

# Les ondelettes au service de la mesure dimensionnelle ultrasonore

## Mots clés

Granulométrie,  
Ondelette,  
Ultrason,  
Estimation

■ Angel SCIPIONI, Pascal RISCHETTE

*UMR CNRS 7040, Laboratoire de Physique des Milieux Ionisés*

*et Applications de Nancy (LPMIA), Centre de recherche de l'Armée de l'air (CRéA)*

Des techniques de mesure de cibles immergées existent mais ne sont pas toujours faciles à mettre en œuvre. Les ondelettes n'apporteraient-elles pas une solution simple et efficace ?

## 1. Introduction

Le thème central de cette communication concerne la caractérisation de cibles immergées dans un liquide. Les procédés actuellement utilisés [1] nécessitent une connaissance a priori du matériau. Nous proposons une approche complémentaire de la méthode de [2], en reprenant les principaux avantages qui sont d'être sans contact et indépendant de la nature du matériau. Cette dernière repose sur le fait qu'une cible immergée, qui reçoit une onde ultrasonore, produit un écho rétrodiffusé dont la nature et les composantes sont expliquées par la théorie de la diffusion résonante (*Resonance Scattering Theory*, RST) [3]. La première partie de cet écho forme l'écho quasi-rigide (EQR) et est composé de l'onde spéculaire et des ondes de Stoneley qui sont déterminantes car elles contiennent l'information relative à la taille de la cible. La méthode de [4] permet d'obtenir de bons résultats en termes de précision et de robustesse. Elle repose sur des arguments issus de l'analyse fréquentielle et de la théorie de l'optimisation. Lorsqu'on

l'observe sous un angle différent, on peut mettre en évidence une analyse en échelle des phénomènes. En effet, la discrétisation des  $a_j$  et des  $f_j$  rappelle l'opération de dilatation suivie d'une corrélation qui constituent les opérateurs fondamentaux d'une analyse en ondelettes. Cette dernière analyse le plan temps/fréquence de manière plus pertinente que la transformée de Fourier. Elle offre, de surcroît, une multitude de bases d'analyse susceptibles de trouver au mieux une classe de fonctions la plus adaptée au type de signaux analysés. Nous proposons donc, en prolongement de cette approche, et à partir des mêmes échos ultrasonores, dont les conditions d'acquisition sont décrites dans [2], d'approfondir la voie d'analyse temps-échelle appliquée à la détermination du rayon d'une cible immergée. Ainsi, après avoir rappelé dans la section suivante les éléments essentiels propres à l'analyse en ondelettes, nous exposons sa mise en œuvre dans le cadre de l'estimation du diamètre filaire. La dernière partie présente les résultats et les compare à ceux de Schweitzer *et al.* [4].

### L'ESSENTIEL

Cette communication présente une méthode nouvelle d'estimation du diamètre de cibles immergées dans un liquide. L'originalité du procédé repose sur une approche exclusivement temporelle basée sur l'application d'ondelettes continues et discrètes sur la partie quasi-rigide de l'écho ultrasonore diffracté. Après description des points clés relatifs à la méthode, les résultats appliqués à des cibles filaires sont comparés à une technique d'analyse fréquentielle et montrent l'avantage de la méthode temporelle, notamment sur les petits diamètres.

### SYNOPSIS

*This communication presents a new method to estimate the diameter of targets immersed in a liquid medium. The originality of this method is based on an exclusively temporal approach. It uses the discrete and continuous wavelets applied to the quasi-rigid part of the ultrasonic backscattered echo. After some theoretical aspects, we present step by step our method. The results, tested on targets which have a wire structure, are compared to those obtained from a frequency analysis method based on the concept of quasi-rigid form function. Our method is particularly recommended for its accuracy, especially for targets with small diameters, and for its easy implementation.*

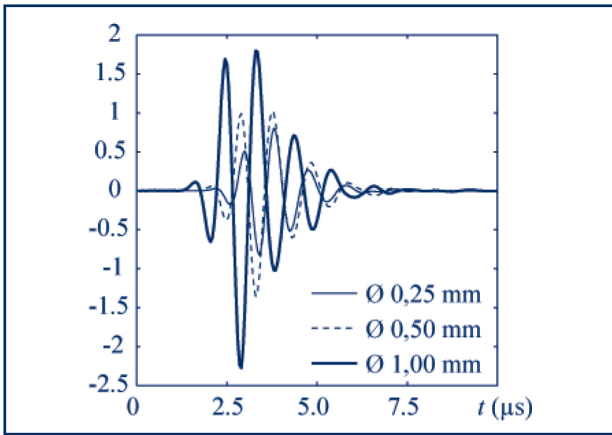


Figure 1. Echos quasi-rigides typiques étudiés.

## 2. La transformée en ondelettes

La transformée en ondelettes autorise une exploration fine des structures locales à l'échelle d'observation la plus pertinente susceptible de révéler l'information utile. La transformée en ondelettes décompose un signal sur une famille d'ondelettes translatées ( $b$ ) et dilatées ( $a$ ) à partir d'une ondelette mère  $\psi$  et forme une base d'analyse pouvant être orthonormale. Elle vérifie les propriétés élémentaires suivantes :

- $\psi \in L^2(\mathbb{R})$  et la condition d'ondulation imposent une moyenne nulle. Elle est centrée au voisinage de 0 et de norme unitaire ;
- la transformée en ondelettes d'un signal  $s(t)$  est définie par le produit scalaire  $W[s, \psi_{a,b}] = \langle s | \psi_{a,b} \rangle$  ;
- les éléments engendrés sont  $\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \psi\left(\frac{t-b}{a}\right)$

et permettent un pavage efficace du plan temps-fréquence.

L'opération mesure donc le comportement de  $s$  autour de l'instant  $b$  et dans un rayon proportionnel au facteur d'échelle  $a$  ;

- $\psi$  est caractérisée par un nombre de moments  $m$  tel que  $\langle t^m | \psi(t) \rangle = 0$

La transformée en ondelettes continue fournit une analyse la plus précise possible sur le plan temps-échelle mais au prix d'une redondance forte de l'information mesurée (coût de calcul). Il existe une alternative permettant d'optimiser l'analyse en utilisant des ondelettes générant des bases orthonormées discrètes de  $L^2(\mathbb{R})$  :

$$\left\{ \psi_{j,n}(t) = 2^{-j/2} \cdot \psi(2^{-j}t - n) \right\}_{(j,n) \in \mathbb{Z}^2}$$

On constitue de cette façon une analyse multirésolution. Elle examine le signal  $s$  par projections orthogonales sur les espaces d'approximation  $V_j$  et de détails  $W_j$  et ceci pour toutes les résolutions  $2^j$  possibles. La perte d'infor-

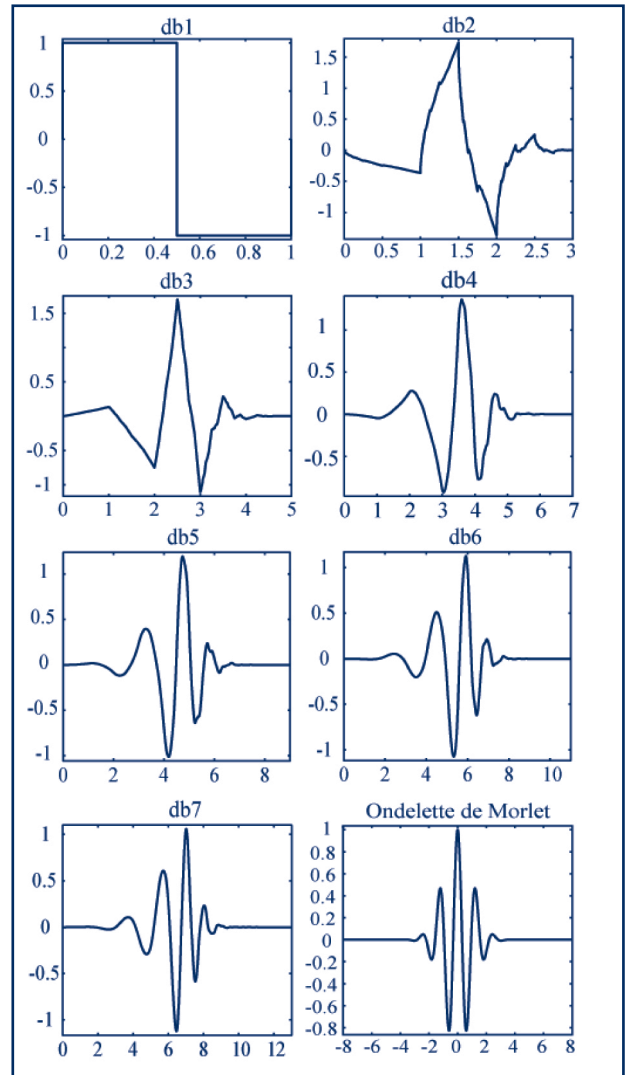


Figure 2. Quelques ondelettes : Daubechies d'ordre 1 à 7 et Morlet.

mation entre deux échelles  $2^j$  et  $2^{j+1}$  est entièrement évaluée par la quantité  $\langle s | \psi_{j,n} \rangle$ .

Deux filtres  $h$  et  $g$  facilitent l'implantation de l'approximation multirésolution. Le lien entre le filtre  $h$  et la fonction d'échelle  $\varphi$  vérifie :

$$\begin{cases} h[n] = \langle \varphi | \varphi_{-1,n} \rangle_{n \in \mathbb{N}} \\ |\hat{h}(\omega)|^2 + |\hat{h}(\omega + \pi)|^2 = 2 \\ \text{avec } \hat{h}(0) = 2 \end{cases}$$

De la même façon, l'analyse multirésolution dans l'espace des détails  $W_j$  est réalisée par le filtre  $g$  avec :  $g[n] = \langle \psi | \varphi_{-1,n} \rangle_{n \in \mathbb{N}}$ .

Ces deux filtres discrets constituent les « filtres miroirs conjugués ». Ils sont d'une extrême importance car ils permettent la mise en œuvre de l'outil très performant que constitue la transformée en ondelettes rapide. Nous renvoyons le lecteur à [5] et [6] pour plus de détails.

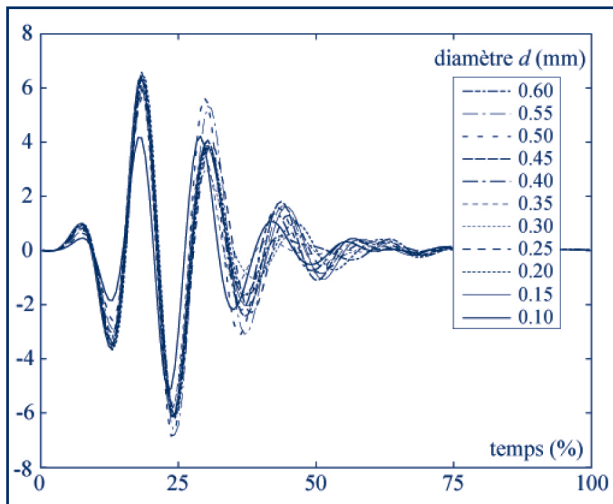


Figure 3. Echos de synthèse pour un diamètre  $d$  (mm)  $\{0.10, 0.15, 0.20, 0.25, \dots, 0.6\}$ .

### 3. Choix des ondelettes pour la mesure du diamètre filaire

La question du choix de l'ondelette est récurrente à toute application la mettant en œuvre [7]. Dans notre cas, en considérant les échos quasi-rigides expérimentaux de la figure 1, une simple lecture de la figure 2 montre qu'une ondelette de Daubechies d'ordre  $N > 4$  ou une ondelette de Morlet semblent être de bonnes candidates à l'analyse de ces signaux. La symétrie caractéristique de l'ondelette de Morlet en fait une candidate idéale pour l'analyse en ondelettes continue. Les ondelettes de Daubechies sont l'archétype même de l'analyse en ondelettes discrète. Elles sont extraordinairement bien adaptées à l'analyse multirésolution. Leur occupation temps-échelle traduit une bonne résolution à la fois temporelle et fréquentielle. Elles permettent une représentation très stable du signal et sont à support compact. Leur nombre de moments est réglable. Elles présentent un éventail « morphologique » complet allant d'un comportement totalement discontinu (db1) en passant par la fractalité (db2) jusqu'à des réponses s'adoucissant continûment en termes de régularité. Enfin, elles forment une base orthonormale.

Les deux ondelettes choisies pour cette étude, c'est-à-dire l'ondelette de Morlet (morl) et celle de Daubechies d'ordre 7 (db7), ont été sélectionnées parmi les meilleures candidates possibles. Elles offrent d'une part, une bonne adéquation entre la rugosité de l'ondelette et celle du signal analysé, et d'autre part, un nombre de moments compatibles avec la morphologie de ce même signal.

### 4. Estimation du diamètre filaire

L'objectif de la méthode est de rechercher une base d'ondelettes telle que l'amplitude du plus grand coefficient, à une échelle pertinente, dépende de manière univoque du diamètre du fil, indépendamment de la nature du

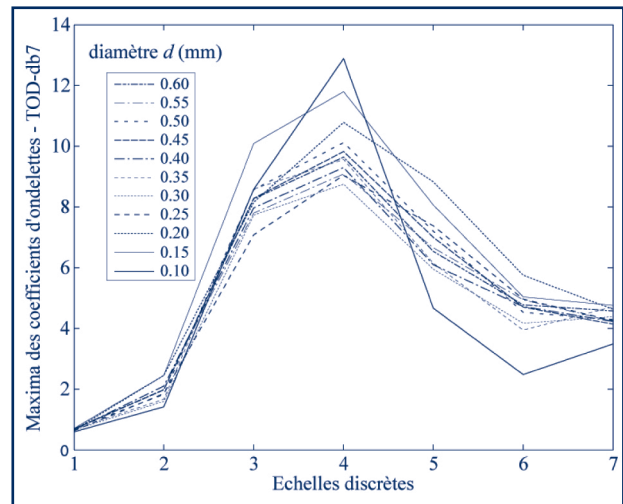


Figure 4. TOD-db7 : maxima des coefficients d'ondelettes en fonction de l'échelle discrète pour les échos de synthèse.

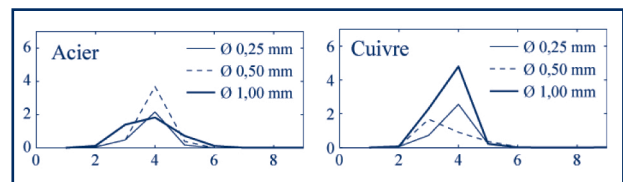


Figure 5. TOD-db7 : maxima des coefficients d'ondelettes en fonction de l'échelle discrète pour les échos expérimentaux.

matériau au sein d'une classe donnée (métaux, matériaux mous, etc.).

Comme indiqué dans [2], il est possible de générer l'écho rétrodiffusé théorique d'un fil correspondant à un diamètre donné, à partir de sa fonction de forme théorique. Nous utilisons cette technique afin de créer 11 EQR de synthèse pour des diamètres  $d$  (mm)  $\{0.10, 0.15, 0.20, 0.25, \dots, 0.6\}$ , qui sont présentés à la figure 3 et qui vont servir de référence dans la construction de l'estimateur.

La méthode proposée s'articule autour des trois étapes suivantes :

- décomposer en ondelettes chacun des 11 échos de synthèse, en utilisant la technique du mirroring [8] afin d'atténuer les effets de bord ;
- déterminer l'échelle offrant les plus grands coefficients d'ondelettes tout en respectant la relation d'ordre les reliant aux différents diamètres ;
- calculer, par minimisation de l'erreur au sens des moindres carrés d'une approximation polynomiale, les coefficients d'un polynôme qui établira la relation entre ces maxima et les diamètres de référence.

Afin d'élaborer le meilleur estimateur possible, nous avons choisi d'appliquer cette méthode aux différents échos de synthèse en utilisant trois transformées en ondelettes : la transformée en ondelettes discrète (TOD) utilisant une ondelette de Daubechies d'ordre 7 (TOD-db7), la transformée en ondelettes continue (TOC) utilisant une ondelette de Morlet et analysant les échelles de manière

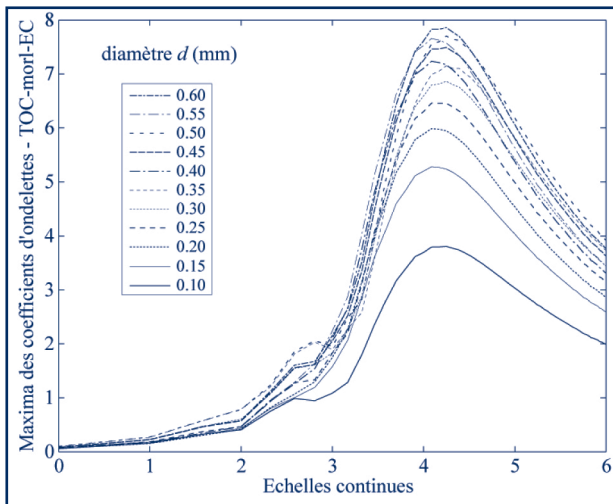


Figure 6. TOC-morl-EC : maxima des coefficients d'ondelettes en fonction de l'échelle continue pour les échos de synthèse.

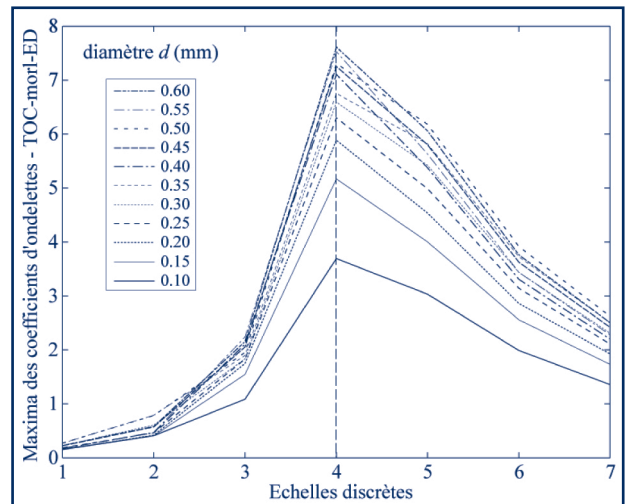


Figure 8. TOC-morl-ED : maxima des coefficients d'ondelettes en fonction de l'échelle discrète pour les échos de synthèse.

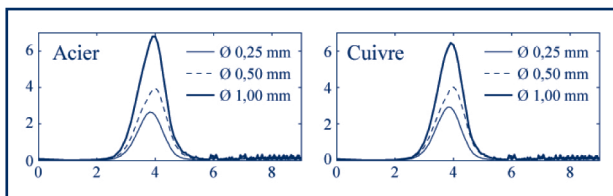


Figure 7. TOC-morl-EC : maxima des coefficients d'ondelettes en fonction de l'échelle continue pour les échos expérimentaux.

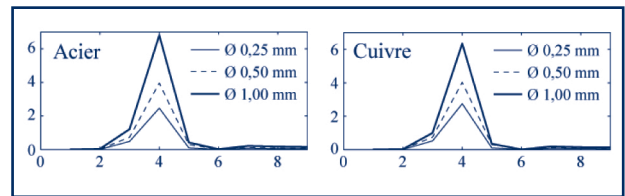


Figure 9. TOC-morl-ED : maxima des coefficients d'ondelettes en fonction de l'échelle discrète pour les échos expérimentaux.

continue (TOC-morl-EC), la même transformée en ondelettes continue mais analysant les échelles de manière dyadique (TOC-morl-ED).

La section suivante aborde donc la comparaison de ces trois déclinaisons de la méthode dans un contexte d'estimation de trois diamètres pour des fils d'acier et de cuivre.

## 5. Mise en œuvre et comparaison de trois techniques d'estimation

### 5.1. Estimation par TOD-db7

L'évolution des maxima des coefficients générés à partir de ce type d'ondelettes pour les échos de synthèse est donnée à la figure 4. Ils ne respectent pas la relation entre les diamètres. Pour le plus petit diamètre (0,1 mm), le maxima d'ondelette est bien le plus petit aux échelles 2, 5 ou 6, mais il est le plus grand à l'échelle 4 qui est précisément celle où tous les maxima présentent leur maximum.

L'analyse en ondelettes réalisée sur les échos expérimentaux, dont les maxima sont présentés à la figure 5, n'est pas meilleure. En effet, non seulement la relation d'ordre n'est pas respectée, mais le plus grand des maxima ne se situe pas toujours à la même échelle. Pour le diamètre 1 mm par exemple, le maximum est le plus petit des trois pour l'acier, alors qu'il est le plus grand pour le cuivre.

Bien que son enveloppe corresponde à celle de l'écho, l'ondelette db7, comme toutes celles de la famille Daube-

chies, oscille de manière irrégulière et cet aspect peut contribuer à la dégradation des résultats. Cette technique sera donc écartée dans la suite de ce travail.

### 5.2. Estimation par TOC-morl et analyse continue des échelles

Le résultat de la décomposition en ondelettes par cette approche est indiqué à la figure 6. On peut y observer que, non seulement les maxima apparaissent au voisinage de l'échelle 4, mais qu'en plus à cette échelle, la relation d'ordre entre les diamètres est totalement respectée. Contrairement à la TOD-db7, cette remarque s'applique parfaitement aux échos expérimentaux de la figure 7.

La meilleure qualité de l'analyse s'explique par la mise en œuvre d'une transformée en ondelettes continue ainsi que par le choix pertinent de l'ondelette de Morlet dont l'enveloppe et la régularité des oscillations sont en parfaite adéquation avec celles des échos.

Cependant, l'inconvénient majeur d'une transformée en ondelettes continue réside dans le temps de calcul qui est beaucoup plus élevé que dans une approche discrète. C'est la raison pour laquelle nous proposons une troisième technique qui tire avantage des deux précédentes, c'est-à-dire une analyse continue mais en explorant les échelles de façon dyadique, comme le fait une analyse discrète.

### 5.3. Estimation par TOC-morl et analyse dyadique des échelles

La figure 8, qui présente l'évolution des coefficients d'ondelettes par cette méthode, montre clairement l'importance de l'échelle 4 qui, à elle seule, concentre tous les maxima et respecte la relation d'ordre sur les diamètres. Il faut d'ailleurs souligner ici l'étonnante capacité de certaines ondelettes à mettre en évidence l'énergie de chacun des échos à *une seule et unique échelle*.

Ces résultats (figure 8) sont semblables aux précédents (figure 6) mais avec l'énorme avantage de ne nécessiter qu'une analyse à l'échelle 4. Cette approche offre donc la possibilité d'obtenir une grande précision dans les mesures en requérant un temps de calcul extrêmement réduit puisque une seule échelle est explorée.

Nous observons également sur l'analyse expérimentale de la figure 9 qu'en prélevant les maxima des coefficients uniquement à l'échelle 4, nous obtenons à la fois le plus grand des maxima et un ordre entre les diamètres parfaitement respecté.

### 5.4. Comparaison des méthodes TOC-morl-EC et TOC-morl-ED

L'élaboration d'un modèle par l'analyse en ondelettes nécessite de prendre le maximum de chacune des courbes de la figure 6 ou de la figure 8. Or, pour l'approche TOC-morl-EC, l'échelle présentant ce maximum est variable, ce qui demande l'exploration d'une plage continue d'échelles. Dans le cas de la TOC-morl-ED, l'algorithme est beaucoup plus rapide puisqu'une seule échelle est analysée.

En outre, la figure 10 présente le lien entre le diamètre et le maxima des coefficients d'ondelettes pour les approches TOC-morl-ED et TOC-morl-EC. Pour cette dernière, nous observons que la valeur du coefficient pour le diamètre 0,55 mm est inférieure à celle obtenue pour le diamètre 0,50 mm, ce qui montre que la relation d'ordre n'est pas respectée. Il est donc indispensable d'adopter la méthode de calcul par transformée en ondelette de Morlet continue aux échelles discrètes.

## 6. Résultats

Les résultats qui suivent ont donc été obtenus par application de la méthode TOC-morl-ED. La figure 11 détaille l'estimateur calculé par approximation polynômiale tandis que la figure 12 présente les résultats de mesure lorsqu'on lui soumet, après normalisation, les échos expérimentaux de cuivre et d'acier.

Les valeurs numériques calculées par la méthode TOC-morl-ED sont synthétisées par le tableau 1. Elles fournissent des résultats très intéressants. En effet, l'erreur relative des méthodes présentées pour les diamètres 1 mm, 0,5 mm et 0,25 mm plafonne respectivement à 5 %, 2 % et 12 %. Ces valeurs sont à comparer à 12 %, 12 % et surtout 28 % pour la méthode de Schweitzer *et al.*

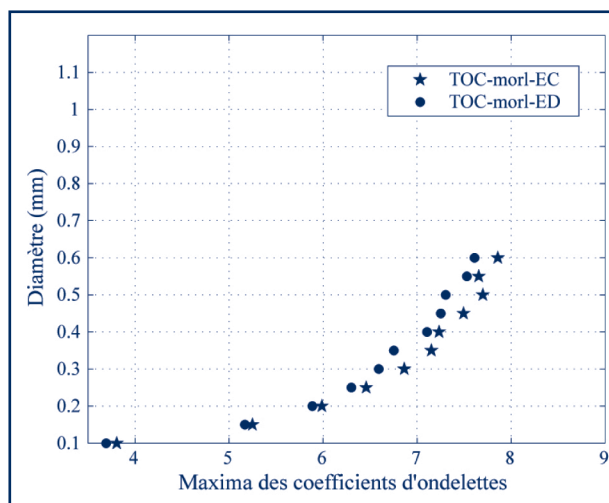


Figure 10. Relation diamètre / maxima d'ondelettes pour les approches TOC-morl-EC et TOC-morl-ED.

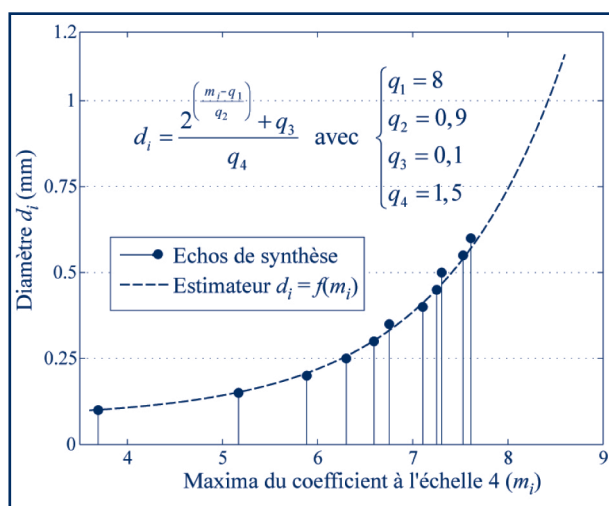


Figure 11. Construction de l'estimateur à ondelettes par TOC-morl-ED.

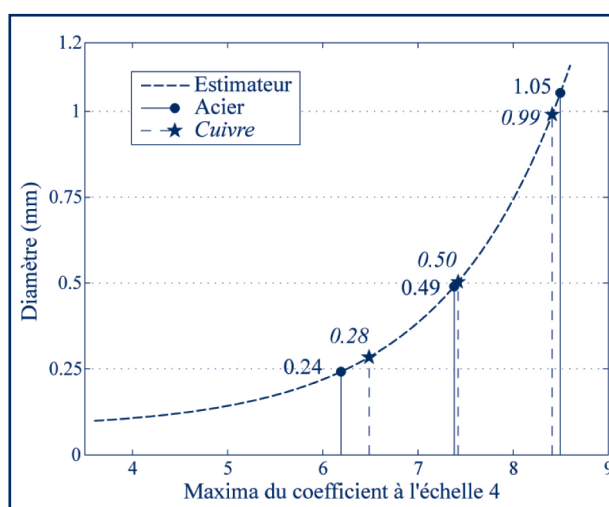


Figure 12. Mesure du diamètre des fils d'acier et de cuivre par soumission de leurs échos à l'estimateur à ondelettes.

Diamètres de référence (mm)	Méthodes de calcul	Acier		Cuivre	
		T	F	T	F
Ø 0,25	Ø mesuré (mm)	0,24	0,31	0,28	0,32
	Erreur relative	12 %	24 %	12 %	28 %
Ø 0,50	Ø mesuré (mm)	0,49	0,56	0,50	0,56
	Erreur relative	2 %	12 %	0 %	12 %
Ø 1,00	Ø mesuré (mm)	1,05	1,08	0,99	1,12
	Erreur relative	5 %	8 %	1 %	12 %

\* F : méthode fréquentielle de Schweitzer *et al*

\* T : méthode temporelle TOC-morl-ED des auteurs

Tableau 1. Résultats comparatifs des mesures et des précisions relatives obtenues par les deux méthodes fréquentielle et temporelle.

## 7. Conclusion

À partir de la technique de mesure du diamètre d'un fil immergé développée par Schweitzer *et al.* se plaçant sous l'angle fréquentiel, nous avons proposé une nouvelle méthode reposant sur une approche temporelle par une analyse en ondelettes associée à un polynôme d'approximation. Nous avons montré qu'une transformée en ondelettes continue basée sur une ondelette de Morlet examinant une seule et unique échelle donne de meilleurs résultats que la technique fréquentielle. Elle demeure simple de mise en œuvre et ne nécessite qu'une étape préalable de normalisation. Il est souhaitable de prolonger l'étude, dans un premier temps, en testant d'autres familles d'ondelettes sur une plus grande variété de diamètres et de matériaux tout en améliorant la précision des références. Dans un second temps, il sera nécessaire d'adapter le dispositif à des particules en suspension dont l'analyse reposera sur une transformée en ondelettes à deux dimensions.

## Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier P. Schweitzer et J. Mathieu pour leur avoir transmis les signaux d'étude.

## Références

- [1] M. F. JOURDAN, « *Guide de choix des granulomètres et compteurs de particules appliqués à l'analyse des poudres et des suspensions* », Publication EXERA n° S-3673-X-95, 1995.
- [2] J. MATHIEU, P. SCHWEITZER, E. TISSERAND, " *Ultrasonic Scattering Technique for Target Size Measurement*", Measurement Science and Technology, vol. 13, 2002, p. 660-666.
- [3] L. FLAX, G. GAUNARD, H. ÜBERALL, " *Theory of Resonance Scattering, Physical Acoustics Principles and Methods*", ed. W. P. Masson et R. N. Thurston (New York: Academic), vol. 15, 1981, p. 191-29.
- [4] P. SCHWEITZER, E. TISSERAND, J. MATHIEU, J. RAGOT, « *Analyse corrélative de signature ultrasonore de cibles immergées : application à la mesure dimensionnelle* », JESA, Editions Hermès Lavoisier, vol. 36, n° 6, 2002, p. 865-878.
- [5] I. DAUBECHIES, " *Ten Lectures on Wavelets*", SIAM, Philadelphia, PA, 1992.
- [6] S. MALLAT, " *A wavelet Tour of Signal Processing*", San Diego, CA: Academic Press XXIV, 1998.
- [7] A. SCIPIONI, P. RISCHETTE, G. BONHOMME, « *Mouvement Brownien fractionnaire : choix de l'ondelette dans l'estimation de l'exposant de Hurst* », GRETSI, Troyes, 11-14 septembre 2007.
- [8] A. JENSEN, A. LA COUR-HARBO, " *Ripples in Mathematics*", Springer, Berlin, 2001, p. 127-150.

## Les auteurs

**Angel Scipioni** est actuellement enseignant à l'IUT Henri Poincaré de Longwy. Dans le cadre de son doctorat, il travaille sur l'application des ondelettes à la détection acoustique de cibles et à la modélisation des plasmas chauds. Il est diplômé du Conservatoire National des Arts & Métiers où il a obtenu le titre d'ingénieur en 2004. De 1983 à 1985, il était à Paris chez Thomson CSF, au département Traitement d'images. De 1986 à 1990, il était chez Thomson semi-conducteur (front et back end), à Paris, Grenoble et Milan.

**Pascal Rischette** est maître de conférences à l'Ecole de l'air de Salon de Provence où il est chef du laboratoire de Morpho-Analyse du Signal au Centre de Recherche de l'Armée de l'air. Il est chercheur associé au Laboratoire de Physique des Milieux Ionisés et Applications de Nancy. Ses activités de recherche portent sur l'application des ondelettes à la signature d'aéronefs dans un contexte de détection et de maintenance préventive, ainsi que sur la modélisation des plasmas chauds.