

UNO SGUARDO SULLA SCUOLA

Il Seminario "I dati INVALSI:
uno strumento per la ricerca"

a cura di
Patrizia Falzetti

FrancoAngeli
OPEN  ACCESS


2014-2020


INVALSI

INVALSI PER LA RICERCA
STUDI E RICERCHE



INVALSI PER LA RICERCA

La collana Open Access INVALSI PER LA RICERCA si pone come obiettivo la diffusione degli esiti delle attività di ricerca promosse dall'Istituto, favorendo lo scambio di esperienze e conoscenze con il mondo accademico e scolastico.

La collana è articolata in due sezioni: "Studi e ricerche", i cui contributi sono sottoposti a revisione in doppio cieco, e "Percorsi e strumenti", di taglio più divulgativo o di approfondimento, sottoposta a singolo referaggio.

Direzione: Anna Maria Ajello

Comitato scientifico:

- Tommaso Agasisti (Politecnico di Milano);
- Cinzia Angelini (Università Roma Tre);
- Giorgio Asquini (Sapienza Università di Roma);
- Carlo Barone (Istituto di Studi politici di Parigi);
- Maria Giuseppina Bartolini (Università di Modena e Reggio Emilia);
- Giorgio Bolondi (Libera Università di Bolzano);
- Francesca Borgonovi (OCSE•PISA, Parigi);
- Roberta Cardarelo (Università di Modena e Reggio Emilia);
- Lerida Cisotto (Università di Padova);
- Patrizia Falzetti (INVALSI);
- Martina Irsara (Libera Università di Bolzano);
- Paolo Landri (CNR);
- Bruno Losito (Università Roma Tre);
- Annamaria Lusardi (George Washington University School of Business, USA);
- Stefania Mignani (Università di Bologna);
- Marcella Milana (Università di Verona);
- Paola Monari (Università di Bologna);
- Maria Gabriella Ottaviani (Sapienza Università di Roma);
- Laura Palmerio (INVALSI);
- Mauro Palumbo (Università di Genova);
- Emmanuele Pavolini (Università di Macerata);
- Donatella Poliandri (INVALSI);
- Roberto Ricci (INVALSI);
- Arduino Salatin (Istituto Universitario Salesiano di Venezia);
- Jaap Scheerens (Università di Twente, Paesi Bassi);
- Paolo Sestito (Banca d'Italia);
- Nicoletta Stame (Sapienza Università di Roma);
- Roberto Trincherò (Università di Torino);
- Matteo Viale (Università di Bologna);
- Assunta Viteritti (Sapienza Università di Roma);
- Alberto Zuliani (Sapienza Università di Roma).

Comitato editoriale:

Paola Bischetti; Ughetta Favazzi; Simona Incerto; Rita Marzoli (coordinatrice); Veronica Riccardi.



Il presente volume è pubblicato in open access, ossia il file dell'intero lavoro è liberamente scaricabile dalla piattaforma **FrancoAngeli Open Access** (<http://bit.ly/francoangeli-oa>).

FrancoAngeli Open Access è la piattaforma per pubblicare articoli e monografie, rispettando gli standard etici e qualitativi e la messa a disposizione dei contenuti ad accesso aperto. Oltre a garantire il deposito nei maggiori archivi e repository internazionali OA, la sua integrazione con tutto il ricco catalogo di riviste e collane FrancoAngeli massimizza la visibilità, favorisce facilità di ricerca per l'utente e possibilità di impatto per l'autore.

Per saperne di più:

http://www.francoangeli.it/come_publicare/publicare_19.asp

I lettori che desiderano informarsi sui libri e le riviste da noi pubblicati possono consultare il nostro sito Internet: www.francoangeli.it e iscriversi nella home page al servizio "Informatemi" per ricevere via e-mail le segnalazioni delle novità.

UNO SGUARDO SULLA SCUOLA

Il Seminario "I dati INVALSI:
uno strumento per la ricerca"

a cura di
Patrizia Falzetti



FrancoAngeli
OPEN  ACCESS

Le opinioni espresse nei lavori sono riconducibili esclusivamente agli autori e non impegnano in alcun modo l'Istituto. Nel citare i contributi contenuti nel volume non è, pertanto, corretto attribuirne le argomentazioni all'INVALSI o ai suoi vertici.

Grafica di copertina: Alessandro Petrini

Copyright © 2019 by FrancoAngeli s.r.l., Milano, Italy & INVALSI – Istituto Nazionale per la Valutazione del Sistema educativo di Istruzione e di formazione.

L'opera, comprese tutte le sue parti, è tutelata dalla legge sul diritto d'autore ed è pubblicata in versione digitale con licenza *Creative Commons Attribuzione-Non Commerciale-Non opere derivate 4.0 Internazionale* (CC-BY-NC-ND 4.0)

L'Utente nel momento in cui effettua il download dell'opera accetta tutte le condizioni della licenza d'uso dell'opera previste e comunicate sul sito

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.it>

ISBN 9788891794796

Indice

Introduzione di <i>Patrizia Falzetti</i>	pag. 7
1. L'influenza del clima scolastico sui risultati degli studenti italiani di <i>Sergio Longobardi, Margherita Maria Pagliuca, Andrea Regoli</i>	» 9
2. Le prove nazionali INVALSI e l'indagine internazionale PISA 2015: un confronto tra i risultati in Matematica e Lettura di <i>Elisa Caponera, Bruno Losito, Laura Palmerio</i>	» 33
3. La biblioteca scolastica e il rendimento degli studenti: una relazione da approfondire di <i>Rita Marzoli, Ornella Papa</i>	» 57
4. Nazionalità, migrazione e apprendimenti in Italia: una comparazione tra livelli scolastici di <i>Eleonora Vlach</i>	» 73
5. Le difficoltà linguistiche e di comprensione del testo nei quesiti INVALSI di Matematica di <i>Stefania Pancanti</i>	» 95
6. L'impatto del gap linguistico nelle performance degli allievi con cittadinanza italiana e non italiana: dai risultati delle prove INVALSI al lavoro in classe di <i>Chiara Giberti, Matteo Viale</i>	» 117

7. Spazio sociale, capitale culturale e performance scolastica.
Un'analisi multidimensionale dei dati
del Questionario studente INVALSI
di *Marco Serino, Michele Cardone, Emiliano Campodifiori* pag. 141
8. Chi sono gli studenti *top performers*?
Uno studio attraverso
l'analisi dei risultati delle Rilevazioni nazionali
INVALSI 2015
di *Paolo Barabanti, Valeria F. Tortora* » 163
9. Chi non fa le prove INVALSI:
caratteristiche degli assenti alle prove
di *Michele Cardone, Daniela Di Ascenzo, Monica Papini* » 183
10. Tempo pieno e 27 ore nella scuola primaria:
c'è qualche differenza nelle performance?
di *Brunella Fiore* » 209
11. Caratteristiche socio-demografiche degli insegnanti italiani
e loro influenze sugli apprendimenti degli studenti
di *Giovanni Abbiati, Gianluca Argentin* » 227
12. I dirigenti scolastici in Italia: alcune caratteristiche
dei leader dell'educazione
di *Giuseppina Le Rose, Veronica Riccardi* » 243
13. L'inclusione sociale nei percorsi di istruzione
tra diritti di solidarietà, mobilità universale e migrazioni:
la sfida per i sistemi educativi e le prossime aree di ricerca
di *Mariacristina Grazioli* » 261
- Gli autori » 273

6. L'impatto del gap linguistico nelle performance degli allievi con cittadinanza italiana e non italiana: dai risultati delle prove INVALSI al lavoro in classe

di Chiara Giberti, Matteo Viale*

La ricerca proposta – che prosegue precedenti studi frutto del lavoro congiunto dei due autori, una matematica e un linguista – si propone di passare in rassegna i dati delle prove INVALSI di Italiano e di Matematica per alcune coorti a partire dal 2009 per mettere in evidenza le diverse performance di allievi con cittadinanza italiana e non italiana, presumibilmente non madrelingua italiana, nei diversi ambiti delle prove di comprensione del testo, riflessione sulla lingua e Matematica.

Sarà poi possibile calcolare le percentuali di risposta corretta in ogni domanda per allievi con cittadinanza italiana e non italiana nelle diverse prove. L'osservazione delle domande per le quali non si riscontrano diversi comportamenti e di quelle in cui le differenze sono più marcate consentirà di avanzare delle ipotesi tese a spiegare in che misura la diversa prestazione possa dipendere dalla componente linguistica, intesa come livello di comprensione di un testo scritto e caratteristiche della formulazione del quesito.

Per le domande in cui la differenza tra studenti è maggiore sarà poi possibile, attraverso un'analisi basata sul modello di Rasch, osservare l'andamento delle curve di risposta distinte per allievi con cittadinanza italiana e non italiana. In questo modo sarà possibile confrontare l'andamento della risposta corretta e dei distrattori in funzione del livello di abilità degli studenti e ciò consentirà di determinare per quali domande il gap è costante nei diversi livelli di abilità e per quali è invece concentrato su un particolare livello.

* Il contributo è frutto del lavoro comune dei due autori. Chiara Giberti ha curato la redazione dei paragrafi 2.1, 2.2, 2.3, 2.5 e 3.1; Matteo Viale dei paragrafi 1, 2.4, 3.2 e 4. Gli autori sono grati al Servizio statistico dell'Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione (INVALSI) per aver messo a disposizione i dati alla base delle elaborazioni presentate in questo contributo.

Infine, si utilizzeranno congiuntamente i risultati delle prove di Italiano e Matematica per osservare una possibile correlazione tra i singoli quesiti di Matematica e il punteggio ottenuto dagli studenti nella comprensione del testo. In questo modo si cercherà di capire quali sono i quesiti di Matematica le cui risposte sono più correlate con l'abilità degli studenti nella comprensione del testo; l'analisi di questi quesiti consentirà di trarre spunti didattici di interesse per il lavoro in aula sulla componente linguistica della Matematica e di trarre utili indicazioni generali per la formulazione dei quesiti.

1. Premessa

I dati sulla presenza di allievi con cittadinanza non italiana nel sistema scolastico italiano mostrano che, nell'ultimo decennio, il loro numero è progressivamente aumentato, passando dai circa 196.000 dei primi anni Duemila ai circa 826.000 dell'anno scolastico 2016/2017. Ciò significa che gli "allievi con cittadinanza non italiana", come li definisce l'ISTAT, sono in media circa il 9,4% del totale, con fortissime differenze tra aree geografiche e spesso anche tra istituti di una stessa località, se si pensa che circa il 5,5% delle scuole sul territorio nazionale supera il 30% di iscritti con cittadinanza non italiana¹. I dati mostrano, inoltre, che quasi il 60% degli allievi con cittadinanza non italiana è di seconda generazione², anche se la loro presenza non è omogenea nei diversi cicli scolastici, con una percentuale più bassa nella scuola secondaria di secondo grado.

Lo svantaggio linguistico degli allievi con cittadinanza non italiana, molto diversificato, si riflette negativamente sulla loro esperienza scolastica ed emerge con chiarezza dai dati delle prove INVALSI di Italiano e Matematica, che offrono spunti preziosi per interpretare la situazione e ipotizzare proficue soluzioni sul piano didattico. Proseguendo un filone di studi già avviato (Giberti e Viale, 2017), proporrò in questa sede un'analisi dei dati tesa a far

¹ I dati più aggiornati sono messi a disposizione dal Ministero dell'Istruzione, dell'università e della ricerca – Ufficio di statistica, *Gli alunni con cittadinanza non italiana a.s. 2016/2017* (marzo 2018), al link http://www.miur.gov.it/documents/20182/0/FOCUS+16-17_Studenti+non+italiani/be4e2dc4-d81d-4621-9e5a-848f1f8609b3?version=1.0.

² Si considerano come "allievi con cittadinanza non italiana" (Rapporto *Risultati INVALSI 2017*; OECD, *PISA Technical Report 2006*) gli alunni nati all'estero da genitori stranieri ("prima generazione") e gli alunni nati in Italia da genitori entrambi stranieri ("seconda generazione"). Tutti gli alunni d'origine immigrata partecipano alle prove INVALSI, anche se inseriti per la prima volta in una scuola con lingua di insegnamento italiana nel corso dell'anno scolastico.

emergere il ruolo della componente linguistica non solo nelle performance della prova di Italiano, ma anche, meno scontato, in quella di Matematica. In particolare, si cercherà di capire quali quesiti siano più legati alle competenze linguistiche complessive dello studente e per questo, dal punto di vista didattico, bisognosi di un focus linguistico che vada al di là dei meri contenuti e proponga una riflessione anche sulla loro formulazione e le difficoltà poste in rapporto alla competenza linguistica dello studente.

L'osservazione delle domande per le quali non si riscontrano diversi comportamenti tra allievi con cittadinanza italiana e non italiana e di quelle in cui le differenze sono più marcate consente di avanzare delle ipotesi tese a spiegare in che misura la diversa prestazione possa dipendere dalla componente linguistica, intesa come livello di comprensione linguistica e caratteristiche della formulazione del quesito. Da queste ipotesi possono emergere percorsi didattici di indubbio interesse.

In particolare per la prova di Matematica, attraverso una specifica proposta metodologica illustrata nel paragrafo 3, si cercherà di far emergere quei quesiti specificamente correlati alle competenze linguistiche emerse nella prova di Italiano. Anche in questo caso, sarà possibile trarre spunti didattici di interesse per il lavoro in aula sulla componente linguistica della Matematica e utili indicazioni generali per la formulazione dei quesiti.

Nell'impossibilità di dar conto in maniera esaustiva di tutta la massa di dati longitudinali disponibili nel ristretto spazio di questo contributo, nei paragrafi seguenti ci si soffermerà su una coorte di studenti e su una prova esemplificativa del diverso comportamento di allievi con cittadinanza italiana e non italiana di fronte a specifici quesiti.

2. Le diverse performance di allievi con cittadinanza italiana e non italiana nelle prove INVALSI

2.1. Coorte analizzata e numerosità del campione

Le prove INVALSI vengono somministrate dal 2009 in diversi gradi scolastici, dalla scuola primaria alla scuola secondaria di secondo grado. La mole di dati raccolta in più di un decennio di prove INVALSI risulta essere particolarmente interessante per compiere studi sul sistema scolastico italiano e sugli apprendimenti degli studenti, in particolare sulle diverse performance di allievi con cittadinanza italiana e non italiana; questi studi possono avere anche carattere longitudinale ed è possibile quindi seguire negli anni una stessa coorte di studenti che ha risposto a più prove.

Il lavoro presentato in questo contributo ha preso in esame la coorte di studenti che ha risposto alla prova di seconda primaria nel 2009 (grado 2), a quella di quinta primaria nel 2012 (grado 5) e alle due prove di prima (grado 6) e terza secondaria di primo grado (grado 8) rispettivamente nel 2013 e nel 2015 (fig. 1)³.

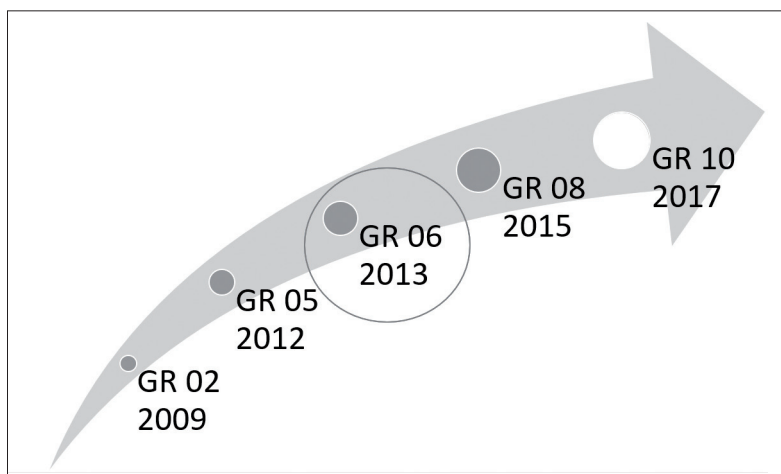


Fig. 1 – Schema relativo alla coorte di studenti analizzata

Nel dar conto dei risultati dell'analisi delle prove della coorte, si è scelto di prendere in esame non l'intera popolazione, ma i dati relativi al campione INVALSI (circa 30.000 studenti per ogni prova), che risulta essere rappresentativo dell'intera popolazione e in cui la somministrazione e l'inserimento dei dati sono avvenuti in maniera controllata. In questo modo, gli studenti che compongono la coorte nei diversi anni non sono esattamente gli stessi, ma possiamo considerare che, per ogni prova, il campione sia rappresentativo dell'intera popolazione di studenti e quindi, anche lavorando sui dati del campione, seguire l'intera popolazione di studenti negli anni.

Per ragioni di spazio non è possibile dar conto di tutte le prove della coorte prese in esame nel lavoro presentato; nei prossimi paragrafi proporrò quindi i risultati di una sola di queste indagini a titolo esemplificativo. In particolare, in questo contributo presenteremo le analisi relative alle prove di grado 6 del 2013 di Matematica e Italiano, al fine di indagare la natura e

³ Nel momento dell'analisi non erano ancora disponibili i dati relativi alla prova di seconda secondaria di secondo grado del 2017 (grado 10). Le analisi della coorte potranno essere completate con i risultati di questa prova in futuri contributi.

l'entità del gap relativo alla cittadinanza, sia a livello dell'intera prova, sia a livello dei singoli quesiti.

Come già sottolineato anche in precedenti studi (Giberti e Viale, 2017), circa il 10% degli studenti che rispondono alle prove INVALSI è di cittadinanza non italiana. Se si mettono a confronto le diverse prove di grado 6 effettuate negli anni, la percentuale di allievi con cittadinanza non italiana risulta essere pressoché invariata e, tra questi, circa la metà è di prima generazione (tab. 1).

Tab. 1 – Numerosità degli allievi con cittadinanza non italiana che hanno risposto alle prove INVALSI di grado 6 dal 2010 al 2013 (%)

	2010	2011	2012	2013
Allievi con cittadinanza italiana	90	89	89	89
Allievi con cittadinanza non italiana di prima generazione	6	3	6	5
Allievi con cittadinanza non italiana di seconda generazione	4	6	5	6

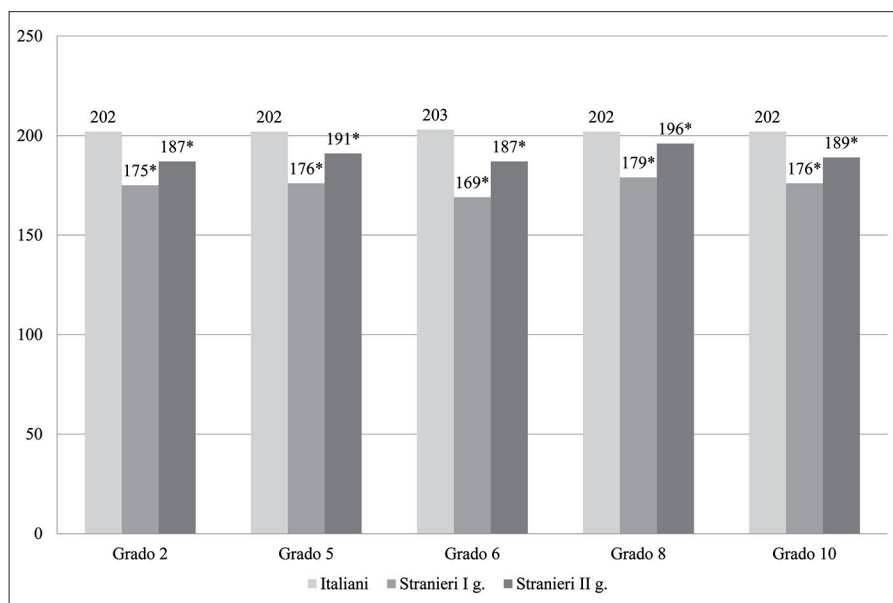
Nota: nel 2011 vi è una percentuale maggiore di dati mancanti relativi alla cittadinanza.

Questa situazione risulta confermata anche per la prova considerata: nel 2013, l'11% degli studenti che sostengono le prove INVALSI è di nazionalità non italiana e, tra questi, il 5% è straniero di prima generazione.

2.2. Gap sull'intera prova

Nei rapporti con i risultati delle prove standardizzate nazionali e internazionali vengono solitamente presentate le differenze di risultati in base alla cittadinanza in termini di punteggio medio sull'intera prova (INVALSI, 2017; OECD, 2016). Nel grafico seguente (fig. 2), tratto dal Rapporto INVALSI relativo alle prove di Italiano del 2013 (INVALSI, 2013), si possono osservare le differenze di punteggio medio di allievi con cittadinanza italiana e non italiana.

Come si può osservare, il divario tra i risultati degli allievi con cittadinanza italiana e non italiana è sempre piuttosto marcato e statisticamente significativo. Gli studenti che si trovano maggiormente in difficoltà sono chiaramente gli allievi con cittadinanza non italiana di prima generazione, nati all'estero da genitori stranieri. Questo divario resta marcato in tutti i gradi scolastici, senza significativi miglioramenti con l'avanzare della carriera scolastica.



L'asterisco indica che il valore si differenzia significativamente da quello della categoria di riferimento, in questo caso gli alunni italiani, con una probabilità $\geq 95\%$.

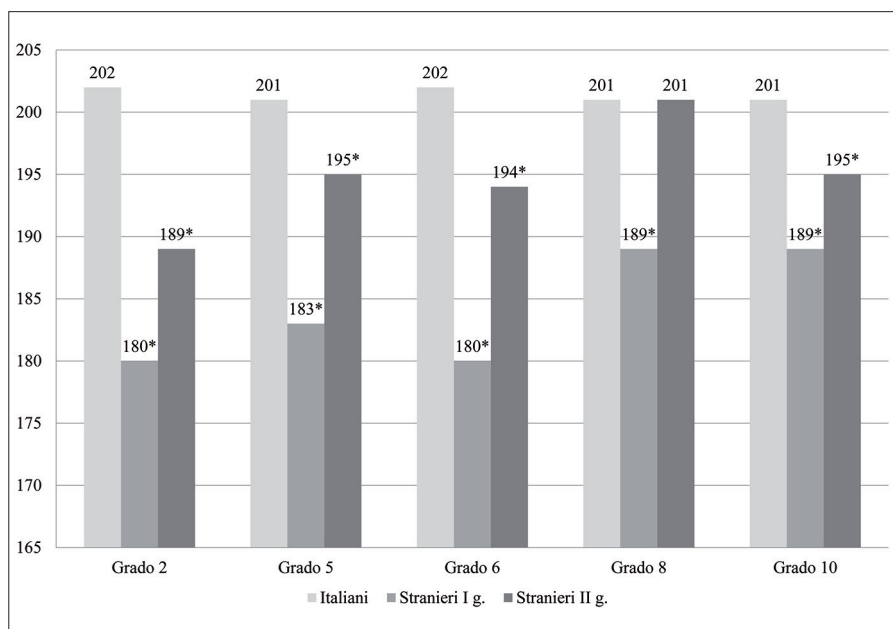
Fonte: Rapporto INVALSI 2013

Fig. 2 – Risultati a confronto in base alla cittadinanza, prove INVALSI 2013 di Italiano

Dalle nostre analisi, inoltre, risulta che le prove di Italiano mostrano un forte divario sia per quanto riguarda la parte di grammatica, sia per quanto riguarda la parte di comprensione del testo, come già sottolineato anche da studi precedenti (Giberti e Viale, 2017; Lo Duca, 2014).

Anche per quanto riguarda le prove di Matematica si osserva un forte divario tra gli allievi con cittadinanza italiana e non italiana, evidenziato sempre in termini di punteggio medio sulla intera prova nel Rapporto INVALSI (2013).

Come si osserva nel grafico seguente (fig. 3), anche in questo caso è presente un divario statisticamente significativo in tutti i gradi scolastici e gli studenti più svantaggiati risultano essere sempre quelli di prima generazione. A differenza della prova di Italiano, il divario sembra inoltre essere più marcato nei primi anni di scuola, per decrescere lentamente con il passare degli anni.



L'asterisco indica che il valore si differenzia significativamente da quello della categoria di riferimento, in questo caso gli alunni italiani, con una probabilità $\geq 95\%$.

Fonte: Rapporto INVALSI 2013

Fig. 3 – Risultati a confronto in base alla cittadinanza, prove INVALSI 2013 di Matematica

2.3. Gap su singoli quesiti

Il gap sull'intera prova (figg. 2 e 3) può dare importanti informazioni relativamente alle differenze nelle performance di allievi con cittadinanza italiana e non italiana in Italiano e in Matematica. È infatti possibile confrontare l'andamento del gap negli anni e capire se risulta particolarmente marcato per alcuni gradi scolastici rispetto ad altri. In particolare, queste rilevazioni possono essere approfondite con analisi statistiche più sofisticate e basate su ancoraggi tra le prove dei diversi anni, in modo da poter effettuare questi confronti anche tenendo conto del fatto che ogni anno gli studenti che rispondono alle prove sono diversi, così come variano le prove somministrate.

L'obiettivo di questo lavoro però è anche quello di studiare le cause che sono alla base del *gap* tra allievi con cittadinanza italiana e non italiana e

capire quanto le abilità nella comprensione del testo possano influire sul divario osservato in Matematica.

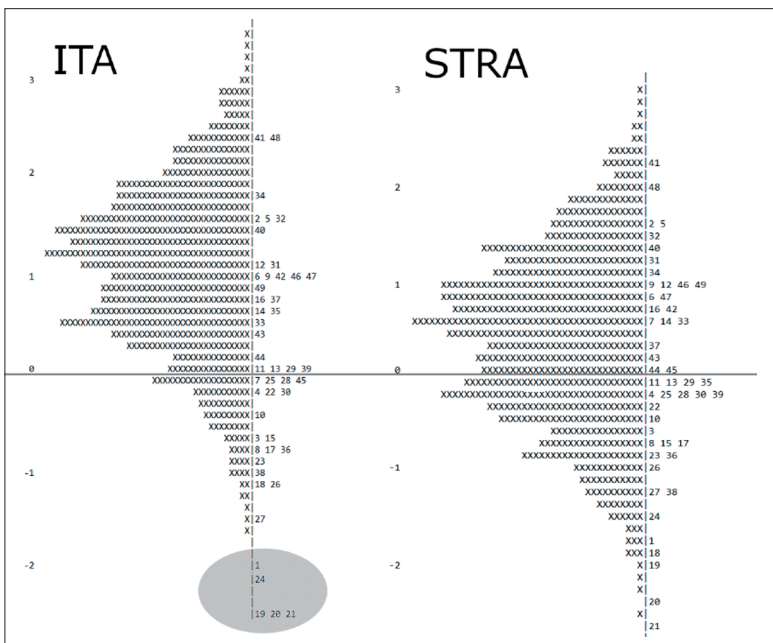
Per arrivare a comprendere le cause delle differenze nelle prove INVALSI tra allievi con cittadinanza italiana e non italiana non ci si può quindi limitare a informazioni globali a livello dell'intera prova, ma risulta particolarmente interessante approfondire gli studi a livello di singoli quesiti o gruppi di quesiti.

Le mappe di Wright distinte per allievi di cittadinanza italiana e non (figg. 4 e 5), realizzate nell'ambito di questo contributo grazie all'applicazione del modello di Rasch (1960), permettono di osservare contemporaneamente la distribuzione dei due gruppi di studenti in base al punteggio di abilità ottenuto sull'intera prova (nella parte a sinistra di ciascuna linea) e la distribuzione delle domande in base all'indice di difficoltà (numeri a destra di ciascuna linea). Grazie alle proprietà del modello di Rasch, i parametri relativi all'abilità degli studenti e alla difficoltà delle domande sono riportati sulla medesima scala e questo permette di affermare che uno studente che si trova a un certo livello di abilità ha una probabilità pari al 50% di rispondere correttamente a una domanda di pari livello, una probabilità minore di rispondere correttamente alle domande che si trovano al di sopra del suo livello di abilità e maggiore per le domande che si trovano a un livello minore.

Analizzando le prove di comprensione del testo di Italiano applicando separatamente il modello di Rasch ad allievi con cittadinanza italiana e non italiana (fig. 4), si può quindi osservare se la distribuzione dei quesiti in base alla difficoltà risulti la medesima o se, per esempio, le domande più complesse per gli allievi con cittadinanza non italiana siano diverse rispetto a quelle che mettono maggiormente in difficoltà gli allievi con cittadinanza italiana.

In questo caso è interessante notare che la distribuzione dei quesiti risulta essere simile per entrambi i gruppi di studenti, ad eccezione di pochi spostamenti soprattutto tra i quesiti dei livelli intermedi. I quesiti più complessi e quelli più semplici infatti risultano essere all'incirca gli stessi anche se cambia leggermente la distribuzione.

Alcuni quesiti però non sono significativi nel caso degli allievi con cittadinanza italiana, in quanto al di sotto del livello di abilità minimo degli studenti e questo significa che tutti gli studenti hanno una probabilità molto alta di rispondere correttamente a questi quesiti. Gli stessi quesiti però risultano necessari per la completezza della prova nel caso degli allievi con cittadinanza non italiana: questi quesiti risultano pertanto determinanti per discriminare tra i livelli di abilità più bassi degli allievi con cittadinanza non italiana.



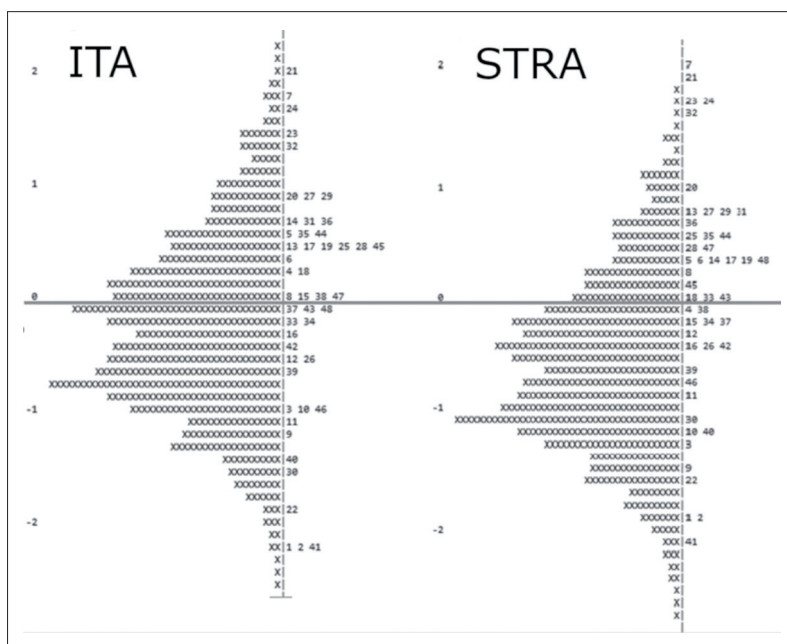
Fonte: elaborazione degli autori sulla base di dati forniti dall'INVALSI

Fig. 4 – Mappa di Wright degli allievi con cittadinanza italiana (a sinistra) e non italiana (a destra) nella prova INVALSI di comprensione del testo di Italiano di grado 6 somministrata nel 2013

Nelle mappe relative alla prova di Matematica (fig. 5), sostenuta sempre nel 2013 per il grado 6, non si osserva lo stesso comportamento evidenziato per l'Italiano, in quanto le domande più semplici risultano essere significative anche per gli allievi con cittadinanza italiana.

Anche in questo caso si può osservare una notevole somiglianza nella distribuzione dei quesiti: quelli più semplici e più difficili sono gli stessi per entrambi i gruppi di studenti e si osservano variazioni principalmente per i quesiti di difficoltà media.

Per approfondire maggiormente l'analisi a livello dei quesiti è stato quindi utilizzato, sia per la prova di comprensione del testo sia per la prova di Matematica, un indice costruito *ad hoc* per evidenziare in quali quesiti il divario tra allievi con cittadinanza italiana e non italiana sia maggiormente marcato.



Fonte: elaborazione degli autori sulla base di dati forniti dall'INVALSI

Fig. 5 – Mappa di Wright degli allievi con cittadinanza italiana (a sinistra) e non italiana (a destra) nella prova INVALSI di Matematica di grado 6 somministrata nel 2013

L'indice è basato sulla percentuale di risposte corrette fornite dagli allievi con cittadinanza italiana e da quelli con cittadinanza non italiana, ma tiene conto anche della complessità del quesito stesso (in termini di percentuale di risposte corrette sull'intera popolazione)⁴. L'indice di gap viene quindi calcolato come:

$$\text{Indice gap} = \frac{\% \text{ risp. corr. IT} - \% \text{ risp. corr. ST}}{\% \text{ risp. corr. TOT}}$$

In questo modo, una differenza di 10 punti percentuali su una domanda molto semplice con una percentuale totale di risposte corrette pari all'80% ha un peso minore rispetto alla stessa differenza osservata su una domanda più difficile e che raggiunge una percentuale di risposte corrette del 30%.

⁴ L'indice è già stato utilizzato dagli autori in Giberti e Viale (2017).

Dall'applicazione di questo indice si evidenzia che sia in Italiano sia in Matematica quasi tutti i quesiti mostrano un gap a favore degli allievi con cittadinanza italiana, che può essere però più o meno marcato⁵. Spiccano quindi alcune domande in cui gli allievi con cittadinanza non italiana hanno difficoltà maggiori rispetto ai coetanei italiani e risulta quindi interessante capire quali siano le caratteristiche di queste domande che le rendono particolarmente complesse per gli allievi con cittadinanza non italiana.

2.4. Esempi di quesiti con diverso gap nella prova di Italiano

Come mostra la tab. 3 in Appendice, il gap tra allievi con cittadinanza italiana e non italiana non risulta lo stesso in tutti i quesiti e appare caratterizzato da un'ampia variabilità, con quesiti con una distanza molto elevata e altri in cui questa appare scarsamente significativa.

Per limitarsi ad alcuni esempi tratti dalla prova in esame, uno dei quesiti di Italiano con il maggiore gap tra allievi con cittadinanza italiana e non italiana è il quesito A7 (fig. 6), che mira a verificare la comprensione di un termine usato nel testo oggetto della prova, la parola precipizio nella frase “per un bambino cinque metri sono un precipizio”, esclamazione di un bambino che nel racconto autobiografico di Erri De Luca esprime le sue paure per recuperare un pallone finito sul balcone di una casa abbandonata. Per un allievo con cittadinanza non italiana, non madrelingua, il termine presenta una duplice difficoltà: si tratta innanzitutto un termine di uso non comune, impiegato inoltre nel contesto con significato di iperbole.

<p>A7. Che cosa significa la parola “precipizio” (riga 20)?</p> <p>A. <input type="checkbox"/> Problema</p> <p>B. <input type="checkbox"/> Salto</p> <p>C. <input type="checkbox"/> Strapiombo</p> <p>D. <input type="checkbox"/> Spavento</p>

Fig. 6 – Quesito A7 – Prova INVALSI di Italiano di grado 6 del 2013

⁵ Le tabb. 3 e 4 in Appendice riportano i dati relativi all'indice di gap rispettivamente di tutti i quesiti di Italiano (comprensione del testo e riflessione sulla lingua) e di Matematica del grado 6 del 2013.

Se il 72% degli allievi con cittadinanza italiana risponde in modo corretto, solo il 45% degli allievi con cittadinanza italiana individua la risposta corretta, con un indice di gap di ben 40 punti.

A18. Quali caratteristiche, in base al testo, ha il protagonista del racconto?
 Metti una crocetta per ogni riga.

	Vero	Falso
a) È coraggioso	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b) È agile	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c) È violento	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d) È grasso	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e) È innamorato	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f) Ama la solitudine	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Fig. 7 – Quesito A18 – Prova INVALSI di Italiano di grado 6 del 2013

Tab. 2 – Risposte corrette per categorie di studenti negli item del quesito A18 – Prova INVALSI di Italiano di grado 6 del 2013 (%)

	Risposte corrette totale	Risposte corrette allievi con citt. italiana	Risposte corrette allievi con citt. non italiana	Indice di gap
A18_a (è coraggioso)	88	88	87	1
A18_b (è agile)	95	96	88	8
A18_c (è violento)	97	98	92	6
A18_d (è grasso)	97	97	93	4
A18_e (è innamorato)	74	75	64	14
A18_f (Ama la solitudine)	83	84	74	12

Se si esamina invece il quesito A18 (fig. 7), riferito allo stesso testo di quello appena citato, si nota che il gap è molto basso e in certi casi persino assente (tab. 2). Gli item rappresentano una serie di aggettivi appartenenti al vocabolario di base e usati anche nel linguaggio quotidiano (*coraggioso, violento, grasso...*) da ricollegare alla descrizione del protagonista del racconto. Le percentuali di risposte corrette risultano mediamente molto alte, sia per allievi con cittadinanza italiana che non italiana, tra l'80% e il 90%, con una distanza pressoché nulla, fatta eccezione per un item (A18e) che mette mag-

giormente in difficoltà gli allievi con cittadinanza non italiana per via di un riferimento a dettagli testuali meno immediati da cogliere. Evidentemente, il gap è meno forte di fronte alla comprensione globale di un testo narrativo non particolarmente complesso e con domande caratterizzate da una formulazione relativamente semplice.

2.5. Esempi di quesiti con diverso gap nella prova di Matematica

Anche per la prova di Matematica il gap tra allievi con cittadinanza italiana e non italiana è presente su quasi tutti i quesiti a favore di quelli con cittadinanza italiana (si veda tab. 4 in Appendice). Il gap, però, non risulta uniforme: in alcuni quesiti questo gap risulta particolarmente marcato ed è interessante capire quali siano le caratteristiche di questi quesiti che hanno messo maggiormente in difficoltà gli allievi con cittadinanza non italiana rispetto a quelli con cittadinanza italiana.

Un esempio di quesito che ha creato un divario molto significativo in Matematica tra gli allievi con cittadinanza italiana è il D17 (fig. 8).

D17. Gianni partecipa a un torneo.
Il regolamento del torneo stabilisce che:

- ogni giocatore gioca 5 partite e parte con un punteggio iniziale di 100 punti;
- a ogni partita vinta, il punteggio raggiunto raddoppia;
- a ogni partita persa, il punteggio raggiunto si dimezza.

Gianni perde la seconda e la quarta partita, vince tutte le altre.

a. Completa la tabella.

	<i>Punteggio di Gianni</i>
<i>Punteggio iniziale</i>	100
Partita 1	200
Partita 2
Partita 3
Partita 4
Partita 5

b. Se Gianni avesse vinto tutte le partite, quale sarebbe stato il suo punteggio finale?
Risposta:

Fig. 8 – Quesito D17 – Prova INVALSI di Matematica di grado 6 del 2013

D5. Osserva la figura 1.

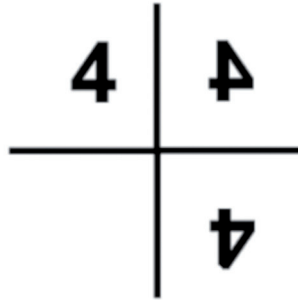


Figura 1

Osserva ora la figura 2 dove il 4 è stato sostituito con il 5.

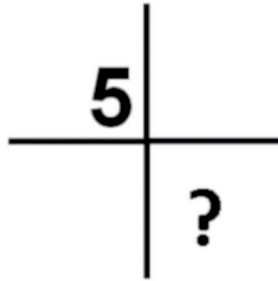


Figura 2

Che cosa ci sarà al posto del punto interrogativo?

- A. 5
- B. 2
- C. 5
- D. 5

Fig. 9 – Quesito D5 – Prova INVALSI di Matematica di grado 6 del 2013

Già a prima vista si può osservare che la componente testuale del quesito risulta essere predominante. Per poter rispondere a entrambi gli item, lo studente deve prima di tutto comprendere correttamente il breve testo con il regolamento del torneo, che può risultare non immediato, anche per via di alcuni termini che hanno un significato molto preciso e chiamano in causa sia la competenza lessicale sia quella matematica, come *ogni*, *dimezzare* e

raddoppiare. Inoltre, nella seconda parte del quesito (item b), modi e tempi verbali utilizzati possono risultare di non immediata comprensione per uno studente che non padroneggia bene l'italiano.

In questo caso, in effetti, il gap è molto marcato: all'item a risponde correttamente il 76% degli allievi con cittadinanza italiana e il 61% degli allievi con cittadinanza non italiana (con un indice di gap di 20 punti), mentre nell'item b la percentuale di risposta corretta scende drasticamente al 30% per gli allievi con cittadinanza italiana e al 23% per quelli con cittadinanza non italiana (con un indice di gap di 26 punti).

Al contempo, altri quesiti mostrano una differenza minima, se non nulla, tra allievi con cittadinanza italiana e non. Per esempio, nel quesito D5 (fig. 9) la componente testuale è molto limitata e non indispensabile per l'interpretazione e la risoluzione del quesito, il cui compito può essere facilmente intuito anche senza una lettura attenta. Le performance degli allievi con cittadinanza non italiana risultano solo di pochi punti percentuali al di sotto dei risultati degli allievi con cittadinanza italiana (rispettivamente il 62% contro il 66% di risposte corrette) e l'indice di gap si attesta tra i più bassi dell'intera prova.

3. Correlazione tra comprensione testuale e performance nei quesiti di Matematica

3.1. Una proposta di rappresentazione statistica del “peso del testo” nei quesiti di Matematica

Per dar conto del variegato ruolo che la componente testuale gioca nei diversi quesiti della prova di Matematica è stato possibile calcolare la correlazione tra l'esito di ogni quesito e l'abilità dello studente nella comprensione del testo della prova di Italiano⁶. Dalle prime analisi emerge che i quesiti che mostrano un gap di cittadinanza particolarmente marcato sono anche quesiti in cui la correlazione con la comprensione del testo è significativa. Il grafico (fig. 10) riporta la distribuzione dei quesiti di Matematica della prova di grado 6 del 2013 in funzione di queste due dimensioni: correlazione con la comprensione del testo e gap di cittadinanza.

Un'ulteriore caratteristica degli item che risulta fondamentale per analizzare il gap di cittadinanza e quanto la complessità del testo possa influire sul divario tra allievi con cittadinanza italiana e non italiana in Matematica

⁶ I risultati dettagliati dell'analisi sono disponibili in Appendice (tab. 4).

è il formato della domanda stessa. Abbiamo quindi scelto di rappresentare con diversi simboli i formati dei quesiti (risposta multipla, risposta multipla complessa, risposta aperta univoca e risposta aperta giustificativa), come riportato nella legenda della fig. 10.

La distribuzione dei quesiti (fig. 10) mostra che le domande a risposta aperta (giustificative e univoche) sono quelle che creano un divario più forte e che risultano anche correlate maggiormente con la comprensione del testo. Le domande con minore gap di cittadinanza sono quasi tutte a risposta multipla e tendono ad avere una minore correlazione con la comprensione del testo.

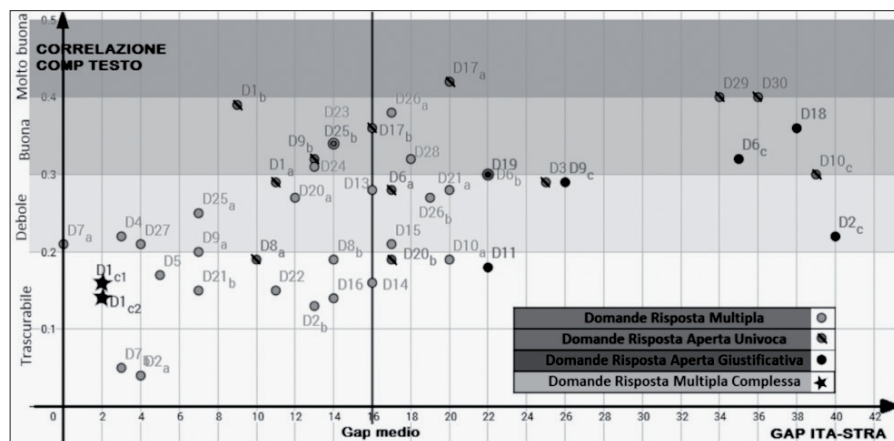



Fig. 10 – Distribuzione degli item della prova INVALSI di Matematica di grado 6 del 2013 in base al gap di cittadinanza e alla correlazione con la comprensione del testo nella prova di Italiano

3.2. Alcuni esempi di Matematica commentati

Se si mette in secondo piano il formato dei quesiti e si osservano quelli maggiormente correlati con la comprensione del testo nel grafico in fig. 10, si notano per esempio quesiti come D17 (già presentato nel par. 2.5), in cui il testo ha un ruolo di rilievo e la lettura risulta indispensabile per orientarsi nei contenuti di quanto richiesto. Sarebbe tuttavia scorretto pensare che la diversa correlazione con la competenza di lettura si limiti a distinguere tra quesiti con molto o poco testo. Si veda per esempio il caso di quesiti in base ai dati molto correlati con la comprensione testuale, come D29 (fig. 11) e D30 (fig. 12), in cui il testo appare però quantitativamente poco rilevante, ma risulta indispensabile per la corretta comprensione del compito. Si tratta cioè di

quesiti in cui lo studente non può semplicemente “intuire” quanto richiesto senza una lettura approfondita del testo e la corretta decodifica di aspetti di dettaglio, come la negazione *non* del quesito D29 o la specifica *tutti* in D30.

D29. Marco lancia due volte un dado con le facce numerate da 1 a 6, come quello che vedi in figura.



La somma dei numeri usciti è 5. Quali numeri non possono essere usciti nel primo lancio?
Risposta:

Fig. 11 – Quesito D29 – Prova INVALSI di Matematica di grado 6 del 2013

D30. Nel numero del riquadro la cifra finale è nascosta da una macchia.

4	4	★
---	---	---

Cerchia tutte le cifre che, messe al posto della macchia, rendono il numero divisibile per 3.


0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Fig. 12 – Quesito D30 – Prova INVALSI di Matematica di grado 6 del 2013

Se si passano poi in rassegna i quesiti di Matematica limitatamente correlati con la competenza di lettura e con scarso gap legato alla cittadinanza, troviamo compiti che possono essere intuiti anche senza una lettura attenta del testo, come D5 (già presentato nel par. 2.5) e D20 (fig. 13), in cui lo studente può facilmente capire quanto gli viene richiesto anche con una lettura rapida del testo.

D20. Osserva la mappa e utilizza la scala riportata in basso a sinistra per rispondere alle domande.

a. Quanto è lungo il percorso indicato dalla linea tratteggiata per andare da A a B?



A. Circa 1,5 km

B. Circa 3 km

C. Circa 4,5 km

D. Circa 6 km

Fig. 13 – *Quesito D20 – Prova INVALSI di Matematica di grado 6 del 2013*

4. Conclusioni

Il saggio di analisi presentato mostra che la competenza linguistica svolge un ruolo chiave non solo, come è normale attendersi, nello svolgimento della prova INVALSI di Italiano, ma anche nella corretta esecuzione della prova di Matematica, pur con peso diverso a seconda dei quesiti.

Questa consapevolezza va contro la tendenza – spesso presente nelle pratiche didattiche della tradizione scolastica italiana – a considerare il testo in Matematica come un orpello di scarsa importanza, un mero contenitore di dati a cui dover dedicare un’attenzione marginale. Da qui la tendenza, pur con esperienze che cercano di porsi in controtendenza (Bolondi e Viale, 2017; Branchetti e Viale, 2013), a non promuovere un lavoro interdisciplinare sul testo di Matematica, che invece risulta di estrema importanza per gli allievi con cittadinanza italiana e ancor più per gli allievi con cittadinanza non italiana, che faticano a colmare il gap linguistico legato ai linguaggi disciplinari. In assenza di un percorso didattico strutturato, lo studente deve spesso procedere per prove ed errori nell’acquisizione della consapevolezza del ruolo della componente testuale nell’apprendimento della Matematica:

se uno studente madrelingua con solide basi linguistiche può costruire da sé il proprio percorso di consapevolezza su questi aspetti, per lo studente più debole dal punto di vista delle abilità linguistiche o per quello non madrelingua l'assenza di aiuti specifici rischia di essere causa di frustrazione e di insuccessi formativi.

A questo si deve anche aggiungere che il lavoro sul testo svolto nelle lezioni di Italiano o nei laboratori di Italiano per stranieri – tipicamente concentrato su alcune tipologie testuali, come il testo narrativo, a discapito di altre – spesso non dedica uno spazio congruo ed efficace ai testi espositivi, non continui o misti, come appunto è quello dei quesiti di Matematica e dei testi scientifici in genere.

Dal punto di vista dell'azione didattica, la metodologia qui proposta per far emergere i quesiti in cui gli allievi con cittadinanza non italiana presentano maggiori difficoltà e altamente correlati con le competenze linguistiche può offrire utili piste di lavoro per scegliere su quali testi dei quesiti svolgere un lavoro linguistico complementare a quello esclusivamente disciplinare.

Dal punto di vista della ricerca, i primi dati offerti da questo studio fanno risaltare l'importanza di un'analisi dei test standardizzati che entri al livello dei singoli quesiti e tenga conto delle diverse prestazioni di gruppi di studenti, con l'intento di far luce sui processi con i quali vengono affrontati problemi di Matematica. In quest'ottica, si possono certamente condividere le osservazioni di Leder e Lubienski (2015, p. 35) secondo cui "Item-level analyses can pinpoint the mathematics that students do and do not know, including which problems most students can and cannot solve, and which problems have the largest disparities between groups. This information can inform both textbook writers and teachers, as they strive to address curricular areas in need of additional attention. Hence, it is important for item-level analyses to be systematically conducted and reported". L'auspicio è che questo contributo possa offrire un primo spunto in questa direzione di ricerca aperta a una prospettiva interdisciplinare tra Matematica e lingua italiana, carica di ricadute sulle pratiche didattiche.

Appendice

Tab. A1 – Prova INVALSI di Italiano di grado 6 del 2013: percentuali di risposte corrette per l'intera popolazione e percentuali di risposte corrette degli allievi con cittadinanza italiana e non italiana

	<i>% risp. corr. totale</i>	<i>Risposte corrette allievi con citt. italiana</i>	<i>Risposte corrette allievi con citt. non italiana</i>	<i>Indice gap</i>
A1	93	94	86	8
A2	38	39	27	33
A3	80	82	70	15
A4	74	75	63	17
A5	38	39	26	35
A6	51	52	41	22
A7	69	72	45	40
A8	81	83	72	13
A9	49	50	38	25
A10	77	78	67	15
A11	69	70	60	14
A12	47	48	38	23
A13	69	70	60	15
A14	57	58	47	19
A15	81	82	70	14
A16	56	57	44	24
A17	81	83	70	15
A18_a	88	88	87	1
A18_b	95	96	88	8
A18_c	97	98	92	6
A18_d	97	97	93	4
A18_e	74	75	64	14
A18_f	83	84	74	12
A19	93	94	82	13
A20_a	72	73	62	16
A20_b	86	87	75	14
A20_c	89	90	79	13
A20_d	71	72	62	15
A20_e	70	71	60	16
A21	74	75	62	19
A22	48	50	34	34
B1	37	38	28	27
B2	61	63	45	28

(continua)

Tab. A1 – Prova INVALSI di Italiano di grado 6 del 2013: percentuali di risposte corrette per l'intera popolazione e percentuali di risposte corrette degli allievi con cittadinanza italiana e non italiana

	<i>% risp. corr. totale</i>	<i>Risposte corrette allievi con citt. italiana</i>	<i>Risposte corrette allievi con citt. non italiana</i>	<i>Indice gap</i>
B3_a	34	34	36	-6
B3_b	58	58	59	-2
B3_c	82	83	73	12
B3_d	55	56	51	10
B3_e	86	87	79	9
B4	70	71	61	15
B5	41	42	30	29
B6	23	24	17	30
B7	51	51	43	16
B8	63	64	53	18
B9	67	69	56	19
B10	70	72	57	22
B11	51	53	38	29
B12	50	51	42	19
B13	24	24	21	13
B14	51	53	38	30
C1	62	63	51	21
C2_a	51	52	39	25
C2_b	42	44	26	43
C2_c	60	62	46	26
C3_a	46	48	35	28
C3_b	65	67	49	28
C4_a	80	82	65	21
C4_b	51	52	45	14
C4_c	37	38	26	33
C5	77	78	66	16
C6	61	63	47	26
C7_a	68	70	48	33
C7_b	91	93	83	10
C7_c	83	84	72	15
C7_d	88	90	78	13
C7_e	78	79	67	16
C7_f	46	47	35	26
C7_g	47	48	38	22
C7_h	35	36	27	26
C8	65	66	52	22
C9	44	45	37	18
C10	69	71	57	20

Tab. A2 – Prova INVALSI di Matematica di grado 6 del 2013: percentuali di risposte corrette per l'intera popolazione e percentuali di risposte corrette degli allievi con cittadinanza italiana e non italiana; correlazione dei singoli quesiti con i risultati della prova di comprensione del testo di Italiano

	<i>Punt. medio</i>	<i>Punt. It.</i>	<i>Punt. Str.</i>	<i>Gap</i>	<i>Corr. comp. Tot.</i>	<i>Corr. comp. It.</i>	<i>Corr. comp. Str.</i>
D1_a	84%	85%	76%	11%	0,29	0,26	0,37
D1_b	83%	84%	77%	9%	0,39	0,38	0,40
D1_c1	66%	66%	65%	2%	0,16	0,17	0,11
D1_c2	38%	38%	39%	-2%	0,14	0,15	0,05
D2_a	31%	32%	30%	4%	0,04	0,04	0,04
D2_b	36%	36%	32%	13%	0,13	0,14	0,05
D2_c	13%	13%	8%	40%	0,22	0,22	0,18
D3	43%	45%	34%	25%	0,29	0,27	0,33
D4	70%	70%	68%	3%	0,22	0,22	0,22
D5	66%	66%	62%	5%	0,17	0,16	0,19
D6_a	67%	68%	57%	17%	0,28	0,26	0,35
D6_b	53%	55%	43%	22%	0,30	0,29	0,32
D6_c	33%	34%	23%	35%	0,32	0,31	0,32
D7_a	31%	31%	31%	0%	0,21	0,22	0,18
D7_b	43%	43%	42%	3%	0,05	0,05	0,06
D8_a	52%	52%	47%	10%	0,19	0,19	0,18
D8_b	35%	35%	31%	14%	0,19	0,19	0,19
D9_a	40%	40%	37%	7%	0,20	0,20	0,16
D9_b	35%	36%	31%	13%	0,32	0,32	0,29
D9_c	25%	26%	20%	26%	0,29	0,29	0,29
D10_a	12%	12%	10%	20%	0,19	0,20	0,10
D10_b	80%	81%	72%	12%	0,32	0,31	0,34
D10_c	17%	18%	11%	39%	0,30	0,30	0,26
D11	14%	15%	12%	22%	0,18	0,19	0,16
D12	34%	35%	27%	23%	0,36	0,36	0,31
D13	54%	55%	46%	16%	0,28	0,27	0,26
D14	26%	27%	23%	16%	0,16	0,17	0,13
D15	35%	35%	30%	17%	0,21	0,21	0,18
D16	27%	27%	23%	14%	0,14	0,13	0,14
D17_a	74%	76%	61%	20%	0,42	0,39	0,50
D17_b	29%	30%	23%	26%	0,36	0,36	0,35
D18	19%	20%	13%	38%	0,36	0,37	0,31
D19	47%	48%	37%	22%	0,30	0,29	0,33

(continua)

Tab. A2 – Prova INVALSI di Matematica di grado 6 del 2013: percentuali di risposte corrette per l'intera popolazione e percentuali di risposte corrette degli allievi con cittadinanza italiana e non italiana; correlazione dei singoli quesiti con i risultati della prova di comprensione del testo di Italiano

	Punt. medio	Punt. It.	Punt. Str.	Gap	Corr. comp. Tot.	Corr. comp. It.	Corr. comp. Str.
D20_a	47%	48%	42%	12%	0,27	0,27	0,25
D20_b	32%	32%	27%	17%	0,19	0,18	0,18
D21_a	31%	31%	25%	20%	0,28	0,28	0,21
D21_b	45%	46%	43%	7%	0,15	0,16	0,13
D22	44%	45%	40%	11%	0,15	0,15	0,11
D23	57%	58%	50%	14%	0,34	0,35	0,29
D24	72%	73%	63%	13%	0,31	0,30	0,33
D25_a	85%	85%	79%	7%	0,25	0,23	0,29
D25_b	54%	54%	47%	14%	0,34	0,34	0,34
D26_a	45%	46%	38%	17%	0,38	0,38	0,32
D26_b	32%	33%	26%	19%	0,27	0,27	0,21
D27	35%	36%	34%	4%	0,21	0,22	0,16
D28	63%	64%	53%	18%	0,32	0,32	0,31
D29	41%	43%	29%	34%	0,40	0,38	0,40
D30	44%	46%	30%	36%	0,40	0,38	0,42

	Numero		Relazioni e funzioni
	Dati e previsioni		Spazio e figure

Riferimenti bibliografici

- Barbaranelli C., Natali E. (2005), *I test psicologici. Teorie e modelli psicometrici*, Carocci, Roma.
- Bolondi G., Viale M. (2017), “Abilità linguistiche e discipline scientifiche: un’esperienza di formazione del corpo insegnante nel Polo dell’Emilia-Romagna del progetto ‘I Lincei per una nuova didattica nella scuola’”, in *Educazione linguistica e apprendimento/insegnamento delle discipline matematico-scientifiche*, Aracne, Roma, pp. 173-185.
- Branchetti L., Viale M. (2015), “Tra italiano e matematica: il ruolo della formulazione sintattica nella comprensione del testo matematico”, in M. Ostinelli (a cura di), *Quale didattica per l’italiano?*, Scuola Universitaria Professionale della Svizzera italiana, Dipartimento formazione e apprendimento, Locarno, pp. 139-148.
- Castoldi M. (2014), *Capire le prove INVALSI. Una guida intelligente*, Carocci, Roma.

- Giberti C., Viale M. (2017), “Lo studente straniero di fronte al testo delle prove INVALSI di italiano e matematica. Dall’analisi dei dati agli spunti di intervento”, in *L’italiano dei nuovi italiani*, Aracne, Roma, pp. 343-361.
- Giberti C., Zivelonghi A., Bolondi G. (2016), *Gender Differences and Didactic Contract: Analysis of Two Tasks on Power Properties*, Atti del 40th PME – Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Szeged (Hungary).
- INVALSI (2013), Rilevazione nazionale degli apprendimenti 2012-2013. Le rilevazioni degli apprendimenti, testo disponibile al sito: http://www.INVALSI.it/snvpn2013/rapporti/Rapporto_SNV_PN_2013_DEF_11_07_2013.pdf, data di consultazione: 07/06/2019.
- INVALSI (2017), *Rilevazione nazionale degli apprendimenti 2016-2017. Le rilevazioni degli apprendimenti*, testo disponibile al sito: http://www.INVALSI.it/INVALSI/doc_eventi/2017/Rapporto_Prove_INVALSI_2017.pdf, data di consultazione: 07/06/2019.
- Leder G., Lubienski S. (2015), “Large-Scale Test Data: Making the Invisible Visible”, in *Diversity in Mathematics Education*, Springer, Cham, pp. 17-40.
- Lo Duca M.G. (2014), *Le prove di grammatica INVALSI e gli apprendenti immigrati*, Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e formazione, Roma, Working Paper 22.
- OECD (2016), *PISA 2015 Results*, vol. I: *Excellence and Equity in Education*, OECD Publishing, Paris.
- Rasch G. (1960), *Probabilistic Models for Some Intelligence and Achievement Tests*, Danish Institute for Educational Research, Copenhagen.