volta némi útbaigazítást adhat, de néha nem mutatható ki; a mozgékony, a hullámzás s kivált a sajátságos rezgőhullámzás a síma, feszes tömlőn csakis vékony hasfal mellett konstatalható, sokszor hiába keressük. Azonban a szúrçsapolásnál kiürített savó vegyi vizsgálata, fehérjeszegény volta — az ép tömlő folyadéka salétromsavra nem zavarodik meg, főzésnél nem alvad meg —, különösen pedig a burkonytömlő mikroskopi vizsgálata: a kiürített chitines hártýák

finom réteges volta és a dajkák (skolexek) jellegzetes alakja, a horogkoszorú, egyes horgok vagy akár csak a skolex bőrében fészkelő jellegzetes mésztestecskék jelenléte a tömlő természete felől teljes felvilágosítást nyújt.

Sajnos, hogy ezen biztos és rövid út a daganat felismerésére a betegre nézve nagy veszélylyel jár, mert a szűrőcsapolás után a hasürbe ömlött ép és friss folyadék nemcsak tartós csalánküteget, hanem gyors felszívódás esetén súlyos mérgezést, colapsust és halált is idézhet elő és ha a tömlő tartalma bomlott, akkor egyfelől vegyi tulajdonságainál fogva, másfelől genyes infectio útján súlyos halálos hashártyagyuladást indíthat meg; azonfelül a hólyagok átültetése is bekövetkezik. Utóbbinak lehetősége kísérleti úton be van bizonyítva LEBEDEFF és ANDREJEV, továbbá STADNITZKY kísérletei által. Holt emberből kivett echinococcus-tömlők házi nyúl hasürébe ültetve tovább fejlődtek, egyik esetekben még három napig borszeszben való tartás után is. ALEXINSKY⁴ szép kísérletei folytán kiderült, hogy nem éppen a mogyoró-diónyi fióka-hólyagok, hanem különösen a tiszta folyadékhoz kevert legapróbb, búzadara nagyságú költő hólyagcsák, sőt még a pusztá szemmel alig észrevehető dajkák (scolex) befecskendése után is idők multával a hashártyán másodlagos echinococcus tömlők fejlődtek, mi különösen fontos, a mennyiben ily apróságok a legfinomabb tüvel eszközölt kémlőcsapolás után is a hasürbe kerülhetnek. Másfelől a sebészi tapasztalat ezen átültetés lehetőségét szintén eléggé bebizonyította. Legelőször SPENCER WELLS, később VOLKMANN és KRAUSE figyelmettek erre s utóbb WITZEL, BLAND SUTTON, PÉAN, FEREOL (RENDU esete), LIHOTZKI, GRATU újból és újból hangsúlyozták (lásd Hoffmann, Langenbuch). Ezen kísérletekkel és tapasztalatokkal szemben QUERVAIN állítása, hogy az echinococcus tömlő tartalmának bőséges beömlése után csak a legjobb indulatú aseptikus lob fejlődik, hogy az semmi veszélylyel nem jár, annyival inkább indokolatlan, mert az illető betegénél az elsődleges tömlő csak négy héttel a vizsgálat előtt repedt meg s így idő sem volt arra, hogy az esetleges átültetés eredménye megítélhető legyen.

Sőt tekintettel arra, hogy a hashártya-echinococcus mellett igen gyakran régi, nagy, bomlott, avagy pedig összetöpörödött

máj- vagy más zsigerbeli burkonytömlőt találunk, felmerülhet azon kérdés, vajjon a hashártyabeli tömlő nem már is egy májbeli tömlő esetleges önkéntes repedése vagy átlukádása folytán létrejött másodlagos átültetés következménye-e, mely valószínűség leginkább akkor nyomul előtérbe, ha a sokszoros hasüri burkonytömlő lezajlott hashártyagyuladásra utaló sokszoros összenövésekkel jár és a májbeli tömlő régi, kérges falán heges behuzódás, repedés nyoma látható, mint a hogy ezt a fentemlített Szt. István-kórházi esetben észleltem s egy más esetben is: osteomyelitis septica miatt elhalt 40 éves férfi hullájában (kolozsvári bonczolat 1872. 180. sz. jegyzőkönyv). Egy feketésen elszinesedett és hegesen behuzódott régi meszes lépechinococcus mellett a sokszorosan odanőtt hashártyán számtalan daraszem-babnyi, hol fehéres, hol barnás, könnyen leválasztható, szemcsés, meszes lerakodmány mellett a hólyag, a vakbél és a végbél közt férfi ökölnyi tömlős echinococcust találtam. Hasonló esetekkel az irodalomban bőven találkozunk (SCHFERENBERG s mások).

Mindezeknél fogva manapság az echinococcus tömlő kórisméjét biztosító szúrscapolás az élön csakis akkor lesz megejtve, ha a has átmetzése (laparatomia) után kinyomuló tömlő fala a has sebéhez pontosan oda lett rögzítve, varrva vagy oda növesztve és így módon a tartalomnak a hasürbe való ömlése meg van akadályozva; ezen általános szabály megtartandó, bár tudjuk, hogy a tömlő beszakadása után közvetlenül nem ritkán aseptikus jóindulatú s veszélytelen adhaesiv hashártyalob következik be. (QUERVAIN, PEIPER, BELOGRODSKY, RATIMOSO, SCHLIFOSOWSKY, I. ALEXINSKY i. m.)

Hashártyabeli burkonytömlő műtéti beavatkozás tárgyát ismételten képezte. AUGAGNEUR szerint legelőször PANNAS (Braque haye. Archiv géner. de médecine 1892. II. 291.) 1852-ben operálta 45 éves nőnél, ki gyakori hányásban, étvágytalanságban és epigastrikus fájdalmakban szenvedett; a kardnyújtvány és köldök közt ágyugolyó nagyságú, szabadon mozgatható, hullámzó tömlőt talált, melyet megcsapolt, mikor egy liternyi tiszta folyadék ürült ki, melyben scolexeket kapott; a nő meggyógyult. CARTER 44 éves nőnél, kinek hasában két év előtt a köldök táján narancsnagyságú, igen mozgékony tömlő keletkezett, mely rohamosan nőtt, végre laparatomia útján vagy nyolcz liter folyadékot ürített

ki, mely semmi fehérséget, de igen sok chloridot tartalmazott. A nő hat nap múlva septicæmiában és az üres tömlőbe történt vérzés miatt meghalt s a boncolásnál kitűnt, hogy a tömlő a hátsó hasfalán a gerincez baloldalából indult ki és a fodor lemezei közé nyomult. Retroperitonealis echinococcust SHMITH és SPIEGELBERG s azóta mások is operáltak. SCHEERENBERG, GEISSEL, THORNTON, RINGS, FREUND, WITZEL, SCHLEGTENDAL, MATIAKOWSKY s mások a csepleszben és a remeseszalagban levő, P. Le DAMANY két a mesocolon transversumban és egy az S. Romanum szálágában levő echinococcust, FUCHS J. a bal részében és a jobb petefészekben, HERCZEL a köldök alatt a vékony bél fodrában, DELBET, LACHMANN, NUGGENS B. W. TH. és ROTTGANS J. a hólyag és végbél között fészkelő burkonyhólyagot operált. ROTTGANS említi, hogy NUGGENS az angol és francia irodalomból 33 esetet szedett össze és pedig 17 eset közül, melyeket nem operáltak, 14 meghalt hügyrekedés, vesebeli vízkór (hydronephrosis), hashártyagyulladás miatt, 3 szerencsés véletlen folytán meggyógyult; 7 előzetesen fel nem ismert pungálva lett, köztük meggyógyult négy; három diagnostizált és megcsapolt, továbbá hat eset, mely exstirpálva lett, mind meggyógyult. A műtétnél manap a májbeli burkonytömlő műtévése körül szerzett bő tapasztalatok alapján általánosan elfogadott tipikus eljárás: hasmetszés, a tömlő savós burkának odavarrása, csapolás, felnyitás, a rostos tömlő széleinek a hassebbe való kivarrása, a hólyagok teljes kiürítése és az üres zacskónak jodoformgazecsikkal való drainezése (MIKULICZ), mindig gondosan elkerülve azt, hogy a tömlőből valami a hasürbe jusson. A tömlő bevarrása és elsülyesztése (BILLROTH-féle eljárás: SCHÜSSLER) csak friss és nem komplikált esetben kockáztható meg, és a daganat teljes kiirtása az összenövések miatt többnyire lehetetlen, csak szabad csepleszbeli echinococcusnál keresztülvihető (THORNTON-féle tömeges lekötése a cseplesznek). Sokszoros hasüri burkonytömlők kiirtása, sok összenövés mellett, hasmetszéssel is csak részlegesen vihető keresztül és ily esetekben csakis 1% sublimat oldat időszakonkénti befecskendése, az úgynevezett BACELLI-féle eljárás alkalmazható (LANGENBUCH, KÖNIG), illetőleg kísérhető meg.

Néha még a szűrcsapolás sem deríti fel a homályt, kivált ha az echinococcus elhalt s tartalma zavaros, zsiros anyaggá vált, mely

esetben néha az echinococcus burkai ellágyulva szétbomlottak és néha még mikroskopi vizsgálatnál is sem scolexek, sem horgok nem találhatók, mint pl. ÁNGYÁN tanár esetében. 22 éves patkoló kovács hasában a felhastájban a köldökig terjedő, a gyomor és a hárántremese által nagy részben fedett és a májtól keskeny dobos csik által elkülöníthető, emberfőnyi tömlőt kapott, mely minden irányban lüktetett. A daganat legkiállóbb pontján, az epigastriumban végzett próbacsapolásnál sárgás-fehér tejfelszerű folyadék ürült ki, mely zsirt és kevés fehérjét tartalmazott. Górcső alatt zsircsepeken és kevés margarin jegeczen kívül semmi más alkatrész nem volt található, czukrot nem tartalmazott s a pancreas erjesztők iránt tett vizsgálat negatív eredményt adott, úgy hogy a daganat természete biztosan nem volt megállapítható. A tömlő gyorsan nőtt s RÉCZEY tanár laparotomiával megnyitotta; három liter sűrű olajszerű, zsiros folyadék ürült ki, mire kiderült, hogy a daganat tulajdonképen a máj bal lebenyéből indult ki s két egymás felett fekvő s egymással közlekedő tömlőből áll, melyeknek fala echinococcusnak felel meg; a nagyobb hátulsó tömlő lesülyedvén, a gerincoszloppal s a függőérrel érintkezett, a gyomrot helyéből kitolta, még pedig úgy, hogy felfuvásnál a gyomor megtelvén, a daganatot befedte.

A *cysticercus cellulosa*, mely ellentétben a házi nyulnál oly gyakori *cysticercus pisiformis*sal, az ember hashártyáján csak felette ritkán (NOTHNAGEL) fordul elő és a savós hártya alatti szövetben fészkelve ezt elődomborítja, leginkább a fodorban és a fodor-mirigyekben, hol némely esetben töménytelen számmal észlelték: FIEDLER, ORTH, NOTHNAGEL. A tömlők kicsinyek, borsó-babnyiak, úgy hogy túl erősen felduzzadt Pacini-testekkel cserélhetők fel. Klinikai jelentőséggel nem bírnak, egyébként a hólyagocskák közepében levő nagy scolex jellegzetes szerkezete által mikroskopi vizsgálatnál könnyen felismerhetők. A *cysticercus tenuicollis*, mely a sertés hashártyáján diónyi-tyuktojásnyi hólyag alakjában nem ritkán előfordul, emberben még soha sem észleltetett.

Irodalom. A. V. LEBEDEFÉ és N. J. ANDREJEV, Virchow's Archiv 118. 552. 1889. — STADNITZKY, Dissert. inaug. 1890. Lebedeff. — ALEXINSKY J. P. v., Archiv für klin. Chirurgie 56. k. 796. — SPENCER WELLS, Die Krankhei-

ten der Ovarien, németül Grenzer 1874. 114. — VOLKMANN, Verhandlungen d. VI. Congr. der deutsch. Gesellschaft für Chirurgie 1877. — FEDOR KRAUSE, Multiple Echinococcen des Peritoneum. Berliner klin. Wochenschrift 26. 1889. 35. — WITZEL, Beiträge zur Chirurgie der Bauchorgane. Zeitschrift für Chirurgie 1884. XXI. 139. — BLAND SUTTON, The british med. Journal. 1892. I. 1183. — E. HOFFMANN, Deutsche med. Wochenschrift 1894. 224. — LANGENBUCH, Der Leberechinococcus, Deutsche Chirurgie 1894. 112. — QUERVAIN, Centralblatt für Chirurgie 1897. 24. 1. — SCHEERENBERG, Virchow's Archiv 46. 392, 1869. — AUGAGNEUR, Tumeurs de mesentère. Paris 1886. Thèse. — CARTER, British med. Journal 1883. I. 7. (Cit. Collet után 56. l.) — SHMITH, British med. Journal 1868. I. — SPIEGELBERG, Archiv für Gynækologie 1872. II. 272. — THORNTON, British med. Times 1878. 565. — GEISSEL, Revue des sciences méd. 1877. XI. 713. — RINGS, Dissert. inaug. Bonn. 1880. — FREUND, Archiv für Gynækologie, Bd. 15. 1880. 255. — SCHLEGTENDAL, Liedemannsche einzeitige Operation d. Echinococcus der Bauchorgane. Langenbecks Archiv f. kl. Chirurgie 33. k. 1891. — MATLAKOWSKY W., Langenbecks Archiv für klin. Chirurgie 42. k. 380. 1891. — P. LE DAMANY (Sitzung d. anatom. Gesellschaft zu Paris 1895. 10/V.) Centralbl. f. Pathologie und path. Anatomie 1898. 276. — FUCHS JÓZSEF, Orvosi Hetilap 1894. 624. — HERCZEL MANÓ, Orvosi heti szemle. 1898. 832. — DELBET, Gazette hebdomad. de médecine. 1890. M. 15. — LACHMANN R., Dissert. inaug. Berlin. 1896. — NUGGENS, Dissert. inaug. Amsterdam. 1896. — ROTTGANS J., Weekbl. v. h. Nederl. Tydsch. v. Geneeskunde 1896. II. 981. — LANGENBUCH, Chirurgie der Leber und Gallenblase 1894. 185. — KÖNIG, Lehrbuch d. spec. Chirurgie. 1893. II. 200. — ÁNGYÁN, Közkórházi orvostársulat 1896. 75. l. és Budapest köz-kórházainak évk. 1896. 222. l. — NOTHNAGEL, Die Krankheiten des Darmes u. des Peritoneums. Spec. Pathol. u. Therapie XVII. 788. — ORTH, Lehrb. d. spec. path. Anatomie. III. Lief. 1014. —

II. Kóros képződésű tömlők a hashártyán.

A kórosan képződött — nem élősdi — hashártya-tömlők, bármily különfélék legyenek is, megegyeznek abban, hogy falzatuk ugyanolyan elemekből áll, mint a milyenek az ép emberi szervezet alkotásában is résztvesznek. Faluk szerkezete és tartalmuk szerint három csoportba oszthatók:

A) Ectodermális tömlők, a szarulemezből származó egyszerű és összetett bőrtömlők: dermoidok vagy tömlős teratomák és ébrenyi zárványok (inclusio foetalis).

B) Entodermális, a bélmirigy-lemezből származó tömlők.

C) Mesodermalis, a nyirokutakból származó tömlők: nyirok-, tápnedv-(chylus) és vértömlők.

A) Ectodermalis tömlők.

Az ectodermalis tömlők belső felülete a bőréhez hasonló sokrétű lapos hámmal van borítva, melynek felső rétegei elszarvulásra (keratohyalin és valóságos keratin) hajlanak, mélyebb rétege a Malpighi-féle sejtekhez hasonló. A hám alatt fekvő kötőszöveti burok vagy irha sima, másutt szemölcsös felülettel bir, gazdagon erezett és sejtekben bővelkedő rostos kötőszövetből áll; alatta lazábban szótt, gyakran zsirszövevvel áthatott kötőszövetet kapunk. Így tehát a tömlő fala nagyban véve a bőrhöz hasonló, s kivált a vastagabb, sokszor durva szemölcs vagy nyulvány alakjában az ür felé kiemelkedő részekén izzadsági mirigyekkel, szőrtüszőkkel és faggyumirigyekkel bőven van ellátva; utóbbiak gyakran felette nagyok s mélyen az irhán túl, az alatta levő kötőszövetbe vagy zsirszövetbe is betervednek. Ennek megfelelőleg a tömlő tartalma bőrfaggyu, sajtmázhoz, vajszerű kenőcshez vagy olajhoz hasonló tömeg, mely lapos hámsejtekben bővelkedik és többnyire már pusztá szemmel is a hozzá keveredett szőr miatt minden egyéb kórányagtól könnyen megkülönböztethető: egyszerű bőrtömlő (dermoid tömlő). Gyakran a tömlő belfelületén elszórt vagy csoportosult fogakat is kapunk, foghússzerű szövevvel körülfooglalva és porcós vagy csontos képletekbe ágyalva, ilyenkor a daganat egyébként is vegyes szerkezetű, több rekeszű; némely fióktömlőben a belső burok a bélmirigylemezből fejlődő szervéhez hasonló köb-alakú, hengeres vagy akár csillóhámmal borított és mirigyei a légútak vagy az emésztő cső mirigyeihez hasonlítanak. Az ilyen daganat kötőszöveti tömegében sima és harántul csíktolt izomsejteket, sőt idegsejteket tartalmazó agyvelőszerű állományt, velőtlen és velős idegrostot is találunk; közben néha endothel sejtekkel bélt savós tömlőt is. Ez az összetett bőrtömlő (komplikált dermoid), vagy torztömlő (teratom cysta), vagy monogerminalis implanatio foetalis, ujabban embryoma (WILMS). Végül ha a tömlős daganat valamely része egyik-másik magzatrészhez hasonló kifejlődést ér el, akkor a daganatot több-kevesebb valószínűséggel a korai mag-

zat életben elcsenevészett és az erősebben fejlődő magzat test-ürének záródása alkalmával befoglalt iker ébrénynek tartják: foetalis inclusio vagy bigerminalis inclusio foetalis abdominalis.

a) *Inclusio foetalis abdominalis.*

Míg az egyszerű bőrtömlő fogalma eléggé körülírt, addig a két utóbbi alak, melyek éppen a hasüri kóros tömlők tárgyalásánál jönnek számba, mert egyszerű bőrtömlőt a hashártyán nem igen észleltek, az irodalomban nincsen kellően egymástól elkülönítve, bár ez már csak a megérthetés végett is szükséges. Teljes bizonyossággal csak akkor mondhatjuk a daganatot inclusio foetalisnak vagy foetus in foetunak, azaz valóságos bigerminalis implantationnak, ha a tömlőben valamely felesleges magzatrészt, egy szervet, csonkán bár, de jól felismerhető alakban kapunk, pl. valamely végtagot, vagy ujjat körömmel, és egyszersmind a képződmény összefüggése a testtel arra utal, hogy valósággal egy csökevényes ikermagzat parasita módjára az illető egyén (autosita) szervezete által körül lett foglalva. A petefészekben oly gyakran (ritkábban a herében is) előforduló bőrtömlők komplikáltabb példányaiban egyes részek szöveti szerkezete valamennyire a normális szervekre emlékeztet s némi jó akarattal és képzelődéssel a fogakat körülfogaló rendetlen durványos csonttömegben állkapocsra, egy lapos csontlemezkében koponyacsontra, a benne levő lágyabb tömegben agyvelőkanyarulatra, bélsatornára, tüdőre, emlőre, szemre lehet ráismerni, vagyis inkább ilyeneket lehet ki-magyarázni, és WILMS jeles értekezésében elég behatóan elmélkedik a fölött, hogy miért nem találtak még eféle petefészek-tömlőben májat és vesét is. Hogy a hasonlóság fürkészésében mennyire szerepel a vizsgáló jóindulata, azt éppen a komplikált dermoidok irodalmában kitűnően demonstrálhatjuk; némely részletesen leírt, sőt lerajzolt esetben utólag még a legjobb akarattal sem dönthetjük el, vajjon a képződmény tényleg foetalis inclusio avagy pedig csak komplikált dermoidtömlő volt. Ez okból szükséges ama másik irányadó tulajdonságot is kellően méltányolni, hogy valódi foetus in foetunál (bigerminalis implantatio foetalis) a fogyatékos magzatot körülfogaló zsák nem valóságos bőr, mint a dermoidtömlő

fala, hanem izzadság-, faggyúmirigyeket, szórt teljesen nélkülöző amnion, melytől kifelé néha chorion, esetleg még lepényrészletek találhatóak a hashártya lemeze alatt; továbbá, hogy az eltokolt magzatdúrvány a tömlőben valamennyire elkülönítve fekszik, köldökzsinórt képviselő kötegen lóg, melynek erei a főmagzat szomszédos ereiből erednek.

Ezen alapon a foetalis inclusiót a legkomplikáltabb bőrtömlőtől (teratom cysta) megkülönböztethetjük, de nagy ritkán — úgy látszik — a kétféle alak együttesen is előfordul. SCHAUMANN esetében újszülött leány alhasában egy nagy tömlő volt, melyet a szülés alatt meg kellett nyitni, és még két kisebb egymással közlekedő zacskó, melyek a far felé az izmok alá nyomultak. A nagy centralis tömlő belül szőrös bőrrel volt bélelve s alulról kis testecske nőtt be, melynek belsejében három szabálytalan csontocska fészkelt. A bal zacskóban két alsó és két egymással összenőtt felső, jól fejlett ujjakkal ellátott végtag feküdt és a vele közlekedő jobb zacskóban bélrészek, tömlők, csontok voltak, miért is AHLFELD az esetet kettős inclusionak tekinti.

Az elzárt ébrény mindig, még a legnagyobb tömlőben is aránylag kicsiny és felette csökevényes: az úgynevezett acardiacus torz tökéletlen alakjával bír, néha mumifikált, mint a méhen kívüli terhesség alatt elpusztult s az anyában benrekedt magzat. Viselője többnyire holtan jön a világra, de ha élve született, továbbra fejlődhetik s ilyenkor a daganat is tovább nő, a hasüri szerveket nyomja, idült hashártyagyuladást okoz és e miatt az egyén még gyermekkorában meghal, csak ritkán ér el nagyobb kort.

A hasüri bigerminalis implantatio felette ritka. Az esetek teljes gyűjteményét AHLFELD művében találjuk, hol 12 eset van leírva és némelyik rajzzal illusztrálva; de ezen esetek nagy része még a régiebb időkből van összeszedve, mikor a sebész kése még nem érintette a hasüri daganatokat és a dolog csak boncztani curiosum értékével bírt; azért a daganat fekvése és viszonyai felől többnyire nem is kapunk kielégítő felvilágosítást s többeknél kérdéses marad, vajjon nem volt-e csak összetett bőrtömlő.

Az ébrényi tömlő mindig veleszületett daganat; újdonszültnél ökol-gyermekfejnyi, később dinnye-, tök mekkoraságra nőhet.

A hasüri szervekkel sokszorosán összenőve, többnyire voltaképen a haránt remeseszálalag lemezei közt fészkel. A legrégebbi ily eset BRÉSCHET-től származik: 14 éves fiú hasában dinnye nagyságú tömlő volt, mely a belekkel, s kivált a remesével szorosán összefüggött és azzal közlekedett is; ürében geny, egy csomó haj és egy tökéletlen himnemű fötus volt, mely egy szálalag által a zacskó falával összefüggött; táplálását rövid köldökzsínór közvetítette, mely a haránt remesén tapadt és egy üteret és egy visszeret foglalt magában. Pontosabban írta le esetét YOUNG. Egy csecsemő hasában daganat fejlődött s mikor a fiúcska 9 hónapos korában meghalt, hasában a haránt remeseszálalag lemezei közt 5 font súlyú tömlőt találtak, melynek belsejében egy fötus feküdt; törzse és végtagjai jól felismerhetők, a fejét valamely sötét-vörös szövet-tömeg képviselte. Az ébrény a peteburokkal egy köteg által függött össze, mely a fejdurványból eredt, továbbá valami husos, a köldökből eredő híd által, melyben bélrészletek feküdtek; a gerincz hátul meghasadt. FATTORI halva született éretlen leányt vizsgált, kinek hasa és gáttája erősen dagadt volt. A haránt remesén és szálalagán rögzített tömlőt kapott, mely a hasürt kitöltve, a méh mögé a kis medenczébe nyomult. Fala két, könnyen elválasztható lemezből áll és belül a méhlepényhez hasonló tömeg tapad; ebből két erecske indul ki, melyek közül az egyik valami gömbölyű testben (a májban?) oszlik szét. Utóbbi hártvás zacskóban feküdt egy fölül és alul vakon végződő béldarabbal együtt s a fő tömeg egy alakatlan, de bőrrel bevont test, melyből két láb ujjakkal ellátva nőtt ki. A medenczebeli zacskóban bűzös folyadék volt, és egy nagy gömbölyű, bőrrel burkolt csomó, a melyből egy kéz négy ujjal, két alszár lábbal, egy lapoczka rövid karral és egy két ujjú kéz mereven állott ki. Azonfelül egy béldarab volt felismerhető és több más szerv, melyeket FATTORI tüdőnek, szívnek, mellékes vesének, hólyagnak tartott. Ezen esetet általában mint hármasszülött: monstrum triplex parasiticum példáját hozzák fel. A legjobban leírt efféle esetet KLEBS-nek köszönhetjük. A fiúcska néhány hetes korában hashártyagyulladásban meghalt, de már születése után SCHÄRER a hasürében egy kisökölnyi daganatot tapintott volt ki, mely önálló mozgással bírt, miért is a hullából az egész daganatot kivágta és részletesebb vizsgálat

végezt beküldte. A mesocolon transversumban fekvő zacskó kívül hashártyából, belül amnionból állott. A gyermek függőeréből egy ág a tömlő falán át rövid köldökzsinórban a bezárt elősdi ébrény testébe hatolt. A köldökzsinór tapadása helyén egy köldökzsinór-sérv van, melyben vékonybél és a durványos máj fekszik. Az eltorzult elősdi petealakú, tagjai erősen összenyomva a főtömeghez, a fejhez szorítvák. Végtagjai tökéletlenül fejlődtek, éktelenek. Az aránylag nagy koponya agyállományt és intermeningealis vérömlenyt tartalmaz. A tömeg alsó részében még egy darab gerincz és a medence is megvan. Durványos sziv is jelen volt, melyhez a gyermek függőeréből jövő ág futott. A máj felett egy csillóhám-mal bélelt tömlőcske (a tüdő) feküdt. A vastagbél igen tág és nyákos anyagot tartalmaz.

Máskor *a tömlő a has bal felében a gyomor mögött* a rekesz és a bal vese közötti területből indult ki. Így a PROCHASKA által részletesen leírt REITER és STEINIGER-féle esetben: nyolcz hónapos csecsemő leány hasában a gyomor alatt és mögött 3 font súlyú tömlő feküdt s ebben az éktelen magzat, mely egy középső tömegből és három lebenyből állott, belőle egy kettős láb 10 ujjal, két kar két kézzel nőtt ki s benne egy darab bél, egy gerinczrészlet és valami kevés izomállomány volt felfedezhető. HECKER és BUHL a születés után 4 óra mulva meghalt leányban a vese, hasnyálmirigy és rekesz közt a hashártya alatt fészkelő kis ökölnyi zacskóra akadtak, mely a függőerből eredő ágból volt vérrel ellátva. A zárt chorionból és amnionból állott és a hashártya alatti szövettel, részben hashártyával volt körülveve. A benne rejlő magzat három alsó és két felső végtaggal bírt, koponyacsontokat, medenczét, bélrészeket lehetett benne felismerni, de a sziv hiányzott, ép így a májnak, vesének s nemi részeknek nyoma sem volt feltalálható.

Több ezen rovathoz tartozó esetet nem sorolok fel, mert részint tökéletlenül vannak leírva, részben egyáltalában kérdéses, vajjon csakugyan ide számíthatók-e és nem inkább csak összetett börtömlők?

A hasürben implantált ébrényi tömlő folytonos növekedése közben a szomszédos szerveket eltolja, nyomja, izgatja, hashártyagyuladást idéz elő s a bélel összenöve beléje szakadhat, mely esetben a tömlőben genyedés, evesedés következik be: a bezárt

torz elhal, bomlásnak indul, részei (csontok, haj) a belen át kiürülnek (BRESCHET, FLEISCHMANN, RIEMBAULT, BISSIEU) s bár ezen incidens rendszeren a gyuladás tovaterjedése miatt vészthozó, megeshetik, hogy ez úton önként gyógyulás áll be. Így ALBERTONI esetében: három éves fiú mérsékeltén dagadt hasában baloldalt az epigastrium és a rásztáj között a colon felett ökölnyi, kemény daganat volt kitapintható, a gyermek lázas lett s egy idő múlva apró, hengeres, izfelülettel bíró magzatsontokat (összesen huszat) urított ki és végre meggyógyult. SULIKOWSKY állítólag kifelé való átfurást is észlelt. A gyermek nagy hassal született és hasa a 10. évig folyton nőtt, míg a köldökön fölrepedt, mire a daganatot kiirtotta, s benne fogakat, különböző csontokat, egy szemet (szemüregben) talált; de ezen esetben felmerül a kérdés, vajjon az valószínű bigerminalis implantatio, vagy csak komplikált bőrtömlő volt-e, mert DANYAU, ki az esetet a párisi akadémiának bemutatta, csak alaktalan húsos tömeget kapott, kenőcsszerű állományt, rostos és porcos darabokat néhány csontdarabbal keverten és 3 jól fejlett fogat; az orbitának elnevezett csontürben zavaros folyadékkal telt hólyagot, az S. által hasnak elnevezett rendetlen szövettömegben egy lapos csontot talált, a «scrotum»-nak mondott bőrtömlőben 2 nagyobb és egy kisebb hólyag volt, savós, genyes folyadékkal telve, de herének nyoma sincsen, a «penis» csupán csak bőrredő volt húgycső és corpus cavernosum nélkül, foetalis burkot sem kapott s e szerint az eset valószínűleg nem is volt foetus, hanem a következő rovatba tartozik.

b) Összetett hashártyabeli bőrtömlő.

Az összetett bőrtömlők, komplikált dermoid vagy teratom cysták közt első rendben számba jönnek azok, melyek a farkcsigolyán vagy a keresztcsonton gyökerezve, a kis medence ürébe nőnek s a végbél és hólyag, nőben a hüvely körül foglalnak helyet és növekedésük folytán vagy a gáton domborodnak ki, vagy pedig a hasür felé emelkednek. SÄNGER egy esete kapcsán, melyet szerencsésen operált, nyolcz más esetet részletezve azon eredményre jutott, hogy e tömlős daganatok nem a petefészkekből erednek, hogy a lefelé, a cavum ischio-rectale felé terjedők sima, szörtelen vagy gyengén

szőrös fallal bírnak (egyszerű bőrtömlők) és az ectoderma embryonalis betüremkedéséből származtathatók; míg a magasabbra, a a hasür felé növők összetettek és a His-féle elmélet értelmében úgy származnak, hogy a tengelyköteg körül összevegyült csira elemekből az ecto-, meso- és entodermalis elemek a szomszédos mélyebb szövetek felé nyomulnak és lefűződnek.

Nem bocsátkozom a teratoma tömlők származására nézve felmerült s általánosan ismert hypothesisek részletesebb fejtegetésébe, csak röviden kifejezem azon nézetemet, hogy épen csakis a REMAK- és HIS-féle, HESCHL, továbbá LÜCKE által részletesebben kifejtett implantatio felvételével lehetséges a dermoid-tömlők sokféle alakját, különféle helyen való előfordulását kielégítően megmagyarázni, míg WALDEYER-nek a szűz nemzésre (parthogenesis), WILMS-nek az öntermékenyítésre alapított elmélete kizárólag a nemző mirigyekben (petefészekben, herében) támadt bőrtömlőket bírja megmagyarázni, de a test egyéb részein előforduló hasonló szerkezetű daganatok értelmezésére elégtelen.

Miután a SÄNGER értekezésében tárgyalt medenczebeli bőrtömlők nem szerepeltek hasüri daganatokként, ezektől eltekintettek és a BERGMAMMER esetére szorítokozom. Az elsőszülött fiú eleinte jól fejlődött. 10 hónapos korában észrevették, hogy hasa erősen dagad. BERGMAMMER a jól táplált gyermek nagy hasában petealakú, gyermekfőnyi, hullámzó daganatot tapintott ki, mely az altest középvonalában a köldökön felül ér s lefelé a medenczébe folytatódik. A laparatomiánál a tömlős daganat a linea alba átmetszése után a sebbe előnyomult s a próba punctiónál tiszta vizelet ürült ki, mert a hólyagot a mögötte fekvő tömlő előre tolta. A hólyag sebének bevarrása után a hashártyát is átmetszve kitünt, hogy a részben csontkemény, részben hullámzó puha tumor cysticus az erősen tágult hólyag és a végbél közt fekszik; punctiónál 150 cm³ tiszta folyadékot ürít, mely alkalikus hatású, 1010 falysúlyú s kevés fehérjét tartalmaz. Az összetett daganatot kötőszöveti tokjából valamennyire nagy nehezen kifejtette, tövét a kis medenczeürben körülzsinogelve levágta, a tönköt és felette a hashártyát összevarrta s a hasfalat szokott módon elzárta. A gyermek harmadnapra meghalt. Bonczolatánál kitünt, hogy a vastag falú zacskó alsó vége jobbról a farcsikcsont felé ér s ott vakon végződik,

alatta még egy másik kis tömlő van, mely a daganat legalsó részlete. A farcsik- és a keresztcsont egészen ép, semmi nyílás nincs rajtuk; az ureter és a vesemedence mindkét oldalt tágult. A kisebb daganat üresen még 200 grmot nyom, különálló és összefolyó ürökből áll, melyeknek falát nagyrészt lapos csontok alkotják, ezek diploët tartalmaznak és hyalin porcczal vannak áthatva. Hosszanti metszetén kitűnik, hogy a külső kötőszöveti burok lefejtése után több tömlő nyílik meg, melyek világos savószerű folyadékot tartalmaznak, de az egyik diónyi vastag falzatú cystában fehéres-sárgás pépet kapott, mely bőrhámból és cholesterin jegecekből állott s mellette velős idegrostokat és myelin-cseppeket talált. A daganat hátsó felületén egy tömlő falában vöröses húsos kötegekre bukkant, melyek harántcsikolt izomrostokból vannak összetéve, közelében még egy borsónyi ür volt szőrrel és faggyuval telve. A savós tömlők felületén nem volt hám, csak endothel maradék, mely nagyobbrészt leesett.

A medenczén felül támadt bőrtömlők még ritkábbak. A hashártya mögötti (retroperitonealis) dermoid cysta a gerincz egyik vagy másik oldalán fekszik és nagyra növe a rekesztől a csipőtányérig terjed, az ágyéktájat kidomborítja, a remesét előre vagy befelé, a vesét lefelé és előretolja és ezzel többnyire oly szoros összefüggésben áll, hogy vesetömlőnek tartják. Ezen tömlők is igen komplikáltak. Így a legrégebb esetben MECKEL a daganatban faggyut és szőrt, falában 4 fogat és 21 drb. csontot talált; később PAGET és MADELUNG észleltek ily retroperitonealis dermoidot; ezekről részletesebb adatok hiányzanak. BARDENHEUER 17 éves leányt operált, kinél a gyermekfőnyi daganat a májtól a nagy medenczéig terjedt; extraperitonealis vesemetszéssel behatolva, a leválasztott hashártyát a tömlővel összenövesztette és azután diaperitonealis szűrcsapolással a dermoid cysta tartalmát kibocsátotta; hat nap mulva az időközben evesedésnek indult cystát kiirtotta, mely a vena cava körüli szövetből indult ki. A beteg 15 óra mulva meghalt.

ZWEIFEL 18 éves leány hasában igen nagy, puha, hullámozó és kevésbé mozgatható daganatot tapintott ki, mely felett a lehágó remese kimutatható. A daganat a rekesztől a medenczéig terjed és a Douglas-térbe is benyomult, alsó sarka a hüvely felől

jól kitapintható. A laparatomianál kitűnt, hogy a petefészkek épek, a méh a széles szálágokkal együtt kissé előre van tolva és a nagy tömlő a gazdagon erezett hashártyával bevonva úgy feküdt, hogy a colon descendens rajta végig lehaladt. A remese szálágot felhasítva s a belet tompán aláásva, balra hajtotta és a tömlőt kiszabadítva, megnyitotta: 20 fontnál több pépes, disznósírhoz hasonló anyagot szedett ki belőle; az összetett tömlőt kivájva kitűnt, hogy alsó sarkán az eltolt és laposra nyomott vese volt, melyet alakötött és kivágott, felfelé a rekesz alá jutott s ujjával a szív mozgását érezte. Több ér alakötése után a nagy retroperitonealis ür keveset vérzett, a beleket visszahelyezte, a sebeket bevarrta és a beteg baj nélkül felgyógyult. A nagy zsák összeesve és borszeszben összezugorodva még 23 cm. hosszú és 17 cm. széles, belső felülete szőrös bőrrel volt bevonva. Végül KÖNIG is felemlíti, hogy 46 éves nőnél rendkívül nagy fodorbeli szőrös bőrtömlőt bemetszés és drainage által meggyógyított, de sipoly maradt vissza.

Magában a hasürben a dermoidalis tömlő a fodorban, a kis és nagy csepleszben fészkelhet. A fodorban ANDRAL egy néger nőnél szőrös tömlőt talált, és SCHÜTZER 15 éves leányban gyermekfőnyi igen komplikált bőrtömlőt kapott, mely a gerinczen az alsó háti és felső ágyéki csigolyatest fölött feküdt, s szőrökkel, fogakkal és csontokkal volt ellátva. CRUVEILHIER említette, hogy DUPUYTREN egy férfiban hasonló cystát talált és LEBERT két esetről szól, melyekben szőr volt, de semmi fog. SPENCER WELLS 19 éves hajadon leány hasában congenitalis hullámzó tömlőt operált, melyet azelőtt echinococcus tömlőnek tartottak. A tompulat a májtól a köldök alá négy ujjnyira terjedett; a fanív felett dobos hangot kapott, úgyszintén mindkét oldalon; a daganat jobbra-balra eltolható, de sem fel-, sem lefelé; májbeli tünetek teljesen hiányoztak. Explorativ metszésnél kitűnt, hogy a köldök alatt a bélfodorból sárgás fehér cysticus daganat domborodik elő, melyet felhasítva, a széleket a hasseb elé varrta. A tömlőből nagy mennyiségű sárgás, félig tömött zsirszerű anyag ömlött ki és néhány szörtines. Az ürt, mely hátrafelé a gerincz, illetőleg a bélfodor gyökéig terjedt, ujjal és szivacsossal gondosan kitakarította, és a hassebet nagyobb részt elzárva, a mesenterialis zsák széleit a hasseb széléhez pontosan odavararta. A kivett tömeg

6 fontot nyomott, benne sok zsirt, kevés hámsejtet és kevés szőrt találtak. A sebből még hosszasan némi váladék szivárgott, utóvégre két év múlva egy kis heg maradt vissza, mely időnként felfakadt, mikor is belőle még kevés folyadék szivárgott ki.

Csepleszbeli bőrtömlőt legelőször RUYSCH (1705) észlelt, mert említi, hogy a csepleszben ökölnyi tömlőt talált, mely szőrrel és péppel volt megtöltve. Több mint 100 év múlt el, míg más eféle esetre bukkantak. CLODOMIRO BONFIGLI 50 éves elmebeteg nő csepleszében a gyomor és máj között körteképű daganatot kapott, mely 13 cm hosszú, 9 cm széles és 470 grm súlyú volt; vastagabb része sima, puha falú, egyszerű tömlő, melyben sárgás nyakos anyag volt, belső felülete nagyjából sima, de 3 □-cmeternyi területen számos rövid szőrrel benőtt, érdes, bőrszerű; vékonyabb csontkemény része alakatlan csontokból áll, melyek centralis ürt foglalnak körül, utóbbiban zsiros detritust és két szabad pofafogat talált, egyik szuvas volt az ür belső felülete még 19 foggal volt kirakva, melyek részint függőlegesen, részint ferdén állanak. Mikroskopi vizsgálatnál a tömlő fala rostos szövetű s a belső felületét bélelő bőr epidermissel borított, a szőrök szép tüszőkkel bírnak; tartalmában elzsirosodott sejteket, hámpikkelyeket és cholesterin táblákat talált.

A nagy csepleszben BUCHANAN, továbbá GRIFFITHS is észleltek bőrtömlőt, de ezen közlések nem állnak rendelkezésemre. MANTEL felemlíti, hogy egyet FERIGIER látott. Így tehát az újabb irodalmat illetőleg tulajdonképen csak ZINSMEISTER esetére hivatkozhatom. 30 éves nő, ki hatszor szült, már második terhességének harmadik havában fájdalomtól lepetett meg, mely főleg a bal hypochondriumban székelt, erős mozgásnál, úgyszintén az intergravidus időközben, a hószám alatt súlyosbodott; két év előtt a has bal felső részében fekvő ökölnyi, igen könnyen eltolható daganatot vett észre s utóbbi időben is erős fájdalom gyötörte, de semmi más körülmény nem jelentkezett. ZINSMEISTER a középerős és jól táplált nő bal hypochondriumában sima, gömbölyű, tömör, jól mozgatható daganatot kapott és daczára a fenforgó három havi terhességnek operálta. A férfiokölnyi daganat a cseplesz alsó széléből egyszerűen lett eltávolítva, mert sehol sem volt odanőve. A petefészkek teljesen épek voltak s a nő minden baj nélkül felgyógyult.

A tömlős daganat 10 cm átmérőjű falában csont és porcós részek voltak, belső felülete bőrhöz hasonló, szőrrel, fogakkal benőtt; ürében folyékony zsír és cholesterin volt.

Az elmondottak szerint alig marad kétséges, hogy bőrtömlők a hashártyában fejlődhetnek, bár támadásukra nézve kielégítő magyarázat nem áll rendelkezésünkre. Azonban tekintve azon körülményt, hogy a petefészek dermoidok és teratom tömlők oly gyakran hosszú kocsányon lógnak, terjedelmök, de meg a belekkel való összenövésök miatt is sokszor a medenceürt elhagyva, magasan a hasüri szervek közé kerülnek, sőt néha utólag lefűződve eredeti helyökről leválhatnak: minden esetre számbaveendő azon lehetőség is, hogy a fodron vagy a csepleszen lógó, vagy velök akár igen szorosan összenőtt bőrtömlő, eredeti helyéből kiszökött petefészek-tömlő is lehet s a valódi tényállás kimutatása nemcsak az élön és műtét alkalmával járhat leküzdhetetlen nehézséggel, hanem még a holttest felbontásánál sem lesz mindig könnyű feladat.

HAFFTER egy gyermekfőnyi bőrtömlőt igen részletesen írt le, melyet 60 éves nő hasában talált. A dermoid a köldök és a fanjv között épen a hasfal alatt feküdt, a csepleszszel betakarva, azzal régi és friss kötegek által össze volt növe, de egyszersmind a mellső hasfalhoz is odaforrt; hátra és balra egészen szabad volt, de jobb oldalt még egy 5 cm hosszú tömött rostos szálal által a vakbéllel függött össze. Ürében meszes pép volt szőrökkel vegyest, részben elmeszesedett, részben rostosan foszladozó falában szőrtüszőket és faggyúmirigyeket talált nekrotikus állapotban. Szerző a petefészeket nem említi és esetét a Remak-féle elmélet értelmében a has bőrének befűződéséből származtatja, bár azzal semmi közvetlen összeköttetésben nincs; alig szenvedhet kétséget, hogy ezen tömlő eredetileg petefészekbeli dermoid volt, mely levált és elmeszesedett. POMMER csepleszbeli foetalis inclusio czíme alatt gyermekfőnyi tömlőt írt le, melyet 28 éves nőből irtottak ki. A daganat a faniv felett feküdt, a mellső hasfallal és a csepleszszel erősen össze volt növe s utóbbi finom fátyol módjára körül foglalta; hátrafelé szabad, de alul a kis medence falán több lobos adhaesio volt és egy ujjnyi vastag köteg a méhhez futott. A nagyobb részt elhalt és elmeszesedett tömlő belső felületén a szőrös

bőrbélés alatt vaskos porczos és csontos vázzal bíró kinövéseket talált, harántul csikolt izomrostokkal körülfogalva, továbbá jól fejlett fogakat és azok tövében egy a Meckel-féle porczra emlékeztető növedéket csontos porczczal befedve, melyet szerző állkapocsnak mond ép oly joggal, mint a hogy ürös, nyákos képletet, melyből valami csöves nyulvány ered, féregnyujtvánnyal ellátott vakbélnek és barnára festett sejtek igénytelen csoportját szemtelepnek tart. A tömlő leírt szerkezete teljesen megfelel az összetett petefészek dermoidnak s miután egy vaskos köteg által tényleg a méhvel függött össze, bizvást feltehető — bár a referatumban a petefészekről semmi említés nincsen —, hogy az valósággal egy félig lefűződött és a csepleszszel összenőtt petefészekbéli teratom tömlő volt.

Úgy hiszem, ily módon értelmezendő BORNHUBER esete is. Az 50 éves férfi hosszasan betegeskedett. Már három éves korában baloldalt a bordák alatt kis kidomborodást vettek rajta észre, mely évről-évre nagyobbodott és óriási terjedelmet ért el. A tömlő a rekeszt és a gyomrot eltolta és a bal medenczeicsontig terjedt le, 30—35 font zsiradékot és egy rakás szört tartalmazott, továbbá egy bőrrel bevont alakatlan testet, melyet ő — s utána sokan — inkrustált foetusnak tartottak; de ha ezen hóemberre emlékeztető «foetus» rajzát (Ahlfeld atlasza VIII. 5. sz.) a komplikált bőrtömlőben oly gyakran található furcsa képződményekkel összevetjük, alig hallgathatjuk el azon gyanunkat, hogy a kérdéses daganat dermoid volt, mely feltehetőleg a — ez esetben hiányzó — bal here helyében fejlődött ki. THORNTON 33 éves nőből dermoid tömlőt távolított el, mely vastag köteggel a csepleszen tapadt és egy szálal által a jobb petefészekkel függött össze, melyen szintén egy bőrtömlő volt; a daganatot és a jobb petefészeket kiirtva utólag rájött, hogy a bal petefészeket is levágta, illetőleg hogy a csepleszhez nőtt daganat nem volt egyéb, mint a bal petefészek, mely a széles szálagról egészen levált és már az omentum felől lett táplálva.

Ectodermalis tömlőhöz hasonló daganatok továbbá az által is létrejöhetnek, hogy petefészekbéli tömlők felfakadnak és tartalmuk a hasürbe ömlik, a bekövetkező aseptikus lob folytán maga, vagy egyéb hozzátársuló lobtermékekkel együtt betokoltatik és a

hasür valamely részében veszteg marad. GRAWITZ veselobban elhalt 40 éves nő hasában sok összenövés közt kétoldali petefészek bőrtömlő mellett egy harmadik, füge nagyságú (4—5 cm átmérőjü, 1—2 cm vastag), tiszta fehér, stearinszerű faggyútömeeggel telt ürt kapott, félig a rekesz, félig a máj által eltokolva és helylyel-közzel még több kisebb ily göczot, néhány apró pettyet és a bélhurkok között gömbölyü, sima falú tömlőcskéket; a mikroskopi vizsgálatnál meggyőződött, hogy mindezek nem valódi dermoidok, mert faluk nincsen hámboritékkal ellátva, hanem nézete szerint zsirosan elfajult lobos termékek, a petefészek tömlőket pedig esetleges complicationnak tartja. De már előbb KOLACZEK reájött, hogy a sajátságos faggyúszerü lerakodmányok a petefészekbeli daganattal oki összefüggésben állanak. 45 éves nő hasában laparotomia alkalmával a savós lobtermény kiürítése után a hashártyán belövelt lobos alapon számtalan, akár lencsenyi, sárgásfehéres csomócskát látott; a szemcséket közelebről megtekintve észrevette, hogy többnek közepében a hasür felé egy-egy cm. hosszú világos gyapjuszőr áll ki. A majdnem emberfönyi és igen vastag falú ellapult elsődleges petefészek-tömlő közepében levő ökölnyi ürben hamuszínü szőrökkel kevert, sűrű faggyúszerü tömeg volt. Miután az elsődleges tömlő felületét simának találta, a másodlagos csomókat nem származtatja a petefészekbeli bőrtömlőből eredő semen átültetéséből, hanem felveti a kérdést, vajjon lehetséges-e, hogy a hashártya még embryonalis korban, vitium primæ conformationis folytán, valóságos fedő laphámos csirákkal lett áthatva. FRÄNKEL 37 éves nő esetét írja le, ki többször szült és sohasem volt beteg, de két év óta húgyrekedésben szenved. Hasában a jobb Poupart-szálág felett almanagyságú daganat képződött, mely lassan nőtt, majd balra is terjedett. Az asszony kilencz hó előtt egy löcsös szekérről esett le s három hétig feküdt, láza volt és erős hasrágás kinozta. Ezen idő óta hasa gyorsabban nőtt, 104 cm kerületü és elül a kardnyujtvány hegyétől a köldökig 22, innen a fanizületig 21 cm hosszú, hullámzó; a felhastáj és rásztáj dobos, alább a hang tompa s helyzetváltoztatásnál nem változik. A nő nagy nehézséget érez, erősebb mozgásnál fullad, lesoványodott. Hasában nagy daganat tapintható, mely a medenczétől majdnem a bal rásztájig terjed, darva dudoros, könnyen oldalra tolható, nem érzé-

keny; a hüvely balra hosszúra felhúzódott, a méh a daganat mellő felületén körültapintható és eltolható, de baloldalt a nagy tömlővel függ össze, mely a Douglas-tért kitöltve, a hüvely és végbél felől jól érezhető. Kystoma ovarii-nak tekintették. Mikor a műtétnél a hasfalat a középvonalban felvágták, cholesterolin jegecsekkel, zsirral, puha faggyúszerű anyaggal és összezsapdosott szőrrel kevert, öt liternyi, zöldessárgás folyadék ömlött ki; a daganatot óvatosan a sebbe kiemelték s megnyitottak, de az mégis megszakadt és a kenőcszerű anyagból valami a hasürbe is jutott. A tömlő felső végétől egy köteg az összezsapdosott csepleszhez halad s úgy ezen, mint a csepleszen faggyúszerű tömeg és szőrök tapadnak és akár diónyi csomók vannak rajta, melyek fonalakon lógnak; a cseplesz alatt tenyérnyi faggyús lepény volt sok szőrrel keverten. A nagy tömlőt a sokféle összenövés miatt nem lehetett kiirtani, azért a hasüreg kitakarítása után kivarrták és drainezték. A beteg másnapra meghalt. KUNDRAT a hasürben két liter genyes, véres folyadékot kapott, a hashártya erősen belövelt és nagyrészt 1—15 mm vastag irhaszerű szemölcsös és reczés szürkés hártává lett, avagy pedig, mint a máj és lép felett, vastag rostos állhártyás lerakodmánynyal bevont. A csepleszben lapos, gömbölyű, mogyrónyi csomó, zsírból és szőrből álló tömeg szívós hártáival betakarva és másutt is odatapadó és nyelen lógó, kendermag-galambtojásnyi daganatok, melyek savós hártáyszerű boríték alatt félig meredt faggyúszerű anyagot tartalmaznak; a legnagyobbak széles alapúak, a máj összenövései közt és a rekesz alatt, a haránt remese szálagán, a legkisebbek a vékonybeleben és fodron fekszenek. A májon levő állhártyák közt, a hátsó hasfal rekeszeiben, a medenceürben szabad zsircsomók és olvasztott faggyúhoz hasonló tömegek vannak és a Douglas-tér mélyében tyuktojásnyi összezsapdosott zsiros szőrcsomó észkel. A kivett főtömlő (a bal petefészek) nagyobb részét megvastagodott hashártáival van bevonva, de alsó fala, hol a széles szálagon tapad, *hiányzik*. Külső felületén sok szőr és faggyúszerű csomó tapad, belső felülete majd bőrhám, majd nyákhártyáyszerű és dudoros kiemelkedésekkel benőtt, melyek hol puha pépes, hol szívós rostos szövetből állanak, és egy vastag szőrös köteg által ketté volt osztva. A mikroszkopi vizsgálatnál a hashártya irhaszerű része rostos megvastagodást mutat, bőséges

gömbsejtű beszűrődéssel, dúsan erezett és redős volta miatt néhol mintegy papillaris külemmel bír; felületén nagy magvú, de nem festődő sejtek vannak, melyek inkább hámsejtekhez, mint endothelhez hasonlítanak s a szőrök rosszul fejlett folliculusokban ülnek, velőtlenek és vékonyak, izzadsági mirigyek hiányzanak.

FRÄNKEL másik esete 41 éves nőre vonatkozik, ki 15 év óta fennálló hasi bőrtömlő miatt lett operálva. A petefészek dermoidum mindenfelől oda volt növe s kifejtésénél a bél is megszakadt. A collabált beteg a második napon meghalt, mert a bélvarratok meglazultak és kendermagnyi nyílás jött létre. Ezen esetben számos kendermag, egész mogyorónyi fióktömlőcskét talált a kis medence falán, a csipőbél, a vakbél és a remese hashártyáján, a széles szalagon s mindezek vékony hashártyaszerű burokkal voltak bevonva és mézsűrűségű olajat tartalmaztak. FRÄNKEL esetei tárgyalásánál függőben hagyja, hogy vajjon a hashártyabeli tömlők önállóan fejlődtek-e, vagy pedig az elsődleges petefészek tömlőkkel oki összefüggésben állanak, de valószínűbbnek tartja, hogy a petefészek-tömlő megrepedt és tartalma annak idején a hasürbe ömlött; felemlíti a harmadik lehetőséget is, hogy t. i. a dermoid-tömlő vékony falán keresztül jutott anyag általi contact infectio útján támadhattak, mely azután a bél peristaltikus mozgása által a hasürben szétszóródott.

MOORE, HULKE, DUNKAN is hasonló eseteket közöltek, de azok részletes tárgyalását nem tartom szükségesnek, e helyett azonban a felsorolt esetek értelmezése végett még két más dolgozatra hivatkozom, melyek a kérdéses hasüri csomók megfejtését elősegítették. HILDEBRANDT két régi petefészek dermoid vizsgálatánál reájött, hogy a már levált szőrök más helyen újból a szövetbe furódva, hol egyszerűen, hol sarjszövettel és óriási sejtekkel körülfoglalva vesztég maradnak, mely tényről magam is ismételten meggyőződtem; másfelől MAYER mikroszkopos vizsgálat útján kiderítette, hogy a kiömlött tömegek a hashártyához tényleg odanőhetnek. 47 éves nő, ki 12 év óta hasában tömlős daganatot viselt, egy alkalommal czipője felhuzásakor valami szakadást érzett a hasában, mire a daganat eltűnt, de hasa általában fájdalmas lett és rohamosan nagyobbodott. Csapoláskor 5800 cm³ sárgás, véres folyadék ömlött ki, melyben cholesterin-jegecek csillámlottak; három hó mulva

a hasmetszés alkalmával a jobb oldali gyermekfőnyi cystoadenoma ovarii mellett a hasürben egy eltokolt ürtért kapott, melyet draineztett és a beteg hat hét alatt felgyógyult. Az ürtért eltokoló hártya két darabját gondosan vizsgálva, kitünt, hogy az a zsákból kiömlött tartalom által előidézett lob természetű sarjszövet volt, melyben óriási sejtek által körülfoglalt cholesterolin-jegeczek, illetőleg a borszeszes kezelés folytán bekövetkezett feloldódásuk után azoknak hült helyei sajátságos rekeszekként ismerhetők fel.

Véleményem szerint semmi kétség sem lehet a felől, hogy nemcsak itt, hanem az előbb leirt esetekben is az elszórt faggyú- és olajos csomók csak egyszerű eltokolások és sem a dermoid tömlőtől származó érintési ragályozásból, sem pedig a felpukkadt dermoidból kijutott szövetek átültetéséből — mit WILMS lehetségesnek tart — nem fejlődnek.

Másfelől azonban előfordulhat, hogy a medenczeürbéli vagy a retroperitonealis teratoma tömlők gonosz indulatú tulajdonságot öltenek, épen úgy, mint ez a petefészekbéli teratoma daganatokról ismeretes; ilyenkor a hasfalon vagy a hashártyán sarcoma-hoz vagy rákhoz hasonló daganat támad, mely tényleg átültetés (implantatio) vagy fertőzés eredménye. A gonosz indulatú daganatok nem tartoznak előadásom körébe és azért csak röviden említem fel, hogy EMANUEL 15 éves leánynál igen komplikált sarcomás petefészek dermoid kiirtása után a hashártyán, a csepleszen, a behegedt hassebben és a bőr alatt kisebb-nagyobb, akár emberfőnyi gömbsejtű sarcomákat talált porcz és esontrészletekkel, mirigyszerű hámmentekkel és kisebb-nagyobb ürökkel ellátva, melyek hol egyszerű és réteges hengerhámval, hol köbalakú sejtekkel és lapos hámval voltak bélelve, míg mások a hámborítékot nélkülözték. SÄNGER 50 éves nőt operált, kinél $\frac{1}{4}$ év alatt a has bal felében óriási, a hypochondriumtól a medenczéig terjedő daganat fejlődött, mely nyilvánvalóan velős sarcoma volt, a közepében két liternyi, sűrű tejeskásához hasonló folyadék volt, melyben zsiros detritust, szemcsegömböket és genyesejteket kapott. A daganat a megkísérlett kiirtás után rohamosan tovább nőtt. Megvallom, hogy az értekezésben nem találni felvilágosítást arra nézve, hogy miért is nevezte el a daganatot dermoideyctának, mert az csakis belsejében bomlott sarcoma volt.

Ellenben teljes joggal ide sorolandó DOUGLAS MONTGOMERY esete. 12 éves leány hasában fájdalom nélkül gyermekfőnyi daganat támadt, mely a colon ascendens mögött és kifelé feküdt. Felülete hámréteggel bevont, mely helyenkint børszerű, szőrtüszőkkel és faggyú mirigyekkel bír. A daganatban töménytelen apró, de akár cseresznye nagyságú hólyagocska volt, az egyik bőrrel volt bélelve, mások bolyhos, a bélnyákhártyához hasonló, megint mások csillóhámos béléssel bírtak. A daganat állományában csontot, porczt, zsírszövetet, sima izomsejteket talált, sokhelyütt a hám rákos menetekben és alveolusokban a kötőszövetbe nyomult. A kiirtás után egy hónappal a gyermek hasa újból dagadni kezdett s a gyermek a második műtét után harmad napra meghalt. A tökéletlen bonczolás alkalmával a hashártyán számtalan rákos csomót találtak; a petefészkek épek voltak.

A teljesség kedvéért felemlítem még a lehetőséget, hogy túltengett és elsajtosodott fodor mirigyek ellágyulva és összefolyva oly tömlős daganatot képezhetnek, mely valamennyire dermoid tömlőhöz hasonlít, azonban a pépes tartalom részletesebb megtekintése, különösen pedig a tömlő falának pontosabb vizsgálata a tévedést kizárja. GRÜNEBERG nyolcz éves leánynál gyermekfőnyi ily daganatot irtott ki és a tömlő egyenetlen sajtos-morzsás falában tipikus szerkezetű gümöt talált, a bél megfelelő részében pedig fekélyedés volt. Megeshetik, hogy elhalt echinococcus tömlő zsirosan elfajult tömege valamennyire dermoid tömlőhöz lesz hasonlóvá, mint FRÉMY esetében, ki 51 éves nő fodrában narancsnagyságú ilyen tömlőt kapott; sőt utóvégre különböző lobtermények: geny, rostonya is eltokolva és elzsirosodva valamennyire a dermoid tartalmához hasonló külemet nyernek. Ilyen az az eset, melyet RUS írt le: 51 éves részeges ember kilencz hét óta gyomor-bajban, étvágytalanságban szenvedett és elsoványodott: hasában a köldök táján a középvonaltól jobbra gyermekökölnyi dudoros kemény daganatot lehetett kitapintani, mely könnyen volt eltolható. Laparatomianál a csepleszben a változatlan gyomor és a haránt remese közt talált daganatot tompán kivájta, a sebet bevarrta s a beteg baj nélkül meggyógyult. A daganat vastagfalú tömlő, sűrűded szürkésvörös kenőcsszerű tartalommal, melyben zsíresepeket és barna festékes szemcséket talált; fala rostos kötőszövet-

ből áll, mely óriási sejtekkel bőven át van hatva s e sejtekben sajátos sugaras fénylő testek észkelnek, melyek tökéletlen penészgomba növedékhez hasonlítanak. RIBBERT azon véleményben van, hogy a baj bélmycosisból származik, mely egy helyen a bélfalat áttörte és a körülirt hashártyalob terméke tömlőszerűen eltokolódott, míg a sarjszövetben levő penészgomba sajátos módon elcsenevészett.

Irodalom. WILMS, Deutsches Archiv für klin. Medicin. 55. k. 289. 1895. Deutsche Zeitschrift f. Chirurgie, 49. k. 1898. — SCHAUMANN, Dissertatio inauguralis. Berlin. 1839. — AHLFELD, Die Missbildungen des Menschen I. 57. 1880. — BRESCHET, Bulletin de la soc. de méd. I. 4. (l. Ahlfeld). — YOUNG, Med. chir. Transactions. London. 1809. Vol. 1. (Ahlfeld). — FATTORI, De feti che rachia dono feti. Parma. 1815. (lásd Förster, Die Missbildungen 1865.) — KLEBS, Handbuch der pathologischen Anatomie 1876. 1031. — PROCHASKA (Reiter und Steiniger), Med. Jahrbücher des k. k. oestr. Staates. 2. k. IV. 67. 1814. rajz. — HECKER u. BUHL, Klinik der Geburtkunde I. 301. — RIEMBAULT (Ahlfeld. 59. 60. l.) — BISSIEU (l. Prochaska i. m.) — ALBERTONI, Monatschrift für Geburtkunde 6. k. 469. — SULIKOWSKY-DANYAU, Gazette des hopit. 1851. Schmidts Jahrbücher 75. 291. 1852. — SÄNGER, Archiv für Gynäkologie 37. 100. 1890. — REMAK, Deutsche Klinik. 1854. — HESCHL, Prager Vierteljahrschrift 1860. — LÜCKE, Billroth-Pitha, Handbuch der Chirurgie II. 1. — WALDEYER, Archiv für Gynäkologie 1870. I. — BERGKAMMER, Ueber einen Fall von Teratom stb. Deutsche med. Wochenschrift XXII. 713. 1896. — MECKEL, Deutsches Archiv für Physiologie L. 1815. (említi Wilms i. m. 303. l.) — PAGET, Surgical Pathology. Vol. II. 84. — MADELUNG, Deutsche med. Wochenschrift 1887. XX. 437. Dermoidcyste der Niere. — BARDENHEUER, Der extraperitoneale Explorativschnitt. 680. l. — ZWEIFEL, Centralblatt für Gynäkologie XII. 1888. 439. — KÖNIG, Lehrbuch der spec. Chirurgie II. 253. 1896. — ANDRAL (cit. Lebert, Gazette de Paris 1852. 46. l. Wilms i. m.) — SCHÜTZER, v. Siebold Journal 12. k. 134. (Ahlfeld i. m. 59.) — CRUVEILHIER, Bulletin de la société anatomique de Paris. 1851. — LEBERT, Anatomie pathologique. I. 206. — SPENCER WELLS, The brit. med. Journal 1890. I. 1361. — RUYSCH, Thesaurus anatomicus. Amsterdami 1705. IV. (Hafter). — CLODOMIRO BONFIGLI, Riv. chir. S. 2. V. p. 62. 1875. Schmidt Jahrbücher 1876. 170. k. 180. l. — BUCHANAN Y. J., Dermoid cyst of the peritoneum not ovarian, with report of a case of omental dermoid. Pittsburgh m. Rev. 1890. IV. Americ. Lancet Detroit. 1891. XV. 6—8. — GRIFFITHS J., Dermoid cyst attached to the omentum. Transact. of path. society London 1891. 2. XIII. 61. — MANTEL, Dissert. inaug. Heidelberg 1892. — ZINNSMEISTER, Wiener med. Wochenschrift 1895. 71. l. Dermoidcyste des grossen Netzes. — HAFFTER, Archiv der Heilkunde. XVI. 51. 1875. — POMMER, Foetale Inclusion im Netze. Centralblatt für

allgem. Pathologie I. 1890. 260. l. — BORNHUBER, Abbildung und Beschreibung eines foetusähnlichen Gewächses. Passau 1846. (ref. Altfeld l. e.) — J. KNOWLEY THORNTON, The british. med. Journal 1882. II. 1243. — GRAWITZ, Dermoidähnliche Cyste im Peritoneum und Diaphragma. Virchow Archiv 100. 262. 1885. — KOLACZEK, Peritoneale Metastasen eines Eierstock-Dermoids. Virchow Archiv 75. k. 399. 1879. — FRÄNKEL A., Ueber Dermoidcysten des Ovarium und gleichzeitige Dermoide im Peritoneum. Wiener med. Wochenschrift 1883. 866. — BLAND SUTTON, Remarks on some effects of the intraperitoneal rupture of abdominal cysts. The brit. med. Journal. 1892. I. 1183. — HILDEBRANDT, Ziegler's Beiträge zur patholog. Anatomie VII. 159. 1890. — MAYER KARL, Ueber einen Fall von Fremdkörper-Peritonitis. Ziegler's Beiträge. XIII. 76. 1893. — EMANUEL, Zeitschrift für Geburtshilfe und Gynækologie XXV. 187. 1893. — SÄNGER, Dermoidcyste des retroperitonealen Raumes oder der linken Niere. Deutsche Zeitschrift für Chirurgie 34. k. 1892. — DOUGLAS MONTGOMERY, The Journal of experimental Medicine, New-York. 1898. — GRÜNEBERG, Deutsche medicin. Wochenschrift. 1896. 24. — M. FRÉMY, Société anatomique de Paris 1868. p. 534. (Collet 44. l.) — RIS F. F., Beiträge zur klin. Chirurgie X. 423. 1893.

B) Entodermalis hashártyatömlők.

Az entodermalis hashártyatömlők a bél mirigylemezbeli hámképleteinek túlságos burjánzásából és lefűződéséből fejlődnek ki. A tömlőre nézve jellegzetes belső fal szerkezetében a nyákhártya típusát ismerjük fel, néha a nyákhártyaszerű felületből kiinduló mirigyeket is kapunk. Többnyire a tömlő bonczatani alkataból, fekvéséből és egyéb viszonyaiból bizonyossággal vagy legalább több-kevesebb valószínűséggel arra is következtethetünk, hogy melyik nyákhártya tömlőből fejlődött, de némely esetben a fejlődés helyére, módjára vonatkozólag egészen tájékozatlanok maradunk. Az eddigi tapasztalatok alapján háromféle ily entodermalis hashártyatömlőt különböztetünk meg: a) Urachus tömlőket, b) béltömlőket (enterocysta) és c) kétes eredetű entodermalis tömlőket.

a) Urachus tömlők.

A végső bélből eredő allantois centralis vége már igen korán záródik, folytatása, melybe az ősvese kivezető csöve szakad, a magzatélet második havában orsóalakulag húgyhólyaggá tágul, míg a peripherikus rész: az urachus a hólyag csúcsától a köldök felé

haladtában kitágulás nélkül, egyszerű csatornaképen hosszasabban nyitva marad. WUTZ vizsgálatai szerint az urachus 23—26 cm hosszú magzatban a köldökig teljesen nyílt, záródása körülbelül az ébrényi élet 6. havában kezdődik, de nem ritkán a születésig, sőt még azon túl is, akár az egész életen át, mint a ligamentum vesico-umbilicale mediumban fekvő, megszakított vagy végig terjedő finom csatorna mutatható ki. Kiviselt magzaton a ligamentum vesico-umbilicale mediuon át ejtett mikroskopi metszeten egy, két vagy több rétegű, a hólyag hámjához hasonló, rendetlen, sokféle alakú — úgynevezett átmeneti — laphámmal bélelt lapos csatornát avagy hámköteget látunk, mely vékony, egynemű, fénylő alaphártyával és kifelé rostos kötőszövettel van körülvéve, utóbbihoz kötőszöveti sejtek mellett, kivált a hólyag csúcsa felé eső centralis részben, a detrusor urinæ folytatásául tekinthető sima izomsejtek nyalábjai vegyülnek és többnyire a hámköteg felső végén is túlérnek.

LUSCHKA, WUTZ és SUCHANNEK szerint a további kifejlődés rendjén az urachus rostos kötőszövege egyenlőtlenül megvastagodik, egyes helyeken olyannyira, hogy a cső teljesen elzáródik, míg másutt akár 1—2 mm átmérőjű csövecske és ezzel összefüggő orsóalakú vagy gömbölyded tügomb-kölesnyi kiöblösödések támadnak, miközben egyszersmind az urachus a hasfal rohamosabb növése folytán a hólyag felé húzódik vissza s néha kanyargós lesz. A hólyag felé eső részlete idővel többnyire teljesen elzáródik, ellenben a távolabbi rész későbbre is megszakított csatornácska s azon függő vagy különálló ürce gyanánt marad fenn, a melyben kevés tiszta sárgás folyadék s levedlett laphám van. A hólyag felől is néha 1—2 cm hosszú csövecske vagy kicsiny hólyagocska vehető észre, mely pontszerű finom nyílással fakad, mikor csak némi gödröcske látható e helyen, többnyire azonban ez is hiányzik. A nyílás WUTZ szerint rendesen haránt redőcskével van körülvéve, mely a kutaszolást nehezíti és az élön a húgy beömlésének útját állja.

Az urachus ezen fejlődési viszonyából érthető, hogy néha a *születésig* (DE LITTE, JOH. PREYER) vagy azon túl is (DE LITTE, B. S. ALBINUS, BÖHMER, WALTER, VOIGTL, ROKITANSKY, KLEBS) egészen átjárható marad, alsó, vagy felső részében, vagy végig kuta-

szolható, mi bizonyos viszonyok közt (phimosisnál, húgycsőszűkületnél) a köldökön kifakadó, veleszületett vagy szerzett urachus sipolyt (*urachus persistens*) eredményezhet (GRAF, STERLIN); másfelől a nyitva maradt részletek kitágulása vagy kiöblösödése, vagy a normalisnak tekinthető legapróbb tömlöcskék tágulása folytán már pusztá szemmel és minden kikészítés nélkül is a hasür felől látható urachustömlők képződhetnek, melyek hashártyával bevonna a hólyag csúcsa és a köldök közötti területen feküsznek s egy vagy többretegű átmeneti hámmal vannak bélelve. Vékony falzatuk ruganyos rostokkal kevert kötőszövetből áll, melyben sima izomsejtek is felismerhetők, tartalmuk tiszta savó, kevés lapos hámsejt, zsírszemcsék, szemcsegömbök és colloid szemcsék. Utóbbiakat LUSCHKA amyloid testecskéknek tekintette, mit WUTZ a jódreaction negatív eredménye miatt tagadásba vett; ritkán megesik, hogy az urachus alsó részlete nyitva marad s a vizelet nyomása által kitágulva gurdélyszerű tömlőt képez, ha t. i. a WUTZ-féle redőcske elégtelenné vált vagy hiányzik.

Egy ily kicsiny cystára akadtam egy 50 éves, gümős hashártyalobban elpusztult férfi hullájában (34. 1871 bj. 78. sz. készítmény Kolozsivárt). A borsónyi feszes tömlőcske a húgyhólyag csúcsán, a nyákhártya alatt fekszik s azt elődomborítja a dudorka tetején pontszerű gödröcske; az eredeti nyílás helye látszik, az üreben levő nedvben az alkohol által lecsapott szemcsés fehérje tömeg mellett vaskos colloidsomók és levedlett átmeneti hám volt. Egy másik urachus tömlőre volt tanársegédem, MINICH KÁROLY kórházi főorvos bukkan agygutában elhalt 48 éves férfi bonczolása alkalmával (kész. J/181 sz.). A hólyag csúcsa felett nagy mogyorónyi ($2 \times 2.3 \times 1$ cm), belül kissé öblözetes, sima felületű hólyag ült, mely szűk, 5 mm átmérőjű nyíláson át a hólyaggal közlekedett, benne kevés vizelet és nyolcz szegletes, borsónyi, világos vörössesárgás, finom rétű húgysavas kő foglalt helyet. A tömlő fala több rétű átmeneti hámmal bevont, vékony nyákhártya, mely alatt nálánál kétszerte vastagabb sima izomréteg van, azontúl laza kötőszövet. Még apróbb köveket s homokszemcséket az urachusban HALLER, CRUVEILHIER, BERGER, SIMON, ROKITANSKY stb. találtak; többnyire szénsavas (WUTZ), ritkán oxal-savas mészből állottak, de egy esetben sem okoztak bajt.

Itt persze eltekinthetünk azon esetektől, melyekben epekövek a lesülyedt és a máj függesztő szalagához nőtt epehólyagból állítólag a megnyílt urachusba, de valószínűleg csak összenőtt álhártyák közt a köldök alá, sőt végleg a hólyagba kerültek (PELLETAN, KÖSTLIN), súlyos megbetegedést okoztak s műtéti beavatkozást is igényeltek (v. BRAMANN, GRAF).

A fentemlített apró, legfeljebb borsó-babnyi, egyes vagy többes számú tömlők a köldök és húgyhólyag közti területen csak tudományos boncztani értékkel bírnak s már az is ritkaság számba megy, hogy ezekben a hólyaglob mentén *tályogocskák* fejlődjenek (WUTZ). Hogy vajjon nagy, gyakorlati fontosságú tömlők fejlődhetnek-e az urachusból, arra nézve LUSCHKA oda nyilatkozott, hogy nagy tömlőt sohasem látott, sem az irodalomban eféle esetet nem talált, bár ennek lehetősége theoretice elfogadható és később WUTZ jeles értekezésében ezen állítását az időközben (1883-ig) felmerült esetekkel szemben is fentartotta.

A régibb szerzők esetei közül a legnagyobb, mogyorónyi tömlőt WALTER észlelte, de az utóbbi három évtizedben mégis néhány eset közöltetett, melyekben az állítólagos urachus-tömlő gyermekfőemberfőnyire és még nagyobb terimét ért el s részint klinikai észlelet, részint sebészi beavatkozás és kórboncztani vizsgálat tárgyát képezte.

Némely ily nagy urachus-tömlő a hólyaggal közlekedett. ROSER terhes nőnél a hasfalban a hólyag felett nagy feszes tömlőt tapintott ki, mely a hólyagot összenyomta; szürcsapoláskor egy mosdótálat megtöltő tiszta savószerű folyadék ömlött ki s az utókezelésnél kitűnt, hogy a tömlő a húgyhólyaggal közlekedett. A tömlő egészen eltűnt s a nyílás elzáródott; de négy év múlva, újabb terhesség alatt az állapot ismétlődött, a tömlő megtelt, emberfőnyire nőtt és nyilván a hólyaggal közlekedett. Miután a köldök alatt a középvonalban ejtett hasmetszéssel a tömlőt megnyitotta, több liternyi ammoniakális genyes vizelet ömlött ki. A sebbe vezetett ujjal a tömlő sima vékony falát kitapinthatta, azután draint vezetett be s a beteget gyakran katheterizálta. A tömlő összeesett, a seb begyógyult, de a belső urachus-hólyagsipoly hosszasan fenmaradt, utóvégre soká folytatott katheterizálás után mégis teljesen elzáródott (l. u. o. 640 l.). Sem a kiesze-

tett folyadék, sem a tömlő fala nem lett mikroskoppal megvizsgálva s így WUTZ ezen eset bizonyító erejét méltán kifogásolja. Más hasonló esetet SCHNELLENBACH észlelt. 66 éves férfi hólyaghurutban és tenesmusban szenvedett s fandumlja felett lassankint emberfőnyi daganat támadt, mely a köldökig ért s ott fel-fakadva, genyes folyadékot ömlesztett; a finom sipolyba csusztatott kutató tágas ürtérbe hatolt. A prostata túltengett, a hólyag feszülten megtelt. A húgycsövön át a hólyagba vezetett katheteren 1·5 liter zavaros vizelet ürült ki, mire ama tömlő valamennyire lelohadt, mégis hosszúkás, a hasfalban fekvő daganat maradt vissza, mely tenyérszélességben a fanivtól a köldökig terjedett. A linea alaban ejtett 10 cm hosszú bemetszésre a bőnye alatt fekvő zsákból még egy liter genyes vizelet ürült ki, mire a tömlőt drainezték és a beteget naponta többször katheterezték. A sebből folyton kevés húgy szivárgott, de a beteg jól érezte magát, s sebe gyógyulásnak indulván, távozott. A műtét alkalmával kivágott burokészlet mikroszkopi vizsgálatánál kitűnt, hogy fala rostos kötőszöveti hártya volt, mely bőséges gömbsejtű beszűrődést mutatott s belső felülete egyrétű, a hólyaghámhoz teljesen hasonló lap-hámmal volt bélelve. Izomsejteket nem talált a tömlő falában és a tömlőnek viszonya az urachusoz nincs felderítve.

DELAGENIÈRE esetében 5½ éves fiú születése óta kis vörös daganatocskát viselt a köldökén, a rajta levő kis nyílásból vizelet szivárgott. Műtétnél kitűnt, hogy az urachus felső vége diónyi, rendetlen öblös zacskót képez, sarjjal bevont fala pedig húgygyal beszűrődött; a sipolyt kivágta, a hasür megnyitása után a táskát resecálta s az urachus felső végét bevarrta. A hassebb gyorsan gyógyult s a fiú teljesen egészséges lett. DELAGENIÈRE műtéti eljárása az urachus sipolyokra nézve általános elfogadásban részesült (STERLIN).

EPSTEIN MANÓ a budapesti k. orvosegyesületben 9 éves fiút mutatott be. A gyermek 10 nap előtt az ágyból leugrott, mire észrevették, hogy köldökéből húgyszagú folyadék szivárog. Megelőzőleg a köldökén vörös púp volt. Az első vizsgálatkor a faniv felett 6 cm hosszú és 3—4 cm széles, halvány kékes, elmosódott határú daganat volt tapintható, mely fokozódó nyomásra eltűnt, miközben azonban a köldökből semmi sem szivárgott elő. A köl-

dök alsó részéből babnyi, halványpiros dudorka emelkedik ki, melynek legkiállóbb részén 1 mm hosszú vonalszerű nyílás van s az ebbe vezetett kutató 1 cm-re hatol be, de a vizelet nem innen, hanem a köldökesésze mélyében levő nyílásból ürül; a betegnél már másnapra a sipolyon át bőven ürült a vizelet, bár nem folytonosan; a kiömlés a hólyagtájra gyakorolt nyomással fokozható, de a gyermek a rendes úton is bocsátja vizeletét. Az eset további sorsa ismeretlen, de nyilvánvaló, hogy ez is a hólyaggal közlekedő cysta volt, mely az ugrásnál megrepedt és nyílt sipolylyá alakult át. Végre NEWMAN 39 éves férfit kezelt, kinek hasa gyermekkor óta meg volt dagadva s utóbbi időben erősen megfeszült; a köldök alatti táj kopogtatásnál tompa hangot ad. Kathetert alkalmazva, a hólyagból 700 gr véres vizelet ürült ki; nyolczadnapra önként szabadon vizelt, de a köldök alatt a fanívig terjedő duzzanatot maradt vissza, melyet felmetszve, bőséges ammoniakális folyadék ömlött ki a hashártya felett fekvő vékony falú tömlőből, mely a köldökig ér. A sebbe tett drainsövből utólag is ammoniakális vizelet szivárgott ki, bár állandó katheter lett alkalmazva; a beteg 5—6 hét alatt meggyógyult. A tömlő falának szerkezetéről s az urachusnak a hólyaghoz való viszonyáról semmi említés nincs.

Véleményem szerint úgy ezen, mint az előbbi esetekben is függőben marad a kérdés, vajjon tényleg az urachus kitágulása folytán jött-e létre a köldök felé vezető zacskó, avagy pedig az csak óriási hólyag gurdély (diverticulum falsum) volt; a felvétel, hogy óriásilag kitágult urachus volt, csak némi fentartással fogadható el. Nagy, a hólyaggal közlekedő urachus-tömlők lehetősége mellett szólnak azon esetek is, melyekben boncsolás alkalmával a húghólyag tetején a hólyaggal közlekedő második, úgynevezett dupla hólyagot találtak. Ily esetet különösen állatokban találtak. ZWINGER marhában a hólyag felett és kissé mögötte egy második hólyagot talált, a hólyagok 0·2—0·5 cm átmérőjű csatornán át egymással közlekedtek. GURLT lónál látott ily második hólyagot és HOFFMANN kinőtt sertésben talált eféle hólyagot írt le. A felette hosszú, közepében átalvetőhöz hasonlóan befűződött és csak 9 cm kerületű nyíláson át egymással közlekedő kettős tömlő a húgycsőtől a köldökig terjedt, felfújva az alsó valódi húghólyag 31 cm hosszú, 22 cm átmérőjű, míg a felső, az urachust helyettesítő

hólyag 25 cm hosszú és 24 cm átmérőjű volt, hátsó falán hashártyával volt bevonva és a köldökön teljesen zárt. Emberben is találtak efélét. BLASIUS egy a hólyag csúcsával felette szűk nyíláson át közlekedő öblöt említ; ASH férfinél a fandomb fölé emelkedő, nagy, gömbölyű daganatot tapintott ki, mely az alsó valódi hólyaggal egészen szűk nyílással függött össze és WARREN GREENE 85 éves férfiban egy a gyomorig terjedő, feszült tömlőt kapott, mely a hashártyával össze volt növe és a hólyag bal falán, 10 cm-nyire a nyaka felett, $1\frac{1}{2}$ cm hosszú nyílással fakadt be és másfél liternyi sárga vizeletet tartalmazott. De mindezen esetekben az urachus viszonya a hólyaghoz nincs részletezve. SANDIFORT újdonszültben talált esete nem egészen jól érthető. WUTZ egy időtlen (34 cm hosszú), halva született fiúban a hólyag tetején diónyi (33 mm hosszú, 28 mm széles és 16 mm vastag) tömlőt kapott, mely a tágult hólyagot kissé félre tolta s vele a csúcson alul 3 cm-re fekvő, sertével átjárható nyílással közlekedett; noha ez szerkezetében is valamennyire urachus-tömlőnek felelt meg, mindamellet mégsem volt az, minthogy pontos kikészítésnél kitűnt, hogy az urachus ép és változatlan állapotban a tömlő nyílása felett a hólyag csúcsából eredt és a tömlővel semmi összefüggésben nem állott.

A húgyhólyagtól *elkülönített nagy urachus tömlőt* is többen irtak le. A legrégebbit MECKEL kiviselt malaczban találta és rövid vonásokban jellegzően ilyképen jegyezte föl: az urachus négy hüvelyknyire a köldöktől egy hüvelyk hosszú és széles öblösödéssel bír, melynek mellső és hátulsó végébe az urachus szakad. Sajnos, hogy az emberben észlelt esetek egyikében sem találjuk az urachus-cysta ezen kiválóan jellegző tulajdonságát határozottan konstatálva.

Az első eféle elkülönített urachus-tömlőt HOFFMANN C. E. E. irta le. 24 éves férfi gyermekkorától kezdve potrohos volt, de hasa az utóbbi időben rohamosan nagyobbodott, úgy hogy fuladni kezdett; a fanív felett nagy daganat volt tapintható. Hullámzást konstatálván, megcsapolták, mire bőséges, híg, vörössárga folyadék ömlött ki s a has lelohadt. A beteg javult, de baja nemsokára ismétlődött s hasa két év alatt ismét 124 cm kerületűvé dagadt meg; a beteg gyengült és fuladozott. Vizelete 1—1.75 liternyi, tiszta,

fehérjementes. Szűrcsapolásnál a tömlőből hat liternyi híg, vöröses-sárga, 1024 fajsúlyú folyadék ürült ki, melyben piros vértesteket, sejttermelékét és cholesterint találtak; javulás és súlyosbodás újból ismétlődvén, több ízben óriási mennyiségű folyadékot, összesen 75 litert bocsátottak ki s minden csapolás után a hasfal elpetyhüdütt, a daganat lelohadt. A visszaesések mind rohamosabban következtek, míg a beteg kilencz hó mulva kimerülésben meghalt. Állapotát eltokolt hasvízkórnak vették és csak a bonczolásnál tűnt ki, hogy a gyülem óriási urachusycsta volt. Hasának kerülete a kardnyujtvány szintjén 94·0 cm, a köldök alatt 142·0 cm, a távolság a kardnyujtványtól a köldökig 18·5 cm, innen a fanivig 37 cm. A fehér vonalban ejtett metszés nagy ürtért nyitott meg, mely 50 liter sötét chocolatebarna, sűrűded és csillámló pelyhekkal kevert folyadékot tartalmazott, a tömlő fala 2—3 mm vastag, belül sötét barnavörösen elszinesedett, kívül részben a hashártyával érintkezik, részben a laza subperitonealis szövetben a hashártyáról lefejthető, jobbra a máj mögé és a vese elé a gerinczig, balra a vese, az ureter és a lehágó remese előtt az alsó ágyéki csigolyáig, lefelé az excavatio vesico-rectalisig terjed az összehúzódott hólyag fölé. A tömlő fala a hashártyáról nagyrészt könnyen leválasztható, csakis a köldök táján függ azzal szorosán össze és itt a hashártya fali lemezének áthajlása a tömlő hasüri burkára biztosan kimutatható. A hasüri szervek feltolva szabadon mozgathatók. A tömlő erekkel gazdagon volt ellátva s kivált belső felületén igen bővérű. Mikroskopi vizsgálatnál kitűnt, hogy a tömlő fala kívül hashártya, azon belül ruganyos rostokkal kevert kötőszövetes hártlyából áll, melynek belső felületén több rétegű nagy magvú és sok alakú lapos hám van. A tömlő fekvése, szerkezete s egyéb viszonyai a mellett szólanak, hogy csakugyan az urachusból ered, az urachusval való összefüggése azonban tényleg kimutatva nincs. HOFFMANN azt mondja, hogy az urachus a hólyag felé teljesen el volt zárva, a köldök felé haladtában csekély tágulattal és minimalis üresével bír; szövete a köldök közelében a subperitonealis kötőszövetben tűnt el, utóbbi pedig minden határ nélkül a nagy tömlő rostos szövetébe folytatódik. WURZ a készítményt évek mulva újból megvizsgálta s azt találta, hogy az urachus a hólyag csúcsa felől kis gödör által van meg-

jelölve s ama redőcskével oly módon elzárva, hogy felülről kutaszolható, továbbá hogy az urachus a főtömlővel semmi összefüggésben nincsen és hogy hosszas kutatás daczára sem volt képes a tömlő belső felületén hámboriték jelenlétét kimutatni; ez okból tagadásba veszi, hogy a tömlő urachus cysta lett volna, hanem akként vélekedik, hogy vérzésem hashártyalob eredményezte eltokolt intraperitonealis gyülem volt.

WOLFF 31 éves nőbeteg esetét írta le, ki három év előtt alhasában daganatot vett észre és a bekövetkezett terhessége alatt hasaláz és fájdalmak fellépte mellett igen erősen nőtt; koraszülés után valamennyire javult, de a fan-ív felett gömbölyű, feszes, ruganyos daganat érezhető, mely a köldököt kissé meghaladja, a bal oldalt egészen elfoglalja és jobbra tenyérynire a középvonalon túl terjed. Petefészkek-tömlőnek tartották, de a műtétnél kitűnt, hogy a tömlő a fehér vonalban a hashártya előtt fekszik, s vele részben összenőtt, mégis ügygyel-bajjal nyél nélkül ki volt hámozható; 63 cm kerületű volt és sárgás savót foglalt magában, melynek üledékében szemcsés törmelékot talált. A tömlő fala finom hullámzatos kötőszövetből áll, melyben sima izomsejtsorok vannak. Hámot a belső felületen nem találtak. A beteg felgyógyult, elbocsátásakor a tömlő alsó falának megfelelőleg még ökölnyi kemény részlet maradt. Az urachus-hoz való viszony tehát nincs földerítve s ez okból, valamint a hámboriték hiánya miatt ezen eset is kétes eredetű marad.

SCHOLZ 16 éves leányt észlelt, ki húgyerőltetésről és hasfájásról panaszkodott; hasa a köldök és fan-ív között elődomborodik, feszes, hullámzó, nyomásra fájdalmas, és kopogtatásnál tompa, míg oldalvást a belek dobos hangja hallható. Később a lassankint vékonyuló köldök táján hajszálnyi finom nyílás támadt, melyből fehérje tartalmú folyadék szivárgott. A nyílás tágulása után 300 cm³-nyi szintelen átlátszó folyadék ürült ki, s ugyanannyi geny. A seb két hó alatt meggyógyult. A folyadékot nem vizsgálták meg.

FREER fiatal ember esetét írta le, ki egész életén át hasas volt s 24 éves korában már annyira fuladozott, hogy orvosi segítségre szorult. Köldöke alatt tömlős daganat volt kitapintható, melynek megszúrása alkalmával sok vöröses folyadék ömlött ki. Két esztendőre a tünetek ismétlődtek, mire hat liter véres folyadék bocsátatott ki; ismételt rosszabbodás miatt a következő kilencz

hó alatt még háromszor csapolták, 18^{3/4}, 17 és 6 liter folyadékot bocsátva ki belőle, míg a beteg elgyengülésben meg nem halt; boncoláskor a tömlő 100 fontot nyomott és még 50 liter véres folyadékot tartalmazott. A kórtörténet fontosabb adatai s a boncz-tani viszonyok is HOFFMANN fennidézett esetéhez veszedelmesen hasonlóak, s bár ezen eset a későbbi közlésekben (SCHNELLENBACH, DÖSSEKKER) mint külön eset van fölemlítve, alig maradhat fenn kétség a fölött, hogy a HOFFMANN által közölttel teljesen identikus.

Végül DÖSSEKKER W. KRÖNLEIN klinikájáról a következő esetet közölte. 42 éves nő, ki 20 éves korában hashártyagyuladást állott ki s azután még többször szült, három év előtt altestében fájdalmat kezdett érezni; belső vizsgálatnál a méhtől jobbra kis ökölnyi daganatot találtak, mely lassan, észrevétlenül nőtt. Egy szerencsétlen ugrás után súlyos fájdalmak jelentkeztek, a has dagadt s a vizsgálatnál oly nagy, mint a terhesség végén s főleg a fehér vonal táján domborodik elő. A fan-iv fölött nagy, hullámzó tömlő tapintható ki, melyet petefészek-tömlőnek tartottak, de a laparotomiánál a hasfal átmetszésével azonnal a tömlőbe jutottak, mely csak hátulsó falán volt a hashártyával összenőve; belőle 3—4 liter véres savó ömlött ki. A tömlő nyél nélkül a hasfal és a fali hashártya között fekszik; ügygyel-bajjal sikerült azt kihámozni, miközben a hashártya sehol sem lett megsértve, de rajta keresztül a belek és a többi hasüri szervek contourjait látni és érezni lehetett. A seb felületét, széleit összevarrva, az alsó szegletbe draint tettek be s a beteg nyolczad napra meggyógyult. A kiirtott tömlő a szeszben gyermekfőnyire húzódott össze, fala 1—3 mm vastag, külső felülete rongyos, a belső sima, helyenkint barnán elszínesedett; nagyobbreszt durva kötőszövetből áll, melynek rostjai túlnyomólag a központ körül rendeződtek el, közben egy-egy pálczika alakú maggal bíró izomsejt látható s a sűrű véretek körül gazdag gömbsejtű beszűrődés, néhol sárga festékrögök hal-maza fekszik. A tömlő belső felülete nagyobbreszt meztelen, de foltonkint magas sokrétű átmeneti laphámmal van bevonva. Szerző az izomsejtek gyér számát a tömlő túlságos terjedelmének tulajdonítja és a tömlő boncz-tani szerkezetéből, fekvéséből, az eset kórtörténetéből, továbbá minden egyéb e helyen előforduló tömlős daganat kizárása útján bizonyítja, hogy az valóban urachus

tömlő volt, még pedig FREER esetétől eltekintve az első, mely műtét útján meggyógyult. Azonban a tömlőnek a húgyhólyaghoz és az urachusoz való viszonya nincs kiderítve, s így ez esetben is hiányzik a tényleges és kielégítő bizonyíték arra, hogy a tömlő csakugyan urachus cysta volt.

Az urachus-tömlő czíme alatt közölt többi esetek, t. i. HOFFMANN és WOLFF második esete kétségkívül urachus-sipolyok és HEINECKE-é határozottan eltokolt hashártyalobos gyülemnek bizonyult, itt tehát egyáltalában nem jöhetnek számba.

Habár mindezek után be is kell vallanunk, hogy nagy, gyakorlatilag fontos urachus-tömlő előfordulása az emberben exact úton még most sincsen bebizonyítva, mégis összefoglalhatjuk a támpontokat, melyekből adott esetben a kórisme valószínűséggel megállapítható és szabatosan megjelölhetjük a követelményeket, melyek a biztos kórmeghatározáshoz szükségesek.

Körülrirt hullámzó daganat a has mellső falának közép vonalában, mely a fandombtól a köldökig terjed, a hólyagot lenyomja és szűresapolás után is fenmarad, urachus-tömlőre ébreszt gyanút. Közlebbre jutunk a kórismével, ha a szűresapolással kibocsátott folyadék vér, cholesterin, sejttörmelék mellett átmeneti laphámot tartalmaz, avagy pedig a kibocsátott folyadék húgynak bizonyul (hugyany) s a tömlőnek a hólyaggal való közlekedése kimutatható. Akár közlekedik a tömlő a hólyaggal, akár teljesen eltokolt, a műtétnél kivágott falrészlet mikroskopi vizsgálata útján kiderítendő, vajjon a tömlő burka tartalmaz-e izomsejteket és belül egy vagy több rétű átmeneti laphámmal van-e bevonva. Azonban a bizonyítás csak akkor lesz teljes és kifogástalan, ha a kiirtott tömlő vagy a hulla gondos vizsgálata rendjén sikerülend a tömlőnek az urachus-sal való folytonossági összefüggését exact módon kimutatni. Petefeszek-tömlő esetleg a mellső hasfalhoz nőhet, de eltekintve a belső nemi vizsgálat által szereshető támpontoktól és a hashártya alatti fekvéstől, a petefeszek-tömlő belseje sincsen laphámmal bevonva (kivéve az úgyis könnyen felismerhető szőrös dermoid tömlőt) s bennéke pseudomucint tartalmaz. A szabad hasvízkór a test különböző helyzet-változtatásánál észlelhető kopogtatás nyomán könnyen felismerhető, s végül az eltokolt gyüladásos hasüri gyülem, melynek tompulata éles határ nélkül megy

át a dobosba, szintén ily módon lesz többnyire megkülönböztethető az urachus-tömlő élesen határolt tompulatától.

Irodalom. WUTZ, Urachus-Abnormitäten. Virchow's Archiv 92. k. 387. 1883. — LUSCHKA, Virchow's Archiv 23. 1. 1862. — SUCHANEK, Beiträge zur Kenntniss des Urachus. Dissert. inaug. Königsberg. 1879. — de LITRE, Memoire de l'academie des Sciences. Anné 1701. 2-ik kiadás 1735. Amstelodami. I. Wutz. — JOH. PREYER, Observationes circa urachum. 1741. — B. J. ALBINUS, Observationes c. urachum 1754. — BÖHMER, De uracho. Dissert. 1764. — JOH. GOTTLIEB WALTER, Observationes anatomicae. Berlin 1775. — GRAF, Urachus-Fisteln und deren Behandlung. Dissert. inaug. Berlin 1896. — STIERLIN, Zur Casuistik der angeborenen Nabelfisteln. Deutsche med. Wochenschrift 1897. 188. — SIMON, lásd PÉAN, Diagnostic et traitement des tumeurs de l'abdomen 1895. II. 806. — ROKITANSKY, Lehrbuch der path. Anatomie III. 372. 1861. — BRAMANN, Archiv für klin. Chirurgie XXXVI. 996. 1887. — WALTER F., Einige Krankheiten der Niere und Harnblase. Berlin 1880. Ierajzolva Wutz értekezésében. Virchow's Archiv 92. k. XI. H. — ROSER W., Langenbecks Archiv XX. p. 473. 1876. — SCHNELLENBACH, Ueber die Urachusysten. Dissertatio inaug. Bonn. 1888. — DELAGENIÈRE, Centralblatt für Chirurgie 1893. 691. — EPSTEIN M., Urachus persistens. Orvosi Hetilap 1895. 588. — NEWMANN, A case of cyst of urachus. Glasgow med. Journal 1896. July. Virchow and Hirsch Jahresber. 1897. — ZWINGER, Acta physico-medica Leopold. Carol. I. 1720. (I. Wutz i. m.) — GURLT, Pathol. Anatomie der Säugethiere. I. 1832. — HOFFMANN, C. E. F. Archiv der Heilkunde XI. 375. 1870. — G. BLASIUS, Observationes Medicae Rariores 1677. Cit. és rajz Wutz i. m. — Dr. ASH: Sommering, Auserlesene med. Bibliothek Wien 1805. — WARREN GREENE, Americ. med. Times U. S. IV. 13. 1862. — SANDIFORT, Observationes anatomic. pathol. III. 1779. — MECKEL, Ueber die Divertikel am Darmkanal. Reils Archiv IX. 1809. — WOLFF, C. Ch. Beitrag zur Lehre von den Urachusysten. Dissert. inaug. Marburg 1873. — SCHOLZ, Cystis urachi. Bericht des k. k. allgemeinen Krankenhauses Wien. 1877. Referat. Wiener med. Wochenschrift. 1878. — FREER J. A., (Washington) Abnormalities of the urachus. Annals of Surgery 1887. Vol. V. — DÖSSEKKE W: Bruns, Beiträge zur klin. Chirurgie X. 102. 1893. — HEINECKE W., Billroth és Pitha Allg. und spec. Chirurgie 1879. III. 2. 64. 1.

b) *A bél-tömlők, enterocysta vagy enterokystoma.*

A bél-tömlők az emésztő cső falához hasonló szerkezettel bírnak. Többnyire a bél, kivált a székmenet rendellenes fejlődéséből illetőleg visszafejlődéséből származnak, némelyek a feregnyújt-

ványból, mások közelebből meg nem határozható módon létrejött befűződésekből képződnek.

1. *Tömlő a rendszeren képződött bél magzatkori lefűződése folytán.*

Az eredetileg rendszeren képződött bél a magzatéletben fel lépett hashártyagyuladás természetű kötegek által vagy tengelyforogás miatt (ROKITANSKY) akkora nyomást és zsinegelést szenvedhet, hogy a megfelelő helyen tetemesen megszűkül vagy átjárhatlan lesz, vagy akár tényleg ketté is válik, mire az emésztő cső felső része kitágul s gömbölyű vak tömlővel végződik, míg az alsó béldarab rendszernél szűkebb és csak sűrűded bélnyákat, vagy ha az elzárás a magzatélet 5. hónapján túl következett be, kevés magzatszurokot is tartalmaz. (THEREMIN.)

Magam is nem régen egy — belső elzáródás folytán hat napos korában elhalt — 46 cm hosszú, 2200 gr súlyú csecsemő hullájában (bj. 179/90 1899 III. 17) a vékonybél csavarodása következtében létrejött teljes bellefűződés mellett az elzárás alatti 66 cm hosszú vékonybél alsó darabját és a vastagbelet egészen a haránt remese közepéig sűrű, majdnem egészen tömör, zöldes feketés magzatszurokkal megtelve találtam; a vastagbél alsó összehúzódot részében sok fehéres nyák mellett egyes meconiummorzsák voltak. Levegő az alsó béldarabban teljesen hiányzott. Miután a meconiumban magzatszörök nem voltak fölfedezhetők, föltehető, hogy az elzárás a magzatélet nyolczadik hónapja előtt jött létre. Az elzárás felett fekvő 93 cm hosszú vékonybél részlet tetemesen ki volt tágulva, nagyobb részét akkorára, mint a felnőtt ember bele (8 cm kerületű) és valamint a duodenum és a gyomor is híg, világos sárga folyadékkal és levegővel duzzadásig megtelve.

Többszörös lefűződés esetén a bélnek kisebb-nagyobb darabja teljesen különválhatik a többi bétől s föltéve, hogy üre fenmarad s nyákhártyája váladékot termel, megvan a lehetőség arra, hogy a lefűződött béldarab a megrekedt bélváladék felhalmozódása folytán hashártya-tömlővé fejlődjék. Azonban ily módon létrejött tömlőt sohasem láttam, sem az irodalomban ezen rovat alatt fölemlítve nem találtam. A lefűződött bélrészlet mindig kicsi

marad s valószínűleg azért nem lesz belőle tömlő, mert a bélvaladék csekély és a magzat a születés után rövid idő, 4—10 nap múlva kivétel nélkül elpusztul. És mégis úgy tartom, hogy NASSE esete ide tartozik.

Tökéletes bélelzáródásban szenvedő hatnapos csecsemőn a has baloldalán almanagyságú, gömbölyű, sima daganatot tapintván ki, hasmetszést végzett s a vékonybél fodrában nagy tömlőt kapott, mely felett az erősen kitágult vékonybél haladva vakon végződik; szorosan mellette, de a tömlőtől és a telt felső béltől teljesen elkülönítve vak véggel kezdődik az egészen vékony és összehuzódott alsó béldarab. NASSE a megnyitott felső belet és az alsó bélrészlet vak végét a hassebbe varrta; a gyermek másnapra meghalt. A tömlős daganat egyrekeszű ürében sárgás vöröses nyákos folyadék volt, melyben sejttörmelék mellett vörös vérteteket s cholesterint talált; fala hengerhámval takart nyákhártyával volt bélelve, melyből a bélbolyhokhoz hasonló, de kissé laposabb és rendetlen bolyhok emelkednek ki; benne csöves hengerhámos mirigyek vannak, melyek a LIEBERKÜHN mirigyekhez hasonlítanak, csak hogy kevésbé mélyek és rendetlenek. A szerző azt hiszi ugyan, hogy ezen tömlő a ductus omphalo-mesentericussal valami oki összefüggésben van, de a vékonybél alsó részlete még 80 cm hosszú volt és számbavéve azon körülményt is, hogy az utóbbi üres bél jóval hosszabb bélnek felel meg, szerző ezen felfogásához, melyet egyébként semmivel sem támogat, kétség fér; valószínűbbnek tartom, hogy ez esetben a tömlő tényleg a közbeeső s a többi béltől teljesen elkülönített bélrészletből fejlődött.

Irodalom. ROKITANSKY, Lehrb. der path. Anatomie III. 181. 1861. — THEREMIN, Ueber congenitale Oclusion des Dünndarmes. Deutsche Zeitschrift für Chirurgie VIII. 34. I., II. 1877. — NASSE E. F. v., Enterokystoma. Arch. für klin. Chirurgie 45. 700. 1893. (Schmidt, Jahrbücher 238. k. 173. l. és Virchow und Hirsch Jahresber. 1893. II. 474.)

2. Tömlők a bél elsődleges rendellenes képződése folytán.

a) Ikertorzulásból eredő tömlők.

A kezdettől fogva rendellenesen képződött bélből különböző úton-módon fejlődhetik tömlő. A dipygus parasiticus legalantibb

alakjainál a különben jól fejlett egyén medenczében egy vagy két hitvány felesleges alsó végtag lóg le, a nemzórészek többé-kevésbbé kifejezett kettőzést mutatnak és rendszeren egy második feles alfelnyílást találunk, innen a jellemzetes elnevezés. A has felnyitásánál kitűnik, hogy a vastagbél, legalább annak alsó része kettősen képződött, illetőleg a jól fejlett egyén beléből egy hosszabb vagy rövidebb másik bél ered, mely a többnyire jóval szűkebb második végbélnyílással kifelé vezet. Ezen fölösleges bél többnyire vékony és csak kevés sarat foglal magában, de lehetséges, hogy benne a főmagzat beléből beömlő tartalom a végbélnyílás szűk volta, kedvezőtlen fekvése vagy pedig a kóros bél renyhe összehúzódása miatt felhalmozódik s idővel óriási sártömlőt hoz létre; képzelhető az is, hogy a fölösleges béleső felső s alsó nyílásának elzárása esetén a felhalmozódó bélváladék miatt valóságos tömlővé tágul.

Tyuknál köztudomás szerint a dipygus sokkal gyakrabban fordul elő, s alig van gazdasszony, ki 3—4 lábú csirkét ne látott volna; az állat életben maradhat, felnőhet. 1879 nyarán ilyen — már felnőtt — három lábú csirkét kaptam s hosszabb ideig tartottam. Az említett külső eltéréstől eltekintve feltűnt a sovány és kedvetlen állatnak felette nagy hasa, melynek sima felületén mozgékony, nagy és kemény daganat volt érezhető. A tyúk $\frac{5}{4}$ éves korában elpusztult; hasában egy ökölnyi tömlőt kaptam, tömött, részben kökemény, elmeszesedett sárral telve, mely hol sűrű nyákkal volt bevonva, hol a meszesen incrustált falhoz keményen odatapadt. A zacskó erősen túltengett, 1·5—3 mm vastag bélfalból áll, melyben az elkérgesedett gerendázatos nyákhártya a túltengett izommal és fehéres savós burokkal elválaszthatlanul egybeforrt és vékonyfalú, 3·5 cm hosszú, felette szűk — disznósértével nehezen kutaszolható — cső által a vékonybéllel 8 cm-re a zuzó gyomor alatt és 56 cm-rel a vakbél felett közlekedett. A sártömlő proximális végén két kicsi, 1 cm hosszú, erősen kanyargós vakbél ered, distalis vége egy másodlagos papírvékony öblösödéssel bir, és elég tág nyílással a kisújjnyi vastag remesébe folytatódik; utóbbi 10 cm-rel lejjebb megint egy diónyi sártömlővé tágul és egy szűk (3—4 mm átmérőjű) számfelletti nyílással 3 cm-nyire a rendes alfel alatt szájadzott.

Embernél a *dipygus parasiticus* nagyon ritka, a torzszülött néha életben marad, sőt magasabb kort, 14—20 évet érhet el (l. AHLFELD I. 97 és atlasz XIX.), de nincs tudomásom róla, hogy valaha ily módon tényleg hasüri tömlő fejlődött volna. A ROTH jeles munkájában fölemlített SCHÄRER, KLEBS-féle s a SÄNGER és KLOPP esete nyilván más rovatba tartozik: előbbi egy *inclusio foetalis*ról (l. 304. lapon), a másik pedig a májból fejlődött többszörös tömlőről szól. (l. alább 351. l.) Mindamellett nem mulaszthatom el azon gyanumnak kifejezést adni, hogy ama veleszületett kereszttaganatokban észlelt bélsártömlők, melyek nyilván a bélürrel közlekednek, mint a melyet az utóbbi időben KUZMIK 17 éves leányon észlelt és sikeresen operált, ily módon legegyszerűbb magyarázatot nyerhetnének.

3) A székmenet átalakulása folytán fejlődő béltömlők.

A legtöbb *enterocysta* a bél függelékeiből fejlődik ki, leggyakrabban a MECKEL-féle gurdélyból, s megérthetésük végett szükséges, hogy e képlet fejlődéséről, kórtani szerepléséről néhány tájékoztató szót előrebocsássak.

A fejlődő magzat csirtelpe a petehólyagról lefűződván, tág csatorna marad fenn a magzat bele és a lefűződött rész: a székhólyag között; ez a székmenet (*ductus vitello-intestinalis* vagy *omphalomesaraicus*), mely a fejlődés rendjén a magzatelet 5. hetétől fogva aránylag és absolute szűkül, miközben véreirei (*vasa omphalo-mesaraica*) visszafejlődnek. Ezen idő alatt a magzat belének nagy része (a vékonybél alsó fele, a vakbél, a felhágó remese) a tág köldökürben fekszik (a rendes köldökszinórsérv). A 3. hóban a bél a köldöksérvből a hasürbe süpped, mely alkalommal a már is elsovadt székmenet elszakad, a vékonybelen lógó részlete gyorsan eltűnik, úgy hogy a bél a 3. hó végén szabály szerint már szabadon fekszik a hasürben. A köldöksérv kapuja elzáródik és a székmenetnek a folyton hosszabbra nyúló köldökszinórban fekvő része is eltűnik, csakis azon részlete marad meg a terhesség végéig, mely a köldökszinór *placentaris* tapadásától az amnion és chorion közt fekvő köles-lencsényi székhólyagocskáig vezet.

A székmenet szabályszerű visszafejlődése néha vagy ama köldöksérv hosszas fenmaradása miatt, vagy saját erősebb fejlettsége következtében késik, olykor akár a születésig, mely esetben a magzatkori összefüggést a vékonybél és a köldök közt az ujszülöttben, sőt az egész életen át kimutathatjuk. Néha a székmenet hasüri része eltöpörödik ugyan, de kötőszöveti köteg marad vissza, mely a vékonybél alsó részétől vagy a fodortól a köldökig fut, vagy a köldökről leváltan a hasürbe fityeg, avagy akár utólag a szomszédos szervekhez nő; rajta olykor a székmenet véreire is felismerhetők. Máskor és pedig sokkal gyakrabban a vékonybél szabad felületéből, vagy akár a fodorbeli tapadás helyén egy kiöblösödés jön létre, mely a vékonybél szerkezetével bir s keztyűujjhoz hasonló gurdély alakjában a bélből derékszögben vagy felfelé nyíló hegyesszögben, nagy ritkán tompa szögben emelkedik ki és többnyire szabadon vagy külön fodrocskán a hasürbe lóg; vak vége sima gömbölyű vagy öblös gurdélyos, vagy hegyezett; ritkábban a csucsán levő tömör álszálag által a köldök belső felületéhez, a hasfalhoz vagy a fodorhoz van növe s még ritkábban mint vékonyabb vagy vastagabb járulékos vak bélcső a köldökig ér. Ezen durványos béldarabot valódi vagy MECKEL-féle diverticulumnak nevezik, teljes joggal, mert MECKEL J. F. boncznoknak köszönjük az eltérés fejlődéstani magyarázatát, bár a gurdélyt már VAN DOEVEREN észlelte felnőtteken és SANDIFORT, ki ujszülöttben akadt reá, mint veleszületett eltérést fogta fel.

A fejlődéstaniilag érdekes, de az összszervezetre nézve egészen haszontalan bélfüggelékekkel elég gyakran találkozunk; néha viselőjének különböző módon bajt okoz. A köteg vagy a gurdély ugyanis először bélesavarodásra szolgáltathat alkalmat.

Ily készítményt a napokban kaptam volt tanársegédem Dr. FRIDRICH ALAJOS nagytapolcsányi igazgató főorvostól a következő kórtörténet kíséretében. A 15 éves téglavető fiút, ki két év előtt első ízben bélelzáródás tünetei közt megbetegedett, de ricinus olaj bőséges adagolására és nagy beöntésekre három nap alatt meggyógyult, halála előtt nyolez nappal újból erős gyomorfájás, hányinger és székrekedés lepte meg s a fájdalom rövid idő alatt általános lett. Gyomra felfujt és az egész has puffadt, feszes. Ricinus és beöntés eleinte semmi hatással nem volt, a fájdalom még fokozó-

dott, a belek mozgása a hasfalon keresztül kivehető; a hőmérsék állandóan subnormalis. Intussusceptiora gyanakodván, Dr. FRIDRICH magas beöntést rendelt el, mire a fiúnak — a baj kezdete utáni 7. napon — bő mennyiségű rendes széke volt, a hányási inger eltűnt, a has puffadása alábbhagyott és a fiu éjjel nyugodtan aludt; a 8. napon reggel két híg széke volt, a tünetek mind enyhültek. Azonban délelőtt 11 órakor igen heves fájdalmak és hányási inger léptek fel, a jobb medenczetáj beesett, a bal ellentállóbb, tompult dobos, mely tompulat átfektetésnél kissé jobbra súlyed. A fájdalom nyomásra alig erősödik, hányáskor epés sárga — nem bélsár szagú — folyadék vettetik ki. A fájdalmak opiumra alig enyhültek, déltájt összeesés, a beteg fájdalmasan nyöszörög és $\frac{1}{2}$ 2-kor meghal. Boncsolás alkalmával a hasürben szabad levegő és körülbelül félliter epés, bélsár szagú folyadék volt; a hashártya haragos vörös, bágyadt fényű, a vékonybelek felfújtak. A cseplesz jobb oldalra alájuk húzódik és a köldök tájon szívósan odanőtt. A köldöktől lefelé puha párna tapintatú köteg húzódik, mely nyomásra bugyborékol s az előduzzadó beleket balra tolva kitűnik, hogy az egy 15 cm hosszú MECKEL-féle gurdély, mely 80 cm-rel a vakbél felett a bél domborulatából, de mégis kissé jobbra ered és a fodor jobb felületéről reá terjedő vékony kurta fodrocskával van ellátva; legnagyobb közép részletében alig tyúktoll vastag, proximalis végén kissé vastagabb; distalis vége, a hol a köldökhöz odaforrt, kitérve, olasz mogyorónyi, vastagfalú tömlőt képez; a burkoló hashártya éppen úgy, mint köröskörül a köldök belfelülete, fehéres és megvastagodott; a lig. suspensorium hepatis 1 cm magas redő alakjában kezdődik és az urachus hollótoll vastag köteggként a gurdély végéig felterjed s vele szorosan összenőtt. Kívülről tapintva a köldök semmi eltérést nem mutat. A gurdély mindvégig átjárható, benyílása kissé ferde tölcészerű, 8×5 mm átmérőjű. A gurdélyon alul a vékonybél összehúzódott, alig ujjnyi vastag, attól felfelé erősen tágult, vastagfalú, bővérű, savósan beszűrődött és közvetlenül a gurdély tövében a bél domború felületén egy kis babnyi, puha, czafatos szélű, átható lyuk van, melyen át levegő és bélsár ömlött a hasürbe. A bél elhalása és átfuródása a gurdély tövében az efféle esetekben úgyszólván typice fordul elő, s e miatt a felszabadítást eszközlő mütét

még többnyire sikertelen maradt (ZUMWINCKEL, BRAQUEHAYE, SCHNITZLER, WALZBERG.)

Ismételten előfordult, hogy a MECKEL-féle gurdély különböző sérvbe jutott, a veszedelmes LITRE-féle sérvet okozván. Megesik, hogy a szabad gurdély a bél ürébe visszatüremkedik és bélbehüvelyezést (intussusceptio) okoz, a milyent KÜTTNER, STUBENRAUCH szintén kedvezőtlen eredménnyel operáltak; máskor átfuró bél-fekélyedés folytán vált végzetessé.

Megesik, hogy a gurdély a köldökig nyitva marad s a köldök lekötése vagy leválása idejében, vagy utólag kifakadva, köldökbél-sipoly támad, mely állandó kellemetlenséget okoz s viselőjét szintén veszedelemmel fenyegeti. Ily esetekkel az újabb irodalomban több helyt találkozunk, egyfelől egyszerűbb alakokkal, melyekben a köldök leesése után fenekén redős, vörös, nedvedző sebnyílás (BASEVI) vagy gyakrabban a köldökből kiemelkedő málna-vörös mogyorónyi daganatocska marad hátra (diverticulum prominens), melynek tetején levő nyílásából nyákos béltartalom s levegő jön ki, a bevezetett kutató pedig messzire a bélbe hatol (MARSHALL, ROTH, BARTH, WATSON CHEYNE, STIERLIN, KERN, GENERSICH GUSZTÁV); máskor csak foecalis nedv (HICKMAN, WEINLECHNER, LEISING-ALSBERG) vagy akár csak szagtalan alkalikus hatású nyák szivárog belőle és a kutasz nem is hatol a bélbe, ha t. i. a gurdély a köldökgyűrűben igen szűk, vagy a bélbe való nyílás ferde állása vagy egy kiemelkedő nyákhártya redő által félig meddig el van zárva, néha oly módon, hogy a bél tartalma nem juthat a gurdélyba, bár a hasadékszerű nyílás fennáll s kívülről jól kutaszolható. A nyilt MECKEL-féle gurdély vagy — a mint némelyek hibásan nevezik — a persistáló ductus omphalo-mesaraicus néha edzésre még inkább szűkül, átjárhatlan lesz vagy a szélek felfrissítése után elzáródik. (MARSHALL.) Némelykor súlyos baj nélkül élethossziglan fenmarad [FOERSTER, AHLFELD, KHER eseteiben (l. NEURATH)]; de minden alakjánál, sőt az időleges önkénytes vagy művi úton elért betapadás után is megtörténhetik, hogy a bél fala a hasprés erősebb működése alatt: köhögésnél, erőltetésnél a köldöknnyílásból egyszerre kinyomul, akár 10 cm-nyi s még hosszabb (KÖLBING esetében fél rőfnyi kolbászszzerű) egy (GESENIUS) vagy kétszarvú (WEINLECHNER, BASEVI) kitüremlés jön létre, a mennyiben vagy csupán a bélgurdély

(HENNIG esetében), vagy akár maga a szomszédos vékonybél két vége is előesik. A kifordult nyákhártyának a köldökgyűrű által okozott körülzárólása folytán bekövetkező üszkösödés (v. SIEBOLD) vagy bélelzáródás és ileus a beteget végveszélylyel fenyegeti és már több esetben műtéti beavatkozást tett szükségessé, mely ugyan a halálos kimenetelt többnyire meg nem gátolta: WEINLECHNER, BASEVI, HÜTTENBRENNER, LEISRING és ALSBERG, BARTH esetei mind halállal végződtek és csakis az idejekorán — a súlyosabb tünetek fellépte előtt véghezvitt — gyökeres műtét laparotomia, a diverticulum és az ileum előhúzása, a bélről való lemetszése (BARTH), vagy resectio (BROCA) és a létesített bélnyílás gondos bevarrása] kecséget teljes és maradandó gyógyulással (BROCA, STIERLIN, KERN esetében), természetesen föltéve, hogy a köldökbélsipoly egyszerű és nincs az alantabb fekvő bél nagyobb mérvű szűkületével komplikálva.

Előfordul, hogy a köldökön nyílás nem található ugyan, hanem csak egy borsó-babnyi gombaszerű vörös dagocska, mely a köldökszinór leesése után némi alkalikus hatású, nyákos nedvet választ el s a közönséges sarjadzó köldöktől különösen az által különböztethető meg könnyen, hogy igen hosszú ideig, évekig is fennáll, és sem magától, sem nyomó kötésre, edzésre nem gyógyul be, hanem úgyszólván változatlanul megmarad. KÜSTER egy ilyen daganatot kiírta reájött, hogy a csomó nem egyszerű sarjszövetből, hanem átmetzetén a környi részében hengerhámmal bélelt sűrű sugarasan fekvő, egyszerű, ritkán szétágazó LIEBERKÜHN mirigyekkel bíró nyákhártyából, centralis részében pedig sűrűn fekvő sima izomsejtek tömegéből áll és a bél nyákhártyájához teljesen hasonló; ő azon vélekedésben, hogy e dagocska a köldökszinórban visszamaradt ductus omphalo-mesaraicus maradéka, túlképződés folytán létrejött adenomának nevezte. Ezzel szemben KOLACZEK, ki már előzetesen két s később is több ilyen esetet vizsgált és a WALDEYER által ajánlott enteroteratom név alatt leírt, ráutalt arra, hogy a daganat, mely egészen szabályszerű LIEBERKÜHN mirigyekkel és sima izomsejtréteggel bír, azaz a bélhez teljesen hasonló szerkezetet mutat, nem adenoma, nem is újképlet, hanem a fennmaradt székmenetnek egyszerű kifordulása és lefűződése, illetőleg a köldökgyűrűben lefűződött diverticulum prolapsusa. SZONTAGH

FELIX hasonló értelemben fogta fel és PREISZ HUGÓ tanár jeles értekezésében egy általa vizsgált esetet, melyben nemcsak LIEBERKÜHN-féle mirigyeket, hanem bolyhokat (melyek ugyan a rajzban hiányzanak) és nyiroktüszőket, muscularis mucosae-t, a közepe felé körkörös, a középpontjában a dagocska töve felé harántul átmetszett izomkötegeket kapott, kellő körültekintéssel oly módon magyarázott, hogy a daganatocska a bélgurdélynak vagy a köldökbe kihúzott bélfalnak a szűk köldöknyíláson át történt előtüremléséből származik. Ezen okból a daganat tulajdonképen nem adenoma, sem enteroteratoma, hanem umbilicalis bélfelfordulás, enteroexstrophia umbilicalis vagy inversio intestini umbilicalis névvel jelölendő.

PREISZ magyarázatának helyes voltát nyomban igazolta GERNET dolgozata, mely 24 éves férfiről szól, ki gyermekkorá óta ily köldök-daganatot viselt és már több ízben súlyos székrekedésben és bélelzáródásban szenvedett, de magas beöntésekre ismételtén javult. GERNET a kellemetlen állapot végleges megszüntetése céljából gyökeres műtetet végzett, mikor a köldököt körülvágva, észrevette, hogy a bél fala a daganat tövének megfelelőleg sátor-szerűleg ki van húzva. Az odanőtt részlet kiszabadításakor a bél beszakadt, ezt nyomban bevarrta a daganat kimetszése után, a hassebet is pontosan egyesítette s a beteg teljesen meggyógyult. Hasonló daganatokat régebbi és újabb időben mások is észleltek: SADLER, CHANDELUX, LE ROY stb.

Az enteroexstrophia umbilici egy sajátságos alakját TILLMANNS írta le. 13 éves fiú köldökén diónyi, piros nyákhártyával bevont daganat volt, mely azonban a fentiekől az által különbözött, hogy noha nyílás nem látszott rajta, mégis feltűnő sok nyúlós nyákot választott el, különösen ha ujjal bizgatta, úgy hogy 15 perc alatt 2—3 cm³-nyit lehetett felfogni. A nyák a has bőrét felmarta s a betegnek ez ellen csecsemőkorától fogva óvó kötést kellett használnia. Minthogy e nedv savi hatású volt, próbakísérletnél a fehérjét jól emésztette és az elválasztás étkezés után szembetűnőleg fokozódott, TILLMANNS arra gyanakodott, hogy a köldök-daganatocskát képező nyákhártya a gyomor nyákhártyájából származik. WEIGERT a késsel kiirtott képlet mikroskopi vizsgálatánál tényleg a pylorushoz hasonló szerkezetet, szétágazó, hengerhám-

mal bélelt mirigyeket talált, s úgy a mirigyek mint a fedőhám élesen határolt volta, a pohársejtek hiánya, a sejtmagvak fekvése azon következtetésre indították, hogy a daganat a gyomor pyloricus részének felel meg. Mindezeknél fogva TILLMANNS az esetet úgy magyarázta, hogy a köldökben fekvő daganatocská a gyomorból eredő diverticulumból füződött le és a köldökön kifordult.

ROSER 1½ éves fiun hasonlót talált. A gyermek köldöke dagadt, kérges szélű és 1 cm mély üre vörös nyákhártyával bélelt, belőle savi váladék szivárgott ki. A heges bőrtömeget körülvágva, a vörös nyákhártyát csipővel s ollóval a savós hártyaig kiszedte, de akkor is még egy kis nyílás maradt, melybe a kutató 3 mm-nyire hatolt be; ezt chlorzink oldatba mártott tamponnal dugta be s a sipoly rövid idő alatt teljesen behegedt. MARCHAND a kiszedett nyákhártya részleteket megvizsgálva szintén azon eredményre jutott, hogy annak szerkezete, igen szorosan fekvő csöves mirigyei és a vastos muscularis mucosæ a gyomoréhoz teljesen hasonló. ROSER vélekedése szerint e képlet úgy jön létre, hogy a pylorus a korai magzat életben a köldökhöz közelebb fekszik és ha a foetalis gyomorfall körülirt helyen a köldökhöz tapad, idővel a pylorus visszahuzódásakor a pylorus kihuzódása folytán gurdély, s az ennek lefüződése után létesült tömlő felfakadása és kifordulása miatt gyomorbéli köldök daganat képződik.

Ezen magyarázattal szemben VAN HEUKELOM ellenséges állást foglal el. Ő 2½ éves fiuból kivett mogyorónyi köldök daganat mikroskopi metszetében a bélnyákhártyától eltérő szerkezetet talált, a mennyiben a hámboríték úgy a felületen, mint a mirigyekben magas, igen éles határú, a csöves mirigyek nagyon szorosan feküsznek egymás mellett, szétágazók és hámjuk számos magoszlást mutat, a magvak mélyen feküsznek és pohársejtek teljesen hiányoznak. Mindamellett a daganat nyákhártyája nem volt identikus a gyomor nyákhártyájával, mert adenoid szövetben bővelkedik és a muscularis mucosæ csak mérsékelten volt kifejlődve, szóval a dagoeska nyákhártyája úgy a bél, mint a gyomor nyákhártyájától lényegesen eltér; ezenfelül tapasztalati tény, hogy a pylorus a korai magzatéletben a nagy máj által fedve, éppen igen távol fekszik a köldöktől és így semmi valószínűség nincs benne, hogy a gyomor a köldökkel érintkezésbe jusson. Végül egy

majdnem kiviselt foetusban talált MECKEL-féle durványt s a bélhuzam nyákhártyáját gondosan megvizsgálva, esetleg a bélgurdély hegyén egy teljesen lefűződött bélrészletre bukkant, melynek szerkezete úgy a gurdély, mint a vékonybél nyákhártyájától eltért: hámja igen szabályos, éles határú hosszú protoplasmával bir, magjuk keskeny és egészen a sejt fenekén ül, pohár sejtek teljesen hiányoznak, holott a gurdély nyákhártyája éppen olyan, mint a vékonybélé. Fiatal embryóban az egész bélhuzam nyákhártyája mindenütt egyenlő, egyrétegű hámmal fedett, sima, redők és mirigyek nélküli; csak később jön létre a különbség a gyomor és a bélnyákhártya hámja közt és ugyanekkor támadnak a redők és a bélhám mirigyes burjánzásai, még pedig azon időben, mikor a meconium már a bélbe jut. VAN HEUKELOM nézete az, hogy a meconium átalakító hatással van a bélhámra, mely abban áll, hogy a hám alacsonyabb, szemcsés lesz, magja megváltozik és számos pohársejt támad. Ha tehát egy bélrészet korán lefűződik, még mielőtt meconium képződik, akkor szerkezete a vékonybél-től eltérő lesz, ellenben ha a lefűződés később következik be, akkor hozzá teljesen hasonló, éppen úgy, mint a közönséges MECKEL-gurdély is. A savanyú váladékra nézve azt tartja, hogy az eltérő alak más működéssel is szokott járni és lehetséges, hogy a rendes bélhám a meconium megjelenése előtt savi váladékot termel. Az utóbbira nézve mellékesen ráutalok azon tapasztalataimra, melyeket a vékonybél tartalmának vegyi hatása iránt tettem. Emberben, de különösen állatoknál faj, egyéniség és idő szerint a vékonybél váladékának vegyi hatása igen változó, sokszor savanyú, és különösen madarak vékonybelében mindvégig savi reactiot kapunk, így tehát a bélnedv vegyi hatása a nyákhártya minőségére nézve nem tekinthető mérvadónak. (Egyébként megjegyzem, hogy MATHES és MARQUARDSON szerint a bélnedv savanyú hatása szénsav által van föltételezve.)

A MECKEL-féle gurdély fennebbiekből vázolt szereplésén felül ez alkalommal különösen a belőle fejlődő béltömlők érdekelnek bennünket, melyek az által jönnek létre, hogy a fenmaradt MECKEL gurdély bél felőli nyílása szűkülés vagy nyákhártya-billenté miatti elzáródik, minek folytán önálló tömlővé alakul és vagy a köldökön (TIEDEMANN, ROSER, ZUMWINKEL), vagy a köldök

alatti hashártyán (SCHAAD), vagy leggyakrabban a fodorban fekvő (HENNIG, ROTH I. és II., KULENKAMPF, DITTRICH) daganattá válik.

A legrégebbi ide tartozó esetet PEYRILHE jegyezte fel; ez nyilván átmenetet képez a nyílt gurdély és a cysta között. Egy tüdőbajban elhalt, igen öreg emberben az altest közepében s részben a bal csipő tájon fekvő és a has falával, a hólyaggal és a csipőbéllel összenőtt ovalis zacskóra akadt, mely 13 cm hosszú, 10 cm széles és 2.5 cm kerületű, és 1.2 cm hosszú csatornán át ujjnyi vastag nyílással a jejunumnak az ileumba való átmeneti helyén a vékony bélbe szájadzott. MECKEL az esetet oly módon magyarázta, hogy néha a székhólyag egészben a hasürbe süpped. TREDMANN halva született fiun diónyi köldökszínór sérvet talált, melyben egy bélkacs és egy körteképű, olaszmgogyoró nagyságú hólyag feküdt; utóbbi fehéressárga folyadékot tartalmazott és 7 cm hosszú, felette vékony csatornával a bél domború felületén beléje fakadt.

ROTH jeles értekezésében 16 hónapos fiu esetét írta le, ki székrekedésben, később hasmenésben szenvedett, lázas lett és egy hét alatt meghalt. Puffadt hasában a vékonybelek fel vannak tolvá és a köldök alatti részt 6.2 cm hosszú, 5.3 cm széles és 3.6 cm vastag petéded, sima falu és mérsékeltén feszes, vöröses hólyag foglalja el, mely balfelől a fodorhoz szorosan odanőtt, jobbra a csepleszszel tapad össze és 11 cm hosszú, a tengelye körül csavarodott nyelével az ileum fodorbeli tapadása helyéből ered. A visszahelyezés után kitűnik, hogy a tömlő nyele egy béldurvány, mely a vékonybélből való eredése táján 11, a tömlő felől csak 4 mm széles, a mesenteriumból reá folytatódó fodrocskával bir és a bél felől fel-fújható, mikor is a hólyag feszülten megtelik. Utóbbiban levegő mellett 32 cm³ sűrű, barnavörös, nyákos folyadék volt, melyben sok piros vértest, genysejt és hengeres hám, továbbá keményítő szemese és néhány epesárga harántesikolt izomrost volt felismerhető. A tömlő fala akár 2 mm vastag, helyenkint kifekélyesedett, belső felületén hengerhámmal bevont, bolyhokkal és LIEBERKÜHN-féle mirigyekkel ellátott, véresen beszűrődött nyálkahártya van; a muscularis mucosæ alatt a rostos submucosa, vastag haránt és vékony hosszirányú izomréteg, a subserosa és a savós hártya jól látható. A tömlőbe vezető cső nyílása duzzadt, sötét-vö-

rös nyákhártyával majdnem teljesen el van zárva, de kutaszolható. A bél felőli babnyi szájadék a bél hosszában fekszik és egy erősen kiemelkedő nyákhártya redővel volt körülveve, felette a bél falán még két lencsenyi nyákhártya kiöblösödés volt.

Egy másik esetében, melylyel alább még foglalkozunk (361. l.), 42 cm. hosszú újdonszült fiu hullájában a fodor lemezei közt a csipőbélhez simuló, 10 cm. hosszú hürkaszerű tömlőt kapott, melynek felső bunkós vége a bélnél jóval vastagabb (13 mm. átmérőjű), míg az alsó 0·5 cm.-re szűkül, utóbbi a bél homorú falát kissé befelé dudorítja és 3 mm. átmérőjű kerekded nyílással igen hegyes szöglet alatt — 14·5 cm.-nyire a vakbél billentyűje felett — fakad be. A nyílás felső szélén a nyákhártya egy billentyűszerű redőt képez. A tömlő lefutásában több — sertével alig kutaszolható — gyűrűszerű szűküléssel bír és legfelső duzzadt végén egészen elkülönített babnyi hólyagot képez. A gurdély sűrű nyákkal volt megtöltve, mely sehol sincsen epesárgára festve. Fala bolyhokkal és LIEBERKÜHN-féle mirigyekkel, sőt egy PEYER-féle csoportosult mirigyteleppel bíró nyákhártyával van bélelve s minden tekintetben a bél falához hasonló, csak legvégső, felső részén hiányoznak a bolyhok, a mirigyek rövidek, felül hengerhámmal, a vak végében sokszögletű, erősen szemcsés hámmal béleltek és csoportonként 2—3-an egy-egy sekély gödröskébe fakadnak. Az elkülönített hólyagocskában pedig a nyákhártya felette vékony, hol sima, hol finom redős; bolyhok, Lieberkühn-mirigyek teljesen hiányoznak és felülete helyenkint egyszerű, másutt csillószőrös hengerhámmal van bevonva, de mind a kétféle hám cuticularis széllel bír; a muscularis mucosæ, submucosa, körkörös és hosszanti izomréteg, subserosa és savós burok itt is jól felismerhető. Sűrű, üvegszerű, nyálkás tartalmában mikroszkopi vizsgálatnál homogen, bágyadt fényű gömbök (colloid) tűnnek fel. Az elzárt tömlőcskében talált hengerhám származására nézve kétség nem foroghat fenn az iránt, hogy ez is a bélgurdélyhoz tartozik, nyákhártyájának eltérő voltát és a rajta levő csillóhámot illetőleg azonban kérdéses marad, hogy vajjon az a bélhám korai embryonalis szakának felel-e meg, mint a melyet NEUMANN a foetatis bázrsingban és FORTUNATOW alsórendű gerinczeseknél az egész bélesatornában talált, vagy pedig utólagos alakváltozásnak eredménye, mint a hogy azt RECKLINGHAUSEN

egy a nyelv alatt fekvő ranulában és mellékes nyákmirigyben találta.

A felsorolt és a bonczteni vizsgálat rendjén M^ÉCKEL-féle gurdélyoknak kimutatott eseteken kívül az irodalomban több oly tömlővel is találkozunk, melyekben a gurdély részleges sorvadása és eltünése folytán a béllal való összefüggés megszakadt, de a tömlőnek a M^ÉCKEL-féle gurdélyból való származása a fekvési viszonyokból és a szerkezetből minden kétségen felül be van bizonyítva. Néhol csak a gurdély legvégső — a köldökben fekvő — részlete alakul át tömlővé, máskor a centralis véghez közel eső részlet vált cystává.

Az első csoporthoz tartoznak a következők :

ROSER fiatal embert vett kezelés alá, kinek köldökén régen egy kis daganatot nyitottak meg ; apró nyílás maradt vissza, melyből nyákos vizenyős, hengeres hámsejteket tartalmazó folyadék szivárgott. A bevezetett kutató tág, 1 cm. átmérőjű tömlőbe hatolt. ROSER a sipolyt aláfelé tágitva, a körülfekvő vastag kérges kötőszövetet átvágta, mire vörös, szemölcsös, bolyhos, nyákhártyaszerű béllal ellátott, tömlő tárult fel ; a nyákhártyát csipeszszel s ollóval darabonként kiszedte és nagyobb biztonság kedvéért chlorzinkkel edzette. A zacskó üre nyílt kezelés alatt gyorsan összehzsugorodott, a kifolyás 48 nap alatt megszűnt és a seb mindenütt behegedt. Mikroskopi vizsgálatnál hengerhámos nyákhártya foszlányokat találván, a sipolyos tömlőt székmenet cystának ismerte fel. Egy másik valamennyire hasonló esete a következő : Gyermeken sarjszövettel bevont galambtojásnyi tömlőt kapott, mely a köldökgyűrűből emelkedett ki ; a tömlőt átszúrva, falait kettős fonállal alakította és a mellső részletet levágta. Miután azonban a tömlő belseje savós hártyához volt hasonló, az esetet veleszületett és később lefűződött köldöksérvnek tartja. Mikroskopi vizsgálat eredménye nincs közölve.

ROSER első esetéhez teljesen hasonlít azon bőralatti székmeneti tömlő, melyet ZUMWINKEL irt le. 7 éves leánynak születése óta nyákos nedv szivárgott köldökéből s itt gömbölyű 1.25 cm. átmérőjű keményedés volt, melynek jobb oldalán levő kis nyílásába a kutató 1 cm.-nyire volt bevezethető. A köldököt két metszéssel körülvágta, mire kékesen áttünő, cseresznyemag nagyságú

hólyag tünt fel, melyet kivájva, a köldököt a zárt köldökgyűrű fölött átvágta; az összevarrt seb rövid úton egyesült. Mikroskopi vizsgálatnál a tömlő falában a bélhez teljesen hasonló szerkezetet: hengerhámos borítékot, bolyhokat, LIEBERKÜHN-mirigyeket, muscularis mucosæ-t, nyákhártya alatti szövetet és szabályos szerkezetű izomfalat talált, mindezek túl voltak tengve és csakis a tömlő fenekén feleltek meg teljesen a rendes bélfalnak. A bőr a köldökön megvastagodott hámmal volt bevonva, gömbsejtes beszűrődést és tultengett verejték-mirigyeket mutatott. Ezen köldökbeli cysta az előbb tárgyalt köldökbeli nyákhártya duzzanatokhoz való rokonságánál fogva különös értékkel bír, mert semmi kétség, hogy ily tömlőcske felfakadása és kifordulása által az előbb letárgyalt enteroteratoma vagy exstrophia umbilici létesülhet.

A másik csoportba tartoznak a következő esetek:

HENNIG halvaszületett újszülöttben óriási, 22 cm. hosszú, 14 cm. széles és 10 cm. vastag béltömlőt talált, mely az ileum által körülfogalva a bélfodor két lemeze között fészkelt. Nézete szerint oly módon jutott a fodor lemezei közé, hogy az előbb külön fodrocskával bíró MECKEL-féle gurdély növése közben a mesenteriolum fala lassankint a fodorral egybefolyt. KULENKAMPF három éves fiúnál - ki többször székrekedésben és colicában szenvedett és egy ily roham alatt meghalt — ökölnyi, intramesenterialis, hig chokoladeszerű bennéket tartalmazó tömlőt kapott, melynek fala többszörösen gyengén befűződött, 3—4 félgömbszerű kiöblösődéssel bírt. Egy vékonybélkacs a tömlő körül csavarodott és nyomása folytán ileus és halál következett be. Mikroskopi vizsgálat ugyan nem történt, de alig lehet kétség, hogy az eset ide tartozik.

SCHAAD 32 éves nőbeteg altestét vizsgálva, a köldök alatt néhány ujjnyira gyermekfőnyi feszes ruganyos daganatot talált, mely könnyen eltolható és évek óta fennáll. Hosszú nyelvű petefészek tömlőnek tartották, de műtétnél kitént, hogy a nemző készülékkel semmi összefüggésben nincsen, hanem csak a cseplezszel s a féregnyújtványnyal, melyeket át kellett vágnia, továbbá a mellső hasfallal épen a középvonalban a köldök alatt. A körülmetszéssel kiirtott tömlőben 200 gr. chokoladebarna zavaros folyadék volt, belső felülete nyákhártyaszerű, világos sárgás, egyes sötétebb pettyekkel. Mikroskopi vizsgálatnál hengerhámmal be-

vont és mirigyekkel bőven ellátott bélnyákhártyát és izomhártyát kapott.

DITTMICH P. egy régebbi közlésére való hivatkozással több enterocystát irt le. Két esetében a teljesen zárt tömlő nyakkal volt telve, faluk a normális bélfalnak felelt meg; az egyik az alsó csípőből hátára reánőtt, a másik a csípőből fodrán fekszik és vele szorosan összefügg, belőle 2 mm. vastag vak menet 1·5 cmnyire lefelé halad. Továbbá 5 éves leánykában 60 cm-rel a BAUHIN-billentyű fölött a bél hajlásához nőtt, a hasürbe lógó, 15 cm. hosszú és 9 mm. széles, úgy a hasür, mint a bél felé is teljesen elzárt, és sűrű nyakkal telt tömlőt kapott, melynek belső fala a normális vékonybélhez hasonló, külső izomrétege a bélizomba megy át s közepe egy nyákhártya redőcske miatt erősen megszűkül. Negyedik esete halva született fura vonatkozik, kinél a BAUHIN-billentyű felett 15 cmnyire áttünő tömlő kezdődik, mely a fodor tapadása helyén és annak két lemeze közt az ileumhoz társulva körteképző, tyuktojásnyi (10 cm. × 4 cm., alul 2 cm., méretű), sima, puha, ruganyos, hullámzó és finom erekkel gazdagon ellátott zacskót képez, mely a vakból felé keskenyül, de teljesen zárt; ürében nyákos genyes, fehéres, zavaros folyadék van s fala a bolyhos bélfalhoz teljesen hasonló; egy helyen a fal lenséynyire megvastagodott és itt egy második kis nyákos tömlőcske volt, mely az anyatömlőtől teljesen el van különítve, különben szintén bolyhokkal és LIEBERKÜHN-féle mirigyekkel volt ellátva. Szerző a hely és fekvés szerint mindezeket a MECKEL-féle gurdélyból származtatja.

Irodalom. AHLFELD, Die Missbildungen des Menschen 1880. — KUZMIK, Keresztváji béltömlő, enterocysta esete. Orv. Hetilap 1895. 84. l. — JOHANN FRIEDRICH MECKEL, Handbuch der pathol. Anatomie 1812. I. 553. — VAN DOEVEREN, Specimen observat. academic. Gröning. et Lugd. Bavar. 1765. Cap. V. — SANDIFORT, Observ. anatomic. pathologicae. Lugd. Batav. 1777. L. I. Cx. — GENERSICH A., Orvosi Hetilap 1899. 10. sz. — ZUMWINKEL, Archiv für klin. Chirurgie 40. k. 841. 1890. — BRAGUEHAYE J., Darmverschluss durch einen Strang. Archiv für Kinderheilkunde XXIV. 144. 1895. — SCHNITZLER, Wiener klinische Wochenschrift 1896. 1050. — WALZBERG, Wiener med. Presse 1898. 1252. — KÜTTNER, Intussusception eines Meckel'schen Divertikels. Beiträge zur klin. Chirurgie 21. k. 289. 1898. — v. STUBENRAUCH, Wiener med. Presse 1898. 1252. — MARSCHALL, Case of perforated umbilicus. Med. Times and Gazette 1868. Virchow u. Hirsch Jahresb. 1868. I. 173. — ROTH, Virchow's Archiv 86. 383. 1881. — BARTH, Ueber die Inversion des

off. Meckel'schen Divert. Zeitschr. für Chirurgie 26. k. 193. 1887. — WATSON CHEYNE, The Lancet. 1892. I. April. — STIERLIN, Zur Casuistik der angeb. Nabel fisteln. Deutsche med. Wochenschrift 1897. 188. (Centralblatt f. Chirurgie 1897. 26. k. 989.) — KERN, Ueber offene Meckel'sche Divertikel. Beiträge zur klin. Chirurgie XIX. 353. 1897. — GENERSICH GUSZTÁV, Értésítő az erd. muzeumegylet orvostermészettud. szakosztályából. XX. k. 73. 1898. — HICKMAN, Persistent vitellin duct. Transactions of the path. Society XX. 413. 1870. Virchow und Hirsch. Jahresb. 1870. I. 295. — WEINLECHNER, Jahrbuch für Kinderheilkunde VIII. 55. 1875. — LEISINGER H. und ALSBERG, Archiv für klin. Chirurgie. 28. k. 768. 1883. — NEURATH R., Zur Casuistik des persistirenden Ductus omph. mesaraicus. Wien. klin. Wochenschrift 1896. 1158. — KÖLBING, Neue Zeitschrift für Geburtskunde XIV. 3. 1842. — GESENIUS, Journal f. Kinderheilkunde 1858. — BASEVI SEPTIMIO, Jahrbuch für Kinderheilkunde XII. 275. 1878. — HENNIG, Gerhard, Handbuch für Kinderkrankheiten I. — v. SIEBOLD (l. Schröder, Dissert. inaug. Giessen 1854.) — HÜTTENBRENNER, Allgem. Wiener med. Zeitung 1878. ref. Virch. u. Hirsch Jahresber. 1878. 421. — BROCA, Gazette méd. de Paris. 1894. 142. — KÜSTER, Das Adenom und die Granulationsgeschwulst am Nabel der Kinder. Virchow's Archiv 69. 286. 1877. — KOLACZEK, Archiv für klin. Chirurgie 18. k. 349. 1875. és Virchow's Archiv 69. k. 537. 1877. — SZONTAGH FELIX, Orvosi Hetilap. 1890. 593. — PREISZ HUGO, Jahrbuch für Kinderkrankheiten 33. k. 29. 1892. — GERNET, Ein Enteroteratom. Deutsche Zeitschrift für Chirurgie 39. 467. 1894. — SADLER, Schmidt's Jahrbücher 27. k. 1840. 178. I. — CHANDELUX, Archiv de physiologie 1881. — LE ROY, cit. Villar: Tumeurs de l'ombelie. Paris 1886. — TILLMANN'S, Zeitschrift für Chirurgie 18. k. 161. IV. 1883. — ROSER W., Centralblatt für Chirurgie XIV. 260. 1887. — VAN HEUKELOM, Virchow's Archiv 111. k. 475. 1888. — MATHES U. MARQUARDSON. Centralblatt für path. Anatomie 1898. p. 397. — PEYRIÈRE, cit. J. Fr. Meckel, Handbuch d. path. Anatomie 1812. I. 590. — TIEDEMANN, Kopfflose Missgeburten 1813. — ROTH, Virchow's Archiv 86. k. 174. 1883. — NEUMANN, Archiv für microscop. Anatomie XII. 570. 1876. — FORTUNATOW, Pflüger's Archiv f. Physiologie XIV. 289. 1877. — RECKLINGHAUSEN, Virchow's Archiv 84. 425. 1881. — ROSER, Langenbecks Archiv f. klin. Chirurgie. XX. 472. 1877. és 4. o. 477. I. — ZUMWINKEL, Archiv für klin. Chirurgie. 40. 838. 1890. — HENNIG, Centralblatt für Gynäkologie 1880. 398. — KULENKAMPF, Centralblatt für Chirurgie 1883. 242. 679. — SCHAAD, Ueber die Exstirpation einer Cyste des Dotterganges. Correspondenzblatt für Schweizer Aerzte 1886. No. 13. — DITTRICH P., Ein Beitrag zur Kenntniss des Enterokystoms. Prager med. Wochenschrift. 1889. 307.

3. Ismeretlen módon lefűződött magzatkori béltömlők.

Az utóbbi években oly adatok birtokába jutottunk, melyeknél fogva bizonyos bél körüli enterocysták másféle magyarázatra szorulnak. Az idült follicularis bélhurut mentén kivált a vastagbélben a nyákhártyában és a submucosában gyakran kendermagborsónyi nyákos ürcsék képződnek, és a fekélyedés folytán lefoszlott és majdan hegesedés által elkülönített s túltengett polypszerű nyákhártyarongyokban is nyákkal telt hólyagocskák támadnak, köztudomás szerint az által, hogy néhány LIEBERKÜHN-mirigy a köztük levő szövet elgenyvedése vagy sorvadása folytán egybefakad és lécezetes vagy akár sima falú ürese képződik (Colitis polyposa cystica. VIRCHOW, LUSCHKA.) Néha a bél nyákhártyáján észrevétlenül, gyuladás nélkül is a belső felszínen simán kiemelkedő polypusok támadnak, akár a LIEBERKÜHN-mirigyek egyszerű túltengése (hypertrophia glandularis), akár a mirigyek sokszoros szétágazása, kiöblösödése folytán (adenoma polyposum. ORTH). Lehetséges és elképzelhető, hogy a magzati életben is eféle úton-módon tömlők képződnek, a melyek ismeretlen körülmények miatt tetemesen megnöve, a hashártya alá juthatnak. FRÄNKEL bélelzáródás miatt a születés után 10 nappal elhalt leánykában az ileum legalsó részében berkenye nagyságú gömbölyű tömlőt kapott, mely a nyákhártyát elődomborítva, a BAUHIN-billenttyübe nyomult s azt teljesen eldugaszolta. A kétségkívül veleszületett tömlő vitziszta nyákkal volt megtöltve s FRAENKEL retentionalis cystának tartja. De a mikroskopi vizsgálat a régi készítményen nem nyújtott értékesíthető eredményt, csupán csak az tünt ki, hogy belső fala izomhártyából állott. Később CARBONE a vékonybél alsó végében oly polypust is talált, mely a nyákhártya és az izomfal közt fészkelve, tetején a beburkoló nyákhártyával függött össze és LIEBERKÜHN-mirigyek halmazából állott (adenoma tubulosum jejuni) és HÜTER 10 napos csecsemőben a BAUHIN-billenttyű tövében cseresznyemag nagyságú veleszületett dagoeskat kapott, mely vékony kötőszöveti tokban a submucosában feküdt, halvány nyákhártyával volt bevonva s úgy ezzel szemben, mint az izomhártyán is eltolható, belsejében zöldes-sárga nyákos anyaggal megtelt kis ür volt. A daganathoz közel a fodorban egy fél borsónyi

teljesen hasonló csomócska fekszik, mely zöldes színe által a fodor-mirigyektől eltér. Mikroskopi vizsgálatnál kitűnt, hogy az előbbi daganat belül ürös, felette a nyákhártya sorvadtt s LIEBERKÜHN-mirigyei majdnem teljesen hiányzanak, a tömlőcske fala pedig a bélnyákhártyához hasonló szerkezetű, bolyhokkal, LIEBERKÜHN-mirigyekkel (kehely sejtekkel), muscularis mucosae, submucosa és izomfallal van ellátva, és a fodorbeli csomócska is egészen hasonló alkotású, 5—6 kisebb ür csoportulatából áll, melyek egymással közlekednek, csakogy ezekben a bolyhok rövidebbek, az ürcek aránylag tágabbak, a submucosa helyenkint hiányzik és a muscularis sem tökéletes. A tartalom puszta szemmel tekintve magzatszurokhoz hasonló, de mikroskopi vizsgálatnál sem lanugo szőrök, sem meconium testek, hanem csak hengerhám és Charcot-Leyden féle jegeczek voltak benne találhatóak. Miután sem a nyákhártya alatti, sem a mesenterialis tömlő a bél ürével nem közlekedett, HUETER határozottan kizárja azt, hogy a zöldes anyag meconium lett volna. Szerző esetét oly módon magyarázza, hogy a BAUHIN-billentűn a nyákhártya tulképződése folytán egy redő a submucosába benyomult, lefűződött, és további növés és lefűződés folytán jött létre a másik fodorbeli csomó is s hogy az ilyen eltévedt mesenterialis daganatsírából enterocysta fejlődhetett épen úgy, mint a lefűződött MECKEL-féle gurdélyből. Tekintettel arra, hogy a magzatszurok elválasztása a magzatélet igen korai szakában (5. hóban) megindul, még mielőtt lanugoszőrök fejlődnének, s hogy THEREMIN és saját tapasztalatom szerint (331. lap) veleszületett teljes bélzáródás esetén a teljes atresián túl fekvő bélkaesban is meconiumot találni — HUETER állítását, hogy a tömlőcskéek zöldes bennéke magzatszurok nem lehetett, nem tartom eléggé igazoltnak, s nézetem szerint nincs is teljesen kizárva azon lehetőség, hogy a kérdéses esetekben csakis a székmenet rendellenes és elkésett visszafejlődése forgott fenn. Mégis kétségtelen, hogy a vékonybélből oly enterocysták is fejlődhetnek, melyeknek a MECKEL-féle gurdélyhoz semmi közük nincsen.

ROTH a már fentebb (343. l.) említett időtlen újdonszültben a MECKEL-féle durványból kifejlődött cystán kívül még egy nagy, vékony falú, gazdagon erezett tömlőt kapott, mely a máj alól kibujva a gyomrot és nyombelet takarja. Nehány bélkaes felette,

mások alatta és bal oldalán fekszenek. Ezen tömlő két zacskóból áll, az egyik azonnal szembeötlő, balra és elül fekszik, tyuktojásnál nagyobb, a másik galambtojásnyi jobbra és lefelé nyomult és a vakbelet a középvonal felé toltta; mindketten mellül, felül és alul sima fénylő hashártyával vannak bevonva és a hasür közepét nagyobbrészt elfoglalják. A két tömlő egymás felé és különböző irányban mozgatható és csak hátul a nyombél alsó részén és a hasnyálmirigy fejénél vannak odarögzítve; kibontásuknál kitűnik, hogy itt egy cm hosszú csatornázott nyél által függnek össze egymással. A béllal nem közlekednek ugyan, de a daganat hátsó felületén levő sima izomsejtű lemez a nyombél lehágó és alsó haránt ágába folytatódik, miáltal a tömlő a béllal erősen összefügg. Bal részlete hátul 2·5 cm hosszban rostos szövet által az art. mesaraica superiorhoz van odatűzve és az art. ileocolicából eredő egy-egy ággal van ellátva, melyek további lefutásukban a bél ütérvével közlekednek; visszerei a vena mesaraica superiorba ömlenek. Az ütérv mellett egy idegrost is halad a bal tömlő falára és tövükön néhány kendermagnyi nyirokmirigy fekszik. A tömlők tehát a hashártya mögött fekszenek és a hashártyát maguk elé nyomták, de a gerincoszloppal semmi összefüggésben nem állanak. A tömlők fonalt eresztő, kissé pelyhes folyadékot tartalmaznak, mely mucin reactiot ad, a pelyhek levált, részben elzsírosodott hengerhámok, alapszél nélkül; mellettük néhány cholesterin jegecz látható. A nagyobb tömlő felülete majdnem oly sima mint valami savós hártya, itt-ott finoman szemölcsös, vastagsága legerősebb a hátsó felületén, hol akár 1·5—2 mmnyi. Mikroskopi szeletein a bélfal minden rétege látszik, csakhogy a gömbsejtekkel áthatott mucosa igen vékony és csak a szemölcsös helyeken bolyhos, hengeres mirigyei rövidek és nem érik el a muscularis mucosát; egyik helyen a gömbsejtű beszűrődés a nyákhártya alatti szövetre is elterjed (talán Peyer-féle mirigy telep). A belső felület egyrétű hengerhámval van bevonva, melynek alapszéle jól látható. A kisebb tömlő belső fala hasonló szerkezetű, csakhogy vékonyabb, rajta kiemelkedő redők vannak és gödröcskéibe kurta mirigy-tömlők fakadnak. Az összekötő csatorna is hengerhámval van bélelve s mind a három részlet közös tulajdonsága, hogy nyákhártyájok kissé gyarlón van kifejlődve, ellenben az iromrétegek a bélhez

képest túl vannak tengve. ROTH ezen tömlő eredetére nézve függőben tartja, hogy vajjon a vékonybél-gurdélyból, illetőleg a székmenetből fejlődtek-e s utólag felfelé csusztak, avagy pedig helyben a nyombélből való lefűződés által jöttek létre; véleményem szerint az utóbbi felvétel annál inkább elfogadható, mivel épen ezen esetben a MECKEL-féle gurdély magára is — a fenn leirt módon — tényleg tömlővé alakult át.

Más eset, mely a MECKEL-féle gurdélytól függetlenül képződő hasüri enterocysták tárgyalásánál számba jöhetne, tudomásom szerint nincs leírva. Mert a többek által idézett SÄNGER és KLOPP-féle esetben, mely koraszülött gyermekről szól, kinek mája alatt 5 dió egész gyermekfőnagyságú hólyag képződött, úgy hiszem, nemcsak az 1. 2. 4 és 5. számmal jelölt tömlők, melyeknek falában kisebb-nagyobb mennyiségben májlebenyeket kaptak, tekintendők epeutakból fejlődött tömlőknek, hanem a harmadik számmal jelölt tömlő is eféle volt. A mikroskopi lelet, hogy a diónyi tömlő belső felülete nyákhártyaszerű s hogy a határozatlan repedéses mucosa mellett, melyben sem bolyhok sem LIEBERKÜHN-féle mirigyek nem láthatók, muscularis mucosát, nyákhártya alatti szövetet és két rétegű muscularis propriát találtak, nem tekinthető bizonyítéknak arra nézve, hogy épen ezen tömlő, bár sem a gyomorral, sem a bélel semmi összefüggésben nincsen, csakugyan a nyombélből fejlődött legyen, annál kevésbé, minthogy a nyilván epetömlőknek tekinthető 4. és 5. tömlő ugyanolyan szerkezetű mint a 3. és kétségkívül az 1. és 2. számú, sűrű epés nyákkal telt tömlővel egyetemben a hiányzó Spiegel-féle májlebenyt helyettesítik s mint epezysták tárgyunkon kívül esnek.

Irodalom. VIRCHOW, Geschwülste I. — LUSCHKA, Ueber polypöse Vegetationen der gesammten Dickdarmschleimhaut. Virchow's Archiv 20. k. 123. — ORTH, Lehrb. der path. Anatomie. — FRAENKEL E., Virchow's Archiv 87. 287. 1882. — CARONE, cit : Ziegler's Beiträge. V. 217. VI. 1889. — HUETER C. Z., Ziegler's Beiträge. XIX. 391. 1896. — SÄNGER M. és KLOPP A., Zur Kenntniss der angeborenen Bauchcysten. Archiv für Gynäkologie 16. k. 415. 1880.

4. A féregnyujtványból képződött tömlő.

Másfelől alig szükséges részletesebben szólnom arról, hogy a féregnyujtványból is képződhetnek hasüri tömlők. Tudjuk, hogy

nem okvetlenül súlyos gyuladás, átfuródásos appendicitis következik be, ha a féregnyujtvány fekélyedés, vagy heges zsugorodás, vagy bármely más okból (kő, meghajlás stb. miatt) az átjárhatlanságig megszűkült; ha t. i. az elzáródás oly időbe esik, mikor üreben virulens bakterium nincs, akkor a váladék észrevétlenül felhalmozódik, az ürt tágítja, minek folytán a féregnyulvány mindinkább a gömbhöz hasonló zacskóvá lesz, mely a fekélyedés és hegedés módja szerint egy vagy több rekeszű. A belső nyomás és a feszülés folytán a nyákhártya nemesebb része, a mirigyek sorvadnak, kötőszövege túlteng, ép így az izomhártya és a savós burok is, mely utóbbi elég gyakran a szomszéd szervekhez nő. Kivételkép gesik, hogy a nyákhártya sérvszerűleg kiöblösödik s az izomhártyán át a savós burkot külön dudorokban elődomborítja. KELYNAK ily rekedési tömlőt írt le, melyben két jól megkülönböztethető gurdély kerek nyílással a főtömlővel közlekedett és az appendix fodrának két lemeze közé nyomult. Hasonlót észlelt RIBBERT is. Öreg emberben a tágult féregnyujtvány szőlőfürtszerű hólyagsákkal volt borítva, melyek részben kitágult LIEBERKÜHN mirigyekből származtak. VIRCHOW felemlíti, hogy ily módon akár ökölnyi tömlő jöhet létre és GUTTMANN esetében a körteképu zsák 14 cm hosszú és legnagyobb kerületében 21 cm vastag volt. A tágulat az egész nyulványt érheti vagy csak egy részletét, s utóbbi esetben nyeles tömlőt kapunk, mint a milyent GRUBER észlelt. Elképzelhetnők azt is, hogy a nyelen lógó tömlő ép úgy mint bármely más kocsányos daganat lefűződik, hogy a tömlő alapjáról felszabadul, de valósággal ily esetet sem nem láttam, sem nem olvastam. A tömlő tartalma többnyire sűrű üvegszerű nyák, mely oly nyulós, mint a méhnyakcsatornáé, ritkán vizenyős savószerű. Ilyet kapott WÖLFLEK egy jobb lágycsatornába szorulva. A tömlőben 80 gr. sárgás vizszerű folyadék volt, mely alkalikus vegyhatású, kevés fehérjét, de sem húgy-, sem epealkatrészt nem tartalmaz, csekély csapadékában semmiféle jellegzetes alkatrészt nem talált. A tömlő egészen el volt zárva; a lágycsatornába beszorult diónyi részlet ujjal átjárható nyíláson át a hasürben fekvő nagyobb rekeszével közlekedett, mely lefelé a kis medence felé haladt, felfelé a psoas közepéig ért. Külső felülete a sérv falával nagyobbbrészt összenőtt. A cysta fala 3—7 mm vastag, réteges; belső felülete egyenetlen léczszerű és

apró polypusra emlékeztető kiemelkedésekkel s redős mélyedésekkel bir; sajátos szaruszerű, erősen fénytörő lepedékkel van bevonva, melyben itt-ott egy-egy laposra nyomott magvas sejt, hámsejt ismerhető fel. A falon ejtett függőleges metszeten négy réteg különböztethető meg. A belső réteg rendetlen rostos heges szövetszerű, egyes függőleges sejtsorokkal, ezt átalakult mucosának tekinti; a második réteg lazább, rostos kötőszövet vastag falú vérerekkel, zsirlebenyekkel és egyes cytogen szerkezetű foltokkal, ez a submucosa; a harmadik réteg körkörösén futó rostos kötőszövet, melynek belső részében egyes izomsejteket fedezett fel, ez a muscularis; végül a külső réteg a rostosan túltengett hashártyának felel meg.

WÖFLER a tömlő származását kutatva, több eltöpörödött féregnyulványt vizsgált meg egymásra következő szeletek során s azt találta, hogy a mucosa ezekben is egyenetlen heges szövetté válik; hámja, LIEBERKÜHN mirigyei teljesen elsorvadnak, az izomhártyát is rostos kötőszövet helyettesíti, szóval a belfala oly módon változik meg, hogy a kérdéses tömlőhöz hasonló szerkezetű lesz, miért is azt kitágult féregnyulványnak tekinti.

Természetes, hogy élön műtett béltömlőn a béllal való összefüggése, illetőleg a tömlő támadása iránti tájékozódás felette nehéz. STUDSGAARD 14 éves leányt operált, kinek hasa már 10 évvel azelőtt igen nagy volt s a kinél tömlőt tapintottak ki, melynek punctioja alkalmával savós sárgás folyadékot bocsátottak ki, mi három év előtt ismét megtörtént. A felvétel alkalmával a különben ép, egészséges leány 77 cm kerületű hasában emberfönyi, körülfogható daganatot találtak. A hasmetszés után kitént, hogy a daganat a csepleszszel volt betakarva és a fodorban fészkelt. A fodor felhasítása után tompán kivájta, előre huzta és megcsapolta, mire 2000 cm³ chocoladebarna folyadék ürült ki. A tömlő teljes kiürítése nem volt eszközölhető, mert a tömlő a gerincoszlopon gyökeredett, miért is a mélységben lekötötte és kivágta, tönkjét megpörkölte, elsüllyesztette, felette a fodrot s a hashártyát összevarrta s közvetlen gyógyulást ért el. BROSCHE a daganat megvizsgálása alkalmával azt találta, hogy az egyrekeszű, körteképi tömlő fala a bél falához hasonló. Nyákhártyája nyákkal bevont és benne rendetlen, túltengett LIEBERKÜHN-féle mirigyek, a submu-

cosa alatt pedig kétrétű, függőlegesen egymás felett elfutó sima izomréteg volt. A tömlő tehát a bélből képződött, de a kiindulás helye s módja nincs felderítve.

Irodalom. KELYNAK, A contribution to the pathology of the vermiform appendix. London 1893. — RIBBERT, Beitrag zur normalen u. pathologischen Anatomie des Wurmfortsatzes. Virchow's Archiv 132. 79. 1893. — VIRCHOW, Geschwülste I. 250. — GUTTMANN, Deutsche med. Wochenschrift. 1891. No. 7. — GRUBER W., Virchow's Archiv. 63. k. 97. l. — WÖFLER, Langenbecks Archiv für klin. Chirurgie XXI. k. 432. (Cit. Sonnenburg, Deutsche Zeitschrift für Chirurgie 38. 192. 1894.) — STUDSGAARD C., Ueber eine Geschwulst des Mesenterium. Mittheilungen aus dem Communen Hospital zu Kopenhagen. (Virchow u. Hirsch Jahreshb. 1894. 478.

5. Tömlőszerű sárgyülem a hasürben.

Valamennyi eddigelé leirt hasürbéli bél- és sártömlő a fentebbi csoportokba osztható be s nincs tudomásom arról, hogy valaha az allantois centralis végéből, mely a hólyag és végbél közt fekszik, vagy a canalis neurentericusból, mely a legkorábbi magzatéletben a végső belet a gerinczvelőürrel összeköti, béltömlő fejlődött volna ki. A vékonybélnek a fodor felőli falából kiinduló gurdélyok, valamint a vastagbél gurdélyok ugyan óriási nagyságot érhetnek el, összenőtt bélkacsok kitágulása tömlőszerű daganatot okozhat, de mindezek a fő emésztő csővel kivétel nélkül nyílt összefüggésben maradnak. Így tehát e fejezet kiegészítéseül csakis azon sártömlőkről kell még megemlékezni, melyek az által támadnak, hogy a bél a magzatélet későbbi szakában (DUBLER, GENERSICH) avagy pedig — mi még sokkal ritkább — a méhen kívüli életben reped meg s a hasürbe ömlött tartalom betokolódása folytán tömlőszerű képződmények létesülnek.

DUBLER elaléltan született s lóbálásra felocsudott, de ötödnapra meghalt leányka hullájában a lehágó remesében 20 cmnyire a bélnyílás felett két kendermagnyi heget talált, melyek közepében gombostűfej nagyságú sötétzöld meszes magcsa látható. A bél külső felületén a hegeknek megfelelőleg 5—6 cm hosszú kötőszöveti szálag ered, mely a belet az oldalsó hasfalhoz köti. Ezen szálag közepében egy galambtojásnagyságú, 3·2 cm hosszú zacskó fészkel, melynek 2—3 mm vastag fala kívül-belül egyenetlen,

elmeszesedett, sötétzöld; tartalma füzöld nyulós tömeg, szürkés-sárga és barnászöld morzsákkal vegyest. Mikroskop vizsgálatnál ezen tömegben cholesterint, zsirjegeceket és cseppeket, finom sárgászöld szemcséket, számtalan szemcsegömböt, továbbá ovalis, zöld, egynemű, ritkábban szemcsés képleteket talált, melyek a HUBER-féle mecontestekhez hasonlítanak; azonfelül dudoros faágakhoz hasonló vagy kolbászalakú, erősen fénylő testeket, egyes sárgászörös és szurokfekete festékszemcséket és sötét, rendetlen alakú morzsákat s végül kevés orsóalakú és polyedrikus sejtet kapott. A festék salétromsavval epefesték reactiot mutatott; a tartalomhoz kénsavat keverve gypsjegeczek állottak elő. A tömlő falát a mész kivonása után vizsgálva, csak durva rostos kötőszövetet kapott; sem hám, sem mirigy, sem izomsejt nem volt felfedezhető. Egyébütt is a hasüri állhártyák közt és a lép burkán egyes borsónyi és több apróbb, mákszemnyi szemcsét, a máj alsó felületén pedig krajezárnyi, 2 mm vastag, sötétzöld meszes lerakódmányt talált, melyek épen úgy mint a nagy tömlő, a magzatéletben történt bélrepedés alkalmával a hasürbe ömlött és aseptikus lob folytán eltokolt, nagyrészt elmeszesedett meconium maradványul tekintendők.

Magam egy újszülöttben, ASKANAZY három hetes leány hullájában szintén magzatkori bélátfuródás után a hasürbe jutott meconium eltokolását észleltünk. Utóbbi szerző azonfelül 48 éves férfunál, kit halála előtt három hóval ló rugott meg és a ki hosszabb betegeskedés után jobboldali empyema és genyes agyhártyalob folytán meghalt, a hasürben több genygóczot és a sokszoros összenövésék közt több tügomb-lencsenyi tömött meszes szemcsét kapott, melyekben a mész kivonása után növényi sejteket, harántcsikolt izomtörmeléket és egyéb foecalis maradványokat talált, óriási sejtekkel és sarjszövettel körülfoglalva és a felhágó remese kezdetén kis lencsenyi nyilást kapott, mely az egyik hasüri genygóczzal szabad közlekedésben maradt. Végre HANAU is 37 éves férfi hullájában egy idült átfúró gyomorfekegy szomszédságában kölesnyi meszes szemcséket talált a savós burkon, melyekben többek közt növényi sejteket ismert fel.

Irodalom. FÜTTERER u. MIDDELDORPF. Virchow's Archiv 106. k. 555. 1886. — DUBLER, Virchow's Archiv 111. 567. 1888. — GENERSICH, Virchow's

Archiv 126. 485. 1891. — ASKANAZY, Virchow's Archiv 146. 35. 1896, — HANAU (l. Meyer értekezése, Ziegler's Beiträge XIII. 93. l. 1893.)

c) Kétes eredetű entodermalis hashártya tömlők.

Míg az előbb tárgyalt tömlők szerkezetéből biztosan arra lehetett következtetni, hogy eredetüket a húgyutak, illetőleg az emésztő csatorna falából veszik, addig a most tárgyalandó felettöbb ritkán előforduló hasúri tömlők eredete nem mutatható ki. Bár ezek is valóságos hámmal vannak bevonva, mégis a hám minősége és faluk többi részeinek alkata annyira eltér a húgyutak illetőleg a bélesatorna falától, hogy többnyire a MÜLLER- vagy a WOLFF-féle menetből, vagy az ős veséből, a WOLFF-féle mirigyből származtatják, vagy támadásuk értelmezésénél a nemző mirigyek fejlődését megelőző pleuroperitonealis hengerhámos csirtelephez folyamodnak.

Legutóbbi időben tett észleletekből felmerült a lehetőség, hogy eféle tömlők a hasürbe tévedt tüdőtelepből fejlődhetnek ki (VOGEL R.).

Ily kétes eredetű entodermalis hashártya tömlő esete KLEBS tankönyvében van rövidesen felemlítve mint savós tömlő, mely szorosán a bal vese mellett fészkelt és kissé vastag, rostos kötőszöveti burokkal birt; a bélelő hám minőségét azonban nem írja le s ez okból kérdés, nem nyiroktömlő volt-e, épen úgy mint a CRUVEILHIER által feljegyzett retroperitonealis tömlő, mely a bal ágyéki és iliacalis tájat foglalta el. PRZEWSKI három öreg férfi holttestében a vese körül egy izben jobboldalt, kétszer baloldalt, tyuktojásnyi, de söt tökmekkoraságú, egy rekeszű, vékony falú savós tömlőt kapott s a topographikus elhelyeződésre támaszkodva azon véleményét fejezte ki, hogy ezen pararenalis cysták a WOLFF-féle vagy a MÜLLER-féle menetből fejlődtek; de azt tartom, hogy PRZEWSKI tömlői és a PAWLIK által 43 éves nőnél operált, az előbbiekhöz hasonló nagy retroperitonealis zacskó is a nyirok tömlők sorába tartoznak, minthogy faluk mikroszkopi vizsgálatából kitűnt, hogy valamennyinek a belfelületét egyrétegű finom lapos endothel borította.

Ezek szerint az első valóban idetartozó eset az, melyet OBALINSZKI közölt. A nő hasában fejlődött daganatot

petefészek tömlőnek tartotta s a műtét alatt látván, hogy az a hashártya mögött a vese szomszédságában fekszik, hydro-nephrosisnak vette; később azonban meggyőződött arról, hogy sem a vesével, sem egyéb hasi szervvel semmiféle szorosabb összefüggésben nem állott. OBALINSZKI a tömlőt kifejtette s a nő szerencsésen meggyógyult. A retroperitonealis tömlő víztiszta folyadékot tartalmazott igen kevés csapadékkal és BROWITZ a mikroszkopi vizsgálat rendjén kiderítette, hogy vékony, de szivós kötőszöveti fala hengerhámval van bélelve; véleménye szerint a WOLFF- vagy a MÜLLER-féle menet maradványából fejlődhetett ki.

MAAS hét hónapos leánykát kezelte, ki eleinte jól fejlődött, de két hó óta étvágyát veszítette, gyengült, csendes, aluszékony lett s hasa kivált jobb felében mindinkább dagadt (51 cm kerületű) és köldökén kidomborodott. Azt találta, hogy a has jobb felét egy hullámzó daganat foglalja el, mely a középvonalon túlterjed, aláfelé a medenczéig, felfelé a májig, hátra az ágyéktájig ér; e viszonyok a test helyzetváltozásakor is megmaradnak. A gyermek sovány, halvány, láztalan; vizelete világossárga, savi hatású, fehérje nyomok kimutathatók, de morphologikus alkatrészek nem találhatók benne. Minthogy a daganat bal szélén némi dörzsölés hallatszott, MAAS eltokolt izzadmányt gyanított. A hasat megcsapolva, gyermekfőnyi gömbölyű, sima felületű daganatot kapott, mely bimanualis tapintásnál balottál, hullámzó, aláfelé a felső csipőtővisig, befelé a jobb parasternalis vonalig, hátrafelé a gerinczig terjed, felül a rekesz jobb fele, hátul a vese nem volt tőle elkülöníthető. A kibocsátott alkalikus hatású folyadékban fénylő pikkelyek uszkáltak, továbbá hengeres és köbhám egyenkint és sorba rendeződve; vegyi uton fehérje és albumose volt kimutatható, de sem epefesték, sem cukor, sem huyagyany. A bél a felfúvás után sem a daganat előtt, sem mögötte nem volt található, hanem annak belső szélén alulról felfelé haladt, és a kérdés, vajjon a daganat a veséből vagy a májból indul ki, függőben maradt. A műtét alkalmával a jobb ágyéktáj felől behatolva kitűnt, hogy a tömlő egészen intra-peritonealis helyzetet foglal el, a jobb csipőárokba szorult vesével semmi összefüggésben nincsen, de a májjal összefügg. A beteg két nap mulva meghalt és a boncsolásnál kitűnt, hogy a tömlő a májjal sincsen szerves összeköttetésben, a lazán odanőtt belektől

könnyen elkülöníthető és csak a lumbalis hashártyával van tenyérnyi területen szorosán összeforrvá. A nemi részek teljesen épek. A cysta 16 cm hosszú, 13 cm széles, 6 cm vastag és 680 grmot nyom, egyenletes felületén több apró hólyagosa és néhány tömötte sarj látszik, felmetszésénél kisebb-nagyobb, hol vékonyabb, hol vastagabb sővények által elrekesztett ürok láthatók, melyek savós, erősen fonalt eresztő folyadékkal telvék. Fala laza hullámzatos kötőszövetből áll, vastagabb részében mirigy menetekkel és solid hámsarjakkal van áthatva s belső felületét hol egyrétű, hol többretű csillóhám takarja. A feltűnő hasonlatosság a széles szálagban a WOLFF-féle mirigy maradékaiból fejlődő tömlőhöz, szerző véleménye szerint valószínűvé teszi, hogy e daganat, mely a hasür azon részéből nőtt ki, hol a korai magzateletben erős csillóhám fekszik, ezen csirhából indult ki.

A múlt évben alkalmam volt egy hasonló kóros képletet megvizsgálni, melyet DOLLINGER GYULA tanár a legjobb sikerrel irtott ki. P. J. sz. T. J. 45 éves özvegy asszony 10 hónappal azelőtt hasában erős fájdalmat érzett, étvágya romlott és hasa nőtt. Fájdalmai időközben csökkentek és csak nagyobb munka végeztével léptek fel. A daganat erős férfikölnyi, sima felületű, tömött tapintatú, jelen nagyságát egyenletes fokozatos növéssel érte el; mélyen a bal mesogastriumban fészkel, alapja felett minden irányban könnyen mozgatható; a jobb oldalra nem terjed át, de oda könnyen eltolható. A belek felfuvása alkalmával a haránt remese mintegy reá borult. Kopogtatáskor a daganat és a lép tompulata között a gyomornak megfelelő dobos hang volt hallható. A gyomor felfujva a daganatot balra eltolja és akkor kopogtatás által a léptől még jobban elkülöníthető.

A műtét alkalmával ferde lumbális metszéssel a mélybe hatolva kitünt, hogy a bal vese teljes épségben a maga helyén fekszik; DOLLINGER tanár a metszést mellfelé folytatva a hasürbe jutott, hol a daganatot a gyomor-remese szálag fedte; ezt a gyomortól a colonig sagittalis irányban átmetszette s miután a daganatot e nyiláson át kitolni lehetetlen volt, a szalagot még 6—7 cm hosszban a gyomortól leválasztotta, mire a daganat a bursa omentalisból ki volt tolható. Ekkor kitünt, hogy a tumor egy a cseplezs ür mögött fekvő tömlő, mely a hashártya hátulsó lemezét elő-

domborítja. Az utóbbin ejtett sagittalis irányú metszés után a daganat tompán kifejthető. A tömlő alsó felületén fut a lép verőér. A tumor szoros kötőszöveti összeköttetésben áll a hasnyálmirigy farkával, melynek egy része széjjel huzva a felületén terül el, más része pedig, melyből terimbeles vérzés indul meg, a leválasztás után két felében lekötve eltávolíttatik. Most D. a ligamentum gastrolienale széleit a fali hashártya széleivel összevarta és a hassebet elzárta, kivéve egy akkora hézagot, a melyen át a bursa omentalis mögött fekvő tasakot — a tömlő fészket — drainezni lehetett és azután a hasra a szokásos külső kötést alkalmazta. A beteg harmadnapra általános fájdalmaokról panaszkodott, melyek a jobb lágyéktájon voltak a legerősebbek, hatodnapra csekély láza is volt. A draint a 18. napon vették ki és a beteg egy hónappal a műtét után gyógyultan távozott.

A kiirtott tömlőt, melyet DOLLINGER tanár hozzám küldött, megvizsgálva a következőket találtam :

A tömlő tojásdad alakú, gyermekfőnyi, 12·5 cm hosszú, 9·3 cm széles és 8·5 vastag, felülete — néhány lapos kidudorodástól eltekintve — egyenletes, részben sima, részben czafatos zsírszövettel bevont; fala szivós, nagobbbrészt vékony, áttünő, helyenkint akár 3—4 mm vastag. Űrében 550 gr halványsárga, átlátszó vízszerű folyadék foglaltatik, melyben csillámló cholesterin jegeczek uszkálnak. A folyadék alkalikus vegyhatású, fajsúlya 1014, fehérjét bőven tartalmaz, de sem cukrot, sem huyanyt. A tömlő fala a rajta lógó subperitonealis zsírszövevtől eltekintve nagobbbrészt egynemű durva rostos, szivós, infehér, akár porczkemény és sclerotikus ütérfojtokhoz hasonló; másutt rozsdabarna vagy curcuma sárga megvastagodásokkal ellátott s hátsó falán néhol buzadara egész kölesnyi, ritkán borsszemnyi csoportosult átlátszó hólyagocskák ülnek rajta, melyek az ür felé kidomborodnak és savószerű folyadékkal telvék; de a kívülről látható elődudorodások mégis csak a fal vékonyabb, kissé kiöblösödött részleteinek felelnek meg. A belső felületen egyes léczszerű kiemelkedések is láthatók, még pedig éppen az alsó hátulsó részében, a hol kívülről az ellapult lép verőér volt odanöve és a kiirtásnál 5 cm hosszban, kétszeres lekötés után ki lett vágva. Itt ugyanis egy 8 cm hosszú és akár 5 cm magas inas lécz emelkedik ki a tömlő belső felületén, mely

félhold alakban ama verőérrel majdnem párhuzamosan halad el; az egyik végén, illetőleg eltűnése helyén majdnem tallérnagyságú, szennyes világozbarna folt van, melynek egyik része a bőségesen lerakott cholesterin miatt ezüstfehér, fénylő. Felnyitás után a tömlő fala erősen összehúzódik, mi mellett szélei kifelé konyulnak.

A mikroskopi vizsgálat alkalmával a folyadékban bőséges és igen nagy cholesterin jegeczek mellett szemcsegömböket és szemcsés sejteket találtam, továbbá egyes szintelen és meglehetősen gyér piros vérsejtet, mely utóbbiak a mélyebb rétegekben pénztekeresszerű csoportulatokba rendeződnek. A tömlő belső felületét 5—6-szögű hengerhám borítja, mely könnyen leválízik. A belső hártya finom rostos szerkezetű és vérerecskével gyéren van ellátva.

Formolban és alkoholban kellően keményített és VAN GIESON szerint festett metszeteket vizsgálva azt találjuk, hogy a rostos kötőszövet a belső falon néhol sejtekben dúsabb, különösen ott, hol a fiókhólyagocskák már pusztá szemmél láthatók. Ezek 2—3 tömlőcskéből álló csoportot képeznek, rostos, de sejtekben bővelkedő közti falakkal és környékkel, mely vérerekkel is gazdagabban van ellátva mint a tömlő többi sima része; a felületen itt közép-hosszú, de helyenkint igen hosszú palizádszerű egyrétű hengerhámélést találunk s a hámok magva a rostos fal felé fekszik. Testük jól elhatárolt finom átlátszó protoplasmából áll, de számos sejt az ür felé megdagadt kehelysejthez hasonló. A hólyagocskák tövében egyes felületes vagy mélyebb, a tömlő falaihoz hasonló szerkezetű mirigyhámmentek is vannak és mellettök egyes hasonló hámmal bevont rostos bolyhos kinövések; részint a mirigyek közti sövényekből, részint a sima falból dudorszerűleg kiemelkedő kinövések is erednek, melyek nagyobb részét csak redőképződésnek felelnek meg és sehol sem ágaznak szét. A vérben szegény szivós részeken a fal durva rostjai egészen a felhámig érnek, mely utóbbi kurta köbszerű, sőt egészen laposra van nyomva és vékony hártya alakban válik le. Csillókat sehol sem találtam, de a magasabb hengerhámot sok helyt finom szemcsés csapadék vékony rétege vonja be.

A két kiirtott hasnyálmirigy darabka mikroskop alatt telje-

sen megfelel a rendesnek, szöveti összefüggés a tömlővel ki nem mutatható.

Ezen tömlős daganat (*kystoma glandulare cysticum retroperitoneale*) eredetére nézve semmi támpontot nem nyertem. Nyilvánvaló, hogy ez a Maas által a hét hónapos leánykában jobb oldalt találthoz teljesen hasonló (csak hogy nem találtam csillóhámot), így tehát ezt is a WOLFF-menetből avagy pedig az ős veséből illetőleg a pleuroperitonealis ősi csirhámtelepet képező hámból lehetne származtatni; ezen magyarázat annyival inkább tetszetősnek látszik, mert a retroperitonealis térben néha tipikus és atypikus hámnövedékek és komplikált izom- és mirigydaganatok is előfordulnak, mint a melyet újabban LATTE B. 54 éves nőben talált s a melyben síma izom- és sarcomasejtekből álló daganattömegben hámmal bélelt csatornákat kapott.

De bármennyire tetszetős és általánosan elterjedt ezen hivatkozás a WOLFF-féle testre illetőleg a nemző csiratelep fejlődését megelőző peritonealis hámra, az — nézetem szerint — mégsem tekinthető másnak, mint oly lehetőségnek, melylyel szemben más lehetőség jogosultsága sem utasítható vissza. Kétségtelen, hogy a bárzsing szomszédságában nem is nagyon ritkán kifejlődő csillóhámos nyáktömlők az emésztő csőből lefűződött durványok s nincs kizárva, hogy ugyanazon módon a korai magzatéletben az emésztő cső egyéb helyein is hasonló cysták fejlődhetnek s éppen nem szűkölködünk az átmeneti alakok hiányában. ROTH fennidézett esetében (343. lap) a tömlővé átalakult MECKEL-féle gurdély vége mellett fekvő babnyi tömlőcske elvékonyult s LIEBERKÜHN mirigyeket teljesen nélkülöző nyákhártyája csillóhámval volt bélelve, bár egyéb tekintetben a muscularis mucosæ, submucosa, a gyűrűs és hosszanti izomhártya jelenléte mellett semmi kétség sem foroghat fenn az iránt, hogy tényleg a bélből fejlődött; az ugyanazon magzatnál a hátsó gátorban a bárzsing mellett talált nagy diónyi tömlő, mely hengerhámval és kehelysejtekkel volt bélelve, az izomsejtek kiváló kifejlődése által szintén az emésztő-csatornából való eredés jellegét viseli magán, és a legelőször WYSS által leirt embryonalis bárzsing cysták, bár csillóhámval vannak bélelve, az izomréteg jelenléte miatt hasonlóképen kétségtelenül az emésztő csatornához tartoznak. De nyilvánvaló dolog, hogy bár az izom-

sejtek jelenléte mint positiv bizonyíték szerepel, annak hiánya még nem zárja ki azt, hogy a tömlő valamely izommal biró csőből képződött, mert még a béllal nyílt összeköttetésben levő gurdélyok tetején is néha teljesen hiányzanak az izomsejtek és oly esettel is rendelkezünk, melyben a cysta minden valószínűség szerint a bélcsatornából fejlődött s fala mégis csak kötőszövetből állott.

Wyss felnőtt emberben a hasfal átmetszésekor a középvonalban 2·5 cm.-re a köldök felett, az izomréteg és a hashártya között babnyi tömlőcskét talált, mely sűrű, zavaros, szürkés-sárga nyákot colloid szemcsékkel keverten tartalmazott. Síma egynemű fala sok ruganyos rosttal átszőtt, meglehetősen szívós kötőszövetből áll, melyben síma izomsejtek nincsenek; belső felületét magas hengeres csillóhám borítja. Ezen kis cystát a későbbi szerzők nagyobb részét a ductus omphalo-mesaraicusból, illetőleg a bélből származottnak tekintik, s magam is ezen nézet felé hajlom, bár utóvégre nem zárható ki, hogy egy a ligamentum suspensorium hepatis felől odakerült mellékes máj epeútjának tömlős átalakulásából is fejlődhetett (lásd enterocysták, Sängner és Kloppféle eset).

A gyomor s a bél körül talált, valódi hámmal bélelt tömlők egy része az illető szervekből kifejlődött gonosz indulatú álképletek rovatába tartozik. Ilyen péld. az ANDERSON H. esete, mely 59 éves nőre vonatkozik, ki rohamosan fogyott. Hasában a bal rásztájából a köldök felé terjedő, gyengén hullámozó, mozgatható daganatot lehetett kitapintani, mely gyorsan nőtt. A műtét alkalmával kitűnt, hogy a tömlő a gyomorral nagyon szorosan összefügg, a szomszédos belekkel is össze volt kötve és félliter vörösbarna folyadékot tartalmazott. A beteg 24 óra mulva meghalt s a bonczolatnál kitűnt, hogy még 5 más tömlőt viselt a hasában. Egy 10 cm. átmérőjű a gyomor hátsó falán a hashártya alatt feküdt, 160 cm. sűrű, barnavörös, morzsalékony és pépes véralvadékkal kevert tartalmában elváltozott piros vérsejteket, gömbsejteket, zsírgömböket, szemcsés sejteket, cholesterin táblákat, szintelen túszerű jegeceket, festékszemcséket, továbbá különálló és egymáshoz sorolt hengerhámot lehetett felismerni. A műtét alkalmával megnyitott tömlő egy nagy, sokrekeszű tömlővel függ össze, mely sajtos, néhol barnás feketés anyagot tartalmazott; egy kisebb vér-

ömlenyes tömlő a pylorus mögött, egy nagyobb, 150 gr. veres folyadékkal telt tömlő pedig az éhbél tapadása táján fejlődött s azt félig körülfogta s végül még egy hasonló tömlő szintén a bélen lógott. A tömlők fala réteges kötőszövetből áll, gazdagon erezett; belső felülete foltonkint hengerhámmal van bevonva és rajta sok helyt bolyhos növedékek emelkednek ki, melyek atypikus mirigyszerkezettel bírnak. A gyomor összehúzódott, ép. Ezen gonosz indulatú daganatok tárgyamon kívül esnek és csak azért tettem róluk említést, hogy röviden ráutaljak arra, miszerint ily atypikus gonosz növedékek nemcsak a retroperitonealis tájon, hanem a gyomor és belek körül is képződhetnek, bár azok a Wolff-féle testtel s az elsődleges nemző mirigyteleppel semmi fejlődési rokonságban nincsenek.

A kétes eredetű enterokystomák tárgyalásánál felemlítendő még két érdekes lelet, melyeket VOGEL R. tett közzé. DUBLER már több év előtt egy 47 éves férfi holttestében a gyomornyilást (cardia) körülfogaló kis ökölnyi rákos csomó mögött a rekesz ágyéki része és a bal mellékvese között egy alig tyúktojás nagyságú (4·8 cm. h. és 3·7 cm. széles) lobaralakú képletet kapott, melynek csúcsa befelé, alapja felfelé tekint, felülete síma és több rostos szalag által a szomszédos szervekkel össze van növe. A felső vastagabb részén egy 3—4 cm. hosszú nyél tapad, mely a hiatus aorticusban a 10. bordaközi ütér táján a függőér bal oldalából ered és egy vakon végződő, ujjnyi vastag csövet tartalmaz. A cső a képletbe hatolva faszzerűen szétágazik, gyorsan és mindinkább szűkül, de egészen az aláfelé tekintő csúcsig követhető. A főcső fala rostos kötőszövetből áll, melybe hyalin porczlemezek vannak ágyazva, közbe-közbe síma izomsejt réteg fekszik és belső felületét csillóhamos nyákhártya borítja, mely különösen a porczok között fekvő helyeken fürtös nyákmirigyekkel bőven el van látva. A képlet főtömege rugalmas rostokban bővelkedő rostos szövetből áll és számtalan likaacsbal van átjárva, melyek hol hengeres, hol köbalakú hámmal béleltek; más metszeteken inkább egynemű sejtekben gazdag kötőszövet található, de itt is a helyenkint szétvált kötőszöveti és rugalmas rostok ürcsüket foglalnak körül, melyekben azonban hámbélést már nem lehetett kimutatni. A daganat a függőérből eredő két verőérrel, a vena azygosba fakadó visszérrel és bőséges hajszálerekkel

van ellátva, a plexus aorticusból eredő idegeket is találtak benne és tövében néhány apró nyirokmirigy volt. Ugy Dubler, mint Vogel, ki a daganatot később részletesen megvizsgálta, ama csövet kitágult főhörgnek, az egész daganatot pedig számfeletti tüdőnek tartja.

A másik eset urogenitalis gümő folytán fejlődött lágy agyburki gümőben meghalt 28 éves nőre vonatkozik. Roth tanár a boncolásnál baloldalt a gerincoszlop előtt és a bal mellékvesétől befelé diónyi, finoman szemcsés, szívós, vörös daganatot kapott, mely a felmetszésnél mogyorónyi, szívós, víztiszta nyákduaszt ürített. Első pillanatra hasnyálmirigy tömlőre gondolt, de közelebbi vizsgálatnál kitűnt, hogy a hasnyálmirigy teljesen ép volt és hogy a cysta egy a rekesz szára és a bal mellékvese között, a függőér előtt fekvő, három oldalú pyramishoz hasonló (4·5 cm. hosszú és 4 cm. széles s vastag) daganat felső külső részében fészkelte. A tömlő belső felülete szabálytalan nyílások miatt szivacsos szerkezetet mutat, aláfelé megszőkülve két esőbe folytatódik, melyek sokszorosan szétágazva mélyen a daganat állományába követhetők. Ugy a tömlőben, mint a belőle eredő csövekben levő nyákban durva rögös és csomós enyves (colloid) tömegeket, nyáktesteket és levált esillőszőrös hengeres hámsejteket találtak, melyek a cysta belfületét bélelik, alattuk vérerekkel gazdagon ellátott nyákhártya van, melyben fűrtös nyákmirigyek fészkelnek; a nyákhártya alatt rostos kötőszövet van, közbe-közbe nagysejtű hyalin porczlemezekkel, melyek jól kifejezett perichondriummal vannak körülfogalva és ennek szomszédságában néhol zsírsejtek is láthatók. Nyilvánvaló tehát, hogy a daganatban szétágazó csövek hörgrendszernek felelnek meg, míg a mogyorónyi tömlő a váladék visszatartása folytán kitágult főhörgöt képviselte.

A daganat többi része kisebb-nagyobb ürcsék által áthatott likacsos tömeg, mely a mikroskopi vizsgálat szerint rugalmas rostokkal bőven átjárt fibrosus szövetből áll; a szaporán elhintett ürcsék némelyike hosszú, hengeres csillóhámossal vagy rövidebb köbhámossal van béelve s nyákkal van megtelve, másokban nincsenek hámsejtek és a megalvadt nyákban csak nagy gömbölyű, szemcsés nyáktesteket, piros és szintelen vérsejteket találtak; előbbieket apróbb hörgőknek, utóbbiak alveolusoknak tekinthetők.

Összehasonlítás útján kiderült, hogy a második esetben talált mogyorónyi tömlő szerkezetét és tartalmát illetőleg teljesen megfelel azon tömlőknek, a melyeket néha a tüdőben találnak s a melyeneket GRAWITZ, ZAHN, STILLING irtak le.

VOGEL R. utal arra, hogy a bal mellürben számfeletti és a bal tüdőtől teljesen elkülönített tüdőképletet már ROKITANSKY jegyzett fel. RUGE egy ujdonszültben szintén a bal mellürben alul egy a tüdőtől egészen különálló tüdőlebenyt kapott és REKTORZIK egy hasonló esetet ismertetett részletesen, melyben a kis diónyi számfeletti lebeny a bal mellür alsó részében a rekeszen feküdt s azt szabaddá vált lobus inferior accessoriusnak tekinti. Ezen a tüdő alsó lebenyének alapi részén kiemelkedő lobus inferior accessoriusra t. i. legelőször REKTORZIK figyelmeztetett, állítván, hogy az felette gyakran fordul elő, és a későbbi vizsgálatok konstatálták, hogy e lebeny csakugyan legalább minden második emberben megtalálható.

A tüdő fejlődési viszonyait illetőleg egyfelől már v. BÄR és REMAK vizsgálatai kiderítették, hogy a tüdő a mellső bél egy kiöblösödéséből ered, mely a magzatelet 3. hetében támad és majdan két — az ürtérbe kiemelkedő, hosszirányú — lécz által egy mellső (légzési) és egy hátulsó (nyelő) csőre oszlik. Az első hó végén a mellső cső alsó, tompa vége két vak tömlőre oszlik (az elsődleges tüdőhólyagcsákra), melyek gyorsan növe szétágaznak és már a második hó végén sokágazatú hámcsovek tömege fejlődik. Ilyenkor a tüdő a szív alatt, a gyomor, a nyelőcső és a WOLFF-féle test között fekszik; csak később jut felfelé és a 3. hó végén éri el rendes helyét a szív mellett és mögött.

Másfelől KÖLLIKER és HIS vizsgálataiból ismeretes, hogy a rekesz fejlődésénél az oldalsó hasfalból kiemelkedő redő, a membrana pleuro-pericardiaca hátra és befelé való növésénél a mellür és a hasür közt a gerincoszlop mellett jobbról-balról még hosszú ideig egy-egy csatorna marad fenn: a recessus parietalis dorsalis, mely által a mellür a hasürrel közlekedik és a melyben a fejlődő tüdők caudalis részei fekszenek és a májjal érintkeznek. Utólag a bélfodor szélesbülése és a CUVIER-féle csatornák előnyomulása folytán a két recessus parietalis megszűkül és azok háti felületén egy redő támad, mely mindinkább kiemelkedve végül a membrana

pleuro-pericardiacaval egyesül, miáltal a rekesz dorsalis vége képződik. A teljes elzáródás időpontja embernél nincsen pontosan meghatározva, de semmi esetre sem történik a 3. hó közepe előtt.

Ezen embryologiai viszonyokból kifolyólag megérthető, hogy azon esetre, ha a bélből fejlődő és a recessus parietalisban fekvő tüdők növésénél egy részlet ismeretlen okból leválik és helyt marad, ezen részlet az utólagos elzáródásnál a hasürbe kerül és a fent leirt hasürbeli durványos tüdő alakjában vesztég marad. Így tehát VOGEL érdekes leletei után ezentúl számbaveendő azon lehetőség is, hogy az ilyen tökéletlen tüdőrészből utólagosan tömlős daganatok fejlődhetnek ki; tudomásom szerint azonban eddigelé semmiféle ily eset nincs feljegyezve.

Irodalom. VOGEL R., Zwei Fälle von abdominalem Lungengewebe (Virchow's Archiv 155. k. 235. 1889. — KLEBS, Lehrbuch der pathologischen Anatomie I. 332. — CRUVEILHIER, Traité d' anat. pathologique. T. III. 508. — PRZEWOŠKY, Gazetta Lekarska 1889. 820. (l. Pawlik). — PAWLIK, Casuistische Beiträge zur Diagnose und Therapie der Geschwülste der Nierengegend. Archiv für klin. Medicin. 53. k. 571. 1896. — OBALINSKI, Ueber seröse retroperit. Cysten. Wiener kl. Wochenschrift 1891. 39. l. — MAAS, Congenitale Cyste des Peritoneum. Archiv für Kinderkrankheiten 24. k. 42. l. 1897. — LATTE B., Ueber ein primär im retroperitonealen Raum entstandenes Adenoma myxomatodes. Dissert. Erlangen 1897. Virchow Jahresb. 1898. XXXII. 252. — ROTH, Virchow's Archiv, 86. k. 378. — WYSS, Virchow's Archiv. 51. k. 143. 1870. — ANDERSON H., Multiple Cysten des Magens und des Dünndarms. Wien. med. Presse. 1898. 672. — GRAWITZ, Virchow's Archiv 82. 217. 1880. — ZAHN, Virchow's Archiv 143. k. 173. és 416. l. — STILLING, Virchow's Archiv. 144. k. 558. l. — ROKITANSKY Lehrb. der path. Anatomie III. k. 44. l. 1861. — RUGE, Berliner klin. Wochenschrift 1878. 401. — REKTORZIK, Ueber accessorische Lungenlappen. Zeitschrift der Gesellschaft der Aerzte in Wien. 1861. 4. l. — REMAK, Untersuchungen über die Entwicklungsgeschichte der Wirbelthiere. — HIS, Bildungsgeschichte der Lungen beim menschlichen Embryo. Archiv für Anatomie u. Physiologie I. 89. 1887.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1899. április 17.-én tartott üléséből).

AZ ÁSVÁNYVIZEK ÖSSZETÉTELÉNEK INGADOZÁSA.

HANKÓ VILMOS 1. tagtól.

(Székkfoglaló értekezés.)

Ismert munkaprogramomhoz ezuttal is hű maradok, midőn az ásványvizekről s azokról a tényezőkről szólok, melyek az ásványvizek összetételét már a forrásban befolyásolják.

A modern élet minden értéket mozgósít s siet kiaknázni, a mi kelendő. Hogy a kornak ez az irányzata a magyar ásványvizek érdekében eddig oly kevéssé érvényesült, ennek részben az az oka, hogy nem nagy gondunk van arra, hogy az ásványvizet a forgalom számára akkor merítsük, mikor minden idegen befolyástól mentes, mikor hatásának, erejének teljességében felbuzog.

A nemrég elhunyt FRESSENIUS 1893-ban érdekes felolvasást tartott az ásványvizek összetételének ingadozásáról.*

FRESSENIUSnak ötven éves tapasztalatra támaszkodó észleletei szerint idővel még azok az ásványviz-források is változást szenvedhetnek, melyeket a talajviszonyok, a helyes foglалás teljesen megvédnek a vadvizek beszivárgása ellen.

A 15·5° hőmérsékletű niederseltersi, egy 36° hőmérsékletű emsi (Kränchen), egy másik 47 fokú emsi (Kesselbrunnen) és a 68·5° meleg wiesbadeni vizet több ízben megvizsgálván azt tapasztalta, hogy midőn az összetételben a változás legnagyobb volt, a szilárd alkotórészek mennyisége a niederseltersi viznél 100-ról

* R. FRESSENIUS: Ueber die Schwankungen im Gehalte der Mineralwässer. (Vortrag gehalten in der Jahresversammlung des allgemeinen deutschen Bäderverbandes zu Wiesbaden).

87·3-re, az emsieknél 95·9, illetőleg 98·9-re s a wiesbadeninél 99·7-re csökkent.

FRESENIUS ez észleletéből azt következteti, hogy a víz összetétele annál kevésbé változik meg, minél magasabb a hőmérséklete. A dolog magyarázatra alig szorul. A melegebb források nagyobb mélységből fakadván, kevésbé vannak kitéve azoknak a hatásoknak, a melyeknek a földfeletti források alá vannak vetve.

A hazai ásványvizek összetételének megváltozását illetőleg nincsenek valami bő tapasztalataink. A rendelkezésünkre álló adatokból az ásványvizek összetételének megváltozását illetőleg alig mernénk valamelyes tételt formulálni.

A különböző időkből való elemzési munkálatok eredményei rendelkezésünkre állanak ugyan, de azért mégsem vagyunk mindig abban a helyzetben, hogy az elemzésben feltüntetett változásokból a vízösszetétel tényleges megváltozására következtethessünk. Minthogy ilyen összehasonlításoknál csak a szakszerűen foglalt, idegen hatásoktól független ásványvíz források jöhetnek számításba, az összehasonlítás alapjául csak egynéhány előkelő ásványvíz szolgálhat. A forrás kerítés a legutóbbi időkig ugyanis nem sok fejtörést okozott nálunk az ásványvitztulajdonosoknak.

Még a helyesen foglalt forrás vize is sok olyan hatásnak van kitéve, a mely a víz összetételét lényegesen befolyásolja. A víz összetételét megváltoztató tényezők lehetnek a forrás-foglalás és a vezető-cső anyaga, a levegő oxygenje, a talajvízzel vagy más úton a vízbe jutott szerves anyag, a forrás közelében elhaladó folyó vízállásának változása stb.

Wiesbadenben egyszer nagy zavart okozott az egyik forrás összetételének hirtelen megváltozása. A víz türheterlen, kellemetlen szagot vett fel; hosszas keresés után a megváltozás okát a vizet vezető vascső széntartalmában és a csöveket záró kenderkőc szulfat-redukáló hatásában találták meg.

Lehetséges, hogy a víz az idők folyamán teljességgel nem változott: a vizet vizsgáló chemikus mégis változást konstatál; igen, mert első ízben a vizet akkor merítették, a midőn a talajvizek legmagasabban, másodsor pedig akkor, mikor a talajvizek jó mélyen jártak. Első esetben a víz a szilárd részekből kevesebbet tartalmaz, mint a másodikban. Ha pedig a vizet akkor meri-

tették, midőn a barometer alacsony levegőnyomást konstatált, a víz gáztartalmában sokkal szegényebb, mint akkor, mikor az elemzésre való vizet magas barometer állás mellett merítették.

Az ásványvizek megváltozásának felette érdekes példáját mutatja a luhi Margit-forrás vize. 20 esztendő folyamán 3-szor vizsgálta meg a vizet LOSVAY tanár *. A legújabb vizsgálat a víznek teljes átalakulásáról tesz tanuságot. Egyik alkotórész fogyott, a másik szaporodott. A bórsav 1888-ban teljesen eltűnt; 1897-ben azonban újra megjelent. A szabad széndioxyd 1897-ben épen 8·4-szer több, mint 1877-ben. Ezt az átalakulást a Margit vízben nem külső körülmények okozzák, az átalakulás oka azokban a földrétegekben keresendő, a melyek a vizet szolgáltatják.

A budai Császár-fürdő ivóforrásának vizét 1858-ban POHL elemezte, 1890-ben én vizsgáltam; 32 esztendő alatt alig történt a víz összetételében valami lényegesebb változás, ha csak az nem, hogy míg POHL a víz egy literében 0·00019 gr. kénhydrogent talált, addig én a víz ugyanazon mennyiségében 0·00032 gr. carbonylsulfidot találtam.

MOLNÁR közléseiben többször említi, hogy a Duna vizállása jelentékenyen fokozza a budai melegforrásokban a vízmennyiséget; a szaporodó vízmennyiséggel pedig növekedik a víz hőmérséklete. Minthogy helyszini vizsgálataim nem erősítették meg ezt az adatot, másfél éven keresztül folytattam a Császár-fürdő ivókútjánál azon célból vizsgálatot, hogy megállapítsam a Duna vizállásnak befolyását a víznek hőmérsékletére. Az alkalmat felhasználtam, hogy minden egyes esetben egyuttal carbonylsulfid meghatározást is végezzek. Természetes, hogy a meghatározás során a barometer állásra is figyelemmel voltam. A hőmérséklet meghatározására Kapellernél pontos maximum thermometert készítettem.

Másfél év alatt 39 napon keresztül végeztem vizsgálatokat a Duna különböző vizállása mellett, az ebben a században legalacsonyabb 45 centimeter vizállástól egészen 375 centimeter vizállásig.

Vizsgálataim rendén konstatálhattam, hogy a Duna vizállása 375 centimeterig nem módosítja a víz hőmérsékletét. A mellékelt táblázatból kitetszőleg, mikor a Duna vizállása 45 cm. volt, az

* LOSVAY: A «Margit» alkalifém-hydrocarbonatos víz újabb chemiai elemzése. Földtani Közöny 1898.

ivókut hőmérsékletét 59·6-nek, mikor pedig a vizállás 375 cm. volt, a hőmérsékletet ugyancsak 59·6-nek találtam.

I.

		Levegő nyom mm.	Viz hőmérsékl.	Duna vizállás.	COS 1 liter vízben:
1897.	Nov. 6	760·8	59·4°C	124 cm.	0·0018
"	Nov. 13	760·4	59·9	102	0·00175
"	Nov. 17	758·0	59·9	88	0·0015
"	Nov. 26	757·9	59·2	84	0·00132
"	Decz. 5	751·6	60·0	78	0·00135
"	Decz. 24	759·4	59·5	104	0·00152
"	Decz. 31	753·6	59·6	45	0·0014
1898.	Jan. 11	—	59·8	60	—
"	Jan. 14	—	60·0	86	—
"	Jan. 22	—	59·8	47	—
"	Febr. 2	749·4	59·9	98	0·00135
"	Febr. 6	743·5	59·1	258	0·00130
"	Febr. 22	742·2	59·6	234	0·00125
"	Márcz. 1	748·3	59·6	236	0·0013
"	Márcz. 23	745·8	59·6	375	0·00105
"	Márcz. 24	739·3	59·3	340	0·0008
"	Ápril. 5	739·1	59·3	274	0·0003
"	Ápril. 15	752·7	59·6	338	0·0015
"	Május 2	749·8	59·3	229	0·00145
"	Május 27	743·5	59·4	292	0·0013
"	Jun. 10	749·5	59·3	240	0·0014
"	Jun. 21	748·3	59·2	368	0·00145
"	Jun. 30	748·8	59·2	332	0·00135
"	Jul. 10	—	59·0	346	—
"	Aug. 31	750·3	59·4	163	0·0015
"	Szept. 15	755·5	59·1	102	0·0016
"	Szept. 23	746·1	59·2	85	0·0015
"	Okt. 1	743·8	59·8	65	0·00145
"	Okt. 7	747·7	59·8	85	0·00135
"	Nov. 1	748·2	59·6	143	0·0014
"	Nov. 19	762·6	59·6	77	0·00195
"	Decz. 13	750·0	59·3	58	0·00145
"	Decz. 31	744·6	59·6	70	0·0014
1899.	Jan. 17	739·5	59·4	136	0·0002
"	Jan. 22	750·7	59·3	284	0·00155
"	Febr. 14	748·8	59·2	180	0·0013
"	Febr. 25	757·3	59·2	165	0·0017
"	Márcz. 13	757·4	59·4	101	0·00165
"	Márcz. 21	737·2	59·2	119	0·0002

A levegőnyomás azonban már lényegesen befolyásolja a víz carbonylsulfid tartalmát. Míg 737·2 mm. nyomásnál a víz egy literében 0·0002 gr. carbonylsulfidot találtam, 762·6 barometer állásnál a gáztartalom 0·00195 gr. volt.

A kút környékén a carbonylsulfid szaga sem mindig egyforma intenzitású: egyszer alig érezzük a kútházban, máskor a szag betölti még a folyósókat is. Tapasztalatom szerint a meleg, leszálló légáramlás idején, midőn a barometer sülyedni kezd s a füst is lecsap, érezhetjük a kénes gáz szagát legjobban.

A helyszínén megejtett vizsgálataim rendén arról is meggyőződtem, hogy a hőmérséklet a forrás felszínén és a forrás alján mérve 0·4° különbséget mutat. Hasonlóképen a szivattyuzás előtt — midőn a kútakna vízzel tele van — a víz 0·2 fokkal melegebb, mint a kút kiszivattyúzása után.

Lelkiismeretes forrástulajdonosok már régen próbálgatták empirikus uton meghatározni azt az időpontot, a midőn a víz a legalkalmasabb a töltésre, midőn a víz legerősebb. Ma a Salvator forrás igazgatójának kezdesére már több hazai forrásnál végeznek széndioxyd meghatározásokat, s csak akkor töltenek, mikor erre az idő a legkedvezőbb.

A borszéki fürdő igazgatósága alkalmat adott, hogy a főkútnak különböző időszakokban töltött vizét megvizsgálhassam.

Áprilisban, hóolvadáskor, májusban a zuhogó esős időszakban és száraz hideg téli időben töltött vizeket bocsátott rendelkezésemre.

A télen töltött borszéki víz tisztább, koncentráltabb és szabad széndioxydban gazdagabb, mint minden eddigelé vizsgálat alá került borszéki víz. Ez az elemzés nemcsak azt igazolta be, hogy a borszéki víz chemiai alkotása 24 esztendő alatt lényegesen nem változott, hanem azt is, hogy az ezen a télen töltött víz összetétele minden valószínűség szerint az eredeti, tiszta forrásvíz tényleges chemiai alkotását tünteti fel. Ez a víz — mint a mellékelt táblázatokból kitünik — 283 kcm.-rel több szabad széndioxydot tartalmaz, mint az ezelőtt 24 esztendővel vizsgálat alá került víz.

Az áprilisban és májusban töltött víz higitottabb, szabad széndioxydban jóval szegényebb ennél. Az áprilisban töltött vízben 4·4601 gr. a szilárd alkotórészek mennyisége, a májusban

töltöttben 4·4572 gr. Az előbbiben 1·7995 gr., ebben 1·7635 gr. a szabad széndioxyd tartalom. Az áprilisban töltött vízben ezen kívül 0·2034 gr. szerves anyag volt kimutatható. Az áprilisi vizet szennyező anyagok között, melyek a légköri csapadékok s a megolvadt hó útján kerültek a vízbe, sok nitrogén tartalmú bomlás-terméket találtam, sőt néhány palaczkban, mint másodlagos bomlás-terméket, kénhydrogént is. A kénhydrogén keletkezése a szerves anyagoknak sulfát redukáló hatására vihető vissza. A májusi víz jóval tisztább az áprilisinél, bár kevés szerves anyagot és ammoniát ebben is találtam.

Ezek az eredmények megokolják a fürdőigazgatóságnak azt a rendelkezését, hogy ezentúl a vizet a forgalom céljaira pusztán csak télen, meg száraz nyári és őszi időben fogják tölteni.

II.

A borszéki «Főkut» vizének chemiai összetétele.

(THAN K. elemzése, 1875.)

	1000 s. r. vízben:
Calcium	0·5342
Magnesium	0·2186
Vas	0·0035
Lithium	0·0004
Kalium	0·0448
Natrium	0·2496
Mangan	—
Kovasav	0·0720
Kénsav	0·0039
Chlor	0·0608
HCO ₃	3·3735
	Összesen
	4·5613
Szabad szénsav	2·3140

III.

A borszéki «Főkut» vizének chemiai összetétele.

(Téli töltés).

(HANKÓ VILMOS elemzése. 1897.)

	1000 s. r. vízben :
Calcium	0·5734
Magnesium	0·2079
Vas	0·0048
Lithium	0·0005
Kalium	0·0411
Natrium	0·2431
Mangan	0·0021
Kovasav	0·0668
Kénsav mar.	0·0054
Chlor	0·0625
HCO_3	3·4184
	Összesen
	4·6260
Szabad szénsav	2·8728
Szabad szénsav térf.	1457·5

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1899. április 17.-én tartott üléséből.)

A MAGYAR BÚZA CHEMIAI ÖSSZETÉTELE.

HANKÓ VILMOS I. tagtól és GASPÁR JÁNOS-tól.

A M. T. Akademia 1897. évi Lévay-jutalmát nyert pályamunka kivonata.

A nyugoti piacozokon, úgyszintén hazánkban is mindinkább elterjed az a nézet, hogy a magyar búza sikértartalma lassan bár, de folytonosan csökken.

Nemzetgazdasági tekintetből nagy fontosságú dolog a kérdés eldöntése, fogyott-e búzáknak sikértartalma az utolsó évtizedekben, különösen mely vidékeken s mily művelés mellett, mennyire? Ha fogyott, minő eszközökkel lehetne azt ismét régi értékére emelni?

A kérdés sokkal nagyobb terjedelmű, sem hogy egy pár év lefolyása alatt véghez vitt vizsgálatok alapján végérvényes feleletet lehetne reá adni; megoldása sokkal nagyobb apparatust kíván, mint a minőt egyes ember az ügy érdekében munkába vihet.

Rövid idő alatt, szerényebb eszközökkel a kérdést egyik-másik oldalról meg lehet világítani, de megfejteni nem.

Midőn mi sorompóba léptünk, czélunk csak az volt, megállapítani az ország különböző vidékein termelt jelesebb búzafajtáknak chemiai összetételét, kideríteni, változott-e a magyar búza összetételében az utolsó évtizedek alatt vagy sem? Az összehasonlításra alapul dr. LENGYEL BÉLÁ-nak* és dr. SAY MÓRICZ-nak** 1866-ból és dr. CSANÁDI-nak*** 1890-ből való elemzési adatai szolgáltak. Más elemző adatait kevésbé használhattuk, mert azok

* Öt jelesebb búzafaj vegyelemzése. A Természettud. Társ. közl. 1867. VI. kt.

** Tizenöt jelesebb magyar búzafaj vegyelemzése. Ugyanott.

*** Magyar búzák elemzése. 1890.

közlésénél a termő hely nevét mindig elhallgatták. Így PELIGOT * munkáját, kinek elemzésére oly gyakran hivatkoznak.

A búzát a legismertebb, legjobb búzatermőhelyekről és olyan termelőktől szereztük be, kik nem csak saját használatukra termelnek. Elemeztünk összesen 61 magyar, 4 román, 1 cseh és 5 amerikai búzát, összesen 71 búza fajtát. Ez utóbbiakat azért, hogy egyöntetű eljárás alkalmazásával konstatáljuk azon termékek értékét, melyeknek termelői üzleti fogásból kigyót-békát kiáltanak a világpiacot uraló magyar búzára.

Az általunk vizsgált legtöbb búza 1891-diki termés; ezen esztendő búzatermése tudvalevőleg minőség tekintetében is közepes volt, tehát olyan, a minővel leggyakrabban találkozunk országunkban.

A vizsgálat alá vett búzák termőhelyére és termelésére vonatkozó adatok.

1. *Zsombolya* (Torontál m.). Pusztá-Bozító, GRF. CSEKONICS uradalma. 1891. évi termésű, tavaszi váltó búza. A talaj televényes agyag. A föld holdankint 8 hektolitert termett. Hektoliter súly 78 kilogramm. A búza színe barna és piros, törése aczélos.

2. *Zsombolya* (Torontál m.). Pusztá-Bozító, GRF. CSEKONICS uradalma. 1891. évi termésű, közönséges őszi búza. A talaj televény-homokos agyag. Termés holdankint 12 hektoliter. Hektoliter súly 79 kgr. A búza színe barnás-piros, törése aczélos.

3. *Zsombolya* (Torontál m.). Julia major, GRF. CSEKONICS-féle uradalom. 1891. évből való őszi búza. A talaj televény-homokos agyag; holdankint 12 hektoliter termett. Hektoliter súly 79 kgr. A búza színe barnás-piros, törése aczélos.

4. *Zsombolya* (Torontál m.). Julia major, GRF. CSEKONICS-féle uradalom. 1890. évből való közönséges őszi búza. A talaj televény-homokos agyag; holdankint 14 hektoliter termett. Hektoliter súly 78 kgr. A búza sötét-vörös színű, törése aczélos.

5. *Kalocsai érseki uradalom*. Hajósi kerület, hildi gazdaság. 1891. évből való bánáti őszi búza. A talaj televényes agyag; a

* PELIGOT, Ann. d'agric. franc. 1854.

búzáat három szántás után vetették. Hektoliter súly 75 kg. A búza világos-barna, törése aczélos.

6. *Kalocsai érseki uradalom.* Malomszegi dülő, Kalocsa város közelében. 1891. évből való s három szántás után vetett közönséges bánáti őszi búza. A talaj televényes agyag. Hektoliter súly 76 kg. A búza piros színű s aczélos törésű.

7. *Kalocsai érseki uradalom.* Kalocsai kerület, kőégetői dülő, Kalocsa város közelében. 1891. évből való, három szántás után ugar földbe vetett közönséges bánáti őszi búza. A talaj televényes agyag. Hektoliter súly 70 kg. A búza sárgás-piros; törése fél-aczélos.

8. *Kalocsai érseki uradalom.* Hajósi kerület, érsekhalmi és külső szt.-györgyi gazdaság. 1891. évből való, három szántás után vetett bánáti őszi búza. A talaj televényes homok. Hektoliter súly 76·50 kg. A búza vörös színű s aczélos törésű.

9. *Kalocsai érseki uradalom.* Teleki dülő, Kalocsa város közelében. 1891. évi termés. A talaj televényes agyag; ugar földbe, három szántás után vetett regenerált őszi búza. Hektolitersúly 76 kg. A búza piros színű, aczélos törésű.

10. *Orosháza (Békés m.). GRÓF TRAUTTMANNSDORF BONUM* pusztája. 1891. évből való Tisza vidéki őszi búza. A talaj fekete homokos. 1889. év őszén mélyen ugarolt s 1890. nyarán jól kapált kukoricza földbe, 1890. év október havában hármás ekével eszközölt egyszeri sekély szántás után universaldrill sorvető géppel 15 cm. sortávolságba kat. holdankint 108 liter kékkővel páczolt mag vettetésén, vetés után beboronáltatott. Az aratás július hóban történt; az átlagos termés holdankint 15 hektoliter volt. Hektoliter súlya 80 kg. A búza színe piros-barna, törése aczélos.

11. *Csanádi püspöki uradalom.* Lelei puszta. A búza sárgás-piros színű, aczélos törésű. 1891.

12. *Csanádi püspöki uradalom.* Kopancsi puszta. A búza barnás-piros színű, aczélos törésű. 1891.

13. *Nagy-Szt.-Miklós (Toront. m.). GRÓF NÁKÓ* uradalma. Sándor major. I. oszt. búza. A búza barnás-piros színű, aczélos törésű. 1891.

14. *Nagy-Szt.-Miklós.* GRÓF NÁKÓ KÁLMÁN uradalma. Nagy Berta major. I. oszt. búza; színe barnás-piros, törése aczélos. 1891.

15. *Nagy-Szt.-Miklós*. GRÓF NÁKÓ uradalma. Dávid major. A búza színe barnás-piros, törése aczélos. 1891.

16. *Nagy-Szt.-Miklós*. GRÓF NÁKÓ uradalma. Malvin major. I. oszt. búza; színe barnás-piros, törése aczélos. 1891.

17. *Nagy-Szt.-Miklós*. GRÓF NÁKÓ uradalma. Terézia major. A búza piros színű, aczélos törésű. 1891.

18. *Nagy-Szt.-Miklós*. GRÓF NÁKÓ uradalma. Kálmán major. I. oszt. búza; színe sötét-piros, törése aczélos. 1891.

19. *Nemes-Remete*. GÖRGEY GYULA birtoka. 1892. évből való bánáti búza. A talaj homokkal vegyült televényes agyag. A búza sárgás-piros színű, aczélos törésű.

20. *Máslak* (Temes m.). BÁRÓ SINA-féle uradalom. A föld holdankint 300 métermázsa istálló trágyával volt trágyázva. A vetés zabos bükköny után történt. Termés holdankint 11 métermázsa. A buzát érett állapotban kétszer érte lábán eső; színe sárgás-piros, törése aczélos.

21. *Veszprémi püspökség*. Ősi gazdaság. 1891. évből való őszi búza. Előveteménye trágyázott zabos bükköny. A magot kétszeri szántás után géppel vetették. Szelid agyag talaj. Hektoliter-súly 78 kg. A búza sötét-vörös színű, aczélos törésű.

22. *Veszprémi püspökség*. Ősi gazdaság. 1891. évből való tavaszi búza. (Champlain). Előveteménye trágyázott tengeri. A magot kétszeri szántás után kézzel vetették. Márgás agyag talaj. Hektoliter-súly 77 kg. A búza sárgás-piros, aczélos törésű.

23. *Veszprémi püspökség*, hajmáskéri gazdaság, kútírói dülő. 1891. évből való búza. Előveteménye trágyázatlan zabos bükköny; a magot kétszeri szántás után vetették. A talaj mészköves agyag márga. Hektolitersúly 77-70 kg. A búza piros színű, aczélos törésű.

24. *Veszprémi püspökség*, sümegi gazdaság. 1891-ből való, agyag talajon termelt közönséges régi fajbúza. Trágyázott zöld takarmány és három szántás után vetve. A buzát jégverés érte; színe barnás-piros, törése aczélos.

25. *Veszprémi püspökség*, deáki gazdaság (Zala m.). 1891-ből való közönséges honi búza. A talaj agyagos és homokos. Elővetemény trágyázott lóher. A vetés háromszori szántás után géppel történt. Hektolitersúly 79 kg. A búza sárgás-piros színű, aczélos törésű.

26. *Veszprémi püspökség*, ősi gazdaság. 1892-ből való közönséges őszi búza. A talaj homokos agyag. Sorvetés. Hektolitersúly 82 kg. A búza színe sárgás-piros, törése aczélos.

27. *Veszprémi püspökség*, sümegi gazdaság. 1891-ből való, e helyen évtizedeken át termelt közönséges zalai búza. A talaj homokkal kevert agyag, fekete ugarban háromszori szántás után vetették. A vetés a túlságos nedvesség folytán megdőlt. Hektolitersúly 76 kg. A búza piros színű, aczélos törésű.

28. *Veszprémi püspökség*, sümegi gazdaság. Homokos agyag talajon termelt 79 kgrmmos búza. A magot lóher legelő törésben három szántás után vetették. A búza világos-piros színű, aczélos törésű. 1891. A vetést jégverés érte.

29. *Kálozi uradalom*, hatvani gazdaság (Fehér m.). Gróf ZICHY EDMUND uradalma. 1890-ből való termés. A búza barna-piros színű, aczélos törésű.

30. *Kálozi uradalom*, zichyfalvi gazdaság. 1890-diki termés, barna-piros színű, aczélos törésű.

21. *Kálozi uradalom*, kis-hörsöki gazdaság. 1890-diki termés. A búza barna-piros színű, aczélos törésű.

32. A kegyes tanítórend *dörgicsei uradalma* (Zala megye). I. számú minta. 1891-ből való termés. A búza apró szemű, barnás-piros színű, aczélos törésű. Hektolitersúly 78 kg.

33. A kegyes tanítórend *dörgicsei uradalma* II. számú minta 1891-ből való termés. A búza barnás-piros színű, aczélos törésű. Hektolitersúly 79 kg.

34. A kegyes tanítórend *dörgicsei uradalma*. III. számú minta, 1891-ből való termés. A búza barnás-piros színű, aczélos törésű. Hektolitersúly 70 kg. — A vetés sorrendje:

1. év: zabos bükköny, természetes trágyával trágyázva.
2. év: őszi búza. Tisza-vidéki faj. I. számú minta.
3. év: árpa.
4. év: balta czím kaszáló.
6. év: balta czím kaszáló.
5. év: őszi búza. Tisza-vidéki. II. számú minta.
7. év: tengeri kapás.
8. év: fekete ugar.
9. év: őszi búza. Tisza-vidéki. III. számú minta.

10. év : zab.

35. A kegyes tanítórend *dörgicsei uradalma*. 1890-ből való termés. A talaj meszes márgás. A búza barnás-piros színű, aczélos törésű. Hektolitersúly 80 kg.

36. *Mindszent-algyői uradalom*, baksí gazdaság. 1891. évből való réti búza. A búza barnás-piros színű, aczélos törésű.

37. *Mindszent-algyői uradalom*, sövényházi gazdaság. 1891. évből való ármentesített területen termett búza; színe barnás-piros, nagyszemű, aczélos törésű.

38. *Mindszent-algyői uradalom*, baksí gazdaság. 1891. évből való, homok talajon termett búza; színe barnás-piros, nagyszemű, aczélos törésű.

39. *Székesfehérvári püspöki uradalom*, sárkereszturi gazdasághoz tartozó László-telek puszta. 1891. évből való, három nyomású gazdálkodás mellett, ugarban termett búza. A talaj kissé kötött agyag. Hektolitersúly 80 kg. A búza piros színű, aczélos törésű.

40. *Bihar-Diószeg*. Gróf Zichy Ferencz uradalma. 1891. évből való, zöld ugar után géppel vetett őszi búza. A talaj agyagos. Hektolitersúly 82 kg. A búza sárgás-piros színű, aczélos törésű.

41. Kereskedelmi búza *Rogsán* vidékéről. A búza sárgás-piros, színű, fél aczélos törésű.

42. Kereskedelmi búza *Moravicza* környékéről. A búza sárgás-piros színű, aczélos törésű.

43. Kereskedelmi búza *Versecz* környékéről. A búza sárgás-piros nagyszemű, aczélos törésű.

44. Kereskedelmi búza *Oravicza* környékéről. A búza sárgás-piros színű, félaczélos törésű.

45. Kereskedelmi búza *Temesmegyéből*, kis gazdáktól összeszedve. A búza sárgás-piros színű, félaczélos törésű.

46. *Adai m. kir. földműves iskola* (Bács-Bodrog m.). 1891. évből való bácskai búza. A talaj középkötöttségű humus-gazdag vályog. Előnövénye trágyázott földben takarmány-növény. A vetés kétszeri szántás után géppel történt 12 cm. sortávolban. Hektolitersúly 80 kg. A búza sötét-vörös színű, aczélos törésű.

47. *A tordai m. áll. bikanévelő-telep* gazdasága. 1891-ből való, a tordai határon termelt bánáti búza. A talaj homokos agyag.

A vetés kétszeri szántás után kézzel történt. Hektolitersúly 80 kg. A búza sárgás-piros színű, igen nagyszemű, aczélos törésű.

48. *Tordai m. áll. bikanevelő-telep gazdasága.* 1892. évből való bánáti búza. Hektolitersúly 81 kg. A búza piros színű, igen nagyszemű, aczélos törésű.

49. *A kolozsmonostori m. kir. gazdasági tanintézet* birtokának vizenitűli első táblája. 1891. évből való tiszavidéki búza. A talaj fele részben kötött homokos agyag, fele részben sülevényes kavicsos homok. A termelés sorrendje:

1. Zabos bükköny; 2. Búza; 3. Tengeri; 4. Árpa lóherrel; 5. Lóher; 6. Maglóher; 7. Tengeri; 8. Rozs; 9. Zab; 1889. őszén ugar szántás; ekkor vetették el a zabos bükkönnyt. 1890. jun. végén keverő szántás és 1890. szept. 9. vető szántás sorosgéppel négy és fél hüvelyk sortávolságra; holdankint elvettetett 147 liter. Hektolitersúly 81 kg. A búza piros színű, nagyszemű, aczélos törésű.

50. *A kolozsmonostori m. kir. gazdasági tanintézet* birtoka. 1892.-ből való tiszavidéki búza. Hektolitersúly 81 kg. A búza piros színű, nagyszemű, aczélos törésű.

51. *Dálnok, (Háromszék m.). LÁZÁR MIHÁLY* birtoka. A búza sárgás-piros színű, nagyszemű, aczélos törésű.

52. *Gróf Teleky Árvéd drassói uradalma* (Alsó-Fehér m.). 1892. évből való búza. A talaj humusos agyag. Elővetemény lóhermag. Kat. holdankint 10 kg. $P_2 O_5$ -nek megfelelő Thomas salakkal trágyázva. A búzát 1891. nov. havában vetették; 1892. jul. közepén aratták. A búza sárgás-piros színű, nagyszemű, aczélos törésű. Termés kat. holdankint 10 métermázsza.

53. *Gróf Teleky Árvéd drassói uradalma.* 1892.-ből való búza. Elővetemény lóhermag. Trágyázatlan. Termés kat. holdankint 8 métermázsza. A búza sárgás-vörös színű, aczélos törésű.

54. *Török-Szt.-Miklós. NÁVAY KÁLMÁN* uradalma. 1892.-ből való búza. A talaj fekete szikes. Mentett tiszai artér. Hektolitersúly 81 kg. A búza sárgás-piros színű, aczélos törésű.

55. *Török-Szt.-Miklós (Jász-Nagy-Kun Szolnok m.).* 1891.-ből való búza, mely fekete szikes mentett tiszai földön termett, kukorica és ugar után. Hektolitersúly 76 kg. Aratáskor megázott. A búza sárga színű, aczélos törésű.

56. *Id. gr. Dessewffy Miklós boshalmi gazdasága, Tisza-*

Eszlár határában (Szabolcs m.) 1892. évből való tiszavidéki őszi búza. A talaj fekete humusban gazdag. A vetés szept. 15-től okt. 15-ig történik, repce, bükköny, dohány s istálló-trágyás tengeri után 10—13 cm. sortávolságban, géppel. A búzát a megérés stádiuma előtt aratják. Hektolitersúly 81 kg. A búza barnás-piros színű, aczélos törésű.

57. *Román búza Botuschán környékéről*, I. minőség. Hektolitersúly 80 kg. A búza barnás-sárga, lisztes törésű.

58. *Román búza a Duna melléki birtokosoktól* (Calafat, Carabia). Sárga színű, lisztes törésű.

59. *Román búza Craiova vidékéről*. Hektolitersúly 74 kg. Színe sárga, lisztes törésű.

60. *Román kereskedelmi búza*. III. minőség. Sárga színű, lisztes törésű.

61. *Csehországi búza*. 1892. évi termés, Prágából hozatva Klein testvérek által. A búza világos-sárga színű, lisztes törésű. Métermázsája 1 frttal olcsóbb a magyar búzánál.

62. *Amerikai búza*. I. minőség. Mühle Vilmos magkereskedő által hozatva. Világos-sárga színű, lisztes törésű. 1891.

63. *Amerikai búza*. II. minőség. Sárga színű, lisztes törésű. 1891.

64. *Amerikai búza*. III. minőség. Sárgás-piros színű, aprószemű, félaczélos törésű.

65. *Rittbergi uradalom* (Temes m.). 1892-ből való búza. Sárgás-piros színű, nagyszemű, aczélos törésű.

66. *Temesvár Vadász erdő*; MOKRY ISTVÁN kapált búzája. Humozus agyagos talaj, erdő irtás. 1894. évi termés.

67. *Amerikai búza*. Hard Manitoba Whsat. Aczélos törésű. 1894. évi termés. Mühle V. magkereskedő útján.

68. *Amerikai búza*. Hard Spring. Chicago. Félaczélos törésű. 1894. évi termés. Mühle V. temesvári magkereskedése útján.

69. *Endre Antal* kir. főmérnök *félegyházi birtokáról*. Szikes talajon termett Tisza-vidéki búza.

70. *Zombolya*. Julia major. 1895. évi termés, aczélos törésű. 79 kg.-os.

71. *Kalocsai érseki uradalom*, malomszegi dülő. 1895. évi termés. I. minőség.

A búzák elemzésénél követett eljárások ismertetése.

Vizsgálatainknál főképp azokra az alkotó részekre figyeltünk s azokat vettük fel meghatározásaink keretébe, melyek a táplálkozás szempontjából fontosak s melyek a búzák kereskedelmi értékét határozzák meg. Így meghatároztuk a búzában a következőket:

1. Víztartalom.
2. Zsirtartalom.
3. Növényi rosttartalom.
4. Hamútartalom.
5. Nitrogéntartalom s belőle a sikér (Protein anyagok).
6. Nitrogéntől mentes anyagok tartalma indirecte.
7. Szemsúly.

A búzák előkészítése az elemzéshez.

Az egyes búza-mintákból 20—20 grammot durva mérlegem lemérve külön-külön egy szabályozható kávé-örlőben megőröltünk, lehetőleg minden veszteség elkerülése mellett egy nagy achatomosárban részletenként finom porrá törtük, s fehérpapír-lapra terítvén egyenletes hőmérsékű pormentes levegővel bíró teremben helyeztük el 24 óra tartamáig. Ezen idő elteltével jelzessel ellátott száraz, üveg dugós üvegekbe tettük el a légszáraz és az elemzéshez előkészített anyagot.

Az elemzéshez szükséges anyag ezen előkészítő módjának azért adtunk előnyt, bizonyos számú búza-szemek achatomosárban való porítása felett, mert így a kemény búza-szemek szétpattogását elhárítottuk s tökéletesebb átlag elegyhez juthattunk. Különben ezen eljárás van alkalmazva Prof. MAERKER hallei és Prof. SOXHLET müncheni agricultur chem. laboratoriumában is.

Az elemzés kivitele.

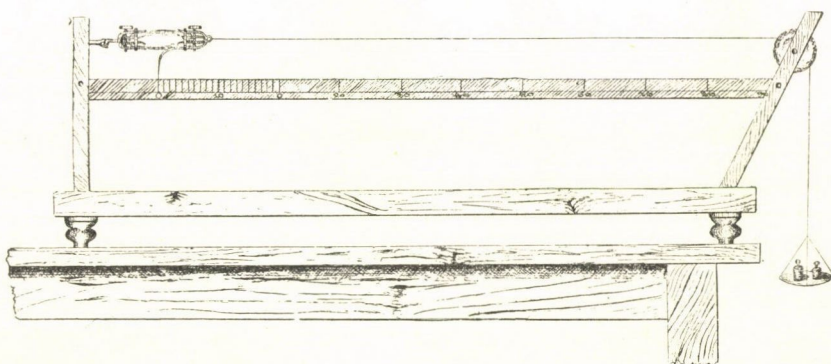
1. *Nedvesség tartalom (Víz).* Meghatározásánál a már előre elkészített légszáraz anyagból 5—6 gr. közti mennyiséget mértünk le pontosan lemért, fémrugós, jól záró óraüvegparban s ezt légszáritóban 120° C-nál állandó súlyig szárítottuk, exsiccator-

ban calcium-chlorid felett kihűlni hagytuk, lemértük, s a súlyveszteségből kiszámítottuk a víz %-át.

Példa: óraüveg	rugóval	+	anyag	=	41·7331 gr.	
" "	" "		üresen	=	36·5217 gr.	
					elemzés alá vett anyag	= 5·2114 gr.

Szárítás után utolsó mérés

óraüveg rugóval	+	anyag	=	41·1545 gr.
veszteség	=	41·7331 — 41·1545	=	0·5786 gr.
arány: 5·2114	:	0·5786	=	100 : x
				x = 11·102% víz.



1. ábra. A kimosott siker nyúlóságának megméréseknél használt készülék.

2. *Zsirtartalom.* Meghatározásánál azon anyagot vettük, melyet a nedvesség meghatározásánál használtunk, s melyet e célra készített zsirtalan cellulose hengerbe söpörtünk be veszteség elkerülése mellett és a Soxhlet-féle extraháló készülékben 3 óra hosszat neutralis aetherrel ($C_2 H_5$)₂O extraháltunk. Az extractumot az előre lemért lombikban 120°C-nál szárítottuk s kihülés után mérlegeltük.

Példa: Elemzés alá vett anyag 5·2114 gr.

lombik	+	zsír	=	27·8022 gr.
" "		üres	=	27·7250 gr.
		zsír	=	0·0772 gr.
arány: 5·2114	:	0·0772	=	100 : x
				x = 1·481% zsír.

3. *Növényi rost.* 2·5—4·5 gr. anyagot finom mérlegen lemértünk s légfürdőn $\frac{3}{4}$ óráig 110° C-nál tartottuk s egy e célra szolgáló papir hengerbe téve a Soxhlet-féle extrahálóban aetherrel kivontuk. Az így nyert anyagot finom tollal gondosan belesöpörve egy 500 cm.^3 -es porcellán csészébe, hozzá töltöttünk 50 cm.^3 5% H_2SO_4 oldatot s 150 cm.^3 destillált vizet s a víz folytonos visszapótlása mellett 1 óráig hevítettük, mire ülepedni hagytuk; az oldatot leszűrtük.

3-szori kifőzés után 50 cm.^3 5% nátronlúgoldatot adtunk hozzá, erre 150 cm.^3 vizet; a víz folytonos visszapótlása mellett 1 óráig hevítettük, állni hagytuk, az oldatot leszűrve még kétszer destillált vízzel kifőztük.

A szűrést vízszivattyúval végeztük, a Stützer által e célra használt készülékben (Lásd 3. ábra). Egy tölsér kaucsukcső segítségével össze van kapcsolva egy $1\frac{1}{2}$ literes palaczkkal s egy Körting-szivattyúval.

A tölsér szájára 2 rétből fátolkelme van kötve, erre szépen rátéve s megerősítve azon módon, mint a gyógyszerészek szokták az üveg száját papirossal elzárni, egy előre 110° C-nál kiszáritott s lemért Schleicher-féle kimosott szűrő; ezt megnedvesítve, a vízszivattyút működésbe hozva, a tölsért pedig a folyadék felszínére tartva és alább-alább eresztve, rövid 5—6 perc alatt az egész folyadék átszivatik anélkül, hogy a rostból valami átmenne. Forró vízzel a szűrőre tapadt rostot visszamosztuk a porcellántálba s végre ezen egy szűrőt használtuk a tisztán kimosott rostnak a tölsérbe való összegyűjtésére is.

A tölsérben összegyűjtött tiszta rostot alkohollal (absolut) s utoljára aetherrel leöntöttük s 110° C-nál megszáritva egy üveg dugóval ellátott mérőcsőben lemértük, ezután platintégelyben elégettük, a hamut lemértük, és a rost súlyából levonásba hoztuk, valamint a szűrő súlyát is; így nyertük az elemzés alá vett anyagban a rost mennyiségét, melyet %-ra kiszámítottunk.

Példa: Elemzés alá vett anyag	3·2036 gr.
Mérő üveg + szűrő + rost	27·8280 "
" " — " —	27·7663 "
rost + hamú	0·0617 gr.
hamú	0·0039 "
tisztá rost	0·0578 "
arány: 3·2036 : 0·0578 = 100 : x	
x = 1·77 % rost.	

4. *Hamú tartalom.* Meghatározásánál 5—6 gr. anyagot ismert súlyú platin tégelyben lemértünk s óvatosan melegítve elégettük, míg szürke port hagyott vissza, melyet lemértünk.

Az elégetést az által siettettük, hogy közvetlen a tégely fölé platinlemez szegélylyel ellátott kéményt alkalmaztunk s végezetre egy ismert súlyú platina spatulyával kavargattuk s a platin spatulyára tapadt részt is számításba hoztuk.

Példa: Platin tégelyfedő + spatulya + anyag	37·5227 gr.
platin tégely " + " üresen	32·4916 "
anyag	5·0311 gr.
Pt. tégely fedő + spat. + hamú	32·5822 gr.
" " " — " üres	32·4916 "
hamú	0·0906 gr.
arány: 5·0311 : 0·0906 = 100 : x	
x = 1·8029 % hamú.	

5. *Nitrogen tartalom meghatározás és protein tartalom.* A nitrogen tartalomnak meghatározásánál a búzáknak a Kjeldahl nitrogén meghatározási eljárását követtük s ahhoz a következő oldatokat készítettük el.

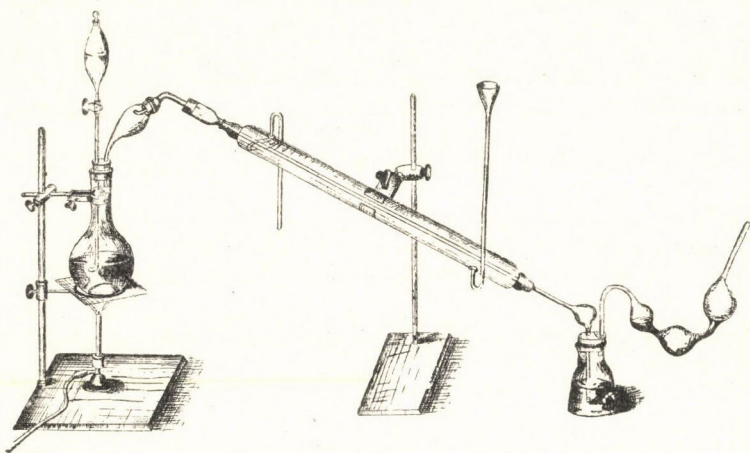
a) Nitrogenmentes tömör kénsav phosphorpenoxyddal (P_2O_5) elegyítve. Kahlbaum vegyi gyárából (Berlin) hozatva s tisztaságára kipróbálva.

b) Nátronlúg oldat a lepárláshoz (nitrogen mentes); készítve 300 gr. tiszta nátronhydratnak ($NaOH$) és 250 gr. Seignette sónak ($C_4H_4KNaO_6$) egy liter destillált vízben való feloldása útján.

c) Tizednormal kénsav és nátronlúg. Ezen titeroldatok pon-

tossága a Kjeldahl-féle eljárásban kiváló szereppel bírván, azok előállítására a lehető legnagyobb gondot fordítottuk. A félnormal oldatok használatát kerültük s előnyt adtunk a tizednormal oldatoknak, hogy ezáltal is a térfogat leolvasásánál beállható hiba forrásokat, melyek a végeredményben igen megsokszorosodhatnak, a minimumra redukáljuk.

A mérő oldatok beállítási alapjául a Kahlbaum vegyi gyárából rendelt s e célra készített sublimált oxalsavat használtuk, melyből a legnagyobb pontossággal mértük le a 4·5 gr. æquivalens



2. ábra. A nitrogén meghatározásánál használt készülék.

mennyiséget; ezt veszteség kikerülésével bemostuk a szokott módon egy 1000 cm.³ mérő lombikba, destillált vízben feloldottuk s 17·5°C. hőmérsékre állítva be, destillált vízzel a jegyig töltöttük fel, üveg dugóval elzártuk s többször felráztuk.

Vettünk 0·5% vegytiszta nátronlúgot s ezt az $\frac{1}{10}$ normal oxalsavval megtitrálván, akkép állítottuk be, hogy 25 cm.³ $\frac{1}{10}$ % normal oxalsavat éppen 25 cm.³ nátronlúggal telített a kontroll-próbában. Ezen $\frac{1}{10}$ normal nátronlúggal egy literben így 4·00 gr. *NaOH*-t tartalmazott.

Vettünk 0·6% vegytiszta kénsavoldatot s ezt $\frac{1}{10}$ normal nátronlúggal megtitrálván, a számítás értelmében úgy hígítottuk fel, hogy a kontroll-próbában 25 cm.³ kénsavoldatot telített.

Ezen $1/10$ normal nátronlúg oldat egy literben 4·9 gr. H_2SO_4 -et tartalmazott s minden köbcentimetre 0·0017 gr. NH_3 -at, 0·0014 gr. nitrogent jelzett. A titrálásoknál a Than szerint készített közönyös lakmus oldat 2—2 cseppjét használtuk.

Az $1/10$ normal kénsav helyességének kipuhatolására következőleg jártunk el. Natrium bicarbonicumot ($NaHCO_3$) izzítottunk ki s lemértünk az előállott natrium carbonicumból (Na_2CO_3) I. 0·2185 gr.-ot, II. 0·1851 gr.-ot, s ezt külön-külön egy lombikba mostuk be destillált vízzel s megtitráltuk $1/10$ normal kénsavunkkal; a telítésre felhasználtunk I. 41·23 cm.³ $1/10$ norm. H_2SO_4 -et; ennek megfelel 0·218519 Na_2CO_3 .. diff. + 0·000019 II. 34·92 cm.³ $1/10$ norm. H_2SO_4 -et; ennek megfelel 0·185076 Na_2CO_3 ... diff. — 0·000024.

Ezenkívül az oldatok pontosságát súlyelemzéssel is ellenőriztük az oxalsavnak $CaCl_2$ -vel való leválasztása, a kénsavnak $BaCl_2$ -vel való lecsapása és a szokott módon való kezelése és mérlegelése által.

A nitrogen-meghatározás következőképen történt.

0·9—1·5 gr. a buzából egy finom Rüpprecht-féle mérleggel óraüvegeken lemérve $1/2$ óráig a légfürdőben $110^\circ C$ -nál szárított, majd egy tökéletesen tiszta és száraz 120—150 cm.³ tartalmú hosszú nyakú főzőlombikba vitetett (tölcsér segélyével s finom üvegszálakból álló ecsettel); ezután 1—1·5 gr. kihevített rézgáliczot ($CuSO_4$), egy csepp tömör platinchloridot, 25 cm.³ phosphorsavval elegyített conc. kénsavat adtunk hozzá. A lombikokat fülke alatt állványban megerősítve, kezdetben kis lánggal, később erősen hevítettük, (3—3 $1/2$ óráig); ez idő alatt a legtöbb esetben a lombik tartalma vitziszta lett.

Rendesen egyszerre négy lombik vétetett hevítés alá s miután a lombikok beégetett számokkal voltak ellátva, összetévesztésük ki volt zárva.

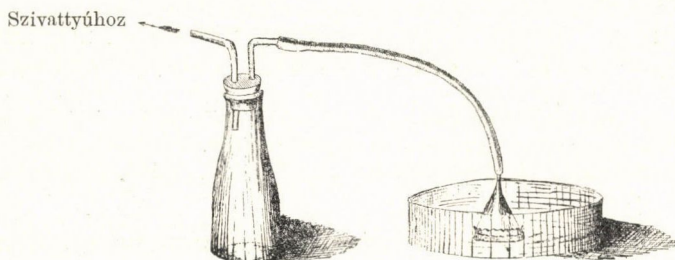
A lombikok tartalmát gondosan egy 1800 cm.³-es lepárló lombikba mostuk körülbelül 600—700 cm.³ destillált vízzel.

A lombik nyakába egy jól záró kétfurású dugót illesztettünk; az egyik furásba egy csapostölcsért helyeztünk, melynek szára megvékonyítva s *U* alakulag meggörbítve csaknem a lombik fenekére ért, a másik furásba pedig egy e czélra készült összekötő

cső volt illesztve, mely egy 120 cm. hosszú Liebig-féle hűtővel állott kapcsolatban.

A Liebig-féle hűtő tompaszög alatt görbülő szárát egy két-furású kaucsuk dugón keresztül vezettük bele egy literes Erlenmayer-féle palaczkba, míg a kaucsuk dugó másik nyílásához egy Peligot-féle csövet kapcsoltunk. (Lásd 2. ábra.)

Az Erlenmayer-féle edénybe egy Geisler-féle $1/10$ fokokra beosztott bürettából, melyen még a köbcentimeter $1/100$ része is megbecsülhető volt, 30 cm.^3 , a Peligot-féle csőbe pedig 5 cm.^3 $1/10$ normal H_2SO_4 -at bocsátottunk; ezenkívül az előbbibe 150 cm.^3 , az utóbbiba pedig 20 cm.^3 dest. vizet adtunk.



3. ábra. A rost meghatározásánál használt szűrő készülék.

A készülék gondos összekapcsolása után a választó töleséren át 130 cm.^3 Seignette-só tartalmú nátronlúgot bocsátottunk s a választó tölesért elzárva megkezdettük a hevítést s a folyadék forrásban tartása mellett $3/4$ óráig folytattuk, míg az összes ammóniak áthajtatott.

Ezután a hevítést félbeszakítva, a Liebig-féle hűtő csövet bele mostuk az Erlenmayer-féle edénybe, valamint a Peligot edény tartalmát is; az Erlenmayer-féle edénybe erre minden esetben 0.3 cm.^3 Than szerint készített közönyös lakmusoldatot csepegtettünk egy bürettából, mire $1/10$ normal nátronlúggal retitráltuk.

A felhasznált köbcentiméterek számát levonásba hozva, a 35 cm.^3 $1/10$ normal kénsavból nyertük az elemzés alá vett anyagból fejlődött ammóniak telítésére szükséges $1/10$ normal kénsavat,

melyet 0·0014-del megszorozva kaptuk az elemzés alá vett anyagban foglalt nitrogen mennyiségét.

Az eredmények az összeállításban láthatók, hová két egybevágó kísérlet eredményei vannak felvéve. A talált nitrogen %-ból 6·25-tel való megsokszorozás által kaptuk a protein anyag mennyiségét a légszár az anyagban.

$$\begin{array}{r} \text{Példa: óraüveg + anyag} \quad 7\cdot4417 \text{ gr.} \\ \quad \quad \quad \text{»} \quad \quad \quad \text{üresen} \quad 6\cdot2921 \text{ «} \\ \hline \quad \quad \quad \text{vett anyag} \quad 1\cdot1466 \text{ gr.} \end{array}$$

Az elnyelő edénybe adtunk 35 cm.³ $\frac{1}{10}$ normal H_2SO_4 -at, retitrlálásnál felhasználtunk 14·90 cm.³ normal $NaOH$ -t.

Az elemzés végén a képződött NH_3 felhasznál 35·00 cm.³ 14·90 cm.³ = 20·10 $\frac{1}{10}$ normal H_2SO_4 -at.

$$\begin{aligned} 20\cdot10 \times 0\cdot0014 &= 0\cdot02814 \text{ gr. } N \\ \text{arány: } 1\cdot1466 : 0\cdot02814 &= 100 : x \\ x &= 2\cdot454\% \text{ nitrogen} \\ 2\cdot454 \times 6\cdot25 &= 15\cdot887\% \text{ protein.} \end{aligned}$$

A búza nedvesség tartalmából és a légszár az anyagban nyert nitrogen mennyiségéből kiszámítottuk a nitrogen, illetve a protein mennyiségét a szár az anyagra, hogy így egyöntetű adatokhoz jussunk és az összehasonlítást megtehe ssük.

A számítás a következő volt: 11·012% nedvesség mellett 2·454 gr. nitrogen (100—11·012) = 88·988 gr. szár az anyagban volt, tehát a számítás a következő lesz:

$$\begin{aligned} 88\cdot988 : 2\cdot454 &= 100 : x \\ x &= 2\cdot755 \text{ gr. nitrogen a szár az anyagban, ebből protein a szár az} \\ &\text{anyagban } 2\cdot755 \times 6\cdot25 = 17\cdot23\%. \end{aligned}$$

A protein anyagok mennyiségét a búzában kimosás útján is meghatároztuk, hogy így tájékozást szerezhessünk a siker minőségéről és állapotáról, mely tudvalevőleg a búza, illetve a belőle előállított liszt feldolgozhatóságára felette nagy fontosságú.

Itt a következő eljárást követtük: 50 gr. búzá t megőrölve s

porrá zúzva, állni hagyunk s belőle pontosan lemértünk minden esetben 40 gr.-ot; ezt egy üvegtálban 25 cm.³ vízzel elegyítve, egy üveg spatulyával tésztává kevertük s fél óráig állni hagytuk szoba hőmérsékletben. Erre a tányérban spatulyával kutviz hozzá eresztése mellett tömött szita fölött kimostuk mindaddig, míg a lefolyó víz keményítő reakciót nem mutatott és a siker széthuzásnál teljesen átlátszó volt, mire kezeink között nyomkodni kezdtünk, míg belőle a vizet kinyomtuk s a kézre tapadni kezdett; erre egy üvegcsészében lemértük s százalékra átszámítottuk.

A lemért sikérből víz alatt 6 cm. hosszú és 1·5 cm. átmérőjű hengereket formáltunk s annak két végét selyempapirosba göngyölve, az általunk szerkesztett készülék (1. ábra) szabályozható hengeres tartójába erősítettük s a készülék serpenyőjére addig raktunk súlyokat, míg el nem szakadt a siker henger; most leolvastuk a készüléken alkalmazott vízszintes osztályzaton a siker henger megnyulását centiméterekben. Az erre vonatkozó mérések eredményei az I. táblán vannak felsorolva.

A kimosott búza-siker állapotának, minőségének tanulmányozása céljából azt híg savak, bázisok, enzymek és alakkal bíró fermentumok hatásának tettük ki; ezen vizsgálat rendén arra a gondolatra jöttünk, hogy a Ritthausen által a búza-sikerben felvett különböző tulajdonsággal s más nitrogén tartalommal bíró négy test: a mucedin, sikerfibrin, gliadin és sikercasein egy és ugyanazon protein anyagnak enzymek behatása által megváltoztatott állapota.

6. *Nitrogéntől mentes anyagok.* A nitrogéntől mentes anyagokat indirect úton a % különbségből határoztuk meg.

7. *A szemsúly.* Meghatározásánál 100—100 szemet lemértünk s 1000 szem súlyából kiszámítottuk egy szem súlyát.

*

Az általunk végzett búzaelemzések adatainak összeállítását gramm %-ra vonatkoztatva a II. táblán tüntettük fel.

A légszáraz és szárított anyagban foglalt nitrogén és protein gramm %-ait, valamint a kimosott siker mennyiségére és állapotára vonatkozó százalékos számokat az I—II. táblán közöljük.

A III. táblán a rost-meghatározásra vonatkozó adatokat mellékeltek.

A búza termőhelyét stb. feltüntető adatokat helyszűke miatt «A búza termőhelye» rovatban le nem írhatván, számok alatt vonatkoztatás történt «A vizsgálat alá vett búzának termőhelyére és termelésére vonatkozó adatok»-ra. (3. old.)

A könnyebb áttekinthetőség kedvéért a IV. táblán foglaltuk össze lehetőleg ugyanazon helyre vonatkozó búza elemzéseket különböző elemzőktől s kitüntettük a magyar búza elemzéseknél talált legnagyobb (maximum) és legkisebb (minimum) értékeket a siker tartalomra vonatkozólag; egyuttal idejegyeztük, hogy hány búza elemzéséből valók ezen értékek. Az összehasonlításnál a nitrogénből 6·25 proteín factor alkalmazásával számítottuk ki a proteíneket s ez az oka, hogy Lengyel adatai itt kisebbek a proteínre vonatkozólag, mint az eredeti szövegben, mert ő más nagyobb proteínt adott ugyanazon nitrogén mellett.

I. Tábla.

Nitrogen és protein a magyar búzákbán légszár az anyagban.

A buza termőhelye	Vett anyag az elemzéshez	Elhasznált $\frac{1}{100}$ normal H_2SO_4	Talált nitrogen N.	Nitrogen %	Protein %	Kimosott sikér			
						súlya	állapota	hány grm terhelemmel szakított el?	búzásnál nyílt cm
1. Zsombolya. Gróf Csekonics	1.0015	17.80	0.02492	2.4892	15.657	37.2	fgy. ¹ ny. ²	48	80
	1.0204	18.12	0.02536	2.4882	15.549				
2. Zsombolya. Gróf Csekonics	1.0763	18.65	0.02608	2.423	15.14	34.1	«	50	80
	1.0280	17.85	0.02492	2.424	15.15				
3. Zsombolya. Gróf Csekonics	1.1466	20.10	0.02814	2.454	15.33	34.5	«	50	70
	0.9579	16.87	0.023618	2.455	15.34				
4. Zsombolya. Gróf Csekonics	1.0573	19.2	0.02688	2.542	15.88	30.7	«	50	80
	1.1220	20.3	0.02842	2.536	15.83				
5. Kalocsai érseki uradalom	0.9300	15.7	0.02198	2.363	14.768	27.5	fgy. rg. ³	110	38
	1.0113	17.2	0.02408	2.380	14.87				
6. Kalocsai érseki uradalom	1.0305	18.55	0.02597	2.52	15.75	38.5	fgy. ny.	60	57
	1.1520	20.70	0.02898	2.51	15.687				
7. Kalocsai érseki uradalom	1.0520	18.1	0.02534	2.4087	15.054	36.5	«	80	44
	1.138	19.6	0.02744	2.409	15.056				
8. Kalocsai érseki uradalom	1.0984	17.1	0.02394	2.18	13.625	27.0	fgy.	100	40
	1.0712	16.8	0.02352	2.195	13.71				
9. Kalocsai érseki uradalom	1.4210	22.5	0.0315	2.217	13.856	27.5	«	100	40
	1.1125	17.65	0.0247	2.221	13.88				

¹ fehér gyöngyszínű; ² nyúlós; ³ ruganyos.

A buza termőhelye	Vett anyag az elemzéshez	Elhasznált $\frac{1}{10}$ normal H_2SO_4	Talált nitrogén N.	Nitrogen %	Protein %	Kimosott sikkér			
						súly	állapota	húny g/m terhelésnél száraznál	nyúl tem.
10. Gr. Trauttmannsdorf B. pusztája	0.9335	16.30	0.02282	2.444	15.27	35.5	fgy. ¹ erg. ²	130	20
	1.1923	20.80	0.02912	2.442	15.26				
11. Csanádi püspöki uradalom	1.0041	16.12	0.022568	2.247	14.0437	30.5	fgy. ³ rg. ³	140	22
	1.260	20.21	0.028294	2.246	14.037				
12. Csanádi püspöki uradalom	1.1005	18.05	0.02527	2.29623	14.35	29.7	"	125	24
	1.0660	17.5	0.0245	2.298	14.36				
13. Gróf Nákó n.-sz.-miklósi uradalom	1.138	18.0	0.0252	2.2138	13.836	35.5	fgy. ⁴ fny. ⁴	70	57
	1.0630	16.7	0.02338	2.199	13.74				
14. Gróf Nákó n.-sz.-miklósi uradalom	1.2612	19.2	0.02786	2.21	13.81	33.8	"	70	48.5
	1.1038	17.6	0.02464	2.23	13.93				
15. Gróf Nákó n.-sz.-miklósi uradalom	1.2470	19.04	0.026656	2.138	13.36	33.2	"	70	48
	1.0210	15.6	0.02184	2.14	13.37				
16. Gróf Nákó n.-sz.-miklósi uradalom	1.1682	19.8	0.02772	2.373	14.83	34.7	"	70	50
	1.011	17.2	0.02408	2.38	14.87				
17. Gróf Nákó n.-sz.-miklósi uradalom	1.2918	20.5	0.02870	2.222	13.88	34.0	"	75	42
	1.0880	17.28	0.024192	2.220	13.87				
18. Gróf Nákó n.-sz.-miklósi uradalom	1.0168	17.0	0.0238	2.340	14.62	34.50	"	70	49
	1.008	16.8	0.02352	2.33	14.56				
19. Görgey Gyula Nemes-Remete	1.0318	16.4	0.02296	2.225	13.90	32.7	fgy. ⁴ fny. ⁴ rg.	80	29
	1.0047	16.1	0.02254	2.24	14.00				
20. Báró Sina-féle uradalom	1.2556	19.8	0.02772	2.20	13.75	32.6	"	80	30
	1.1581	18.3	0.02562	2.21	13.8				

¹ fehér gyöngyszínű ; ² erg. = erősen ruganyos ; ³ ruganyos ; ⁴ félig nyúlós.

A buza termőhelye	Vett anyag az elemzéshez		Elhasznált $\frac{1}{10}$ normal H_2SO_4	Talált nitrogén N.	Nitrogén %	Protein %	Kimosott sikér			
	súly	állapota					hány gramm terhelésnél szakadt el?	búzásnál nyílt cm.		
21. Veszprémi püspökség	1.0045	17.20	0.02404	2.387	14.91	35	fgy. ¹ fny. ²	50	35	
	1.0005	17.00	0.02380	2.378	14.86					
	0.9865	16.90	0.02366	2.389	14.93					
22. Veszprémi püspökség	1.0055	15.5	0.0217	2.178	13.61	31.6	fgy. ³ rg. ³ mgt. ⁴	90	15	
	0.9665	14.89	0.020846	2.157	13.49					
23. Veszprémi püspökség	1.0614	17.4	0.02436	2.30	14.37	33.1	fgy. rg. mgt.	100	20	
	1.281	21.0	0.0294	2.295	14.34					
24. Veszprémi püspökség	1.1430	17.50	0.0245	2.177	13.60	28.5	fs. ⁵ mgt.	80	25	
	1.1250	17.2	1.02408	2.16	13.50					
25. Veszprémi püspökség	1.3954	18.7	0.02618	1.948	12.175	28	«	70	20	
	1.3008	18.3	0.02548	1.95	12.187					
26. Veszprémi püspökség	1.1714	16.01	0.022412	1.913	11.94	26	«	50	20	
	1.1525	15.8	0.02202	1.910	11.03					
27. Veszprémi püspökség	1.3407	21.25	0.02975	2.219	13.86	29	«	50	27	
	1.269	20.10	0.02814	2.218	13.862					
28. Veszprémi püspökség	1.4133	20.5	0.0287	2.03	12.687	27.5	«	50	25	
	1.0853	15.7	0.02198	2.025	12.656					
29. Kálozi uradalom	1.1290	16.5	0.0231	2.046	12.78	25	«	60	20	
	1.0546	15.42	0.021588	2.047	12.79					
30. Kálozi uradalom	1.0910	18.0	0.0252	2.3098	14.43	26	fgy.	65	22	
	1.2181	20.1	0.02814	2.3101	14.44					
31. Kálozi uradalom	1.5477	25.6	0.03584	2.3157	14.473	29.9	sgf. ⁶	42	55	
	1.2815	21.2	0.02968	2.316	14.475					

¹ fehér gyöngyszínű; ² félig nyúlós; ³ ruganyos; ⁴ megszakadt; ⁵ fehéres-sárgás; ⁶ sárgás-fehér.

A buza termőhelye	Vett anyag az elemzéshez	Elhasznált $\frac{1}{100}$ normal H_2SO_4	Talált nitrogén N.	Nitrogén %	Protein %	Kimosott sikér			
						súlya	állapota	hány gramm tetrahidrázot szabott el?	hány gramm huzásból nyúlt em.
32. I. Kegyesrend	1.1697	18.00	0.0252	2.15	13.437	27.6	fgy. ¹	90	22
	1.0710	16.6	0.02324	2.16	13.50				
33. II. Kegyesrend	1.1615	17.0	0.0238	2.049	12.806	27.4	sg. gy. ²	63	37
	1.2310	18.0	0.0252	2.047	12.79				
34. III. Kegyesrend	1.1002	18.5	0.02590	2.354	14.71	32	fgy.	68	55
	1.0020	16.83	0.023562	2.351	14.64				
35. IV. Kegyesrend	1.0975	16.0	0.0224	2.05	12.81	27.9	«	48	35
	1.0739	15.4	0.02156	2.01	12.60				
36. Mindszent-alygyői hitbizom. uradal.	1.1980	17.75	0.02485	2.0743	12.964	29.2	sg. gy.	70	38
	1.1071	16.40	0.02296	2.074	12.962				
37. Mindszent-alygyői uradalom	1.4080	18.89	0.026446	1.8782	11.74	29.1	«	56	38
	1.4980	20.11	0.028154	1.879	11.75				
38. Mindszent-alygyői hitbizom. uradal.	1.1796	19.55	0.02737	2.3203	14.5018	30.5	«	73	35
	0.9350	15.50	0.02170	2.312	14.45				
39. Székesfehérvári püspökség	1.4883	22.4	0.03136	2.108	13.175	30.9	fgy.	80	54
	1.3320	20.0	0.0280	2.102	13.137				
40. Gróf Zichy F. uradalma	1.2551	16.35	0.02289	1.824	11.40	22.5	«	57	25
	1.0980	14.32	0.020048	1.826	11.41				
41. Kereskedelmi búza Bogsán vidékéről	1.3810	19.2	0.02688	1.9754	12.34	24.3	«	30	25
	1.4360	20.0	0.02800	1.96	12.25				
42. Kereskedelmi búza Moravicza környékéről	1.3350	18.64	0.026096	1.954	12.214	24.7	«	30	23
	1.160	16.2	0.02268	1.955	12.218				

¹ fehér gyöngyszínű; ² sárgás gyöngyszínű.

A buza termőhelye	Vett anyag az elemzéshez		Elhasznált $\frac{1}{10}$ normal H_2SO_4	Talált nitrogén N.	Nitrogén %	Protein %	Kimosott sikér			
	súly	állapota					hány gramm terhelésnél szakadt el?	húzóerő		
43. Kereskedelmi búza Versecz vidékéről	1.3230	18.45	0.02583	1.9528	12.19	24.8	fgy. ¹ ny. ²	30	22	
	1.735	15.15	0.02121	1.877	11.80					
44. Kereskedelmi búza Oravicza környékéről	1.2009	15.65	0.02191	1.8244	11.40	24.2	«	30	22	
	1.0040	13.1	0.01834	1.8267	11.416					
45. Kereskedelmi búza Temesmegyéből	1.0070	13.0	0.0182	1.80	11.2	24.1	«	30	22	
	1.2567	16.4	0.02292	1.824	11.4					
46. M. kir. földműves-iskola Ada	0.9138	15.0	0.0210	2.232	13.95	40.5	«	10	110	
	1.0350	16.5	0.0231	2.231	13.94					
47. Tordai bikatelep	1.3636	21.7	0.03038	2.23	13.93	24.2	fgy.	100	18	
	1.1521	18.35	0.02569	2.231	13.94					
48. Tordai bikatelep	1.3577	19.2	0.02688	1.979	12.368	21.2	«	110	10	
	1.0039	14.2	0.01988	1.980	12.375					
49. Kolozsmonostori gazdasági intézet	1.2055	21.80	0.03052	2.531	15.818	32.5	fgy. fny. ³	50	35	
	1.056	19.1	0.02672	2.532	15.83					
50. Kolozsmonostori gazdasági intézet	1.2844	18.70	0.02618	2.0305	12.69	30.5	fgy.	50	30	
	1.0381	15.1	0.02114	2.031	12.69					
51. Lázár M. Dálnok	1.2598	20.0	0.0280	2.221	13.88	30.8	fgy. ny.	58	27	
	1.0621	16.9	0.02366	2.227	13.91					
52. Gróf Teleki Árvéd drassói uradalma	0.8546	13.4	0.01876	2.195	13.718	31.0	fgy.	80	29	
	1.0067	15.8	0.02212	2.197	13.72					
53. Gróf Teleki Árvéd drassói uradalma	1.3522	20.5	0.0287	2.12	13.18	31.50	«	80	29	
	1.1135	16.8	0.02352	2.11	13.18					

¹ fehér gyöngyszinű; ² nyúlós; ³ félig nyúlós.

A búza termőhelye	Vett anyag az elemzéshez		Talált nitrogén N.	Nitrogén %	Protein %	Kimosott sikkér			
	Elhasznált $\frac{1}{10}$ normal H_2SO_4	súly				állapota	hány apra szemcsét szakadt el?	húzósnál nyúlt cm.	
54. Návay Kálmán Török-Szt.-Miklós	1.00	13.6	0.01904	1.904	11.90	23.2	fgy. ¹ fny. ²	130	12
	1.0216	13.9	0.01946	1.9048	11.915				
55. Návay Kálmán Török-Szt.-Miklós	1.2270	16.20	0.02268	1.85	11.56	20.8	"	120	"
	1.0361	13.68	0.019153	1.8485	11.55				
56. Id. Desseffy M. vashalmi gazdasága	1.2213	17.9	0.02506	2.0519	12.80	27.8	"	110	22
	1.0060	15.0	0.02100	2.086	12.83				
57. Román búza. Bot- tuschán környékéről	1.0040	19.5	0.02730	2.7191	16.994	32.8	fgy. ny. ³	30	70
	1.0300	20.1	0.02814	2.7300	17.06				
58. Román búza. A Duna melletti vidékekről	1.0035	16.6	0.02324	2.31	14.47	28.50	"	40	50
	1.1175	18.50	0.02590	2.32	14.50				
59. Román búza. Craiova vidékéről	1.000	15.62	0.021868	2.1868	13.667	20	fgy. mgt. ⁴	60	15
	1.1231	17.55	0.02457	2.188	13.67				
60. Román búza. Mer- cantil-qualitás I.	1.3358	17.45	0.024430	1.828	11.42	19	sg. ⁵ mgt.	70	10
	1.3140	17.0	0.0238	1.813	11.33				
61. Csehországi búza	1.1316	14.1	0.01974	1.73	10.81	16	sg. ny.	40	38
	1.3937	17.4	1.02436	1.744	10.90				
62. Amerikai búza. I. minőség	0.9381	15.7	0.02198	2.343	14.6537	30.2	sg. fny.	60	24
63. Amerikai búza. II. minőség	1.1099	17.4	0.024360	2.19	13.687	27	sg. mgt.	70	18
64. Amerikai búza. III. minőség	1.1540	15.7	0.02198	1.905	11.906	26	"	70	17

¹ fehér gyöngyszínű; ² félig nyúlós; ³ nyúlós; ⁴ megszakadt; ⁵ sárgás színű.

A búza termőhelye	Vett anyag az elemzéshez	Elhasznált $\frac{1}{10}$ normal H_2SO_4	Talált nitrogén N.	Nitro- gen %	Protein %	Kimosott sikkér			
						súly	állapota	hány gm terhelésnél szakadt el? húzásnál nyúlt cm.	
65. Ritterbergi uradal.	1.1064 15.6 1.3136 18.5		0.02184 0.025902	1.97 1.97	12.3125 12.3125	32	leg. 1 ny. 2	50	35
66. Temesvár Vadász-erdő	1.3295 23.27 1.3120 22.95		0.032578 0.03213	2.448 2.449	15.30 15.31	—	—	—	—
67. Amerikai búza	1.1362 19.92 1.2338 21.90		0.02788 0.03066	2.4545 2.485	15.34 15.53	32.5	ny.	—	—
68. Amerikai búza	1.2682 21.72 1.1093 18.61		0.03408 0.02605	2.3977 2.349	14.985 14.67	31	sg. 3 gyez. 4	—	—
69. Endre A. Félégy-házárdi	1.2041 18.82		0.026348	2.1885	13.75	30.5	leg. 1 eg. 6 ny.	—	—
70. Zsombolya	1.0932 21.36 1.2271 23.99		0.029904 0.03358	2.7354 2.7348	17.096 17.113	—	—	—	—
71. Kalocsai érseki uradalom	1.1041 21.25 1.0765 20.70		0.02975 0.02898	2.6945 2.6936	16.94 16.83	—	—	—	—

1 fehér gyöngyszínű; 2 nyúlós; 3 sajtós színű; 4 gyöngyszínű; 5 ruganyos.

II. Tábla.

Búzaelemzési adatok gramm %-ra vonatkoztatva.

A búza termőhelye	Szem- súly 1000 szem- ből	Víz	Nitro- gen	Protein	Zsír	Rost	Hamu	Nitrogen- tes vonat- anyagok	Száras anyagban	
									Nitro- gen %	Protein %
1. Zsombolya. Gróf Csekonic uradal- ma. Pusztaborító 1891. évi termés	0,0241	11,452	2,4886	15,553	1,401	2,07	1,810	67,714	2,8104	17,565
2. Zsombolya. Gróf Csekonic uradal- ma. Pusztaborító 1891. évi termés. Közönséges őszi búza	0,02805	11,233	2,423	15,14	1,411	1,90	1,796	68,520	2,729	17,061
3. Zsombolya. Gróf Csekonic uradal- ma. Julia-major. Őszi váltó búza. 1891. évi termés	0,0328	11,102	2,454	15,33	1,481	1,77	1,802	68,515	2,760	17,25
4. Zsombolya. Gróf Csekonic uradal- ma. Julia-major. Közönséges őszi búza	0,03061	10,721	2,539	15,86	1,501	1,83	1,918	68,170	2,821	17,631
5. Kalocsai érs. ura- dalom. Hajósi ke- rület. Hildi gaz- daság. Bánáti őszi búza	0,03234	12,113	2,371	14,819	1,473	2,06	1,749	67,786	2,697	16,856
6. Kalocsai érs. ura- dal. Kalocsai ke- rület. Malomszegi dülő. Bánáti őszi búza 1891. évi ter- més	0,04061	11,043	2,52	15,75	1,512	2,06	1,791	67,812	2,832	17,7
7. Kalocsai érs. ura- dal. Kalocsai ker. Kőégetői dülő. — Bánáti őszi búza 1891. évi termés	0,0399	11,109	2,4088	15,055	1,543	2,25	1,716	68,327	2,71	16,94

A búza termőhelye	Szem- súly 1000 szem- ből	Víz	Nitro- gen	Protein	Zsír	Rost	Hamu	Nitrogen- tes vonat- anyagok	Szár- anyagban	
									Nitro- gen ‰	Protein ‰
8. Kalocsai érs. uradalom, Hajósi ke- rület Érsekhalmi és K.-S.-Györgyi gazdaság. Bánáti őszi búza.	0.0304	12.271	2.187	13.66	1.371	2.05	1.822	68.826	2.492	15.57
9. Kalocsai érs. uradal. Kalocsai ke- rület. Telcki dűlő	0.0353	12.614	2.219	13.868	1.401	2.06	1.784	68.273	2.503	15.64
10. Gr. Trauttmanns- dorf Bonum pusztája Orosháza. — Tiszavidéki őszi búza 1891. évi ter- més	0.0287	10.914	2.443	15.27	1.582	1.91	1.813	68.511	2.742	17.14
11. Csanádi püspöki uradalom. Lelei puszta	0.0377	11.276	2.246	14.040	1.432	2.06	2.134	69.058	2.531	15.82
12. Csanádi püspöki uradal. Koppa- csi puszta	0.0330	12.076	2.2971	14.35	1.532	1.99	1.931	68.121	2.613	16.43
13. Gr. Nákó n.-szt.- miklósi uradalom. Sándor-major. I. oszt. búza	0.0353	12.432	2.2064	13.788	1.286	2.28	1.876	68.338	2.52	17.75
14. Gr. Nákó n.-szt.- miklósi uradalom Dávid-major 1981. évi termés I. oszt. búza	0.0361	12.011	2.22	13.87	1.354	2.37	1.7680	68.627	2.523	15.77
15. Gr. Nákó n.-szt.- miklósi uradalom Nagy-Berta-major I. oszt. búza	0.0344	11.992	2.139	13.366	1.346	2.34	1.788	69.168	2.431	15.193



A búza termőhelye	Szem- súly 1000 szem- ből	Víz	Nitro- gen	Protein	Zsír	Rost	Hamu	Nitrogen- tes vonat. anyagok	Száras anyagban	
									Nitro- gen ‰	Protein ‰
16. Gr. Nákó n.-szt.- miklósi uradalma, Malvin-major 1-ső oszt. búza	0.0358	10.897	2.376	14.85	1.456	2.13	1.694	68.973	2.667	16.668
17. Gr. Nákó n.-szt.- miklósi uradalma, Terézia-major. — 1891. évi termés I. oszt. búza	0.0332	10.63	2.221	13.87	1.420	2.24	1.40	70.440	2.485	15.532
18. Gr. Nákó n.-szt.- miklósi uradalma, Kálmán-major I. oszt. búza	0.03598	11.002	2.33	14.59	1.463	2.20	1.622	69.123	2.620	16.231
19. Görgy Gyula Nemes-Remete. Báuaíti búza 1892. évi termés	0.0362	13.002	2.232	13.95	1.64	2.17	1.741	67.497	2.565	16.031
20. Báró Sina-féle urad. Másiak Te- mesmegye, 1892. évi termés	0.0358	13.114	2.20	13.77	1.58	2.20	1.801	67.535	2.532	15.825
21. Veszprémi püs- pökség, Ősi gaz- daság, Őszi búza 1891. évi termés	0.0313	12.145	2.388	14.92	1.41	2.30	1.793	67.432	2.718	16.987
22. Veszprémi püs- pökség, Ősi gaz- daság, Tav. búza 1891. évi termés	0.02628	11.461	2.167	13.55	1.38	2.33	1.94	69.339	2.448	15.300
23. Veszprémi püs- pökség, Hajmás- kéri gazd. Kútfői dülő	0.0315	12.311	2.297	14.35	1.41	2.16	1.901	67.868	2.62	16.37

A búza termőhelye	Szem- súly 1000 szem- ből	Víz	Nitro- gen	Protein	Zsír	Rost	Hamu	Nitrogen- tes vonat- anyagok	Szár- anyagban	
									Nitro- gen ‰	Protein ‰
24. Veszprémi püs- pökség. Sümegi gazd. Régi fajbúza 1891. évi termés	0.0367	13.171	2.168	13.550	1.402	2.37	1.786	67.721	2.497	15.60
25. Veszprémi püs- pöks. Deáki gazd. Közönséges homi búza 1891. évi ter- més	0.0298	13.456	1.949	12.18	1.31	2.33	1.981	68.742	2.252	14.075
26. Veszprémi püs- pökség. Ősi gaz- daság. Közönsé- ges őszi búza	0.0338	14.276	1.911	11.64	1.28	2.33	2.013	68.461	2.229	13.931
27. Veszprémi püs- pökség. Sümegi gazdaság. Közön- séges zalai búza	0.0355	11.622	2.218	13.861	1.31	2.27	1.883	69.054	2.51	15.687
28. Veszprémi püs- pökség. Sümegi gazdaság	0.0358	10.264	2.027	12.671	1.313	2.48	1.812	71.460	2.260	14.125
29. Kálozi uradalom. Hatvani gazdaság 1890. évi termés	0.0265	10.941	2.046	12.78	1.344	1.97	1.923	71.042	2.297	14.360
30. Kálozi uradalom. Zichyfalvi gaz- daság. 1890. évi termés	0.0353	9.890	2.3099	14.43	1.512	1.77	1.883	70.515	2.563	16.02
31. Kálozi uradalom. Kis-hörsöki gaz- daság. 1890. évi termés	0.0276	10.446	2.3158	14.474	1.453	2.16	1.774	69.693	2.586	16.16

A búza termőhelye	Szem- súly 1000 szem- ből	Víz	Nitro- gen	Protein	Zsír	Rost	Hamu	Nitrogenmen- tes vonat. anyagok	Szárít- anyagban	
									Nitro- gen %	Protein %
32. I. Kegyesrend dörgösei uradal- ma. Tiszavideki őszli búza 1891. évi termés	0,0379	11,877	2,15	13,468	1,366	2,38	1,891	69,018	2,44	15,25
33. II. Kegyesrend dörgösei uradal- ma. Őszli búza 1891. évi termés	0,0357	11,776	2,048	12,798	1,322	2,08	1,902	70,122	2,321	14,49
34. III. Kegyesrend dörgösei uradal- ma. Tiszavideki őszli búza 1891. évi termés	0,0354	11,789	2,352	14,70	1,518	2,34	1,764	67,889	2,668	16,66
35. IV. Kegyesrend dörgösei uradal- ma 1890. évi ter- més	0,0398	10,464	2,03	12,70	1,347	2,21	2,032	71,247	2,267	14,17
36. Mindzeint-al- győi hitbizományi uradalom. Baksi rézl. Réti búza	0,0369	11,444	2,0741	12,963	1,382	2,21	1,775	70,226	2,342	15,04
37. Mindzeint-al- győi urad. Sövény- házai gazdaság	0,0407	13,212	1,8786	11,74	1,334	1,90	1,811	70,003	2,146	13,525
38. Mindzeint-al- győi hitbizományi urad. Baksi gaz- daság	0,0338	11,442	2,3161	14,47	1,534	1,91	1,722	68,922	2,615	16,344
39. Székesfehérvári puspökség. Sárke- resztvári gazdaság Lászlótelek pusz- tája. 1892. évi ter- més	0,03331	13,246	2,105	13,156	1,421	1,93	1,592	68,655	2,425	15,16

A búza termőhelye	Szem- súly 1000 szem- ből	Víz	Nitro- gen	Protein	Zsír	Rost	Hamu	Nitrogen- tes vonat anyagok	Száras anyagban	
									Nitro- gen % o	Protein % o
40. Gróf Zichy Fe- rencz bihar-dió- szeghi uradalma. Köz. őszi búza	0,0372	12.369	1.825	11.40	1.384	2.22	1.8523	70.772	2.0754	12.971
41. Kereskedelmi búza Bogsán vi- dékéről. Herzl Dá- vid az osztr. áll. vasutak malmai- nak szállítójától	0,03397	12.413	1.9677	12.29	1.407	2.39	1.789	69.711	2.2602	14.13
42. Keresked. búza Moravicza környé- kéről. Herzl Dá- vid az osztr. áll. vasutak malmai- nak szállítójától	0,0301	11.471	1.954	12.212	1.426	2.37	1.811	70.710	2.197	13.73
43. Kereskedelmi búza Versecz vidé- kéről. Herzl Dá- vid az osztr. áll. vasutak malmai- nak szállítójától	0,0353	12.433	1.9149	11.99	1.224	2.33	1.788	70.235	2.174	13.59
44. Kereskedelmi búza Oravicza vi- dékéről. Herzl D. az osztr. áll. vas- utak malmainak szállítójától	0,0334	11.06	1.8255	11.40	1.401	2.34	1.912	71.887	2.052	12.83
45. Keresked. búza Temesmegyéből. Klein testvérek- től. III. rendű	0,03431	10.882	1.812	11.3	1.366	2.46	1.877	72.115	2.033	12.41
46. M. kir. földmí- ves iskola. Ada, Bács-Bodrogh m. 1891. évi termés. Bácskai búza	0,0347	12.355	2.231	13.94	1.456	2.02	1.444	68.785	2.545	15.91
47. Tordai bikate- lep. Bánáti búza- faj 1891. évi ter- més	0,04018	11.376	2.230	13.93	1.501	2.23	1.955	69.008	2.516	15.73

A búza termőhelye	Szem- súly 1000 szem- ből	Víz	Nitro- gen	Protein	Zsír	Rost	Hamu	Nitrogen- tes vonat. anyagok	Szár- anyagban	
									Nitro- gen % /4	Protein %
48. Tordai bikate- lep. Tordai határ. Bánáti búza 1892. évi termés	0.0429	13.122	1.979	12.371	1.512	2.15	1.958	68.887	2.28	14.25
9. Kolozsmonostori gazdasági intézet. Tiszavidéki búza	0.0432	10.664	2.531	15.824	1.776	1.88	1.823	68.033	2.883	16.51
50. Kolozsmonostori gazdasági intézet. Tiszavidéki búza 1892. évi termés	0.0390	13.787	2.030	12.69	1.378	2.18	1.844	68.121	2.357	14.73
51. Lázár Mihály Dálnok. (Erdély.) 1891. évi termés	0.03378	11.322	2.224	13.89	1.553	1.93	1.703	69.602	2.498	15.61
52. Gr. Teleki Árvéd drassói uradalma. Thomas-salak	0.0418	13.242	2.196	13.719	1.477	2.16	1.913	67.489	2.526	15.69
53. Gr. Teleki Árvéd drassói uradalma	0.0349	13.301	2.11	13.7	1.488	2.28	1.952	67.279	2.4106	15.66
54. Návay Kálmán Tör.-Szt.-Miklós. (Jász-Nagy-Kun- Szolnok m.) Őszi búza. 1892. évi termés	0.02845	13.233	1.9044	11.907	1.373	1.96	1.932	69.595	2.195	13.72
55. Návay Kálmán Tör.-Szt.-Miklós. Őszi búza 1891. évi termés	0.0319	13.110	1.849	11.55	1.324	2.43	1.961	69.625	2.1022	13.25

A búza termőhelye	Szem- súly 1000 szem- ből	Víz	Nitro- gen	Protein	Zsír	Rost	Hamu	Nitrogen- tes vonat- anyagok	Száras anyagban	
									Nitro- gen %	Protein %
56. Id. Dessewffy M. vashalmi gazda- sága Tisza-Eszlár határában. Tisza- vidéki őszi búza 1892. évi termés	0.0350	13.616	2.068	12.81	1.423	1.99	1.798	68.363	2.394	14.96
57. Román búza Bot- tuschán környé- kéről. Klein test- vérektől	0.0312	11.023	2.7245	17.02	1.667	1.75	1.394	67.949	3.062	19.14
58. Román búza. — A Duna melletti birtokokból: Cala- fat, Carebia, Turn- szeverin. — Klein testvérektől	0.02787	11.81	2.31	14.48	1.326	1.80	1.611	68.973	2.6205	16.378
59. Román búza. — Craiova vidékéről. Klein testvérektől	0.0240	10.840	2.1874	13.66	1.327	1.81	1.666	70.697	2.454	15.337
60. Román búza. — Mercantilqualitás III. Klein testvé- rektől	0.0256	11.36	1.820	11.37	1.317	2.00	1.892	72.061	2.053	12.83
61. Csehországi búza. Klein test- vérektől 1892. évi termés	0.0398	13.89	1.737	10.85	1.227	1.70	1.674	70.659	2.017	12.6
62. Amerikai búza I. qualitás. Mühle V. terménykeres- kedőtől. Temes- vár 1891.	0.0316	12.23	2.343	14.65	1.501	2.121	2.092	67.406	2.668	16.675
63. Amerikai búza II. qualit. Mühle V. terménykeres- kedőtől 1891.	0.0323	12.50	2.19	13.68	1.455	2.278	2.042	68.1045	2.502	15.64

A búza termőhelye	Szem- súly 1000 szem- ből	Víz	Nitro- gen	Protein	Zsír	Rost	Hamu	Nitrogennel- tes vonal. anyagok	Száras anyagban	
									Nitro- gen ‰	Protein ‰
64. Amerikai búza. III. qualit. Mühle V. terménykeres- kedőtől 1891. évi termés	0.0330	12.01	1.915	11.906	1.381	2.417	2.122	70.164	2.177	13.6
65. Rittbergi urada- lom. Temesme- gye	0.03631	12.14	1.97	12.31	1.441	1.951	1.821	70.337	2.243	14.01
66. Temesvár Va- dászerdő. Mokry I. 1894. évi ter- més. — Humozus agyagos talaj	—	11.85	2.448	15.30	1.82	1.912	1.833	67.250	2.777	16.95
67. Amerikai búza. Hard Manitoba Wheat. 1894. évi termés. Mühle V. magkereskedő ut- ján	—	11.36	2.485	15.53	—	—	—	—	2.803	17.41
68. Amerikai búza. Hard Spring 1894. évi termés. Mühle V. magkereskedő útján	—	11.23	2.3493	14.67	—	—	—	—	2.645	16.54
69. Endre A. kir. főmérnök. Félégy- házáról. — Szikes talaj. 1894. évi ter- més	—	13.01	2.1885	13.75	1.285	2.21	1.973	68.072	2.51572	15.72
70. Zsombolya Julia major. 1895. évi termés	—	11.53	2.7346	17.20	—	—	—	—	3.0916	19.31
71. Kalocsai érseki urad. Malomszegi dűlő 1895. évi termés	—	11.80	2.6964	16.94	—	—	—	—	3.0547	19.092

III. Tábla.

Rostmeghatározás a magyar búzában.

A búza termőhelye	Elemzés alá vett anyagok	Kifőzött és 120° C-nál száritott rost	Ezen rost- ban talált hamu	Tiszta rost	% rost
1. Zombolya. Gróf Csekönics	3.0050	0.0640	0.0017	0.0623	2.07
2. Zombolya. Gróf Csekönics	3.1315	0.0625	0.0020	0.0605	1.90
3. Zombolya. Gróf Csekönics	3.2036	0.617	0.0039	0.0578	1.77
4. Zombolya. Gróf Csekönics	3.1320	0.0592	0.0017	0.00575	1.83
5. Kalocsai érseki uradalom	3.8299	0.0815	0.0023	0.0792	2.06
6. Kalocsai érseki uradalom	2.4611	0.05250	0.0018	0.0507	2.06
7. Kalocsai érseki uradalom	3.4088	0.0790	0.0023	0.0767	2.25
8. Kalocsai érseki uradalom	2.9927	0.9632	0.0017	0.0615	2.05
9. Kalocsai érseki uradalom	3.1010	0.0664	0.0024	0.0640	2.06

A búza termőhelye	Elemzés alá vett anyagok	Kifőzött és 120° C-nál száritott rost	Ezen rost- ban talált hamu	Tiszta rost	% rost
10. Gr. Trauttmannsdorf B. pusztája	3.4194	0.0672	0.0018	0.0654	1.91
11. Csanádi püspöki uradalom	3.0025	0.0641	0.0021	0.0620	2.065
12. Csanádi püspöki uradalom	3.144	0.0626	0.0019	0.0626	1.99
13. Gróf Nákó n.-sztmiklósi uradalom	2.4298	0.0575	0.0020	0.0555	2.28
14. Gróf Nákó n.-sztmiklósi uradalom	2.9180	0.0714	0.0019	0.0695	2.37
15. Gróf Nákó n.-sztmiklósi uradalom	2.8930	0.06821	0.0019	0.06802	2.34
16. Gróf Nákó n.-sztmiklósi uradalom	3.1521	0.0731	0.0017	0.0718	2.13
17. Gróf Nákó n.-sztmiklósi uradalom	3.1015	0.0721	0.0020	0.0701	2.24
18. Gróf Nákó n.-sztmiklósi uradalom	3.0010	0.0705	0.0023	0.0682	2.26
19. Görgey Gyula Nemes-Remete	2.8192	0.0631	0.0017	0.0614	2.17
20. Báró Sina-féle uradalom	2.5110	0.0579	0.0015	0.0554	2.21

A búza termőhelye	Elemzés alá vett anyagok	Kifőzött és 120° C-nál száritott rost	Ezen rost- ban talált hamn	Tiszta rost	% rost
21. Veszprémi püspökség	2.8320	0.0726	0.0020	0.0706	2.49
22. Veszprémi püspökség	2.4100	0.0578	0.0016	0.0562	2.33
23. Veszprémi püspökség	2.4137	0.0536	0.0015	0.0521	2.16
24. Veszprémi püspökség	3.0917	0.0751	0.0017	0.0734	2.37
25. Veszprémi püspökség	3.4150	0.0843	0.0016	0.0797	2.33
26. Veszprémi püspökség	3.0141	0.0766	0.0015	0.0751	2.48
27. Veszprémi püspökség	2.9435	0.0685	0.0018	0.0669	2.27
28. Veszprémi püspökség	3.1005	0.0741	0.0021	0.0720	2.33
29. Kálozi uradalom	2.8210	0.0569	0.0017	0.0552	1.97
30. Kálozi uradalom	2.8105	0.0516	0.0020	0.0496	1.77
31. Kálozi uradalom	3.0320	0.0679	0.0020	0.0657	2.16

A búza termőhelye	Elemzés alá vett anyagok	Kifőzött és 120° C-nál száritott rost	Ezen rost- ban talált hamu	Tiszta rost	% rost
32. I. Kegyesrend	3,6291	0,0891	0,0024	0,0867	2,38
33. II. Kegyesrend	3,4038	0,0728	0,0020	0,0708	2,08
34. III. Kegyesrend	3,3178	0,0800	0,0021	0,0779	2,34
35. IV. Kegyesrend	3,275	0,0744	0,0029	0,0725	2,21
36. Mindszent-algyői hitbizom. uradal.	3,0485	0,0699	0,0025	0,0674	2,21
37. Mindszent-algyői uradalom	3,1958	0,0624	0,0017	0,0607	1,90
38. Mindszent-algyői hitbizom. uradal.	3,0861	0,0612	0,0021	0,0591	1,91
39. Székesfehérvári püspökség	3,0760	0,0611	0,0016	0,0595	1,93
40. Gróf Zichy F. uradalma	3,0146	0,0720	0,0019	0,0701	2,22
41. Kereskedelmi búza Bogsán vidékéről	3,0025	0,0742	0,0023	0,0719	2,39
42. Kereskedelmi búza Moravicza környé- kéről	2,8915	0,0687	0,0017	0,0670	2,37

A búza termőhelye	Elemzés alá vett anyagok	Kifőzött és 120° C-nál száritott rost	Ezen rost- ban talált hamu	Tiszta rost	% rost
43. Kereskedelmi búza Versecz vidékéről	3.3100	0.0801	0.0027	0.0774	2.33
44. Kereskedelmi búza Oravieza környé- kéről	3.1270	0.0752	0.0020	0.0732	2.34
45. Kereskedelmi búza Temesmegyéből	2.9170	0.0736	0.0015	0.0721	2.46
46. M. kir. földműves- iskola Ada	2.7872	0.0577	0.0020	0.0557	2.02
47. Tordai bikatelep	3.210	0.0737	0.0019	0.0718	2.23
48. Tordai bikatelep	3.1527	0.0695	0.0016	0.0679	2.15
49. Kolozsmonostori gazdasági intézet	3.5792	0.0680	0.0015	0.06785	1.88
50. Kolozsmonostori gazdasági intézet	2.413	0.0542	0.0017	0.0525	2.18
51. Lázár M. Dálnok	3.0097	0.0598	0.0016	0.0582	1.93
52. Gróf Teleki Árvéd drassói uradalma	4.7978	0.1060	0.0023	0.1057	2.161
53. Gróf Teleki Árvéd drassói uradalma	3.6510	0.0860	0.0013	0.0847	2.28

A búza termőhelye	Elemzés alá vett anyagok	Kifőzött és 120° C-nál száritott rost	Ezen rost- ban talált hamu	Tiszta rost	% rost
54. Návay Kálmán Török-Szt.-Miklós	3.0092	0.0615	0.0021	0.0594	1.96
55. Návay Kálmán Török-Szt.-Miklós	2.7430	0.0673	0.0019	0.0654	2.433
56. Id. Desseffy M. vashalmi gazda- sága	3.1468	0.0640	0.0015	0.0625	1.99
57. Román búza. Bo- tuschán környéké- ről	3.0027	0.0543	0.0017	0.0526	1.75
58. Román búza. A Duna melletti vidékekről	3.0019	0.0560	0.0018	0.0542	1.80
59. Román búza. Craiova vidékéről	3.0049	0.0563	0.0018	0.0545	1.81
60. Román búza Mer- cantil-qualitás I.	3.1827	0.0650	0.0016	0.0634	2.00
61. Csehországi búza	4.7141	0.0803	0.0015	0.0788	1.70
62. Amerikai búza I. qualitás	4.4380	0.0954	0.0019	0.0945	2.121
63. Amerikai búza. II. qualitás	3.2378	0.0753	0.0017	0.0736	2.278
64. Amerikai búza. III. qualitás	3.4008	0.0841	0.0015	0.08260	2.417

A búza termőhelye	Elemzés alá vett anyagok	Kifőzött és 120° C-nál száritott rost	Ezen rost- ban talált hamu	Tiszta rost	% rost
65. Rittbergi uradal.	3.6591	0.0733	0.0016	0.0717	1.951
66. Temesvár Vadász- erdő	—	—	—	—	—
67. Amerikai búza	—	—	—	—	—
68. Amerikai búza	—	—	—	—	—
69. Endre A. Félegy- házáról	2.7621	0.0657	0.0015	0.0642	2.21
70. Zsombolya	—	—	—	—	—
71. Kalocsai érseki uradalom	—	—	—	—	—

IV. Tábla.

A magyar búzák nitrogén- és protein-tartalmának összehasonlító táblázata száraz anyagban. — Protein-factor 6.25.

A búza megnevezése, termőhelye vagy fajtája	Elemezte ¹ Say Mór		Elemezte ² Lengyel B.		Elemezte ³ Csanádi G.		Általunk elemezve		Jegyzet
	A búza termő éve								
	1865—1866		1866—1866		1889—1890		1891—1895		
	Nitrogen	Protein	Nitrogen	Protein	Nitrogen	Protein	Nitrogen	Protein	
1. Székesfehérvári búza	3.34	20.86	2.76	17.46	Elemzésénél a nitrogént nem közli.	17.68	2.425	15.16	Poligot ⁴ 1845. évből 2.503, 15.64
2. Karczag	3.13	19.56	3.04	19.00		—	—	—	
3. Tiszavidéki búza	—	—	2.87	18.06		—	2.742	17.14	
4. Bánáti búza	—	—	2.45	15.31		—	2.71	16.94	
5. Kolozsvár	2.35	14.68	—	—		16.65	2.883	16.51	
6. Torda	2.27	14.18	—	—		13.36	2.28	14.25	
7. Dálnok	2.27	14.18	—	—		—	2.498	15.61	
8. Torontál	2.69	16.81	—	—		17.43	3.0916	19.31	
9. Veszprémi püsp. urad.	—	—	—	—		16.84	2.718	16.987	
10. Veszprémi püsp. urad.	—	—	—	—		13.46	2.260	14.12	
11. Trauttmansdorf Orosh.	—	—	—	—		15.70	2.742	17.14	
12. Gr. Nákó N.-Szt.-Mikl.	—	—	—	—		16.82	2.52	17.75	
13. Gr. Teleki A. Drassó.	—	—	—	—		13.35	2.426	15.69	
14. Návay Török-Szt.-Mikl.	—	—	—	—		15.26	2.195	13.72	

Határérték számok a különböző elemzőknél :

Hány elemzésből	—	15	—	5	—	83	—	61
Maximum	—	20.86	—	19.00	—	18.88	—	19.31
Minimum	—	14.20	—	16.34	—	12.38	—	12.41

¹ A kir. magyar Term. tud. társ. közlönye 6. kt. 2. füz. 93. lap.

² A kir. magyar Term. tud. társ. közlönye 6. kt. 2. füz. 117. lap.

³ Csanádi Gusztáv: Magyar búzák elemzése.

⁴ Ann. d'agric. franç. 1854. I. 88

Következtetések.

Ha azon kérdésre, vajjon az utolsó évtizedekben csökkent-e a magyar búza sikértartalma, megezáfolthatatlan eredményhez akarnánk jutni, legalább is 10—15 évig kellene Magyarországon különböző helyeiről évről-évre búzaelemzéseket végezni a rendes vetés forgóban termelt búzákból, s ekkor is mérlegelni azon nem állandó, de gyakran ismétlődhető káros befolyásokat, melyek a búza kvalitására kihatnak.

Elemzéseinkből, ha nem is megdönthetlen ítéletet, de biztos tájékozást szerezhetünk, mert adatainkat közvetlen hasonlíthatjuk össze a 30 év előtt végzett elemzésekkel, miután egyhelyű termesztményeket is elemzés alá vettünk.

PELIGOT az 1845. évben termelt magyar búzáknak

sikértartalmát	15·54 %-nak,
WARTHA VINCZE * ezelőtt 17 évvel	14·77 %-nak,
DEMPWOLF * 1869-ben $\frac{2}{3}$ Tiszavidéki $\frac{1}{3}$ bánátnál	16·04 %-nak,
SAY M. 1866-ban	17·00 % (átlag),
LENGYEL B. 1866-ban	17·67 %-nak,
CSANÁDY 1889-ben	15·63 %-nak,
Elemzéseink 1891—95-ben	15·82 % (átlag)-nak találta.

Ha SAY Mórnak ugyanazon búzatermő helyre vonatkozó búza sikérelméseit az általunk végzett sikérelmésekkel összehasonlítjuk (IV. táblán), akkor a székesfehérvári búzát kivéve, elemzéseink mindenütt nagyobb sikértartalmat mutatnak ki a magyar búzában, néhol 2·5 %-kal (torontáli búza) is; ezt megerősítik CSANÁDY G. 1889-beli elemzései.

Igaz ugyan, hogy SAY sikérelméseinél az előálló átlag 1·18-dal nagyobb az elemzéseinkben megállapított átlagnál, de miután ő mind elsörendű búzákat elemzett s csak 15 búza elemzése van, átlagnak azt nem tekinthetjük; éppen így vissza kellene

* PEKÁR: Magyarország búzája és lisztje 22. old.

utasítanunk a III.-rendű merkantil búzából nyert búzaelemzésekéből kikerülő átlagot is.

Az elemzési adatoknak összevetéséből az tűnik ki, hogy nem fogy, de sőt emelkedőben van a magyar búza sikértartalma, s csupán a székesfehérvári búzánál látszik csökkenés a 30 év előtti állapotához képest, a mennyiben SAY 20·8 % maximumot talált, mi pedig csak 15·16 %-ot mutathattunk ki e búzára vonatkozólag.

Tévedés volna azonban azt hinni, hogy tényleg csökkent Fehérmegyében a búzák sikértartalma. Időjárás, talaj, művelés-mód, vetőmag nagy mértékben befolyásolják a búza minőségét.

Nemcsak nem fogy tehát magyar búzáink sikértartalma, hanem növekszik, mi folyamánya kell is hogy legyen gazdáink életrevaló törekvéseinek és észszerű gondolkodásának, midőn a tudomány és a technika vívmányait mind nagyobb és szélesebb körben kezdik alkalmazni gazdaságaikban, hogy az őseink által elfoglalt és vérrel áztatott magyar föld termő ereje úgy a jelenben, mint a jövőben ne csökkenjen s dús termései kiszámíthatlan idő-kig képezzék a magyar államháztartás jövedelmezőségének biztos alapját.

Nem fogyott búzáink sikértartalma, sőt emelkedőben van, s versenyez bármely ország búzájának sikermennyiségével.

Egyöntetű elemzések által külföldi búzák sikermennyiségét meghatározva azt találtuk, hogy a csehországi búza 12·6 %, az amerikai 15·3 %, a romániai búza 15·92 % sikerátlagot tartalmaz, tehát helylyel-közel megközelítik a magyar búza sikértartalmát, de felül nem mulják. A búzának ép úgy, mint az individuumnak nem egy tulajdonság adja meg karakterét, hanem a jó tulajdonságok egész sorozata, illetőleg az a harmonia, a melyben ezen tulajdonságok összetalálkoznak.

A mint Arábia forró klímájához van kötve a tömjén, kávé és datolya, úgy Magyarország klímájához, földjéhez a kiváló finom sikértartalmú búza.

Nemcsak a proteinnek mennyisége egyedül adja meg a magyar búzának értékét, hanem súlya, törése, siker-, zsír-, szénhidrát- és phosphorsav-mennyiségének az a mértéke, mely még a gyengébb vetőmagból eredt búzában is uralkodó lesz, ha magyar föld nevelte.

A búzáinkban előforduló siker a legfinomabb minőségű és versenyen felül álló, s ez szerzi meg a magyar búzából előállított lisztnek azon nagy dicsőséget, hogy a lisztek világversenységéből mindig győztesen emelkedik ki.

Kimosott sikértartalma (az oldható fehérjéjétől és keményítő-től) igen nagy, a mi azt mutatja, hogy a magyar búza sikérgliadin és sikércaseinben gazdag; ez teszi tésztáját nyulóssá, rugalmassá és összetartóvá, mi azután a liszt feldolgozhatóságát és értékét határozza meg.

A búzákból kimosott siker mennyiségére és minőségére az I. táblázatban közölt számok nyujtanak tájékozást.

Ha a román vagy amerikai búzából kimosott sikért tiszta vízbe tettük, vagy oly vízbe, melybe 0·02 %-os eczetsav, tejsav vagy valamely 0·01 %-os lúg volt keverve, az szétfolyt, míg a magyar búzából kimosott siker ellenállott ezeknek. Ez magyarázza meg, hogy a tészta kelésénél, melynél szerves savak is képződnek, miért duzzad meg a magyar búza tésztája, miért lesz likacsos és könnyen emészthető a belőle készülő kenyér; azért, mert a gázok feszítőerejének sikértartalma ellenállani képes, míg a más országokból származó lisztek tésztája összeesik.

Egy elsőrendű francia sütőmester nyilatkozata szerint a legfinomabb amerikai liszt, jóllehet hogy külsejére semmiben sem különbözik a hasonló minőségű magyar árútól, azzal a hátránnyal bír, hogy míg a magyar lisztből 38·5 % sütemény telik ki, addig a legjobb amerikaiból is csak 33·5 %.

A magyar búza magas sikértartalma és utolérhetlen minősége daczára is mind nagyobb tért veszít a világpiacdon, a tengeren túli államok olcsó búzájának versenye folytán, idehaza pedig kikészítésre és vegyítésre a kartellmalmok által vámmentesen behozott olcsó román búza teszi értéktelenné a magyar gazda páratlan minőségű búzatermeszterményét.

Valószínű, hogy az olcsó, vámmentes román búza behozatalára való speculatióból, a pesti kartellmalmok konyhájában III.-rendű merkantil búzaelemzésekből süttették ki, hogy megfogyott a magyar búza sikértartalma, nem alkalmas többé a liszt előállítására, ha őrlés előtt román búza nem kevertetik hozzá.

A román búza minősége rosszabb a mienknél, mi a tészta-ján és sikértartalmán látszik meg; ezért nagyon kell vigyáznunk, nehogy a beáramló román búzából kiviteli magyar lisztet készítsenek, mert ez aztán búza- és liszttermesztményeink fogyasztó piacját komolyan veszélyeztetné.

Azzal a rendkívüli versenynyel, azzal az óriási erőfeszítéssel szemben, mit a szomszédos, úgyszintén a tengerentúli államok kifejtének, s azokkal a manipulációkkal, melyekkel mesterségesen lenyomják a magyar búza árát, s azon áramlattal szemben, melyel hazánkban az ipart és a kereskedelmet a mezőgazdaság kárára és megrontására fejlesztik, védekeznünk kell minden telhető módon.

Részünkre nem marad más hátra, mint földjeinket a lehetőségig javítani, a lehető legjobb búzatermő vidékekről való vetőmagot használni s ezáltal a termelőképességet még egyszer annyira fokozni.

A búzatermelésre nem való vagy kimerített területeken termesztett silány búzák, valamint az ilyenből, bár alkalmasabb talajon termelt búzák nem egy helyen rontották meg a magyar búza hitelét.

Főerőnk a földben, az áldott magyarföldben van; ne engedjük azt gyöngülni.

A jól megművelt földön, jó vetőmagból termelt magyar búza szívesen látott lesz mindig a világpiaczon; épen olyan szívesen látott, mint a milyen szívesen vásárolt a magyar búzából őrölt liszt, a melyből «dagadós», míg az angol, cseh, amerikai lisztből csak lapos és esetlen kenyeret lehet sütni; Magyarországnak természeti kiváltsága a liszt a világkereskedelemben, épúgy, mint Olaszországnak a nyersselyem, Angliának a pamut-fonál.

Az általunk megvizsgált búza egy középtermést hozó esztendő közepes termése. Elemzésünk bár nem produkál magas százalékokat, mindazonáltal nem egy megnyugtató tanúságot tartalmaz. Ezek:

1. *Magyarország gazdái a minőség emelésén is fáradoznak. A békési, torontáli, kolozsvári, kalocsai, tordai stb. búzák szemre, súlyra, összetételre kiállják a külföld legkitűnőbb terméseivel.*

2. *A magyar búzák összetétele általában nem változott; nem különösen azon helyeken, a hol a termelő öntudatosan foglalkozik a búza termelésével.*

3. *Búzáink nedvességtartalma igen csekély, nagy a zsírtartalma, csekély a korpát adó rost.*

4. *Nagy zsírtartalommal nagy nitrogén- és kis hamútartalom jár és megfordítva.*

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1899. április 17.-én tartott üléséből.)

ADALÉK

AZ ALGEBRAI RESOLVENSEK ELMÉLETÉHEZ.

RADOS GUSZTÁV I. tagtól.

Algebrai kérdésekkel való huzamosabb foglalkozásom alatt mindinkább arra a meggyőződésre jutottam, hogy az m -edfokú algebrai egyenletek tárgyalása szymmetrikusabb és átnézetesebb, ha vizsgálódásainkat nem magukra az egyenletnek gyökeire, hanem bizonyos velük szoros kapcsolatban álló m -elemű értékrendszerekre vonatkoztatjuk, tehát egy-egy egyszerű számértéket egy nála sokkal komplikáltabb alakzattal, m számból álló értékrendszerrel pótoljuk. E sajátságos jelenség oka tüstént világossá lesz előttünk, mihelyt a fennforgó viszonyokat geometriailag értelmezzük. Midőn ugyanis magukat a gyököket vizsgáljuk, akkor ezek geometriailag egy és ugyanazon egyenesnek pontjaival ábrázolandók s így az egész vizsgálatnak — úgyszólván — színhelye erre az egyenesre szorítkozik; ha ellenben a gyököket m -elemű értékrendszerekkel pótoljuk, akkor ezeknek geometriai ábrázolása az m dimenziós tér pontjaival történik s ebben a mozgás szabadsága tetemesen nagyobb. A mozgás e nagyobb szabadságának köszönhető a tárgyalás nagyobb áttekinthetősége és szymmetrikusabb alakulása is.

Ha

$$f(\lambda) \equiv A_0\lambda^m + A_1\lambda^{m-1} + \dots + A_{m-1}\lambda + A_m = 0$$

az alapul szolgáló m -edfokú algebrai egyenlet, és ennek gyökei:

$$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m,$$

akkor mindig található oly

$$x'_\alpha = a_{\alpha 1}x_1 + a_{\alpha 2}x_2 + \cdots + a_{\alpha m}x_m$$

($\alpha = 1, 2, \dots, m$)

lineár helyettesítés, a melynek karakteristikus egyenlete

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} - \lambda & \cdots & a_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mm} - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

épen a megadott

$$f(\lambda) = 0$$

egyenlet.*

E lineár helyettesítés kettős elemei

$$(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \dots, x_m^{(i)})$$

és az

$$f(\lambda) = 0$$

egyenlet gyökei között a

$$\begin{aligned} \lambda_i x_1^{(i)} &= a_{11} x_1^{(i)} + a_{12} x_2^{(i)} + \cdots + a_{1m} x_m^{(i)} \\ \lambda_i x_2^{(i)} &= a_{21} x_1^{(i)} + a_{22} x_2^{(i)} + \cdots + a_{2m} x_m^{(i)} \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \lambda_i x_m^{(i)} &= a_{m1} x_1^{(i)} + a_{m2} x_2^{(i)} + \cdots + a_{mm} x_m^{(i)} \end{aligned}$$

($i = 1, 2, \dots, m$)

egyenletrendszerek kölcsönösen egyértelmű vonatkozást létesítenek oly módon, hogy minden λ_i gyöknek egy és csak egy kettős elem felel meg és megfordítva.** E kettős elemek szolgáltatják most már amaz értékrendszereket, a melyekkel az egyenletnek gyökei célszerűen pótolhatók.

A jelen dolgozatomban felállított problema tárgyalása is igazolni fogja az imént felállított elvet.

E problema a következő:

Adva vannak az

$$f(\lambda) \equiv A_0 \lambda^m + A_1 \lambda^{m-1} + \cdots + A_{m-1} \lambda + A_m = 0$$

* L. «Az adjungált lineár helyettesítések elméletéről» című dolgozatomat. Math. és Természettudományi Értesítő X. k. 41. l.

** E tárgyalások folyamában kizárjuk azokat a kivételes eseteket, a melyekben az $f(\lambda) = 0$ egyenletnek többszörös gyökei vannak. Hogy e megszorítás nem lényeges, azt a további kifejtés fogja megmutatni.

és a

$$g(\mu) \equiv B_0\mu^n + B_1\mu^{n-1} + \dots + B_{n-1}\mu + B_n = 0$$

algebrai egyenletek, kérdés miképen állítható elő explicit alakjában ama

$$\Phi(z) = 0$$

egyenlet, a melynek gyökei a

$$z = \lambda + \mu$$

kifejezésből akként keletkeznek, hogy benne a λ helyébe az

$$f(\lambda) = 0,$$

μ helyébe pedig a

$$g(\mu) = 0$$

egyenlet összes gyökeit helyettesítjük.

Első tekintetre e problema megoldása igen egyszerűnek látszik; hiszen megoldása céljából nem kell egyebet tennünk, mint az

$$f(\lambda) = 0$$

$$g(\mu) = 0$$

$$\lambda + \mu = z$$

egyenletekből a λ -t és μ -t kiküszöbölünk. Elvileg ez igen egyszerű dolog, mert az igazi nehézségek csak akkor mutatkoznak, mikor ezt az elvi kiküszöbölést gyakorlatilag meg is akarjuk valósítani. Tehát fennmarad a kérdés, *hogyan hajtható végre e kiküszöbölés valóban?* Ez a kérdés épen az, a melyet a jelen dolgozatban óhajtok megoldani.

Legyen ismét

$$x'_\alpha = a_{\alpha 1}x_1 + a_{\alpha 2}x_2 + \dots + a_{\alpha m} \quad (S)$$

($\alpha = 1, 2, \dots, m$)

az $f(\lambda) = 0$ egyenletnek megfelelő egyik lineár helyettesítés, a melynek karakterisztikus egyenlete tehát az

$$f(\lambda) = 0$$

egyenlettel megegyezik; legyen továbbá

$$y'_\beta = b_{\beta 1}y_1 + b_{\beta 2}y_2 + \dots + b_{\beta n}y_n \quad (T)$$

($\beta = 1, 2, \dots, n$)

egyike ama lineár helyettesítéseknek, a melyek a

$$g(\mu) = 0$$

egyenletnek felelnek meg.

Hozzuk most be a következő rövidített jelöléseket: Az

$$\begin{pmatrix} a_{ik} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{ik} & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & a_{ik} \end{pmatrix}$$

n sorból és n oszlopból álló matrixot jelöljük A_{ik} -val; a

$$\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{pmatrix}$$

matrixot B -vel; a

$$\begin{pmatrix} -z & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -z & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & -z \end{pmatrix}$$

n sorból és n oszlopból álló matrixot $-z$ -vel, akkor a matrixok összeadásának ismeretes definitioja szerint a

$$\begin{pmatrix} b_{11} + a_{11} - z & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} + a_{22} - z & \dots & b_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} + a_{nn} - z \end{pmatrix}$$

matrix jelölésére az

$$A_{ii} + B - z$$

jelet kell használnunk.

E jelölésekkel élve, a keresett

$$\Phi(z) = 0$$

egyenlet explicite most már a következő alakban adódott: *

* Ez egyenletben kifejezett tételt KÖNIG GYULA mélyen tisztelt

$$\Phi(z) \equiv \begin{vmatrix} A_{11} + B - z & A_{12} & \dots & A_{1m} \\ A_{21} & A_{22} + B - z & \dots & A_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{m1} & A_{m2} & \dots & A_{mm} + B - z \end{vmatrix} = 0.$$

A dolgozatom második részében a $\Phi(z)=0$ egyenlet specializálása révén különböző resolvenseket sikerül explicit alakban előállítanom, egyebek között azt is, a melyet LAGRANGE a gyökkülönbségek négyzetére vonatkozólag felállított.

Hogy a bevezetésben felállított elv nemcsak ily speciális természetű resolvensek képezésekor használható czélszerűen, hanem az általános elmélet kifejtésében is termékenynek bizonyul, az még jobban ki fog tűnni egyik később közzétéendő dolgozatomból, a melyben ez elv segítségével bármely resolvens-egyenlet felállítására oly módszert fogok kifejteni, a melynél az eredeti egyenlet gyökeiből alkotott symmetrikus függvényeknek még átmeneti használata is teljesen elkerülhető és a mely a resolvens egyenletet, a dolog természeténél fogva bár komplikált, de mégis teljesen explicit alakban szolgáltatja.

I. A $\Phi(z)=0$ egyenlet tényleges felállítása.

Legyenek az

$$f(\lambda) = 0$$

gyökei

$$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$$

és feleljen meg a λ_i gyöknek az (S) helyettesítés

$$(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \dots, x_m^{(i)})$$

kettős eleme, úgy hogy

barátommal már 1898 szeptember havában közöltem. Ezt azért emelem ki külön, mert a Comptes Rendus f. é. márczius 6.-án kiadott füzetében STEPHANOS CYPARISSOS előleges jelentésben egy hasonló tárgyú értekezésnek közzétételét helyezi kilátásba, a mely saját vizsgálataimmal éppen ebben a tételben érintkezik.

kettős elemet képvisel és így legalább egy $y^{(k)}$ értéknek a zérustól különbözőnek kell lennie.

Mint hogy a (3) alatt felírt homogén lineár egyenletrendszernek tehát minden (ik) értékpár mellett oly megoldása is van, a melyben nem minden ismeretlennek értéke zérus (hiszen ilyennek létezését épen az imént konstatáltuk), kell hogy az egyenletrendszer determinánsa minden (ik) értékpár mellett eltűnjék. Ha e determinánst a bevezetésben felsorolt rövidített jelek segítségével kiírjuk, a következő egyenlőségeket kapjuk :

$$\begin{vmatrix} A_{11} + B - (\lambda_i + \mu_k) & A_{12} & \dots & A_{1m} \\ A_{21} & A_{22} + B - (\lambda_i + \mu_k) & \dots & A_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{m1} & A_{m2} & \dots & A_{mm} + B - (\lambda_i + \mu_k) \end{vmatrix} = 0;$$

$(i=1, 2, \dots, m; \quad k=1, 2, \dots, n)$

de ez egyenlőségek már világosan mutatják, hogy a

$$z = \lambda_i + \mu_k$$

$(i=1, 2, \dots, m; \quad k=1, 2, \dots, n)$

összegek mindannyian a

$$\Phi(z) \equiv \begin{vmatrix} A_{11} + B - z & A_{12} & \dots & A_{1m} \\ A_{12} & A_{22} + B - z & \dots & A_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{m1} & A_{m2} & \dots & A_{mm} + B - z \end{vmatrix} = 0$$

egyenletet kielégítik. Mint hogy ennek az egyenletnek fokszáma mn az egymástól különbözőknek feltett $(\lambda_i + \mu_k)$ összegek számával megegyező, ezzel az egyenletnek már összes gyökeit kaptuk.

Tételünk természetesen akkor is érvényes, ha a levezetés folyamában behozott megszorító feltevéseket elejtjük. E megszorító feltevések először abban állottak, hogy az

$$f(\lambda) = 0$$

$$g(\mu) = 0$$

egyenleteknek többszörös gyökeik nincsenek és hogy továbbá a

$$\lambda_i + \mu_k \\ (i=1, 2, \dots, m; \quad k=1, 2, \dots, n)$$

összegek mindannyian különbözők. Ha tehát az

$$f(\lambda) = 0 \\ g(\lambda) = 0$$

egyenletek discriminansai rendre

$$\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_1(a_{11}, \dots, a_{mm}, b_{11}, \dots, b_{nn})$$

$$\mathcal{A}_2 = \mathcal{A}_2(a_{11}, \dots, a_{mm}, b_{11}, \dots, b_{nn})$$

és

$$\mathcal{A}_3 = \mathcal{A}_3(a_{11}, \dots, a_{mm}, b_{11}, \dots, b_{nn})$$

a $(\lambda_i + \mu_k)$ -kból alkotható különbségek szorzata, a hol a \mathcal{A} függvényjelek racionális egész függvényeket határoznak meg, akkor megszorító feltevéseink ebben az egyenlőtlenségben foglalhatók össze:

$$\mathcal{A}_1 \mathcal{A}_2 \mathcal{A}_3 = \mathcal{A}(a_{11}, \dots, a_{nn}, b_{11}, \dots, b_{nn}) \geq 0.$$

Ha most már a $\Phi(z)$ részletesen kiírva a következő:

$$\Phi(z) \equiv z^{mn} - C_1 z^{mn-1} + \dots + (-1)^{mn} C_{mn},$$

a hol a

$$C_k = C_k(a_{11}, \dots, a_{nn}, b_{11}, \dots, b_{nn}) \\ (k=1, 2, \dots, mn)$$

együtthatók az a_{ik} és b_{ik} bizonyos racionális egész kifejezései, ha továbbá a

$$z = \lambda_i + \mu_k \\ (i=1, 2, \dots, m; \quad k=1, 2, \dots, n)$$

menyiségeknek az a_{ik} és b_{ik} együtthatók segítségével racionálisan kifejezett elemi szimmetrikus függvényei

$$C_k^* = C_k^*(a_{11}, \dots, a_{mm}; b_{11}, \dots, b_{nn}), \\ (k=1, 2, \dots, mn)$$

akkor a fentebbiekben bebizonyított tétel pontos fogalmazása a következő:

Valahányszor

$$\mathcal{A}(a_{11}, \dots, a_{mm}, b_{11}, \dots, b_{nn}) \geq 0,$$

mindannyiszor fennállanak az összes

$$C_k(a_{11}, \dots, a_{mm}, b_{11}, \dots, b_{nn}) = C_k^r(a_{11}, \dots, a_{mm}, b_n, \dots, b_{mm})$$

($k=1, 2, \dots, mn$)

egyenlőségek; de akkor ezeknek ismeretes algebrai tétel értelmében azonosan kell fennállaniok; fenn kell állaniok még akkor is, midőn

$$\Delta(a_{11}, \dots, a_{mm}, b_{11}, \dots, b_{nn}) = 0,$$

vagy a mikor a fentebbi levezetés megszorító korlátait elejtettük.

Ezzel azonban tételünk is minden kivételt kizáró módon be van bizonyítva.

II. A $\Phi=0$ egyenletből levezethető resolvensek.

1. Ha felteszszük, hogy az

$$f(\lambda) = 0$$

és

$$g(\mu) = 0$$

egyenletek azonosak, akkor a (T) helyettesítés is az (S) -sel azonosan választható, úgy hogy

$$b_{\alpha\beta} = a_{\alpha\beta},$$

($\alpha, \beta=1, 2, \dots, m$)

ekkor azonban a

$$\Psi(z) = \frac{\Phi(z)}{f(2z)} =$$

$$= \frac{\begin{vmatrix} A_{11} + A - z & A_{12} & \dots & A_{1m} \\ A_{21} & A_{22} + A - z & \dots & A_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{m1} & A_{m2} & \dots & A_{mm} + A - z \end{vmatrix}}{f(2z)} =$$

$$= \Pi \{z - (\lambda_i + \lambda_k)\}$$

($i \geq k; i, k=1, 2, \dots, m$)

$m(m-1)$ -edfokú egész függvény teljes négyzet és ha

$$\Psi(z) = [\phi(z)]^2,$$

akkor a

$$\psi(z) = 0$$

$\frac{m(m-1)}{2}$ -edfokú egyenlet az

$$f(\lambda) = 0$$

egyenletnek ama resolvense, a melynek gyökei a

$$z = \lambda_i + \lambda_k$$

kifejezésből az összes $m!$ számban lévő permutatio alkalmazása alapján keletkeznek.

2. Ha a

$$g(\mu) = 0$$

egyenletet a

$$g(-\mu) = 0$$

negativ egyenletével felcseréljük, akkor ez úgy történhetik, hogy a b_{ik} együtthatókat a

$$b'_{ik} = -b_{ik} \\ (i, k=1, 2, \dots, n)$$

együtthatókkal pótoljuk. Ennek következtében a

$$\psi_1(z) \equiv \begin{vmatrix} A_{11} + B' - z & A_{12} & \dots & A_{1m} \\ A_{21} & A_{22} + B' - z & \dots & A_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{m1} & A_{m2} & \dots & A_{mm} + B' - z \end{vmatrix} = 0$$

egyenletnek gyökei

$$z = \lambda_i - \mu_k \\ (i=1, 2, \dots, m; k=1, 2, \dots, n)$$

tehát nem egyebek mint az

$$f(\lambda) = 0$$

és

$$g(\mu) = 0$$

egyenletek gyökeiből alkotható összes különbségek. Mint érdekes mellékeredményt felemlítjük, hogy a

$$\Psi_1(0) = \begin{vmatrix} A_{11} - B & A_{12} & \dots & A_{1m} \\ A_{21} & A_{22} - B & \dots & A_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{m1} & A_{m2} & \dots & A_{mm} - B \end{vmatrix} = 0,$$

a hol

$$B' = -B$$

-t írtunk, az

$$f(\lambda) = 0$$

$$g(\mu) = 0$$

egyenleteknek resultansától csak az előjelben különbözhetik, úgy hogy ezzel a resultansnak figyelemre méltó új alakjára jutottunk, a melyből Bézour theoremája egyszerűen levezethető.

3. Ha ismét felteszszük, hogy az

$$f(\lambda) = 0$$

és

$$g(\mu) = 0$$

egyenletek azonosak, akkor a

$$\Psi_2(z) \equiv \begin{vmatrix} A_{11} - A - z & A_{12} & \dots & A_{1m} \\ A_{21} & A_{22} - A - z & \dots & A_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{m1} & A_{m2} & \dots & A_{mm} \end{vmatrix}$$

m^2 -fokú egész függvény z^m -mel osztható. A

$$\frac{\Psi_2(z)}{z^m} \equiv X(z) = 0$$

$m(m-1)$ -fokú egyenlet most az

$$f(x) = 0$$

egyenletnek ama resolvensét adja, a melynek gyökei a

$$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$$

gyökökből alkotható összes különbségek; a

$$X(0)$$

kifejezés az alapul fektetett

$$f(\lambda) = 0$$

egyenletnek discriminansától csak az előjelben különbözhetik.

4. Ha a $\Psi_2(z)$ részletesen kiírva a következő

$$\Psi_2(z) \equiv \begin{vmatrix} a_{11} - z & a_{12} & \dots & a_{1\nu} \\ a_{21} & a_{22} - z & \dots & a_{2\nu} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{\nu 1} & a_{\nu 2} & \dots & a_{\nu\nu} - z \end{vmatrix}$$

($\nu = m^2$)

és

$$\beta_{ik} = a_{i1}a_{1k} + a_{i2}a_{2k} + \dots + a_{i\nu}a_{\nu k},$$

($i, k = 1, 2, \dots, \nu; \nu = m^2$)

akkor az

$$\Omega(z) = \frac{\begin{vmatrix} \beta_{11} - z & \beta_{12} & \dots & \beta_{1\nu} \\ \beta_{21} & \beta_{22} - z & \dots & \beta_{2\nu} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \beta_{\nu 1} & \beta_{\nu 2} & \dots & \beta_{\nu\nu} \end{vmatrix}}{z^m}$$

$m(m-1)$ -edfokú racionális egész függvény teljes négyzet, és ha

$$\Omega(z) = \{\omega(z)\}^2,$$

akkor a

$$\omega(z) = 0$$

$\frac{m(m-1)}{2}$ -edfokú egyenlet explicit alakban adja ama LAGRANGE-tól eredő resolvens egyenletet, a melynek gyökei az

$$f(\lambda) = 0$$

egyenlet gyökkülönbségeinek négyzetei.

5. Végül legyen szabad az elemezett viszonyokat példával is illusztrálnom. Legyenek

$$f(\lambda) \equiv \begin{vmatrix} a_{11} - \lambda & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} - \lambda \end{vmatrix} \equiv \lambda^2 - (a_{11} + a_{22})\lambda + a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} = 0$$

és

$$g(\mu) \equiv \begin{vmatrix} b_{11} - \mu & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} - \mu & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} - \mu \end{vmatrix} = 0$$

a megadott egyenletek, akkor

$$\Phi(z) \equiv \begin{vmatrix} b_{11}+a_{11}-z & b_{12} & b_{13} & a_{12} & 0 & 0 \\ b_{21} & b_{22}+a_{11}-z & b_{23} & 0 & a_{12} & 0 \\ b_{32} & b_{32} & b_{33}+a_{11}-z & 0 & 0 & a_{12} \\ a_{21} & 0 & 0 & b_{11}+a_{22}-z & b_{12} & b_{13} \\ 0 & a_{21} & 0 & b_{21} & b_{22}+a_{22}-z & b_{23} \\ 0 & 0 & a_{21} & b_{31} & b_{32} & b_{33}+a_{22}-z \end{vmatrix} = 0$$

egyenlet gyökei

$$\lambda_1 + \mu_1, \quad \lambda_1 + \mu_2, \quad \lambda_1 + \mu_3, \quad \lambda_2 + \mu_1, \quad \lambda_2 + \mu_2, \quad \lambda_2 + \mu_3.$$

Ha az $f(\lambda)=0$ egyenletre vonatkozólag megalkotjuk $\Psi_2(z)$ -t, akkor ennek általános fejtegetéseink értelmében z^2 -tel oszthatónak kell lennie. Valóban

$$\Psi_2(z) \equiv \begin{vmatrix} -z & a_{21} & -a_{12} & 0 \\ a_{12} & a_{22}-a_{11}-z & 0 & -a_{12} \\ -a_{21} & 0 & a_{11}-a_{22}-z & a_{21} \\ 0 & -a_{21} & a_{12} & -z \end{vmatrix} = \\ = z^2 [z^2 - (a_{11} - a_{22})^2 - 4a_{12}a_{21}],$$

úgy hogy

$$X(z) = \frac{\Psi_2(z)}{z^2} = z^2 - (a_{11} - a_{22})^2 - 4a_{12}a_{21}$$

és ebből

$$X(0) = -(a_{11} - a_{22})^2 - 4a_{12}a_{21} = 4(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})^2 - (a_{11} + a_{22})^2$$

valóban nem más, mint az

$$f(\lambda) = 0$$

egyenletnek discriminansa.

★

Megjegyzés. «Az indukált lineár helyettesítések elmélete» című dolgozatom már megjelent volt (Math. és Természettudományi Értesítő XVI. k. 278. l.), midőn a «Jahrbuch für Fortschritte

der Mathematik» egyik referatuma alapján arról értesültem, hogy a nevezett dolgozatomban foglalt egyik tétel, a mely az indukált helyettesítés karakteristikus egyenletének gyökeire vonatkozik, már F. FRANKLIN-nak az «American Journal of Mathematics» című folyóirat 1894-diki kötetében megjelent, «Note on Induced linear Substitutions» című dolgozatában bennfoglaltatik. Midőn a tétel felállítása tekintetében FRANKLIN prioritását kétségtelennek jelentem ki, még csak meg akarom jegyezni, hogy a tőlem adott levezetés FRANKLIN-étől eltérő és FRANKLIN-ével szemben mint fontos mellékeredményt az indukált helyettesítés kettős elemeinek az inductor-helyettesítés kettős elemeiből való összetételét is megadja.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1899 április 17.-én tartott üléséből.)

KROKOIT TASMANIABÓL.

MOESZ GUSZTAV-tól.

(I. tábla.)

Az utóbbi időben az európai gyűjteményekbe kroitok példányok jutottak Tasmaniából, melyeknek jól kifejlődött kristályai megérdemlik a behatóbb tanulmányozást.

A m. nemz. Múzeum birtokában levőket KRENNER JÓZSEF tanár nekem adta át kristálytani vizsgálat céljából s az eredményeket a következőkben adom elő.

A kristályegyének vagy limonitos tömegen vannak, vagy pedig hiányzik az alapanyag.

Előbbi esetben az egyének rövid oszlopok vagy táblák, barnás-vörös színűek, kevésbé átlátszók; utóbbi esetben rendetlenül összenőve halmazt képeznek, mely kétféle, a szerint a mint azt vagy kurta, vagy hosszú oszlopok alkotják. Színük hajnalpiros, jobban átlátszók. A hosszú oszlopok, főképen a nagyobbak, belül üresek, miért is az optikai vizsgálat nem volt lehetséges.

Az ezen ásványra vonatkozó irodalmat DAUBER* állította össze, a ki a Braziliából (Congonhas do Campo melletti Goiabeira), a Szibériából (Beresowsk) és a Philippinákból (Luzon sziget) származó anyagot dolgozta fel, míg KOKSCHAROW** csak a szibériait.

A kristályok általában gyémántfényűek és lapjaik a legtöbb esetben kifogástalanul tükröztek. A prismaöv lapjai a főtengelylyel párhuzamosan igen finoman rostozottak.

* DAUBER: Ermittlung krystallographischer Constanten und des Grades ihrer Zuverlässigkeit. Ber. Ak. Wien. 42. 19. 1860.

** KOKSCHAROW: Rothbleierz. Min. Russl. 7. 97. 1875.

A krokoitnak eddig ösmert 57 biztosan megállapított és 58 kevésbé bizonyos alakja közül a tasmaniai példányokon a következő 14 volt észlelhető:

Véglapok :	<i>a</i>	100	$\infty P\infty$
	<i>b</i>	010	$\infty P\infty$
	<i>c</i>	001	$0P$
Prismák :	<i>d</i>	210	∞P^2
	<i>m</i>	110	∞P
	<i>f</i>	120	∞P^2
Klinodómák :	<i>y</i>	021	$2P\infty$
	<i>z</i>	011	$P\infty$
	<i>w</i>	012	$\frac{1}{2}P\infty$
Orthodómák :	<i>k</i>	$\bar{1}01$	$P\infty$
	<i>x</i>	$\bar{3}01$	$3P\infty$
Piramisok :	<i>t</i>	111	$-P$
	<i>g</i>	331	$-3P$
	<i>v</i>	$\bar{1}11$	P

Ezekon kívül három kristályon egy-egy és egy kristályon két lappal kifejlődve a krokoitra nézve új prisma mutatkozott, melynek symboluma :

$$I \quad 850 \quad \infty P^{8/5}$$

A kristályoknak három típusát lehetett megkülönböztetni.

Az I. typust (1. és 3. ábra) az $m(110)$ és az egyenlő mértékben kifejlődött $t(111)$ és $v(\bar{1}11)$ piramisok jellemzik. Klinodómák nincsenek. A bázis mint parányi fényes lap többnyire megvan. A $k(\bar{1}01)$ csak egyszer volt észlelhető mint fényes csik. Az $x(\bar{3}01)$ csak gyengén fénylő, sőt különösen a lap szélei felé görbültséget is mutat, a mely egy többször is előforduló, de nem jól mérhető lapba megy át, melynek a $(\bar{4}11)$ vagy $(\bar{3}11)$ felel meg leginkább. A $\xi(\bar{4}11)$ és $\varphi(\bar{3}11)$ lapjait DAUBER is többnyire rosszaknak találta.

A $g(331)$ egyedül ezen typusnál fordul elő.

A $v(\bar{1}11)$ lapjai valamivel gyengébben fénylők a $t(111)$ lapjainál.

Formái nagyságuk szerint sorakoztatva :

$$m \ t \ v \ x \ k \ \vartheta \ a \ b \ c \ d \ f.$$

A kristályok körülbelül 2 mm hosszúak és 1·5 mm szélesek. Színük hajnalpiros.

A II. typust (2. és 5. ábra) az $x(\bar{3}01)$ erősen kifejlődött és csak gyengén fénylő lapjai jellemzik, melyek mellett soha sem hiányzó formák az igen fényes $m(110)$ és $t(111)$, míg ellenben a bázis és a klinodómák nem voltak észlelhetők. E typus formái nagyságuk szerint következően sorakoztathatók :

$$x, m, t, a, b, I, f.$$

A kristályok 4—5 mm hosszúságot is elérnek és vagy ugyanolyan szélesek vagy valamivel keskenyebbek.

Színük barnába hajló vörös.

A III. typust (4. és 6. ábra) az erősen megnyúlt prismaöv és a klinodómák öve jellemzi. A klinodómák igen erősen fénylő kis lapok. Sohasem hiányzó forma a bázis és a szintén kitűnően tükröző $k(\bar{1}01)$, de az $x(\bar{3}01)$ teljesen hiányzik, nemkülönben a $v(\bar{1}11)$ is; majdnem mindig megvan a $t(111)$. A prismaöv lapjai is igen fénylők, de többnyire finoman hosszant rostozottak. Legszélesebb az $m(110)$, bár egyes kristályoknál a $d(210)$ lép előtérbe s ekkor a kristály ezen prisma szerint többnyire táblásan elnyúlt. Az a, b, f és I körülbelül egyforma szélességgel jelennek meg.

Formái nagyságuk szerint rendezve:

$$m \ t \ z \ e \ w \ k \ d \ a \ b \ f \ I.$$

A kristály mindig hosszabb a szélesség kétszeresénél és némelyik fél cm-nél is hosszabb. Megjegyzendő, hogy a kristályoknak csak egyik végén voltak lapok s a nagyobb kristályok belül üresek; a cső keresztmetszete négyszögletes, mert belső kerülete párhuzamos az $m(110)$ lapjaival.

Színük hajnalpiros.

Közös jellemző tulajdonsága a három typusnak egyedül az $m(110)$ -nak állandó jelenléte, a mely szerint a kristályok többékevésbé prismaticusak, sőt az egyik typus, a III., majdnem tűszerű. Közös formák továbbá a véglapok, a $d(210)$, $f(120)$ és a $t(111)$, bár ezek nincsenek meg minden egyes kristályon.

Mint hogy az általam mért szögadatok KOKSCHAROW méreteivel az észlelési hibák határain belül megegyeznek, azért az ő tengelyaránya a tasmaniai krokoiatra is érvényes:

$$a : b : c = 0.9603420 : 1 : 0.9158565$$

$$\beta = 77^{\circ}32'50''.$$

A számítás alapjául KOKSCHAROW alapértékei szolgáltak:

$$100 . 110 = 43^{\circ} 9'36''$$

$$001 . 011 = 41^{\circ}48'23''$$

$$001 . 100 = 77^{\circ}32'50''$$

Összehasonlítás czéljából feljegyzem azon méreteimet, melyeket a legjobb reflexek szolgáltattak:

100 . 110	001 . 011	001 . 100
43°—	41°45'	77°35'
43°1'	41°45½'	77°37'
43°4'	41°47'	
43°7'	41°48'	
43°7'	41°48'	
43°8'	41°48½'	
43°9½'	41°51'	
43°16'		

Ezek középértékei:

$$a . m \quad 100 . 110 = 43^{\circ} 6'34''$$

$$c . z \quad 001 . 011 = 41^{\circ}47'34''$$

$$c . a \quad 001 . 100 = 77^{\circ}36'—$$

A következő táblázatban adom a mért szögértékeket, összehasonlítva a számítottakkal.

		mérve:	számítva:
<i>c . m</i>	001 . 110	81° 0'	80° 57'—
<i>b . m</i>	010 . 110	46° 47'	46° 50' 24''
<i>m . m</i>	110 . 110	86° 16'	86° 19' 12''
<i>d . d</i>	210 . 210	50° 18'	50° 14' 30''
<i>f . f</i>	120 . 120	56° 14'	56° 7' 36''
<i>w . w</i>	012 . 012	48° 12'	48° 11' 4''
<i>y . y</i>	021 . 021	121° 31'	121° 34' 56''
<i>k . c</i>	101 . 001	49° 32 ¹ / ₂ '	49° 32' 8''
<i>k . z</i>	101 . 011	61° 3 ¹ / ₂ '	61° 4' 10''
<i>x . c</i>	301 . 001	81° 44'	82° 11' 33''
<i>x . a</i>	301 . 100	20° 12 ¹ / ₂ '	20° 15' 37''
<i>x . m</i>	301 . 110	46° 50'	46° 49' 6''
<i>t . m</i>	111 . 110	34° 1'	33° 59' 19''
<i>t . t</i>	111 . 111	60° 46'	60° 49' 50''
<i>v . m</i>	111 . 110	40° 40'	40° 39' 6''
<i>v . k</i>	111 . 101	36° 1'	36° 9' 12''

Határértékeinek nagy ingadozása, mért és számított értékeinek nagyobb eltérései miatt a ϑ (331) piramis, bár az I. típusnál mint fényes keskeny csík (1. ábra) közösleges alak, nem sorozható a teljes bizonyossággal megállapított formák közé. Méretei:

	mérve	határok	sz.	számítva
331 . 001	66° 51'	64° 42'—68° 31'	3	67° 20' 30''
331 . 110	15° 36'	15° 2'—16° 24'	3	13° 36' 30''
331 . 210	19° 30'	—	1	20° 46' 1''
331 . 111	19° 46'	18° 16'—22° 36'	3	20° 22' 49''
331 . 331	77° 37'	—	1	79° 27' 52''

E forma, mely a 110 . 111 élet tompítja párhuzamosan, ezen él körül erős görbültséget mutat, s méretei az egyik kristálynál már közelebb állottak az *s* . (441)-hez. DAUBER, midőn közli a ϑ (331)-nek két foknyi határok közt ingadozó értékeit, kiemeli, hogy ezen nagy eltérés magyarázata a lapnak az *mt* tengely körül való görbültsége, mely átvezet az *mt* öv szomszédos formáiba. Ugyanezt mondja az *s* (441)-ről is, melyet, minthogy az általam

mért szögadatok inkább a ϑ (331) jelenléte mellett tanuskodnak, nem vettem fel a tasmaniai krokoit formái közé.

Meg kell még külön emlékeznem az x ($\bar{3}01$)-ről is, melynek zsírfényű nagy lapjai élesen kiválnak a gyémántfényű többi lap társaságából.

S bár még gyenge görbültséget is mutattak az a és c tengelyeket összekötő vonal körül, mégis határozott reflexet adtak s ehhez képest szögértékeik is jól egyeznek a számítottakkal, úgy, hogy e dómához kétség nem férhet. A II. típusnak jellemző habitusát ezen forma szabja meg.

KOKSCHAROW a 2. ábrához teljesen hasonlót rajzolt, de nála az x ($\bar{3}01$)-t az l ($\bar{4}01$) pótolja, melyet egyszer sem észlelhettem. DAUBER szintén kiemeli az x ($\bar{3}01$) tompa fényét.

A mi pedig az I (850) prismát illeti, meg kell jegyezmem, hogy lapjai fényesek, éles határral bírnak, bár meglehetősen keskenyek, de nem rostozottak. E formára vonatkozólag a következő méreteket nyertem :

Kristály	850 . 100	850 . 110	850 . 210	850 . 2 $\bar{1}0$
4	29°33'	—	—	—
14	—	12°49'	5° 8'	—
15	—	12° 6'	—	—
16	—	12°57'	5°45'	55°19'
Közép:	29°33'	12°37'20"	5°26 $\frac{1}{2}$ '	55°19'
Számítva:	30°22'34"	12°47' 2"	5°15'19"	55°29'49"

A 14. kristály mért adatai egyeznek meg legjobban a számítottakkal s tényleg ezen kristálynál volt az I (850) a legszélesebb lappal kifejlődve és a reflexe is itt volt a legélesebb.

Az alapanyag mangant tartalmazó fekete, helyenként barna limonit, melynek hézagaiban fehér, laza összeállású quarcz is fészkel. Termőhelyét illetőleg csak azt tudjuk, hogy a tasmaniai Dundas-ból származik.

E szép krokoitokat SEMSEY ANDOR ajándékozta a m. nemz. Muzeumnak.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1899. április 17.-én tartott üléséből.)

ADATOK A GRÖNLANDI LIEVRIT KRISTÁLYTANI ISMERETÉHEZ.

MOESZ GUSZTÁV-tól.

(I. tábla.)

A Grönlandból származó lievriteket LORENZEN * két ízben is ismertette. Ujabb küldemények, melyekből SEMSEY ANDOR a m. nemz. Muzeum számára jó példányokat szerzett, az ezen ásványnál ritkaságszámba menő igen jól kifejlődött kristályok által tűnnek ki. Minthogy ezek formájokra nézve eltérnek az eddig ismertektől, KRENNER JÓZSEF tanár engem bizott meg azok vizsgálatával.

A szépen kifejlődött kristályegyenek 1—3 mm hosszúak és 0·5—1·5 mm szélesek, de gyakoriak a jóval nagyobb méretekkel bírók is, sőt egyes oszlopok hossza eléri az 1 cm-t, szélessége a $\frac{1}{2}$ cm-t. A főtengely szerint prizmatikusak.

Színük mindig fekete.

A példányok kétfélék. Vannak, melyek kristályai fényesek, ezek tömör lievriten ülnek albit társaságában. A példány üregeit egy pisztácia zöld porhanyós ásvány tölti ki.

Vannak továbbá olyanok, a melyeknél a lievrit vékony ereket alkot az alapanyagban vagy pedig jól kifejlődött kristályok alakjában ennek üregeit béleli ki.

* J. LORENZEN. Ueber einige Mineralien aus dem Sodalith-Syenit im Julianehaab-District Süd-Grönland. Zschr. f. Kryst. 7. 605. 1883. — Untersuchung einiger Mineralien aus Kangerdluarsuk. Zschr. f. Kryst. 9. 243. 1884.

Itt a kristályok többnyire bágyadt fényűek és sokszor szürke kéreggel vannak bevonva. Társaságukat képezik kristályodott albit, zöld gránátnak rhombdodekaéderjei és apró hœmatit pikelyek.

Az alapanyag, melyet LORENZEN sodalit-syenit-nek mond, világos vörhenyes-szürke színű.

Termőhelye Siorarsuit Tunugdliarfikban. Tunugdliarfik Grönland délnyugati partvidékének egyik fjordja.

A sodalit-syenit LORENZEN szerint a Tunugdliarfik és Kangerdluarsuk fjordok mindkét oldalán megvan. Az általa vizsgált lievrit Kangerdluarsukból való.

LORENZEN a következő alakokat észlelte:

<i>o</i>	111	<i>P</i>	<i>s</i>	120	$\infty \check{P}2$	<i>P</i>	101	$P\infty$
<i>l</i>	421	$4\check{P}2$	<i>h</i>	210	$\infty \check{P}2$	<i>e</i>	021	$2\check{P}\infty$

melyek mellett igen meredek piramisokat és brachydómákat sorol fel:

280 . 840 . 3	280 $\check{P}3$	0 . 10 . 1	10 $\check{P}\infty$
		0 . 12 . 1	12 $\check{P}\infty$
		0 . 190 . 1	190 $\check{P}\infty$

ezeket tartván a kangerdluarsuki lievrit jellemző sajátosságának.

Az általam észlelt formák a következők:

Véglap:	<i>b</i>	010	$\infty \check{P}\infty$
Prismák:	<i>h</i>	210	$\infty \check{P}2$
	<i>M</i>	110	∞P
	<i>s</i>	120	$\infty \check{P}2$
	<i>t</i>	130	$\infty \check{P}3$
	Brachydómák:	<i>n</i>	012
<i>e</i>		021	$2\check{P}\infty$
<i>g*</i>		041	$4\check{P}\infty$
Makrodómák:	<i>P</i>	101	$P\infty$
	<i>w</i>	301	$3P\infty$
Piramis:	<i>o</i>	111	<i>P</i> .

Ezekhez járul még a következő két meredek brachydóma:

$$\begin{aligned} * & \quad 091 & \quad 9\check{P}_{\infty} \\ * & \quad 0.30.1 & \quad 30\check{P}_{\infty} \end{aligned}$$

A *-gal jelzettek a lievritre nézve új formák.

A kristályok kitünősége egyrészt, másrészt az irodalomban fellelhető tengelyarányok sokfélesége indított a tengelyek új kiszámítására. Alapul a következő méretek középértékeit vettem :

Kristály :	021 . 010	101 . 101
2	48° 4'	67° 7 $\frac{1}{2}$ '
	47° 56'	—
3	47° 51'	67° 10'
6	48° 3 $\frac{1}{2}$ '	67° 14'
8	48° 5'	67° 11 $\frac{1}{2}$ '
Közép :	47° 59' 54''	67° 10' 45''

Innen a tengelyek hossza :

$$a : b : c = 0.677919 : 1 : 0.450228.$$

LORENZEN-nél :

$$a : b : c = 0.674367 : 1 : 0.448449.$$

Összehasonlítva más szerzőknek következő tengelyarányaival:

FLINK *	$a : b : c = 0.66195 : 1 : 0.43897$	Thyrril, Island,
DES CLOISEAUX**	$a : b : c = 0.6665 : 1 : 0.4427$	Elba,
M. BAUER ***	$a : b : c = 0.6795 : 1 : 0.4576$	Herbornseelbach

látjuk, hogy LORENZEN tengelyviszonya a DES CLOISEAUX-étól, mint a melyet a lievrit rendes tengelyarányának szoktak elfogadni, meglehetősen eltér; még inkább mondható ez az enyémről, a mely már közel áll a BAUER-éhoz, ki a különböző termőhelyről származó lievritek tengelyarányában mutatkozó nagy különbségek okát a mangantartalomban keresi. Szerinte minél több a MnO , annál hosszabbak az a és c tengelyek.

* G. FLINK : Mineralogische Notizen. Zschr. f. Kryst. 13. 404. 1887.

** DANA : System of Mineralogy. 1892.

*** M. BAUER : Ueber den Lievrit von Herbornseelbach in Nassau. N. Jahrbuch. 1890. I. 31.

A következő táblázatban a mért értékek vannak szembe-
állítva a számítottakkal:

		mérve:	számítva:
<i>s . b</i>	120 . 010	36°25'	36°24'38"
<i>M . b</i>	110 . 010	55°51'	55°51'57"
<i>h . b</i>	210 . 010	71°15'	71°16'32"
<i>t . b</i>	130 . 010	26° 1'	26°11'—
<i>n . b</i>	012 . 010	77°17'	77°18'48"
<i>n . n</i>	012 . 0 $\bar{1}$ 2	25°15'	25°22'24"
<i>e . b</i>	021 . 010	47°59'48"	—
<i>e . e</i>	021 . 0 $\bar{2}$ 1	84°—'	84° 0'24"
<i>g . b</i>	041 . 010	28°55'	29° 2'32"
<i>g . e</i>	041 . 021	19° 2'	18°57'22"
<i>g . g</i>	041 . 0 $\bar{4}$ 1	121°59'	121°54'56"
	091 . 010	14° 7' cca	13°51'47"
	091 . 041	14°52' "	15°10'45"
	091 . 021	33°57' "	34° 8' 7"
	0 . 30 . 1 . 041	24°50'	24°48'25"
	0 . 30 . 1 . 021	44°17'	43°45'47"
<i>P . P</i>	101 . $\bar{1}$ 01	67°10'45"	—
<i>w . w</i>	301 . $\bar{3}$ 01	126°43'	126°41'42"
<i>w . P</i>	301 . $\bar{1}$ 01	29°46 $\frac{1}{2}$ '	29°45'29"
<i>o . P</i>	111 . 101	20°26 $\frac{1}{2}$ '	20°33'31"
<i>o . o</i>	111 . 111	40°48'	41° 7' 2"

LORENZEN a *b*(010) véglapot 11 kristály között csak egyen észlelte, míg az általam mért 10 kristály mindegyikén megvolt, még pedig igen tökéletesen kifejlődve.

A *P*(101) és *o*(111) rostozottságának nyomára sem akadtam ;

ellenkezőleg bátran tehetjük ezeket a kitünően tükröző lapok sorában első helyre, különösen a mi a $P(101)$ -t illeti. Sőt a prismaöv sem tünteti fel azt a rostozottságot, melyet LORENZEN ábráiban megérezékitett.

Mint lényeges különbséget felhozhatom, hogy a $g(041)$ kitünően kifejlődött lapjai a brachydómák övében sohasem hiányznak, sőt legtöbbször domináló módon vannak jelen, míg LORENZEN e formát nem észlelte; sőt az ugyancsak kitünően kifejlődött és mindig jelenlevő $w(301)$ dómát sem említi.

S ha még megemlítem, hogy meredek piramist egyáltalán nem találtam s a meredek brachydómákból csak kettőt, azokból is csak egy-egy lapot, akkor nyilvánvalóvá lesz a különbség, a mely a kangerdluarsuki és a tunugdliarfiki lievrit között fennáll.

Két kristálnál a makrodómáknak sajátságos megtörését lehetett észlelni az a tengely irányában.

Ezen megtörés mindig csak a kristály egyik felére szorítózik s azt a benyomást teszi, mintha két egyénből állana. Az összenövés, illetőleg a dómalapok megtörése nem mutat szabályszerűséget, mert a megtört $P(101)$ és $w(301)$ dómalapok két felének egymáshoz való hajlása más az egyik és más a másik kristálnál, a mint az alább látható:

Kristály:	$P101$	$w301$
I.	$2^{\circ}46'$	$2^{\circ}28'$
II.	$2^{\circ}2'$	$1^{\circ}31'$

Sőt a megtörés nem is szimmetrikus, mert a megtört laprészeknek hajlása a $b(010)$ -hoz egy és ugyanazon kristálnál is különböző.

A mi a meredek brachydómákat illeti, meg kell jegyeznem, hogy a (091) a legtokéletesebb kristályon fordult elő, de csak egyetlen lappal, mely keskeny volta miatt reflexet nem is adott és csakis a lap fénylése útján volt mérhető. LORENZEN a hozzá közelálló $(0.10.1)$ -t találta, de a méretek különbözősége miatt azzal nem azonosítható; mindazáltal a (091) is csak valószínű formának minősíthető.

A $(0.30.1)$ is csak egyetlen lappal volt jelen, egy igen fényes

kristálynál, de mivel határozott jelet adott, az előbbinél nagyobb bizonyossággal volt megállapítható.

Ennél meredekebb brachydómát nem találtam.

LORENZEN a (0.190.1)-re vonatkozólag annak (021)-hez mért hét adatát közli, melyeknek középértéke:

$$0.190.1\ 021 = 47^{\circ}26'27''.$$

Ha tekintetbe vesszük, hogy nála:

$$021.0\bar{2}1 = 83^{\circ}46'40''$$

s így (0.190.1)-nek a bázishoz való hajlása: $89^{\circ}19'47''$ csak $0^{\circ}40'13''$ -vel tér el a $b(010)$ -nak a bázissal képezett derékszögétől; s ha még a fentebb közölt hajlást:

$$0.190.1\ 021 = 47^{\circ}26'27''$$

szembeállítjuk az általam mért és alapértékül vett

$$010.021 = 47^{\circ}59'48''$$

hajlásszöggel, akkor igen valószínűnek fog tetszeni, hogy LORENZEN-nek ezen meredek dómája tulajdonképen a $b(010)$ -nak felel meg, annál is inkább, mert mint maga is mondja, ama kristályokon a $b(010)$ -t nem találta; s bár szerinte ez szintén a (0.190.1) mellett bizonyít, én inkább úgy vélem, hogy ezen körülmény tanuskodik leghatározottabban a meredek dómával szemben a $b(010)$ mellett, melynek jelenlétét valamennyi kristálynál a leg-tökéletesebben kifejlődve észleltem. Lapjai sima felületűek s nyomát sem találni annak a szakgatottságnak és rostozottságnak, melylyel az m -mel jelzett meredek dómát rajzolta és a mely főképpen okozhatta, hogy mérései nem a $b(010)$ véglaphoz, hanem a (0.190.1) brachydómához vezettek.

Két kristálynál összesen nyolcz esetben a $w(301)$ és az $s(120)$ lapok által képezett élt legömbölyítve találtam. Az igen erősen elhúzódtott reflexek és a megközelítő méréseknek össze nem hangzása nem nyújtottak oly alapot, a melyből ezen eltompításnak talán kristálylap természetére lehetett volna következtetni.

Az általam mért kristályok néhányja igen erős fényű lapokkal volt határolva, de ennek daczára is a méretek nem nyújtanak

oly egybehangzó értékeket, a mint azt a kitünő reflexek után várni lehetne. Hogy példával illusztráljam ezt, ide jegyzek néhány értéket, melyeket két gyönyörű kristálynak kifogástalan élességű reflexei szolgáltattak.

Krist.	041 . 010	041 . 021	301 . $\bar{3}$ 01	101 . 301
2	28°59'	18°57'	126°37'	29°40'
	28°59'	19° 5'	—	29°49 $\frac{1}{2}$ '
3	28°47'	18°53'	126°51'	29°43 $\frac{1}{2}$ '
	28°49'	19° 3'	—	29°57 $\frac{1}{2}$ '

Ezt LORENZEN is konstatálta.

Uralkodó prisma az $s(120)$; az $M(110)$ mindig keskeny, és csak egyetlen lappal mutatkozott egyszer a $t(130)$.

Az egyik kristály hegyesen végződött, mert a $P(101)$ nem metszette el a $w(301)$ -t (7. ábra). A fényes kristályok között nincsenek ilyen hegyesek. A többi kristályoknak végeit főképpen az $o(111)$ módosította a szerint, a mint kisebb (8. ábra) vagy nagyobb lapokkal volt kifejlődve (9. ábra).

Végül legyen szabad KRENNER JÓZSEF tanár úrnak lekötelező szívességeért és tanácsaiért őszinte köszönetemet kifejezni.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1899 április 17.-én tartott üléséből.)

UJABB KISÉRLETI ADATOK
A FÜL ÉS SZEM KÖZÖTT LÉTEZŐ REFLEX KAPCSOLATOK
ISMERETÉHEZ.

HÖGYES ENDRE r. tagtól.

A nyolczvanas évek elején, 1880-tól 1886-ig, több ízben volt szerencsém jelentést tenni a t. Akadémiának azon tanulmányokról, melyeket részint Kolozsvártt, részint Budapesten végeztem és a melyek kísérletileg kimutatták, hogy a halló idegvégék és a szemmozgások között egy állandó bilaterális reflex-kapcsolat létezik és megismertettem azon kísérleteket, a melyek e reflex-kapcsolat idegmechanismusának benső berendezésére világosságot derítettek. Azon vizsgálatokból kiderült, hogy a két szem hat-hat mozgató izma a két fül hártvás labyrinthja három-három félkörös csatornájának ampulláiban levő hat-hat halló idegvéggel áll keresztezett reflexösszeköttetésben, és e bámulatos berendezés folytán szabályozódik automatische a két szemnek együttjáró u. n. associált mozgása.

E vizsgálatoknak kísérleti methodikája — melyet Akademiánk értekezéseiben a nyolczvanas évek elején részletesen közzétettem — ismeretlen maradt a külföldi szakemberek előtt, e miatt a német, francia és angol irodalomban e tárgyra vonatkozó azóta megjelent nagyszámú dolgozat csak az eredményét közli azon vizsgálatoknak, a nélkül, hogy kísérleti kritikába bocsátkoznék azok felől. Két szerző: BAGINSZKY Berlinben és STEIN* Moszkvában próbálta meg utánozni — tudtom szerint — ama kísérleteket a nyúl labyrinthjén, de nem

* STEIN: Die Lehren von den Funktionen der einzelnen Theile des Ohrlabyrinthhs. Aus dem Russischen übersetzt von Dr. C. von Krzywicki. Jena 1894.

ismervén a kísérleti technikát, az nekik csak tökéletlenül sikerült. Legtovább sikerült hatolni a kérdés ezen részében EWALD * tanárnak Strassburgban, ki terjedelmes vizsgálatait galambokon végezte és a ki kimerítő literaturai tanulmányai alapján a labirinth működés tanulmányozására legjelentősebb dolgozatok közé ama kísérleteket is besorozza, a mennyiben Flourens, Goltz, Breuer, Mach, Schiff, Schrader e kérdésben korszakalkotó dolgozatai mellé helyezi és elismeri, hogy ama kísérletek bizonyították be azt, hogy a forgatás folytán beálló szédülés (Drehschwindel) a labirinthtól függ.

Miután újabb időben a külföldi buvárok sokat foglalkoznak e kérdéssel és dolgozataikban más úton, bár lassanként, azon irányban látszanak előhaladni, a mely fentemlített kísérleteimmel itt nálunk már a nyolczvanas évek elején kísérletileg fel volt derítve, elhatároztam, hogy újra felveszem e kérdést és azt újra átvizsgálva és esetleg új adatokkal bővítve, részleteiben is közölni fogom a külföldi irodalommal.

Ez újabb vizsgálatoknak néhány újabb eredményét óhajtom röviden megismertetni a t. Akadémiával.

I.

A bilateralis compensatorius vagyis associált szemmozgások madaraknál (galamb, varjú) teljesen és állandóan megszűnnek, ha labirinthjaikat mindkétfelől elroncsoljuk.

Azon tény kimutatására, hogy az associált szemmozgások a hallóideg labirinthvégeitől függenek, a cardinalis kísérlet a következő. Egy házi nyulat természetes ülő helyzetében és természetes fejtartásában fixálva nyuldeszkára kötünk, és deszkájával együtt egy centrifugál gép lapjára erősítünk. Ha a gép horizontál síkban forgó lapja megindul, a nyul teste és feje, miután fixálva van, mozdulatlanul forog a forgó lappal, szemei azonban elmaradoznak és utána szökkennek a forgó iránynak, horizontál irányú bilateralis szemteke-rezgés (nystagmus horizontalis) fejlődik ki rajtuk, a mely

* EWALD: Physiologische Untersuchungen über das Endorgan des Nervus octavus. Wiesbaden 1892.

lassúbb forgatás alkalmával ritkább, gyorsabb forgatásnál szaporább lesz, a forgatás egy bizonyos számán túl azonban nem szaporodik, sőt megszűnik és a szemek mozdulatlanul forognak tovább az egész testtel. Ha most a centrifugál gép lapjának forgását hirtelen megállítjuk: a huzamosabb forgatás alatt nyugalomba jutott két szemem újra nystagmus tör elő, mind a két szem a forgatás irányában oscillál tovább és a forgatás száma és gyorsasága szerint különböző idő múlva ismét nyugalomba tér. Ezt a forgatás alatt és forgatás után megjelenő nystagmust, mely nem egyéb, mint egy mesterségesen előidézett associált bilaterális szemmozgás, tetszés szerint elő lehet idézni és tünetényeit figyelemmel lehet kísélni bármikor, ha az állat ép és éber állapotban van; a szemmozgások leírt tünetényei határozottan mindig ugyanazon módon állanak elő. Ha most a nyulnál a fül csontos labirinthjét kikészítjük és alkalmas módon annak hártýás labirinthjét és ezzel együtt a bennök végződő halló idegvégeket mind a két fülben elroncsoljuk: azt tapasztaljuk, hogy a fenn leírt forgás alatti és forgás utáni szemteke-rezgések teljesen kimaradnak; mind a két szem teljesen mozdulatlanul követi a centrifugál gép lapjával mozdulatlanul tovább forgó test mozgásirányát, és ennek megállta után nem tör elő, mint rendszeren, a szemek horizontális oscillatioja. Nyilvánvaló ennél fogva, hogy a két szemnek azon associált mozgásai, a melyek a test és a fej mozgásait önkéntelenül kísélni szokták, csak úgy jöhetnek létre, ha a két labirinth ép, és folytonos reflex kapcsolatban van a szemmozgató idegizom-apparatussal. Ez alapvető kísérletet kiegészíti az, hogy a labirinthbeli halló idegvégek közvetlen izgatásával bilaterális szem-oscillatiokat lehet előidézni. Ez alapkísérleteknek különböző irányban változtatásaival sikerült a nyolczvanas évek elején megállapítani a kétoldali labirinth halló idegvégek és a 12 szemizom között fennálló reflex-kapcsolat részleteit.

Nyulnál a labirinth kikészítése és a hártýás labirinth elroncsolása — különösen mind a két oldalon — komplikált, hosszas és nehéz mütét és nagy begyakorlást igényel; továbbá a mütét után az agyacs kikerülhetlen sérelme miatt az állatot pár napon túl nem sikerül életben tartani. Galamboknál e mütét könnyebb, és kellő elővigyázat mellett végezve, miután az agyacs sérelme a labirinth fekvése

miatt elkerülhető, az állat huzamos időn, hónapokon keresztül élve tartható. Bár a galambon a forgatásra mutató elő és utó szemmozgások nem oly kifejezettek, mint a nyulnál, mindazonáltal kísérletileg szintén konstatálhatók és eléggé észlelhetők.

Azon kérdés fontosságánál fogva, hogy *vajjon a labirinth-roncsolás után a forgatásra mutató szem-oscillatióknak kimaradása állandó tünet-e és nem fejlődik-e ez irányban később valamely működés-compensatio?* azt Dr. MARIKOVSKY GYÖRGY intézeti gyakornokomnak tűztem ki kísérleti tanulmányozásul, mint a ki a labirinth experimentumokban — más célból — kellő járatosságot szerzett. Ő vizsgálat alá vette, vajjon nem lehetne-e galamboknál is, úgy mint házi nyulnál, a fej és test fixálása mellett forgatás által a szemeken mesterséges nystagmust létrehozni, és vajjon a labirinthnak kétoldali kiirtása után állandóan vagy csak rövid időre maradnak-e meg e sajátos szemteke-oscillatiók?

Kísérleteiből kiderült, hogy némely galambfajnál igen gyors és szapora forgatásra, a fekete varjúnál, továbbá a szarkánál, melyeknek nagy és részben előre dülledő szemeik vannak, fixirozott fej mellett lassabb forgatásra is, úgy a forgatás alatt mint az után, a szemekben a nyulnál észlelhetőhez hasonló szem-oscillatiók keletkeznek; így ez állatok a fennebbi kísérletekre szintén alkalmasak. A kétoldali labirinth kiirtására a fekete varjú szintén oly alkalmas, mint a galamb, a mennyiben félkörű csatornái szintén könnyen hozzáférhetők.

Ugy a galambon, valamint a varjún tett kétoldali labirinth kiirtás után a forgatásra beállni szokott bilaterális szem-oscillatiók kimaradtak, az állatok hónapokon keresztül életben maradtak és szemük mozgásának az a tulajdonsága, hogy forgatásra a forgás alatt és után bilaterális oscillatióba esik, azután sem tért vissza soha, noha az ily kiirtás után keletkezni szokott egyéb ismeretes egyensúlyi zavaraik meglehetősen elmúltak, önként járnak, enni, inni megtanultak, csak repülőkéességüket nem nyerték eddigéig vissza.

Tehát a bilaterális compensatorius vagysis az associált bilaterális szemmozgások állandóan megszűnnek, ha a labirinth mindkétfelől el van roncsolva.

II.

Cocain-hatás a hallóideg labirinthbeli végeire. Az associált szemmozgások kimaradása.

Ha a test és fej forgatására szabályszerűen beálló szemteke-oscillatioknak előidéző forrása csakugyan a hártvás labirinthbeli acustikus végekben van, ez idegvégek érzékenységének ideiglenes megszüntetése ideiglenesen meg kell hogy szüntesse amaz oscillatiók keletkezését.

Az érzéketlenítő szereknek a hártvás labirinthbeli idegvégekre alkalmazása sok nehézségbe nem ütközik. Nyulnál azon mód szerint kikészítve a fossa mastoideát, a mint ezt én a nyolczvanas évek elején tettem, könnyen meg lehet furni a vestibulum tetejét és egy finom üvegesapon a perilymphába különböző chemiai oldatokat lehet beocsatani és azokat a perilymphával az üvegsőre huzott kaucsukcsőbe való gyöngye szívással váltakozó befúvással összeelegyíteni. Hasonlóképp be lehet vinni chemiai oldatokat a galamb félkörös csatornáiba is, ha azon helyen, a hol a horizontalis és hátsó verticalis félkörös csatornák egymást keresztezik, nyílást készítünk és azon át a folyadékot a fennebbi módon befecskendezzük.

Az érző idegek periferikus végeinek localis érzéketlenné tételére a hetvenes évek végén és a nyolczvanas évek elején még nem volt biztos szerünk, azért akkor ily irányban kísérleteket nem tettem. Azóta megismertük a cocaint. Tudjuk, hogy az helybelileg alkalmazva, különböző tömörségű vizoldatban alkalmazva, különböző hosszú ideig tartó helybeli érzéketlenséget támaszt. Közelfekvő dolog volt tehát kísérletileg vizsgálatot tenni e szerrel a labirinthbeli idegvégeken és ilyen módon is próbára tenni a labirinthbeli idegvégek és az associált szemforgások közötti reflex kapcsolat általam felállított teoriájának kérdését.

MARIKOVSKY GyÖRGY dr. intézeti gyakornokommal ilyen irányban megvizsgáltuk tehát a cocain-hatást nyul, varjú és szarka labirinthjén. Megállapítván előbb a horizontalis síkban forgatott állatok forgás alatti és forgás utáni szemteke-oscillatióinak jelenlétét, kipræparáltuk azokon mind a két labirintheot, azután a

perilymphába 2–5%-os cocain vizoldatot bocsájtottunk és azt tapasztaltuk, hogy 2%-os cocain-oldatra a cocainhatás tartama alatt forgatásra gyenge elő- és utó-nystagmus támadt a szemeken, 5%-os cocain vizoldat befeccskendezésre pedig egy idő múlva teljesen kimaradt a forgatásos szemteke-oscillatio és csak azután tért vissza mintegy félóra múlva megint, a midőn a cocainhatás teljesen elmúlt.

A kísérlet eredménye tehát teljesen megfelelt a theoretikus várakozásnak, annak a jelöl, hogy a kísérleti tényeken felállított elmélet kifogástalanul helyes: *a szemmozgást associáló idegmechanismus érző periferikus végének cocainnal való érzéketlenítése az érzéketlenítés tartamára teljesen félbeszakítja az egész reflex mechanismus működését.*

Azt, hogy e reflex szemmozgást associáló idegmechanismus működését a mozgató idegvégék (a szemmozgató idegeknek a szemizmokban elterjedő végei) bénításával szintén meg lehet szüntetni, már 1881-ben kimutatták tanítványaim KOVÁCS LAJOS és KERTÉSZ LAJOS * orvostanhallgatók Kolozsvártt, kik azt találták, hogy nyulakon curara-mérgezés folyamán, mely az izomidegvégeket bénítja, a forgatásra jelentkezni szokott bilaterális nystagmikus szemmozgások teljesen kimaradnak.

III.

A bilaterális associált szemmozgások téli alvóknál.

A szemmozgást associáló idegapparatus, mint a nyolczvanas évek elején kísérletileg kimutattam, egy idegközpontból, egy centripetal és egy centrifugal részből áll. A centripetal részt a két hallóideg alkotja labyrinthbeli végágaival, a centrifugál részt a három-három szemmozgató ideg (oculomotorius, trochlearis, abducens) a 12 szemizommal, a központ pedig a közép és nyult

* L. Néhány vegyi anyag hatásáról az associált szemmozgásokra. *Kolozsvári term. tud. Értesítő 1881.* — U. a. németül: Ueber die Wirkung einiger chemischer Stoffe auf die associierten Augenbewegungen. *Arch. f. exp. Pathologie 1882.*

agyban terül el a corpora quadrigemina anteriora és az abducens magvak magaslata között, azon helyen, a hol a két acusticus, két abducens, két trochlearis és két oculomotoriusnak központi dúczsejtjei terülnek el. Hogy e subcorticalis központon kívül befolyással vannak e központok működésére az agykéregnek és az agyacsnak egyes részei is, az abból tűnik ki, hogy úgy az agy, valamint az agyacs egyes részeinek izgatására bilaterális szemmozgásokat lehet előidézni. Ez utóbbi agy- és agyacs-részeknek élettani működését azonban a szóban forgó asszociált szemműködésekre még tökéletlenül ismerjük.

Már a 80-as évek elején végzett kísérletek alkalmával tapasztaltuk, hogy a kisebb-nagyobb bódulattal járó mérgezések (chloroform, æther, chloralhydrat, nicotin, coniin, morphin, narcotin, codein, atropin) folyamán, valamint a fuladás alatt, a hol a mérgeanyag, illetőleg a fuladásos vér kétségtelenül a központokra hat: a forgatásos szemmozgások megjelenésében különböző elváltozások, izgalmi és kimerülési tünetek jönnek létre, némelyeknek a hatása alatt forgatás nélkül is nystagmikus szemmozgások támadnak, mások a forgatásos nystagmust teszik élénkebbé, majd a kimerülés későbbi stádiumaiban ritkábbá, sőt egyesek hatása alatt még az állat életében is teljesen kimarad az. Különböző elváltozásai az asszociált szemmozgásoknak a különböző mérgehatás alatt azt jelentik, hogy a különböző chemiai mérgek különböző módon, különböző egymásutánban hozzák izgalomba és kimerülésbe a szemmozgást asszociáló idegközpontoknak különböző idegdúczsejtjeit. E hatásoknak törvényei azonban még ismeretlenek, tanulmányozásukra a fennebb érintett kísérleteken kívül tudtommal még nem is történtek vizsgálatok.

A véletlen Laufenaur tanár szívességéből két téli alvó állatot, két havasi morgát juttatott észleletem alá. Ez állatok október elejétől április elejéig folytonosan mélyen aludtak és a teljes téli mélyalvás ismert tünetényeit mutatták. Érdekes volt megfigyelni ez állatoknál, a hol az agy és idegrendszer működése a téli álom alatt a minimumra süllyed, hogy mi módon mutatkozik a forgatásos szem-nystagmus?

Mind a két állaton végezett forgatási kísérletekből kiderült, hogy az asszociált bilaterális szemmozgások bármely irányu és bár-

mely gyorsaságu testforgatásnál teljesen hiányzottak, a szemek mozdulatlanul nyugodtak üregekben úgy a forgás alatt, valamint az után; ápril elején történt felébredésük után pedig a szabályszerű bilaterális szem-oscillatiók megjelentek, sőt élénkebbek voltak, mint éber nyulaknál, a mi kapcsolatban állott nagyfokú bőr-érzékenységgel, a mely oly nagy volt, hogy egyszerű reáfúvásra erősen összerezzentek, egyik közülök plane minden reáfúvásra olyan sivítő hanggal felelt, mint a hegyek között szokott, midőn távoli lépteket hall vagy messze távolból észreveszi a közeledést.

Teljes álomban tehát a szemmozgást asszociáló központok teljesen szünetelnek és működésük csak a felébredés után tér vissza.

IV.

Kapcsolatban a fennebbi észleleti és kísérleti adatokkal szerencsém van bemutatni néhány stereoskopi fényképet, melyeket MADZSAR JÓZSEF dr. intézeti gyakornokom készített részint az általam, részint az újabban MARIKOVSZKY GYÖRGY dr. által készített félkörös csatornakészítményekről; ezen képek természetes helyzetekben mutatják a kétoldali labyrinth egymáshoz és a koponya többi részeihez való fekvését, mely viszonyok physiologiai jelentőségének felderítése későbbi vizsgálatoknak lesz feladata.

Szintén bemutatni van szerencsém stereoskopi fényképeket egy hypnotizált egyénről; ezek azon bilaterális szemmozgásokat tüntetik fel, a melyek a hypnotikus állapotban hangvilla-búgással idézhetők elő. E tárgyra vonatkozó kísérleteimről röviden már jelentést tettem a t. Akadémiának az 1885-dik év valamelyik osztály-ülésén és jelenleg csak azért mutatom be, hogy újra emlékezetbe hozzam azt, a mit akkor felemlítettem, s a mit e fényképek bizonyítanak: hogy t. i. emberre nézve is kimutatható kísérletileg az a reflex-kapocs, a mely a halló idegvégék és a bilaterális szemmozgások között létezik. E stereoskopi képeket MADZSAR JÓZSEF dr. gyakornokom az akkori felvételek után nagyítva állította elő.

A VARIATIO-SZÁMÍTÁS PARTIALIS DIFFERENCIÁL- EGYENLETEINEK TRANSFORMATIOJÁRÓL.

KURSCHÁK JÓZSEF 1. tagtól.

1. E dolgozat azzal a kérdéssel foglalkozik, vajjon a variatio-számítás differenciálegyenletei oly osztályt alkotnak-e, melynek minden egyede bármely érintkezési transformatio után megint variatio-számítási differenciálegyenletbe megy át. Legalább a másodrendű differenciálegyenletekről ki fogom mutatni, hogy valóban így viselkednek. Majdnem kétségtelen, hogy a magasabbrendű differenciálegyenletek vizsgálata ugyanerre az eredményre vezetne, de alighanem csak hosszadalmas számítások révén.

2. Jelentsék

$$p_k = \frac{\partial z}{\partial x_k}$$

$(k=1, 2, \dots, n)$

és

$$p_{ik} = \frac{\partial^2 z}{\partial x_i \partial x_k}$$

$(i, k=1, 2, \dots, n)$

egy ismeretlen z függvénynek első, illetve másodrendű differenciálhányadosait, f pedig legyen a

$$\begin{vmatrix} p_{ik} \end{vmatrix}$$

$(i, k=1, 2, \dots, n)$

determinansnak és aldeterminansainak oly adott lineár függvénye, melyben az együtthatók pusztán

$z, x_1, \dots, x_n, p_1, \dots, p_n$
függvényei.

Hogy

$$I = \int \int \dots \int f dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (1)$$

első variatioja eltűnjék, z a következő differenciálegyenletnek tartozik eleget tenni:

$$V(f) \equiv \frac{\partial f}{\partial z} - \sum_{k=1}^n \frac{d}{dx_k} \frac{\partial f}{\partial p_k} + \sum_{i=k}^n \sum_{k=i}^n \frac{d^2}{dx_i dx_k} \frac{\partial f}{\partial p_{ik}} = 0, \quad (2)$$

hol a $\frac{d}{dx_k}$ -val jelölt differenciálásnál tekintetbe veendő, hogy z és annak differenciálhányadosai is függenek x_k -től.

A $V(f) = 0$ differenciálegyenlet — mint látni fogjuk — másodrendű, még pedig bal oldala f -hez analog szerkezetű, vagyis szintén a z másodrendű differenciálhányadosaiból képezett determinánsnak és aldeterminánsainak oly lineár függvénye, melyben az együtthatók pusztán a független változóknak, z -nek és z első differenciálhányadosainak függvényei. Továbbá HIRSCH ARTHUR legalább egy, két és három változó esetében kimutatta,* hogy f mondott választásánál a legáltalánosabb másodrendű differenciálegyenleteket nyerjük, melyek a variatio-számításban egyáltalában fellépnek.

Ha a

$$\begin{aligned} z' &= Z(z, x_1, \dots, x_n, p_1, \dots, p_n) \\ x'_1 &= X_1, \dots, x'_n = X_n, p'_1 = P_1, \dots, p'_n = P_n \end{aligned} \quad (3)$$

érintkezési transformatio segítségével új változókra térünk át. $V(f)$ transformált alakját úgy képezzük, hogy a transformatio-képleteket ismeretes módon kibővítjük** a

$$p'_{ik} = P_{ik}(z, x_1, \dots, x_n, p_1, \dots, p_n, p_{11}, \dots, p_{nn}) \quad (3^*)$$

($i, k=1, 2, \dots, n$)

képletekkel, és azután a (3) és (3*) alatti egyenletek segítségével $V(f)$ -et mint az új változók függvényét fejezzük ki.

A variálandó I integrálból érintkezési transformatioink segít-

* Über eine charakteristische Eigenschaft der Differentialgleichungen der Variationsrechnung, *Mathematische Annalen*, 49. köt.

** LIE, Theorie der Transformationsgruppen, II. köt. 378—383. lap.

ségével szintén nyerhetünk egy *transformált* integrált. E végből

$$dx_1 dx_2 \dots dx_n$$

helyébe

$$dx'_1 dx'_2 \dots dx'_n$$

-nek és a

$$\sigma = \left| \frac{dX_i}{dx_k} \right| \quad (4)$$

$$(i, k=1, 2, \dots, n)$$

determinánsnak

$$\sigma^{-1} dx'_1 dx'_2 \dots dx'_n$$

hányadosát írjuk és az $\bar{f} = f\sigma^{-1}$ függvényt (és az integrál határait) szintén az új változóknak fejezzük ki.

Az érintkezési transformatio segítségével ily módon előállított

$$\bar{I} = \int \bar{f} dx'_1 dx'_2 \dots dx'_n$$

transformált integrálban \bar{f} az f -hez analog szerkezetű.

Ha a transformatiot új koordináták bevezetésének tekintjük, akkor előre sejthető, hogy a bevezetésben felvetett kérdésre a következő tétellel felelhetünk:

Az a differenciálegyenlet, melyet az eredeti I integrálnak megfelelő $V(f) = 0$ egyenletből a transformálás által nyerünk, csak egy lényegtelen tényezőben különbözik a transformált integrál variálásánál fellépő differenciálegyenlettől.

Feladatunk tehát pusztán e tétel pontos bebizonyításában áll.

3. Mindenekelőtt határozzuk meg $V(f)$ részletes alakját.

A p_{ik} másodrendű differenciálhányadosokból képezett determináns és minden al-determinánsa mint egy-egy

$$D_0 = \left| \frac{dU_r}{dx_\pi} \right|$$

$$(r, \pi=1, 2, \dots, n)$$

alakú függvénydetermináns állítható elő, melyben az U_r -k pusztán

$$z, x_1, \dots, x_n, p_1, \dots, p_n$$

függvényei. A

$$p_{r\pi}$$

$$\left(\begin{matrix} r = i_1, i_2, \dots, i_r \\ \pi = k_1, k_2, \dots, k_r \end{matrix} \right)$$

aldeterminánsra vonatkozólag

$$U_{i_1} = \rho_{k_1}, U_{i_2} = \rho_{k_2}, \dots, U_{i_r} = \rho_{k_r},$$

a többi U_v pedig egy-egy x -szel egyenlő.

Ha azt az együtthatót, melylyel D_0 az f -ben szorozva van, U_0 -sal jelöljük, akkor megjegyzésünk értelmében f csupa $U_0 D_0$ alakú tag összege, hol D_0 az

$$\left| U_v \frac{dU_v}{dx_1} \frac{dU_v}{dx_2} \dots \frac{dU_v}{dx_v} \right| \quad (4)$$

($v=0, 1, 2, \dots, n$)

determinánsban az U_0 elemhez adjungált aldetermináns. Továbbá $V(f)$ az egyes $V(U_0 D_0)$ kifejezések összege.

$V(U_0 D_0)$ kiszámításánál

$$\frac{\partial(U_0 D_0)}{\partial z} = \sum_{k=1}^n \sum_{v=1}^n U_0 D_{0v}^{(k)} \frac{\partial}{\partial z} \frac{dU_v}{dx_k} + D_0 \frac{\partial U_0}{\partial z}, \quad (5)$$

hol $D_{0v}^{(k)}$ a D_0 determinánsnak a $\frac{dU_v}{dx_k}$ elemhez adjungált aldeterminánst jelenti. Itt a $\frac{\partial}{\partial z}$ és a $\frac{d}{dx_k}$ műveletek sorrendje felesérelhető lévén:

$$U_0 D_{0v}^{(k)} \frac{\partial}{\partial z} \frac{dU_v}{dx_k} = \frac{d}{dx_k} \left(U_0 D_{0v}^{(k)} \frac{\partial U_v}{\partial z} \right) - U_0 \frac{\partial U_v}{\partial z} \frac{dD_{0v}^{(k)}}{dx_k} - D_{0v}^{(k)} \frac{\partial U_v}{\partial z} \frac{dU_0}{dx_k}.$$

Továbbá a k szerinti összegezésnél a függvénydeterminánsok egy ismeretes tulajdonságánál fogva

$$\sum_{k=1}^n \frac{dD_{0v}^{(k)}}{dx_k} = 0.$$

Ennélfogva

$$\sum_{k=1}^n U_0 D_{0v}^{(k)} \frac{\partial}{\partial z} \frac{dU_v}{dx_k} = \sum_{k=1}^n \frac{d}{dx_k} \left(U_0 D_{0v}^{(k)} \frac{\partial U_v}{\partial z} \right) + D_v \frac{\partial U_v}{\partial z},$$

hol

$$D_v = - \sum_{k=1}^n D_{0v}^{(k)} \frac{dU_0}{dx_k}$$

nem egyéb, mint a (4) determinánsnak az U_v elemhez adjungált aldeterminánsa.

Ha ezt (5) alatt tekintetbe vesszük, akkor

$$\frac{\partial(U_0 D_0)}{\partial z} = \sum_{k=1}^n \sum_{v=1}^n \frac{d}{dx_k} \left(U_0 D_{0v}^{(k)} \frac{\partial U_v}{\partial z} \right) + \sum_{v=0}^n D_v \frac{\partial U_v}{\partial z}. \quad (6)$$

Továbbá

$$\frac{\partial(U_0 D)}{\partial p_k} = \sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^n U_0 D_{0v}^{(i)} \cdot \frac{\partial}{\partial p_k} \frac{dU_v}{dx_i} + D_0 \frac{\partial U_0}{\partial p_k}. \quad (7)$$

Itt a $\frac{\partial}{\partial p_k}$ és $\frac{d}{dx_i}$ műveletek sorrendje nem mindig cserélhető fel, hanem

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial p_k} \frac{dU_v}{dx_i} &= \frac{\partial}{\partial p_k} \left(\frac{\partial U_v}{\partial x_i} + p_i \frac{\partial U_v}{\partial z} + p_{i1} \frac{\partial U_v}{\partial p_1} + \dots + p_{in} \frac{\partial U_v}{\partial p_n} \right) = \\ &= \frac{\partial}{dx_i} \frac{\partial U_v}{\partial p_k} + \delta_{ik} \frac{\partial U_v}{\partial z}, \end{aligned}$$

hol δ_{ik} csak akkor egyenlő zérussal, ha $i \neq k$, ellenben $i=k$ esetében $\delta_{ik}=1$. Ennélfogva

$$\begin{aligned} U_0 D_{0v}^{(i)} \frac{\partial}{\partial p_k} \frac{dU_v}{dx_i} &= U_0 D_{0v}^{(i)} \frac{d}{dx_i} \frac{\partial U_v}{\partial p_k} + \delta_{ik} U_0 D_{0v}^{(i)} \frac{\partial U_v}{\partial z} = \\ &= \frac{d}{dx_i} \left(U_0 D_{0v}^{(i)} \frac{\partial U_v}{\partial p_k} \right) - D_{0v}^{(i)} \frac{dU_0}{dx_i} \frac{\partial U_v}{\partial p_k} - \\ &\quad - U_0 \frac{\partial U_v}{\partial p_k} \frac{dD_{0v}^{(i)}}{dx_i} + \delta_{ik} U_0 D_{0v}^{(i)} \frac{\partial U_v}{\partial z} \end{aligned}$$

és

$$\begin{aligned} &\sum_{i=1}^n U_0 D_{0v}^{(i)} \frac{\partial}{\partial p_k} \frac{dU_v}{dx_i} = \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{d}{dx_i} \left(U_0 D_{0v}^{(i)} \frac{\partial U_v}{\partial p_k} \right) + D_v \frac{\partial U_v}{\partial p_k} + U_0 D_{0v}^{(k)} \frac{\partial U_v}{\partial z}. \end{aligned}$$

Ha ezt (7) alatt tekintetbe vesszük, akkor

$$\begin{aligned} &\frac{\partial(U_0 D)}{\partial p_k} = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{v=1}^n \frac{d}{dx_i} \left(U_0 D_{0v}^{(i)} \frac{\partial U_v}{\partial p_k} \right) + \sum_{v=0}^n D_v \frac{\partial U_v}{\partial p_k} + \sum_{v=1}^n U_0 D_{0v}^{(k)} \frac{\partial U_v}{\partial z}. \quad (8) \end{aligned}$$

Vége

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{d^2}{dx_i dx_k} \frac{\partial (U_0 D_0)}{\partial p_{ik}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n (1 + \delta_{ik}) \frac{d^2}{dx_i dx_k} \frac{\partial (U_0 D_0)}{\partial p_{ik}}.$$

Itt

$$(1 + \delta_{ik}) \frac{\partial (U_0 D_0)}{\partial p_{ik}} = \sum_{v=0}^n \left(U_0 D_{0v}^{(i)} \frac{\partial U_v}{\partial p_k} + U_0 D_{0v}^{(k)} \frac{\partial U_v}{\partial p_i} \right).$$

Tehát

$$\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{d^2}{dx_i dx_k} \frac{\partial (U_0 D_0)}{\partial p_{ik}} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{d^2}{dx_i dx_k} \left(U_0 D_{0v}^{(i)} \frac{\partial U_v}{\partial p_k} \right). \quad (9)$$

A (6), (8), (9) alatti képleteknél fogva

$$V(U_0 D_0) = \sum_{v=0}^n \left(D_v \frac{\partial U_v}{\partial z} - \sum_{k=1}^n \frac{d}{dx_k} \left(D_v \frac{\partial U_v}{\partial p_k} \right) \right). \quad (10)$$

Innen már látható, hogy $V(U_0 D_0)$ -ban z -nek magasabb mint harmadrendű differenciálhányadosai nem léphetnek fel. Hogy még a harmadrendűek is kiesnek, azt következőleg bizonyíthatjuk be.

Jelöljük D_v -nek a $\frac{dU_\pi}{dx_i}$ elemhez adjungált aldeterminánsát

$D_{v\pi}^{(i)}$ -vel. Akkor

$$\delta_{ik} D_v = \sum_{\pi=0}^{(v)} D_{v\pi}^{(i)} \frac{dU_\pi}{dx_k} \quad \frac{dD_v}{dx_k} = \sum_{i=1}^n \sum_{\pi=0}^{(v)} D_{v\pi}^{(i)} \frac{d^2 U_\pi}{dx_i dx_k},$$

hol (v) arra figyelmeztet, hogy π csak v -től különböző értékeket vehet fel. Tehát

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx_k} \left(D_v \frac{\partial U_v}{\partial p_k} \right) &= \frac{\partial U_v}{\partial p_k} \frac{dD_v}{dx_k} + \sum_{i=1}^n \delta_{ik} D_v \frac{d}{dx_i} \frac{\partial U_v}{\partial p_k} = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{\pi=0}^{(v)} D_{v\pi}^{(i)} \left(\frac{\partial U_v}{\partial p_k} \frac{d^2 U_\pi}{dx_i dx_k} + \frac{dU_\pi}{dx_k} \frac{d}{dx_i} \frac{\partial U_v}{\partial p_k} \right) = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{\pi=0}^{(v)} D_{v\pi}^{(i)} \frac{d}{dx_i} \left(\frac{\partial U_v}{\partial p_k} \frac{dU_\pi}{dx_k} \right). \end{aligned}$$

Ha v szerint összegezzük és tekintetbe vesszük, hogy

$$D_{v\pi}^{(i)} = -D_{\pi v}^{(i)},$$

akkor innen

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dx_k} \sum_{v=0}^n D_v \frac{\partial U_v}{\partial p_k} = \\ & = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{v=0}^n \sum_{\pi=0}^{(v)} D_{v\pi}^{(i)} \frac{d}{dx_i} \left(\frac{\partial U_v}{\partial p_k} \frac{dU_\pi}{dx_k} - \frac{\partial U_\pi}{\partial p_k} \frac{dU_v}{dx_k} \right). \end{aligned}$$

Tehát

$$\sum_{k=1}^n \frac{d}{dx_k} \sum_{v=0}^n D_v \frac{\partial U_v}{\partial p_k} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{v=0}^n \sum_{\pi=0}^{(v)} D_{v\pi}^{(i)} \frac{d}{dx_i} [U_v, U_\pi], \quad (11)$$

hol $[U_v, U_\pi]$ a Poisson-féle zárjeles kifejezés, vagyis

$$\begin{aligned} [U_v, U_\pi] &= \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial U_v}{\partial p_k} \frac{dU_\pi}{dx_k} - \frac{\partial U_\pi}{\partial p_k} \frac{dU_v}{dx_k} \right) = \\ &= \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial U_v}{\partial p_k} \left(\frac{\partial U_\pi}{\partial x_k} + p_k \frac{\partial U_\pi}{\partial z} \right) - \frac{\partial U_\pi}{\partial p_k} \left(\frac{\partial U_v}{\partial x_k} + p_k \frac{\partial U_v}{\partial z} \right) \right). \end{aligned}$$

E szerint $V(U_0 D_0)$ végleges alakja :

$$V(U_0 D_0) = \sum_{v=0}^n \left(D_v \frac{\partial U_v}{\partial z} - \frac{1}{2} \sum_{\pi=0}^{(v)} \sum_{i=1}^n D_{v\pi}^{(i)} \frac{d}{dx_i} [U_v, U_\pi] \right). \quad (12)$$

Itt D_v a

$$\left\| \frac{\partial U_\lambda}{\partial x_1} + p_1 \frac{\partial U_\lambda}{\partial z} \cdots \frac{\partial U_\lambda}{\partial x_n} + p_n \frac{\partial U_\lambda}{\partial z} \frac{\partial U_\lambda}{\partial p_1} \cdots \frac{\partial U_\lambda}{\partial p_n} \right\|$$

($\lambda=0, 1, \dots, v-1, v+1, \dots, n$)

és

$$\left\| \frac{dx_\mu}{dx_1} \cdots \frac{dx_\mu}{dx_n} p_{\mu 1} \cdots p_{\mu n} \right\|$$

($\mu=1, 2, \dots, n$)

matrixokból komponált determinánstól legfőlebb előjelében különbözik, tehát BINET és CAUCHY tétele szerint valóban f -hez hasonló alakú. Továbbá

$$\sum_{i=1}^n D_{v\pi}^{(i)} \frac{d}{dx_i} [U_v, U_\pi]$$

szintén ilyen, mert D_v -től csak abban különbözik, hogy U_π helyett

$$[U_v, U_\pi]$$

áll. Tehát $V(f)$ -nek minden egyes $V(U_0 D_0)$ része, és ennél fogva maga $V(f)$ is, valóban a bevezetésben mondott alakú.

4. Most már vizsgáljuk meg a (3) alatti érintkezési transzformációnak hatását $V(U_0 D_0)$ -ra.

Az érintkezési transzformációk ismeretes értelmezése szerint:

$$dZ - \sum_{k=1}^n P_k dX_k = \rho \left(dz - \sum_{k=1}^n p_k dx_k \right), \quad (13)$$

hol ρ pusztán

$$z, x_1, \dots, x_n, p_1, \dots, p_n$$

függvénye. Ugyanez a ρ tényező a Poisson-féle zárjeles kifejezés transformálásánál is szerepel. Ha ugyanis $[\varphi, \psi]$ és $[\varphi, \psi]'$ két függvény eredeti, illetve transformált alakjára vonatkozó Poisson-féle zárjeles kifejezést jelenti, akkor: *

$$[\varphi, \psi] = \rho [\varphi, \psi]' \quad [\varphi, \psi] - \varphi \frac{\partial \psi}{\partial z} = [\rho \varphi, \psi]' - \rho \varphi \frac{\partial \psi}{\partial z}'.$$

Ha pl. $\varphi = 1$ és $\psi = U_v$, akkor az utóbbi képletből:

$$\frac{\partial U_v}{\partial z} = \rho \frac{\partial U_v}{\partial z'} + [U_v, \rho]'. \quad (14)$$

A D_v determinánsok a

$$D_v = \sigma D'_v \quad (15)$$

képlet szerint transformálódnak, hol σ a (4) alatti determinánst jelenti, D'_v pedig a

$$\left| U_v \frac{dU_v}{dx'_1} \frac{dU_v}{dx'_2} \dots \frac{dU_v}{dx'_n} \right|$$

($v=0, 1, 2, \dots, n$)

determinánsnak az U_v -hez adjungált aldeterminánsát.

Az utolsó két képletből:

$$D_v \frac{\partial U_v}{\partial z} = \sigma D'_v \left(\rho \frac{\partial U_v}{\partial z'} + [U_v, \rho]' \right). \quad (16)$$

Ha még D'_v -nek a $\frac{dU_\pi}{dx'_i}$ elemhez adjungált aldeterminánsát $D_{v\pi}^{(i)}$ -vel jelöljük, akkor

* LIE i. h. 123. és 276. lap.

$$\sum_{i=1}^n D_{v\pi}^{(i)} \frac{d[U_v, U_\pi]}{dx_i} = \sigma \sum_{i=1}^n D_{v\pi}^{(i)} \frac{d[U_v, U_\pi]}{dx_i} = \sigma \sum_{i=1}^n D_{v\pi}^{(i)} \frac{d\rho[U_v, U_\pi]}{dx_i},$$

azaz

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^n D_{v\pi}^{(i)} \frac{d[U_v, U_\pi]}{dx_i} = \\ & = \rho \sigma \sum_{i=1}^n D_{v\pi}^{(i)} \frac{d[U_v, U_\pi]'}{dx_i} + \sigma [U_v, U_\pi]' \sum_{i=1}^n D_{v\pi}^{(i)} \frac{d\rho}{dx_i}. \end{aligned} \quad (17)$$

A mondottak szerint $V(U_0 D_0)$ -nak az új változókban kifejezett értéke

$$\rho \sigma \sum_{v=0}^n \left(D_v' \frac{\partial U_v}{\partial z'} - \frac{1}{2} \sum_{\pi=0}^n \sum_{i=1}^n D_{v\pi}^{(i)} \frac{d[U_v, U_\pi]'}{dx_i} \right) \quad (18)$$

és

$$\sigma \sum_{v=0}^n \left(D_v' [U_v, \rho]' - \frac{1}{2} \sum_{\pi=0}^n \sum_{i=1}^n D_{v\pi}^{(i)} [U_v U_\pi]' \frac{d\rho}{dx_i} \right) \quad (19)$$

összegével egyenlő.

A (19) alatti rész eltűnik. Ugyanis

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} D_{v\pi}^{(i)} [U_v, U_\pi]' &= \frac{1}{2} D_{v\pi}^{(i)} \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial U_v}{\partial p'_k} \frac{dU_\pi}{dx'_k} - \frac{\partial U_\pi}{\partial p'_k} \frac{dU_v}{dx'_k} \right) = \\ &= \frac{1}{2} D_{v\pi}^{(i)} \sum_{k=1}^n \frac{\partial U_v}{\partial p'_k} \frac{dU_\pi}{dx'_k} + \frac{1}{2} D_{v\pi}^{(i)} \sum_{k=1}^n \frac{\partial U_\pi}{\partial p'_k} \frac{dU_v}{dx'_k}, \end{aligned}$$

innen pedig

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum_{v=0}^n \sum_{\pi=0}^n D_{v\pi}^{(i)} [U_v, U_\pi]' &= \sum_{v=0}^n \sum_{\pi=0}^n D_{v\pi}^{(i)} \sum_{k=1}^n \frac{\partial U_v}{\partial p'_k} \frac{dU_\pi}{dx'_k} = \\ &= \sum_{v=0}^n \sum_{k=1}^n \partial_{ik} \frac{\partial U_v}{\partial p'_k} D_v' = \sum_{v=0}^n D_v' \frac{\partial U_v}{\partial p'_i}. \end{aligned}$$

Másrészt

$$0 = \sum_{v=0}^n D_v' \frac{dU_v}{dx'_i}.$$

Tehát

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \sum_{v=0}^n \sum_{\pi=0}^n \sum_{i=1}^n D_{v\pi}^{(i)} [U_v, U_\pi]' \frac{d\rho}{dx_i} = \\ & = \sum_{v=0}^n D_v' \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial U_v}{\partial p'_i} \frac{d\rho}{dx_i} - \frac{\partial \rho}{\partial p'_i} \frac{dU_v}{dx_i} \right) = \sum_{v=0}^n D_v' [U_v, \rho]', \end{aligned}$$

és a (19) alatti kifejezés valóban eltűnik.

Ennélfogva

$$V(U_0 D_0) = \rho\sigma \sum_{v=0}^n \left(D'_v \frac{\partial U_v}{\partial z'} - \frac{1}{2} \sum_{\pi=0}^n \sum_{i=1}^n D'_{v\pi}{}^{(i)} \frac{d[U_v, U_\pi]'}{dx'_i} \right). \quad (20)$$

Tehát $V(U_0 D_0)$ egyenlő $\rho\sigma$ -nak és azon differenciálegyenlet bal oldalának szorzatával, mely az

$$\int \int \dots \int U_0 D_0 dx'_1 dx'_2 \dots dx'_n$$

integrálnak — vagyis

$$\int \int \dots \int U_0 D_0 dx_1 dx_2 \dots dx_n$$

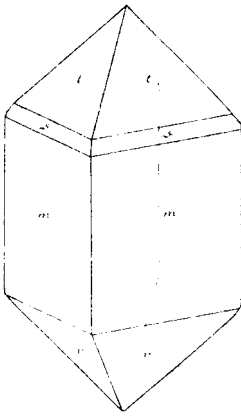
transformáltjának — variálásánál fellep.

Minthogy pedig $V(f)$ az egyes $V(U_0 D_0)$ -ok összege, azért a 2. cikkelyben kimondott tétel általánosan érvényes; még pedig a benne említett tényező értéke: $\rho\sigma$.

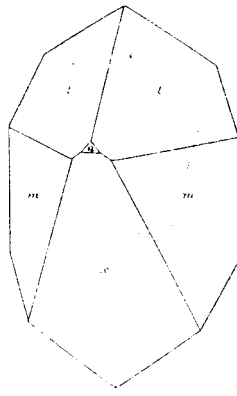
(A M. T. Akadémia III. osztályának 1899. május 15.-én tartott üléséből.)

Moesz G. Krokoit, Lievrit.

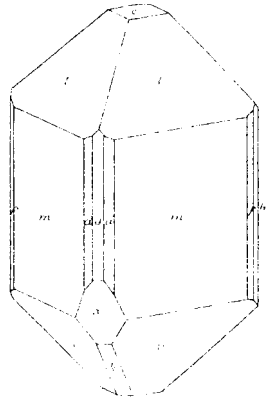
1.



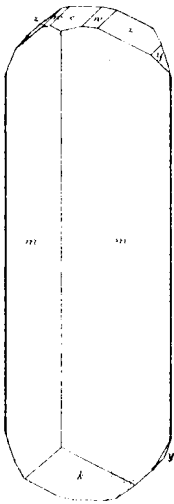
2.



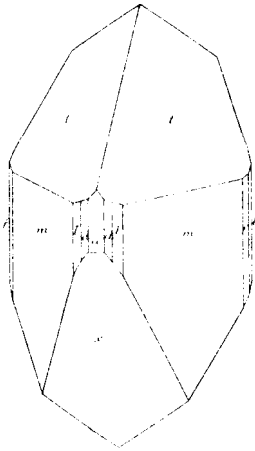
3.



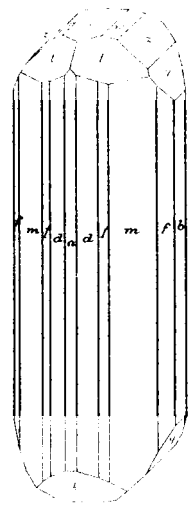
4.



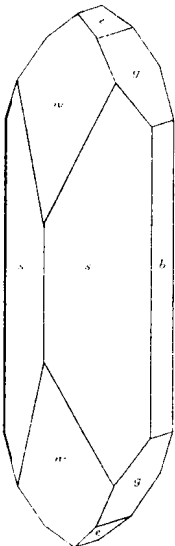
5.



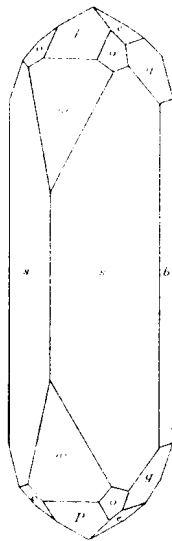
6.



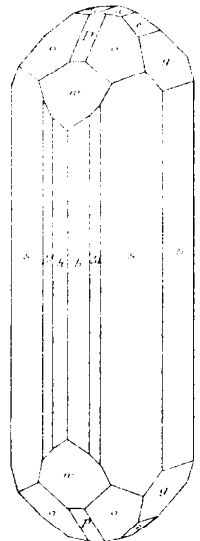
7.

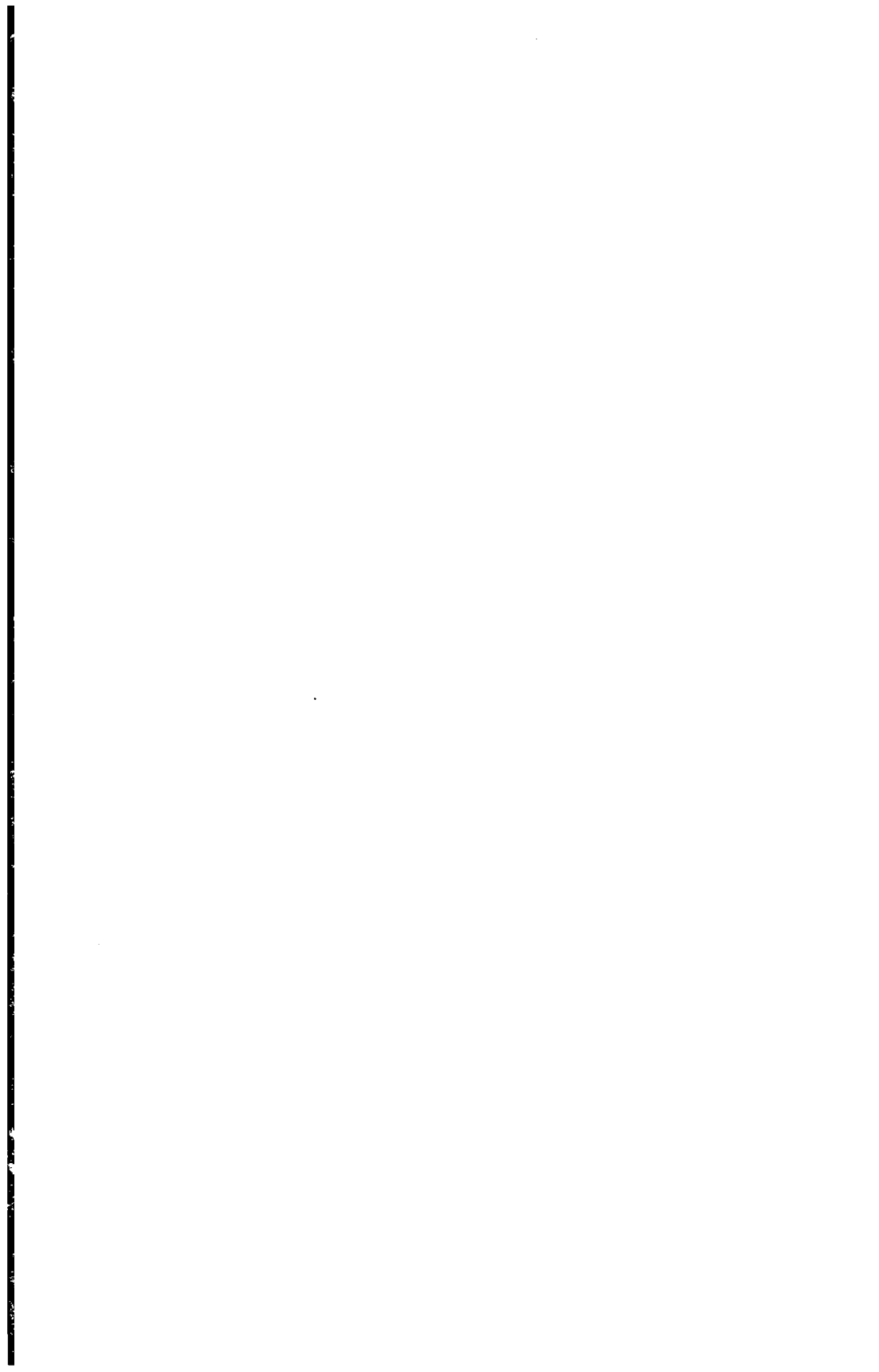


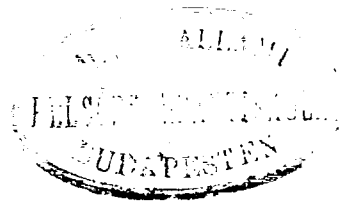
8.



9.







A SUBCEREBRALIS HANGKÉPZŐ KÖZÉPPONTRÓL.

ÓNODI ADOLF I. tagtól.

Idevonatkozó kísérleti vizsgálataimat részletesen megírtam közzétett dolgozataimban.¹ Ezen vizsgálatok eredménye az, hogy kutyánál a negyedik aggyomrocsonk fenekén, a vagus területe és a hátulsó ikertelep között egy második subcerebrális hangképző középpont létezik, mely a hangképzést fentartja akkor is, ha az egész agyvelőt a mellő és hátulsó ikertelepek között teljesen el-metszszük a nyúltvelőtől; viszont megszűnik a hangképzés és csu-pán a légzés marad meg, ha a nyúltvelőt a vagus területe felett, azaz a subcerebrális hangképző központ alatt metszszük át teljesen. Az ezen kérdésben felmerült megerősítő és ellentmondó közlemé-nyekre sem terjeszkedem ki ezen alkalommal, csupán megemlítem BECHTEREW² megerősítő közleményét, továbbá KLEMPERER³ és GRABOWER⁴ czikkeit, melyekre észrevételeimet két felszólalásban⁵ és egy dolgozatban⁶ megtettem és még ma is fentartom.

Ezen utóbbi dolgozatban megjelöltem azon irányt, melyet követni fogok a kérdés eldöntésére. Élettani kísérleteim eredmé-nyeit az emberi perforált újszülöttek és torzszülöttek vizsgálatai-val vettem egybe. E célból felkértem KÉZMÁRSZKY TIVADAR és

¹ Die Phonation im Gehirn, Berliner klinische Woch. 1894. Adatok a gége beidegzésének boncztanához, élettanához és kórtanához. M. Tud. Akad. 1894. Die Innervation des Kehlkopfes, Wien 1895.

² BECHTEREW. Neurologisches Centralblatt 1895.

³ Archiv f. Laryngologie 1895. ⁴ Archiv f. Laryngologie 1897.

⁵ Archiv f. Laryngologie 1895, 1897. ⁶ Zur Pathologie der Phonations-centren. Monatschrift für Ohrenheilkunde, Kehlkopfr. etc. 1898. A hang-képző központok kórtanáról 1897. Pathologie des centres de la phonation. Revue hebdomadaire de laryngologie 1898.

TAUFFER VILMOS egyetemi tanár urakat, hogy oly perforált újszülöttet vagy torzszülöttet, mely élettartama alatt hangot adni tudott, rendelkezésemre bocsátani kegyesek legyenek. Két év leforgása alatt két hangot adó perforált újszülött és két hangot adó torzszülött jutott észlelésem alá. Ezen vizsgálatokról kívánok ma beszámolni, melyek a mellett, hogy szintén élettani kísérleteknek felelnek meg, emberre vonatkoznak és így a subcerebralis hangképző központ kérdésének eldöntésében igen nagy fontossággal bírnak.

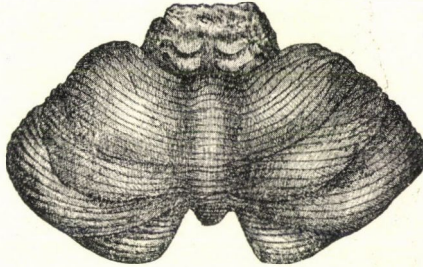
Az idevonatkozó szabatos megfigyelés és vizsgálat, sajnos, annyira ritka, hogy alig lehet egy-két észleletet értékesíteni. A közlemények általánosságban felemlítik, hogy a torzszülött élettartama alatt hangot adott, de a meglevő agyrészletek boncztani és szövettani vizsgálatok tárgyát nem képezték. Egyes közlemények a gerinczagy és nyúltvelő szövettani vizsgálatát adják, de a torzszülöttek életjelenségeiről semminemű adatot nem tartalmaznak. E mellett tekintetbe jő, hogy sok torzszülött halva születik meg és hogy a legtöbb vizsgálat a gyűjteményekben elhelyezett anyagon végeztetett.

A mi a perforált újszülötteket illeti, hasonló helyzetben vagyunk. A műtett újszülöttek egy része halott, másik részét az anyára és környezetre való tekintettel a műtét után közvetlenül vízbe fojtják. Hátramaradnak azon perforált újszülöttek, melyek rövid élettartamuk alatt hangot adtak. Ezen esetek egyszerűen fel vannak említve, de egyetlen egy vizsgálat sincsen közölve, mely a hangot adó perforált újszülött agyveleje roncsolt és épségben maradt részeinek boncztani és szövettani vizsgálatával foglalkozott volna. Újabb időben pedig a szülészet conservatív irányá még ritkábbá teszi az újszülöttek perforatioját.

Fel fogom sorolni azon egyes közleményeket, melyek idevonatkoznak, továbbá a saját észleleteimet, összhangzásba hozva őket kísérleti vizsgálataim eredményeivel. Saját észleleteim a következő öt esetre vonatkoznak. Egy anencephalon, mely halva jött a világra és így részemről további vizsgálat tárgyát nem képezte. Egy másik anencephalon, mely három napig élt és hangot adott. Két perforált újszülött, mely élettartama alatt hangot adott. Egy torzszülött hæmato-meningo-encephalocèle esete, mely egy napig élt és hangot adott.

A mi a perforált és hangot adó újszülötteket illeti, az irodalomban FAVRE * esetét találtam, melynél azonban hiányzik a szabatos boncztani vizsgálat. Egy perforált újszülöttnél, mely kiáltott, a mutató ujjal az agyrészeket eltávolította, állítólag csak a nyúltvelő maradt meg és a gyermek tovább kiáltott; ekkor a nyúltvelő szétroncsolásával a gyermek életének véget vetett. Ezzel az eljárással az agyrészek szabatos boncztani vizsgálatának lehetősége megszűnt és az agyrészeknek ujjal történt kiürítése után a véres terület, a megmaradt agyrészek csak a fejseben át voltak megítélhetők és így ezen eset értékesíthetőségéről szó sem lehet.

A hangot adó egyik perforált újszülöttet TAUFFER VILMOS egyetemi tanár szivességéből vizsgálhattam meg. A perforált újszülött a műtét után még lélegzett és hangot adott. Az egész fejet az agyvelővel formalinnal kezeltem és így a helyzetében megkeményített agyvelőt vizsgáltam meg. A vizsgálata az agyféltekék sérülései mellett mutatta, hogy az agyvelő a mellső ikertelepek magasságában a nyúltvelőtől



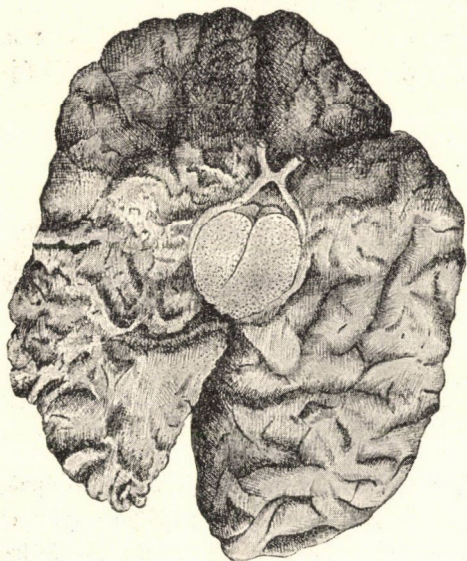
1. ábra. Ember. Perforált újszülött. Az agyvelő átmetszése a mellső ikertelepek tájékán.

el van választva. A hátsó ikertelepek és a Varol-híd teljesen épek, a mellső ikertelepek proximalis részlete és az agykocsányok elvannak ronccsolva. A jobb agykocsány roncsolása annak külső áttetsző, alig egy mm. vastag felszínéig terjed. Azonban egy fél cm-nyire ezen nagyon vékony összefüggés fölött a látótelepbe hatol kifelé egy 2 cm. mély sérülés, úgy hogy az agyat elválasztó roncsolás csaknem teljesen mondható. Az 1. ábra ezen készítményre vonatkozik; a készítmény azonban a demonstrálásokat szenvedett és így az ábrán a jobb agykocsánynak leírt felette vékony összefüggése nincsen feltüntetve, miután elszakadt.

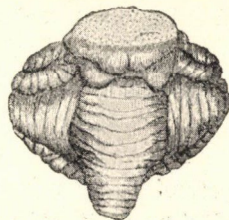
A hangot adó második perforált újszülöttet KÉZMÁRSZKY TIVADAR egyetemi tanár szivességéből kaptam vizsgálatra. Ezen

* VIRCHOW'S Archiv 1895. Bd. 139.

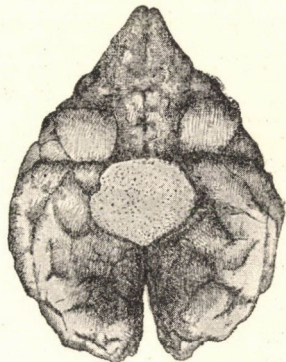
újszülött is lélegzett és hangot adott a műtét után. A perforáló eszköz a jobb középső koponyaárokban hatolt be, a jobb halánték és nyakszirt lebenyek, valamint a jobb agyacsfél egy részének roncsolásával az agyvelő teljesen el lett választva a nyúltvelőtől azon a helyen, a hol az agykocsányok az agyvelővel összefüggenek. A 2. ábra tünteti fel ezt a készítményt. Ezen két ábra mellé teszem azon kísérleti készítmények ábráit is, melyek



2. ábra. Ember. Perforált újszülött. Teljes átmetszése az agytörzsnek, a jobb halánték- és nyakszirtlebeny sérülésével.



3. ábra. Kutya. Teljes átmetszése az agyvelőnek a mellső ikertelepek magasságában.



4. ábra. Kutya. Teljes átmetszése az agytörzsnek.

teljes összhangzásban állanak ezen hangot adó perforált újszülötteknél talált viszonyokkal. A 3. ábra megfelel az 1. ábrának és egy olyan kutyanak a nyúltvelejét mutatja, melynél az agyvelő a mellső ikertelepek magasságában lett a nyúltvelőtől elválasztva és a melynél a hangképzés semmit sem szenvedett. A 4. ábra megfelel a 2. ábrának és egy kutyanak az agyvelejét mutatja az agytörzs teljes átmetszésével, a melynél a hangképzés zavartalanul fennállott.

A mi a hangot adó hemi- és anencephal torzszülötteket illeti,

az irodalomban csupán ARNOLD * észlelete ismeretes. SCHÜRHOFF ** ugyan hemicephal torzszülöttek központi idegrendszerét nyolcz esetben megvizsgálta, azonban adatokat úgy az életjelenségekre, mint a hangképzésre nem közöl. ARNOLD hemicephal torzszülöttje három napig élt. A gyermek ritkán kiáltott, különben sokat nyöszörgött. A reflexek kiváltására tüszúrások útján a gyermek nem kiáltott. Az agyrészletek ingerlése faradikus árammal a szemhéj záró izmának, továbbá a tarkóizmoknak az arcz izmaival és a bal végtagok izmainak összehuzódását eredményezte. Ez izgatások alatt történt észlelésekben a hangképződésre vonatkozó adat nem foglaltatik. A részletes vizsgálat mutatta, hogy az agyacsok durványai megvannak és a négy ikertelepet egy lemez alkotja; az agyidegek közül hiányzik a szaglóiideg; a látóiideg az ikerteleplemez előtt levő lemezből indul ki. Az agy tömlős üregekből áll.

Az egyik anencephalon, miután halva született, részünkről vizsgálat tárgyát nem képezte. A másik anencephalon, mely majdnem három napig élt, KÉZMÁRSZKY TIVADAR egyetemi tanár szívésségéből került vizsgálatunk alá. Az anencephalont egy 20 éves aszszony szülte, kinek családjában már több anencephalon-szülés fordult elő. A torzszülött 61 óráig élt és ez alatt hangot adott, sírt.

Az 5. és 6. ábra bemutatja a makroszkopi képet, a feldolgozásra megkeményített központi idegrendszert.

A következőkben közlöm az idevonatkozó kórboncztani jegyzőkönyvet.

Jól fejlett, érett magzat hullá.

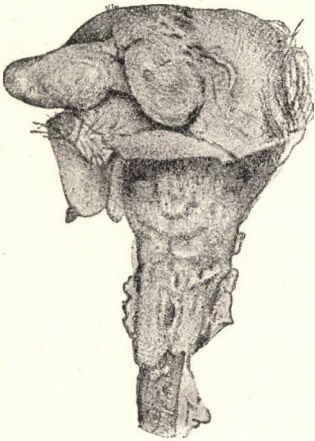
A testhez arányítva igen kicsiny koponya csontos vázában alakú eltérést mutat annyiban, hogy a homlokcsontok vízszintes síkban haladnak a szemöldök-ivektől hátrafelé a fejtetőig, a hol, a hosszú barna hajzattal fedett koponyaboltozaton, sötét kékes-vörös, szőrtelen, lágy terime nagyobbás tűnik szembe. A különben normalis arczból a homlokcsontok ez elhelyezése folytán felső részleteikkel erősen kidomborodnak a bulbusok.

Az említett terimenagyobbodás balról jobbra megnyúlt ovalis alakú; a jobb oldalon s hátsó szélének jobb felében éles határ

* ZIEGLER. Beiträge zur Pathologie, Bd. 11.

** Bibliotheca medica, 1894.

nélkül megy át a környező fejbőrbe, míg elől, baloldalt s hátsó szélének bal felében a fejbőr fölé kiemelkedő, illetve arra reáhajló, reányomott növedéket képez, melynek felső felületén 2 nyulvány tűnik szembe. Az egyik kisebb, laposabb, a növedék közepén indul el s hátrafelé tartva oly pontosan illeszkedik be a felszín megfelelő homorulatába, hogy csak a környező besüppedés útján különíthető el a felszín többi részétől. A másik nyulvány az előbbinek bal oldalán ül s két gyökérrel ered a felső felszínen, melyek az előbb leírt nyulvány eredését körülfogják; a két gyök egyesüléséből



5. ábra. Ember. Anencephalon. A központi idegrendszer a gerinczagtól a fejbőrig a dudorral, hátulról tekintve.

tamadott nyulvány szabadon álló, kiélesedő orrmány alakjában halad bal felé, messze kinyúlva az itt gomba alakú növedék bal széle fölött.

A koponyaboltozat bőre a szemöldököktől, a hallójárat felső szélétől s az occiput alsó szélétől, hol normálisan 2—3 mm. vastagságú, az említett terimenagyobbodás felé egyre vastagodik, úgy, hogy a mellett 8—9 mm. vastagságot ér el; a növedék oldalán teljesen elvékonyodva, szőrtüszőit s epidermoid jellegét veszelve, illetve visszahajlás után átmelegy a növedék sötét vörösés-kékes borítékába. Az agy és gerinczagy kivételéhez megnyíttatnak a csontos koponyatok részei. Kiderül, hogy a

homlokcsontok keskeny lemezek alakjában húzódnak a margo supraorbitalistól fel- és hátrafelé, a lamina supraorbitalissal ormányszerű folytatását képezve a koponyaürnek. Ebbe — a nyúlkoponya homloki részére emlékeztető — üregbe nyulványt bocsát az agyburkok elülső részlete lágy, kocsonyás, üres zsák alakjában. A koponyaalapi csontok alig törhető, metszhető, rigid, kemény, 3—5 mm. vastag lemezekké lettek; hasonlóak a parietalis csontok rudimentumai is, melyek a halántéki pikkelyekkel, a homlokcsontok és occiput megfelelő részeivel felismerhetetlenül (varrat nélkül) csontosan egybeforrnak. A falcsontok között a nagy és kis kutacsot összekötő,

előlről hátra ovalis anyagiány látható a csontos koponyatokon, melynek szélein a fent említett csontok éles széllel végződnek s melyből a fenti terimenagyobbodás domborodik ki a fejbőr felé. A sziklacsontokban megtalálhatók a középfül, csiga és labirinth csontos részei; az idegcentrumok kikészítésekor sorban metszhetőek át az agy és gerinczagi idegek.

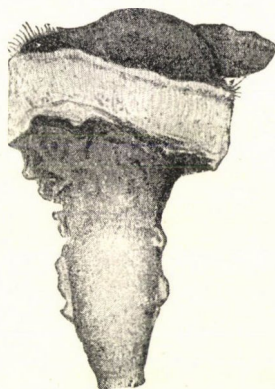
Kivételnél az említett növedék együtt marad a gerinczaggal és a fejbőrnek a nyílást környező részleteivel. Az egész kivett központi idegrendszer, a gerinczagyat, nyúltagyat, s az agy helyén fekvő, nyulványos, nagy galambtojásnyi növedéket sötét kékes-vörösbarna, edénydús zsák fedí, melyen a háti felszínen a IV. nyakideg kilépési helyétől felfelé a közép vonal két oldalán gombostüfejni, transparens képletek fekszenek megfelelően a belépő idegyökök által jelzett segmentumokban. A nyaki velő felett a gerinczagy felfelé kiszélesedik s csüllő alakú, közepén barázdától ketté osztott képletbe megy át; ez viszont felfelé megkeskenyedés után folytatódik az agy helyén fekvő, fel nem bontott növedékbe. Az átmeneti helyen hátrafelé kidomborodó sötétbarna test foglal helyet.

Egyéb szervek bonczolásánál semmi eltérő a normalistól nem található. A parenchymás szervek méretei, consistentiaja, alakja, nagysága, szerkezete teljesen megfelel a normal typusnak. A tüdőkben tarka márványozott képet ad egyes lobulusoknak atelectasiaja, a nagyobb rész kisebb-nagyobb fokú légteltségével szemben. Béltractus alsó részeiben kevés zöldes, tapadós, nyúlós meconium.

A szövettani adatokat is Dr. VEREBÉLYI TIBOR egyetemi tanársegéd úr vizsgálatai alapján a következőkben adjuk.

Az eddigi vizsgálat kiterjedt a gerinczagy és nyúltvelő átmeneti helyétől felfelé az egész meglévő centralis rendszerre.

Az említett kiindulás helyén a canalis centralis mint magas hámmal bélelt kis üreg fellelhető, körülötte kevés edénydús, kocso-



6. ábra. Ember. Anencephalon. A központi idegrendszer a gerinczagtól a fejbőrig a dudorral, elülről tekintve.

nyás szövet látható. A szürke állomány jól fejlett; a mellső szarvak dudorai kifejezettek s belőlük erednek az accessorius és mellső felső nyaki idegek számai, a mellső szürke eresztéktől kifelé megvan a mellső ereszték; gyengén fejlett a hátsó szarv s a hátsó szürke ereszték. Felfelé a canalis centralis két oldalán fellelhető a a XII. magva, felfelé megvannak a vagusnak és hypoglossusnak egymás mellett fekvő magvai, hatalmas idegsejtekkel s velős hüvelyű rostokkal; a substantia reticularis alba rostjai a septum mellett, mely jól kifejezett, velős hüvelyűek s számos elszórt idegsejtekben gazdagok; a XII. rostjaitól kifelé rost nélküli idegsejtekben dús terület fekszik, mely az olivának felelhet meg s melytől ki- és hátfelé a vagus rostoktól átszelve megvan a corpus restiforme velős hüvelyű kötege. A magas hámtól borított canalis dorsoventral erősen megnyúlt. A további metszeteken a corpus restiformét átszelik a IX. rostjai, miközben fellépnek az acusticus mag helyén is apró idegsejtek. Felfelé haladva megvan az acusticus magva, meg a facialis magva óriás nagy idegsejtjeivel s dorsal haladó velős kötegeivel. Hiányzik a kis agy ébrényi helyezéke, a mennyiben a megnyílt gyomroc tetajén az említett kocsonyás növedék fekszik, melyben találhatóak ugyan glia szövettömegek, melyben azonban a kis agy részletei ki nem mutathatók. A corpus restiformenek helyén fekvő említett velős idegrostok tömege felfelé húzódva a brachium conjunctivum helyét látszik elfoglalni s mint ilyen követhető a kis agy durványos részleteiben. A facialis említett magja felett megvannak az abducensnek megfelelő idegsejtcsoport és a trigeminus magjai. Mind e metszeteken feltűnő, hogy a canalis centralist hátul borító kocsonyás növedék a canalis üregét nem zárja el teljesen, hanem papillaris növedékeivel a két oldalon csak egymáshoz fekszik, ennél fogva egy keskeny hézag alakjában hátra felé nyílt a canalis ürege. Feljebb megtalálható a trigeminus magja, majd az oculomotorius.

Az egymáshoz fekvő két oldali papillaris lágyburok tömegben a következő metszeteken található oly képletek, melyek structura s anatomiai elhelyezés szempontjából egyrészt a corpora quadrigeminának, másrészt a thalamus opticus s nervus opticus durványos részleteinek felelnek meg; e részek pontosabb leírása s elemzése további tanulmány tárgyát képezi.

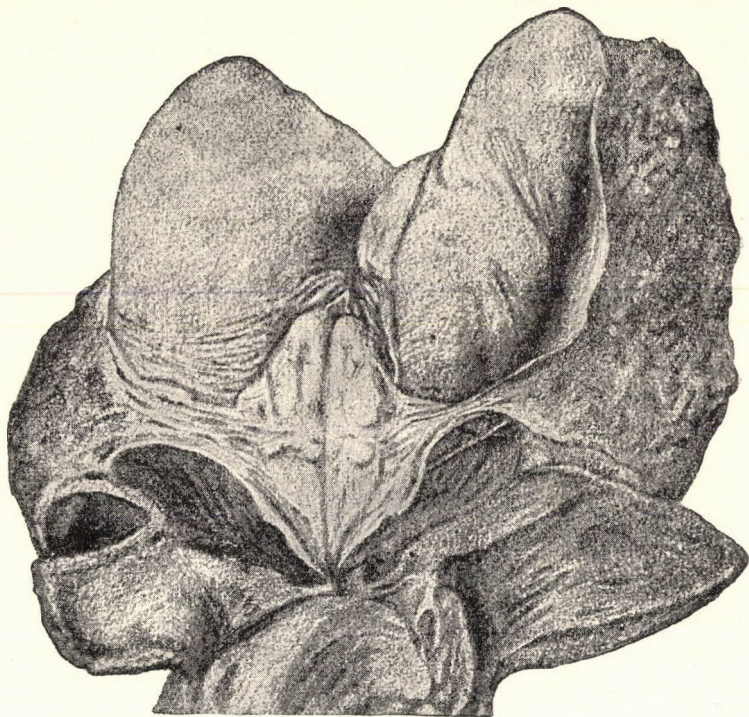
Hasonlóan nehéz az elbirálás a nagy agy helyét elfoglaló terimenagyobbodásban is. Bizonyos, hogy a pályák felfelé nem folytatódnak, a mennyiben a velős idegrostok tömegét itt nem találjuk. Van két glia szövetből álló hólyag alakú képlet, melyet sokszorosan komprimál és deformál a burjánzott lágy burok papillaris szövete; másrészt azonban a pályák végződésének mibenléte eddig még nem volt megállapítható. A makroszkopice leírt két dudor tisztán a lágy burkokat fedő zsirszövetnek fejlődési aberratioja, glia szövetet semmit sem tartalmaz.

ARNOLD esete és az általunk észlelt eset olyan torzszülöttekre vonatkozik, melyeknél az élettartam alatt határozott hangképződés volt jelen és melyeknél a vizsgálat mutatta, hogy a negyedik agygyomrocs feneke az ikertestekig ki volt fejlődve. Ezen hangot adó két torzszülött esete tehát teljes összhangban áll az általunk közlött, hangot adó két perforált újszülött esetével, valamint külön és együttvéve is teljesen megfelelnek azon kísérleti vizsgálataink eredményének, mely szerint a hangképzés lehetséges az agyvelő teljes hiánya mellett, ha a vagusterülettől az ikertelepig terjedő agyrészek sértetlenül meg vannak tartva, vagyis az általunk megjelölt subcerebralis hangképző-központ területe ép.

KÉZMÁRSZKY TIVADAR tanár szivességéből egy torzszülött állt rendelkezésemre, melynél hæmato-meningo-encephalocoele volt jelen. A torzszülött egy napig élt és hangot adott.

Az igen jól fejlett, erős zsírpárnájú újszülött koponyája alaki eltérést mutat annyiban, hogy egyrészt a koponya homloki tája az orrgyöktől csaknem vízszintes síkban halad hátrafelé, másrészt, hogy az occipitalis tájékon egy hajzattal fedett, a koponya többi részénél $1\frac{1}{2}$ -szer nagyobb terimenagyobbodás domborodik ki, mely különösen hátulsó alsó részleteiben erősen fluktuál, elülső részleteiben ellenben tömött, resistens. A terimenagyobbodás megnyitásakor abból 530 cm. véres folyadék ömlik ki, melyben kölesnyi-féllencsényi, vörös-barna czafatok úszkálnak. Az ily módon megnyitott zsákban foglal helyet az agyvelő oly módon, hogy az első nyakcsigolya fölött derékszögben eltér a gerinczagnak alulról felfelé húzott tengelyétől, miáltal eredetileg háti felszíne alsó felszinné, felső felszíne pedig háti felszinné lesz. A gerinczagy közvetlen folytatását képező részlet egy körülbelül 1 cm.

hosszú, kevésbé laposra nyomott hengert képez, melynek közepén a canalis centralis kutaszolható. A canalis centralis 1 cm-nyire a szögletbe törés helye fölött megnyílik, miközben a *megnyílt* felső fal maradványai 45° -nyi szöveget képezve haladnak oldal felé. E széttérő szélekhez van növe a zsákot képező edénydús burok. A *megnyílt* canalis centralis folytatásába eső fossa közepén egy



7. ábra. Ember. Hæmato-meningo-encephalocoele. A negyedik agygyomrocs esüllő-szerű fenéke nyitva, felette a megnyitott zsákkal fedett agyféltekék.

sulcus húzódik végig, 2 egyenlő félre osztva a fossa alapját. Az így támadt 2 köteg oldalsó széleihez nőtt a fent említett széttérő szélek folytatásában a zsákot képező burok, a kötegek közepén egyegy oldal felé irányuló recessust képezve. A kötegek 4 cm-nyi lefutás után egymástól divergálnak, mindegyikük könyökben felfelé hajolva bevonul a burok által fedett hemisphæráknak imponáló agyállományba. A divergáló kötegek legkiemelkedőbb pontjait egy

keskeny köteg kapcsolja össze. A két agyféltekét elválasztó nagy hasadéokban a jobb oldalon az agyféltekétől mélyen bevágó sulcus által elválasztott dudor ül, ugyancsak burkolt borítva és két oldal felé összelapítva. Az agyféltekéken a burkon keresztül gyirusok és sulcusok tapinthatók és mindkét félteke hátulsó polusa alatt egy-egy különálló, az agyféltekével szemben elmozgatható, egyenetlen felszínű dudor emelkedik ki. Az egész zsák fala a fent említett kötegek oldalrészzeiről tapadásával az agyféltekébe követhető és mindenütt vöröses-barna, adhaeráló, lelapult növedékekkel borított.

A 7. ábra mutatja a negyedik agygyomrocsnak nyitva maradt fenekét, proximalis végén a két dudorral, melyek a négy ikertelepnek látszanak megfelelni, a nyitva maradt Sylvius-féle csatornát határolva.

A kórszövettani vizsgálat, melyet VEREBÉLYI tanársegéd végez, az agyvelő kóros alakviszonyait közelebbről fogja megvilágítani. Ránk nézve a hæmato-meningo-encephalocèle ezen esete már ezen makroszkopi megtekintésnél is nagy érdekléssel bír, mert az agyacs teljesen hiányzott és a leírt lelet mellett a torzszülött hangot adott.

Két közleményről van tudomásom, melyek az életjelenségek megfigyelése mellett szabatos szövettani vizsgálat tárgyát képezték; az egyik egy anencephalonra, a másik egy perforált újszülöttre vonatkozik, mindkettőnél azonban a hangképzésnek nyoma sem volt. DARVAS * egy anencephalon meglevő agyrészletét alapos szövettani vizsgálat tárgyává tette. A nyúltvelő azon területig megvolt, a hol a kilencedik és tizedik agyidegpár közösen kilép. A torzszülött három napig élt és ezen idő alatt a hangképzésnek legcsekélyebb nyoma sem volt észlelhető. A másik eset egy perforált újszülöttre vonatkozik, melyen KEHRER ** a légző központra való tekintettel élettani kísérletet végzett. Az élő gyermeket perforálta, a trepannal az agyvelőt szétroncsolta, és részben kifecskenéssel, részben a kranioklasttal kiürítette. A perforált újszülött hangot nem adott, percenként hat légvételt tett, a tenyér és talp mechanikus ingerlése a megfelelő végtag reflektorius mozgásait

* ONODI. Adatok a gége beidegzéséhez 1894.

** KEHRER. Zeitschrift für Biologie 1894. XXVIII. Bd.

eredményezte, ellenben a bőr ingerlése nem járt reflex-szel. KEHRER tanár levélben is megerősítette, hogy az újszülöttnél hangképzés nem volt. Tíz perc múlva az újszülött élettani kísérletre használtatott fel. A sértés következtében hiányzott: «das ganze Gross- und Mittelhirn und der grösste Theil des Kleinhirns; vom letzteren waren nur noch Fetzen mit den Kleinhirnschenkeln und die Varolsbrücke übrig. Dagegen war das ganze verlängerte Mark erhalten». KEHRER egy ollóval a calamus scriptorius közepén átmetszette a nyúltvelőt, de a leírt életjelenségek nem változtak, öt perc múlva pedig egy mélyebb metszésre azonnal megszüntek. Idézzük saját szavait:

«Durchschneidung der Medulla oblongata 1 Cm. oberhalb der Spitze des Calamus scriptorius, weder die regelmässige rhythmische Brustathmung, noch die Hand- und Fussreflexe unterbricht, ja nicht einmal beide Bewegungsarten verändert. Wohl aber zeigt das Ergebniss des zweiten gerade unter der Spitze des Calamus scriptorius gelegten Querschnitts, wonach die Athmung und die Extremitätenreflexe sofort aufhörten, dass in dem durch die beiden Schnitte isolirten unteren Endstück der Medulla oblongata entweder die classischen Athmungscentren oder doch die Wurzeln der wesentlich bei der Athmung beteiligten sensiblen oder motorischen Athmungsnerven enthalten sind. Man muss daraus folgern, dass auch beim Menschen die hauptsächlichen Athmungscentren an denselben Stellen liegen, wie bei den zu den Versuchen benützten Säugethieren.»

ILBERG vizsgálta meg a nyúltvelőt szövettanilag. Az említett felső metszés szorosán azon vonal alatt ment, a hol a lobar és az olajka a hidhoz érnek. Az első 30 metszet többé-kevésbé a bal felet érinti. Bennök fellelhetők a bal dorsalis hallóidegmag és a bal arcidegmag legalsóbb részei. Azután a metszetek elérik a vagus és glossopharyngeus közös érző magvait és az olajkákat, melyek a 172. metszetig követhetők, a hol az említett második alsó metszés kezdődik. A 60. metszet mind a két oldalon mutatja a mellső vagy mozgató vagus és glossopharyngeus idegmag legfelsőbb részét, és aláfelé a 109. metszetig követhető. A 46. metszettől a 144. metszetig láthatók a közös felhágó vagus és glossopharyngeus idegyökerek, Girke légzőkötege.

KEHRER ezen felette fontos észlelete kétséget kizáró módon mutatja, hogy a vagusterület felett végzett teljes átmetszés mellett a hangképzés lehetetlen és csupán a légzés állhat fenn. Az általa jelzett hangképző terület ezen esetben már jórészt el volt roncsolva és az általa vezetett metszéssel végkép elimináltott, úgy hogy a kísérlet tartama alatt, valamint az egész élettartam alatt a hangképzés lehetősége ki volt zárva. Úgy a DARVAS, mint a KEHRER esete teljes összhangban van kísérleti vizsgálataink eredményével és megmagyarázza a hangképzés hiányát. Kísérleti vizsgálataink mutatták, hogy ha a vagusterület felett metszszük át teljesen a nyúltvelőt, akkor teljesen megszűnik a hangképzés és csupán a légzés marad meg. A 8. ábra egy kutyára vonatkozó kísérleti készítményt mutat, melynél a nyúltvelő a vagusterület felett lett teljesen átmetszve, mire a hangképzés megszűnt, a légzés azonban hosszabb ideig fennállt, a hangszalagok befelé mozogni nem képesek, csupán egyes excessiv abductorius mozgásai a hangszalagoknak észlelhetők, melyek egyes mélyebb belégzésekkel összeesnek.

Kutyákon végzett élettani kísérleteim a következő eredményhez vezettek:

1. A hangképző kéregközpontok szét-roncsolása a hangképzésre nincsen befolyással.

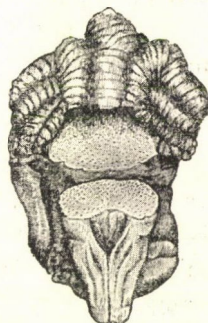
2. A nagy agyduczok, látótelep, csikolt test, lencsemag elpusztítása a hangképzésre nincsen hatással.

3. Az egész agyvelő teljes elválasztása a mellső ikertestek magasságában a hangképzést nem zavarja.

4. Az agyacs sérülései a hangképzésre nincsenek befolyással.

5. A nyúltvelőnek teljes átmetszése a vagusterület felett a hangképzést megszünteti és csupán a légzés marad meg.

Ezen kísérleti eredmények alapján állapítottam meg a sub-cerebralis hangképző központ területét, mely a megejtett vizsgálatok méretei szerint a hátsó ikerteleptől 12 mm.-nyire a vagusterület felé eső részét a negyedik aggyomrocs fenekének, illetve a nyúltvelőnek foglalja el. Ezen subcerebralis hangképző terület



8. ábra. Kutyá. Teljes átmetszése a nyúltvelőnek a vagus területe felett.

épségben hagyása az agyvelő teljes hiánya mellett lehetővé teszi a hangképzést, míg kiküszöbölése a vagusterület felett való teljes átmetéssel megszünteti a hangképzést, és csupán a légzés és egyes mélyebb légvételeknek megfelelő excessiv abductorius mozgásai a hangszalagoknak lehetségesek.

Ezen kísérleti eredmények teljes összhangzásban állanak az emberi perforált újszülötteknél és a torzszülötteknél talált viszonyokkal.

A hangot adó perforált újszülötteknél és a hangot adó hemicephal és anencephal torzszülötteknél az agyvelő hiánya mellett állott fenn a hangképzés, mert sértetlen maradt a subcerebralis hangképző központ területe.

Ezen esetek megfelelnek azon állatkísérleteinknek, midőn a mellső ikertelepek magasságában választottuk el teljesen az agyvelőt a nyúltvelőtől.

A csupán légző és hangot adni nem tudó perforált újszülötnél és anencephal torzszülötnél az agyvelő hiánya mellett nem volt hangképzés, mert a subcerebralis hangképző központ területe is hiányzott. Ezen esetek megfelelnek azon állatkísérleteinknek, midőn az agyvelőt a vagusterület felett, tehát a subcerebralis hangképző terület alatt választottuk el teljesen a nyúltvelőtől.

Végre láttuk, hogy az állatkísérleteknél az agyacs sérülései nem zavarják a hangképzést, ezen tények felelnek meg perforált újszülöttek és torzszülöttek azon felsorolt esetei, melyeknél vagy megsérült az agyacs, vagy teljesen hiányzott.

Midőn így teljes összhangot találtunk állatkísérleti eredményeink és az emberi perforált újszülöttekre és torzszülöttekre vonatkozó vizsgálatok között, felállítom a tételt, hogy a kutyánál általam megállapított subcerebralis hangképző központ területe embernél is létezik és pedig szintén a hátsó ikertelepek és a vagus területe között.

ADATOK A BUZASIKÉR CHEMIAI ÖSSZETÉTELÉHEZ.

(Előleges jelentés.)

GÁSPÁR JÁNOS-tól.

A sikér, a búza legfontosabb alkotórésze, már igen sok esetben képezte chemiai vizsgálatok tárgyát, a nélkül, hogy valódi összetétele biztosan felderítettett volna.

Ezt a nitrogentartalmú izomképző testet legelőször BECCARI¹ különítette el a búzaliszt más alkatrészeitől vízzel való kimosás útján, a XVIII. században.

TADEI² 1820-ban a vízzel kimosott búzasikéért vizsgálat tárgyává tévén, azt két részre választja szét, ú. m. alkoholban oldható *gliadinra*, és oldhatlan *zymomra*; ezen testeket LIEBIG³ növényenyvnek és növényfibrinnek nevezte el.

A 60-as években RITTHAUSEN,⁴ kinek a protein anyagok vizsgálata körében igen sokat köszönhet a tudomány, a cerealiák proteinjének vizsgálata alkalmából figyelmét kiterjesztette a már ismert búzasikérré is, melyet négy önálló protein-testre bont szét. Ezen négy testet *gluten-casein*, *gluten-fibrin*, *gliadin* és *mucedin* néven vezette be a chemiai irodalomba.

¹ De Frumento Common. Bonnon. 1. 1. p. 122. Fehlings Handwörterbuch der Chemie 2. p. 1157.

² Schweigg. Journ. 29. p. 514. Fehlings Handwörterbuch der Chemie 2. p. 1157.

³ Ann. chem. pharm. 39. p. 147. Fehlings Handwörterbuch der Chemie 2. p. 1157.

⁴ Die Eiweisskörper. S. 28. Fehlings Handwörterbuch der Chemie 2. p. 1157.

Ezen testek elemzésénél a következő %-os összetételhez jutott:

	Mucedin	Glutenfibrin	Gliadin	Glutencasein
C%	54.11	54.31	52.67	52.94
H%	6.90	7.18	7.10	7.04
N%	16.63	16.89	18.01	17.14
S%	0.88	1.01	0.85	0.96
O%	21.48	20.61	21.37	21.92

RITTHAUSEN az elkülönítést úgy végezte, hogy a vízzel kimosott búzasikért 60—70%-os alkoholban hidegen oldotta, mi által oldatba ment a *mucedin*. A maradékot 0.1%-os mézsvizben oldotta fel s ezen oldatából eczetsavval újból leválasztotta. A csapadékból 70—75%-os 30°C hőmérsékű borszeszszel kioldotta a *gliadint*, továbbá hasonló borszeszoldattal főzve oldatba hozta a *glutenfibrint*, míg a visszamaradó rész képezte a *glutencaseint*.

Ezen testek a kiválasztás után nedves állapotban a következő tulajdonságokkal bírnak:

1. *Glutencasein*, pelyhes kocsonya állományú test, sem hideg, sem meleg alkoholban nem oldódik. Híg alkáliákban feloldódik s oldatából savak újból leválasztják. A sikérnek s általában a tészának összetartást, rugékonyságot, nyulékonyságot kölcsönöz.

2. *Glutenfibrin*, barnássárga, szívós, áttetsző, szálkás anyag, mely forró vizes alkoholban oldódik s abból a lehütésnél leválik. A sikérnek, általában a tészának összetartását csökkenti, azt szakadóvá teszi.

3. *Gliadin*, selyemfényű, nyálkás állományú test, mely meleg (30° C) vizes alkoholban oldódik. Ha vízben áll, a vizet felveszi. A sikérnek, általában a tészának összetartást, szívós, ruganyos erőt kölcsönöz.

4. *Mucedin*, sárgás-fehér, nyálkás, áttetsző állományú test. Vizes alkoholban hidegen is könnyen feloldódik.

A magyar búzák elemzésével foglalkozván, a sikér tartalmát a búzákból kimosás útján is meghatároztam és itt igen gyakran tapasztaltam, hogy egy és ugyanazon lisztből a kimosó víz összetétele szerint más és más fizikai tulajdonságú sikért kaptam, de a mennyisége is változott. Meszes vizekben ruganyos állapotú s több, lágyvizekben, konyhasó- és szódatartalmúakban lágy, szakadó

s kevesebb siker volt kimosható. Továbbá, ha a kimosás előtt a szükséges vízzel tésztává gyúrt lisztet kevesebb vagy hosszabb ideig állni hagytam, ha a tésztának hőmérsékletét emeltem vagy csökkentettem, a kimosásnál egészen más természetű sikért kaptam. Alacsonyabb hőmérséknél erősen ruganyos és szakadó, magasabb hőmérséknél (25—30°C) lágy, erősen nyulós sikért mostam ki. Ezen változásnak, valamint azon körülmény okának a kiderítése, vajjon mi lehet az oka annak, hogy az összes *cerealiák* között csupán csak a búzából mosható ki összetapadóan a protein, készített arra, hogy a búzasikért behatóbb tanulmány tárgyává tegyem. Másfelől még azon remény is kecsegtetett, hogy a búzasiker összetételének kipuhulásával meg lesz talán adva az egyszerű mód arra nézve is, hogy a többi *cerealiák*, de főleg a kukoricza sikértartalma a búzasikéréhez hasonló tulajdonságúvá lesz tehető, a minek az alsóbb néposztály táplálkozásában igen nagy jelentőséget tulajdonítok.

Legelőször is a búzasikért RITTHAUSEN eljárása szerint próbáltam meg elválasztani, mely alkalommal arról győződtem meg, *hogy a búzasikérből Ritthausen elválasztó eljárása szerint elkülönített négy proteinanyag nem önálló test; a búzasiker csak egyetlen egy proteinanyagból áll, melynek fermentikus hatás folytán képződő bomlás terméke, főleg az itt kiváló ammoniák, s a nedvesség tartalombeli különbözete okozza az alkoholban való különböző oldhatósági viszonyát, mi Ritthausent a négy új proteinanyag felvételére vezette*, melynél inkább a fizikai szempontok érvényesültek, mint a közel megegyező %-os összetétel.

A kimosott búzasiker még a kisajtolás után is 60—75% vizet tartalmaz s ilyen állapotban fermentatio folytán ammoniákat választ ki, melyből 60—70%-os alkohol egy részt felold. Ha a maradékot újból vízben áztatjuk, 60—70%-os alkohollal az egész oldatba vihetjük.

Másfelől, ha nyulós búzasikért alkohol és æther elegyével viktelenítünk, a kezelés menetében majd morzsás, majd szakadó, majd ruganyos, kaucsukszerű állapotba vihetjük át; csupán a víztartalom változtatása folytán oly állapotokhoz jutunk a búzasikérnél, a milyenekkel RITTHAUSEN felruhazza a *sikérmucedint*, *sikérgliadint*, *sikérfibrint* és *sikércaseint*.

A búzasikér még a leggondosabb kimosás után is tartalmaz keményítőt, mert szilárd szénsavval megfagyasztva s belőle met-szetet készítve, mikroszkop alatt jóddalattal kémelve, helyenkint kékre festődött.

Hogy a keményítőtől tökéletesen megszabadítsam, 10%-os eczetsavban oldottam fel, üveggyapoton átszűrtem, s az oldatból hig ammoniákkal pontosan közömbösítve kiválasztottam a sikért nyulós, ruganyos tömeg alakjában, melyet többszörösen vízzel kimostam, alkohol és æther elegyével víztelenítettem s kénsav fölött szárítottam.

Porítva szép fehér színt mutat a tökéletesen víztelenített búzasikér, melynek elemzése következő eredményt adott:

C	52.65%
H	7.18%
N	18.25%

Ezen elemzési számok tökéletesen megegyeznek RITTHAUSEN által a sikérgliadinra közölt számadatokkal. A kéntartalomra vonatkozólag biztos eredményt nem kaphattam, mert a siker tökéletes oxydatiojához beforrasztott csövekben eszköz rendelkezésemre nem állott, rendes nyomásnál pedig az oxydatio sohasem volt tökéletes a szerves anyagoknak teljes szétroncsolására, minek folytán a képződött szerves savak a kénsav leválasztását zavarták.

A tiszta búzasikér alkohol és æther elegyével víztelenítve és zsírjától megfosztva kautsukszerű anyagot képez, mely úgy hig alkaliákban, mint savakban feloldódik.

Vízben áztatva gyorsan veszi fel a vizet, megduzzad, nyúlóssá válik, később pedig 24—28° C-nál rövid idő alatt folyóssá lesz ferment-hatás folytán, ammoniák kiválasztása mellett, később pedig rothadásba megy át.

Arról, hogy a vízben folyóssá vált siker bomlását ferment-hatás idézte elő, úgy győződtem meg, hogy hydrogensuperoxyddal kémleltem benne enzimekre.

Hig szőlőcukor oldattal elegyítve a folyosult sikért, belehoztam egy eudiometer csöbe higany fölé s erre 2%-os hydrogen-superoxyd (H_2O_2) oldatot adtam be, mire pezsgés támadt s tiszta

oxygen fejlődött a csőben, mely reactiot az alaktalan fermentumok, enzimek hatásának tulajdonítom (SCHÖNBEIN reactio).

Kénssavas víz, valamint híg formaldehyd-oldat is megakadályozzák a vizes sikér szétesését, s egyúttal ezen behatások alatt elveszíti a sikér ragadós nyulékonyágát, morzsássá válik.

Sósav hatása a búzasikérrre.

Viztelenített és zsirtalanított sikérből 60 gr.-ot 100 cm³ sósavval (24%-os) hoztam össze egy üveg dugós üvegben s addig ráztam, míg az egész feloldódott. Az oldat színe kezdetben kék volt, később piszkos vörösbe csapott át, mialatt az oldat melegedést mutatott. Az oldást alkohol hozzáadása által siettetni lehetett. Ezen folyamatnál a sikér egyesült a sósavval s ha ezen oldatot vízzel elegyítettem, fehér csapadék alakjában vált le a sikér sósavas vegyülete, melyből a hozzátapadt sósavat vízzel kimostam, alkohol és æther elegyével viztelenítettem s kénsav fölött szárítottam. A sósavas sikér fehér port képezett. Hasonlóképen platin csészében fluorhydrogensavval kezelve, fluorhydrogensavas sója állítható elő, mely szalmasárga port képez.

A sikérnek mindkét halogensójából a halogensavak tömör kénsavval pezsgés mellett üzhetők ki.

Ha a sikérnek halogensavakban való oldásánál egyúttal platinchloridot is adtam hozzá, mindkét esetben a vízzel való leválasztásnál sárgás vörös platinsóját nyertem, melyek a rendes oldoszerekben feloldhatók nem voltak, de a hevítésnél fém platina visszahagyása mellett égtek el, a nélkül, hogy megolvadtak volna.

Mennyileges meghatározásnál tartalmazott:

a sósavas sikér platinsója	— — —	15·68% Pt-t,
a fluorsavas sikér platinsója	— — —	13·733% Pt-t.

A halogensavas sikér előállításánál a leszűrt oldatban ammoniák nem volt kimutatható, míg ellenben a platinsója előállításánál, ha az oldat vízfürdön digeráltatott, jelentékeny mennyiségű ammoniumplatinchlorid hasadt le.

Miután a sikér vízzel állni hagyatván, enzimek hatása és hydratio folytán ammoniákat választ ki, halogensavakkal pedig

ammoniók módjára egyesül s platinchloriddal kettős sók képez, feltehető, hogy tömeceiben savamid és amincsoportok vannak jelen, hogy az amincsoportok igen könnyen hasadnak le. Ha pikrinsavval hoztam össze a siker sósavas oldatát, sárga csapadék támadt, melyből főzéskor kristályos pikrinsavas ammoniók vált le.

Sósav hatása a sikerre melegítés és nyomás mellett.

E kísérleteimben a sikerre újból 24%-os sósavat töltöttem annyit, a mennyi oldotta a sikért s azt a LINTNER-féle palaczkban 6 órán át vízfürdőben hevitettem. 2 órai hevítés után az oldat dús válmányt mutatott, de később ez újból feloldódott erős barnulás mellett; a kísérlet végén azonban a palaczk tartalma újból két részből állott: egy sötét oldatból és egy sötétbarna válmányból, melyet szűrés által választottam el.

A feketés válmányból vízzel kristályos anyagot oldottam ki, mely a *tyrosinra* és *betainra* adott reactiot, míg az oldatlan maradék *NaHO*-dal összeolvasztva *skatolra* bomlott.

A sósavas oldatból párlásnál *furfurolt* nyertem, továbbá *hydrocumarsavat*. A visszamaradt sósavas oldat adta a biuret reactiot s mézstejjel közömbösítve, a párlásnál *ammoniók*, *trimethylamin* s egy igen erős, a *nicotinra* emlékeztető anyag távozott el mint bomlás termény.

A sósav behatásánál a sikerre hevítés alatt megpróbáltam a kontakt anyagok igénybe vételét, valamint a rhodanammonium és a formaldehyd hozzátételét is, továbbá igyekeztem azon hőfokot megtalálni, melynél hasznavehető terményekre legkedvezőbben megy végbe a búzasiker bomlása.

Sósavval és formaldehyddel a sikért vízfürdőben nyomás alatt hevítve, tiszta vörös színű oldat áll elő, s ha ebből vízfürdőn elűztem a sósavat és aldehydet, vörös szilárd tömeget nyertem, melyből æther egy szerves savat old ki. Különben a vörös szilárd tömeg jól oldódik vízben és borszeszben is, egy része ólommal, rézzel csapadékot ad, más része meg phosphorwolframsavval és phosphormolybdensavval választható le, s általában az alkaloidok kémszerére reagál. Ezen vörös tömeget fogom most rendszeres elválasztási eljárásnak alávetni, remélvén, hogy jól jellegzett

anyagokhoz fogok juthatni, melyekből a sikér összetételébe tekintést nyerhetünk.

Annak az eldöntése is függő kérdés, vajjon a kimosható búzasikér mint ilyen præformáltan fordul-e elő, vagy csak a liszt megnedvesítésekor képződik.

WEYL és BISCHOFF¹ azon nézetben vannak, hogy a sikér a búzában nincsen meg készen, hanem ferment-hatás által képződik a *növénymyosinból*, mint sikér képzőből.

BALLANDT² ezzel ellentétben a sikér præformált voltát tartja elfogadhatónak a búzaszemekben.

Erre vonatkozólag én is tettem néhány kísérletet, így pl. a lisztet 120° hőmérséknél tartottam 4 órán át s erre vízzel megnedvesítettem. A megnedvesítésnél jelentékeny megmelegedés állott be, de a búzasikér kimosható már nem volt. Kénessav, carbol-gőz és híg kéksav-oldat hatásának téve ki a lisztet, a sikér szintén elveszíti kimosható tulajdonságát. Nagy hideg (--- 80° C, szilárd szénsav és æther) azonban nem változtatja meg a sikér állapotát a lisztben.

Noha ezek a kísérletek mind azt látszanak bizonyítani, hogy a fermentumok felvétele okadatolt, én mégis ismerve a víztelenített sikért és annak viz iránti magatartását, valamint a kénsav és formol tulajdonságát, hogy csekély mennyiségben is a sikérhez adva, azt, bármilyen nyulós és ragadós legyen is, morzsássá teszik, azt hiszem, hogy a fentebb jelzett anyagok ilyen értelemben hatnak a búzalisztben a sikérre, a kimosásnál pedig azért nem tapad egymáshoz. Hogy a sikér præformáltan fordul elő a búzában, mutatja az is, hogy 10%-os eczetsavval a lisztből mint kész sikér vonható ki.

Artolin.

Hogy a búzasikér nem négy protein anyagból áll, mint azt RITTHAUSEN vizsgálatai nyomán a chemiai irodalomban felveszik, hanem csak egyetlen egyből, azt bővebben kifejtettem 1895. július 2.-án a *délmagyarországi természettudományi társulat szakülésén*

¹ Ann. chim. physik. 5. 19. 574.

² Ann. chim. physik. 6. 1. 533.

«*Temesvármegyei búzák elemzése*» című felolvasásomban, mely kivonatosan nyomtatásban is megjelent a Természettudományi Füzetek XX. évf. I., II. füzetében 1896-ban.

A Chemiker Zeitung 1898. nov. 5. számában egy rövid közlemény jelent meg arról, hogy MORISHIMA szerint a búzasikér nem négy protein anyagból áll, hanem csak egyből, melyet *artolinnak* nevezett el.

MORISHIMA¹ kísérleteihez a legfinomabb magyar búzalisztet használta, mely, a mint helyesen megjegyzi, igen sikérdús s benne a sikér könnyen összetapadó állapotban van jelen.

Ő a sikérnek különböző oldhatósági viszonyát 70%-os alkoholban, a mi RITTHAUSEN-t a 4 proteintest felvételére vezette, a sikér hamútartalmával hozza kapcsolatba, s hogy ezt teljesen kiküszöbölje, a következő kezelésnek veti alá a sikért: Hig kalilugban oldja fel, állás után dekantálja s az oldatot hig sósavval elegyíti, úgy, hogy az oldat 1% szabad sósavat tartalmazzon. Az így leválasztott sikért 1%-os sósavval mosta ki s később 70—80%-os borszeszben oldotta fel, mely oldatából 95%-os alkohol és æther elegyével leválasztott egy teljesen egynemű fehér testet, melyet a búza sikérje, az *artolin*, mint önálló fehérje test sósavas sójának tart. Ennek elemzése következő eredményre vezetett:

C	—	—	—	—	—	—	52·34%
H	—	—	—	—	—	—	6·84%
N	—	—	—	—	—	—	16·50%
S	—	—	—	—	—	—	0·75%
Cl	—	—	—	—	—	—	1·67%

E szerint az artolin $C_{185}H_{288}N_{50}SO_{58}$ képlettel, sósavas sója pedig $C_{185}H_{288}N_{50}SO_{58}, 2HCl$ képlettel bírna.

Ezekből világosan kitetszik, hogy nekem MORISHIMA vizsgálatai előtt már két évvel sikerült kimutatnom, hogy a búzasikér csak egy protein anyagból áll. Hogy vajjon az általam nyert sósavas és fluorhydrogensavas sója azonos összetétellel bír-e a Morishima-féle sósavas sóéval, azt a folyamatban levő vizsgálatok fogják kideríteni. Annyi azonban előre is bizonyosnak látszik,

¹ Arch. f. experiment. Pathol. 1898. 41. 345.

hogy a búzafehérje összetétele sokkal egyszerűbb képlet által lesz kifejezhető, mint azt MORISHIMA teszi, s valószínűnek látszik az is, hogy a kén nem képezi a búzafehérje molekulájának alkotórészét, hanem csak ezen fehérjét állandóan kísérő alaktalan fermentumoknak az alkotó része.

Tüzetes vizsgálataimról közelebről lesz szerencsém jelentést tenni. Minden esetre fentartom magamnak a jogot, hogy vizsgálataimat e tárgyról folytathassam.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1899. jún. 19.-én tartott üléséből.)

A CSAPADÉK ELOSZLÁSA NAPSZAKONKINT.

HEGYFOKY KABOS-tól.

A meteorologiai elemek között egyedül a csapadék az, melynek napi periodusa még nincsen kellőképen kiderítve. Hogy eloszlása a nap 24 órájában igen bonyolult jelenségnek látszik, arra vallanak már azon adatok is, melyeket HANN közlései után SPRUNG 1885-ben és BEBBER 1890-ben megjelent tankönyvükben bemutatottak. Két, három, sőt négy maximum és ugyanannyi minimum is jelentkezik naponta, melyek még évszakonkint is újabb és újabb eltéréseket tüntetnek fel.

De nemcsak csekély számuak, hanem többnyire csupán rövid időre vonatkoznak azok a megfigyelések, melyek az eső óránként való eloszlását feltűntetik. Nem is csuda; hiszen a regisztráló műszerek csak a legújabb időben jöttek használatba s mivel adataik feldolgozása, az autogrammok leolvasása, hosszadalmas munkát igényel, bizony még most is csak igen kevés állomás tud felmutatni néhány évre terjedő óránként való kimutatást. Oly dolgot, mely az eddigi eredményeket összefoglalva bemutatná, hiába is keresünk. HELLMANN gyűjtögette ugyan az adatokat s 1889-ben jelezte is közzeli kiadásukat, de azért, mint maga írja f. évi jan. 23.-án kelt levelében, értekezése még mindig nincs kinyomatva.

Az esőnek napi periodusáról hazánkban eddigé mitsem tudunk; nincs egyetlenegy állomásunk, melynek regisztráló műszerek szolgáltatva adatait ismernők. De még arról sincs tudomásunk, vajjon *napszakonkint* egyenletesen oszlik-e meg a csapadék, vagy sem; délelőtt esik-e több, vagy délután, nappal-e vagy éjjel? Ha talán egy-két állomáson naponta több ízben mérnék is az esőt, adataik nincsenek közzétéve. Kivételt csak Ó-Gyalla tesz, hol az

országos meteorologiai observatoriumban 1893. évi április óta naponta három ízben méri a csapadékot s az adatokat a havi kimutatásokban közzé is teszik. A budapesti meteorologiai intézetben szintén naponta 3 ízben jegyzik a csapadék vizét, de a havi kimutatásban nem tüntetik fel. Megkeresésemre nemcsak hozzájutottam a fővárosi 1892–1898. évi adatokhoz, hanem az intézet FRAUNHOFER Lajos adjunktus útján meg is engedte, hogy azokat nyilvánosságra hozzassam.

Magam is 11 év óta jegyzem a csapadékmennyiséget naponta 3 ízben s így azon helyzetben vagyok, hogy legalább a nap három szakára, úgy mint délelőttre (7 ó. r. — 2 ó. d. u.), délutánra (2 ó. d. u. — 9 ó. e.) és éjjelre (9 ó. e. — 7 ó. r.) nézve megállapíthatom, vajjon nálunk egyenletesen oszlik-e el az eső vagy sem? Megfigyeléseimet a Tokaj melletti *Tardoson* 13¹/₂ (1887. decz. — 1889. jan. 15.), a Miskolcztól mintegy 30 km.-nyire észak-nyugoton levő *Bánhorváthon* 32¹/₂ (1889. febr. — 1891. okt. 15.) és a Nagy-Alföldön, *Turkevén* 86 (1892. nov. — 1898.), összesen tehát 132 hónapon, vagyis 11 éven át végeztem. A Nagy-Alföld középső része és északi széle, valamint a mellette elterülő hegyes vidék képezi e szerint a megfigyelés területét. Ezen körülmény arra indít, hogy a 3 hely adatait összegezve is bemutassam, annál is inkább, mert lényeges sajátásaikra nézve, a megfigyelés egyenlőtlen tartama mellett is, megegyeznek. Turkevét, hogy évszakonkint ugyanannyi hónapra (21) támaszkodhassam, 7 év szerint mutatom be; a 3 állomás összegezésénél azonban felhasználok az 1891. évi novemberi és decemberi csapadék mennyiségét is. Deczembert, januáriust, februáriust télnek tekintem s így tovább 3–3 hónapot 1–1 évszaknak.

A következő I. táblázaton évszakonkinti összegekben tüntetem fel a csapadék mennyiségét, mely délelőtt (7—2), délután (2—9) és éjjel (9—7) lehullott. A négy évszak mellett külön csoportosítom a tavaszt és nyarat, az őszt és telet, mivel egyező sajátásaik így még jobban szembe tűnnek.

I. Táblázat.

A csapadék összege mm.-ben.

Óra	Tardos 1887 decz.—1889 jan. 15.				Bánhorváth 1889 febr.—1891 okt. 15.			
	7—2	2—9	9—7	7—7	7—2	2—9	9—7	7—7
Tél — — — —	58·9	62·0	75·1	196·0	39·9	38·7	57·0	135·6
Tavaszi — — — —	25·6	67·5	35·1	128·2	129·3	202·4	162·6	494·3
Nyár — — — —	63·4	75·5	117·5	256·4	131·6	262·6	234·4	628·6
Ősz — — — —	30·4	37·8	48·0	116·2	88·0	78·9	152·6	319·5
Tavaszi és nyár	89·0	143·0	152·6	384·6	260·9	465·0	397·0	1122·9
Ősz és tél — —	89·3	99·8	123·1	312·2	127·9	117·6	209·6	455·1
Év — — — —	178·3	242·8	275·7	696·8	388·8	582·6	606·6	1578·0

Óra	Turkeve 1892—1898.				A három állomás együtt 11 év			
	7—2	2—9	9—7	7—7	7—2	2—9	9—7	7—7
Tél — — — —	237·3	208·3	267·8	713·4	344·5	318·8	404·2	1067·5
Tavaszi — — — —	289·6	550·8	466·5	1306·9	444·5	820·7	664·2	1929·4
Nyár — — — —	283·3	558·6	427·6	1269·5	487·3	896·7	779·5	2154·5
Ősz — — — —	290·4	294·1	408·1	992·6	425·3	432·7	628·4	1486·4
Tavaszi és nyár	572·9	1109·4	894·1	2576·4	922·8	1717·4	1443·7	4083·9
Ősz és tél — —	527·7	502·1	675·9	1706·0	769·8	751·5	1032·6	2553·9
Év — — — —	1100·6	1611·8	1570·0	4282·4	1692·6	2468·9	2476·3	6637·8

Az I. táblázat szerint csak két napszakot, mint egyenlő hosszúságút, lehet összemérnünk, a délelőttet (7—2) és a délutánt (2—9). Láthatni, hogy mindkettőnek mennyisége őszzsel és télen meglehetősen egyforma mind a három helyen; ámde a tavasz és nyár már másképp viselkedik, de megint mind a három helyen egyezőleg, a mennyiben délutánra jóval nagyobb mennyiségű eső jut, mint délelőttre. Ehhez képest az év is általában több csapadékot mutat fel délután, mint délelőtt. *Őszszel és télen tehát meglehetősen egyenletesen oszlik el a csapadék délelőtt és délután, tavasszal és*

nyáron azonban nagyon egyenlőtlenül, délután csaknem egyszer annyi esik, mint délelőtt.

Hogy az éjjeli csapadékot is összemérhessük a délelőttivel és délutánival, legjobb lesz a 3 időköz mennyiségét az egész napi összegnek %-aiban feltüntetnünk. Ha mind a három időközben egyenletesen esnék az eső, akkor délelőttre (7—2) és délutánra (2—9) 29, éjjelre (9—7) pedig 42% jutna.

Hogy a jellemző sajátságok mennél jobban kidomborodjanak, a 3 állomást évszakonkint előbb külön-külön, azután pedig összefoglalva mutatom be; minus (—) jellel azt jelezve, hogy kevesebb volt a mennyiség, mint az illető időközben egyenletes elosztás mellett kellett volna lenni; a plus jel, melyet ki nem tesztek, azt mondja, hogy a kellőnél több volt.

Egyenletes elosztású mennyiség	Óra 7—2 29%	2—9 29%	9—7 42%	Egyenletes elosztású mennyiség	Óra 7—2 29%	2—9 29%	9—7 42%
Tardos 13½ hó				Turkeve 84 hó (7 év)			
Tél	1	3	—4	Tél	4	0	—4
Tavaszi	—9	24	—15	Tavaszi	—7	13	—6
Nyár	—5	1	4	Nyár	—7	15	—8
Ősz	—3	4	—1	Ősz	0	1	—1
Tavaszi és nyár	—6	8	—2	Tavaszi és nyár	—7	14	—7
Ősz és tél	0	3	—3	Ősz és tél	2	0	—2
Év	—4	6	—2	Év	—3	8	—5
Bánhorváth 32½ hó				A 3 állomás együtt (11 év)			
Tél	0	0	0	Tél	3	1	—4
Tavaszi	—3	12	—9	Tavaszi	—6	14	—8
Nyár	—8	13	—5	Nyár	—7	13	—6
Ősz	—2	—4	6	Ősz	0	0	0
Tavaszi és nyár	—6	13	—7	Tavaszi és nyár	—6	13	—7
Ősz és tél	—1	—3	4	Ősz és tél	1	0	1
Év	—4	8	—4	Év	—3	8	—5

E kimutatás tanúsítja, hogy az évi esőmennyiségből mind a három állomáson egyaránt *legtöbb hullott délután, és pedig átlagosan 8%-kal több, mint egyenletes eloszlás mellett a délutáni hét (2—9) órára jutna.*

Hogy az évi átlag ekként alakul, ennek oka a tavaszi és nyári hat hónapban található, mikor is a három állomás együttvéve az egyenletes eloszlástól leginkább különbözik s 13% többletet mutat fel.

Őszszel és télen a nap három szaka úgyszólván egyenlő esőmennyiséggel bír.

A délutáni esőtöbblet majdnem egész éven át, de főképen márcziustól augusztusig, mutatkozik.

Éjjel, augusztus kivételével, egész éven át kisebb a csapadék mennyisége, mint egyenletes eloszlás esetén lenni kellene, kiváltképen májusban és júniusban.

Délelőtt is a rendesnél kevesebb az eső, kivételt képez a 3 téli hónap és szeptember.

A turkevei 7 éves adatok után indulva valószínűnek tarthatjuk, hogy őszszel a csapadék csaknem teljesen egyenletesen oszlik el napszakonkint; télen azonban délelőtt több esik, mint éjjel; tavasszal és nyáron pedig háromszorta több a mennyiség délután, mint délelőtt vagy éjjel. A másik két állomás rövid idejű adatai még kissé bizonytalan eredményt mutatnak fel.

Esőt főképen légnyomási depressziók idején kapunk; ha tehát a lehulló víz mennyisége meglehetősen egyenletesen oszlik meg őszszel és télen napszakonkint, tavasszal és nyáron pedig nem, akkor a melegebb évszak csapadéka vagy nem hull légnyomási depressziók idején, vagy ha igen, akkor még egyéb oknak is közre kell hatnia, mely a délutáni többletet szüli. *Ezen ok nem lehet más, mint a nap melegebb óráiban meginduló, felszálló légáramlat, mely a hűvösebb felsőbb régiókba érve felhőt, majd csapadékot szül.* Ezen folyamat tavasszal könnyebben eredményezhet esőt, mint nyáron, mivel az előbbi évszakban a felsőbb rétegek jóval hűvösebbek, mint az utóbbiban, s így a lecsapódás lehetősége tavasszal nagyobb, mint nyáron.

A délutáni órákban legtöbb zivatar szokott kitörni. A felszálló légáramlat mindkét jelenségnél egyaránt működik. Zivatar

és eső karöltve jár. Lássuk tehát, vajjon mennyi esőt kaptunk zivataros időben, akkor tudniillik, mikor dörgést lehetett hallani, vagy legalább villámlást észrevenni. Zivataros eső alatt tehát azon mennyiséget értjük, mely abban a napszakban hullott le, midőn közeli vagy távoli zivatar is mutatkozott, vagy legalább villámlás tünt fel. A II. táblázaton a zivataros és nem zivataros időben hullott esőmennyiséget mutatom be, és pedig $\%$ -ban kifejezett eltérést az egyenletes eloszlású mennyiségtől.

II. Táblázat.

Az egyenletes eloszlású csapadékmennyiségtől való eltérés $\%$ -ban zivataros és nem zivataros időben.

Óra Egyenletes eloszlású mennyiség	Nem zivataros idő						Óra Egyenletes eloszlású mennyiség	Zivataros idő (I \leq \leq)					
	Turkeve 86 hónap			A 3 állomás együtt 11 év				Turkeve 86 hónap			A 3 állomás együtt 11 év		
	7—2	2—9	9—7	7—2	2—9	9—7		7—2	2—9	9—7	7—2	2—9	9—7
	29%	29%	42%	29%	29%	42%		29%	29%	42%	29%	29%	42%
Tél	4	0	—4	3	1	—4	Tél	—	—	—	—	—	—
Tavaszi	—1	1	0	—2	3	—1	Tavaszi	—19	38	—19	—14	35	—21
Nyár	4	—2	—2	0	—4	4	Nyár	—16	30	—14	—13	27	—14
Ősz	4	—6	2	3	—4	1	Ősz	—27	45	—18	—25	30	—5
Év	3	—2	—1	1	—1	0	A 3 évszak	—18	34	—16	—15	30	—15

A II. táblázat tanúsítja, hogy *nem zivataros időben a csapadék mennyisége nemcsak télen oszlik el megkeletősen egyenletesen napszakonkint, hanem a többi évszakban is*. Turkeve egymagában ép úgy, mint a másik két állomással egyesítve, igazolja állításomat. *Zivataros időben ellenkezőleg alakultak a viszonyok, a mennyiben délután 2—9 óra között 27—45%—kal is több volt az esővíz, mint egyenletes eloszlás esetén kellett volna lenni.*

Hogy tehát a csapadék eloszlása napszakonkint általában véve délután 2—9 között többletet mutat fel az egyenletes eloszlású mennyiségnél, az a melegebb hónapokban mutatkozó zivatarok rovására esik. A délutáni 2—9 óra között fellépő zivatar-maximummal kapcsolatos a délutáni esőmaximum.

A csapadékmennyiség napszakonkinti eloszlásával megismerkedvén, foglalkozunk még a gyakorisággal is. Kutassuk, vajjon többször esett-e az eső délután, mint reggel vagy éjjel. A gyakoriság egy-egy esete gyanánt azt tekintem, ha a három napszak valamelyikében csapadék hullott az esőmérőbe, akár szakadozottan több ízben, akár folyvást 7, illetőleg 10 órán keresztül.

Az ebben az értelemben vett csapadékgyakoriságot a III. táblázaton mutatom be általában és külön a zivatáros időre vonatkozólag is. Meg kell jegyezmem, hogy Turkevét előbb teljes 7 éve szerint tüntetem fel, majd a 3 állomás összegezésénél felhasználom az 1891. évi november és december adatait is. A gyakoriságot ép úgy, mint a mennyiséggel tettem, százalékok szerint tüntetem fel s kivontam (—) vagy hozzáadtam az egyenletes eloszlású gyakoriság százalékaikhoz. Ha az eső valószínűsége a nap mindhárom szakában egyenlő nagy lenne, akkor 100 eset közül délelőttre (7—2) és délutánra (2—9) 29—29, éjjelre (9—7) pedig 42% jutna. A III. táblázaton már most a három napszak csapadék-gyakoriságának eltérését az egyenletes eloszlású gyakoriságtól tüntetem fel A) és B) alatt.

III. Táblázat.

A) Az egyenletes eloszlású csapadékgyakoriságtól való eltérés általában réve %_o-ban.

Egyenletes eloszlású gyakoriság	Tardos 1887. decz.—1889. jan. 15.			Bánhorváth 1889. febr.—1891. okt. 15.			Turkeve 1892—1898			A 3 állomás együtt 11 év		
	29% _o	29% _o	42% _o	29% _o	29% _o	42% _o	29% _o	29% _o	42% _o	29% _o	29% _o	42% _o
Tél	—	—	—	2	4	—6	2	—1	—1	0	0	0
Tavaszi	—	—	—	—2	7	—5	—5	4	1	—4	5	—1
Nyár	—	—	—	—1	6	—5	0	6	—6	0	6	—6
Ősz	—	—	—	—2	2	0	—5	0	5	—5	1	4
Tavaszi és nyár	2	7	—9	—2	6	—4	—3	5	—2	—2	6	—4
Ősz és tél	2	—1	—1	—1	3	—2	—1	—1	2	—2	0	2
Év	2	3	—5	—1	5	—4	—2	2	0	—2	3	—1

B) Az egyenletes eloszlású csapadékgyakoriságtól való eltérés zivataros időben 0/0-ban.

Egyenletes eloszlású gyakoriság	Tardos 1887. decz.—1889. jan. 15.			Bánhorváth 1889. febr.—1891. okt. 15.			Turkeve 1892—1898			A 3 állomás együtt 11 év		
	29% ₀	29% ₀	42% ₀	29% ₀	29% ₀	42% ₀	29% ₀	29% ₀	42% ₀	29% ₀	29% ₀	42% ₀
Tél.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Tavaszi	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—8	23	—15
Nyár	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—7	22	—15
Ősz	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—23	28	—5
A 3 évszak	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—9	23	—14

A III. táblázat tanúsítja, hogy évente mind a három állomáson legtöbbször esett az eső délután (2—9), még pedig főképen tavasszal és nyáron; ősszel és télen alig van különbség a három napszak között. A 3 állomás átlaga szerint délután 6 ízben többször esett az eső, délelőtt pedig 2 ízben kevesebbszer, mint kellett volna, ha az eső beköszöntésének valószínűsége egyforma lenne; éjjelre még kisebb esőgyakoriság jut, a kevesebbet 4⁰/₀-ot tesz. Ezen eredmény egyezik a 493. lapon levő kimutatással. *Délután nemcsak több, hanem gyakoribb is az eső, és pedig főképen az év melegebb hónapjaiban.*

A II. táblázaton láttuk, hogy zivataros időben leginkább délután esik a kellőnél több eső, s ime a III. tanúsítja, hogy ugyanabban a napszakban esik leggyakrabban is az eső. A nagyobb mennyiség tehát a nagyobb gyakoriságnak az eredménye. A *délutáni zivatarmaximummal együtt jár a csapadék gyakoriságának és mennyiségének maximuma is.* A három jelenségnek egy az oka, a délutáni meleg légáramlatnak fölszállása a hűvösebb régiókba.

A nap három szaka közül a legnagyobb csapadéksűrűséget a délután mutatja 3·11 mm.-rel, mely zivataros időben 5·47 mm.-re emelkedik. Mind a három állomás a következő sűrűséget tünteti fel mm.-ekben:

	Óra 7—2	2—9	9—7
Általában véve	2·53	3·11	2·42
Zivataros időben	3·55	5·47	4·63
A kettő közötti viszony	1·40	1·76	1·91

E szerint a sűrűség aránylag véve legnagyobb zivataros éjjeleken.

A csapadék eloszlását napszakonként a budapesti és ó-gyallai feljegyzések szerint is bemutatom, habár a belőlök folyó eredmény nem egyezik is a magam adataival. Mindkét helyen a 3 (7 ó. r., 2 ó. d. u., 9 ó. e.) terminus-óra rovatában áll a csapadékmennyiség. Jóllehet valószínűnek tartottam, hogy pl. a 9 óra rovatában álló összeg azon mennyiséget jelenti, mely délután 2 és 9 óra között esett, mégis kérdést tettem, hogy egészen biztos lehessenek. FRAUNHOFFER Lajos meteorologiai intézeti adjunktus kérdésemre ekként válaszolt: «A 9 órai rovatban álló mennyiség a 2—9-ig esett csapadékot jelenti.» Ennélfogva bizonyos, hogy az intézeti tisztviselők nemcsak a fővárosban, hanem az ó-gyallai központi observatoriumban is ugyanazon eljárást követték.

Budapest és Ó-Gyalla adatait a IV. táblázat tünteti fel. Meg kell jegyeznem, hogy Ó-Gyallán 1893-ban áprilisban kezdődtek a mérések s délután 3 órakor történt a feljegyzés az év végeig; azután pedig mindig 2 órakor. Budapesten a millimeter századrészeit is jegyezték; megtartottam tehát én is az évszaki összegek-nél, bár fölöslegesnek vélem e nagy pontosságot. Minthogy Ó-Gyallán a feljegyzés nem látszik egyöntetűnek, külön-külön tüntettem fel az 1893. ápr. — 1895-diki s az 1896—1898-diki adatokat.

IV. Táblázat.

A) *A csapadék összege mm.-ben.*

Óra	Budapest 1892—1898.				Ó-Gyalla 1893. ápr.—1895.				Ó-Gyalla 1896—1898.			
	7—2	2—9	9—7	7—7	7—2	2—9	9—7	7—7	7—2	2—9	9—7	7—7
Tél	244.43	239.29	373.20	856.92	42.3	163.6	69.1	275.0	44.4	47.2	132.3	223.9
Tavaszi	338.93	353.90	595.31	1288.14	83.6	404.1	5.2	492.9	134.9	194.9	203.1	532.6
Nyár	262.41	311.63	516.80	1090.84	69.1	391.3	13.1	473.5	91.8	240.3	277.3	609.4
Ősz	353.72	340.20	414.91	1108.83	73.8	345.5	38.7	458.0	112.3	79.6	171.8	363.7
Tavaszi és nyár ..	601.34	665.53	1112.21	2378.98	152.7	795.4	18.3	966.4	226.7	434.9	480.4	1142.0
Ősz és tél	598.15	579.49	788.11	1965.75	116.1	509.1	107.8	733.0	156.7	126.8	304.1	587.6
Év	1199.49	1245.02	1900.22	4344.73	268.8	1304.5	126.1	1699.4	383.4	561.7	784.5	1729.6

B) *Az egyenletes eloszlású csapadékmennyiségtől való eltérés 0₁₀-ban.*

Óra	Budapest 1892—1898.			Ó-Gyalla 1893. ápr.—1895.			Ó-Gyalla 1896—1898.			Ó-Gyalla 1893. ápr.—1898.
	29%	29%	42%	29%	29%	42%	29%	29%	42%	
Egyenl. eloszl. menny.	29%	29%	42%	29%	29%	42%	29%	29%	42%	
Tél	—1	—1	2	—	—	—	—	—	—	
Tavaszi	—3	—1	4	—	—	—	—	—	—	
Nyár	—5	0	5	—	—	—	—	—	—	
Ősz	3	2	—5	—	—	—	—	—	—	
Tavaszi és nyár ..	—4	—1	5	—13	53	—40	—9	9	0	Óra 7—2 2—9 9—7
Ősz és tél	1	1	—2	—13	40	—27	—3	—7	10	Egyenl. 29% 29% 42%
Év	1	—1	2	—13	48	—35	—7	4	3	eloszl. m. —11 29 —18
										—8 19 —11
										—10 25 —15

Budapesten tavasszal és nyáron több ugyan az eső mennyisége délután (2—9), mint délelőtt, de mindamellett *a legtöbb éjjelre (9—7) jut*. A 7 év (1892—1898.) a turkevei egyidejű feljegyzésekkel tehát semmiképen sem egyezik. Hogy ennek mi az oka, azt a jövő fogja kellőképen kideríteni,

Ó-Gyallán 1893—1895-ben tavasszal és nyáron alig volt eső, délelőtt is igen kevés, délután pedig az egész mennyiségnek 62%-a hullott le. 1896—1898-ban ellenkezőleg éjjel 42, délután pedig 38%-ot tett az eső mennyisége. Az utóbbi három év tavaszán és nyarán elég szabályos viszonyokkal találkozunk, nem így a három előbbi évben. A hosszabb időn át végzett feljegyzés fogja itt is a valódi viszonyokat kimutatni.

A csapadék eloszlását napszakonként (7—2, 2—9, 9—7) több helyre vonatkozólag is kiszámítottam ugyan, de mivel utóbb úgy is más szempontok szerint fogom azt bemutatni, e helyütt meglegszem azzal, hogy a berlini 12 éves adatokat* tüntetem fel, melyeket 1885—1896 között a gazdasági főiskola tetején levő autograf szolgáltatott. A következő kimutatás megismertet velök.

A csapadék Berlinben 12 év (1885—1896) alatt.

Óra	Összeg Mm.				Az egyenletes eloszlású csapadék- mennyiségtől való eltérés %-ban.			
	7—2	2—9	9—7	7—7	7—2 29%	2—9 29%	9—7 42%	Egyenletes eloszlású m.
Tél	199.1	196.1	318.9	714.1	—1	—2	3	
Tavas	254.1	440.7	446.6	1141.4	—7	10	—3	
Nyár	498.2	871.8	599.0	1969.0	—4	15	—11	
Ősz	339.2	427.3	569.6	1336.1	—4	3	1	
Tavas és nyár	752.3	1312.5	1045.6	3110.4	—5	13	—8	
Ősz és tél	538.3	623.4	888.5	2050.2	—3	2	1	
Év	1290.6	1935.9	1934.1	5160.6	—4	9	—5	

* Meteorologische Zeitschrift 1897. évf. 211. l.

Tavaszzal és nyáron Berlinben is délután (2-9) esik legtöbb eső, ősszel és télen meglehetősen egyenletesen oszlik meg a mennyisége a nap három szaka között. A berlini és a magam feljegyzései (493. lap) csaknem tökéletesen egyeznek. A mely okok szülik Magyarországon a délutáni esőmaximumot, ugyanazok eredményezik azt Berlinben is. De ezzel korántsem akarom állítani, hogy az eső mennyisége mindenütt a délutáni órákban éri el maximumát; csupán rá akartam utalni, hogy a nagy német síkságon is az én megfigyelésemhez hasonlót tapasztaltak.

Említettem, hogy az eső napi periodusáról eddigelé összefoglaló dolgozatunk nincs. A meteorologiai elemek óránkénti változásait legjobban kiderítették ugyan Indiában, de részletesen nincsenek még kellőképen hozzáférhetőkké téve. Ezekről tehát eltekintve a hozzáférhető anyagot ezennel bemutatom. Nem óránkénti értékeket akarok feltüntetni, hiszen még 22 év sem elég ahhoz, hogy a napi periodus egészen szabályos alakot öltjön, miként ezt pl. a new-yorki * 22 éves kiegyenlített óránkénti esőmennyiségek évi átlag szerint tanúsítják; hanem megelégszem azzal, hogy 6—6 óránként mutassam be az eső napi változásait. Az időközöket akként választottam, hogy a délutáni 2—9 órához mennél közelebb férhessek. A négy időköz mennyiségét %-ban számítottam ki s hozzámértem az időköz egyenletes (25%) mennyiségéhez. Az eredményt az V. táblázat tünteti fel, hol *r.* az órát éjfél-től dél-ig, *e.* déltől éjfél-ig, *M. Z.* a Meteorologische Zeitschriftot jelenti.

* Meteor. Zeitschr. 1892 év. 480. 1.

V. Táblázat.

A csapadékmennyiségnek napszakonkinti eltérése az egyenletes eloszlású mennyiségtől ‰-ban.

Az állomás	Időszak	Évszak	Hány év?	Mm.	Egyenletes eloszlású mennyiség ‰-ban						Jegyzet.
					25 2r.—8r.	25 8r.—2e.	25 2e.—8e.	25 8e.—2r.	50 8r.—8e.	50 8e.—8r.	
1. Zechen	1857/71	Decz.—Febr.	15	109	0	+2	—1	—1	+1	—1	M. Z. 1876. 23. 1.
		Márcz.—Máj.	«	118	—4	—4	+7	+1	+3	—3	
		Jun.—Aug.	«	222	—5	—3	+9	—1	+6	—6	
		Szept.—Nov.	«	103	+1	—2	+1	0	—1	+1	
		Év	«	551	—3	—2	+5	0	+3	—3	
2. Berlin	1885/96	Decz.—Febr.	12	60	+4	—2	—2	0	—4	+4	M. Z. 1897. 211. 1.
		Márcz.—Máj.	«	95	—2	—6	+9	—1	+3	—3	
		Jun.—Aug.	«	164	—8	—2	+16	—6	+14	—14	
		Szept.—Nov.	«	111	0	—3	+2	+1	—1	+1	
		Év	«	430	—3	—3	+8	—2	+5	—5	
3. Prága	1850/69	Decz.—Febr.	20	59	—1	+1	+3	—3	+4	—4	M. Z. 1882. 246. 1.
		Márcz.—Máj.	«	97	—6	—2	+9	—1	+7	—7	
		Jun.—Aug.	«	173	—8	—3	+10	+1	+7	—7	
		Szept.—Nov.	«	81	—2	+3	—1	0	+2	—2	
		Év	«	409	—5	—1	+6	0	+5	—5	

4. Hohenheim	1883/93	Apr.—Szept.	10	—	—5	—4	+8	+1	+4	—4	M. Z. 1894. 391. l.
		Év	"	—	—4	—4	+8	0	+4	—4	
5. Bécs	1853/56	Apr.—Okt.	4	283	—5	—1	+8	—2	+7	—7	Hann. Tügl. Gang. e. m. Elemente. 17. l. és M. Z. 1881. 440. l.
6. Klagenfurt	1886/88	Máj.—Szept.	3	556	—1	—2	+2	+1	0	0	M. Z. 1889. 229. l.
7. Basel	1888/93	Év	6	541	0	—2	+2	0	0	0	M. Z. 1894. 419. l.
8. Modena	?	Év	?	—	0	0	+4	—4	+4	—4	M. Z. 1882. 54. l.
9. Pawlowsk	1878/79	Apr.—Szept.	2	256	+2	—2	+4	—4	+2	—2	M. Z. 1882. 54. l.
10. New-York	1870.76	Okt.—Márcz.	7	505	+1	+2	0	—3	+2	—2	M. Z. 1882. 236. l.
		Apr.—Szept.	"	619	—1	—2	+4	—1	+2	—2	
		Év	"	1124	0	—1	+2	—1	+1	—1	
11. Washington	{1874/78} {1880/91}	Év	187	947	—2	0	+4	—2	+4	—4	M. Z. 1892. 480. l.
		Év	22	1097	0	—1	+2	—1	+1	—1	
		Év	187	947	—2	0	+4	—2	+4	—4	
12. Calcutta	?	Nov.—Febr.	7	56	—6	—15	+22	—1	+7	—7	M. Z. 1889. 111. l.
		Márcz.—Máj.	"	172	—19	—13	+26	+6	+13	—13	
		Jun.—Okt.	"	1116	—2	+4	+9	—11	+13	—13	
		Év	"	1344	—4	+1	+11	—8	+12	—12	
13. Simla	1843/45	Nov.—Febr.	3	161	—7	+23	—4	—12	+19	—19	M. Z. 1889. 111. l. Az órák : 2 ¹ / ₂ r.—8 ¹ / ₂ r. és így tovább.
		Márcz.—Máj.	"	183	—5	—2	+18	—11	+16	—16	
		Jun.—Okt.	"	1893	+1	+2	+5	—8	+7	—7	
		Év	"	2237	0	+3	+6	—9	+9	—9	

Az állomás	Időszak	Évszak	Hány év?	Mm.	Egyenletes eloszlású mennyiség %-ban						Jegyzet
					25	25	25	25	50	50	
					2r.—8r.	8r.—2e.	2e.—8e.	8e.—2r.	8r.—8e.	8e.—8r.	
14. Batavia	1866/82	Decz.—Febr.	17	875	+1	—3	—1	+3	—4	+4	M. Z. 1886. 146 l.
		Márcz.—Máj.	«	391	—13	—4	+17	0	+13	—13	
		Jun.—Szept.	«	275	—16	—11	+25	+2	+14	—14	
		Okt.—Nov.	«	208	—18	—3	+32	—11	+29	—29	
	Év	«	1749	—7	—4	+11	0	+7	—7		
	1866/90	Jan.—Febr.	25	—	+5	—5	—4	+4	—9	+9	
Jun.—Jul.		«	—	—15	—13	+29	—1	+16	—16		
Év		«	—	—6	—5	+11	0	+6	—6		
15. Alexandria	1891	Év	1	555	—1	0	+4	—3	+4	—4	M. Z. 1893. 40. l.
16. S. Paulo (Rio Janeiro)	1893/96	Év	4	1223	—10	—7	+18	—1	+11	—11	M. Z. 1898. 70. l.
17. Botucatu (Rio Janeiro)	1894/96	Év	3	1177	—9	—3	+14	—2	+11	—11	M. Z. 1898. 71. l.
18. Ben Nevis	?	Decz.—Febr.	8	—	+15	—2	—12	+1	—14	+16	M. Z. 1892. 470. l. Eltérés %-ban a napi átlagtól, a mi nem egyenlő a tábla többi adataival.
		Márcz.—Máj.	«	—	+24	—12	+15	—28	+3	—4	
		Jun.—Aug.	«	—	—1	0	+39	—38	+39	—39	
		Szept.—Nov.	«	—	—9	+9	—8	+10	—1	—1	
19. Perpignan	1884/94	Év	11	—	6r.—9r.	9r.—2e.	2e.—9e.	9e.—3r.	9r.—9e.	9e.—9r.	M. Z. 1896. 26. l.

20. Utrecht	1849/50	Decz.—Febr.	40	155	8r.—2e. —2	2e.—10e. +4	10e.—8r. —2	—	—	—	M. Z. 1890. (17. 1.) Egyenletes eloszlás: 8r.—2e. = 25% 2e.—10e. = 33% 10e.—8r. = 42%
		Márcz.—Máj.	"	234	0	+4	—4	—	—	—	
		Jun.—Aug.	"	249	0	+5	—5	—	—	—	
		Szept.—Nov.	"	194	—1	+4	—3	—	—	—	
		Év	"	832	—1	+4	—3	—	—	—	
21. Paramaribo	1833/34	Év	2	5136	7r.—2e. —6	2e.—7e. +24	7e.—7r. —18	—	—	—	Sprung, Lehrb. d. Meteor. 358 l. Egyenletes elosz- lás: 7—2=29%; 2—7= 21%; 7—7=50%.
		Év	?	—	7r.—2e. —13	2e.—9e. +14	9e.—7r. —1	—	—	—	
23. Singapore	1841/43	Decz.—Febr.	3	711	—	—	—	—	nappal +33	éjjel —33	M. Z. 1898. 476. 1.
		Márcz.—Máj.	"	567	—	—	—	—	+24	—24	
		Jun.—Aug.	"	480	—	—	—	—	+8	—8	
		Szept.—Nov.	"	789	—	—	—	—	+11	—11	
		Év	"	2547	—	—	—	—	+19	—19	
24. Bécs	1881; 83/88	Ápr.—Szept.	7	454	2r.—8r. —4	8r.—2e. —5	2e.—8e. +4	8e.—2r. +5	8r.—8e. —1	8e.—8r. +1	M. Z. 1889. 221. 1.
25. Born	?	Év	8	—	0	—4	—1	+5	—5	+5	M. Z. 1882. 54. 1.
26. Aachen	1895/96	Okt.—Márcz.	2	529	—6	—1	+3	+4	+2	—2	M. Z. 1897. 383. 1.
		Ápr.—Szept.	"	502	—3	—9	+4	+8	—5	+5	
		Év	"	1031	—4	—6	+4	+6	—2	+2	

Az állomás	Időszak	Évszak	Hány év?	Mm.	Egyenletes eloszlású mennyiség %-ban						Jegyzet.
					25	25	25	25	50	50	
					2r.—8r.	8r.—2e.	2e.—8e.	8e.—2r.	8r.—8e.	8e.—8r.	
27. Triest	1894. jul.—	Decz.—Febr.	3	186	—3	—4	+3	+4	—1	+1	Mazelle.Tägl.Periode d. Nieders. in Triest. 3. l.
	1897. jun.	Márcz.—Máj.	“	268	+2	0	—3	+1	—3	+3	
		Jun.—Aug.	“	289	—2	—10	—3	+15	—13	+13	
		Szept.—Nov.	“	277	—3	+3	—5	+5	—2	+2	
		Év	“	1020	—1	—3	—2	+6	—5	+5	
28. Coimbra	1876/80	Okt.—Márcz.	5	689	+2	—2	+2	—2	0	0	M. Z. 1882. 54. l.
		Apr.—Szept.	“	385	+3	—2	—2	+1	—4	+4	
		Év	“	1074	+2	—2	0	0	—2	+2	
29. Greenwich	1861/66	Okt.—Márcz.	6	160	+2	0	—1	—1	—1	+1	M. Z. 1882. 236. l.
		Apr.—Szept.	“	203	+4	—6	+2	0	—4	+4	
		Év	“	363	+3	—3	—1	—1	—2	+2	
30. Hongkong	1884/88	Decz.—Febr.	5	178	+2	—6	—4	+8	—10	+10	M. Z. 1889. 351. l.
		Márcz.—Máj.	“	507	+1	+9	—5	—5	+4	—4	
		Jun.—Aug.	“	1189	+8	+4	—6	—6	—2	+2	
		Szept.—Nov.	“	291	+1	—1	+1	—1	0	0	
		Év	“	2165	+5	—4	—5	—4	—1	+1	

	1884.93	Nov.—Febr.	10	135	+5	—5	—6	+6	—11	+11	M. Z. 1895. 192. l.		
		{Márc. s Szept.} {Apr. és Okt. }	«	626	+4	+3	—5	—2	—2	+2			
		Máj.—Aug.	«	1566	+7	+8	—7	—8	+1	—1			
		Év	«	2327	+6	+5	—6	—5	—1	+1			
31. Mauritius	1888.96	Egy-egy hónap	9	115	+3	0	—2	—1	—2	+2	M. Z. 1898. 192. l.		
32. Cordoba (Argentina)	1888.90	Okt.—Márcz.	24	1869	+9	—6	—4	+1	—10	+10	M. Z. 1892. 34. l.		
		Apr.—Szept.	«	208	+26	—17	—2	—7	—19	+19			
		Év	«	2077	+11	—7	—4	0	—11	+11			
33. Lissabon	1856.65	Decz.—Febr.	10	292	+3	+4	—1	—2	—2	+1	M. Z. 1888. (84. l.) Egyenletes eloszlás 17% egy-egy időköz- ben		
		Márcz.—Máj.	«	203	+3	+1	—4	+2	—3	+1			
		Jun.—Aug.	«	33	+5	+5	—5	—5	+1	—1		—5	+5
		Szept.—Nov.	«	292	+3	—2	—5	+2	0	+2		—5	+5
		Év	«	820	+4	+1	—4	0	—1	0		—3	+3
34. Új-Guinea.	Többnyire két-két év			3010	Konstantinhafen, Fr. Wilhelms- hafen, Erima, Stephansort (4 áll.)					—34	+34	Hann. Klimatologie. II. 250. l.	
				5030	Sattelberg					—6	+6		
				1870	Herbertshöhe					+8	—8		

Az V. táblázaton levő állomások csapadékmennyiségét nem mutathattam be mindenütt évszakok szerint, mivel sem hónapok, sem évszakok szerint nem közölték. Itt kitétték a mennyiséget mm.-ekben vagy párisi vonalakban, ott csak az egyes órák százalékát a mennyiség megjelölése nélkül; néha a megfigyelés időszaka sincs feltüntetve, hanem csak az évek száma, sőt némely helyen még az sincs kitéve. Paramaribonál nem biztos az évi mennyiség kitétele; nem tudjuk ugyanis a két év összege vagy átlaga amaz 5136 mm., mivel 26 éves átlaga* 2277 mm.-t tesz. Perpignan és Lissabon adatait nem közölték óránként s így nem lehet őket a többi állomás rovatai szerint feltüntetni. Ben Nevisről csak a napi mennyiségtől való eltéréseket tüntették fel s így ezek nem is azonos jelentőségűek a többi állomás adataival.

Azzal, hogy a 6—6, illetőleg 12—12 órai időközökre jutó egyenletes eloszlású mennyiséghez hozzámértem a tényleg mért mennyiséget, csak az áttekintést akartam könnyebbé tenni. Minden időköz fölé odairtam az egyenletes eloszlású mennyiséget is, úgy, hogy hozzáadás (+) vagy kivonás (—) által legott az illető időtartam %-át is megkapjuk.

Az V. táblázat szerint az esőeloszlásnak két főtypusát különböztetjük meg, úgymint:

- 1) *nappali maximumot*, és
- 2) *éjjeli maximumot*.

A nappali maximum a délutáni 2—8 óra között jelentkezik; az éjjeli két altypusra oszlik, a mennyiben némely állomáson éjjel 8—2, másokon pedig korán reggel 2—8 között mutatkozik.

A nappali maximumhoz (2—8 délután) az első 23 állomás tartozik, Ben Nevist is ide számítva, mivel nyáron és tavasszal nappali maximumot mutat fel.

Az éjjeli maximum (8—2 éjjel) mindössze négy állomáson vehető észre: Triesztben, Bernben, Bécsben, Aachenben. Különös, hogy Bécs Prágával és a többi németországi állomással együtt 1853—56-ban délutáni maximumot tüntet fel, 1881—88 között pedig éjjelit (8—2 óra között). Igaz, hogy a délutánit alig haladja meg. MAZELLE hajlandó az okot a régi műszerben és felállításban

* Supan. Vertheilung d. Niederschlags. 86. l.

keresni. Én valószínűbbnek tartom az első időszak maximumát, s a másodikat még nem kellőképen megállapodottnak.

Az éjjeli maximum második typusa, mely a kora reggeli órákban (2—8 r.) lép fel, Greenwichben, Coimbrában, Lissabonban, Hongkongban, Mauritiusban, Új-Guineában, tehát a tenger mellékén, mutatkozik. Némi kivételt képez Cordoba, Argentina belsejében.

A két főtypus évszakonkint némi változáson megy keresztül. Télen vagy ősszel éjjeli vagy délelőtti maximum mutatkozik ott is, hol nyáron és tavasszal délután (2—8) esik legtöbb eső; pl. Berlinben, Zechenben, Prágában, New-Yorkban, Simlaban, Batáviában s a Ben Nevisen.

Hongkongban az éjjeli maximum nov. — febr. hónapokban korábban áll be (8 e.—2 r.), mint a többi évszakban, mikor délelőtt esik legtöbb eső.

A délutáni esőmaximum nemesak Magyarországon, hanem másutt is együtt szokott járni a zivatarokkal. Sőt, *hol a forró övben éjjel mutatkozik az esőmaximum, mint például Batáviában, Cherrapunjeé-ben,* Új-Guineában, Borneóban, Kamerunban, ott a zivatarok maximuma ** szintén éjjel lép fel.*

A legtöbb eső tehát részint délután (2—8), részint korán reggel (2—8) esik. Ez tűnik ki azon kevés állomás adataiból, melyeket az V. táblázaton bemutattam. Hogy e jelenség van-e, és mennyiben kapcsolatban a légnyomás délutáni és reggeli minimumával, azt a jövő fogja kideríteni. A regisztráló műszerek adatai mindinkább szaporodván, a részletek lassankint szerves egészsze fognak idővel kidomborodni; ki fog tűnni az is, vajjon mennyiben játszik a tengeri szél szerepet annál a jelenségnél, hogy a partvidéken többnyire éjjelre esik a zivatarok és eső maximuma, mikor ellenkező áramlat indul meg a szárazföldről a tenger felé.

* Meteorologische Zeitschrift. 1882. évf. 402. l.

** Hann. Klimatologie II. 35., 77., 222., 237., 250. l.

VÉDŐÜVEGEK AZ IBOLYÁNTÚLI FÉNY ELLEN, FÉNYHATÁSTANI TANULMÁNYOK ALAPJÁN.

SCHULEK VILMOS 1. tagtól.

A fenti czim alatt terjedelmesebb munkátot fejezván be, annak lényeges tartalmáról van szerencsém a mélyen t. Akadémiának kivonatosan jelentést tenni.

A munka a következő fejezetekre oszlik: a hyperibolyás fény elleni védekezés ügye; 225 anyag viselkedése az ibolyántúli fény irányában; következtetések az ibolyántúli fény elnyelésére tett vizsgálatokból; átlátszó sárga anyagok fényáteresztése; keverékek fényáteresztése; az ibolyántúli fényt elnyelő anyagok szilárd oldatokba foglalása; a színjatszás fényének csökkentése; színes szemüvegek fényáteresztése; az emberi szemközegek fényáteresztése; a látható színek vége élön; kamarás pápaszemek. Az egész munka a szemvédés ügyének kíván szolgálni.*

Azon kérdésre kerestem feleletet, hogy lehet-e a fényt, mielőtt a szembe jut, ibolyántúli tartalmától megfosztani. Erre tényleg szükség van, mert WIDMARK és OGNEFF kimutatták, hogy az ibolyántúli fény a szemre nagyon káros. Az eddig ajánlott kizárási módok nem kielégítők, mert a színes pápaszemek, mint a vörös és sárga, a színek hideg részét is gyengítik a nélkül, hogy az ibolyántúli sugarakat biztosan kizárnák. Ezért kamarás anaktinos pápaszemeket szerkesztettem, melyekkel a cél elérhető. A legalkalmasabb anyag megtalálása évekre terjedő vizsgálatok eredménye.

* Teljes, mintegy nyomtatott 10 ívnyi terjedelmében az Orvosi Hetilap «Szemészet» melléklete 1899. és 1900-ban, valamint az «Ungarische Beiträge zur Augenheilkunde» II. kötete fogja közölni, 19 szövegközti ábrával és 3 mellékletes táblán 60 színek másolatával.

A kutatás módja a spectrographia volt. És pedig kezdetben STEINHEIL-féle üvegprizmás, később VOGEL-féle nagy, új spectrographot használtam s így 225 anyagot pontosan és részletesen megvizsgáltam.

A következtetéseket ezen vizsgálatokból, az elnyelő anyagokra, 16 pontba foglalhatom össze.

1. Ásványos anyagok nem felelnek meg annak, hogy a hyperibolyás fény épen a *H* vonalnál elvágassék.

2. Állandóan használható a triphenylmethan xylolban. Legjobb a 35:100 oldat 2.5 μ m rétegben.

3. Megfelelnek még a nitrobenzol alkoholban 1:20, anthracen benzolban 1:150, quercitrin alkoholban 1:500 oldatban.

4. Félig-meddig használható a chininum bisulfuricum 1:14 víz és alkoholban mint 2:1-hez; chinidin sulfuricum vízzel mint 1:20, sósavval megsavanyítva; quercetin alkoholban 1:5000, æsculin methylalkoholban 1:100; fraxin 1:120 víz és alkoholban mint 4 az 1-hez; phenantren benzolban mint 1:100—200; petrol sárgállós színben; phloridzin alkoholban 3:10.

5. Mellékesen jön számba némely világossárga olaj, mint az oleum citri; terpentinnel halványított oleum cinnamomi; halványított gyanták alkoholban telítve; gelsemin alkoholban 1:200; ugyanezzel szintén petrol telítve.

6. Oldó folyadékul xylol, benzol, alkohol szolgáljanak; benzaldehyd, olajok, terpenek csak mellékesek, szintúgy canadabalsam. Víz magában nem vehető, mert befagy. Aether, chloroform, carbondisulfid, glycerin mellőzendők. Methylalkoholnak a forrpontja alacsony, ezért nyáron nagyon tágulna és a kamrát reszptené.

7. Az irodalomból meggyőződtem, hogy a physika és chemia a szemészeket érdeklő *H* vonalról e tekintetben felvilágosítást nem ad.

8. Összefoglalom mindazt, a mit eddig az absorptioról (OSTWALD a színes ionokról), és különösen az ultraibolyában HARTLEY és mások eddig megállapítottak.

9. A KUNDT-féle szabályt (1874) méltányolom, tárgyamhoz vonatkozásában.

10. A BEER-féle törvényt (1852) igyekezem céljaimra kihasználni.

11. A sárga anyagok félelnyelésével általánosságban foglalkozom, kimutatva, hogy azok absorptio-tulajdonságait közelebbről kell még tanulmányozni, mit meg is tettem, és külön fejezetben tárgyalok.

12. Talált szinképi adataimnak a hullámhosszakhoz való viszonyulásával foglalkozom, egyszersmind a fényforrások befolyását is kapcsolatosan tárgyalom.

13. Az anyagoknak a fény által idővel okozott színváltozásairól (heterochromia) tárgyalok.

14. A melegnek és hidegnek az anyagokra való hatását mérlegetem.

15. Az anyagok fényelnyelési sávjainak szerepét, azoknak a vegyi helyettesítések által eltolását, a SCHÜRZKE festékanyag-elméletet és az O. N. WITT-féle chromogen és chromophor nézetet méltatom.

16. Irányt mutatok az esetleges további kutatásokra, a mennyiben kifejtem, hogy szervesen anyagoktól nincs mit várni, hanem az ibolyántúli fény elnyelésére szolgáló közeget inkább a szervi vegyületek között kell keresni, és különösen a benzolgyűrűbeli kettős kötésű anyagokat kell figyelemben tartani.

Minthogy az elmondott vizsgálatok és eredmények szerint a *H* vonalnál határolandó absorptiot nemcsak az elnyelési sávnak szélesítése és az ultrából lehozása által, hanem sárga oldatoknak vékonyítása útján is lehetett nyerni, az átlátszó sárga anyagok fényelnyelésére is figyelmet kellett fordítani és azt vizsgálás alá venni. Annyival inkább, mert a felnőtt ember szemének lencséje is sárga, és mert újabban sárga szemüvegeket ajánlanak. Azonban, hogy a sárga anyagokon milyen fény megy át, az physikalisan nincsen konstatálva. Eddig csak az általuk keltett érzést vették számba s a NEWTON szinképehez hasonlították. Ezért az áteresztett fény physikalís minőségéről kellett felvilágosítást keresnem.

24 különféle sárga anyagot rendszeres rétegváltoztatással spektroskoppal vizsgáltam s az így nyert eredményeket összevetettem. Az anyagok voltak: petroleum, gépolaj, ol. amygdalarum, ol. citri, ol. carvi, ol. cinnamomi, acid. picricum, primulin, quercitrin, nitrobenzol, quercetin, kali bichromicum, anthracen, jodo-

form, ferrum sesquichloratum, fluoresceinalium, quassiin, iridin, guajak, anilin, tannin, gelsemin, fraxin, kreosot, ol. animale Dip-pelii. Mindegyiknél a réteg szerint változó színt (metachromia) a Radde színskálán megállapítottam és az elnyelési görbe megállapítása és lerajzolása után ebből a színt kimagyarázni igyekeztem. Az elnyelési görbék és a szingörbék táblázatos összeállítása utján végre megpróbáltam általános következtetéseket vonni.

A barna színezés keletkezése abban mutatkozott, hogy a színekép ibolyás végéből egy darab teljesen hiányzik és emellett a többi színekép, egészen a vörös végig, fényben tetemesen meg van gyengülve. Ennek meg is felel, hogy erős fényforrásnál, áteső világítás-kor, a barna szín a vörösnek ad helyet.

Továbbá feltűnő volt, hogy egyforma sárga színezés sokféle hullámhosszak combinatiojából előállónak mutatkozott; úgyszintén, hogy a sárga színezés egyáltalában nem biztosíték arra, hogy az ultraibolya mind elnyeletik.

Végre kiderült, hogy mainap a tudományos fejlődés már megengedné, hogy a színezésről necsak a physiologiai érzés útján ítéljünk, hanem hogy a színezés objectiv physikális alapját is meghatározzuk, és belőle a színézésünkre vonatkozó élettani kísérleteknek reális alapot teremtsünk. Ugyanis fényforrásul a készülőben levő normalfényt (Lummer) kellene venni; a színes anyagon áteresztve, spectrumát a szabad fényforrás egyidőbeli spectrumával párhuzamosan és egyidőben kellene megphotographálni; és a két eredmény különbözetét spectrophotometeres úton (Th. Simon) kellene lemérni. Így absorptió görbe származnék, mely az átvett fényt objectiv hatásában mutatná. Ez pedig a fényforráshoz viszonyultan, az elnyelt fényt is kiszámítani engedné. Az utóbbiból viszont az anyag absorptiojára és esetleg az anyag constitutiojára is, legalább oly értékességgel mint az elnyelési sávok utján, volna következtetés vonható.

A keverékek fényáteresztése című fejezetben kísérletekről adok számot, melyeket oly czélból végeztem, hogy az anyagok halmozása által nagyon erős világításban is sikerüljön az ibolyántúli fényt kizárni a nélkül, hogy a színekép színes része gyengüljön. Összesen tíz ilyen combinatiót tettem meg. Az oldatokat $1\frac{1}{2}$ évig is hagytam állani, míg végleges megbíralás alá vettem. A spectro-

graphos eredmény az lett, hogy az elnyelés fokozásával nemcsak annak hathatósága, hanem terjedelme is növekedik s hogy szervi anyagok keverését különben is jobb kerülni.

Az ibolyántúli fényt elnyelő anyagok szilárd oldatokba való foglalását is megkíséreltem. Így gelatineba, celloidinba, canadabalsamba ágyaztam triphenylmethant, chinint, chinidint stb., összesen 12-féle változatban. Az első napokban és hetekben úgy is látszott, mintha a dolog sikerülne. Azonban utóbb, pl. a triphenylmethannál canadabalsamban két év múlva, mégis kiderült, hogy fényelnyelő anyagokkal telített lemezek úgy nem állíthatók elő, hogy átlátszók maradjanak s e mellett az ultraibolyát elnyeljék. Az alapanyag megszilárdulásával az oldott anyag nem maradt eloszolva, hanem vagy teljesen vagy legnagyobb részét kijegeczesedett.

A színjatszás kamarás pápaszemen annyiban volna kellemetlen tünemény, amennyiben azt oldalról tükröző fény is előidézné és ezt a védőüveg viselője a szeme felé kapná. Meg kellett kísérteni, hogy az mi módon volna legjobban csökkenthető. Kipuhaltam, hogy anaktinosaknak talált anyagaim mely töménységi fokánál lesz a fluorescentia aránylag legkevésbé erős, s hogy milyen eljárás csökkenti e jelenséget. Kimerítően a fluoresceinkaliummal, triphenylmethannal, chinin bisulfuricummal és æsculinnal foglalkoztam. A triphenylmethan xyloban 2: 10-nél legerősebben fluoreskál, és ez 1: 10.000-nél szűnik meg (a fluorescein-kalium alkoholos oldata 1: 8 milliónál, a vízes oldat 1: 2 billiónál sem); a nitrobenzol 1 cseppje elégséges, hogy 10 grm. 25-35: 100 oldat a színjatszást elveszítse.

Érdekelt még, hogy a fluorescens fény milyen szinképet adna. Ezért a spectrographot a színjatszó anyagra fordítva, sok napig exponáltam. Végre megkaptam a színjáték fényének spectrumát a triphenylmethanról, majd a chinin bisulfuricumról.* Mindegyik a saját színjáték fényének színezésével (a triphenylmethan Radde 22, a chinin bisulf. Radde 20) összhangzásban állónak mutatkozott.

Be kell számolnom azon vizsgálatok eredményéről, melyeket spectrographiás úton azon célból végeztem, hogy megtudjam, mit

* Másolataik műmellékleteken az Orvosi Hetilap 43. évfolyamában megjelenendő kimerítő közlésben bemutatásra fognak kerülni, a 29. és 30. sz. a.

változtatnak az égfény szinképén az eddig rendelkezésre álló szemüvegek.

Mindenekelőtt a sárga üvegekből, és pedig KRATZMANN igazgató úrtól kapott bő hulladékanyagból válogatva ki egy rendszeres sort, 16 színárnyalatot vizsgáltam. Ezek a szinkép felső végét rövidítik ugyan, de nem teljesen a színárnyalat arányában, nem is az ibolyántúlnak teljes kizárásával, és nem is éles határolással. A FIEUZAL-féle Párisból szerzett pápaszemes sárgaszürke üvegszínképén egy szín sem hiányzik egészen, és ez hályogoperálás után, midőn az öregkori sárga lencsemag a szemből ki van véve, tényleg alkalmas védőüveg. A sárga üvegek vizsgálata is igazolja, hogy a színezésből nem lehet biztosan következtetni annak absorptiójára. A sárga üvegek a szinképrések eredeti és így természetes egyensúlyát megzavarják.

A használatos füstszínű védőüvegek az ibolyántúli fényt nem speciálisan gyengítik. A kék üvegek ezen célra teljesen alkalmatlanok. A FIEUZAL-féle sárga-szürke vegyes színű üvegek a szinképet F -től gyengítik. A vörös és zöld üvegek közt akadt olyan, melynek szinképe az ibolyáson túl csak kevéssé rövidült, bár a fényáteresztés majdnem felényi volt, mint az égfény maga. A kormozott lemezek használatakor a látás finomsága hamarabb fogy, mint a hogy a fény ellen való védelem nő; ugyanígy hatnak a szürkévét tett photographus lemezek is. Mindezeknél alkalmasabbak és ajánlatosabbak az általam szerkesztett kamarás pápaszemek. Az ultraibolyás fényt ugyanis a szemtől, a szinkép színes részének legkisebb gyengítése nélkül is, vissza lehet tartani, ha triphenylmethant 35:100 arányban xylolba téve, azt 2.5 mm. vastag rétegű kamarás papaszemben a szem elé helyezzük. Ha a színes részt is gyengíteni akarjuk, ezt az által tehetjük, hogy a kamarát határoló üvegeket közömbös, de megfelelő szürke színben választjuk. Ilyen módon minden ibolyántúli fényt a H vonaltól kezdve elvágunk s máskülönben a szinkép színes részén a fénynek általános és egyenletes gyengítésén kívül mitsem változtatunk.

Még hangsúlyoznom kell, hogy a fényvédelmi eszközök tekintetében kívánatos volna, hogy fok szerinti berendezésük physikalikus elvek szerint szabályoztassék. Ennek az volna a módja, hogy a meghatározás egyöntetű, állandó fényforrással történék, hogy a

fényfogyatkozást valamennyi hullámhosszra nézve (gyengítetlen színeképnek egyidejű párirányos felvételével együtt) tárgyilagosan előállítanók, s hogy az optikai extinctionnak ezen relatioit præcisíós műszerekkel (mint a hogy Th. Simon teszi) meghatároznók.

A szem közegeiben végbemenő fényelnyelést is vizsgálni kellett, mert a szemre eső fény és a látóhártyáig eljutó fény közti különbség a védelmi eszközök megítélésénél számba jön. De meg az emberi szemek életkor szerinti, ez irányu különbségei még alig vannak tekintetbe véve. Munkálatom ezen fejezete terjedelmes és felvetődött mellékkérdésekre is feleletet keres.

CHARDONNET óta (1881) e célra photograph lemezeket használnak. Az előző munkálatokról WIDMARK művében (1891) található összefoglalás. A szaruhártyát, a csarnokvizet, a lencsét, az üvegtestet és a szem összes fényközegeit különböző életkoru egyéneknél spectrograph segélyével vizsgáltam.* Fényforrásul az égfényt vettem, mert ez dönt a szemklinikai érdekekben.

Legtöbbet a szemlencse bonyodalmas viszonyaival foglalkoztam. 32 minden életdekadból való lencsét spectrographáltam. Ezek sárga színét skáláztam és az életkorhoz viszonyítva, nemcsak ugrásokat, hanem csereviszonyokat is bőven találtam. Így pl. 50 évesé még közel szintelen, 20 évesé már sárgás is akadt. A fluorescentiát illetőleg szintén sok változat volt. Így pl. egy 50 évesé még fluoreskált, egy 20 évesé (a sárgálló) már alig. A fluorescentia színe R. 18 (17 és 16 is) volt, és a sárgállással feltűnően apadt.

Ép szemlencsék egy sorát vízben áztattam, hogy elmállásukat lássam. Erről táblázatot szerkesztettem. Volt újszülött lencse, mely hat hét alatt sem pelyhezett el végleg, és 60 éves, mely nyolcz nap alatt magnak hagyása nélkül szétesett. A lencse reorptiojáról élön az irodalmat végig tekintettem és saját esetekkel bővitem.

A sárga és sötét vöröslős hályogmagokat külön tanulmányoztam. Az operálásoknál hat hét alatt kapott e nemű anyagot,

* A már szóba hozott mellékleteken 11 színeképnek másolata lesz: 1 a szaruhártyáról (44 éves), 1 a csarnokvizről (28 éves), 4 a lencséről (újszülött, 24 éves, 54 éves, 75 éves) és 3 a teljes szemről (újszülött, 40 éves és 75 éves).

64 hályogmagot, színükre vonatkozólag áteső, majd reaeső fényben, és beszáradt állapotban meghatároztam, és az eredményt irott és rajzolt táblázatba vettem. Az eredmény nagy tarkaság volt a színezésekben. Félreismerhetetlen lett, hogy a mint az átlátszó sárga oldatoknál (l. fentebb) a réteg vagy a töménység változtatása színváltozást okoz, úgy itt a metachromia a lencseanyagnak önmagában besűrűdése által támad.

A lencse fényáteresztése az élet folyamán módosul. Ennek oka a lencserostok fehérjének sűrűsödése. Az utóbbi, mint hiszem, a fénytől származik. Szervi anyagok idővel általában színüket változtathatják. Olajok, gyanták, balzsamok, petroleum,* fény-mázak sűrűdnek és barnulnak, ezzel pedig a rövid lengéseken kívül a hosszabbakat is elnyelik: absorptiós szinképük rövidül és molekuláik (physikálisan) nagyobbodnak. Az összes fehérjék is sűrűdnek és előbb sárgulnak, utóbb barnulnak.

Két év óta tartok újszülött lencsét a fényen, 30 évest dobozban. Eleintén mind a kettő színtelen volt. Mostanig csak az újszülötté (a fényen tartott) vált sárgássá.

O. BECKER korszakos művében a lencse korszövettanáról (1883) kifejti, hogy a senilis hályognál a mag zsugorodik és ezzel a kérget szétrántja. MÖRNER (1893) és NEUMEISTER (Physiologische Chemie 1898) mondják, hogy a lencse crystallinból áll, melyből az α (külső) lágyabb, a β (belső) összeálltabb, és az öregkor felé az utóbbi lesz mind túlnyomóbbá.

Ezen tények a fényhatással jól egyeztethetők, mert intermolecularis változásra, névleg polymerisatióra utalnak.

A fényváltoztatásoknak az elülső lencsefelületen kellene ugyan kezdődni. Csakhogy ezt az alkalmazkodás akadályozza, mert a lencse elülső részeiben az anyagot folytonosan metathesisben tartja, hátul azonban kevésbé, és a középén épen nem. Ezért a középrész stabilabb állapotba juthat, a kéreg pedig metastabil állapotban maradhat, sőt heves vagy sokszoros ultrafénytől szét is bomolhat.

A hályogképződésnél különben sok tényező szerepelhet: gyenge szövet ab ovo, táplálási megakadások és abnormalis anyagok

* Egyszersmind színjátzását elveszti.

odajutása, functionalis bontások, mechanikus természetű véletlenek és kosmikus imponderabiliák.

A sugárzó energiából a meleget (hőhályog) széltében hangoztatja a szemészet*, az elektromosságot heves hatásában (villámhályog) elismeri, és a fényről WIDMARK kimutatta, hogy bő ultraacut hályogot okozhat. A folytonos fényhatást azonban, bár régebbi írók emlegetik, az újabbak elejtik. Pedig GRÓSZ FRIGYES (1857) megczáfolyhatlan bizonyítékokat hozott fel.**

Ezekon felül sok természeti viszony is megfontolandó: a sugárzó energiának sokat változó összetételben szemünkbe jutása, és szemünkben (a lencsében) esetleg chemiai, talán mechanikai,*** mindenesetre fénylési (fluorescentia) és melegségi alakba változása. A lencse molekulák és a fénylengések sokféle és változékony heterorhythmiája. Mindez a molekulákból a nyugvókat sűritheti, a mozgókat rythmusukban háborgatja és lazítja (accommodatio). A lencsemagok sokfélesége változóan sokféle tényezőre mutat. A sugárzó energia az összes életfolyamatoknak hajtó ereje. A hatalmas természeti erő nagyon alkalmas hol gyors (Widmark), hol lassu (szerintem) szerkezeti megmásulásokat előidézésére. A fehérje roppant labilis szerkezetű.† Az electromágneses rokonsága a fénynek is gondolni valót ad. C. HESS villamos szikrákkal okozott hályogot. A lencse dielectromos, tehát a külső electromos feszülésekben, szerkezeti lazításokban részt vehet. LÉNÁRD FÜLÖP szerint az ultrafény negativ elektromosságot kelt és anyagot porlaszt. A bőrt a fény lobosítja és benne füstékezést okoz; a bőr pedig, úgy mint a lencse, a külső csiralemezből fejlődik.

* Pedig a vele járó fény volna szerintem a vádolni való, mert már a csarnokvíz sem melegedhetik fel lényegesen, a testbe szétáramlás miatt.

** Őt illeti az elismerés, hogy éles megfigyeléssel, mint első szolgáltató ezen ügyben rendszeresen összefüggő, biztos adatokat. Ezeknek méltányolásáért a világ előtt küzdenünk illik.

*** OSTWALD ezt elméletileg megengedi, de tényleges megtörténését még bizonyítatlannak és mindenesetre csekély értékűnek mondja. Az utóbbi ide talál, mert lassú és összegeződő hatás forog szóban.

† A kristályos fehérje molekulásúlya STOHMANN és LANGBEIN szerint 16·954!

Mindezekhez a magam részéről közvetlen szemklinikai tapasztalásokkal járulhatok. 1. Az öregkori hályog túlnyomóan belülről kezdődik, felül és kívül nem, a mi a napsütés irányának megfelel. 2. Nyáron többet növekedik, mint télen, és Indiában sokkal fiatalabb korban mutatkozik, holott az emberek nem idő előtt vénültek. 3. Az elülső lencsekéreg közepe legkésőbb bomlik ugyan meg hályogosan, azonban a közepen az anyag az accommodatiótól legjobban össze is tolul, a mi a széthasadozást ellensúlyozza. 4. A magzsugorodás legjobban a szélet húzza meg, és csakugyan ott van a szöveti bomlás fészke.

Az emberi szemközegek fényáteresztése a fönnebb említett vizsgálatok alapján átlagban így nyilvánul:

1. A szaruhártya a beeső fényen keveset változtat, az üvegtest alig valamit, vagy — mint a csarnokvíz — éppen semmit sem.

2. Az összes közegeken keresztülment fény és a belőle előállított szinkép közel olyan, mintha a lencse egymagában működne.

3. Az ép ember lencséje fiatal s öreg korban majdnem egyformán vágja el a szinkép ibolyántúli részét, a hyperibolya ellen védi a retinát, maga az ibolyántúli fényt elnyeli, de ebben saját szövete az évek folyamán, mint hiszem, kárt szenved.

4. A lencse által felfogott fény gyermeknél részben a színjátszás képében jelenik meg újra; öregeknél az elnyelt fény energiája egészen átalakul; a látóhártyára azonban fiataloknál s öregeknél egyaránt leszűrt fény jut.

5. A fiatal lencse szintelen, az öreg sárga; a fiatal színjátszó, az öreg nem; *a színjátszás és a sárgulás kompenzáló folyamatok*; öregeknél *a szinkép ibolyás vége nem rövidült*, legfeljebb elnyultan gyengült.

6. Kivételesen, sőt nem ritkán, az öregkorban a megsárgulásnak különösebb megnövekedése és vele együtt az elnyelési szinképnek diffúz megrövidülése fordul elő; a lencsemag közepének különösebb megsűrűsödésétől függ az, a mit néha a kéregben végbemenő, de mástermészetű elváltozások követnek. Többféle jelenség a mellett szól, hogy a kosmikus befolyások közül a sugárzó energia a lencsére ártalmat képvisel. A sárgulást az erősebb fénybehatás, a kéreg-elzavarodást a túlnyomó hyperibolya okozhatná, mikben táplálkozási zavar is talán valamenyire szerepel.

7. Minthogy a látóhártyára jutó égfény spectruma rövidebb és felső végén gyengébb, ezért érdekes tudni, hogy a fénynek ezen változását a szemlencse a gyermekkorban nagyobbára, a középkorban egészen egymaga, sőt a vénkorban az előbbi állapothoz képest még felesen is — bár ez utóbbit inkább a gyengítés, mint a megrövidítés értelmében — okozza.

A holt szemeken tett vizsgálódásaim azon eredményét, hogy a szem közegei a színeké ibolyántúli részét a H vonaltól gyorsan apasztják, az L vonalon túl pedig alig engedik át, élön is ellenőrizni kívántam. E czélból nagyobb számú egyént spectroscoppal és spectrograph-fal vizsgáltam.

A látható színeké vége relativ fogalom azon határokon belül, a melyeket HELMHOLTZ körülírt. WIDMARK ez irányú kísérleteinek (1898) tudomásul vétele után kitűnik, hogy én kisebb értékeket kaptam, a mi azonban nem ellentétes, mert én égfénnyel dolgoztam, míg WIDMARK 3000 normalgyertya fényvel. A két szem között az ibolya hatása különböző lehet, sőt külső körülmények szerint ugyanazon szemén is ingadozó. Rövidlátó egyén szemét s ugyanazt operálás után lencse nélküli állapotában vizsgálva, a lencse által előidézett különbséget (első ilyen vizsgálat az irodalomban) λ 25-nek találtam. WIDMARK ilyes összehasonlításai lencsével és nem lencsével bíró külön egyénekre vonatkoznak, (ő 35—67 λ különbséget állít).

WIDMARK öreg egyénekre vonatkozó adataival szemben azon gyanuban élek, hogy azokat már a szürke hályogra való előkészítés befolyásolhatta. Azt hiszem, hogy öregeknél a szürke hályog készüldéses szakát a színekének a H vonalig s alája való megrövidüléséből lehet felismerni.

Ezen felismerés pedig nagyjelentőségű, mert ha az öregkori hályog nagyrészt az ibolyántúli fénytől származik, akkor a valódi hályogképződést ultraibolyaellenes pápaszemek állandó viselésével késleltetni lehet.

A kamarás pápaszemek gyakorlati részét illetőleg, azok szerkesztése nem épen egyszerű dolog. Eddig véglegesen kielégítő alakot sem Bécsből, sem Rathenowból nem kaptam. Nyilván az elvet kell előbb a tudósvilágban elismerésre hozni, míg majd a gyárosok teljes erőlködésére számítani lehet.

Legyenek szintelen és füstös színű kamarák rendelkezésünkre öblös alakban. Triphenylmethannak 35%-os xylolos oldatával töltött $2.5 \frac{m}{m}$ rétegű kamarás pápaszem már előállítható, de nitrobenzol számára ($\frac{1}{3} \frac{m}{m}$ kamara, $\frac{1}{3} \frac{m}{m}$ elülső és $\frac{1}{3} \frac{m}{m}$ hátulsó üvegréteg, öblös alakban!) még nem. FRITSCH bécsi czég az üveglapokat párkányos gyűrűbe szorítja és lenolaj-miniummal besűriti.* Töltve a súly mintegy 25 gramm, közönséges más szemüvegé rendszerint 12—15, és hályogüvegé 20 grm. Részemről olyan alakra is gondolok, mint a milyenek az absorptio vizsgálására való üvegejtek, azaz önmagukban összeragasztottak.

A töltés fényhatását spectrographon lehet ellenőrizni, fényérző papírral csak megközelítőleg.

A viselést, részemről ép szemmel, nagyon kellemesnek találom. Névnek «ultraibolya ellenest» választanék, mert az «anaktinos» elavult hibás fogalmu.

A használást indikálnak tartom :

1. villamos fénynél, magnesium lámpánál ;
2. a naptányérba nézéskor, jégmezőkön járáskor, festőknek szabadban való dolgozaskor ;
3. hámorokban, kohókban, hajózáskor ;
4. a szem elülső részének gyuladásainál ;
5. haladó pterygium esetében ;
6. érhártya és látóhártya lóbnál ;
7. káprázás ellen ;
8. kezdődő szürke hályog eseteiben ; olyanoknak, kiknek egyik szemén már van hályogjuk ; hályogos szülőktől származóknak ; olyanoknak, kiknek színképük alig a *H* vonalig terjed.
9. aphakiásoknál ;
10. némely iridectomizálnál ;
11. erythrophia eseteiben ;
12. neurastheniásoknál és photophobiásoknál.

Hogy az új védőszernek a szem pathológiájában mi hasznát lehet venni, azt kipróbálni a klinikai észlelés feladata lesz. Physikai és physiologiai viszonyai azonban tisztán állanak.

* Az üres kamarát 15 frtért kínálja ; a töltést eddig magam végeztem. Szabadalmi jogokért a kérést beadtam. Az ügyet kezdetben ellenőrizni kell.

Ha végül a sugárzó energia viszonyát látóhartyánkhoz átnézni kívánjuk, mennyiségileg a nap kisugárzása 1020 quadrillio gyertyaegységgel egyenlőnek számítható (Tumlirz); ebből $\frac{1}{2}$ millió lép légkörünkbe, nyáron 60—70 ezer, télen 5—8 száz jut szintájunkra, és 150—50, sőt beborult égnél mintegy 10 és néha csak 2—3 világit munkánk nál.

CORNU és MASCART azt találták, hogy a 0.10μ lengések csak 0.1 meterig terjednek a légben, és légüres térben (a mit annak szoktunk venni) sem tovább 1 m.-nél. Ebből valószínű, hogy képzelésünket felülmuló finom lengések indulnak a durvábbakkal a napból. A hozzánk a napról érkező legfinomabbak 0.30μ nagyságúak. Ezek, mint szintén a mesterséges fényforrásokból jövő ilyenek, le a 0.40μ nagyságúakig a szem szöveteiben háborgásokat okoznak, ha bőven vannak vagy sokszor hatolnak be. Ezeket és a mesterséges fényforrások netalán kápráztató fölöslegét kívánják ultra-ibolya ellenes kamarás pápaszemeim kizárni.

Az új védőüvegek tehát, a mennyire optikai exstinctio nélkül lehet, chemiai exstinctiot czéloznak.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1899. június 19.-én tartott üléséből.)

A HÁTGERINCZSORVADÁS KÖVETKEZTÉBEN KELETKEZŐ VAKSÁG.

GRÓSZ EMIL-től.

Noha a hátgerinczsorvadás kérdése ROMBERG (1851) és DUCHENNE (1858) óta a tudományos kutatás állandó tárgya volt, a megoldása még ma sem sikerült. Az ezen bántalom kíséretében keletkező látóidegsorvadás tanulmányozása nemcsak a diagnosis korai megállapítására szolgáltat nagy jelentőségű adatokat, hanem az alapbántalom természetére is világot vet. E fontos szerepet már CHARCOT felismerte, de a nézetek a látóideg ezen bántalmáról még ma is eltérők, a minek az az oka, hogy az idegorvosok más szakban látják a betegeket, mint a szemorvosok, más tünetekre fektetik a súlyt, mint ezek, s — a mi a legfontosabb — a hátgerinczsorvadásban elhaltak látóidegeinek szövettani vizsgálását, kevés esettől eltekintve, eddig elmulasztották, úgy hogy az egész irodalomban *csak 12 leírás* található s ezek egy része is elmebajjal szövődött esetekre vonatkozik.

A kérdés tisztázása céljából *négy év óta* szakadatlanul gyűjtöm az adatokat s most már több mint *200 hátgerinczsorvadásban szenvedő* beteg szeméit s *18 e bajban elhalt* egyén látóidegeinek szövettani vizsgálatát eszközölhettem.

Előző e tárgyú dolgozataimban * mindenekelőtt azon kérdéssel foglalkoztam, hogy a központi idegrendszer ezen súlyos betegsége milyen tüneteket okoz a szemén (látóidegben, pupillákon,

* A tabes dorsalis tünetei a szemén. Orvosi Hetilap, «Szemészet» 1896. 2—3. sz. — A tabeses látóidegsorvadás. U. o. 1897. Jubileumi szám. — Adatok a látóideg pathológiájához. U. o. 1898. 2. sz.

szemizmokon), s hogy a látóidegbajnak milyen anatómiai elváltozások felelnek meg.

Ezen dolgozat célja, hogy a látóidegsorvadás közelebbi viszonyait, nevezetesen annak jellegét, anatómiáját s az alpbántalommal való összefüggését derítse ki. *E célból 101 olyan klinikai esetet s 12 olyan anatómiai leletet tettem újabb tanulmány tárgyává, a melyekben kifejezett látóidegsorvadást találtam.* A betegek túlnyomó számban 30—50 évesek (75 %) voltak s majdnem mind férfiak (85 %). Mindkét szemén teljesen vak (világosságot sem lát) volt 6, egyik szemén 32. A két szemem egyenlő látás 22, csekély különbség 26, nagy 52 esetben fordult elő. 44 szemem nem volt tárgylátás, 54-en a látás a rendes $\frac{1}{10}$ -nél alább sülyedt, 102-n $\frac{1}{10}$ -nél még jobb volt. A látóterek egyetlen kivétellel peripheriás szűkületet mutatnak. A színek közül a vörös és zöld színek felismerése a legelőbb szenved, 5 esetben teljes színvak-ság volt.

A szemtükri kép kezdetben a látóidegfőnek ezen bántalomra jellegzőszürkességét mutatja, később fehér, lelapult, a lamina cribrosa likacsai láthatók s az erek megszűkültek. A bántalom progressiv jellegű s különböző idő alatt (hónapok, de rendszeren évek) teljes vakságra vezet. Az első stadium az alpbántalom egyik legelső s legállandóbb tünete, de igen sok ideig jó központi látással is fennállhat, úgy hogy az objectiv tünet az első, csak azután csatlakozik hozzá a látótér szűkülés s legkésőbbben a centralis látás hanyatlása a mint azonban a második szak tünete jelentkeznek, akkor a vakság gyorsan bekövetkezik. A látóterek milyensége (peripheriás szűkület, hemianopiás jelleg, a centralis skotoma hiánya), a két szem között előforduló nagy különbség arra utalnak, hogy a bántalom főszékhelyét a látóidegnek a keresztezéstől peripheriásabb részében keressük. Ennek megfelelően valamennyi szövettani úton vizsgált esetemben a sorvadás a szemtől fölfelé fogyóban volt, sőt azt is sikerült kimutatnom, hogy — a látótereknek megfelelően — a széli rostok mutatják a legnagyobb sorvadást. Maga az elváltozás az idegelemeknek kötőszöveti hypertrophia nélkül való sorvadásának bizonyult.

Azon körülmény, hogy a fejlődési rendellenességkép véletlenül jelenlevő velős hüvelyű idegrostok szétesése és eltűnése a látás

romlását s a látótér megszűkülését megelőzi, valamint az ideghártya rost- és dúcz-sejt rétegének sorvadása azt bizonyítja, hogy a látóideg bántalmának kiinduló pontja a dúczsejtréteg. Így értetűvé válik, hogy az agy felé fogy s az agydúcoknál, a neuron végén megszűnik.

A látóidegsorvadás máskép nem fogható fel, mint a gerincz-agy elváltozásának coordinált tünete, azaz ugyanazon ártalom, a mi a központi idegrendszer elfajulását okozza, az idézi elő az ideghártyáét is. A látótér szűkülete, de meg az ereken található elváltozások is a mellett szólnak, hogy erek közvetítik az ártalmat. Ezen ártalom milyenségének megállapítása a szem részéről egyoldaluan nem történhetik ugyan, de mégis minden jel oda mutat, hogy a syphilisnek ezen bántalom létrehozásában directe vagy indirecte a legnagyobb szerepe van. E mellett szól a hátgerinczsorvadás elterjedése nem, kor, socialis állapot szerint, e mellett a látóideg részvételének módja s jellege.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1899 június 19.-én tartott üléséből.)

A GAUSS-FÉLE PENTAGRAMMA MIRIFICUM.

SCHLESINGER LAJOS-tól.

GAUSS a SCHERING kiadásában megjelent hagyatékában (Werke, III. köt. pag. 481 squ.) «Pentagramma mirificum» cím alatt oly sphærikus ötszöget tárgyal, mely (v. ö. a. i. h. pag. 495) akkép jellemezhető, hogy annak minden diagonálisa körnegyed. GAUSS azt találja, hogy az ilyen ötszög szögpontjainak meghatározása az elliptikus függvények öttel való osztásától függ.

Tekintettel arra, hogy a PONCELET-féle záródási problema ötszög esetében az elliptikus függvények öttel való szorzására vezet, elejétől fogva valószínűnek látszik, hogy ezen problema és a pentagramma mirificum közt valami összefüggés van; tekintettel arra, hogy a pentagramma mirificum jellemző tulajdonsága a gömb tetszőleges hajlítására nézve változatlan, közelfekvő a gömböt tetszőleges pozitív és állandó görbületű felülettel helyettesíteni. Mivel úgy látszik e két szempont eddigelé még nem érvényesült, és mivel különösen az utóbbinak keresztülvitele egy néhány másfajta vizsgálatnál is érdekes képletre vezet, legyen szabad a jelen sorokban a pentagramma mirificumra vonatkozó néhány észrevételt összeállítani.

I.

Induljunk ki — mint már egy előbbi alkalommal * is — az állandó k görbületű felület ívelemének ezen kifejezéséből

$$ds = 2 \sqrt{\frac{dp^2 + dq^2}{(p^2 + q^2 + k)^2}}$$

* Handbuch der Theorie der linearen Differentialgleichungen Bd. II, 2, pag. 95.

akkor a geodætikus vonalak egyenlete lesz : *

$$a(p^2+q^2-k)+2bp+2cq=0, \tag{1}$$

hol a, b, c tetszöleges állandók.

Egyszerü számítás azt mutatja, hogy a $(p_1, q_1), (p_2, q_2)$ koordináták jellemezte két pont geodætikus távolsága s_{12} a következö:

$$\cos \sqrt{k}s_{12} = \frac{(k-p_1^2-q_1^2)(k-p_2^2-q_2^2)+4k(p_1p_2+q_1q_2)}{(k+p_1^2+q_1^2)(k+p_2^2+q_2^2)}$$

és e szerint czélszerünek látszik a p, q mellé még a

$$t = \frac{1}{2\sqrt{k}}(k-p^2-q^2) \tag{2}$$

egyenlettel értelmezett t koordinátát bevezetni. Ha ezt teszszük és

$$t_1 = \frac{1}{2\sqrt{k}}(k-p_1^2-q_1^2),$$

$$t_2 = \frac{1}{2\sqrt{k}}(k-p_2^2-q_2^2),$$

akkor a fönt irt kifejezésnek elegáns alakja lesz:

$$\cos \sqrt{k}s_{12} = \frac{p_1p_2+q_1q_2+t_1t_2}{\sqrt{p_1^2+q_1^2+t_1^2} \sqrt{p_2^2+q_2^2+t_2^2}}, \tag{3}$$

mivel a t értelmezése szerint

$$4k(t^2+p^2+q^2) = (k+p^2+q^2)^2.$$

A $\frac{p}{t}, \frac{q}{t}$ hányadosok lényegükben az úgynevezett BELTRAMI-féle koordináták, ezért (p, q, t) -t *homogén BELTRAMI-féle koordinátáknak* fogjuk nevezni.

Ha a (p, q) koordináták helyébe új (p', q') koordinátákat teszünk, melyekre nézve az ívelem kifejezése ismét

$$2\sqrt{\frac{dp'^2+dq'^2}{(p'^2+q'^2+k)^2}},$$

* Az i. h. pag. 97, (7) egyenlet.

akkor ezen átmenet megfelel a felületnek maga magába való eltolásának (v. ö. az i. h. pag. 101), tehát egy az

$$\gamma = p + qi$$

komplex mennyiségre alkalmazott projektív substitutionnak, mely a

$$p^2 + q^2 + k$$

kifejezést egy pozitív tényezőtől eltekintve nem változtatja. Értelmezzük (p, q) -t mint síkbeli derékszögű koordinátákat, akkor ismeretes,* hogy az γ -nak minden projektív substitutioja két a síknak két körére vonatkozó *tükrözésből* rakható össze. Ha e két kör különösen a

$$p^2 + q^2 + k = 0$$

kört derékszög alatt metszi, akkor az eredő projektív substitutio az i. h. jellemzett értelemben *eltolás* (v. ö. Handbuch, II, 2, pag. 87). Az ilyen kör egyenlete mindig az (1) alakban, vagy a következőkre nézve közömbös megszorítással ($a \neq 0!$)

$$p^2 + q^2 - k + 2a\rho + 2\beta q = 0$$

alakban írható; erre vonatkozó tükrözést tehát a következő képletek adnak

$$\begin{aligned} p' + a &= (p + a) \frac{k + a^2 + \beta^2}{(p + a)^2 + (q + \beta)^2}, \\ q' + \beta &= (q + \beta) \frac{k + a^2 + \beta^2}{(p + a)^2 + (q + \beta)^2}. \end{aligned}$$

Ezen képleteket homogén BELTRAM-féle koordinátákkal eképalakíthatjuk át:

$$\left. \begin{aligned} \rho p' &= \frac{k + \beta^2 - a^2}{\sqrt{k + a^2 + \beta^2}} p - \frac{2a\beta}{\sqrt{k + a^2 + \beta^2}} q + \frac{2a\sqrt{k}}{\sqrt{k + a^2 + \beta^2}} t, \\ \rho q' &= -\frac{2a\beta}{\sqrt{k + a^2 + \beta^2}} p + \frac{k + a^2 - \beta^2}{\sqrt{k + a^2 + \beta^2}} q + \frac{2\beta\sqrt{k}}{\sqrt{k + a^2 + \beta^2}} t, \\ \rho t' &= \frac{2a\sqrt{k}}{\sqrt{k + a^2 + \beta^2}} p + \frac{2\beta\sqrt{k}}{\sqrt{k + a^2 + \beta^2}} q + \frac{a^2 + \beta^2 - k}{\sqrt{k + a^2 + \beta^2}} t, \end{aligned} \right\} (4)$$

* POINCARÉ, Acta Mathematica III, pag. 51.

hol

$$\frac{1}{\varrho} x = \frac{\sqrt{k+a^2+\beta^2}}{(\rho+a)^2+(q+\beta)^2},$$

$$t' = \frac{1}{2\sqrt{k}} (k-\rho'^2-q'^2).$$

A (4) jobb oldalai egy szimmetrikus orthogonális substitutiót adnak, melynek determinánsa -1 , még pedig mindjárt azon alakban, mely az ismeretes EULER-féle parameteres előállítás * speciális esete.

Két (4)-es alakú substitutio összetétele tehát a legáltalánosabb átalakítást szolgáltatja, melylyel valamely homogén BELTRAMI-féle koordináták rendszerétől más ilyen rendszerhez mehetünk át, vagy a mi ugyanaz, az állandó görbületű felület legáltalánosabb maga-magába való eltolását. Mivel ezen átalakítás nyilvánvalóan a

$$\frac{\rho'}{i}, \quad \frac{q'}{t}$$

hányadosokra nézve nem egyéb, mint projektív substitutio, és mivel ezen substitutio csak annak a föltételnek tartozik eleget tenni, hogy a

$$\rho^2+q^2+k=0$$

vagy

$$\rho^2+q^2+l^2=0$$

kört nem változtatja, már a priori világos, hogy a szóban levő átalakítás egy arányossági tényezőtől eltekintve a ρ , q , t mennyiségekre alkalmazott legáltalánosabb orthogonális transzformációval azonos. Ezt a (4)-es képletekből közvetlenül is igazolhatjuk; egy időben azt is látjuk, hogy az eredő orthogonális transzformáció determinánsa $+1$, a mi összefügg azon körülménnyel, hogy a $\rho+qi$ azon projektív substitúciói, melyek a (4) módjára képzett tükrözésekből rakódnak össze, mindig *pozitívek* (v. ö. Handbuch, Bd. II, 2, pag. 90).

Az utolsó eredményeket a következő tételbe foglaljuk:

* V. ö. pl. BALTZER, Determinanten, 5. kiadás, pag. 194.

Az állandó k görbületű felületnek valamely eltolása homogén BELTRAMI-féle koordinátákban így írható :

$$\left. \begin{aligned} \rho\rho' &= a_{11}\rho + a_{12}q + a_{13}t, \\ \rho q' &= a_{21}\rho + a_{22}q + a_{23}t, \\ \rho t' &= a_{31}\rho + a_{32}q + a_{33}t, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

hol (a_{ik}) oly orthogonális transformatio elemei, melynek determinánása $+1$, és

$$\rho^2 = \frac{\rho^2 + q^2 + t^2}{\rho'^2 + q'^2 + t'^2};$$

„

$$\rho^2 + q^2 + k^2 + 2a\rho + 2\beta q = 0$$

geodaetikus vonabra vonatkozó tükrözés ellenben *symmetrikus orthogonális (4)-es transformatio*nak felel meg, melynek determinánása -1 .

E tétel fontos lehet akkor, ha egy a FUCHS-féle osztályhoz tartozó homogén lineáris másodrendű differenciálegyenletben, melynek homogén mondromia csoportja egy, valamely alaprendszer elemeiből és azoknak konjugált értékeiből alkotott bilineáris alakot nem változtat, az integrálhányados valós részét és i együtthatóját külön vizsgáljuk. Ezt más alkalommal szándékozom kimutatni.

II.

Legyen most a felület görbülete k egyenlő egygyel.

Vegyünk a felületen öt pontot

$$\begin{aligned} &(p_i, q_i, t_i), \\ &(i=1, 2, 3, 4, 5), \end{aligned}$$

mely olyan, hogy az ezekből alkotott ötszög diagonálisai körnegyedek; azaz ha (i, k) az i, k indexű koordinátáknak megfelelő pontoknak geodaetikus távolságát jelenti, legyen, hogy

$$\begin{aligned} (i, i+2) &= \frac{\pi}{2}, \\ &(i=1, 2, 3, 4, 5) \end{aligned}$$

a miben, úgy mint ezentúl is mindig, az indexek mod. 5 veendők. Az I. fejezet (3) képlete szerint lesz tehát

$$p_i p_{i+2} + q_i q_{i+2} + t_i t_{i+2} = 0. \quad (1)$$

$(i=1, 2, 3, 4, 5).$

Az ilyen ötszöget GAUSS szerint *pentagramma mirificum*-nak mondjuk.

Értelmezzük a (p, q, t) koordinátákat mint síkbeli DESCARTES-féle homogén koordinátákat, akkor az (1) egyenletek értelme az, hogy az öt

$$(p_i, q_i, t_i)$$

$(i=1, 2, 3, 4, 5)$

pont a

$$p^2 + q^2 + t^2 = 0$$

egyenlet értelmezte C kúpszeletre nézve *polárötszöget* alkot, azaz oly ötszöget, melynek minden oldala az átellenben fekvő szög-pontnak polárisa. Fektesünk az öt ponton át C_1 kúpszeletet és szerkeszszük C_1 -nek polárábráját C_2 -t a C -re nézve, akkor a szóban forgó alakzat a C_1 kúpszelet körül, a C_2 kúpszeletbe pedig beírt ötszög. Azaz:

Valamely pentagramma mirificumnak mindig egy síkbeli PONCELET-féle záródási problema felel meg.

A C_1, C_2 kúpszeletek olyanok, hogy az egyiknek egyenlete pontkoordinátákban, a másiknak egyenletével vonalkoordinátákban azonos; a két kúpszelet transformatioja főtengeleire tehát egyidejűleg történik. Vegyük (p, q, t) helyébe a homogén BELTRAMI-féle koordináták más (u, v, w) rendszerét, azaz tegyük az (u, v, w) -t arányosnak a (p, q, t) -re alkalmazott orthogonális transformatio jobb oldalával, akkor ezen orthogonális transformatiot ismeretes módon akképp választhatjuk, hogy a C_1 kúpszelet egyenlete (u, v, w) -ben ily alakú:

$$s_1 u^2 + s_2 v^2 + s_3 w^2 = 0;$$

a C_2 egyenlete ez esetben ez lesz:

$$s_2 s_3 u^2 + s_3 s_1 v^2 + s_1 s_2 w^2 = 0.$$

Az esetleg fellépő singularis eseteket egyszerűség kedvéért mellőzzük.

Mivel a dolog természeténél fogva a C_1 kúpszelet valós, feltehetjük, hogy az s_1, s_2, s_3 mennyiségek közül kettő pozitív és a harmadik negatív; legyen a jelölés olyan, hogy

$$s_3 < 0, \quad s_1 > 0, \quad s_2 > 0.$$

A C_1 és C_2 egyenleteit akkor ezen alakban írjuk:

$$\frac{u^2}{A^2} + \frac{v^2}{B^2} - w^2 = 0,$$

$$A^2 u^2 + B^2 v^2 - w^2 = 0,$$

és nyilvánvaló, hogy az általánosság lényeges megszorítása nélkül feltehetjük, hogy

$$A > B > 1.$$

A C_1, C_2 akkor két koncentrikus és coaxialis ellipszis, mely közül a C_2 egészen C_1 -en belül van.

A PONCELET-féle probléma tárgyalásában szokásos módon* vezessük be a C_1 ellipszishoz tartozó excentrikus anomáliát ezen egyenletekkel

$$u = wA \cos \varphi,$$

$$v = wB \sin \varphi,$$

és jelöljük φ_i -vel a (p_i, q_i, t_i) koordinátás pontnak megfelelő φ értéket, akkor az (1)-es egyenletek az új koordinátákkal így írhatók:

$$A^2 \cos \varphi_i \cos \varphi_{i+2} + B^2 \sin \varphi_i \sin \varphi_{i+2} + 1 = 0. \quad (2)$$

($i=1, 2, 3, 4, 5$).

Ezen egyenleteket a JACOBI-tól** használt alakba is lehetne átvinni, ha a φ_{i+2} helyébe a C_2 ellipszis azon pontjának, C_2 -re vonatkozó

$$\psi_{i+2} = \pi + \varphi_{i+2}$$

excentrikus anomáliáját felhasználnók, melyben az ötszögnek (p_i, q_i, t_i) -vel átellenben fekvő oldala a C_2 -t érinti. De a (2) alakot megtartva a számítás ép oly egyszerűen végezhető.

* ROSANES und PASCH, CRELLE's Journal, 64, pag. 129.

** Werke, I, pag. 284.

Vessük össze a (2) egyenletet az ugyanazon rendszerben szereplő

$$A^2 \cos \varphi_{i+2} \cos \varphi_{i-1} + B^2 \sin \varphi_{i+2} \sin \varphi_{i-1} + 1 = 0$$

egyenlettel, akkor eliminatio útján a GAUSS-tól * felállított

$$\begin{aligned} -B^2 \sin \varphi_{i+2} &= \frac{\sin \frac{1}{2} (\varphi_{i+1} + \varphi_i)}{\cos \frac{1}{2} (\varphi_i - \varphi_{i-1})} \\ -A^2 \cos \varphi_{i+2} &= \frac{\cos \frac{1}{2} (\varphi_{i-1} + \varphi_i)}{\cos \frac{1}{2} (\varphi_i - \varphi_{i-1})} \end{aligned}$$

relatiok származnak, melyek egymással elosztva a JACOBI-tól ** a PONCELET-féle problema tárgyalásában használt

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} (\varphi_i + \varphi_{i-1}) = \frac{B^2}{A^2} \operatorname{tg} \varphi_{i+2} \quad (3)$$

egyenletet adják. Legyen most: ***

$$\begin{aligned} k^2 &= \frac{A^4 - B^4}{A^4 - 1} < 1 \\ x &= \int_0^y \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}}, \quad \varphi = \operatorname{am} r, \\ \frac{1}{A^4} &= \cos^2 \operatorname{am} \tau, \quad \frac{B^4}{A^4} = 1 - k^2 \sin^2 \operatorname{am} \tau, \\ \varphi_i &= \operatorname{am} x_i, \\ &(i=1, 2, 3, 4, 5) \end{aligned}$$

akkor a (3) egyenletet a következő alakban írhatjuk:

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} (\operatorname{am} x_i + \operatorname{am} x_{i-1}) = \Delta \operatorname{am} \tau \cdot \operatorname{tg} \operatorname{am} x_{i+2},$$

és ha ezt JACOBI eljárása szerint, az elliptikus függvények elméletének elemeiből ismeretes

$$\operatorname{tg} \frac{1}{2} (\operatorname{am} x + \operatorname{am} (x + 2\tau)) = \Delta \operatorname{am} \tau \operatorname{tg} \operatorname{am} (x + \tau)$$

* Werke, III, pag. 489, art. [7].

** Az i. h. pag. 285.

*** GAUSS i. h. pag. 490.

egyenlettel összehasonlítjuk, azt nyerjük, hogy

$$\begin{aligned}\varphi_{i-1} &= \text{am}(x_i + 2\tau), \\ \varphi_{i+2} &= \text{am}(x_i + \tau)\end{aligned}$$

és így a 2π többszöröseitől eltekintve lesz például:

$$\begin{aligned}\varphi_{2i+1} &= \text{am}(x_1 + i\tau), \\ (i=0, 1, 2, 3, 4, 5).\end{aligned}$$

Tegyük fel könnyebb áttekintés czéljából, hogy a vizsgált ötszög konvex, akkor, ha a szögpontjait ezen sorrendben

$$1, 3, 5, 2, 4, 1$$

befutjuk, a φ_1 excentrikus anomália 4π -vel szaporodott, úgy, hogy

$$\text{am}(x_1 + 5\tau) = \text{am}x_1 + 4\pi,$$

a miből:

$$\tau = \frac{8K}{5}.$$

Ezen feltevés mellett tehát GAUSS-szal megegyezőleg azt találjuk, hogy

$$\varphi_i = \text{am}\left(x_1 + (i-1)\frac{4K}{5}\right).$$

Az összes GAUSS-tól felállított képletek most már egyszerű számítás eredményei.

KATHODSUGARAK NEM HOMOGEN ÉS FORGÓ MÁGNESI TÉRBE.

KLUPATHY JENŐ-től.

1. *Bevezetés.* A kathodsugarak emissio-elméletének két fő támasza van, ú. m.: e sugaraknak J. J. THOMSON és J. PERRIN kísérleteivel kimutatott negatív töltése, és azoknak a mágnesi térben való viselkedése, mely az eddigi tapasztalatok szerint megegyezők a flexibilis áramvezetőével.

J. J. THOMSON,¹ továbbá KAUFMANN² és ASCHKINASS³ vizsgálatai mutatják, hogy a kathodsugarak elhajlása homogén mágnesi és elektrostatikai térben egyszerűen kiszámítható az emissio-elméletből az elektromágnesi és elektrostatikai hatás-törvény alkalmazásával. A mágnesi és elektrostatikai elhajlás méréséből kiadódik a sugarak sebessége, és az azokban ez elmélet szerint emittált részek tömegességének elektromos töltése. Az elsőre közelítőleg 10^{10} c. g. s., a másodikra pedig 0,8—1,8. 10^7 c. g. s. adódik ki több mérés egybevetéséből.

Ez értékek csak nagyon közelítőek, mert a mérések kivételét rendkívül megnehezíti az, hogy a kathodesövekben a kisülés nem állandó és a katódnyaláb rendszeren igen különböző elhajlítású sugarakból áll, úgy hogy nehéz egy meghatározott minőségű sugár állandó előállítására.

Az emissio elmélet szerint a kathodsugarak mágnesi elhajlása fordítva arányos azok sebességével; ennek igazolását WIEN⁴

¹ Phil. Mag. 30.

² Wied. Ann. 61. és 65. k.

³ Wied. Ann. 62. k.

⁴ Verh. d. phys. Ges. Berlin, 1897.

és különösen LÉNÁRD¹ kísérletei adják, a ki kimutatta, hogy az elektrosztatikailag gyorsított és lassított kathodsugarak elhajlása a mágnesi térben az emissio-elméletnek megfelel.

Támaszt nyert ez elmélet a BIRKELAND-tól tapasztalt jelenségnek POINCARÉ² által ugyanezen alapon adott magyarázatában is, mint azt E. WIEDEMANN³ kísérletei is mutatják.

Amíg azonban az elhajlás egyszerű jelenségeit ez elmélet jól magyarázza, addig nehézségek és ellenvetések merülnek föl, midőn a kathodsugarak más tulajdonságairól van szó. Így például nem könnyű az emittált részek elektromos töltésének rendjét (10^7 c. g. s.) a dissociatio elmélettel összeegyeztetni; úgy hogy fontos minden adat, a mely a kathodsugarak viselkedésének az emissio-elmélettel való megegyezését vagy attól való eltérését mutatja.

Ebből indulva ki, vizsgáltam a kathodsugarakat forgó mágnesi térben, a hol az emissio-elméletnek megfelelően a sugárban haladó súlyos részeknek a tehetetlenség folytán a tér forgásának sebességétől függő elhajlást kell mutatniok.

E kísérletek közben, melyek a rendkívül gyorsan forgó tér előállításának nehézségei folytán még nincsenek befejezve, a kathodsugár oly sajátos viselkedését tapasztaltam, a mely első pillanatra nem látszott az emissio-elmélettel megegyeztethetőnek. Részletesebb vizsgálat és számítás azonban kimutatta, hogy az az eddigi alapon teljesen magyarázható s így az emissio-elméletnek újabb támaszául szolgálhat.

Az említett jelenség az, hogy ha egy kathodsugár-nyalábot forgó mágnesi térbe helyezünk s a teret a sugár mentén eltoljuk, a sugár végpontjának a mozgása különböző átmeneteket mutat a szerint, a mint a tér tengelye és a sugár párhuzamosak vagy derékszöget alkotnak.

1. *Ha a forgó mágnesi tér tengelye párhuzamos a kathodsugárral, ez forgásba jó s a végpontja kört ír le az üvegfalon vagy foszforeszkáló ernyőn ugyanolyan irányban, mint a térbe helye-*

¹ M. T. A. és Wied. Ann. 65. k.

² Compt. Rend. 123. k.

³ Wied. Ann. 64. k.

zett áramvezető. A forgást gyorsítva, egy bizonyos sebességnél a sugár nyugalomban lenni, azontúl pedig az előbbivel ellentett irányban forogni látszik.

A forgás irányának ez a látszólagos megváltozása a strobo-skopi hatás folytán jó létre s a kathodsugár intermittáló voltaival függ össze. Ha a mágnesi tér forgásának periodusa megegyezik a sugár intermittálásának idejével, akkor a sugár nyugalomban lenni, ha annál kisebb az egyik, ha nagyobb a másik irányban forogni látszik.

Ez a jelenség alkalmas a kathodsugár intermittálásának s így a csőben történő kisülés lefolyásának a vizsgálatára. A forgó tér eltolása a sugárral párhuzamosan nem változtatja meg a forgás irányát, csupán a kitérés nagysága változik oly módon, hogy az a sugár közepe táján a legnagyobb.

2. *Ha a forgó mágnesi tér tengelye merőleges a kathodsugárra*, a sugár végpontjának mozgása változó a forgótérnek a sugár mentén való eltolásánál. És pedig ha a forgó mágnesi teret önmagával párhuzamosan a kathodtól egész végig eltoljuk, a sugár végpontjának pályája az ernyőn (vagy az üvegfalon) a körből az ellypsisen át egyenesbe, majd ellentett irányú ellypsisen át ismét ellentett körmozgásba megy át; tehát mindazokat a fázisokat mutatja, a melyek két ellentett irányú egyenlő periodusú körmozgás összetételénél előállanak.

Az egyenes mozgás amplitudja a legnagyobb s ez a forgó mágnesi tér azon helyzetében van, a melynél az előző (1. alatti) esetben a körmozgás amplitudjának a maximuma volt.

Ugyanazon forgó mágnesi tér tehát a sugár végpontjának ebben az esetben különböző mozgását hozza létre a sugár mentén való eltolásnál. Úgy tünik föl, mintha a sugár két végén ellentett poláris tulajdonságokkal birna. De ez nincs így.

A jelenség bemutatására különösen alkalmas a BRAUN-féle cső,¹ a melyben a foszforeskáló ernyőn a nyaláb végpontjának mozgása igen szépen látható. Ennél még az is érdekes, hogy ha az abban levő diaphragmát is ernyőnek tekintjük, azon a kathodnyaláb jobban elhajlítható sugaraira ez a megfordulása a végpont

¹ Wied. Ann. 60.

mozgásának már előbb bekövetkezik, mint a kevésbé elhajlítókéra az ernyőn; úgy hogy a forgó tér bizonyos helyzeténél a két nyaláb végpontja ellentett irányban forog.

II. Kísérletek mágnespatkóval. A forgó mágnesi teret eleinte négy fázisú árammal állítottam elő, de később e célra egyszerűen forgó mágnespatkót használtam. Ez az eljárás különösen alkalmas a jelenség megfigyelésére, mert szemmel tarthatjuk a nyaláb elhajlását a mágnespatkó forgásának különböző fázisaiban. És ez vezet a sugár forgásváltozásának egyszerű magyarázatára; mert megvizsgálva a sugár végpontjának eltérését a mágnespatkó különböző helyzetében, azt látjuk, hogy a mikor annak mágnesi tengelye párhuzamos a kathodsugárral, a kitérés irányát változtatja annak a sugár mentén való eltolásánál, a mágnes másik rámerőleges helyzetében pedig nem.

A következő kis táblázat mutatja a kathodsugár végpontjának kitéréseit a mágnespatkó említett két helyzetében a sugár három helyén (arra az esetre, a mikor a mágnes távolsága a kathodnyalábtól 10 cm. volt):

A mágnespatkó távolsága a kathodtól		0	26 cm.	52 cm.
A kathodsugár végpontjának kitérése	Sugár és mágnesi tengely párhuzamosak	+ 0,7 cm.	0	- 0,6 cm.
	Sugár és mágnesi tengely merőlegesek	0,8 cm.	1,2	0,6.

Az első esetben a kitérés tehát irányát változtatja, míg a második esetben nem. Továbbá az első esetben a nulla kitérés, és a második esetben a legnagyobb kitérés helye összeesik. Ebből azután már egyszerűen következik, hogy ha a két componens közül csak az egyik változtatja irányát, a mágnespatkó forgatásánál az eltolás közben a végpont forgásának iránya megváltozik. Abból pedig, hogy az egyik componens nulla értéke s a másodiknak a legnagyobb értéke összeesnek, kiadódnak a mozgás előbb leirt fázisai.

Most már az a kérdés, hogy a kathodsugár kitéréseinek ez a változása a mágnespatkó különböző helyzeteiben következik-e az emissio elméletből. A mágnes patkó tere *nem homogen* és pedig mint észreveszszük, az előbbi két fő helyzetben a sugár mentén nem is egyformán változik. A kathodsugár kitérését mindig a rá merőleges mágnesi erőcomponens hozza létre; ez pedig akkor, ha a patkó mágnesi tengelye párhuzamos a sugárral, irányát a sugár mentén változtatja, míg a rá merőleges helyzetben nem. Így aztán bekövetkezhetik, hogy a patkó eltolásánál a sugár végpontjának kitérése is az egyik helyzetben irányát megváltoztatja, míg a másikban nem.

Hogy ez valóban így van az elmélet szerint, arról meggyőződhetünk, ha kiszámítjuk a kathodsugár végpontjának kitérését a mágnespatkó nem homogen terében az elektromágnesi hatástörvény alapján, a sugarat mint egyenes vezetőt tekintve.

III. *Kiszámítása a kathodsugár elhajlásának nem homogen mágnesi térben.* A kathodsugarak elhajlását homogen mágnesi térben J. J. THOMSON és KAUFMANN számították ki; hasonló eljárást követhetünk *nem homogen* tér esetében is, a számítás nem jár nagyobb nehézséggel.

Legyen az emissio-elméletnek megfelelően a kathodsugárban v állandó sebességgel haladó m tömegű részecske elektromos töltése e , akkor $e \times v$ a megfelelő áramerősség.

Erre az egyenes áramra az elektromágnesi hatástörvény értelmében a mágnesi térnek csak a sugár irányára merőleges componense hat s a sugár és ezen componens által képezett síkra merőleges kitérést hoz létre. Ha P -vel jelöljük a mágnesi tér intenzitásának a sugárra merőleges componensét, akkor az u kitérésre a mozgási törvények és a BIOT-SARANT törvény értelmében lesz

$$m \frac{d^2 u}{dt^2} = P \times e \times v.$$

Tekintetbe véve, hogy

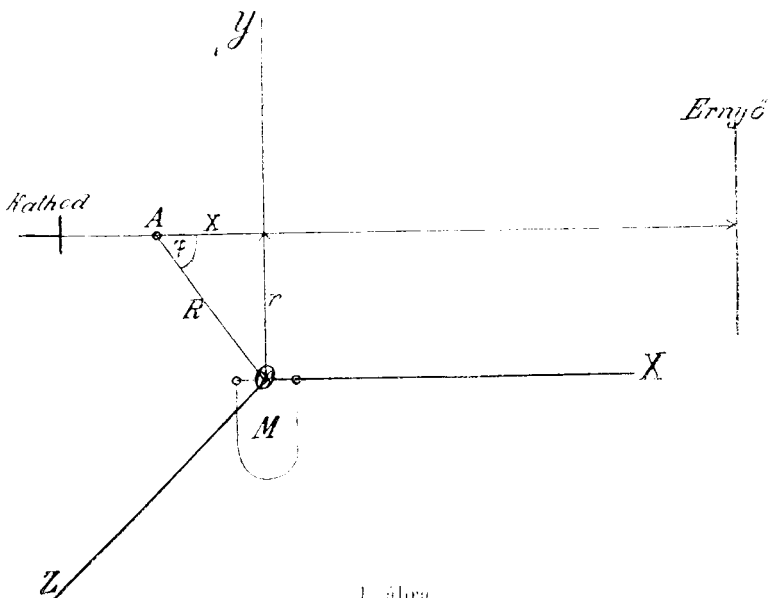
$$v = \frac{dx}{dt},$$

nyerjük a kitérést általánosságban

$$u = \frac{e}{m \cdot v} \int dx \int P dx, \quad 1)$$

a hol $\frac{e}{m}$ -et és v -t állandónak tételeztük fel, a mi bizonyos közelítésnek a bevezetése.

A sugár egy tetszőleges pontja kitérésének kiszámításához most már szükségünk van a P componens ismeretére. A forgó mágnesi tér esetében ez az x és t függvénye; de egyszerűbb, ha a



1. ábra.

kitérést csak a mágnes azon két főhelyzetére számítjuk, a melyekre a kísérletek is vonatkoznak.

A két esetben a P componens értéke különböző.

Az első esetben, a mikor a mágnesi tengely párhuzamos a kathodsugárral, ha a koordinata-rendszer kezdőpontját a mágnes æquatorába (1. ábra), az X tengelyt párhuzamosan a kathodsugárral, az Y tengelyt pedig a P componens irányába helyezzük, a sugár egy tetszőleges A ($x, y=r, z=0$) pontjára a mágnesi tér intenzitásának hatásos componense

$$P_y = \frac{3\mu}{R^3} \cos \varphi \sin \varphi, \quad (2)$$

ha μ a mágnes momentuma, R az A pont távolsága a koordináták kezdőpontjától, φ pedig ennek hajlásszöge a pozitív X tengelylyel. Legyen r a mágnes æquatorának távolsága a kathodsugártól, akkor $r = R \sin \varphi$, s így

$$P_y = \frac{3\mu}{r^3} \cos \varphi \sin^4 \varphi. \quad (3)$$

Látjuk, hogy P_y irányát változtatja, ha a kathodsugár azon pontján megyünk át, melyre $\varphi = \frac{\pi}{2}$.

A sugár kitérése most a Z irányában esik, jelöljük u_z -vel, s hogy kiszámítsuk, P_y értékét az 1. alatti egyenletbe kell helyettesíteni, de előbb czélszerű φ helyett is az x változót bevezetni. Miután

$$r = x \operatorname{tg} \varphi,$$

lesz

$$\sin \varphi = \frac{r}{\sqrt{r^2 + x^2}},$$

$$\cos \varphi = \frac{x}{\sqrt{r^2 + x^2}}.$$

Ezek tekintetbe vételével nyerjük a kitérésre

$$u_z = \frac{3\mu e}{m \cdot v} r \int dx \int \frac{x dx}{(r^2 + x^2)^{\frac{5}{2}}}. \quad (4)$$

Az integrálás határai a szerint állapítandók meg, hogy a sugár melyik pontjának kitérését keressük. Mi a nyaláb végpontját figyeltük meg s így ha x_0 és x_l a sugár kezdő és végpontjának koordinátái, annak a kitérése lesz

$$u_z = 3 \times a \times r \int_{x_0}^{x_l} dx \int_{x_0}^x \frac{x dx}{(x^2 + r^2)^{\frac{5}{2}}}, \quad (5)$$

a hol

$$a = \frac{\mu \cdot e}{m \cdot v}.$$

Az ismert integrálokat kiszámítva, figyelemmel arra, hogy x_0 és x_l ellentett előjelűek, nyerjük eredményül, ha l a sugár hossza:

$$u_z = -a \times r \left[\frac{l-x_0}{r^2 \sqrt{r^2+(l-x_0)^2}} + \frac{x_0}{r^2 \sqrt{r^2+x_0^2}} - \frac{l}{\sqrt{r^2+x_0^3}} \right]. \quad 6)$$

Hogy ez a kitérés a mágnesnek a sugár mentén való eltolásánál irányát változtatja, arról legegyszerűbben úgy győződhetünk meg, ha kiszámítjuk az értékét a mágnes két végső helyzetére.

Ha a mágnes a kathodsugár kezdetén van, akkor $x_0=0$, tehát

$$u_z^0 = -a \times l \times r \left[\frac{1}{r^2 \sqrt{r^2+l^2}} - \frac{1}{r^3} \right] > 0,$$

mint látható mindig pozitív; míg ha a mágnes a kathodsugár végén van $x_0=l$ -nek megfelelően

$$u_z^l = -a \times l \times r \left[\frac{1}{r^2 \sqrt{r^2+l^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2+l^3}} \right] < 0$$

mindig negatív. A sugár végpontjának kitérése tehát irányát változtatja a mágnesnek a sugár mentén való eltolása közben s a nullán megy át x_0 azon értékénél, a mikor $u_z=0$, vagyis

$$\frac{l-x_0}{\sqrt{r^2+(l-x_0)^2}} + \frac{x_0}{\sqrt{r^2+x_0^2}} - \frac{lr^2}{\sqrt{r^2+x_0^3}} = 0. \quad 7)$$

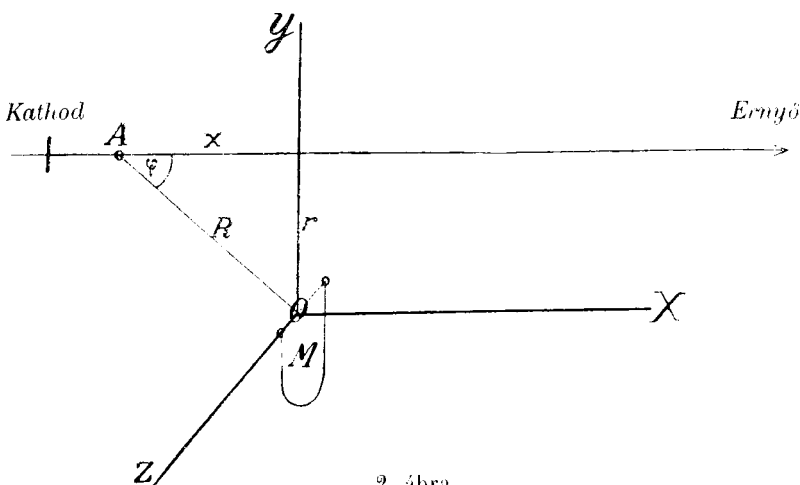
Hasonlóan számítjuk a kitérést a második esetben is, a mikor a mágnesi tengely merőleges a kathodsugárra (2. ábra). A koordinata rendszert megint a mágnesi tengely közepébe helyezve s ugyanazon jelölést megtartva, ebben az esetben a mágnesi tér intenzitás hatásos componense a Z irányba esik (P_z) s így a kitérés az Y irányában lesz (u_y). A P_z értékének kiszámításánál megint azt a közelítést vezetjük be, a mit hallgatagon előbb is tettünk, hogy a mágnesi tengely hossza elenyésző csekély a sugártól való távolsághoz képest s akkor

$$P_z = \frac{\mu}{R^3} = \frac{\mu \sin^3 \varphi}{r^3}. \quad 8)$$

Látszik, hogy P_z irányát nem változtatja, mialatt φ szög 0 és π között változik, vagyis a sugár mentén.

A kitérés egyenletébe (1.) bevezetjük P_z értékét, s úgy mint előbb φ helyett x változót teszszük, akkor egy tetszőleges pontra

$$u_y = a \int dx \int \frac{dx}{\sqrt{r^2 + x^2}}.$$



Ebből a végpont kitérése

$$u_y = a \int_{x_0}^{x_l} dx \int_{x_0}^x \frac{dx}{\sqrt{r^2 + x^2}}.$$

Az integrálást elvégezve, találjuk, hogy

$$u_y = \frac{a}{r^2} \left[\sqrt{r^2 + (l - x_0)^2} - \sqrt{r^2 + x_0^2} + \frac{x_0 l}{\sqrt{r^2 + x_0^2}} \right]. \quad 9)$$

Meggyőződhetünk, hogy ebben az esetben a kitérés irányát nem változtatja meg, mialatt a mágnezt a sugár mentén eltoljuk. A sugár kezdetéhez téve a mágnezt, $x_0 = 0$, s így a végpont kitérése a 9. alatti egyenletből

$$r_y^0 = \frac{a}{r^2} [\sqrt{r^2 + l^2} - r] > 0$$

mindig positiv ; míg a másik szélső helyzetben $x_0 = l$, s az ennek megfelelő kitérés

$$r_y^l = \frac{a}{r^2} \left[r - \frac{r^2}{\sqrt{r^2 + l^2}} \right] > 0. \quad 10)$$

szintén positiv.

A kitérés maximumát éri el, ha

$$0 = \frac{du_y}{dx_0} = \frac{l - x_0}{\sqrt{r^2 + (l - x_0)^2}} + \frac{x_0}{\sqrt{r^2 + x_0^2}} - \frac{lr^2}{\sqrt{r^2 + x_0^2}^3}.$$

Ebből x_0 értéke s így a mágnes megfelelő helye kiszámítható.

Összehasonlítva a 10. és a 7. alatti egyenleteket, látjuk, hogy $u_z = 0$ és $(u_y)_{max}$ x_0 ugyanazon értékénél, tehát a sugár ugyanazon a helyén lesznek a két esetben, a mi teljesen megfelel a kísérlet eredményének.

E számítások eredménye tehát az, hogy a kathodsugarak itt leírt viselkedése nem homogen és forgó mágnesi térben ismét olyan, mintha azok a sugarak elektromosságot továbbítók lennének ; így tehát e vizsgálatok az emissio elméletet támogatják.

Hogy igen nagy sebességgel forgó mágnesi térben (másodpercenként 10—20 ezer fordulat) ennek megfelelő centrifugal elhajlás jön-e létre, azt további kísérletek fogják eldönteni.

ADATAZ EMBERI VIZELET ENERGIATARTALMÁNAK ISMERETÉHEZ.

(Calorimetrikus vizsgálatok.)

TANGL FERENCZ-től.

Legutolsó berlini tartózkodásom alkalmával (1897) az ottani gazdasági főiskola állatélettani laboratóriumában FRENTZEL és REACH dr.-ok vizsgálatokat végeztek a munkának befolyásáról az anyagesere folyamatokra különböző táplálkozás mellett. Ezen vizsgálatok igen jó alkalmat szolgáltatottak arra, hogy megvizsgáljam a vizeletnek energiatartalmát és annak viszonyát *N* és *C*-tartalmához, illetőleg ezen tényezőknek változását munka közben. Ilyen vizsgálatokat tudtommal még nem végeztek. Mélyen tisztelt barátom és kollégám, ZUNTZ tanár oly szíves volt a calorimetrikus vizsgálatok methodikájába bevezetni és intézetének készülékeit a legnagyobb készséggel rendelkezésemre bocsátani, a mivel a legnagyobb hálára kötelezett. Köszönettel tartozom FRENTZEL és REACH dr.-oknak is, a kik kísérleteikből a vizsgálataimhoz szükséges anyagot átengedték.

FRENTZEL és REACH azon időben végzett kísérleteikkel azt vizsgálták, hogy miképen változik meg a CO_2 -termelés, az *O*-fogyasztás és az *N*-forgalom, munka közben, túlnyomóan zsírt, illetőleg szénhidratokat tartalmazó táplálék mellett. A kísérleteket önmagukon végezték és ezeket részletesen fogják leírni legközelebb megjelenendő közleményükben. Én ezen kísérletek berendezésének ismertetésébe csak annyira bocsátkozom, a mennyire vizsgálataim megértésére szükséges.

Mint már említettem, a kísérletek egy részében a bevett táplálékban a zsír, más részében a szénhidratok voltak túlnyomóak. A táplálék úgy volt választva, hogy a szénhidratos kísérletekben a táplálékban lehetőleg hiányzott a zsír és megfordítva. A szénhidratokból, illetőleg a zsírból — közép mennyiségű hús mellett — a kísérleti egyén annyit evett, a mennyit csak eltűrt Egy-egy kísér-

leti sorozat több napig tartott. Mindegyik napon a LEHMANN és ZUNTZ által leírt (Landwirthsch. Jahrbücher 1889 p. f.) járató gépen 20—40 perczig tartó izommunka végeztetett, a ferdén állított gép lejtőjén való felmászással. A munka közben és a munkát követő nyugalom időszakában FRENTZEL és REACH meghatározták a respiratorius gázcserét, tehát az O -fogyasztást és a CO_2 -productiot munka közben és nyugalomban. A munka közben lefolyó fehérsyémomlás nagyságának meghatározása céljából a 24 órás vizeletet két részre osztották: közvetlenül a munka megkezdése előtt kiürítették a húgyhólyagot; a következő 2—4 óra alatt kiürített vizeletet — a munka periodusának vizeletét — külön gyűjtötték. A nap hátralevő részében ürített vizeletet — a pihenés szakának vizeletét — szintén külön fogták fel. (Rövidség kedvéért az első vizeletet munka-vizeletnek, az utóbbit nyugalmi vizeletnek fogom nevezni.) A munka- és nyugalmi vizelet együtt tehát a 24 órás vizeletet adja.*

Ugy a munka-, mint a nyugalmi vizeletet kerek számra vízzel felhígították. Ezek a hígított vizeletek képezték vizsgálataim tárgyát. Minthogy vizsgálataimnak egyelőre csak az volt a céljuk, hogy megállapítsam, vajjon az említett táplálék mellett van-e különbség a vizelet energia-(caloria) tartalmában munka és pihenés közben s hogy miképen változnak a $\frac{Cal}{N}$ és $\frac{C}{N}$ hányadosok: nem vizsgáltam meg naponkint a vizeletet, hanem megelégedtem azzal, hogy helyes középértékeket nyerjek. Ezt elértem az által, hogy a kísérleti sorozat több napjának munka- és nyugalmi vizeleteiből — e kétféle vizeletből külön-külön — arányos részeket összekevertem és a keverékeket vizsgáltam. Rendszeresen egy-egy kísérleti sorozatból két vagy három napot választottam ki és pedig olyanokat, melyeken a munka időszaka egyenlő hosszú volt. Az ilyen módon kevert vizeletben meghatároztam az energia-(caloria) tartalmát, továbbá a C - és N -tartalmát.

A vizelet energiatartalmát úgy állapítottam meg, hogy meghatároztam annak égési melegét. Az égési meleget a BERTHELOT²-STOHMANN³-féle módszer szerint a BERTHELOT-MAHLER-féle bombával

* FRENTZEL kutyán végzett kísérleteiben hasonló módon különítette el a munkavizeletet a nyugalmi vizelettől.

határoztam meg. A vizeletet KELLNER⁴ eljárása szerint — csekély módosítással — cellulose-tömbökben párologtattam be és ezeket égettem azután el. Minthogy KELLNER részletesen leírta eljárását, szükségtelennek tartom a leírás ismétlését. Mindegyik vizeletből négy cellulose-tömbben 15—15 vagy 25—25 cm³-t párologtattam be. Az egyik tömb *N*-meghatározásra szolgált, annak eldöntésére, vajjon a bepárologtatásnál elvesz-e a *N* egy része, a mit megállapíthattam, mert a bepárologtatás előtti *N*-tartalom is meg lett határozva. Mindjárt e helyen említhetem, hogy a *N*-veszteség igen csekély, számba sem jön. (A *N*-veszteségnek csekély volta valószínűleg annak a következménye, hogy a vizeletet bepárologtatás előtt *HCl*-val gyengén megsavanyítottam; e megsavanyítás nélkül a *N*-veszteség jóval nagyobb lett volna.) A többi három tömb a calorimetrikus mérésekre és a *C*-tartalom meghatározására szolgált, illetőleg rendszeren csak kettőt használtam fel, a harmadik csak tartalékul szolgált az esetre, ha a két calorimetrikus mérés vagy a *C*-meghatározás nem adott jól egyező értéket.

A *C*-tartalom meghatározása ZUNTZ és FRENTZEL⁵ szerint történt. Az elégetés után ugyanis a bomba gáztartalmában a ZUNTZ által módosított HEMPEL-féle készülékkel gázanalytikai úton a *CO*₂-t határoztam meg; a bomba gáztartalmát pontos gázórával mértem meg. A bomba *CO*₂-tartalmából azután kiszámítottam a megfelelő *C*-mennyiséget, a melyből levonva az elégett cellulose *C*-jét, megkaptam a bepárologtatott vizelet *C*-tartalmát.

A vizeletnek ilyen módon megállapított *C*, *N* és caloria-(energia) tartalmából azután kiszámítottam a $\frac{Cal}{N}$ és a $\frac{C}{N}$ hányadosokat. Ezenkívül kiszámítottam, hogy a munka és a nyugalom időszakának egy-egy órájában kiürített vizeletnek mennyi a *C*-, *N*- és caloriatartalma. Ez azért szükséges, mert csak így lehet a munka és a nyugalom közben kiürített vizeletet egymással összehasonlítani. Végül a munka- és a nyugalmi vizelet összegezése után a 24 óra alatt ürített vizelet *C*-, *N*- és caloriatartalma volt kiszámítható.

Ezen módon végzett vizsgálataim összesen hat kísérleti sorozatra terjednek, melyek közül négy FRENTZEL dr.-on és kettő REACH dr.-on végeztetett. Közülök három olyan, melyekben a táplálék főleg szénhidratokból és három olyan, melyekben főleg zsirból állott.

(Rövidség kedvéért e kísérleti sorozatokat szénhydrat-, illetőleg zsírsorozatoknak fogom nevezni.)

Vizsgálataim eredményeit a következő I. és II. táblázatban állítottam össze. Megjegyzem még, hogy az ott felsorolt értékek mindig két jól megegyező meghatározás középértékei.

I. Táblázat.

A kísérleti sorozat száma és napjai	A táplálékban túlnyomón volt	A kísérlet szakaszai	A kísérleti szakasz időtartama	N gr.	C gr.	Energia (Calor.*)	Cal N	C N
I. v/31, vi/2, vi/3	zsír	munka	4 óra	0,4166	0,2510	3,3530	9,230	0,6905
		nyugalom	20 "	0,5905	0,4616	5,5901	9,400	0,7812
II. vi/8, vi/10, vi/11	szénhydrat	munka	3 "	0,3423	0,2850(?)	3,9325	11,48	0,8326(?)
		nyugalom	21 "	0,4072	0,3995	4,7363	11,63	0,9811
III. vii/1, vii/2	zsír	munka	3,5 "	0,4579	0,3943	4,8285	10,54	0,8611
		nyugalom	20,5 "	0,6524	0,5014	6,2085	9,519	0,7685
IV. vii/5, vii/7	szénhydrat	munka	2,5 "	0,4429	0,5048	5,8485	13,20	1,140
		nyugalom	21,5 "	0,5065	0,4884	5,7224	11,30	0,9643
V. vii/14—vii/16	zsír	munka	4 "	0,6477	0,4552	5,5985	8,644	0,7028
		nyugalom	20 "	0,69,03	0,4753	5,9209	8,576	0,6884
VI. vii/21—vii/23	szénhydrat	munka	4 "	0,3586	0,3569	4,4380	12,38	0,9953
		nyugalom	20 "	0,2883	0,26,56	3,2937	11,42	0,9213

* Kilogramm-calóriákban.

II. Táblázat.

Idő	A kísérleti sorozat száma	A táplálékban túlnyomóan volt	A 24 órás vizelet tartalmazott átlag			Cal N	C N
			N gr.	C gr.	Energia (Calor.)		
v. 31, vi/2, vi/3	I. (F.)	zsír	13,272	10,236	125,22	9,435	0,771
vi/8, vi/10, vi/11	II. (F.)	szénhydrat	9,578	9,245	111,26	11,62	0,965
vii/1, vii/2	III. (F.)	zsír	14,977	11,668	144,188	9,627	0,779
vii/5, vii/7	IV. (F.)	szénhydrat	11,996	11,762	136,650	11,47	0,981
vii. 14—vii/16	V. (R.)	zsír	16,397	11,267	140,812	8,588	0,691
vii/21—vii/23	VI. (R.)	szénhydrat	7,139	6,738	85,160	11,93	0,944

Mielőtt ezen adatok megvitatásába bocsátkoznám, kiemelem, hogy FRENTZEL és REACH respiratio-kísérletei minden kétséget kizárólag bebizonyították, hogy a szénhydrat-sorozatokban tényleg túlnyomóan szénhydrat, a zsírsorozatokban pedig túlnyomóan zsír használtatott el a szervezet anyagcseréjében. Ennek bizonyítékául felsorolom a kísérleti sorozataimban talált respiratio-hányadosokat $\left(\frac{CO}{O_2}\right)$, melyeket FRENTZEL volt oly szives velem közölni. (A $\frac{CO_2}{O_2}$ tudvalevőleg igen alacsony, ha az anyagcserében főleg zsír, és magas, ha főleg szénhydratok oxydáltatnak.)

Kísérleti sorozatok	Respiratio hányados	
	munka közben	nyugalom közben
I. sorozat (zsír)	0,767	0,779
II. « (szénhydrat)	0,896	0,876
III. « (zsír)	0,773	0,759
IV. « (szénhydrat)	0,880	0,889
V. « (zsír)	0,766	0,752
VI. « (szénhydrat)	0,901	0,921

Tekintsük először a II. táblázat adatait. A 24 órás vizelet C -, N - és energiatartalmának abszolút értékeit figyelmen kívül kell hagynom, mert a felvett táplálék mennyisége ismeretlen és változó volt, ép így ismeretlen volt a bélsár mennyisége és összetétele is. Mint már említettem, ezek nem voltak anyagcsere-egyenleg kísérletek, hanem főleg azon czélból végeztek, hogy felderíttessék, miképen változnak az adott körülmények között a $\frac{Cal}{N}$ és $\frac{C}{N}$ hányadosok.

A II. táblázat adataiból kétségtelenül következik, hogy ezen hányadosok a szénhydrat-sorozatokban kivétel nélkül jóval nagyobbak, mint a zsírsorozatokban. Míg a zsírsorozatokban $\frac{Cal}{N}$ 8,59 és 9,63, $\frac{C}{N}$ 0,691 és 0,771 között ingadozik, addig a szénhydrat-sorozatokban 11,5 és 11,9, illetőleg 0,944 és 0,981 között. Ebből az tűnik ki, hogy *ha az ember táplálékában a szénhidrátok túlnyomó mennyiségben vannak, a vizelet $\frac{Cal}{N}$ és $\frac{C}{N}$ hányadosai jóval nagyobbak, mint akkor, ha a táplálékban a zsírok a túlnyomók.*

A vizelet $\frac{Cal}{N}$ hányadosáról az irodalomban csak kevés adat található. RUBNER⁶, a ki először végzett vizelettel calorimetrikus vizsgálatokat — de nem a BERTHELOT-féle bombával —, azt találta, hogy tisztán hússal táplált kutyának 24 órás vizeletében egy gr. N -re 6,69 Cal . esik, $\frac{Cal}{N}$ tehát 6,69.

RUBNER⁷ egy másik értekezésében említi, hogy egy kis kutya, mely naponként 80 gr. friss húst és 30 gr. szalonnát kapott, 12 nap alatt a vizelettel 30 gr. N -t és 223,5 Cal -t ürített, tehát $\frac{Cal}{N} = 7,45$. KELLNER⁴ két ökör 24 órás vizeletére nézve egy-egy hosszabb kísérleti sorozatban a következő középértékeket nyerte:

A) ökör (Takarmány: réti széna)	B) ökör (Takarmány: réti széna — szalma)
$N = 61,28$ gr.	46,63 gr.
$C = 203,2$ gr.	161,3 gr.
$Cal = 1945,0$ Cal	1549,4 Cal

ebből tehát következik, hogy

$$\begin{aligned} \frac{Cal}{N} &= 31,7 & 33,2 \\ \frac{Cal}{N} &= 3,32 & 3,46 \end{aligned}$$

A kutya vizeletének $\frac{Cal}{N}$ hányadosa tehát kisebb, az ökör vizeleté pedig nagyobb, mint az, a melyet én találtam az emberi vizeletben.

Sokkal számosabbak az irodalomban az adatok a vizelet $\frac{C}{N}$ hányadosáról, melyre újabban ismét nagyobb figyelmet fordítanak. Nemrég SCHOLZ⁸ és⁹ vizsgálta meg emberen, hogy miképen változik meg ezen hányados physiologikus és pathologikus körülmények között. Dolgozatában⁸ az erre vonatkozó irodalmi adatok is össze vannak gyűjtve. Ebből kitűnik, hogy VOIT és PETTENKOFER, RUBNER, FRZ. MEYER szerint a kutya vizeletében a $\frac{C}{N}$ 0,45—0,81 között ingadozhatik. J. MUNK¹¹ éhező ember vizeletének $\frac{C}{N}$ -jét 0,68 és 0,95 között találta. BOUCHARD¹² 17 kísérleti egyénének vizeletében a $\frac{C}{N}$ 0,64 és 1,12 között ingadozott. KELLNER⁴ és¹³ szerint ökrök vizeletében a $\frac{C}{N}$ értéke 2,69 és 3,49 között van. ZUNTZ és HAGEMANN¹⁴ négy kísérleti sorozatban a ló vizeletében ezen hányadosra a következő értékeket találták: 1,56, 1,57, 1,72, 1,59.

Az én kísérleteimben talált $\frac{C}{N}$ hányadosok ezek szerint azon értékek között vannak, melyeket mások is találtak az ember vizeletére vonatkozólag. Csak a növényevő állatok vizeletének hányadosai jóval nagyobbak, míg a kutya vizeletéi részben jóval kisebbek.

Kísérleteim, mint már említettem, minden kétséget kizárólag bebizonyították, hogy úgy a $\frac{Cal}{N}$, mint a $\frac{C}{N}$ hányados nagysága a táplálék minősége által befolyásolható, még pedig határozott irányban. Ezen összefüggés a táplálék minősége és ezen hányadosok nagysága között eddigelé ismeretlen volt. SCHOLZ⁸ igyekezett ugyan ilyen összefüggést kideríteni, de kísérletei, mint ő maga mondja, nem mutattak határozott alakban valami jellemző összefüggést egyrészt a táplálék mennyisége és minősége, másrészt a vizelet $\frac{C}{N}$ hányadosai között. Fel is említi, hogy PETTENKOFER és VOIT kísérleteiből sem lehet arra következtetni, hogy a $\frac{C}{N}$ hányados különböző táplálkozás mellett különböző. SCHOLZ kísérleteinek berendezése különben érthetővé teszi, hogy azok positiv eredményhez nem vezettek. Ő ugyanis kísérleti egyéneinek egyszerre adott sok zsírt és sok szénhidratot. Minthogy azonban a szénhidratok és zsírok ellenkező irányban befolyásolják a $\frac{C}{N}$ hányadost: érthető, hogy egyiknek a befolyása sem érvényesült. Ezenkívül talán befolyt még azon körülmény is, hogy az én kísérleteimben kevesebb fehérnye volt a táplálékban, mint SCHOLZ kísérleteiben. A fent említett bűvarok által kutyákon végzett kísérletek nem voltak olyan berendezésűek, mint az enyémekek s talán ezért nem látszott meg bennük a szénhidratoknak és zsiroknak általam megállapított befolyása. Analógia nélkül különben ezen tény nincsen, mert KELLNER¹³-nek ökrökön végzett kísérleteiben a $\frac{C}{N}$ tetemesen megnagyobbodott, ha a takarmányhoz keményítőt adott, a $\frac{C}{N}$ felment 2,69-ről 3,14-re, illetőleg egy másik kísérletben 2,96-ról 3,49-re. A szénhidratoknak egészen hasonló befolyását a vizelet $\frac{C}{N}$ hányadosára mutatják még MEISSL¹⁵-nek sertéseken végzett kísérletei is. Ezekből kitűnik, hogy

ha a szénhidratok a takarmányban túlnyomóak, a $\frac{C}{N}$ értéke 1,04 és 1,17, ha a fehérnye túlnyomó, 0,568; éhező sertés vizeletéé 0,743—0,90 között ingadozik.

Éhező házi nyúl $\frac{C}{N}$ hányadosa MAY¹⁷ kísérletei szerint 0,708—0,823; RUBNER¹⁶ 0,7956-nak találta.

Tekintettel kísérleteim csekély számára és hiányosságára, nem bocsátkozom annak fejtegetésébe, hogy mi az oka a $\frac{Cal}{N}$ és $\frac{C}{N}$ hányadosok nagyobbodásának szénhidratok adagolása után és ellenkező viselkedésének zsír adagolásánál. Kétségtelenül nagyobb jelentősége van ezen hányadosoknak, a mi azonban csak anyagcsere-egyenleg kísérletekből fogteljesen kiderülni, különösen haméga táplálék fehérnye tartalmának befolyása is ismeretes lesz. Csak annyit akarok még megjegyezni, hogy a vizelet hűgyany tartalma minden esetre döntő befolyással bír, mert a hűgyany relativ magas N -tartalmánál és alacsony C -tartalmánál fogva a $\frac{C}{N}$ hányados nagyságát első sorban befolyásolja. Természetesen a hűgyany mellett a vizeletnek többi C -dús és N -szegény szerves vegyületei is nagyon számba jönnek, különösen, ha, mint a növényevő állatok vizeletében a hippursav, relativ nagy mennyiségben fordulnak elő. (A növényevő állatok, különösen a szarvasmarha vizeletének magas hippursavtartalma valószínűleg az oka annak, hogy ezen vizeletek $\frac{C}{N}$ és $\frac{Cal}{N}$ hányadosai oly nagyok.) Különös érdekléssel bír a további vizsgálatokra PREGL¹⁸-nek nem rég megjelent dolgozata, melyben kimutatja, hogy az emberi vizelet $\frac{C}{N}$ hányadosának magas értéke — t. i. a hűgyany $\frac{C}{N}$ hányadosához viszonyítva magas értéke — valószínűleg a BODZYNSKY és GOTTLIEB által felfedezett oxyproteinsavra vezetendő vissza.

Térjünk már most át az I. táblázat adataira. Itt is csak a $\frac{C}{N}$ és $\frac{Cal}{N}$ hányadosra terjesztem ki figyelmemet, annyival is inkább, mert a C -, N - és energiatartalomra vonatkozó abszolút értékek, a mennyiben az anyagcsere-folyamatok megítélésére jelentőséggel

birnak, FRENTZEL és REACH dolgozatában fognak kellőképen méltányoltatni. Az I. táblázat adatai már az első pillanatra mutatják, hogy a $\frac{Cal}{N}$ és $\frac{C}{N}$ hányadosok úgy a szénhydrat-, mint a zsírsorozatokban a munka közben üritett vizeletben is megtartják az illető sorozatra jellemző nagyságukat, vagyis a zsírsorozat hányadosai munka közben ép úgy kisebbek maradnak a szénhydratsorozat hányadosainál, mint a nyugalomban. Vizsgálataimból tehát azt következtethetem, hogy a *vizelet* $\frac{C}{N}$ és $\frac{Cal}{N}$ hányadosai *izommunka közben ép oly kevéssé változnak, mint a respiratio-hányados.* (L. 550. lap.)

Mi a jelentősége ezen ténynek? Láttuk, hogy ezen hányadosok akkor, midőn a szervezet anyagcseréjében főleg szénhidratok oxidáltak, jóval nagyobbak, mint akkor, ha zsírok oxidáltak. Ha tehát minden esetben, még akkor is, ha a táplálékban a zsírok túlnyomóak és a szénhidratok majdnem teljesen hiányzanak, izommunka közben a szénhidratok képeznék az izomerő forrását — a mint azt SEEGEN és CHAUVEAU állítják, — akkor elvárható lenne, hogy izommunka közben a vizelet $\frac{Cal}{N}$ és $\frac{C}{N}$ hányadosai a zsírsorozatokban is oly értékeket vegyenek fel, a melyek a szénhydratsorozatokra jellemzők, vagy legalább erősebben nagyobbodjanak izommunka közben, mint a szénhydratsorozatokban. De ezen hányadosok ép oly kevéssé nagyobbodnak, mint a respiratio-hányados. A $\frac{Cal}{N}$ és $\frac{C}{N}$ hányadosok viselkedése tehát igen jól megegyeztethető ZUNTZ¹⁹ és iskolája elméletével, mely szerint nyugalomban és izommunka közben a tápanyagoknak ugyanazon keveréke használatik el a szervezet anyagcseréjében. Ha tehát a táplálékban túlnyomóak a zsírok, akkor ezek elégetése által nyeri a szervezet a munka végzéséhez szükséges energiát; ha szénhidratok a túlnyomók, akkor ezeknek oxidálása által.

Eddigi vizsgálataim alapján további fejtegetésekbe nem bocsátkozhatom, különben is alkalmam lesz erre majd akkor, ha azokat a terjedelmesebb vizsgálatokat befejeztem, a melyek már folyamatban vannak. A közölt vizsgálatok amúgy is csak tájékoztatásul szolgáltak arra nézve, hogy ezen kísérleti iránytól mily eredmények várhatók. Az eddig elért eredmények máris elég biztatók.

Vizsgálataim eredményeit a következőkben foglalhatom röviden össze:

1. A vizelet $\frac{Cal}{N}$ és $\frac{C}{N}$ hányadosai jóval nagyobbak akkor, ha a táplálékban a szénhidrátok túlnyomóak, mint akkor, ha a táplálék legnagyobb részét zsír képezi. A táplálék minősége tehát befolyásolja ezen hányadosok értékét. Az említett feltételek mellett a két hányados változása mindig egyirányú.

2. Mindkét hányados izommunka közben nem változik, a mi összhangban a respiratio gázcsere adataival, jól megegyeztethető ZUNTZ elméletével, hogy t. i. nyugalomban és izommunka közben a tápanyagok ugyanazon keveréke használtatik el, tehát azon tápanyagok, melyek a szervezetnek a kellő mennyiségben épen rendelkezésére állanak.

Irodalom.

1. J. FRENTZEL, Ein Beitrag zur Frage nach der Quelle der Muskelkraft. Pflüger's Arch. Bd. 68. p. 212.
2. BERTHELOT, Praktische Anleitung zur Ausführung thermochemischer Messungen. Uebersetzt von G. SIEBERT. Leipzig, 1893. Ambr. Barth.
3. STOHMANN, Calorimetrische Untersuchungen. Journal f. praktische Chemie. Bd. 39.
4. O. KELLNER, Untersuchungen über den Stoff- und Energie-Umsatz volljähriger Ochsen bei Ernährungsfutter. Die landwirthschaftl. Versuchstationen. Bd. 47. 1896, p. 275.
5. ZUNTZ und FRENTZEL, Die Elementaranalyse nach gasanalytischer Methode mit Hilfe der BERTHELOT'schen Bombe. Ber. der deutschen chem. Gesellsch. Bd. XXX. 1897, p. 280.
6. RUBNER, Calorimetrische Untersuchungen. Zeitschr. f. Biologie. Bd. 30. p. 138.
7. RUBNER, Die Quelle der thierischen Wärme. Zeitschr. f. Biologie. Bd. 21. p. 303.
8. W. SCHOLZ, Eine Methode zur Bestimmung des Kohlenstoffes organischer Substanzen auf nassem Wege und deren Anwendung auf den Harn. Ctbl. f. innere Medicin. 1897. Nr. 15 und 16.
9. W. SCHOLZ, Ueber den Kohlenstoffgehalt des Harnes fiebernder Menschen und sein Verhältniss zur Stickstoffausscheidung. Arch. f. experiment. Patholog. u. Pharmak. Bd. 40. p. 326.
10. VOIT und HERMANN, Hdb. d. Physiol. Bd. VI. p. 512.
11. J. MUNK, Untersuchungen an zwei hungernden Menschen von

C. LEHMANN, F. MUELLER, J. MUNK, H. SENATOR und N. ZUNTZ in Virchow's Arch. Suppl. Bd. 131. p. 145.

12. CH. BOUCHARD, Carbone urinaire et coefficient urinaire. Journal de Physiol. et Pathologie gén. 1899. p. 72.

13. O. KELLNER, Fütterungs- und Respirationsversuche mit volljährigen Ochsen etc. Die landwirthschaftl. Versuchsstationen. Bd. 44. p. 257.

14. MEISSL, Untersuchungen über den Stoffwechsel des Schweines. Zeitschr. f. Biologie. Bd. 22. p. 63.

15. RUBNER, Ueber den Stoffverbrauch bei hungernden Pflanzenfressern. Zeitschr. f. Biologie. Bd. 17. p. 214.

16. R. MAY, Der Stoffwechsel im Fieber. Zeitschr. für Biologie. Bd. 30. p. 1.

17. F. PREGL, Ueber die Ursache der hohen Werthe der $\frac{G}{N}$ Quotienten des normalen menschlichen Harnes. Pflüger's Arch. Bd. 75. 1899. p. 87.

18. N. ZUNTZ, Ueber den Werth der wichtigsten Nährstoffe für die Muskelarbeit nach Versuchen an Menschen. Dubois' Arch. f. Physiol. 1897. p. 535.

(A. M. T. Akadémia III. osztályának 1899 június 19.-én tartott üléséből.)

ÚJ-GUINEAI SZABADON ÉLŐ NEMATODOK.

DADAY JENŐ I. tagtól.

BIRÓ LAJOS Új-Guineában időző hazánkfia az 1896. év folyamán egyebek között különböző termőhelyekről édesvízi mikroskopi anyagot is küldött a magyar nemzeti muzeum állattára részére. Ennek az anyagnak áttanulmányozása folyamán a különböző állatesoportokba tartozó mikroskopi állatfajok között nem csekély számú nematodot is találtam, a melyeknek az alábbiakban közölt rövid ismertetését nem csak azért tartom érdemesnek, mert legnagyobb részük új fajnak tekintendő, hanem azért is, mert ily úton adatokat szolgáltatok egyfelől Új-Guinea mikroskopi édesvízi faunájának ismeretéhez, másfelől pedig BIRÓ LAJOS hazánkfia gyűjtései eredményének e részben való bemutatására is alkalmam nyílik.

A feldolgozott anyag eredetét illetőleg előzetesen is megjegyzem azt, hogy a különböző termőhelyek közül legfőképen a lemieni szágó láp volt a leggazdagabb s az ismertetett fajok jóformán majdnem kizárólag az innen gyűjtött anyagból valók.

Az ismertetett fajok valamennyiét mikroskopi készítményekben konzerváltam, hogy ilyenformán az esetleges összehasonlításnál használhatók legyenek. A faj meghatározásoknál BASTIAN O., BÜTSCHLI O., DE MAN J. munkáit, valamint a saját, idevonatkozó dolgozataimat használtam.

A fajok földrajzi elterjedését illetőleg csak annyit kívánok itt megjegyezni, hogy a megfigyelt 22 faj között csupán kettő olyan, a mely Új-Guinea területén kívül más geográfiai területről is ismeretes s ez a *Dorylaimus brachyuris* d. Man, a melyet leírója Hollandiában talált először és a *Dorylaimus filiformis* Bast.

A fajok leírása.

1. *Aphanolaimus papillatus* n. sp.

Teste mindkét vége felé vékonyodott, hátul azonban sokkal vékonyabb, mint elől. Cuticulája egészen simának és szerkezetnélkülinek látszik, rajta sem gyűrűzöttséget, sem terecskéket nem tudtam megkülönböztetni. A test hosszában futó oldalhártyát sem tudtam észrevenni. A fejen a szájnylás körül tapintó sörték nincsenek s ezek helyett igen apró szemölcsök fejlettek ki. A szájnylás egyenesen a garatba vezet, melynek belső lumenét meglehetősen vastag cuticula határolja. A garat hátrafelé fokozatosan vastagodik ugyan, de azért hátulsó végén nem sokkal vastagabb, mint a mellsőn. A női ivarszerv páros, a petefészkek aránylag rövidek. A női ivarnylás a test közepe táján fekszik. A fark aránylag hosszú és igen vékony, majdnem túszerűen végződik; alapjának belsejében egy nagy mirigyét tartalmaz.

Csupán pár nőtény példány állott rendelkezésemre, melyeknek méretei a következők:

testhossz	1.32 mm.
garathossz	0.33 mm.
farkhossz	0.27 mm.
legnagyobb átmérő	0.03 mm.

A genus többi fajaitól első sorban cuticulájának simaságával különbözik, de igen feltűnő jelleme az is, hogy szájnylása körül tapintósörték nincsenek s ezek helyett szemölcei vannak. Jellemző sajáttsága a fark feltűnő vékonysága is.

Termőhelye a lemieni szágó láp.

2. *Aphanolaimus tenuis* n. sp.

Teste csaknem fonál forma, mellső és hátulsó vége felé vékonyodott, hátulsó vége azonban jóval vékonyabb a mellsőnél. Cuticulája egészen sima és rajta sem gyűrűket, sem terecskéket nem tudtam észrevenni. Fejvége feltűnően hegyes, szájnylása körül sem tapintósörték, sem szemölcsök nincsenek. Garatja hátrafelé fokozatosan vastagodik, belső lumenét vékony cuticula fűdi.

A női ivarszerv páratlan s a női ivarnyílás a test mellső harmadának közelében fekszik. A fark mind a két ivaregyénnél egyforma szerkezetű, aránylag rövid, vége felé fokozatosan vékonyodik, hegyes csúcsban végződik és alapjának belsejében két nagy mirigyet tartalmaz. A hínnek spiculája egészen törforma, markolati része csak fél oly hosszú, mint a kés részlet, csúcsa kerekített.

Vizsgálataim folyamán pár nőtény és egy him jutott birtokomba s ezeknek méreteit a következőknek találtam :

testhossz	2.61 mm.
garathossz	0.5 mm.
farkhossz	0.26 mm.
legnagyobb átmérő	0.04 mm.

A genus ismert fajai közül cuticulájának szerkezetével az előbbenihez hasonlít, a melyre még azzal is emlékeztet, hogy fejvégén nincsenek tapintó sörtéi, de különbözik ettől, valamint a többitől is abban, hogy fejevége egészen síma, még szemölcsöket sem visel.

Termőhelye a lemieni szágó láb.

3. *Aphanolaimus brachyurus* n. sp.

Teste két vége felé vékonyodott, de hátul sokkal jobban, mint elől. Cuticulája feltűnően gyűrűzött, de négyszögletű tercskéket nem tudtam rajta megkülönböztetni. A fejen a szájnnyílás körül tapintó sörték emelkednek, melyek aránylag rövidek, egész hosszukban egyforma vastagok s egészben véve pálczikához hasonlítanak. A pálczikák töve mögött a hátoldalon körforma szerv foglal helyet. A garat közepe tájáig csaknem egyforma vékony, azon túl azonban hirtelen megvastagodik. A garat belső üregét igen finom cuticula béleli. A női ivarszerv páros s a női ivarnyílás a test közepe táján fekszik. A fark vége felé egyenletesen vékonyodik, egészben véve körforma, belsejében nagy mirigyeket tartalmaz, csúcsa igen hegyes.

Csupán nőtény példányait találtam s ezeknek méretei a következők :

testhossz	0.63 mm.
garathossz	0.14 mm.
farkhossz	0.09 mm.
legnagyobb átmérő	0.02 mm.

Az előbbi két fajtól cuticulájának gyűrözöttségével, fejének és garatjának szerkezetével különbözik, de garatjának szerkezetével és farkának alakjával az *Aphanolaimus attentus* d. Man és *Aphanolaimus aquaticus* Dad. fajoktól is elüt, míg cuticulájának és fejének szerkezetével némileg ezekhez hasonlít.

Termőhelye a lemieni szágó láb.

4. *Monhystera papuana* n. sp.

Teste az ivarnyílásig csaknem mindenütt egyforma vastag, innen kezdve azonban hátra feltűnően vékonyodik és hegyes farkban végződik. Cuticulája egészen síma, rajta gyűrözöttségnek semmi nyomát sem láttam. A szájnnyílás egyszerűnek látszik. A szájúregében két gömböstű forma cuticula-pálczika van, melyek gömbtelen végükkel befelé, gömbös végükkel kifelé tekintenek s együtt egy V-betűt írnak le. A garat egész hosszában egyenlő vastag. A páratlan női ivarszerv kevéssel a test közepén túl kezdődik és ivarnyílása a test hátulsó harmadában fekszik, az alfelynyílástól nem nagy távolságban. A fark aránylag rövid, csúcsa felé erősen vékonyodik és hegyesen végződik.

Csupán nőtényeket találtam, melyeknek méretei a következők:

testhossz	0.62 mm.
garathossz	0.12 mm.
farkhossz	0.21 mm.
legnagyobb átmérő	0.015 mm.

A genus eddig ismert fajaitól szájúregének cuticula-pálczikáival tér el; de nem lényegtelen ismertető jele az sem, hogy szája körül sörtéket nem visel és hogy farka meglehetősen rövid.

Termőhelye a lemieni szágó láb.

5. *Monhystera longicauda* n. sp.

Teste az alfelynyílásig csaknem mindenütt egyenlő vastag, míg azontúl feltűnően vékonyodik és vékony fonálszerűen végződik. Cuticulája síma, gyűrűzetlen. Szájnyílása körül hat merev, vékony tapintósörte emelkedik. Szájüregében két, gyengén félholdformán görbült cuticula-pálczika van, a melyek csúcsaikkal egymás ellenében hajlottak, máskülönben egymással s a test hossz-

tengelyével is párhuzamosak. A garat egész hosszában egyforma vastag, hátulsó végén körteforma mirigyeket visel. A páratlan női ivarszerv igen rövid s az ivarnyílás a fejtég és az alfelnyílás között csaknem középen fekszik. A fark feltűnően hosszú, a test egyharmadának hosszát jóval fölülmúlja, csúcsa felé rendkívül vékonyodik s itt majdnem hajszálvékonyságú, belsejét szemecskés protoplasma tölti ki.

Az átvizsgált anyagban csupán nőtényeket találtam, melyeknek méretei a következők :

testhossz	0·92—1·00 mm.
garathossz	0·2—0·21 mm.
farkhossz	0·26—0·34 mm.
legnagyobb átmérő	0·01—0·03 mm.

A genus eddig ismert fajaitól szájjüregének cuticula-képleteivel és farkának feltűnő hosszúságával különbözik.

Termőhelye a lemieni szágó láp.

6. *Tripyla crassicauda* n. sp.

Teste az alfelnyílásig mindenütt egyforma vastag, az alfelnyíláson túl azonban hirtelen elvékonyodik, illetőleg kihegyesedik. Cuticulája gyűrületlen, egészen síma. Szájnyílása épszegélyűnek látszik. A szájjüregben két kis kommaforma cuticula-képlet fekszik, melyek hegyes végükkel egymáshoz közelednek, míg bunkós végükkel egymástól eltávolodnak és kifelé irányulnak. A garat egész hosszában egyenlő vastag, hátulsó végén három mirigy fekszik. A női ivarszervek párosak. A női ivarnyílás a test közepén túl hátrafelé húzódott. A fark aránylag rövid, alapja széles, nagy mirigyeket tartalmaz, csúcsa felé fokozatosan vékonyodik, de aránylag tompán végződik s így egészben véve vastagnak látszik.

Csupán nőtény példányait találtam meg s ezeknek méretei a következők :

testhossz	0·92 mm.
garathossz	0·15 mm.
farkhossz	0·12 mm.
legnagyobb átmérő	0·03 mm.

A genusnak eddig ismert fajaitól szájjüregének cuticula-képleteivel és farkának szerkezetével tér el.

Termőhelye a lemieni szágó láb.

7. *Chromadora papuana* n. sp.

Teste aránylag vékony, mellső végén kevésbé, hátulso végén, az alfelnnyiláson túl, erősen vékonyodik. Cuticulája meglehetősen vastag és feltünően gyűrűzött. Fejvége a garattól kezdve fokozatosan vékonyodik. Szájnyilása körül kis papillák emelkednek. Szájüregében sajátságosan hajlott cuticula-képletek vannak, melyek egy-egy egyenes, a test hossz tengelyével párhuzamosan futó nyelcskére és egy-egy S-formán görbült mellső végrészletre különültek. A fej végén sörték nincsenek s a szemforma festékfoltokat sem birtam felismerni. A garatcső egész lefutásában egyforma vastag, bulbusa egészben véve tojásforma, belső ürege hosszirányú rés, melynek falazatát meglehetősen vastag cuticula borítja. Női ivarszerve kétszarvú s az ivarnyilás a test közepe táján fekszik. Farka meglehetősen hosszú, vége felé fokozatosan vékonyodik, belsejében nagy mirigyeket tartalmaz, csúcsán hosszú törforma nyújtvány van.

A vizsgált anyagban csupán nőtény példányokat találtam, melyeknek méretei a következők:

testhossz	---	---	---	---	---	---	0.76 mm.
garathossz	---	---	---	---	0.11 mm.
farkhossz	---	---	---	---	0.14 mm.
legnagyobb átmérő	...	---	---	---	---	---	0.03 mm.

A genus eddig ismert fajai közül legközelebb áll a *Chromadora bulbosa* Dad. fajhoz, miután szájjüregének cuticula-képletei ezéhez nagyon hasonlítanak. De eltér e fajtól garatbulbusának és farkának szerkezetével, valamint méreti viszonyaival is.

Termőhelye a lemieni szágó láb.

8. *Pseudochromadora quadripapillata* n. gen. n. sp.

Teste az alfelnnyilásig mindenütt egyforma vastag, az alfelnnyiláson túl azonban fokozatosan vékonyodik. Cuticulája aránylag vastag és feltünően gyűrűzött. Fejvége a szájjnyilás közelében vékonyabb, mint egyebütt. A szájjnyilás körül sem papillák, sem sörték nincsenek, hanem e helyett a fejjvégnek a szájjhoz közeli részé-

ben, egymástól egyenlő távolságban négy, szívókorongszerű szemölcs fejlett ki, melyeknek jelenléte az új genusnak is egyik legszembe-tűnőbb jelleme. A szájüregben semmiféle cuticula-képletet sem tudtam megkülönböztetni. A garatbullbus egészben véve tojásforma, hátulsó vége szélesebb a mellsőnél, belső ürege megnyúlt tojásához hasonlít és falazatát vastag cuticula födi. Női ivarszerve kétszarvu s a női ivarnyílás a test közepe táján fekszik. Farka aránylag igen rövid, az alfelynyílástól kezdve hirtelen vékonyodik és rövid, levélforma csúcsban végződik; belsejében egy nagy, tömlőforma mirigyet tartalmaz.

Csupán nőtény példányait találtam, melyeknek méretei a következők:

testhossz	1·09 mm.
garathossz	0·15 mm.
farkhossz	0·07 mm.
legnagyobb átmérő	0·03 mm.

A *Pseudochromadora* n. gen., mint neve is mutatja, legközelebb áll a *Chromadora*-genushoz főleg habitusa, garatbullbusának alakja és szerkezete miatt, de különbözik ettől abban, hogy fejkéjén négy, szívókorongszerű szemölése van, továbbá hogy szájüregében cuticula-képletek nincsenek.

Termőhelye Berlinhafen, Seleo sziget.

9. *Mononchus obtusicaudatus* n. sp.

Teste egész hosszában egyforma vastag, csak hátulsó vége hegyesedett ki kissé. Cuticulája egészen síma, gyűrűzetlen. Fejkéje alig valamivel vékonyabb, mint testének többi része. A szájnyílás körül hegyes csúcsú papillák emelkednek. A szájüregben két erőteljes, íves cuticulaléc van, melyek fekvésükkel lantra emlékeztetnek, a mennyiben hátulsó végeikkel egymáshoz közelednek, mellső végeikkel ellenben nagy mértékben eltávolodtak. Az egyik lécznek belső oldaláról előre irányuló erős, hegyes fog emelkedik, míg a másikról egy íves lécz indul ki, a mely haránt irányban áthajlik az átellenes oldallécz fognyujtványához. A két oldallécztől s a harántfekvésű íves lécztől körülzárt területen még két, némileg gömböstűhöz hasonló kis cuticula-képlet is van. A garat egész lefutásában mindenütt csaknem egyforma vastag. A női ivarszerv

farkhossz 0·49—0·6 mm.
 legnagyobb átmérő 0·04 mm.

A genus eddig ismert fajaitól legfőképen szájüregének cuticula-képleteivel, farkának hosszával és vékonyságával különbözik.

Termőhelye a lemieni szágó láb.

11. *Ironus longicollis* n. sp.

Teste a garat hátulsó végétől előfelé és hátulsó negyedében vékonyodik, míg egyebütt egyforma vastag. Cuticulája mindenütt egészen síma és gyűrületlen. Fejvége jóval vékonyabb, mint a törzs. Szájnyílása körül kis, gömbölyített csúcsú papillák emelkednek. A szájüregben különálló cuticula-képletek nincsenek, hanem ezek helyett két vastag cuticula pálczika fejlett ki, a melyek folytatódni látszanak a garat lumenét bélelő burokba. A garat hátrafelé haladva fokozatosan vastagodik, de bulbust nem alkot. A női ivarszerv kétszarvú, a szarvak meglehetősen hosszúak; a női ivarnyílás a test közepe táján fekszik. A fark az alfelnyílástól kezdve hirtelen vékonyodik, distalis fele igen vékony, csúcsa nagyon hegyes.

Az átvizsgált anyagban csupán nőtényeket találtam, a melyeknek méretei a következők:

testhossz 2 mm.
 garathossz 0·4 mm.
 farkhossz 0·25 mm.
 legnagyobb átmérő 0·04 mm.

A genusnak eddig ismert fajaitól szájvégének szerkezetével különbözik.

Termőhelye a lemieni szágó láb.

12. *Ironus papuanus* n. sp.

Teste a fejevég felé alig észrevehetően, az alfelnyíláson túl ellenben feltűnően vékonyodik. Cuticulája síma, gyűrületlen. Szájnyílása körül sem papillák, sem tapintósörték nincsenek. Szájüregében két S-formán görbült erős cuticula-képlet van, melyek egyik végükkel a garat csúcsán ülnek, a másikkal ellenben a szájnyílás felé tekintenek, garat felőli végük kifelé ívelt, a szájnyílás felőli ellenben befelé, de mindkettő bunkósan végződik. A garat hátra-

felé fokozatosan vastagodik, egyszerű. A női ivarszerv páros s a női ivarnyílás a test közepe táján fekszik. A fark az alfelyülés mögött erősen vékonyodik ugyan, de hátulsó harmadában egyforma átmérőjű.

Méretei a következők:

testhossz	---	---	---	---	0.9 mm.
garathossz	.	---	---	---	0.2 mm.
farkhossz	---	---	.	---	0.16 mm.
legnagyobb átmérő	---	---	---	---	0.04 mm.

A genus eddig ismert fajaitól legfőképpen szájüregének cuticula-képleteivel különbözik.

Termőhelye a lemieni szágó láp.

13. *Trilobus Birói* n. sp.

Teste a fejevég felé alig észrevehetően, az alfelyülésen túl hátrafelé feltűnően vékonyodik, míg egyebütt egyforma vastag. Cuticulája egészen sima, gyűrűzetlen. A fejevégén, közel a szájnnyíláshoz, tapintósörték emelkednek. A szájnnyílás egyszerű, papillákra nem tagolódott. A szájüreg körteformát mutat s benne a garat végén harántul fekvő, többé-kevésbé tojásforma cuticula-képletek láthatók. A garat hátrafelé haladtában lassanként és fokozatosan vastagodik, de bulbust nem alkot. A női ivarszerv kétszarvú, a petefészkek meglehetősen hosszúak; a női ivarnyílás a test közepe táján fekszik. A fark aránylag rövid, az alfelyüléstől kezdve vékonyodik, meglehetősen hegyes csúcsban végződik, belsejében mirigyeket nem tudtam megkülönböztetni.

A rendelkezésemre állott anyagban csupán nőtényeket találtam, melyeknek méretei a következők:

testhossz	---	---	---	---	1.2— 1.5 mm.
garathossz	0.23—0.31 mm.
farkhossz	---	.	---	---	0.2— 0.3 mm.
legnagyobb átmérő	---	---	---	---	0.03—0.04 mm.

E faj, melyet gyűjtőjének, BIRÓ LAJOS-nak tiszteletére neveztem el, a genus eddig ismert fajaitól több tekintetben eltér. Fontosabb jellemei a test cuticulájának simasága, a szájüreg cuticula-képleteinek alakja s a fark aránylagos rövidege és szerkezete.

Termőhelye a lemieni szágó láp.

14. *Prismatolaimus papuanus* n. sp.

Teste a fejké felé alig észrevehetően, az ivarnyíláson túl azonban meglehetősen szembetűnően, de fokozatosan vékonyodik. Cuticulája meglehetősen vastag és feltűnően gyűrűzött. Fejkéje valamivel vékonyabb, mint a garat mögött fekvő részlete. A szájnnyílás egyszerű, rajta sem sörték, sem papillák nincsenek. A szájúregben 2, sajátságosan görbült cuticulaképlet van, amelyek hátulsó csúcsukkal egymáshoz közelednek, míg mellső csúcsukkal egymástól erősen távolodnak, úgy hogy együtt V-formát mutatnak. A garat közepe táján vastagabb, mint két végén; bulbosa erőteljesen fejlett, kis mértékben tojásforma, két vége majdnem egyenlő széles, belső lumenében a kis cuticula-lemezek harántul fekszenek s a lumen-nel együtt keresztet mutatnak. A fark vége felé erősen vékonyodik, csúcsa meglehetősen tompa, belsejében nagy mirigyeket tartalmaz. Női ivarszerve egyszerű s a női ivarnyílás a test közepe táján fekszik.

Csupán nőstény példányait találtam meg, a melyeknek méretei a következők:

testhossz	0·8 mm.
garathossz	0·15 mm.
farkhossz	0·12 mm.
legnagyobb átmérő	0·04 mm.

A genusnak eddig ismert fajaitól szájúregének cuticula-képletei alapján könnyen megkülönböztethető.

Termőhelye Berlinhafen, Seleo sziget.

15. *Prismatolaimus nodicaudatus* n. sp.

Teste csaknem egész hosszában egyforma vastag, csupán fej- és farkvége felé vékonyodik feltűnőbben, még pedig az utóbbi irányban már az ivarnyíláson túl. Cuticulája meglehetősen vastag, de egészen sima, gyűrűzetlen. Fejkéje kis mértékben vékonyodott. Szájnnyílása egyszerű, sem sörtéket, sem papillákat nem visel. Szájúregében orsóforma rövid cuticula-képletek vannak, melyek hossz tengelyükkel a test hossz tengelyével párhuzamosan fekszenek. Garatja hátrafelé fokozatosan vastagodik, bulbosa alig észrevehetően fejlett; hátulsó végén mirigyek vannak. A női ivarszerv

egyszarvú s a női ivarnyílás a test közepe mögött fekszik. Farka az alfelnnyilástól kezdve hátulsó harmada tájáig csaknem egyenlő vastag, hátulsó harmadában azonban hirtelen és erősen vékonyodni kezd, végsőcsúsa bunkós; belsejében hatalmas mirigyek vannak, melyeknek kivezető nyílása a farkbunkó hasoldali részére húzódott.

A rendelkezésemre állott anyagban csupán nőstény példányait találtam meg, melyeknek méretei a következők:

testhossz	1·19 mm.
garathossz	0·3 mm.
farkhossz	0·12 mm.
legnagyobb átmérő	0·05 mm.

A genus eddig ismert fajaitól szájjüregének szerkezetével, farkának alakjával és szerkezetével különbözik és nevét is épen farkának szerkezetétől kapta.

Termőhelye Berlinhafen, Seleo sziget.

16. *Prismatolaimus macrurus* n. sp.

Teste a fejtég felé igen kis mértékben, az alfelnnyiláson túl ellenben feltűnően vékonyodik, egyebütt azonban egyforma vastag. Cuticulája aránylag vékony, egészen síma, gyűrületlen. Fejtége egyszerű, szájnnyílása körül sem sörték, sem papillák nincsenek. Szájjüregében meglehetősen hosszú, hengeres két cuticula-pálczika van, melyek egymással s a test hossztengegyével is párhuzamosak. A garat hátrafelé fokozatosan vastagodik és észrevétlenül megy át a hagymaforma bulbusba, melynek belsejében csupán tömlőforma kis üreget tudtam megkülönböztetni. A bulbus hátulsó végén két nagy mirigy foglal helyet. A női ivarszerv egyszarvú s a női ivarnyílás a test közepe táján fekszik. A fark meglehetősen hosszú, az alfelnnyilástól nem nagy távolságban hirtelen és erősen vékonyodik, csúcsa igen hegyes.

Csupán nőstény példányait találtam meg, melyeknek méretei a következők:

testhossz	0·56 mm.
garathossz	0·08 mm.
farkhossz	0·18 mm.
legnagyobb átmérő	0·018 mm.

A genus eddig ismert fajaitól első sorban szájúregének cuticula-pálczikáival különbözik, de fontos jelleme farkának aránylag hosszú volta, garatjának rövidege s általában méreteinek kicsinysége.

Termőhelye a lemieni szágó láb.

17. *Cephalobus longicollis* n. sp.

Teste előfelé csak kis mértékben, hátrafelé ellenben feltűnően vékonyodik. Cuticulája aránylag vastag, síma és szembetűnően gyűrűzött. Fejvége vékonyabb a garatrésznél. Szájnyílása gyengén karélyosnak látszik. Szájüregében háromféle cuticula-képlet van, nevezetesen a szájnyílás közelében egy pár tojásforma testecske, ezeken belül egy pár vastagabb és rövidebb, végre legbelül egy pár vékonyabb és sokkal hosszabb cuticula-pálczika, mely utóbbiak a garatüregben fekvőknek látszanak. A garat a bulbusig egyforma vastagnak látszik. A garat bulbus megnyúlt, kis mértékben tojásforma, belső ürege hosszú, keskeny rés, cuticula-lemezkei haránt fekvésűek, hátulsó vége kocsányszerűen megnyúlt s az emésztőgyomorba mélyedt. Női ivarszerve egyszerű s a női ivarnyílás a test közepén fekszik. A fark aránylag rövid, hirtelen és erősen vékonyodik, csúcsa meglehetősen hegyes.

A rendelkezésemre állott anyagban csupán nőstény példányokat találtam, a melyeknek méretei a következők:

testhossz	1.24 mm.
garathossz	0.29 mm.
farkhossz	0.18 mm.
legnagyobb átmérő	0.03 mm

A genus eddig ismert fajaitól főleg szájúregének szerkezetével különbözik, de eltér ezenkívül méreti viszonyaival, főleg garatjának hosszával is.

Termőhelye a lemieni szágó láb.

18. *Plectus obtusicaudatus* n. sp.

Teste egész hosszában majdnem egyforma vastag, de fejvége és farka vékonyabb, különösen pedig az utóbbi. Cuticulája meglehetősen vastag, síma és gyűrűzetlen. Fejvége meglehetősen hegyesen végződik. Szájnyílása egyszerű, sem sörtéket, sem papillákat nem

visel. Száj-, illetőleg garatüregében kétféle cuticula-testecske van, nevezetesen a szájnylás közelében két cuticula-gömböcske, ezek mögött két hosszú cuticula-pálczika. A cuticula-pálczikák hátsó végén egy pár cuticula-gömböcske s ezek mögött másik pár cuticula-pálczika sorakozik, de a két pálczika valamivel rövidebb a két elsőnél. A garat hátrafelé gyengén vastagodik, lumenét meglehetősen vastag cuticula köríti. A garatbulbus széles tojásforma, de mindkét vége egyformán kerekített, belsejében piskótaforma lument tartalmaz, hátsó végéről az emésztőgyomorral közlekedő széles, levélforma nyelecske lóg le. Női ivarszerve kétszarvú s a női ivarnylás a test közepe táján fekszik. A feltűnően rövid fark csúcsa felé fokozatosan vékonyodik ugyan, de azért meglehetősen vastag és csúcsa tompán kerekített; alsó oldala közepén öblös, felső oldala gyengén íves; belsejében nagy mirigyek vannak, melyeknek kivezető nyílása a fark csúcsán van és azonnal szembetűnik.

Csupán nőtény példányait találtam meg, melyeknek méretei a következők:

testhossz	0.31 mm.
garathossz	0.08 mm.
farkhossz	0.05 mm.
legnagyobb átmérő	0.02 mm.

A genusnak eddig ismert fajaitól szájüregének szerkezete, farkának alakja, szerkezete és rövidege alapján könnyen megkülönböztethető.

Termőhelye a lemieni szágó láp.

19. *Cylindrolaimus macrurus* n. sp.

Teste mindkét vége felé vékonyodik, de elől kevésbé, mint hátul, legvastagabb közepe táján. Cuticulája meglehetősen vastag, síma, gyűrületlen. Fejvége sokkal vékonyabb, mint a garat hátsó vége. Szájnyílása egyszerű, rajta sem sörték, sem papillák nincsenek. Szájüregében, illetőleg mellső garatvégének üregében kétféle cuticula-test van, nevezetesen a szájnylás közelében két kis, gömbölyű cuticula-test s ezek mögött két hosszú, vékony cuticula-pálczika, melyek egymással s a test hossztengelyével is párhuzamosan fekszenek, de hátsó végük átellenesen egymásfelé, illetőleg befelé

görbül. A garat hátrafelé fokozatosan vastagodik, de bulbusa nincs. A női ivarszerv egyszarvú s a női ivarnyílás a test közepe táján fekszik. A fark hirtelen és erősen vékonyodik, végsőcsúsa hegyes, belsejében mirigyeket nem tudtam megkülönböztetni.

Az átvizsgált anyagban csupán nőtényeket találtam, a melyeknek méretei a következők:

testhossz	1·36 mm.
garathossz	0·23 mm.
farkhossz	0·3 mm.
legnagyobb átmérő	0·04 mm.

A genusnak eddig ismert fajaitól száj- s illetőleg garatüre-gének szerkezete, továbbá farkának alakja és aránylagos hossza-sága alapján könnyen megkülönböztethető.

Termőhelye a lemieni szágó láb.

20. *Dorylaimus brachyuris* d. Man.

Csupán nőtény példányait találtam meg, melyeknek mére-tei a következők voltak:

testhossz	1—1·2 mm.
garathossz	0·23—0·25 mm.
farkhossz	0·02—0·03 mm.
legnagyobb átmérő	0·03—0·04 mm.

Termőhelye a lemieni szágó láb.

21. *Dorylaimus Birói* n. sp.

Teste egész hosszában csaknem egyforma vastag s csupán hátulsó vége vékonyodott el. Cuticulája egészen síma, gyűrületlen. Fejvége alig valamivel vékonyabb, mint a test többi része. Szájnyi-lása egyszerűnek látszik, a mennyiben rajta sem sörtéket, sem pa-pillákat nem tudtam megkülönböztetni. Az aránylag hosszú garat hátrafelé fokozatosan vastagodik, cuticula-tüje erőteljes, de meg-lehető rövid. A női ivarszerv kétszarvú, szarvai meglehetőss hosszúak; a női ivarnyílás a test közepe táján fekszik. A fark az alfelnyíláson túl, egész hosszának majdnem feléig fokoza-tosan és gyengén, azontúl ellenben hirtelen és egyszerre elvéko-nyodik, hegyes csúcsban végződik, de egészben véve igen rövid.

Csupán nőstény példányait találtam, melyeknek méretei a következők:

testhossz	1.53 mm.
garathossz	0.34 mm.
farkhossz	0.05 mm.
legnagyobb átmérő	0.02 mm.

E faj, melyet gyűjtőjének, BIRÓ LAJOS-nak nevééről neveztem el, a genus eddig ismert fajaitól farkának alakja, szerkezete és hosszúsága alapján könnyen megkülönböztethető.

Termőhelye a lemieni szágó láp.

22. Dorylaimus filiformis Bast.

A rendelkezésemre állott anyagban hímeket és nőstényeket egyaránt találtam s ezeknek méretei a következők:

	Nőstény	Hím
testhossz 1.69 mm.	1.61 mm.
garathossz 0.33 mm.	0.32 mm.
farkhossz 0.34 mm.	0.01 mm.
legnagyobb átmérő	0.05 mm.	0.03 mm.

Termőhelye a lemieni szágó láp.

AZ ÁLLÓCSILLAGOK TENGELYFORGÁSÁRÓL.

KÖVESLIGETHY RADÓ I. tagtól.

Az állócsillagok spektrumának fotografiai úton való megfigyelése oly nagyfokú pontosságot biztosít, hogy ez úton már ezen égi testek tengelyforgása is bevonható észleleteink körébe. ABNEY mutatta ki először 1877-ben, hogy az állócsillagok forgó mozgása folytán spektrumuk minden vonala egyenletesen kiszélesedik mindkét oldal felé. E magyarázat ugyan nem volt alkalmazható — mint szerzője eredetileg akarta — az I. *a.* típusú csillagokra, a melyek spektrumában az alig látható, finom fémvonalak mellett csupán a hidrogenvonalak szélesek, de némileg rá illett — legalább addig, míg csak vizuális megfigyelések járták — az I. *b.* típusba sorolható csillagokra, a melyeknek kis számú vonala elég egyenletesen elmosódott. Ha pl. *a* Cygni spektruma, mely eddig legjobban felelt meg ABNEY következtetésének, a csillag tengelyforgása által volna magyarázandó, akkor æquatora egy pontjának 25 km.-nyi sebességet kellene tulajdonítani másodpercenként.

A potsdami csillagvizsgálón felvett, pontosságuk révén híres spektrogrammok nyomán H. C. VOGEL* valószínűvé tette, hogy *a* Aquilæ és talán még *β* és *δ* Leonis és *β* Cassiopeiæ valóban tengelyforgással bíró csillagok, a melyeknek æquatorsíkja közel belesik a látás vonalába. Altair spektruma, mely különben a Napéhoz rendkívül közel áll, minden vonalában tetemesen kiszélesedett, olyannyira, hogy a sűrűbben álló vonalak összefolyván, sávolyokká sorakoznak. Ama gondolat, hogy e hatást egy közeli kisérő okozhatná, melylyel Altair spektroskopi kettőscsillagot alkot, jelen esetben nem merülhet fel, minthogy a vonaleltolódás semmiféle

* Sitz. ber. d. k. preuss. Akad. d. Wiss. zu Berlin. 1898. nov. 17. 725. l.

periodust nem árul el, a melynek hiányoznia nem volna szabad, ha valamely rendszer súlypontja körül történő mozgásokról lehetne szó.

A vonalak elmosódottsága ez idő szerint még nem ad ugyan eszközt a forgó mozgás æquatori sebességének lemérésére, mindazonáltal e mennyiség VOGEL nyomán legalább nagyságrendjét illetőleg megbecsülhető. A Nap spektrumában, melyhez, mint említők, α Aquilæ spektruma nagyon közel áll, az ibolya mezőben fekvő vonalaknak átlagos köze $0,04 \mu$. Egyenletes eloszlást tételezve fel, $13,5$ km.-nyi sebesség elegendő arra, hogy e vonalak két oldalt a kölcsönös érintkezésig kiszélesedjenek és sávolyokat képezhessenek. Minthogy azonban e vonalak szélei nagyon fénytelenek és ennél fogva nehezen észrevehetők, valószínű, hogy az érintkezés még tényleg nem volna konstatalható. Kétségtelenül könnyen észrevehető azonban a vonalak egymásba folyása, mihelyt a sebesség kétszeres értékére, másodpercenként 27 km.-re növekednék.

E sebességet kellene tehát tulajdonítani Altair æquatorának; ez ugyan 13 -szor oly nagy, mint a Nap æquatoráé, de csak kétszer akkora, mint Jupiteré, és ennél fogva valószínűsége ellen analogiák szempontjából komoly ellenvetés nem tehető.

Ily megfigyelési tényekkel szemben érdekesnek tartottam megvizsgálni a kérdés elméleti oldalát is, mely különben már akkor is felmerült, midőn a nyugvó égi testek spektrumával foglalkoztam.

Képzeljünk gázállományú, sferoid égi testet, a mely tengelye körül forog, de egyébként külső ráható erőknek nincs alávetve. Középpontjában felvesszünk derékszögű koordinátarendszert, a melynek Z tengelye maga a forgási tengely s melynek XY síkja az æquatorral esik össze. Az égi test lehet akár egész tömegében gázállományú, akár birhat centrális maggal, a mely — mint a bolygók esetében — környezeténél sűrűbb, vagy — mint némely bolygós ködfoltnál — ennél ritkább. Mindenesetre felteszszük azonban, bár csak a számítás egyszerűsítése kedvéért, hogy az égi test barycentrumos. E feltevés elvileg nem lényeges, de bizonynyal indokolt, minthogy a Nap példájára támaszkodva, nagy lapultsággal bíró állócsillagok nem várhatók.

Ily feltevés mellett legyen g_1 és g a nehézségi erő gyorsulása a csillag és a Föld felületén, u azon gyorsulások viszonya, a mely az égi testben r középponti távolságban s a felületen észlelhető. Legyen továbbá s az égi test anyagának térfogategységenkénti nehézsége a Földön lemérve, p a nyomás, mindkettő ugyancsak a középponttól számított r távolságban. Ha még ω a tengelyforgás szögsebessége, tehát

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (1)$$

a hol T az égi test tengelyforgásának ideje, akkor állanak a következő egyenletek:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= -\frac{s}{g} \left(g_1 u \frac{x}{r} - \omega^2 x \right) \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= -\frac{s}{g} \left(g_1 u \frac{y}{r} - \omega^2 y \right) \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= -\frac{s}{g} g_1 u \frac{z}{r}, \end{aligned} \quad (2)$$

a melyekben a NEWTON-féle törvény értelmében barycentrumos testre még áll:

$$u = \frac{mr_1^2}{Mr^2}, \quad (3)$$

feltéve, hogy m az r , M pedig az egész, r_1 sugarú gömbben foglalt tömeget jelenti.

Ha a (2) egyenleteket differenciáljuk és bennük (3) segítségével u -t, valamint a szintén (3)-ból levezethető

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{4\pi r_1^2}{M} \frac{xs}{r} - \frac{2x}{r^2} u \\ \frac{\partial u}{\partial y} &= \frac{4\pi r_1^2}{M} \frac{ys}{r} - \frac{2y}{r^2} u \\ \frac{\partial u}{\partial z} &= \frac{4\pi r_1^2}{M} \frac{zs}{r} - \frac{2z}{r^2} u \end{aligned}$$

differenciálhányadosokat helyettesítjük, a következő egyenletrendszerhez fogunk jutni:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \left(3 \frac{x}{r^2} - \frac{1}{x}\right) \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{s} \frac{\partial s}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial x} + \\ + \frac{1}{g} \left(\frac{4\pi r_1^2 g_1}{M} s^2 - 3s\omega^2\right) \frac{x^2}{r^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \left(3 \frac{y}{r^2} - \frac{1}{y}\right) \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{1}{s} \frac{\partial s}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial y} + \\ + \frac{1}{g} \left(\frac{4\pi r_1^2 g_1}{M} s^2 - 3s\omega^2\right) \frac{y^2}{r^2} = 0 \\ \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \left(3 \frac{z}{r^2} - \frac{1}{z}\right) \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{1}{s} \frac{\partial s}{\partial z} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{4\pi r_1^2 g_1}{Mg} s^2 \frac{z^2}{r^2} = 0. \quad (4) \end{aligned}$$

Mintthogy ebben p -n kívül az s független változó is szerepel, e rendszer az égi testnek minden tetszőleges hőegyensúlyára nézve érvényes, és ha benne $\omega=0$ volna, akkor a rendszer egyetlenegy egyenletbe vonható össze, a melyet már más alkalommal adtam.*

Az integrálás csak akkor vihető keresztül, ha p és s összefüggése adva van, azaz ha ismerjük az égi test hőállapotját is. Míg tehát a mechanikai egyensúly — mely pusztán a (4) egyenletek létezését követeli — végtelen sokféle módon elégíthető ki, addig mindezen módok között csak egyetlenegy akad, a mely egyszersmind hőmechanikai szempontból is egyensúly.

Az idézett értekezésemben kifejtett okok alapján az egyensúly ez esetben is még isentropikusnak tekintendő. Ekkor állanak a Poisson-féle egyenletek:

$$p = p_0 \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^{n+1} \quad \text{és} \quad s = s_0 \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right)^n, \quad \text{ha} \quad \frac{1}{k-1} = n. \quad (5)$$

A 0 indexsel ellátott mennyiségek az égi test középpontjára, vagy ha centrális maggal bírna, annak felületére vonatkoznak; θ az abszolút hőmérsékletet jelenti, k az állandó nyomás és állandó térfogat mellett mért fajhő viszonya.

* Az égi testek spektruma. Math. és Term. Ért. XVII. köt. 124. l.

Ezen egyenlet felhasználásával kiszámítható az (x, y, z) pontban uralkodó abszolút hőmérséklet a következő rendszerből:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \left(3 \frac{x}{r^2} - \frac{1}{x} \right) \frac{\partial \theta}{\partial x} + \left(\frac{4\pi r_1^2 g_1 s_0^2}{(n+1) Mg \theta_0^{n-1} \rho_0} \theta^n - \frac{3\omega^2}{c_p g} \right) \frac{x^2}{r^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \left(3 \frac{y}{r^2} - \frac{1}{y} \right) \frac{\partial \theta}{\partial y} + \left(\frac{4\pi r_1^2 g_1 s_0^2}{(n+1) Mg \theta_0^{n-1} \rho_0} \theta^n - \frac{3\omega^2}{c_p g} \right) \frac{y^2}{r^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \left(3 \frac{z}{r^2} - \frac{1}{z} \right) \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{4\pi r_1^2 g_1 s_0}{(n+1) Mg \theta_0^{n-1} \rho_0} \theta^n \frac{z^2}{r^2} &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Ha végül a fellépő változóknak relativ értékeit vezetjük be, írva:

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \vartheta; \quad \frac{x}{r_1} = \xi; \quad \frac{y}{r_1} = \eta; \quad \frac{z}{r_1} = \zeta; \quad \frac{r}{r_1} = \rho, \quad (7)$$

akkor a következő végleges egyenletrendszerhez jutunk:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \xi^2} + \left(3 \frac{\xi}{\rho^2} - \frac{1}{\xi} \right) \frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} + \left(q^2 \vartheta^n - \frac{3\omega^2 r_1^2}{c_p g \theta_0} \right) \frac{\xi^2}{\rho^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \eta^2} + \left(3 \frac{\eta}{\rho^2} - \frac{1}{\eta} \right) \frac{\partial \vartheta}{\partial \eta} + \left(q^2 \vartheta^n - \frac{3\omega^2 r_1^2}{c_p g \theta_0} \right) \frac{\eta^2}{\rho^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \zeta^2} + \left(3 \frac{\zeta}{\rho^2} - \frac{1}{\zeta} \right) \frac{\partial \vartheta}{\partial \zeta} + q^2 \vartheta^n \frac{\zeta^2}{\rho^2} &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

a melyben, mint előbb idézett dolgozatomban * is

$$q^2 = \frac{4\pi r_1^2 g_1 s_0^2}{(n+1) Mg \rho_0} \quad (9)$$

által van adva és ugyancsak

$$q^2 = \frac{4\pi (k-1) a^2}{kE} \frac{r_1^2 s_0^2}{\rho_0} \quad (9')$$

alakra hozható, melyben E a Föld tömegét, a pedig közép sugarát jelenti.

* i. h. 126. l.

A (8) egyenletrendszer általánosan meghagyott n mellett zárt kifejezés alakjában nem integrálható. Csupán $n=0$, $n=1$ és $n=5$ esetében sikerül zárt integrálokat levezetni; az utóbbi $n=5$ esetben az égi test egyetlenegy tömegpontba zsugorodik össze.

Az általános esetre vonatkozólag is elég tisztán belátunk a viszonyokba, ha az integrálást csupán $n=0$ és $n=1$ esetekben is keresztülvizsgáljuk.

I. Ha $n=0$, vagyis $k=\infty$, a mi a Poisson-féle egyenletek értelmében isopler vagy homogen égi testnek felel meg, akkor a (8) rendszer megoldása

$$\begin{aligned} \vartheta_{\xi} &= A + \frac{B}{\rho} - \frac{1}{6} \left(q^2 - \frac{3\omega^2 r_1^2}{c_p f \theta_0} \right) \xi^2 \\ \vartheta_{\eta} &= C + \frac{D}{\rho} - \frac{1}{6} \left(q^2 - \frac{3\omega^2 r_1^2}{c_p f \theta_0} \right) \eta^2 \\ \vartheta_{\zeta} &= E + \frac{F}{\rho} - \frac{1}{6} q^2 \zeta^2 \end{aligned} \quad (10)$$

egyenletekben rejlik, melyekben a ξ , η , ζ indexek a három tengely mentén mért relatív hőmérsékletekre utalnak. Az $A, B \dots F$ mennyiségek a szükséges számú önkényes állandók.

Ezek értékeinek meghatározásában lényeges különbséget tesz, vajjon az égi test bír-e szilárd maggal, vagy sem. Ha szilárd mag vagy centrális üreg nincs, akkor a határfeltételek a következők.

Az égi test középpontjában a hőmérséklet egyenlő θ_0 -lal, a relatív hőmérséklet tehát egyenlő az egységgel. Vagyis:

$$\xi = \eta = \zeta = 0, \text{ tehát } \rho = 0 \text{ számára is } \vartheta = 1.$$

Az égi test egész felületén és ennek minden pontjában a hőmérséklet a tér hőmérsékletével összeesőnek vehető, tehát igen közel nulla. Vagyis

$$\begin{aligned} \vartheta = 0 \text{ akár az } \text{\ae} \text{quator alatt, tehát } \xi^2 + \eta^2 &= \frac{a^2}{r_1^2}, \zeta = 0 \text{ számára,} \\ \text{akár a polus alatt, tehát } \xi = \eta = 0, \zeta &= \frac{b}{r_1} \text{ számára,} \end{aligned}$$

feltéve, hogy a és b az égi test æquatori, illetve poláris sugarát jelenti.

A középpontra vonatkozó feltétel értelmében

$$B=D=F=0 \quad \text{és} \quad A=C=E=1, \quad (11)$$

minthogy a középpontban is véges hőmérséklet miatt az integrál $\frac{1}{\rho}$ tagjának ki kell esnie.

Ennek értelmében a (10) rendszer összevonható a következő egyszerű egyenletbe :

$$\delta = 1 - \frac{1}{6} \left(q^2 - \frac{3\omega^2 r_1^2}{c_p g \theta_0} \right) (\zeta^2 + \eta^2) - \frac{q^2}{6} \zeta^2. \quad (12)$$

Minthogy a középpontra vonatkozó feltétel már kimerítette a rendelkezésre álló önkényes állandókat, a még hozzájáruló felületi feltétel a problémának jellemző adatai között szab feltételi egyenletet. A felület æquatori részében áll tehát az előbbiek szerint

$$1 - \frac{1}{6} \left(q^2 - \frac{3\omega^2 r_1^2}{c_p g \theta_0} \right) \frac{a^2}{r_1^2} = 0, \quad (13)$$

és hasonlóan a felület pólusaiban :

$$1 - \frac{1}{6} q^2 \frac{b^2}{r_1^2} = 0. \quad (14)$$

Mindezen egyenletekben r_1 ama gömb sugarát jelenti, a mely az adott forgási ellipsoiddal egyenlő tömeggel és térfogattal bír. E szerint

$$r_1^3 = a^2 b = a^3 (1-a), \quad (15)$$

ha a kis tengely helyett a lapultságot hozzuk be.

Ezen utóbbi egyenletből következik

$$\frac{a}{r_1} = (1-a)^{-\frac{1}{3}}, \quad \text{és} \quad \frac{b}{r_1} = (1-a)^{\frac{2}{3}}. \quad (16)$$

Ha ezen értékeket a (13) és (14) egyenletekbe beviszszük, akkor ezek

$$\left(q^2 - \frac{3\omega^2 r_1^2}{c_p g \theta_0}\right)(1-\alpha)^{-\frac{2}{3}} = 6; \quad \text{és} \quad q^2(1-\alpha)^{\frac{2}{3}} = 6 \quad (17)$$

alakban írhatók, vagy ezekből q^2 eliminatioja után

$$(1-\alpha)^{-2} - \frac{\omega^2 r_1^2}{2c_p g \theta_0} (1-\alpha)^{-\frac{2}{3}} = 1, \quad (18)$$

a mi a kis α második és magasabb hatványainak elhanyagolása után még

$$\alpha = \frac{\omega^2 r_1^2}{4c_p g \theta_0} \quad (19)$$

alakban is írható.

A lapultság egyenlete itt egészen más alakban lép fel, mint NEWTON-nál vagy CLAIRAUT-nál, a kik kifejezésébe csupán mechanikai mennyiségeket vezettek be. Később ki fogom mutatni, hogy ezen alak is minden nehézség nélkül a megszokott mechanikai képletté alakítható át.

A kifejezés számlálója az æquatori vonalás sebességnek négyzete, tehát spektroszkopi úton, a FRAUNHOFER-féle vonalak eltolódása révén ismert hossz mértékben megfigyelhető mennyiség. És minthogy a csillag spektrophotometriai megfigyelése egyrészt a középponti hőmérséklet ismeretéhez is vezet és másrészt az anyagösszetételből c_p is következtethető, az égi testek lapultsága tisztán fényük elbontása útján is megállapítható. Sőt minthogy az égi test sugara is adódik,* az ismert ωr_1 szorzat egyes faktoraira tényleg elbontható, a mi a tengelyforgás idejének ismeretéhez is vezet.

II. Ha egy második esetben $n=1$, azaz $k=2$ volna, akkor a (8) egyenletrendszer megoldása lesz:

* id. h. 155. l.

$$\begin{aligned} \vartheta_{\xi} &= A \frac{\sin q\rho}{q\rho} + B \frac{\cos q\rho}{q\rho} + \frac{3\omega^2 r_1^2}{q^2 c_p g \theta_0}, \\ \vartheta_{\eta} &= C \frac{\sin q\rho}{q\rho} + D \frac{\cos q\rho}{q\rho} + \frac{3\omega^2 r_1^2}{q^2 c_p g \theta_0}, \\ \vartheta_{\zeta} &= E \frac{\sin q\rho}{q\rho} + F \frac{\cos q\rho}{q\rho}. \end{aligned} \tag{20}$$

Egész tömegükben gázállományú égi testek számára a határ-feltételek ugyanazok maradnak, mint I-ben. Ennélfogva külön-külön a középpontban érvényes feltétel alapján :

$$\begin{aligned} \xi=0, \quad \eta=0, \quad \zeta=0 \text{ számára } \vartheta_{\xi}=\vartheta_{\eta}=\vartheta_{\zeta}=1, \\ \text{azaz ismét:} \quad B=D=F=0 \quad \text{és} \quad A=C=E=1. \end{aligned} \tag{21}$$

A felületi feltétel ad az æquator számára

$$\begin{aligned} \vartheta_{\xi}=\vartheta_{\eta}=0, \quad \text{ha} \quad \rho = \frac{a}{r_1} = (1-a)^{-\frac{1}{2}}, \\ \text{és hasonlóan a pólus alatt:} \\ \vartheta_{\zeta}=0, \quad \text{ha} \quad \rho = \frac{b}{r_1} = (1-a)^{\frac{3}{2}}. \end{aligned}$$

Ezen feltételekből következik (20) számára

$$\frac{\sin q(1-a)^{-\frac{1}{2}}}{q(1-a)^{-\frac{1}{2}}} = - \frac{3\omega^2 r_1^2}{q^2 c_p g \theta_0}; \quad \text{és} \quad q(1-a)^{\frac{3}{2}} = \pi, \tag{22}$$

vagy ismét q eliminálása után

$$\frac{\sin \pi(1-a)^{-1}}{\pi(1-a)^{-1}} = - \frac{3\omega^2 r_1^2}{\pi^2 c_p g \theta_0} (1-a)^{\frac{3}{2}}. \tag{23}$$

Ha első közelítésben ismét α -nak csak első hatványát tartjuk meg, akkor

$$\alpha = \frac{3\omega^2 r_1^2}{\pi^2 c_p g \theta_0}, \tag{24}$$

a mely kifejezés egészen egy, csupán n , azaz k -tól függő állandóig a (19) egyenlettel azonos. $n=0$ esetében volt e faktor 0.25, jelenleg értéke $\frac{3}{\pi^2} = 0.304$.

Általában véve is írhatjuk tehát

$$\alpha = K \frac{\omega^2 r_1^2}{c_p g \theta_0}, \quad (25)$$

a hol K állandó lényegesen az égi test anyagát képező két fajhő viszonyától függ, ha az egyensúlyi állapot isentrop. Általánosabban mondva K lényegesen az égi test hőegyensúlya által adott. Számértéke tetszőleges n mellett csak úgy állapítható meg, ha a (8) egyenletrendszer numerikusan integráljuk, különben pedig úgy járunk el, amint azt a bemutatott integrabilis esetekben tettük.

A (17) és (22) egyenletek másodikika érdekes tényt involvál, mely már abban is találta kifejezését, hogy a problema szükséges két határfeltételének már elseje is teljesen rendelkezett az integratio állandói felett. Ha ugyanis ω és α nullával egyenlő, akkor a q^2 állandó előírt értéket vesz fel, mely tisztán a két fajhő viszonyától függ. Vagy más szóval, az egész tömegükben gáznemű égi testek nem képeznek individuumokat, hanem osztályokat, melyek jellemzője tisztán csak a gömb hőegyensúlyától és a két fajhő viszonyától, tehát a molekuláris szerkezettől függ. E tételt már korábbi dolgozatomból * ismerjük. Ha az égi test tengelyforgással bír, akkor ugyan nem q^2 maga, hanem mégis legalább az idézett két egyenlet folytán

$$q(1-\alpha)^{\frac{2}{3}} = \text{állandó}, \quad (26)$$

a mely érték tekintettel (9')-re a következő alakban is írható:

$$\frac{r_1^2 s_0}{\sqrt{p_0}} (1-\alpha)^{\frac{2}{3}} = \text{állandó}. \quad (26')$$

E szerint a forgó gázállományú égi testek sem képeznek külön individuumokat, hanem csak osztályokat, és úgy látszik, hogy a lapultságának $\frac{2}{3}$ exponense minden k számára ugyanaz.

A lapultságának előbb talált (25) kifejezése könnyen oly alakba hozható, melyben csupán mechanikai jelentőségű mennyiségek szerepelnek.

* id. h. 131. l.

Az égi test tömegegysége által felvett hőmennyiség

$$dQ = c_p d\theta - v dp \quad (27)$$

egyenlet által fejezhető ki, a melyben v a tömegegység térfogatát jelenti. Ha az égi testet gömbalakúnak tekintjük, akkor a hydrodynamikai alapegyenlet értelmében

$$v dp = - \frac{g_1}{g} u dr, \quad (28)$$

s ezen értéknek az előbbi egyenletbe való bevitele ad, isentropikus egyensúlyt tételezve fel:

$$0 = c_p d\theta + \frac{g_1}{g} u dr. \quad (29)$$

Ha a gömb középpontjában a hőmérséklet θ_0 , a felületen 0, akkor

$$c_p \theta_0 = \frac{g_1}{g} \int_0^{r_1} u dr, \quad (30)$$

a hol azonban az integrálás csak akkor végezhető, ha a gömb belsejében ismerjük a tömegeloszlást. Ez az állapotí egyenlet* integrálását tételezi ugyan fel, de röviden is végezhető, a mennyiben egy ismert tétel értelmében az u -nak 0 és r_1 határok között fekvő alkalmas középértéke emelhető az integrálási jel elé. E szerint

$$c_p \theta_0 = \varepsilon \frac{g_1}{g} r_1, \quad (31)$$

a mely egyenletben ε minden isentropikus egyensúlyban lévő, azonos molekuláris szerkezettel bíró égi test számára ugyanaz. Tényleges kiszámítására kiindulunk a (9) egyenletből, mely n jelentésénél és a BOYLE-GAY-LUSSAC-féle törvénynél fogva

$$q^2 = \frac{4\pi r_1^4 g_1 s_0}{c_p \theta_0 g M}$$

* id. h. 127. l.

alakban is írható. Ha bevezetjük a gázgömb közép sűrűségét (s), és tekintetbe vesszük a (31) egyenletet, akkor e kifejezés

$$q^2 = \frac{3s_0}{\varepsilon(s)} \quad (32)$$

alakban is írható.

Legyen most $\star y$ a

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dy}{dx} + q^2 y^n = 0$$

állapoti egyenletnek megoldása, akkor

$$(s) = 3s_0 \int_0^1 x^2 y^n dx$$

és ennél fogva

$$\frac{1}{\varepsilon} = q^2 \int_0^1 x^2 y^n dx. \quad (33)$$

Ha tehát $n=0$, minek folytán $q^2=6$, és

$$y = 1 - x^2,$$

akkor $\varepsilon = \frac{1}{2}$; ha ellenben $n=1$, tehát $q=\pi$ és

$$y = \frac{\sin \pi x}{\pi x},$$

akkor $\varepsilon=1$. A két atomos gázok esetében ($k = \frac{7}{5}$) a numerikus számítás szerint $\varepsilon = 2.4$ körülbelül.

A (31) egyenlet alapján átalakúl a (25) egyenlet a következővé:

$$a = \frac{K}{\varepsilon} \frac{\omega^2 r_1}{g_1}, \quad (34)$$

a mely immár a lapultságnak jól ismert NEWTON-féle kifejezése. Ha c_p -t, a mely eddig mechanikai mérték szerint van adva, hőmérték szerint mérjük, akkor az egyenlet

\star id. h. 127. és 128. l.

$$\alpha = 424 \frac{K}{\varepsilon} \frac{\omega^2 r_1}{g_1} \quad (35)$$

alakban irandó.

Inkompresszibilis folyadék számára, továbbá a Föld számára

$$424 \frac{K}{\varepsilon} = 1$$

nagyon közel, minthogy a földi lapultság nagy közelítéssel az æquatori centrifugális erő és az æquatori nehézségi erő hányadosával egyenlő.

A mennyiben Napunk is állócsillag, a mely úgy vegyi összetételénél, mint spektrumának jellegénél fogva *a* Aquilæ-vel szoros rokonságban áll, reá a (35) egyenlet szintén alkalmazható. És minthogy a napátmérő összes heliometer megfigyeléseinek discussioja szerint AUWERS a Nap lapultsága számára legvalóbbszinű értékül $\alpha = \frac{1}{50000}$ -et talál, a (35) egyenlet állandója empirikusan is megállapítható; értéke

$$424 \frac{K}{\varepsilon} = 0.943,$$

vagyis a megfigyelés bizonytalansága alapján szintén 1, a minnek értelmében egy a Nappal egyenlő típusu állócsillagra nézve áll:

$$\alpha = 0.0056 \frac{\omega^2 r_1^2}{c_p g \theta_0} \quad (36)$$

Mind ezen vizsgálódások lényeges módosítást szenvednek, ha az égi test nem egész tömegében gázállományú. Tegyük fel egyszerűség kedvéért, hogy szilárd, folyós vagy üreges maggal bír, mely gömbalakúnak vehető. Ha ennek sugara r_0 , és ha röviden

$$\frac{x_0}{r_1} = \xi_0; \quad \frac{y_0}{r_1} = \eta_0; \quad \frac{z_0}{r_1} = \zeta_0 \quad \text{és} \quad \frac{r_0}{r_1} = \rho_0, \quad (37)$$

akkor adnak pl. $n=0$ esetében a (10) egyenletek a mag felülete számára

$$\begin{aligned} \partial_{\xi} &= 1, & \text{ha} & \quad \hat{\xi} = \rho = \rho_0 \\ \partial_{\eta} &= 1, & \eta &= \rho = \rho_0 \\ \partial_{\zeta} &= 1, & \zeta &= \rho = \rho_0 \end{aligned}$$

és az egész égi test külső felülete számára :

$$\begin{aligned} \partial_{\xi} &= \partial_{\eta} = 0, & \text{ha } \sqrt{\xi^2 + \eta^2} &= \frac{a}{r_1} \\ \partial_{\zeta} &= 0, & \text{ha } \zeta &= \frac{b}{r_1}. \end{aligned}$$

Ebből következik

$$\begin{aligned} 1 &= A + \frac{B}{\rho_0} - \frac{1}{6} \left(q^2 - \frac{3\omega^2 r_1^2}{c_p g \theta_0} \right) \rho_0^2 \\ 1 &= E + \frac{F}{\rho_0} - \frac{1}{6} q^2 \rho_1^2 \\ 0 &= A + B(1-a)^{\frac{2}{3}} - \frac{1}{6} \left(q^2 - \frac{3\omega^2 r_1^2}{c_p g \theta_0} \right) (1-a)^{-\frac{2}{3}} \\ 0 &= E + F(1-a)^{-\frac{2}{3}} - \frac{1}{6} q^2 (1-a)^{\frac{2}{3}} \end{aligned} \quad (38)$$

és szerkezetre nézve teljesen hasonló egyenletek akkor is, ha $n=1$ esetében a (20) egyenletcsoportból indultunk volna ki :

$$\begin{aligned} 1 &= A \frac{\sin q \rho_0}{q \rho_0} + B \frac{\cos q \rho_0}{q \rho_0} + \frac{3\omega^2 r_1^2}{q^2 c_p g \theta_0} \\ 1 &= C \frac{\sin q \rho_0}{q \rho_0} + D \frac{\cos q \rho_0}{q \rho_0} \\ 0 &= A \frac{\sin q (1-a)^{-\frac{1}{3}}}{q (1-a)^{-\frac{1}{3}}} + B \frac{\cos q (1-a)^{-\frac{1}{3}}}{q (1-a)^{-\frac{1}{3}}} + \frac{3\omega^2 r_1^2}{q^2 c_p g \theta_0} \\ 0 &= C \frac{\sin q (1-a)^{\frac{2}{3}}}{q (1-a)^{\frac{2}{3}}} + D \frac{\cos q (1-a)^{\frac{2}{3}}}{q (1-a)^{\frac{2}{3}}}. \end{aligned} \quad (39)$$

Ezen egyenletek elegendők ugyan a problema önkényes állandóinak teljes, egyértelmű meghatározására, de már nem szabnak feltételt a feladat eredeti, jellemző állandóinak. Ennek folytán a legcsekélyebb centrális maggal vagy üreggel bíró égi testek már nem képeznek osztályt, hanem mindegyik egy-egy külön jellemzendő individuumot. E különbség mindenesetre mértékadó némely planetarikus ködfolt számára.

Nem volna célja, ha a (38) illetve (39) egyenletek felhasználása mellett a (10) és (20) integrálokat átalakítanók. Elég legyen

megjegyezni, hogy a hőmérséklet forgó gömbben a nyugvó gömbétől a tér ugyanazon pontjában csupán a lapultsággal egyenlő rendű mennyiségekben különbözik, úgy hogy a hőmérsékleti különbség gyakorlatilag tehát közvetlen megfigyelésekből ki nem mutatható.

Ugyanazon pontossággal, melylyel a speciális, integrálható esetben a lapultság csupán első hatványának megtartása jár, megoldható mindjárt az általánosan meghagyott (8) rendszer is. Ha ugyanis az égi test egy és ugyanazon pontjában ϑ a tényleges (relatív) hőmérséklet, ϑ_0 a nyugvónak képzelt gömb hőmérséklete, akkor

$$\vartheta - \vartheta_0 = \tau \tag{40}$$

a lapultság rendjével biró apró mennyiség, melynek első közelítésben már négyzete is elhanyagolható. Ha ezen ϑ értéket a (8) egyenletbe behozzuk, majd a ϑ_0 -t definiáló egyenletet is képezzük, azáltal, hogy $\omega = 0$ -t írunk, akkor a két egyenlet különbsége a kijelölt pontossági határon belül:

$$\frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2} + \left(3 \frac{\xi}{\rho^2} - \frac{1}{\xi} \right) \frac{\partial \tau}{\partial \xi} + nq^2 \vartheta_0^{n-1} \tau \frac{\xi^2}{\rho^2} = 0, \tag{41}$$

és hasonló egyenletek állanak a többi koordinátára is, melyek egyszerűen a ξ betűnek γ és ζ -val való feleszereléséből adódnak.

Ha most ezen egyenletekben a következő helyettesítéseket eszközöljük:

$$\frac{\partial \tau}{\partial \xi} = \frac{\xi}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial \rho} \quad \text{és} \quad \frac{\partial^2 \tau}{\partial \xi^2} = \frac{\xi^2}{\rho^2} \frac{\partial^2 \tau}{\partial \rho^2} + \left(\frac{1}{\rho} - \frac{\xi^2}{\rho^3} \right) \frac{\partial \tau}{\partial \rho}, \tag{42}$$

akkor mindhárom egyenlet ugyanazon egyenletbe megy át:

$$\frac{\partial^2 \tau}{\partial \rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial \rho} + nq^2 \vartheta_0^{n-1} \tau = 0, \tag{43}$$

a mely azt mutatja, hogy a^2 rendű mennyiségekig a nyugvó és forgó gázgömb közötti hőmérsékletkülönbség a gömb belsejében független az iránytól.

Két atomos gázok számára ($n=2\cdot5$) a hőmérséklet elegendő közelítéssel *

$$\vartheta=1-\rho \quad (44)$$

egyszerű kifejezéssel adható vissza. Ekkor a (43) egyenlet

$$\frac{d^2\tau}{d\rho^2} + \frac{2}{\rho} \frac{d\tau}{d\rho} + nq^2(1-\rho)^{n-1} \cdot \tau = 0, \quad (45)$$

és ha

$$y=\rho\tau \quad \text{és} \quad x=1-\rho, \quad (46)$$

még egyszerűbben

$$\frac{d^2y}{dx^2} + nq^2x^{n-1}y=0, \quad (47)$$

mely egyenlet nehézség nélkül integrálható és a hőmérsékleti különbségnek forgó és nyugvó égi test között eléggé közelített képét adja.

* i. h. 144. l. 3. ábra.

A GÉGE-CHOREA (CHOREA LARYNGIS) KÉRDÉSE.

ÓNODI ADOLF 1. tagtól.

A chorea laryngis kérdése az ellentmondó felfogások és a legkülönbébb kóralakoknak ezen névvel megjelölése folytán annyira bonyolódottá lett, hogy szükségét láttam ezen kérdést felszínre hozni, annyival is inkább, mivel épen a legutóbbi időben egy magyar közlés ezen zűrzavart még fokozta és így kívánatosnak láttam, hogy az eszmék kicserélése által a kérdés végleges tisztázása ugyancsak magyar részről induljon ki.

Bevezetésül előrebocsátom a chorea tanának mai álláspontját, melyet a chorea irodalmának alapos ismerője, PILZ ideggyógyász volt szíves rendelkezésemre bocsátani.

A chorea elnevezést eredetileg egy olyan tünetcsoport megjelölésére használták, mely azzal, a mit az ideggyógyászok manapság chorea alatt értenek, a névtől eltekintve, nem egyezik. Ezzel az elnevezéssel a középkor elején fellépett Vitustáncz-rohamokat illették, melyek epidemia módjára egy város lakosságának nagy részét megtámadták. Szemben ezen chorea magna-nak is nevezett neurosisal SYDENHAM az u. n. chorea minor (mely nevét is hordja) fogalmát állapította meg és vele egy olyan megbetegedést jelölt meg, mely lényegében az akaratlagos izomzatnak az akaratától független, szabálytalan és czéltalan rángásaiban áll. Jelenleg a chorea magna neve tulajdonképen csak történelmi értékkel bír, miután az általa megjelölt kórkép csak egyike a nagy psychoneurosis, a hysteria sok megnyilvánulásának.

Ha ma choreáról beszélünk, úgy alatta egy aetiologiai és prognostikai szempontból nagyon kevésbé egyöntetű, klinikailag azonban jól jellegezzhető megbetegedést értünk. A choreatikusnak

nevezendő mozgásoknak pathognostikus jellege azoknak határozottan arythmikus, inkoordinált voltában áll. A choreatikus rángások sem erejüknek, sem localisatiojuknak megfelelően semmi törvényszerűséget nem mutatnak, nem hozhatók összhangba az általuk megtámadt izomcsoportoknak sem agyi vagy gerinczagi, sem körzeti térbeli elrendezésével, hanem egyik izomegyedtől a másikra esapnak szabálytalanul, egyik sem hasonlítván a másikhoz. A choreatikus rángásoknak egyéb attributumai, hogy az akarttól teljesen függetlenek, egyes súlyos esetekben koordinált, akart mozgásokat teljesen lehetetlenné tesznek, psychikus izgalmak által intenzitásukban növekednek, alvás közben azonban többnyire szünetelnek.

A kóroktan és a kórlefolyás különbözősége kívánatossá teszi bizonyos alakok felállítását. Legjobban csoportosíthatók három alosztályban.

LANNOIS beosztása:	WOLLENBERG beosztása:
Chorea minor Sydenhami	Chorea infectiosa
Chorea chronica	Chorea degenerativa
A chorea tüneti alakja.	Choreaszerű állapotok.

Ezzel szemben áll a chorea hysterica, melyhez a fentemlített chorea magna sorolandó. A kiemelkedő tünetek szerint még egyes speciális nevek is alkalmaztatnak, mint chorea saltatoria, natoria stb. A legfontosabb differenciál-diagnostikus támpontok azonban CHARCOT, GOWERS, OPPENHEIM és mások szerint a következők. A rángások jellege rythmikus, monoton, bizonyos izomcsoportokra hosszú időn át szorítkozva (chorea rythmica sec. CHARCOT), többnyire koordinált mozgások jellegével bírnak, intendált mozgásokat feltűnően kevéssé zavarnak, sőt azok alatt eltűnnek. Azonkívül természetesen tekintetbe jönnek esetleges hysterikus stigmák. Nagyon fontos megkülönböztető alap gyanánt jelenleg a legtöbb ideggyógyász a kóroktant hangsúlyozza, a mennyiben mint kóroktani mozzanat az utánczás konstatálható.

GOWERS egyenesen kimondja, hogy néha mint egyedüli gyanú a rángások hysterikus természetére az imitatorikus ok érvényesíthető. A chorea hysterica is szünetel az alvás alatt. Természetesen nem szabad elfelejtenünk, hogy alkalmilag egy és ugyanazon

egyénnél mindkét neurosis vagy kombinálva, vagy egymást felváltva is előfordulhat.

A milyen élesen elkülönítik a chorea hystericát vagy jobban mondva a hysteria choreaszerű alakjait a choreától, ép úgy kellene a valódi choreát a tüneti choreától elválasztani, talán ezen nevet egészen elejteni és a WOLLENBERG által szerencsésen választott «choreaszerű állapotokat» elfogadni olyan izomrángások számára, minők góczmegbetegedéseknél stb. észlelhetnek.

Térjünk vissza az igazi choreára. A mi a chorea minor kóroktanát illeti, előbb általános prædisponáló mozzanatok említendők, mint a kor, nem, faj, öröklés, terhesség stb. A chorea minor többnyire gyermekeket, gyenge, vérszegény egyéneket ér. Az öröklés alárendelt szerepet játszik. Nőknél ezen betegségre hajlamosít a terhesség, végül chorea néha aggnoknál is észlelhető. Kóroktani szempontból különös jelentősége van az ízületi csúznak és általában a fertőző bántalmaknak. WOLLENBERG a chorea Sydenhami-t egyenesen infectiosus choreának nevezi. A heveny ízületi csúzon kívül tekintetbe jönnek különösen a vörheny és a kanyaró. Fontos tényezőt képeznek a chorea kóroktanában a psychikus mozzanatok, ijedtség, kedélyizgalmak és testi sérülések is. Ellenben az utánzásnak a valódi chorea minor keletkezésénél a legtöbb szerző semmi jelentőséget sem tulajdonít.

A chorea minor a tankönyvekben a neurosisok alatt tárgyalatik, már ebből kiviláglik, hogy a chorea kórboneztana teljes homályba van burkolva. Itt el kell tekinteni a góczmegbetegedéseknél talált leletektől, melyek klinikailag choreaszerű mozgásokat mutattak.

Egyetlen egy máig ismert lelet sem bír a choreára kórjelző értékkel, valamint nem képes a klinikai tünetcsoportot megmagyarázni.

A tünettant röviden foglaljuk össze, miután a lényeges tüneteket már felemlítettük. A folytonos, akaratlan, szabálytalan rángások különösen a végtagokat, az arcz és nyelv izomzatát támadják meg. Nehéz esetekben a szemizmok is bevonatnak, továbbá a gége izmai és a rekesz. Az érző terület érintetlen, a reflexek többnyire rendesek. A complicatiók leggyakrabban a szívet érintik. A csúzos fertőzés közös talaján egyidejűleg vagy váltakozva

fejlődnek chorea és billentyűbajok, egyes esetekben a szivizomzat choreatikus nyugtalansága is leiratott.

A kórjoslat gyermekeknél csaknem kivétel nélkül kedvező. Gyógyulás több hónap alatt biztossággal várható. Ellenben a terhések choreája nagyon komoly complicatio, mely már sokszor halállal végződött.

A chronikus degenerativ choreához olyan esetek tartoznak, melyek érettebb korban támadnak, kivétel nélkül öröklött, súlyosan terhelt egyéneknél fordul elő és súlyos szellemi zavarok mellett évek után halálhoz vezet. Függetlenül sajátos hyperkinesiseket kell felemlíteni, melyeket GOWERS «Gewohnheitskrämpfe» (szokványos görcsök) névvel jelölt meg. Ezek sajátos tic-szerű mozgások, melyeket többnyire ideges izgékony gyermekeknél találni és melyek hónapok múlva ismét eltűnnek. Egy bizonyos öröklött terheltség kimutatható. A spasmodikus mozgások pl. szemhunyorgatásokban, a fej rángatásában stb. állanak, a mozgások néhány percnyi időközökben lépnek fel, de lehetnek tartósak is. Gyakran támadnak utánzás folytán, ilyen esetekben egy sajátos köhögés laryngealis jelleggel sem ritka jelenség. Rendesen növekednek ezen szokványos görcsök, ha az illető egyénet megfigyelik.

A valódi choreával szemben megint a tünetények monotonija jó tekintetbe, továbbá kóroktanilag a fertőző bántalmak hiánya. Hysteriára nincsen kellő támpont, bár GOWERS maga is elismeri, hogy egyes esetekben nagyon nehéz megállapítani, vajjon a mozgások nem hysteriára vezethetők-e vissza.

Miután előrebocsátottuk a chorea tanának mai álláspontját, vegyük szemügyre azon eseteket és felfogásokat, melyek a chorea laryngis névvel összefüggésben állanak. Kezdjük azon nézetekkel és esetekkel, melyek tulajdonképen a chorea lényegéhez közelebb állnak. ZIEMSEN* 1875-ben megjelent tankönyvében a következőkben nyilatkozik, mire SCHECH és GOWERS is hivatkoznak. A gégeizmok choreája, melyről eddig észleletek nem közöltettek, nézete szerint a súlyos choreának rendes kísérője. Jellemzi a hangszalagfeszülés elégtelen ereje és tartama a hangképzésnél az izomössze-

* Handbuch der Krankheiten des Nervensystems II. 1875.

húzódások hiányos coordinatiója és kitartása folytán. A betegek nem képesek egy énekhangot hosszabb időre adni vagy több szót egymás után megszakitás nélkül elmondani. Az énekhangot hirtelen megszakítják és elnyelik az egyes szavak utolsó betűit. Olvasásnál nagy erőfelfejtésre kerül a sor, a betegek gyorsan kifáradnak. Hogy a hangképzésnél a hangszalagfeszülés nem elegendő, azt egyes esetekben a hang monotoniájából és aránylag mély fekvéséből is konstatálta, mely a javulással megszűnt. A gégetükörrel a gégeizmok nyugtalanságát, a hangrést záró és tágitó, valamint a hangszalagokat feszítő izmok rángatózó összehúzó-dásait jól lehet látni.

SACHS¹ szerint a gégechorea nem komplikált alakja nagyon ritkán fordul elő és jellegzik azon izmok choreaszerű mozgásai, melyek a hangszalagok mozgásait eszközlik.

NICOLL² eseteket ír le, hol száraz kemény gégeköhögés mellett, a gégetükrészeti vizsgálatnál látható volt, a mint a hangszalagok gyors és gyakori mozgásokat végeztek a középvonaltól kifelé. Egynehány hét lefolyása alatt kifejlődött ezen esetekben az általános chorea és ennek meggyógyulásával a gégechorea is megszűnt. NICOLL a gégechorea neve alatt a gégeizmok hasonló bántalmát érti, mint a chorea kórképe alatt jelentkező egyes izmokét. Eseteiben a köhögést a gége nyákhártya érzékeny részleteinek a gége szabálytalan choreatikus mozgásai által okozott nyomására vagy ingerlésére vezeti vissza.

SCHULTZEN³ egy 15 éves fiúnál az arc- és nyakizomzat choreája mellett konstatálta a két hangszalagnak rendkívül gyors, különböző erejű tremorját. A hangképzésnél a hangszalagok közeledő mozgásai rángatódzva következnek be és a beteg a hangrést csak rövid időre zárhatja.

GIBB⁴ egy ideges vérszegény asszonynál észlelte a gége izmainak choreáját. A gégetükrészeti vizsgálat a belövelt hangszalago-

¹ Lehrbuch der Nervenerkrankungen der Kinder 1897.

² Lancet 1892, March.

³ Charite Annalen 1895.

⁴ PILZ, Ueber Chorea, Monatschrift für Psychiatrie und Neurologie 1898.

kat állandó vibratorius és oscillatorius nyugtalanságban mutatta. A beteg csuklásszerű hangokat adott. A többi izomzat szabad volt. Gégetükör vizsgálattal konstatalható choreatikus nyugtalansága a hangszalagoknak egy REDTENBACHER¹ által közölt chorea esetében is fenállott. SPAMER² egy 1½ éves leánynál ír le egy choreát, hol 2—3 perczenként horkoló légzési zöreje volt hallható. A gégetük-részeti vizsgálat nem volt kivihető. SPAMER a légzési zörejt a gégezismok időszaki göresös összehúzódásaival hozza összefüggésbe. KUMCURT³ tipikus chorea két esetét írja le, hol a hangok részben artikuláltak voltak és lökésszerűen keletkeztek. A gégetük-részeti vizsgálat a choreatikus mozgások miatt kivihetetlen volt. BOND⁴ egy esetet ír le egy 11 éves fiúnál, hol a karokban és a kezekben choreatikus mozgások voltak jelen; a fiú 12 másodperc és másfél perc közötti időszakban hirtelen egy explosiv hangos saját-szerű kiáltást hallatott, mely a rekesz heves összehúzódásával és a légyszájpad felemelésével járt. Gégetük-részeti vizsgálat alatt sohasem keletkezett, hanem nyomban annak befejezése után.

SCHRÖTTER⁵ az ideges köhögés ama eseteit jelölte meg a chorea laryngis névvel, melyek más izomterületek összehúzódásaival együtt járnak és melyeknél néha a chorea rendes kórképe a köhögést megelőzi vagy követi. Ujabb könyvében nézetét fentartja.⁶ «Es handelt sich nämlich um continuirlich oder nur in ganz geringen Intervallen stattfindende Hustenstösse, die sich durch einen ganz besonderen oft beinahe musikalischen z. B. feuerwehrsignalartigen Charakter und dabei durch solche Stärke auszeichnen, dass sie weithin gehört werden können.» A beteg képes néha akarátával csökkenteni, de el nem nyomhatja. A hysteriával nem függ össze, többnyire 8—14 éves fiúknál lép fel, kiknél a légútak vagy teljesen rendben vannak, vagy csekély hurutot mutatnak, általában más betegségek tünetei nem mutathatók ki. A köhögési

¹ PILZ, Ueber Chorea, Monatschrift für Psychiatrie und Neurologie 1898.

² Wiener med. Wochenschrift 1876.

³ Semons Centralblatt f. Laryngol. 1888.

⁴ Semons Centralblatt f. Laryngol. 1896.

⁵ Allgemeine Wiener Zeitung 1879.

⁶ Krankheiten des Kehlkopfes 1892.

rohamok éjjel szünetelnek és sajátyszerű rángások lépnek fel egyéb izomterületeken, homlokon, arcban, stb. A bántalom könnyen recidivál és egyes esetekben az általános chorea előzetesen vagy utólagosan bekövetkezett. Megemlítem még SCHRÖTTER tanárnak múlt évi levélbeli nyilatkozatát ezen kérdésben. «Meine Ansicht über die Chorea laryngis ist auch heute dieselbe wie damals. Man darf unter diesem Namen nur verstehen: Gegen den Willen des Kranken auftretende Muskelcontractionen hauptsächlich im Larynx mit Bildung oft eigenthümlich tönender Laute; nicht selten gleichzeitig geringere Zuckungen in den Gesichts- oder Halsmuskeln; meist jugendliche Individuen zwischen 10—15 Jahren; günstige Prognose (Dauer 3—4 Wochen); Heilung am besten bei hydropathischen Verfahren; hie und da Recidiven.»

Az irodalomban különböző esetek irattak le a chorea laryngis neve alatt. Az esetek legnagyobb része azonban egy reflektori- kus ideges köhögésre vonatkozik.

ROE¹ eseteiben hangos ugató köhögés volt jelen, mely éjjel szünetelt, a gégeben vérbőség volt látható. MASUCCI² két esetben sajátyszerűen hangzó köhögési rohamokat látott, melyek éjjel szüneteltek. FASANO³ a gégechorea két esetét írja le SCHRÖTTER értelmében. CHIARI⁴ a chorea laryngis két esetét közli. Egy 16 éves leányka ugatóan köhög és karjaival különböző nem indokolt mozgásokat végez. Azonkívül a hasizmok heves összehúzódása és a hang illetve zörej rendkívüli ereje. A gégeben a jobb hangszalag könnyebb belöveltsége. Egy 13 éves fiú 50 kilégzést végez percenként, a zörej olyan gyenge, hogy csak közelben hallható; éjjel nyugalom, choreatikus mozgások hiányoznak, csak a kilégző izmok vannak érintve. MARKWALD⁵ egy esetet ír le egy tizenegy éves fiúnál, hol a köhögés sajátyszerű érdes hangszinezete a kilégző izmok erős működésével függ össze. Étkezésnél, beszédnél, gége-tükrészeti vizsgálatnál és éjjel nyugalom. Az arcizmokban rángá-

¹ Semons Centralblatt f. Laryngologie 1887.

² Semons Centralblatt f. Laryngologie 1887.

³ Semons Centralblatt f. Laryngologie 1889.

⁴ Monatsschrift f. Ohren-, Kehlkopfkrankh. etc. 1881.

⁵ Deutsche medicin. Wochenschrift 1889.

sok voltak észlelhetők, míg choreatikus mozgások a végtagokban nem voltak jelen. KEIMER¹ egy 12 éves fiúnál ír le egy esetet ugató köhögéssel, mely éjjel szünetelt, és az arcz- és vállizmok rángásaival. Beszéd és ének zavartalan. A hangszalagok gyors mozgással egymáshoz közelednek és ép oly gyorsan a belégző állásba térnek, mely kép a roham alatt ismétlődik, úgy hogy tág hangrés mellett áll be a köhögés. Esetét a tágabb értelemben vett gégechoreához számítja. FARUNDARENA LABAT² egy 20 éves leánynál a gégechorea reflektorikus alakját írja le. Nappal állandó köhögés, éjjel nyugalom, a hangszalagok göresös mozgásai. A túltengett alsó orrkagylók galvanokaustikus kezelésével gyógyulás. TAMBURINI³ egy esetben cocaintól látott eredményt.

PORCHER⁴ esetében egy 40 éves nőnél hangrésgöres rohamok léptek fel előző heves köhögéssel. Helybeli kezeléssel gyógyulás. POSTHUMUS MEYJES⁵ egy 50 éves férfínál a gégechorea tipikus esetét írja le. Állandó kínzó köhögés áll fenn, mely éjjel szünetel, a köhögés a foka kellemetlen hangjára emlékeztet, choreatikus mozgások hiányoznak. Antipyrinnel gyógyulás. A saját esetét szembe állítja a LINKENFELD⁶ által közölt esettel, és ezt a chorea vocalis névvel jelöli meg. Ezen eset egy 11 éves fiúra vonatkozik, hol csak az alvással és étkezéssel megszakított mekegő hang és azt követő rövid ugató köhögés állott fenn. Állapota fokozatosan javult és aztán újra fellépett olvasásnál, számolásnál és éneklésnél. Miután mintegy hat szót olvasott, a könyvet elejtette, feje a tarkóban kissé meghajolt, egy mély és hosszúra nyúlt be- és kilégzés következett be és szakadatlanul hangok lökettek ki, minden hangképzéssel egyidejűleg a jobb arczideg területében rángatózás jelentkezett. WEIL⁷ egy 17 éves leány esetét írja le, hol egy év óta ugató köhögések velótrázó erővel léptek fel, melyek éjjel szüneteltek. Az orr- és orrgaratüreg gyógykezelésével gyógyulás.

¹ Deutsche medicin. Wochenschrift 1885.

² Semons Centralblatt f. Laryngologie 1892.

³ Semons Centralblatt f. Laryngologie 1889.

⁴ Semons Centralblatt f. Laryngologie 1894.

⁵ Monatschrift f. Ohrenheilkunde etc. 1892.

⁶ Monatschrift f. Ohrenheilkunde etc. 1891.

⁷ Wiener Klin. Wochenschrift 1898.

SCHMIDT¹ egy papra vonatkozó esetet közöl, kinél a szónoklat közben minden öt perczen göres állott be, különösen az o hangzó képzésénél. TOULMIN² a gége-chorea elnevezést azon esetekre foglalja le, melyeknél a gége akaratlan fel- és lefelé mozgása van jelen, ezen mozgások egészséges és különböző bántalmakban szenvedő egyéneknél fordulnak elő. Leggyakrabban találhatók ezen mozgások a belégzés alatt, aneurysmáknál a kilégzés alatt is. Leggyakrabban előfordulnak aneurysmánál vagy az aorta tágulatánál.

SZEGŐ³ két endemiát ír le, melyet a gégechoreával hoz összefüggésbe. Egy leányárvaházban két növendék betegedett meg, sajátyszerű ugató köhögés lépett fel. Az ugató hang 1—3 kilégzés alatt ismétlődik, a szabad időközök néhány perczig, néha egy-két óráig tartanak. A hang meglehetősen csengő, a légzés rendes, gyógyulás. SZEGŐ a leírt bántalmat azon esetek közé sorolja, a melyeket a gégechorea névvel jelölnek meg. Kiemeli ezen endemiánál az imitációs jelenségeket, melyek a növendékek elkülönítése által gyorsan megszüntethetők voltak. Egy hasonló endemiát is felemlít, melyről BÓKAI tanár útján értesült. Egy magasabb leánynevelő-intézetben megbetegedett egy 14 éves növendék, kinél több percnyi időközben, többször ismétlődő, a ló tüsszenéséhez hasonló kilégzés volt észlelhető, melyet egy erős, az egész testet megrázó hangexplosio kísért. Ezt csakhamar két más eset követte hasonló tünetekkel, a különbség csupán a hangban mutatkozott, mely ezen két esetben inkább a kutyaugatáshoz hasonlított. Ezen esetek gyógyultak. Az iskolai év megnyitásakor az említett három beteg közül kettő recidivált. Erre csakhamar cumulative léptek fel a megbetegedések, úgy hogy 12 növendék lett megtámadva. A hangtünetnek különböző jellege volt, a lúd, papagáj, a nyerítő ló ismert hangnyilvánulásai, a legtöbb esetben azonban a kutya ugatása nyújtották a hasonlatot. Egy esetben ezen kilégzési hangtünetet egy belégző göres kísérte. Az egyik leánynál fellépő roham provokálta a többiekét is és ilyenkor a tanítónő elbeszélése szerint olyan vad lárma keletkezett, mintha egy állatsereglet bestiái let-

¹ Semons Centralblatt f. Laryng. 1897.

² Allgemeine medic. Centralzeitung 1897.

³ Jahrbuch f. Kinderheilkunde 1896.

tek volna feluszitva. SZEGŐ még egy esetet említ, mely egy 10 éves leányra vonatkozik, ki gégechorea kórismével a kórházban feküdt, minden kilégzésnél a birkamekegéshez hasonló hangot adott, mely alváskor szünetelt. Halállal végződött. PREISZ¹ tanár végezte a bonczolatot és közölte az esetet következő czimmal: «A nervus vagus és recurrens elváltozásai chorea laryngis egy esetében.» Ezen esetre később még vissza fogunk térni, miután a felvetett kérdés egyes megjegyzések tételét szükségessé teszi.

Ezzel a rendelkezésünkre állott anyagot kimerítettük és egyszersmind láttuk, hogy milyen hihetetlen módon lett a chorea laryngis elnevezés a legkülönbözőbb kóresetekben alkalmazva. Mielőtt saját álláspontunkat ezen kérdésben megjelölnék és az eddig említettek kritikailag megvilágítanók, jónak látom előbb az egyes felfogásokat megemlíteni.

KNIGHT² chorea laryngis alatt a gégeizmok szabálytalan és akaratlan működését érti. Három alakot különböztet meg: 1. a gége szűkítő izmai, a mellkas és has kilégző izmai vannak megtámadva; 2. a gége izmai egyedül vesznek részt; 3. a kilégző izmok vannak érintve.

ROSENTHAL³ könyvében SCHRÖTTER leírására hivatkozva azt mondja, hogy a chorea laryngis neve az ideges köhögésre nem fogadható el, mert a choreánál a rendellenes mozgások fellépnek, ha a beteg iparkodik akaratlagos mozgásokat végezni, míg ezen esetekben a köhögési rohamok ellenkezőleg megszűnnek, ha a beteg beszél, tehát gégeizmait a hangképzésre működteti.

SCHUCH⁴ könyvében azt írja, hogy SCHRÖTTER az ideges köhögés azon alakjait jelölte meg, melyek más izomterületek rángásaival járnak. Mások nem motivált vagy akaratlan rángást vagy coordinációs zavart, sőt amerikai orvosok respiratorikus hangrésgörösöt is ezen névvel jelöltek. Kívánatos volna tehát a chorea laryngis elnevezését vagy bizonyos kóros zavarra alkalmazni vagy egyáltalában egészen elejteni. GOTTSTEIN⁵ arra a végkövetkeztetésre jut,

¹ Orvosi Hetilap 1898. Ung. med. Presse 1898.

² Trans. Am. Lar. 1883. Gottstein, Lehrbuch der Kehlkopfk. 1893.

³ Kehlkopfkrankheiten 1893.

⁴ Kehlkopfkrankheiten 1897.

⁵ Kehlkopfkrankheiten 1893.

hogy jobb volna a chorea laryngis elnevezést egészen elejteni. Az általa észlelt 18 esetben az arczizmok rángása a köhögéssel együtt volt jelen, egy esetben az arczrángás és a köhögés váltakozva lépett fel, egyszer a köhögés általános choreával volt összekötve, egyszer chorea volt jelen köhögés nélkül, kétszer a beteg testvérei szenvedtek choreában, végül két testvér (6 és 9 éves) egyidejűleg köhögési rohamokban szenvedett. A többi esetben choreával nem, de két esetben a hysteriával volt az összefüggés kimutatható. «Wir können aber, mondja GOTTSTEIN, den geschilderten Husten auch nicht als choreaartige Zuckungen gelten lassen, weil das charakteristische der Choreia in den anomalen Mitbewegungen bei der Ausführung willkürlicher coordinatorischer Actionen besteht und der nervöse Husten gerade während der Phonation schwindet.» Hasonló értelemben nyilatkozik SEMON¹, a ki teljesen egyetért GOTTSTEINnal abban, hogy a különböző észlelők által nagyon különböző értelemben használt chorea laryngis kifejezés nem találó és teljesen elejtendő volna. STÆRK² leírja a chorea minor laryngis körképét, melynél akaratlan hangképzés és mozgások a gégében köhögés, ugatás, kiáltás alakjában jelentkeznek. SCHMIDT³ csak olyan esetekben fogadja el a gégechorea elnevezést, hol az ideges köhögés lefolyásában a chorea tünetei az arcban vagy a test egyéb részeiben jelentkeznek. Saját szavai szerint «Nur diese allein hat man nach meiner Ansicht das Recht Choreia laryngis zu nennen. Der Name ist nämlich von den meisten Autoren meiner Meinung nach mit Unrecht auch auf anderartige Fälle angewendet worden. Ich glaube, dass man besser den Namen Choreia für die nicht mit sonstigen Zuckungen verbundenen Fälle ganz fallen lässt, umso mehr als es auch noch eine Choreia des Kehlkopfes gibt, die sich in nicht coordinirten Bewegungen der Stimmlippen äussert.»

SCHMIDT könyvének második kiadásában még felemlíti, hogy SCHRÖTTER még a fanosodási kor ideges köhögését is choreának írta le. Lehetetlen minden ideges köhögést, pl. olyat, melyet a

¹ Heymanns Handbuch der Laryngologie 1897.

² Kehlkopfkrankheiten 1897.

³ Die Krankheiten der oberen Luftwege 1894.

fülben levő idegen test előidézés, chorea névvel jelölni, még ha mellette elvétve az arcban rángások is lépnek fel. B. BAGINSKY * tapasztalatai alapján GOTTSTEINNAL teljesen egyetért. Ő maga a chorea egyes eseteiben a géget is megvizsgálta és a gégeizomzat részvétlét nem észlelte.

Mielőtt álláspontunkat megjelölnök, PREISZ tanár közleményével kell foglalkoznunk. Ezen eset a gége chorea kórisméjével halálosan végződött és a közlemény a gégechoreánál a vagus és recurrens kórbonczatani elváltozásairól az első adatokat szolgáltatja. Az eset a következő: A 10 éves S. S. kanyarót és himlőt állott ki. A gyermekkórházba való felvétele idején hozzátartozói előadták, hogy a leány három hó előtt köhögéssel és szívdobogással megbetegedett; három hét óta állapota meglehetősen változatlán. A gyenge leány behatóbb megvizsgálása alkalmával mérsékelt fokú balra domborodó skoliosison kívül egyéb physikalis elváltozás nem találtatott. A legfeltűnőbb kórtünetet az egész napon át fennálló önkéntelen kilégzési köhögési rohamok képezték, melyek sajátzerű birkabégetéshez némileg hasonló hangokkal jártak. Ezen köhögés egymás után két-három kilégzés alkalmával jelentkezett, miután több másodperczig vagy perczekig tartó szünet állott be. Az akarakterő befolyása alatt, például a beszéd által a köhögési roham rövid idővel elodázható, hogy azután annál erősebben kitörjön. Alvás alatt ezen tünetek megszűnnek. Az említett tüneten kívül csakis a szájizmoknak kiscokú játéka észlelhető, mint a mely a köhögési rohamokat kíséri. A gégeének tükörvizsgálata mi rendellenességet sem mutat. A gyermek izgatottnak látszik, gyakran sir. Miután a gyermek majdnem változatlan tünetekkel tizenegy napot a kórházban töltött, haza vitték, a hol a fent jelzett tünetekhez nemsokára heves fejfájás társult, továbbá néhány nap múlva az egész izomzatra kiterjedő néhány perczig, de két óráig is tartó tonikus görcsök léptek fel és hallucinációk. Úgy a görcsök, mint a hallucinációk tartama alatt a köhögés szünetelt. A kórházból való távozás utáni nyolczadik napon a leány állítólag hirtelenül eszméletlenné lett s ily állapotban további nyolcz nap múlva újra a kórházba hozták. Ekkor a beteg teljesen

* Encykl. Jahrb. d. ges. Heilkunde.



apathiás volt, szemei csukottak, tagjai mozdulatlanok és külső ingerekre érzéketlenek voltak. A szájába öntött tejet jól nyelte le; a fent jelzett köhögés fennáll, de az azt kísérő hangok gyengültek. Az öntudatlansági állapot, rövid megszakításokkal, a gyermeknek egy hó múlva bekövetkezett haláláig tartott; ezen idő alatt nehányszor a törzs, a végtagok és az arcizmok tonikus görcse, kezdetben szék- és vizeletrekedés, szaporább érverés, később pedig a záróizmok hüdése és nyelési nehézségek, végre az utolsó napon a görcsös köhögés abbamaradása észleltetett. A halál után két nappal megejtett bonczolás alkalmával mérsékelt idült belső agy vízkór, hevenyész tüdővízenyő, a szívhuroknak petecsei, egy kicsiny nyitva maradt foramen ovale, zsiros máj és általános lesóványodás volt megállapítható. Ezen kórtörténet kapcsán közli PREISZ a bolygó és alsó gégeidegek törzseinek görcsői vizsgálatát.

A jobb vagus harátmetszetein az egyes idegkötegek még szabályosan kerek, nem összeesettek; már az első pillantásra feltűnik azonban a metszet egyenlőtlen és ritkult volta, a mennyiben csak kevés ép, a WEIGERT-féle hæmatoxylin festéssel sötét kékesfeketére festett velőhüvelylyel ellátott ép idegrostot s nagyobbára csak kisebb-nagyobb hézagú reczétet látunk, mely utóbbi nem elfajult idegrostterületeknek felel meg. A keresztmetszetnek túlnyomó részét elfajult területek képezik, míg az épen maradt idegrostok annak csak kis töredékét teszik ki. Az ép idegrostok az elfajult részletek között elég szabályosan vannak elosztva; csakis egyes pontokon egyesültek kisebb csoportokká. Az elfajult részletek reczéinek hézagai kisebbek az ép idegrostok átmetszeteinél s azok vagy üreseknek látszanak, vagy bennök rendes vastagságú avagy duzzadt tengelyfonalak még felismerhetők. A bal nervus vagus hasonló módon és hasonló fokban elváltozott azzal az eltéréssel, hogy egyik-másik idegpamatban kicsiny, élesen határolt, ép idegrostot teljesen nélkülöző, degenerált területek is vannak. A jobb nervus recurrensben az elfajulás igen nagyfokú és megjelenésében felette érdekes. A főidegpamat teljesen elfajult, benne ép idegrost nincsen; néhány kisebb pamatban az elfajulás diffúz, olyan mint a vagusokban; két kisebb pamatnak egyik fele teljesen ép, másik fele teljesen elfajult s a két terület közötti határ a

lehető legélesebb. A bal nervus recurrens túlnyomólag ép idegrostokból áll; a főpamat peripheriáján néhány kicsiny, élesen körülírt elfajulási gócz, ezenkívül úgy a fő, mint néhány vékony pamatban találhatók diffus elfajulási góczok is. A bal vagus és recurrens metszeteit hæmatoxylin-eosin kettős festéssel vizsgálva, sem a diffus, sem az élesen körülírt elfajulási mezőkben sejtfelhalmozódás, sejtszaporodás vagy lobra utaló sejtbeszűrődés észlelhető nem volt. A vizsgált idegek véredényeinek harántmetszetein semmi kóros állapot felismerhető nem volt. Az idegrendszer egyéb részei, nevezetesen a nyúltagy, boncztoni vizsgálatra megszerezhetőek nem voltak.

SZEGŐ az esetet felemlíti a következő bevezetéssel: néha a bántalom vagyis a chorea laryngis komolyabb jelleget ölthet. PREISZ maga úgy nyilatkozik az esetről, hogy a chorea laryngisnek teljesen megfelelő kórkép bevezető jelensége is lehet a központi idegrendszerre kiterjedő súlyos megbetegedésnek. Az idegeknek leírt elfajulását is központi eredésünek mondja, a kórtünetek is az agy, a nyúltagy, esetleg a gerinczagy megbetegedésére utaltak, de sajnos a központi idegrendszer megvizsgálható nem volt. PREISZSEL abban én is, és azon hazai és külföldi szakférfiak, kikkel az esetet közöltem, egyetértének, hogy ebben az esetben a központi idegrendszer súlyos megbetegedésével van dolgunk, de a központi idegrendszer kórboncztoni vizsgálata nélkül a bizonyára fennállott elváltozások megállapíthatók nem voltak, és így egy nem teljes észlelettel állunk szemben, mely kórtani értékesítésre és következtetésre igényt nem tarthat. Felfogásunk szerint ezen esetben gégechoreával nem volt dolgunk, az alábbiakban álláspontunkat részletesen motiválni fogjuk. Az eset kapcsán előbb még néhány megjegyzést kell tennem gégeszeti szempontból. A kórszövet-tani vizsgálat a vagusok és az alsó gégeidegek nagyfokú központi degeneratioját mutatta, ezen tény éles ellentétben áll a gégetükri lelettel, mely szerint a hangszalagok mozgásaiban semmi rendellenes nem volt. Én az idegtörzsek leírt nagyfokú elfajulásánál lehetetlennek tartom azt, hogy a gégetükri vizsgálat a hangszalagok mozgásaiban semmi rendellenességet nem tudott konstatálni. A vizsgáló nincsen megemlítve, a kórtörténetben csak az elején történik egyszer említés a gégetükreszeti leletről. Úgy látszik tehát,

hogy a gége vizsgálata a néhány hét múlva bekövetkezett halálig nem is lett többé megejtve. PREISZ a gégeleletet szem előtt tartva, azon következtetésre jutott, hogy az idegtörzsekben talált ép idegrostok mozgató jellegűek, az elfajult idegrostok pedig érző jellegűek. Ezen kórbonczatani közlemény alkalmat ad nekem, hogy újra felhívjam az észlelők és vizsgálók figyelmét az általam javaslatba hozott nekroszkopikus vizsgálati módszerre, mely egyedül teszi lehetővé az idegtörzsekben talált ép és elfajult idegrostok rendeltetésének a megállapítását és a halál után talált elváltozásoknak az életben észlelt gégetünetekkel összhangzásba való hozását. Dolgozataimban részletesen kimutattam, hogy milyen bonyolult az alsó gégeideg rostjainak összetétele, milyen különböző eredésű sokféle idegkötegek foglalhatnak benne. Így a gégeizmok mozgató idegrostjain kívül érző rostok a felső gégeideg részére, mozgató és érző rostok az oesophagus részére, érző rostok a légcső részére, azonkívül az alsó gégeideg összeköttetése a sympathicussal és a szívhez menő ágakkal. Ezen vizsgálatok alapján hoztam javaslatba, hogy ezentúl a gégeidegek nekroszkopikus vizsgálata akként történjék, hogy az idegtörzsek és az alsó gégeidegnek említett összeköttetésein kívül a hangszalagokat mozgató izmok minden egyes idege elkülönülten tétessék a vizsgálat tárgyává, s a hol központi elváltozások felvehetők, ott a központi idegrendszer vizsgálata okvetlenül szükséges, csak így lehetünk abban a helyzetben, hogy az idegtörzsekben talált ép és elfajult idegrostok rendeltetését megállapíthassuk. Az általam ilyen irányban közölt két eseten kívül eddig csupán egy vizsgálat eszközöltetett KOSCHIER bécsi egyetemi magántanár által és ezen vizsgálat eredménye is szépen konstatálta módszerem szükséges voltát. Ugyanis egy féloldali hangrésttágító izom hűdésének esetében csak azon izom elkülönített idegének rostjai találtattak elfajulva. Sajnos, hogy PREISZ vizsgálata régebb keletű és így módszerem szerint eszközölhető nem is volt. És így csak hangsúlyozni akarom, hogy ismereteink mai állásának nem felel meg az idegtörzsekből kivágott részletnek egyszerű vizsgálata; hogy az idegtörzsből talált ép és elfajult rostok rendeltetését csak megközelítőleg is megállapíthassuk, ahhoz feltétlenül szükséges nekroszkopikus vizsgálati módszerem alkalmazása.

Ezen esetet BAUMGARTEN * a Monatschrift für Ohren- und Kehlkopfkrankheiten című folyóiratban referálta, mely alkalommal saját megjegyzéseit is megteszi. Jogosultnak tartja azt a felvételt, hogy az alsó gégeidegben talált elfajult idegrostok érző idegkötegek voltak. Ismertetését a következő megjegyzéssel végzi: «Es ist dieser Fall daher der erste pathologische Beweis für die SEMON'sche Annahme, die physiologisch von RUSSELL und RÉTHY, anatomisch von ÓNODI bereits verfochten wird.»

A mi a második említett megjegyzést illeti, úgy látszik, hogy BAUMGARTEN PREISZ adatait az én és RUSSELL boncztani és élettani vizsgálati eredményeivel tévesen hozta összefüggésbe. RUSSELL és én élettani kísérletek alapján kimutattuk, hogy a gégeideg törzsében a hangrést szűkítő és a hangrést tágító idegrostok izolálva haladnak, nekem pedig sikerült lónál e két idegköteget 88 ctm.-nyi hosszúságban az alsó gégeideg és a vagus törzsében elkülöníteni. Ezen tényeket azonban BAUMGARTEN csak tévedésből hozhatta PREISZ adataival összefüggésbe, mert ezeknek tényleg egymáshoz semmi közük sincsen. Vizsgálataink azt is mutatták, hogy az izolált hangréstszűkítő és az izolált hangrésttágító idegkötegek még egyéb különböző idegrostokat és különösen érző idegkötegeket tartalmaznak, melyek nagyjából már lefutásuk alatt elválnak tőlük mielőtt az izmokba térnének. Egyszóval PREISZ azon állítása, hogy a talált ép rostok mozgató, az elfajult rostok pedig érző idegrostoknak felelnek meg, RUSSELL, ÓNODI és RÉTHY vizsgálataival semmi közösséget sem bír. És ezzel a BAUMGARTEN által tévesen felállított összehasonlítás és szerinte az első kórboncztani bizonyíték végkép elesik.

Az elősorolt esetek világosan mutatták a gégechoreára vonatkozó felfogások zürzavarát. Ezen ténynek felelnek meg GOTTSTEIN, SCHECH, SEMON, ROSENTHAL, BAGINSKY és SCHMIDT felemlített nyilatkozatai. Nagyjából azon óhaj jut kifejezésre, hogy a chorea laryngis neve ejtessék el vagy megfelelő esetekre alkalmaztassék.

Láttunk olyan eseteket, hol a chorea mellett a hangszalagoknak choreatikus nyugtalansága és choreatikus mozgásai voltak jelen, továbbá, a hol csak a hangszalagokra szorítkoztak. Láttuk

* Monatschrift für Ohren- und Kehlkopfkrankh. 1898.

az ideges köhögés eseteinek egész sorozatát, egyeseket egyidejű choreával, előrement vagy bekövetkezett choreával. Láttunk eseteket, hol az ideges köhögés mellett sem chorea, sem az arcizmok együttmozgása nem állott fenn. Leírták a tüneti és reflektorikus ideges köhögés esetei. Felállították a chorea vocalis elnevezés, hol a köhögési rohamok olvasásnál léptek fel. A respiratorikus hangrészgörcs, továbbá a phonikus hangrészgörcs a chorea laryngis névvel jelöltetett. Az aneurysmáktól tovavezetett gégeomozgások, a fel- és leszálló mozgások gégechoreának vétettek fel. A gégechorea endemiája is leírtott és végezettül a gégechoreánál kórbonczitani lelet is közöltetett. A hihetetlenül elütő fogalmaknak ezen sorozata elodázhatlan szükséggé teszi a gégechorea kérdésének végleges tisztázását.

Előbb feleljünk azon kérdésre, vajjon a chorea laryngis elnevezés teljesen elejtendő-e vagy pedig csak bizonyos megfelelő esetekre volna alkalmazandó. Azon szerzők, kik a chorea laryngis nevét elejteni kívánják, az ideges köhögés azon alakját tartották szem előtt, melyet SCHRÖTTER vele megjelölt. Már most röviden összefoglalhatjuk véleményünket, midőn állítjuk, hogy a SCHRÖTTER-féle chorea laryngis a choreatikus attributumokkal nem bír, a valódi choreához semmi köze, egy ideges köhögésről van szó, melynek kóroktana nem egyöntetű. Az ideges köhögés lehet tüneti alak a központi és körzeti idegrendszer különböző bántalmainál, mint ismeretes reflektorikusan kiváltható, lehet a hysteria kifolyása, végre imitációs jelenségekről, szokványos görcsökről is lehet szó. A rángások, melyek alkalmilag az arcban észlelletnek, egyszerűen együttmozgásoknak tekintendők. Már GOTTSSTEIN megjegyezte, hogy az egyidejűleg fellépő mozgások egyéb izomcsoportokban csak rámutatnak a közös okra, az ideges terheltségre, az ideges köhögés sem tekinthető choreatikus rángásnak, mert épen a choreánál a jellegzetes az, hogy a rendellenes együttmozgások, akaratlagos coordinációs működések kivitelénél lépnek fel és az ideges köhögés épen a hangképzés közben szűnik meg. Ezt az érvelést találjuk a legtöbb szerzőnél, a ki a SCHRÖTTER-féle fel fogás ellen foglal állást.

Több kiváló szakember véleményét levélileg kértem ki és azokat röviden felemlitem. SCHECH a következőket írja: nézetem

szerint a rohamszerűen fellépő vagy állandóan is nappal fennálló és éjjel szünetelő köhögést, melynél a leirtak részéről elváltozások nem észlelhetők, ideges köhögésnek kellene nevezni, és a tapasztalatom szerint ritkán fellépő arczrágásokat együttmozgásnak tekinteni. Az ideges köhögés alapján véve keletkezését mégis csak az érző vaguságak ingerlésének köszöni, akár a központtól vagy a körzettől induljon is ki az, mire azután az izmok reflektorikus actioja következik be. A tabetikus köhögés, a gégekrízis is csak következménye a medulla egy izgalmi állapotának, bizonyos ily központok megbetegedésének, de azért senkinek sem jut eszébe choreáról beszélni. Egészen elhibázottnak tartom tehát a gégeizmoknak minden nem intendált összehuzódását choreatikusnak jelezni, mert akkor minden chorea, a respiratorikus, a phonikus hangrészgöres is. Utóbbinál nagyon erős rángásokat láttam az arczban és egyéb izmokban. SEMON már említett nézetének szellemében ír. SCHMIDT azt írja, a mi nézetemet a chorea laryngist illeti, különbséget teszek az ideges köhögés és a chorea közt, a mennyiben én az ideges köhögésnek csak azon eseteit számítanám a choreához, melyek egyszersmind a bántalomra jellegzetes rángásokat a test egyéb részein is mutatják. SCHMIGELow írja: egy tulajdonképeni gégechoreát egy betegnél, ki valódi choreában is szenvedett, sohasem észleltem, pedig ezeket gondolom az egyedül jogosult eseteknek, melyekre a gégechorea elnevezése illik. Hogy néha betegeknél, kik különböző ideges bántalmakban szenvedtek, a hangszalagoknak ataktikus és remegő mozgásait észlelték, még nem jogosít arra, hogy ezen eseteket a chorea laryngis fogalmával azonosítsuk. BURGER azt írja, hogy a chorea laryngis elnevezést az ideges köhögés egy bizonyos alakjára nem is használja. Ha choreaszerű vagy akaratlan együttmozgások az arczban stb. észleltetnek is, még is ezen elnevezés a köhögésre egyáltalán nem illik. Tulajdonképen helyén lenne, ha általános choreánál bizonyos jellegzetes tünetek a gégeben is észlelhetők lennének; de ilyen esetekben a gégetünetekre külön névre nincsen szükség és miután ezen elnevezés egyes szerzők részéről az ideges köhögésre alkalmaztatott, jobbnak tartom ezen elnevezés teljes elejtését. HOPMANN azt írja, hogy ő a chorea minorhoz hasonló, a gégeizmoknak az akaratától független, czéltalan és szabálytalan rángási állapotát

így jelölné meg. ZARNIW azt írja, én nem jelölnék meg gégechoreának minden köhögést, ha az más izmok rángásaival kombinálva van vagy éppen choreatikusnál van jelen, hanem a gégechoreától elvárnám, hogy a beszélés kísérleténél a hangszalagoknak nem koordinált mozgásai következzenek be. HEYMANN azt írja, hogy valószínűleg jobb volna a chorea laryngis nevet a gégeének az arcizmok choreájához hasonló rángásaira fentartani. HERYNG írja: a mi a chorea laryngis -- különben is az ideges köhögésnek ezen Schrötter-féle elnevezése semmiképen sincsen motiválva -- nevet illeti, én egészen törülném. MOURE azt írja, hogy a chorea laryngis neve alatt az ideges zavarok egész sorát írták le. Szerinte csak egy alakja a choreának létezik, a melyet a gége és kilégző izmoknak czéltalan nyugtalansága jellemez, mint ő mondja «folie musculaire». A gégeizmok spasmodikus zavarainak két alakja van, az egyik az ideges köhögés különböző alakjaival, melyek azonban a gégechorea elnevezéssel nem illethetők, a mint azt SCHRÖTTER és mások tettek; a másik egy valóságos choreatünet, mely jóval ritkábban fordul elő, és egyidejűleg a gége szűkítőit és a kilégző izmokat támadja meg (ugató köhögés, görcsös kiáltás, cri laryngé spasmodique).

Ezen nézetekkel szemben áll SCHRÖTTER-nek már említett levélbeli nyilatkozata, melylyel ismert álláspontját fentartja, továbbá SEIFFERT és CHIARI nyilatkozatai. SEIFFERT írja: a gégechoreát illetőleg SCHRÖTTER pártjára állok és ezen elnevezést az ideges köhögés olyan alakjainak tartom fen, melyek más izomterületek sajátos összehúzódásaival karöltve járnak. CHIARI írja: Az ideges köhögés egy alakja ép nyákhártya mellett, mely sajátos hangkifejtés által tűnik ki és hosszabb ideig tart. Miután ezen köhögés a hysteria és más ideges bántalom által is előidézhetik, azért ez a név nem egészen szerencsésen van megválasztva. Ha azonban csak olyan eseteket neveznek gégechoreának, melyeknél más affectio, mint éppen a choreatikus, nem állapítható meg, mely gyakran más izmokban is mutatkozik, akkor a SCHRÖTTER által választott elnevezés ellen nem lehet kifogást tenni.

Mindezekből látjuk, hogy a kérdés lényegét illetőleg nagyobára a SCHRÖTTER-féle felfogás ellen megokoltan állást foglalnak. Mi a magunk részéről absolute szükségesnek tartjuk az ideges köhögés különböző alakjainak a chorea laryngis névvel való meg-

jelölését végkép elejteni, mert a közzétett eseteknek a valódi choreához semmi közük sincsen. Az ideges köhögésnek általam észlelt különböző alakjait sohasem jelöltem meg a chorea laryngis nevével, tipikus eseteket, a mint azokat SCHRÖTTER leírta, hasonlóképen csak mint ideges köhögést fogtam fel.

Ezen esetek közül különösen az ideges köhögést kísérő együttmozgások illusztrálására a következőt említem fel: egy 13 éves leányka van észlelésem alatt, kinél többnyire nem hangos köhögés hosszú ideje áll fenn. A köhögés, mely néha hangos is, percenként 30-szor következik be. A gégeben eltérést a gégetük-részeti vizsgálat nem mutat. Váltakozva sajátyszerű együttmozgások kísérik a köhögést, mely csak éjjel szünetel. Előbb a fej forgatása volt jelen, aztán a vállak rángása, a homlok ránczolása, az orrszárnyak emelése, az ajkak játéka. Ezek az együttmozgások váltakozva kísérték a köhögést. Hogy ebben az esetben a vérszegény és ideges leánykánál az ideges köhögés mellett az u. n. szokványos görcsök, «*Gewohnheitskrämpfe*» GOWERS szerint, állanak fenn, semmi kétség, mert az egyik tünetnek a fellépése a másikat rövid idő alatt teljesen elnyomja. Csupán egy tünet maradt meg, mely a betegség tartama alatt mindig bekövetkezik, és ez sajátyszerű: valahányszor a leányka kávéját elfogyasztja, azalatt folyton a nyaka bőrét csipkedi.

Most tehát arról van szó, hogy ezen kifejezéssel mit akarunk tulajdonképen definiálni és hogy alkalmas esetekben ezen kifejezés a terminológiában megtartassék-e. A bevezetésben vázoltuk, hogy a chorea minor igazi alakja alatt mit kell értenünk; ha már egy gégechoreáról beszélni akarunk, akkor a hangszalag izomzata részéről ugyanazon choreás attributumokat kell keresnünk. Láttuk, hogy a mi a choreának nevezendő mozgásokban a pathognomostikus, az épen azoknak határozott arythmikus, nem koordinált jellege. A gégeben konstatálnunk kell a hangszalagok choreás nyugtalanságát, a hangszalagoknak szabálytalan, kifejezetten különböző rángásait és görcseit; mindjárt hozzátehetjük: egy általános valódi chorea minor egyidejű jelenléte mellett. Csak másodsorban jön tekintetbe, hogy köhögés az említett alakban előfordul-e vagy nem. Ezen pontra még visszatérünk. Éles ellentétben a már részletesen kifejtett choreás attributumokkal szemben-

állanak nemcsak az ideges köhögésnek alakjai, hanem azon esetek, melyeknél a hangszalagoknak rythmikus és monoton mozgásai és rángásai észlelhetők. E helyen csak rámutatok az irodalomból ismert esetekre, melyeknél a hangszalagok rythmikus, remegő mozgásai észleltettek összefüggésben különböző neuropathikus állapotokkal és nekroskopikus leletekkel. Egy ilyen idetartozó esetet volt alkalmam észlelni. Egy felnőtt leánynál 1898 június óta állandó köhögés van jelen, mely éjjel sem szünik és álmát zavarja. Folyton e és ö hangot ad, melyet a köhögés megszakít, épúgy megszakítja a köhögés a beszédet, számolást; hangja különben tiszta. Október óta egy tojásnyi lymphoma lépett fel baloldalt az állkapocs alatt, a gége és légcső szabad. A gégetükrészeti vizsgálatnál jól látni az e, ö hangoknak megfelelően a hangszalagoknak két gyors közeledő összehuzódását és pedig percenként a hangszalagok 70-szer ránganak a középvonal felé és így képezik az e, ö hangokat, melyek percenként 10-szer lesznek a köhögéstől megszakítva. A mediastinumban nem volt kóros dolog kimutatható.

A felemlített esetek között nagyon csekély számmal van olyan, a hol a chorea minor jelenléte mellett a gégetükrészeti vizsgálat a hangszalagok choreás nyugtalanságát, nem koordinált mozgásait konstatálta volna. A leírt esetekben ZIEMSEN, SCHULTZEN, REDTENBACHER, NICOLL és GIBB által észleltettek. SACHS a chorea legritkább alakjának tekinti. SPAMER és KUMCUTT eseteiben a choreás mozgások miatt a gégetükrészeti vizsgálat nem volt megejthető. GIBB esetében a gége izmain kívül minden egyéb izomzat szabad volt. NICOLL esetében a chorea minor csak később következett be és az előzőleg fellépett ideges köhögés a chorea gyógyulásával megszűnt.

Álláspontunkat akarjuk megjelölni, midőn azt mondjuk, hogy a gégechorea fogalma annyiban áll fenn, a mennyiben a hangszalagoknak gégetükről konstatált choreás mozgásai egy általános valódi chorea minorral egyidejűleg lépnek fel. És ezen kevés ismert esetben elég az általános chorea minor megjelölése a megtámadott izomcsoportok — adott esetben a hangszalagok izomzatának — egyszerű felsorolásával. A chorea laryngis elnevezés ezen esetekben teljességgel felesleges. A félreértés és összecserélés kikerülése végett a GIBB esetére és hasonló esetekre, hol a hangszalagok choreás nyugtalansága konstatálható volt, de az általános chorea

minor tünetei nem voltak kimutathatók, éles ellentétben a hangszalagok rythmikus monoton mozgásaival, a hangszalagok chorea-szerű mozgásai megjelölést ajánlanám. Ezzel teljesen elejtjük a chorea laryngis elnevezést, mely eddig csak tévedésekhez és a fogalmak összecseréléséhez vezetett.

Azon csekély számú eseteket, melyeknél ideges köhögés állott fenn és melyekhez utólag egy valódi chorea minor csatlakozott, azokat chorea minor és ideges köhögésnek fogjuk tekinteni, így NICOLL, SCHRÖTTER és GOTSTEIN eseteit. Chorea minor fel léphet ideges köhögéssel együtt vagy a nélkül, a legtöbb esetben azonban ideges köhögés nélkül. A felhozott érvekből és felemlített kifogásokból a SCHRÖTTER-féle felfogás ellen, következik, hogy az ideges köhögés különböző alakjai számára a chorea laryngis elnevezést végkép töröljük. Az ideges köhögés egyes alakjai a különböző kóroktani mozzanatok és a különböző jelenségek szerint nem igényelnek sajátlagos különös elnevezést, elég azoknak ismerete. A chorea laryngis neve alatt közölt esetekben tehát, így SCHRÖTTER, CHIARI, ROE, MASUCCI, FASANO, MARKWALD, KEIMER, FARUNDARENLABAT, TAMBURINI, POSTHUMUS MEYSES, LINKENFELD és WEIL eseteiben az ideges és reflektorikus köhögés különböző alakjaival van dolgunk és a jövőben hasonló eseteket a chorea laryngis névvel többé megjelölni nem lehet. A fogalmak zavarának tudhatók be ama említett esetek, melyek a chorea laryngis neve alatt respiratorikus és phonikus hangrézgörcsöket, továbbá az aneurysma által tovavezetett gégemozgásokat irtak le. A SZEGŐ által közölt esetek vagyis endemiák, kifejezetten suggestiv hysteriás ideges köhögés esetei, határozott imitációs jelenségek és a choreához semmi közük sincsen. A PREISZ által közölt eset a központi idegrendszernek súlyos, lethalisan végződő megbetegedése volt, előző tüneti ideges köhögéssel.

Ezzel a gyűjtött anyagot, a közölt eseteket és véleményeket, a levélbeli nézeteket, saját álláspontomat és előterjesztésemet az eszmecsere tárgyává teszem, hogy az ügy érdekében a fogalmak mostani zavara végre megszűnjék és az ideges köhögés egyes alakjainak megjelölésére nem szerencsésen választott és alkalmazott elnevezés, a *chorea laryngis* végkép elejtessék.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1899. november 20.-án tartott üléséből.)

ADALÉK A VÉGES CSOPORTOK ELMÉLETÉHEZ.

BAUER MIHÁLY-tól.

FROBENIUS valamely véges csoport törzsszámhatványrendű alcsoportjainak számára vonatkozólag fontos tételket fejtett ki néhány, a véges csoportok elméletében alapvető dolgozatában.* Hasonló módszerekkel analog tételek állíthatók fel bizonyos esetekben más alcsoportok számára is. Jelen közleményben különösen a törzsszámhatvány indexű alcsoportokkal foglalkozom, a melyekre nézve a következő tétel érvényes:

I. Ha n a csoport rendszáma és p törzsszámot jelent, akkor az $\frac{n}{p^\beta}$ rendű alcsoportok száma $\equiv \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \pmod{p}$ a szerint, a mint van, vagy nincs közöttük invariáns alcsoport.

Az I. tétel bebizonyítása. Teljes inductioval fogunk élni s a tételt először a $\beta=1$ esetre bizonyítjuk be. Ha a csoportnak nincs $\frac{n}{p}$ -ed rendű alcsoportja, a tétel helyes, mert

$$0 \equiv 0 \pmod{p}.$$

Ha vannak $\frac{n}{p}$ -ed rendű alcsoportok, akkor a nem invariáns alcsoportok közül a conjugáltakat sorozzuk egy osztályba. Így mindegyik $\frac{n}{p}$ -ed rendű alcsoport, mely nem invariáns alcsoport, egy és csak egy osztályba kerül. Egy osztály p számú alcsoportot tartalmaz, tehát az összesek száma p többszöröse. Tegyük fel,

* Über endliche Gruppen (Berliner Sitzungsberichte 1895 p. 163—194). Verallgemeinerung des SYLOW'schen Satzes (ibid. 1895 p. 981—993).

hogyan van $\frac{n}{p}$ -ed rendű invariáns alcsoport is. Ha csak egy van, a tétel helyes, éppen azért tegyük fel, hogy több ilyen van. Jelöljük a csoportot \mathfrak{G} -val és legyen \mathfrak{A} , \mathfrak{B} két különböző $\frac{n}{p}$ -ed rendű invariáns alcsoport és legyen ezeknek legnagyobb közös osztója \mathfrak{D} . Ez a \mathfrak{D} szintén invariáns alcsoport és ha rendjét d -vel jelöljük, akkor az könnyen meghatározható. Ugyanis *

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{A}\mathfrak{B}$$

s így

$$n = \frac{n}{p} \frac{n}{p} \frac{1}{d},$$

a miből

$$d = \frac{n}{p^2}.$$

Ezt szem előtt tartva, az $\frac{n}{p}$ -ed rendű invariáns alcsoportokat a következő módon osztályozzuk. Vegyünk ki közülök egy tetszőlegest pl. \mathfrak{A}_0 -t. Az i -dik osztályba pedig azon

$$\mathfrak{A}_1^{(i)}, \mathfrak{A}_2^{(i)}, \dots \quad (1)$$

alcsoportok tartozzanak, a melyeknek legnagyobb közös osztójuk \mathfrak{A}_0 -sal \mathfrak{D}_i . A mint láttuk, \mathfrak{D}_i $\frac{n}{p^2}$ -rendű invariáns alcsoport és így az

$$\frac{\mathfrak{A}_1^{(i)}}{\mathfrak{D}_i}, \frac{\mathfrak{A}_2^{(i)}}{\mathfrak{D}_i}, \dots \quad (2)$$

csoportok nem mások, mint a $\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{D}_i}$ p^2 -rendű csoportnak összes p -ed rendű alcsoportjai, kivéve az $\frac{\mathfrak{A}_0}{\mathfrak{D}_i}$ csoportot. S így az (1) alatti csoportok száma p vagy zérus, tehát a kérdésben levő alcsoportok száma csakugyan $\equiv 1 \pmod{p}$.

* Über endliche Gruppen p. 166.

Most már vegyük fel tételünket bebizonyítottak oly alsoportokra nézve, melyeknek indexe :

$$p, p^2, \dots, p^{p-1}$$

és térjünk át a bebizonyítandó esetre. Ha a csoportnak vagy nincs $\frac{n}{p^{\beta}}$ -rendű alsoportja, vagy pedig nincs $\frac{n}{p^{\beta}}$ -rendű invariáns alsoportja, akkor világos, hogy a szóban forgó szám $\equiv 0 \pmod{p}$.

Tegyük fel már most, hogy van $\frac{n}{p^{\beta}}$ -rendű invariáns alsoport, akkor van $\frac{n}{p}$ -ed rendű invariáns alsoport is. Legyenek az összes $\frac{n}{p}$ -ed rendű invariáns alsoportok :

$$\mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_2, \dots, \mathfrak{A}_r, \quad r \equiv 1 \pmod{p}, \quad (3)$$

az összes $\frac{n}{p^{\beta}}$ rendű invariáns alsoportok :

$$\mathfrak{B}_1, \mathfrak{B}_2, \dots, \mathfrak{B}_s. \quad (4)$$

Az s szám meghatározását már most FROBENIUS* szerint a következőkép végezzük. Tartalmazzon \mathfrak{A}_ρ a (4) alatti sorozatból a_ρ számú csoportot, mint alsoportot, és \mathfrak{B}_σ forduljon elő mint alsoport b_σ számú (3) alatti csoportban, akkor :

$$\sum_{\sigma=1}^s b_\sigma = \sum_{\rho=1}^r a_\rho. \quad (5)$$

Ezen egyenletből már most úgy fogunk s -re következtetni, hogy b_σ, a_ρ értékeit meghatározzuk.

A b_σ szám nem más, mint a $\sum_{\sigma} p^{\beta}$ rendű csoport $p^{\beta-1}$ rendű alsoportjainak száma, tehát

$$b_\sigma \equiv 1 \pmod{p}. \quad (6)$$

* Verallgemeinerung des SYLOW'schen Satzes p. 988.

Az \mathfrak{A}_q meghatározására először is kimutatjuk, hogy \mathfrak{A}_q tartalmaz $\frac{n}{p^\beta}$ rendű invariáns alcsoportot. Ha \mathfrak{A}_q tartalmazza pl. \mathfrak{B}_1 -et, akkor ez világos, ha nem tartalmazza, akkor

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{A}_q \mathfrak{B}_1.$$

Legyen most \mathfrak{A}_q , \mathfrak{B}_1 legnagyobb közös osztója ϑ és ennek rendje d , akkor:

$$n = \frac{n}{p} \frac{n}{p^\beta} \frac{1}{d},$$

vagyis

$$d = \frac{n}{p^{\beta+1}}.$$

S így \mathfrak{A}_q tartalmaz oly $\frac{n}{p^{\beta+1}}$ rendű alcsoportot, mely neki, de sőt \mathfrak{H} -nak is invariáns alcsoportja. Ebből következik, hogy \mathfrak{A}_q tartalmaz $\frac{n}{p^\beta}$ rendű alcsoportot, mely neki invariáns alcsoportja. Tételünket a $p^{\beta-1}$ indexű alcsoportokra helyesnek tévén fel, ezeknek száma $\equiv 1 \pmod{p}$. Ezek közül kizárandók még azon alcsoportok, melyek \mathfrak{A}_q -nak invariáns alcsoportjai, de \mathfrak{H} -nak nem. Mivel ezeknek száma $\equiv 0 \pmod{p}$, következik, hogy:

$$a_q \equiv 1 \pmod{p}. \quad (7)$$

A (6), (7) alattiakat (4)-be behelyettesítvén, lesz

$$s \equiv r \equiv 1 \pmod{p},$$

a mivel tételünk be van bizonyítva.

FROBENIUS bebizonyította a következő tételt: *

Ha $\frac{n}{a}$ relativ prim a -hoz és a csoportnak van a -ad rendű invariáns alcsoportja, akkor más a -ad rendű alcsoport nincs, továbbá minden alcsoport, melynek rendje a -nak osztója, alcsoportja egyszersmind az előbbi invariáns alcsoportnak.

* Über endliche Gruppen p. 170.

Könnyű ezen tétel mellé egy másikat állítani, mely neki mintegy duálja. Mielőtt ezt tennők, FROBENIUS tételét előbb általánosítani fogjuk.

IIa) Legyen *

$$n = n' \prod_{i=1}^r p_i^{a_i}, \quad n' = ab,$$

$$(n', p_i) = 1, \quad (a, b) = 1.$$

Ha \mathfrak{A} oly invariáns alcsoport, melynek rendje

$$a \prod_{i=1}^r p_i^{a_i},$$

akkor minden alcsoport, melynek rendje a -nak osztója, alcsoportja \mathfrak{A} -nak.

Legyen \mathfrak{A} ily alcsoport és rendje \bar{a} , akkor az

$$\mathfrak{A} \mathfrak{A}$$

komplex csoportot alkot. Be fogjuk bizonyítani, hogy ha $\mathfrak{A}, \bar{\mathfrak{A}}$ legnagyobb közös osztóját \mathfrak{B} -val jelöljük :

$$\mathfrak{B} = \bar{\mathfrak{A}},$$

azaz

$$d = \bar{a}.$$

Ha $\mathfrak{A}\mathfrak{A}$ rendje m , akkor

$$m = \frac{a\bar{a}}{d} \prod_{i=1}^r p_i^{a_i}.$$

Azonban

$$n \equiv 0 \pmod{m},$$

$$a \equiv 0 \pmod{\bar{a}}, \quad \bar{a} \equiv 0 \pmod{d}$$

és így

$$\frac{a\bar{a}}{d} = a,$$

a miből

$$d = \bar{a},$$

* (x, y) jelentse x, y legnagyobb közös osztóját.

a mi bebizonyítandó volt. Az előbbi következtetés ép úgy ismételtető, ha nem \mathfrak{A} -ról, hanem \mathfrak{A} -ról teszszük fel, hogy invariáns alcsoport, a mi a következő tételt adja:

II β) Ha \mathfrak{A} oly alcsoport, melynek rendje

$$a \prod_{i=1}^r p_i^{\alpha_i},$$

akkor minden invariáns alcsoport, melynek rendje a -nak osztója, alcsoportja \mathfrak{A} -nak.

III. Ha

$$n = ab, \quad (a, b) = 1$$

és \mathfrak{A} a -ad rendű invariáns alcsoport, akkor az ap^{β} rendű alcsoportok száma $\equiv 1 \pmod{p}$.

Ugyanis II β) szerint a szóban forgó alcsoportok nem mások, mint a $\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{A}}$ csoportnak p^{β} rendű alcsoportjai.

Hasonlóképp bizonyítható be a következő tétel.

IV. Ha

$$n = ab, \quad (a, b) = 1$$

és van $\frac{a}{p^{\beta}}$ rendű invariáns alcsoport, akkor az a -ad rendű alcsoportok száma $\equiv 1 \pmod{p}$.

V. Ha

$$n = ab, \quad (a, b) = 1$$

és az $\frac{a}{p}$ -ed rendű invariáns alcsoportok száma egynél nagyobb, akkor az $\frac{a}{p^{\beta}}$ rendű alcsoportok száma $\equiv \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \pmod{p}$.

Ha ugyanis $\mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_2 \frac{a}{p}$ -ed rendű invariáns alcsoportok, akkor az

$$\mathfrak{A}_1 \mathfrak{A}_2$$

komplex a -ad rendű invariáns alcsoport. Ez tartalmazza az összes $\frac{a}{p^{\beta}}$ rendű alcsoportokat, a miből a tétel világos.

A komplexokra vonatkozó és az előbbieken gyakran alkalmazott FROBENIUS-féle tételből még érdekes speciális tételek vezethetők le, melyekből a következőket akarom említeni.

VI. Ha egy maximális invariáns alcsoport rendje m , nem osztható n -nek minden törzstényezőjével, akkor nincs más m rendű invariáns alcsoport.

VII. Ha \mathfrak{M} egy oly maximális alcsoport, melynek rendje nem osztható n -nek minden törzstényezőjével, akkor minden invariáns alcsoport, melynek rendje \mathfrak{M} rendjének osztója, alcsoportja \mathfrak{M} -nek.

VIII. Ha van oly \mathfrak{A} invariáns alcsoport, melynek rendje nem osztható n -nek minden törzstényezőjével, akkor létezik az \mathfrak{A} -t tartalmazó oly \mathfrak{B} invariáns alcsoport, mely egyetlen invariáns alcsoport azon rendszámmal.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1899 nov. 20.-án tartott üléséből.)

INDULINOK ELŐÁLLÍTÁSA ELEKTROLYTIKAI ÚTON.

SZARVASY IMRÉ-től.

Már több kutató észlelte, hogy anilinsók oldatainak elektrolyzisénel festő anyagok keletkeznek. Az első idevágó kísérleteket 1862-ben LETHEBY végezte,* a ki anilinsulfat vizes oldatát platin-elektrodok között elektrolyzálta; a kathod higitott kénsavval töltött agyagcellába merült, az anodra kékes-szürke csapadék rakódott le, mely ammoniával szép kék színt öltött. GOPPELSRÖDER** különféle anilinsók savanyú vagy közömbös oldatait elektrolyzálta; a keletkező festékek az oldószer, az elektrodok minősége, továbbá az áramsűrűség nagysága szerint különbözők voltak. A sósavas anilin elektrolyzisénel, ha a hatás elég huzamos volt, a termék főleg anilinfekete volt, keverve kevés violanilinnel és «anilein»-nel. Ha az anilin toluidint is tartalmazott, mauvanilin, rosanilin és leukanilin is keletkezett. Ezeken kívül GOPPELSRÖDER számos festéket állított elő, melyeknek természetét nem állapította meg.

VOIGT*** tömény anilinsulfat oldatokat elektrolyzált s rosanilint, safranint, chrysanilint és p-leukanilint állított elő.

A felsorolt vizsgálatok szerint egyidejűleg többféle festék keletkezik, de mindig kis mennyiségben; a vegyfolyamok, melyeket a kutatók nem is kísérlettek megmagyarázni, úgy látszik, nagyon bonyolultak. Legvalószínűbb az, hogy a festékek keletkezése arra vezethető vissza, hogy első sorban azovegyületek képződnek, még pedig úgy, hogy az elektrolytikai oxygen az anilinre hat, az amidohydrogennel vízzé egyesül s condensatio folytán azovegyület keletkezik; vagy pedig úgy, hogy az anilinből elektrolytikai oxydatio folytán nitrobenzol, ebből pedig az anilinnel azobenzol származik.

Eme felfogást támogatják ROTONDI † kísérletei, ki anilinolda-

* Journ. Chem. Soc. 1862, 15, 161.

** Farbelektrochemische Mittheilungen. Mühlhausen.

*** Z. f. angew. Chem. 1894, 107.

† Jahresber. f. Chem. 1884, 270.

tok elektrolyzisénel azo-, diazo-, amidoazo- és diazoamido-vegyületeket kapott.

Mindeme reactioakat bonyolultabbakká teszik másodlagos hatások: az oxygen újból hat a keletkezett termékekre, ezek ismét egymással reagálnak, de legnagyobb befolyással van a végtermékek minőségére és mennyiségére az, hogy az oldószer is részt vesz az elektrolyzisben, ionizálódik, minek folytán új tényezők lépnek reactioba, melyek másodlagos hatásokat idéznek elő.

A festékek elektrolytikai előállításánál végbemenő vegyfolyamatok tanulmányozásával foglalkozván, ismétellem néhányat az előbb felsorolt kísérletek közül s az a gondolatom támadt, hogy a vegyfolyamatot lényegesen egyszerűsíteni, ha az anilinsókat *olvasztott* állapotban elektrolyzálnám, mert ez által az oldószer ionizálása folytán beálló másodlagos hatások kiküszöbölhetők és kilátás volt arra, hogy egységes termékek keletkezhetnek.

Következőkben azokról az eredményekről számolok be, melyeket akkor kaptam, midőn egyrésztől sósavas anilint, másrésztől sósavas anilin és anilin elegyét elektrolyzáltam.

Az anilinsók közül azért választottam a sósavas anilint, mert aránylag könnyen olvad és olvasztott állapotban nem bomlik; ámbar a priori nem volt feltételezhető, hogy e só elektrolyzisénel festékek keletkezzenek, mert az összes idevágó kísérletek azt bizonyították, hogy ezek keletkezése az elektrolytikai oxygen hatására vezethető vissza; azonban már az első kísérletek azt mutatták, hogy az olvasztott só elektrolyzisénel nagy mennyiségű festék képződik, melynek színe kék és fekete között változik.

Első kísérleteimet V alakban hajlított üvegcsőben végeztem, melynek két szárába voltak a szénrúd elektrodok illesztve; a csövet fémfürdőben melegítettem, míg a sósavas anilin megolvadt s ekkor 0·5—1 Amp. erősségű áramot bocsátottam rajta keresztül. Rövid idő múlva az egész olvadék megkékült; a festék az anodon keletkezik, a mit igen jól lehetett észlelni, ha a cső hajlásába laza asbestet tölttem, mely mint diaphragma működött. Ekkor az egyik szár, melyben az anod volt, megkékült, míg a másik szintelen maradt. Felcserélve az áram irányát, a másik szárban (anod-oldal) keletkezett a kék festék, s az első ízben keletkezett festék lassankint elszintelenedett. E jelenség azt mutatja, hogy a festék a ka-

thodon elroncsolódik (valószínűleg reductio folytán) s e körülményre a festék gazdaságos előállításánál tekintettel kell lenni.

Nem szólva ama készülékekről, melyeket addig használtam, míg egy a czélnak megfelelő készülék összeállítása sikerült, csakis ennek leírására szoritkozom.

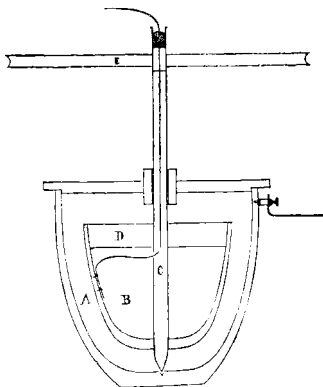
Az elektrolyzálendő elegy nagyobb grafit tégelyben (*A*) volt, mely egyúttal pozitív elektrod is; megfelelő méretű grafit tégely (*B*) forgatható tengelyre volt erősítve s a negatív sarokkal összekapcsolva oly módon, hogy a vezeték a tégely gyanánt szolgáló üvegső belsőjében volt elhelyezve s a tégely belső falához erősítve; e tégely felső részét (*D*) gypszszel öntöttem ki, hogy a fémrészek védve legyenek.

Czélszerű az olvadékat — míg a hatás tart — mozgatni, hogy mindig friss részek jussanak a ható elektrod felületre; e végből van a belső tégely forgatható (*C*) tengelyre erősítve, melyet (*E*) kerék közvetítésével kis motor lassan forgat. A vezetést a két drótvég között kéneső közvetíti.

A nagy tégelyt BUNSEN lámpával hevítjük s a lángot úgy szabályozzuk, hogy az olvadékba merülő hőmérő állandóan a kívánt hőfokot mutassa.

Az elektrodok olyan méretűek, hogy az anod ható felülete körülbelül kétszer akkora, mint a kathodé; ez által a kathodon nagyobb áramsűrűséget kapunk s az itt végbemenő s a végtermék mennyiségét csökkentő reductiot alábbszállítjuk; diaphragma, mely eme veszteséget megszüntetné, nem alkalmazható czélszerűen e magas olvadáspontú s nehezen folyó tömegnél.

A készülék főelőnye az, hogy aránylag nagy mennyiségű elektrolyt vékony rétegben van elosztva a két elektrod között, minek következtében a fürdő ellenállása lehetőleg alacsony. A grafit jó hővezető lévén, az egész olvadék egyenletes hőfokon tartható, mi lényeges kellék ezen reactioknál.



Közbevetőleg jegyzem meg, hogy e készülék igen magas olvadáspontú sók és elegyek elektrolyzálására is alkalmas, de ebben az esetben a tengelyül használt üvegcsövet porcellán csővel helyettesítjük.

Kísérletemnél következő elrendezést használtam: (A) tégelybe, mely vasállványhoz volt erősítve s gázlámpával hevítve, tettem az elektrolyzálendő elegyet s mikor ez megolvadt, behelyeztem (B) tégelyt, melyet elektromotor, megfelelő áttétel segélyével, lassú forgásban tartott; a nagy tégelyt a positiv, a belső tégelyt a negativ sarokkal kapcsoltam össze. Az áramkörbe szabályozható ellenállás, ampermeter, és mikor quantitativ kísérleteket végeztem, rézvoltmeter volt kapcsolva. A két elektrod közé voltmeter volt iktatva a feszültség mérésére.

Az elektrolyzis befejezése után a még folyós olvadékokat lombikba öntöttem, vízzel felhígítottam s annyi natronlúg vagy natriumcarbonat oldattal elegyítettem, a menyit a sósavas anilin elbontásához szükséges volt. A szabad anilint vízgőzzel ledestillálván, a lombikban visszamaradt a gömbökké tömörült festék, melyet porrá törve, teljesen kimostam a natriumchloridtól. A megszáritott festékből az anilin utolsó nyomait ætherrel távolítottam el.

A festéket ezután methyllalkohollal extraháltam, melyben igen jól oldódik; az extractio után fekete por marad vissza, mely főtömegében anilinfekete és egy kevés grafit, mely az elektrodok elporlódása következtében jut a termékbe. Az anilinfekete mennyisége az olvadék elektrolyzálásának módja szerint változik; nagyobb áramsűrűség és magasabb hőfok mennyiségét növelik, ha a kedvező feltételeket megtartjuk, igen kevés keletkezik belőle.

A methyllalkoholban többféle termék van, melyeket egymástól elválasztani igen bajos, miért az imént leirt módot csakis akkor használtam, mikor a keletkező termékek mennyiségét megállapítottam és azokat a legelőnyösebb feltételeket akartam megismerni, melyeknek megtartása mellett az áram kihasználása a legelőnyösebb. E kísérletek vannak a következő táblázatban összefoglalva:

Táblázat.

Sorszám	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Volt	2·9-3·2	3-3·2	3-3·5	3·2-5	4·5-5	5·4-7	10-12	3-3·5	3-3·5	3-3·5	3-3·5	5-7	4-5	2-3	2-3
D_a	0·57	0·7	0·8	1·03	1·12	2·2	3·2	0·8	0·8	0·8	0·8	0·8	0·8	0·8	0·8
D_k	1·2	1·48	1·7	2·2	2·5	4·5	6·5	1·7	1·7	1·7	1·7	1·7	1·7	1·7	1·7
Kísérlet időtartama	3 ó.	3 ó.	3 ó.	3 ó.	3 ó.	3 ó.	3 ó.	2 ó.	5 ó.	8 ó.	16 ó.	3 ó.	3 ó.	3 ó.	3 ó.
Hőfok C.	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160	160	120	150	180	210
1 Amp. órára termék gr.-okban	1·64	2·0	2·5	2·1	1·86	1·54	1·45	2·7	1·9	1·3	0·61	1·8	2·3	1·67	1·1

Az áramsűrűség dm^2 -re van számítva, D_a az anodon, D_k a kathodon uralkodó áramsűrűséget jelenti.

A kísérletek célja volt megállapítani, hogy miként függ a termék mennyisége az áramsűrűségtől (1—7), az időtől (8—11) és a hőmérséklettől (12—15). Láthatjuk, hogy ha körülbelül 0·8 Amp. az áramsűrűség az anodon, akkor az áram kihasználása a legelőkéteesebb. A hőmérsékletet 160°C körül kell tartani; ez ama hőmérséklet, mely az indulinok képződésére legalkalmasabb; magasabb hőfokon sok anilinfekete, alacsonyabb hőfokon más, vízben oldható festékek keletkeznek. Minél hosszabb ideig tart a kísérlet, annál kevesebb termék jut az elektromos energia egységére, úgy hogy a feldolgozandó anyagnak célszerűen legfeljebb 20%-a alakítható át közvetlenül. Ha azonban azt számítjuk, hogy a változatlanul maradt anyagot a festék elkülönítésekor jóformán quantitativ megkapjuk, akkor a hasznosítási százalék 86—90%-ot tesz.

A methylalkohollal kioldott termék vízben, ætherben és benzolban nem oldódik, ellenben különböző alkoholokban, anilinban, sósavas anilin vizes oldatában, chloroformban stb. oldódik. Az alkoholos oldatot natronlúggal elegyítve barnás csapadékot kapunk s az oldatban natriumchlorid ismerhető fel; a csapadék sósav-tartalmú alkoholban újból kék színnel oldódik; a termék tehát sósavas sója a festékbasisnak.

A basis ætherben vöröses barna színnel oldódik, tömény kénsavval digerálva, mint sulfosav kék színnel oldható; ez a sulfosav vízben oldhatlan; a sulfosav alkalisói vízben oldhatók. A festéket redukáló szerek elszíntelenítik, leuko-vegyület keletkezik, mely levegőn gyorsan oxydálódik s ismét megkékül. Erélyes oxydáló szerek a festéket elroncsolják s a termékek között *chinon* ismerhető fel.

Savanyú oldatból selyem felveszi a festéket; pamutot csak pác közvetítésével fest.

E reactiok arra mutatnak, hogy az elektrolyziséknél indulin-festékek keletkeznek, még pedig miként az indulinok előállítására eddig ismeretes eljárásoknál, azonképen itt is többféle, e csoportba tartozó tagnak keveréke keletkezik, melyeknek viszonyos mennyisége a szerint változik, hogy az elektrolyzis milyen föltételek között folyt le.

Alacsony hőfokon, kis áramsűrűséggel és rövid ideig elektrolyzáva vízben oldható festékek is keletkeznek, melyek közül

indulin-t és $B_2, 4$, *anilidoindulint* sikerült elválasztanom, azokat az eljárásokat használván, melyeket FISCHER és HEPP* idevágó dolgozataikban ismertettek.

Az olvadékot vízzel higitva s a sósavas anilint natriumcarbonattal közömbösítve, az anilint gőzzel ledestilláltam, a lombikban maradt festéket 50 %-os eczetsavval kifőztem s a nyert kékes ibolyaszínű oldathoz tömény sósavat öntöttem. Hosszabb állás után kristályos csapadék válik ki, mely főtömegében sósavas amidophenylindulin. Az erről leszűrt oldathoz konyhasót adva, többféle festéket tartalmazó csapadék válik ki, ezt forró vízzel kifőzve, ibolyásszínű oldatot kaptam; natronlúg hozzáadása után a keletkezett csapadékot benzollal digeráltam, melyben a keresett indulin barnás színnel oldódik, míg a többi festék visszamarad. A benzololdatból besűrítés után apró kristályok válnak ki, melyeket többször átkristályosítottam ligroin és benzol elegyéből, azután megemeleztem s viselkedésüket megvizsgáltam.

	Talált	Számított
C	79·37	79·70
H	4·91	4·79
N	15·35	15·49

Az elemzési adatokból $C_{18}H_{13}N_3$ («Indulin») képlet adódik ki. Olvadáspont 206°C körül van. E vegyület tömény kénsavban vöröses ibolyaszínnel, ætherben barnás színnel oldódik. A festék sói vízben oldódnak s ezen oldatokból szénsavval az oldhatlan carbonatot lehet kiválasztani.

Az eczetsavas oldatból sósav hozzáadására kapott csapadékot forró vízben feloldottam, az oldatból kálilúggal kiválasztottam a festékbasist és benzollal kiráztam. A víz elvonása után besűrítettem a benzololdatot, melyből a basis bronz-fényű kristályokban válik ki. Többszöri átkristályosítás után a termék tiszta, olvadáspontja 150°C körül van. Az elemzés szerint képlete: $C_{24}H_{18}N_4$ ($B_2, 4$, anilidoindulin).

* FISCHER u. HEPP. Annalen Chem. Pharm. 256, 262, 266, 272, 286 kötetek.

	Talált %	Számított %
<i>C</i>	79·73	79·55
<i>H</i>	5·30	4·98
<i>N</i>	15·22	15·47

Tömény kénsavban a basis kék színnel oldódik, az oldat vízzel hígítva ibolyás színt ölt. Hevítve fluorindin reakciót ad.

A mikor magasabb hőfokon (kb. 170°C) és hosszabb ideig elektrolyzáltam, igen kevés vízben oldható festék keletkezett s a termékek közül a WIRT és THOMAS által leírt *6 B. indulint* különítettem el a következő eljárással. Az olvadékot lassan lehűlni hagytam, miközben zöldes-kék kristályok válnak ki, melyeket filtrálással és alkohollal való mosással választottam el a többi terméktől; a kristályok alkoholban jóformán oldhatlanok.

Az anyalug és alkoholos oldatok a könnyebben oldható indulinokat tartalmazzák. A kristályokat forró vízzel mostam, azután natronlúg alkoholos oldatával elbontottam s a szabad basist mosás és szárítás után anilinban oldottam s több ízben átkristályosítottam; szép fémfényű zöldes kristályok válnak ki, melyeket megelemeztem:

	Talált %	Számított %
<i>C</i>	81·78	81·66
<i>H</i>	5·23	5·11
<i>N</i>	13·10	13·23

Ezen adatokból $C_{36}H_{27}N_5$ -nek (Indulin 6 B) adódik ki a képlet. A basis oldatai sötét kékek, a sósavas só a legtöbb oldószerben oldhatlan, anilin kevésbé, phenol valamivel jobban oldja.

Tömény kénsavban sötét kék színnel oldódik; hevítve az oldatot sulfosavak keletkeznek, melyeknek alkalisói vízben oldható festékek.

A keletkező termékek minőségének meghatározása után hátra volt még annak eldöntése, hogy milyen reakciók szerint képződnek.

Tudjuk, hogy az indulin festékek általában akkor keletkeznek, ha azo-, azoxy-, amidoazobenzolt vagy nitrobenzolt sósavas anilinnel vagy egyéb alphyllammal hevítünk. Mint közbeeső termék

azophenin keletkezik, mely az indulinok képződéséhez szükséges; a reactio ammonia-kiválással megy végbe és valószínűleg az azovegyületek oxydáló hatására vezethető vissza; az azophenin e közben p-phenylen-diaminra és anilinra bomlik.

Első sorban tehát az azovegyületek keletkezését kellett bebizonyítani, de ezeknek csak nyomait lehetett az olvadékban találni, mert mihelyt képződnek, a sósavas anilinnel reagálnak, de kétségtelen, hogy mint első termékek ezek jelennek meg. Keletkezésüket úgy magyarázhatjuk, hogy a sósavas anilin elektrolytikai bontása következtében az anodon szabad chlor válik ki, mely az anilin amidohydrogenjével sósavvá egyesül s hydrazo-, illetve azobenzol képződik.

Az elektrolyzissel kiválasztott chlornak tehát azotáló hatása van; ehhez hasonló reactio tudtommal csakis a SCHMITT* által leírt képződése az azobenzolnak, mely keletkezik, ha chloroformban feloldott anilinra chlormész hat; egyébként a halogének hatására az anilinnak helyettesítési termékei jönnek létre.

Az azophenin rendesen megjelendő közbenső termék az indulin képződésnél és mindig kimutatható a még be nem fejezett indulinolvadékokban; s tényleg, mint ezt WITT** kimutatta, egyik jó előállítási módja az azopheninnek az, ha az olvadékot alacsonyabb hőfokon tartjuk, mint a milyen az indulinképződéshez szükséges.

Az azophenint sikerült az olvadékban kimutatnom, sőt nagyobb mennyiségben is előállítottam elektrolytikai úton, ez által azt is bebizonyítván, hogy először azovegyületek keletkeznek. Anilin és sósavas anilin elegyét a fentebb leírt készülékben és elrendezés szerint elektrolyzáltam azzal a különbséggel, hogy az olvadék hőfokát 70—90°C-on tartottam.

Az elektrolyzis után a tégely tartalmát lombikba öntöttem, s vízzel felhígítva és natriumcarbonattal közömbösítve, gőzzel destilláltam. Az anilin átdestillál s barnás por marad vissza, melyet forró vízzel s alkohollal mostam, azután forró anilinban feloldottam; az oldatból barnás-vörös színű kristályok válnak ki, melye-

* Journ. f. prakt. Chem. (2) 18, 196.

** Ber. d. chem. Ges. 20, 2, 1539.

ket újból átkristályosítottam benzolból s alkohollal és ætherrel való mosás és szárítás után megvizsgáltam.

Olvadáspont 240°C . Az elemzés adataiból $\text{C}_{36}\text{H}_{29}\text{N}_5$ képlet adódik ki.

	Talált %	Számított %
<i>C</i>	82·05	81·36
<i>H</i>	5·64	5·46
<i>N</i>	12·83	13·18

Tömény kénsavban a kristályok ibolyás színnel oldódnak; ha ezen oldatot kb. 300°C -ra hevítjük, színe hirtelen ég-kékbe megy át; vízzel felhígítva carminpiros fluorescentiát mutat.

Sósavas p-phenyldiaminnal hevítve e testet, ibolya színű olvadékot kapunk. Ónnal és sósavval redukálva különféle basisok keveréke keletkezik, melyek közül anilint és paraphenyldiamint sikerült kimutatnom.

Mindeme reactiok azt mutatják, hogy tényleg azophenin keletkezett az elektrolyziséknél. Az azopheninről leszűrt oldatban paraphenyldiamint ismertem fel; a gőzzel ledestillált részletben pedig ammoniát.

Összefoglalva kísérleteim eredményét, azt látjuk, hogy a sósavas anilin elektolytikai bontása folytán leváló chlor azovegyületeket létesít, melyek a kellő feltételek betartása mellett úgy reagálnak a sósavas anilin és anilin elegyével, hogy először azophenin, azután indulin festékek keletkeznek.

Kísérleteimet folytatom s kiterjesztem az anilin homolog vegyületeire, valamint a benzol, naphtalin és anthracen néhány aminjára is.

(A M. T. Akadémia III. osztályának 1899. október 23.-án tartott üléséből.)



