

Evolúcia celulárnych automatov, počítačová mechanika a problém voľby šéfa

Peter Banda

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského
Mlynská Dolina
842 48 Bratislava
banda@fmph.uniba.sk

Abstrakt

Voľba šéfa (známa aj ako problém včelej kráľovnej) je kľúčovým problémom v teórii distribuovaných algoritmov, celulárnych automatov a multi-agentových systémov. Problém voľby šéfa je neriešiteľný pre deterministickú, synchronnú a anonymnú architektúru, ktorá neumožňuje lámanie symetrie. V tomto príspevku sa pozrieme bližšie na voľbu šéfa v spomínanej symetrickej architektúre no s arbitrárnou iniciálnou konfiguráciou, ktorá v konečnom dôsledku láme symetriu a umožňuje samotný výpočet. Naším modelom je jednorozmerný celulárny automat, pre ktorý si ukážeme principiálne nové deterministické riešenie s úspešnosťou 94-99%, ktoré bolo nájdené použitím genetických algoritmov. Naša následná analýza postavená na metodológii počítačovej mechaniky odhalí pozadie sofistikovaného, kolektívneho a koordinovaného výpočtu buniek, ktorý je sprevádzaný výskytom tzv. častíc a ich interakciami. Taktiež sa pozrieme na reštrikciu počtu buniek pre najlepšiu nájdenú stratégiu, ktorú voláme stratégia zrkadlových častíc.

1 Úvodná kapitola

V posledných dekádach sú vedci z prírodných ako aj sociálnych vied čoraz vo väčšej miere konfrontovaní s existenciou principiálnych holistických konceptov komplexity a samoorganizácie. Je často prekvapujúcim zistením, že dynamika množstva štruktúrálnych jednoduchých, homogénnych, distribuovaných systémov, či už prírodných alebo umelých, môže byť považovaná za komplexnú. Sofistikovanosť globálnych vzorov správania emergujúcich z týchto procesov je často v ostrom kontraste s obmedzenými možnosťami individuálnych komponentov týchto systémov, alebo spoločností.

Celulárny automat (CA) ako jeden zo štruktúrálnych najjednoduchších distribuovaných systémov tvorí fundamentálny model na štúdium komplexnej dynamiky.

V našom príspevku sa zameriame na známy distribuovaný problém voľby šéfa¹ [4], ktorý je však pre anonymnú a homogénnu architektúru celulárneho automatu pomerne ťažko riešiteľný. Naša metodológia zahŕňa evolúciu celulárnych automatov [6, 7, 8, 9] použitím genetických algoritmov [5] a následnú analýzu najúspešnejších adeptov v zmysle *fitness* pomocou počítačovej mechaniky [10, 11]. Oba tieto prístupy boli navrhnuté na Santa Fe Inštitúte, kde boli aj úspešne použité na rozmanité úlohy pre CA. Naším principiálnym výsledkom je, že v anonymnom, synchronnom, obojsmernom kruhu sme schopní zvoliť šéfa deterministickým spôsobom v lineárnom čase a binárnej pamäťovej zložitosti na bunku (processor) s úspešnosťou 94 - 99%. Konečnou konfiguráciou je teda jediná bunka v stave šéf a všetky ostatné v inom (podriadenom) stave. V konečnom dôsledku nie je dôležité, ktorá bunka bude šéfom, ale to, že bude práve jedna. Naša analýza postavená na počítačovej mechanike odhalí pozadie časticovo-založených stratégií globálneho, kooperatívneho výpočtu v CA.

2 Celulárny automat

CA [12] sa skladá zo siete komponentov – buniek – s cyklicky prepojenými hranicami (toroid). Symbolom N budeme označovať počet buniek a symbolom Σ ($k = |\Sigma|$) množinu stavov. Každá bunka je jednoznačne identifikovaná indexom $i \in \{0, \dots, N - 1\}$, pričom stav bunky v čase t označujeme ako $s_i^t \in \Sigma = \{0, \dots, k - 1\}$. Pod konfiguráciou rozumieme postupnosť stavov buniek, a to

$$\mathbf{s}^t = (s_0^t, s_1^t, \dots, s_{N-1}^t)$$

V tomto príspevku sa zamierame výhradne na jednorozmerný, binárny CA ($k = 2$). Pod okolím alebo susedstvom η budeme rozumieť funkciu $\eta: N \rightarrow \Sigma^n$, ktorá pre 1D CA môže byť vyjadrená ako

$$\eta_i = (s_{i-r}, \dots, s_i, \dots, s_{i+r})$$

¹ Ang. *Leader election problem*

kde n značí počet susedov a r polomer, t.j. $n = 2r + 1$. Identická prechodová funkcia $\phi: \Sigma^n \rightarrow \Sigma$ je aplikovaná synchronne pre každú bunku, pričom platí $s^{t+1}_i = \phi(\eta^t_i)$. Prechodová funkcia býva reprezentovaná prechodovou tabuľkou, alebo konečno-stavovým prekladačom. Globálna prechodová funkcia $\Phi: \Sigma^N \rightarrow \Sigma^N$ operujúca nad celými konfiguráciami je potom definovaná ako $s^{t+1} = \Phi(s^t)$. Synchronná aktualizácia buniek celulórného automatu sa opakuje zvyčajne pevne daný počet krokov začínajúc pritom z nejakej iníciaľnej konfigurácie (IC). Dynamika 1D CA sa dá prehľadne zakresliť pomocou tzv. stavovo-časového diagramu (Obr. 1), kde horizontálne je zachytená postupnosť buniek v určitom okamihu a čas beží vertikálne zhora nadol. Stav bunky znázorňujeme buď ako čierny (stav 1 – aktívna bunka) alebo biely bod (stav 0 – pasívna bunka).

Nech $\Omega = \Sigma^N$ je množina všetkých možných CA konfigurácií, potom súborný operátor² $\Phi: 2^\Omega \rightarrow 2^\Omega$ zobrazuje množinu konfigurácií v čase t (Ω^t) na možnú konfiguráciu v čase $t + 1$ (Ω^{t+1}). Na konfiguráciu s^t sa môžeme pozerat' ako na konečný reťazec alebo slovo nad abecedou Σ . Z tohto pohľadu je množina konfigurácií Ω^t vlastne regulárnym jazykom [13], ktorý je mapovaný na ďalší regulárny jazyk Ω^{t+1} , teda súborný operátor Φ môžeme kategorizovat' ako konečno-stavový prekladač a CA ako procesor regulárných jazykov. CA boli úspešne použité v rôznych výskumných a aplikačných smeroch [14] ako modelovanie fyzikálnych rovníc, umelý život, sociálne a biologické simulácie, dynamické systémy a iné.

3 Komputačná mechanika

Keďže sú CA kompletne diskkrétne, bolo dost' problematické skúmat' a analyzovat' ich správanie inštrumentmi známymi z konvenčnej teórie dynamických systémov. Tento nedostatok bol preklenutý metodológiou komputačnej mechaniky [10, 11, 15], ktorá používa koncepty jednak z komputačnej teórie ako aj z teórie dynamických systémov. Globálna, kolektívna dynamika sa dá interpretovat' a dostatočne popísať, samozrejme s istými obmedzeniami, v termínoch stavovo-časových štruktúr – regulárna doména, častica a interakcia častíc. *Regulárna doména* je stavovo-časová oblasť obsahujúca množinu konfigurácií objavujúcich sa invariantne znova a znova. Formálne, regulárna doména Λ^j je procesový jazyk³ pozostávajúci z priestorových konfigurácií. Tento procesový jazyk musí spĺňať nasledujúce dve vlastnosti:

- *Časová invariancia* – CA dynamika zobrazuje procesový jazyk Λ^j sám na seba, t.j. $\Phi^p(\Lambda^j) = \Lambda^j$ (minimálne p definuje časovú periodicitu domény).
- *Priestorová homogenita* – Λ^j je priestorovo translačne invariantná, teda doména sa môže vyskytnúť na ľubovoľnej pozícii. To znamená, že graf procesového jazyka Λ^j je silne súvislý.

Regulárne domény sa identifikujú pomocou vizuálnej inšpekcie stavovo-časových diagramov alebo automaticky použitím tzv. *rekonštrukcie ε-stroja* [11, 15, 16] a následným overením spomenutých vlastností časovej invariance a priestorovej homogenity [11]. Nech sú pre daný CA identifikované domény $\Lambda = \{\Lambda^0, \Lambda^1, \dots\}$, potom vieme vytvorit' doménový filter alebo doménový prekladač filtrujúci zo stavovo-časového diagramu všetky časti patriace do nejakej domény (konštrukčné detaily v [10]).

Prefiltrovaný stavovo-časový diagram nám odhalí štruktúry, ktoré nepatria medzi domény. Časť z týchto štruktúr sú regulárne objekty, ktoré sa propagujú v priestore a v čase, a sú známe ako častice. *Častica* zvyčajne označovaná písmenom gréckej abecedy je priestorovo-lokalizovaná a časovo-periodická štruktúra s ohraničenou šírkou na hranici dvoch domén (Obr. 1). Časovú periodicitu častice α budeme značit' ako p_α množinu častíc ako $\mathbf{P} = \{\alpha, \beta, \dots\}$. Posunutie d_α je definované ako počet buniek, o ktoré sa častica α posunie za jednu periódu, pričom smerom doľava sú záporné a smerom doprava kladné hodnoty. Rýchlosť častice α sa potom vypočíta ako $v_\alpha = d_\alpha / p_\alpha$.

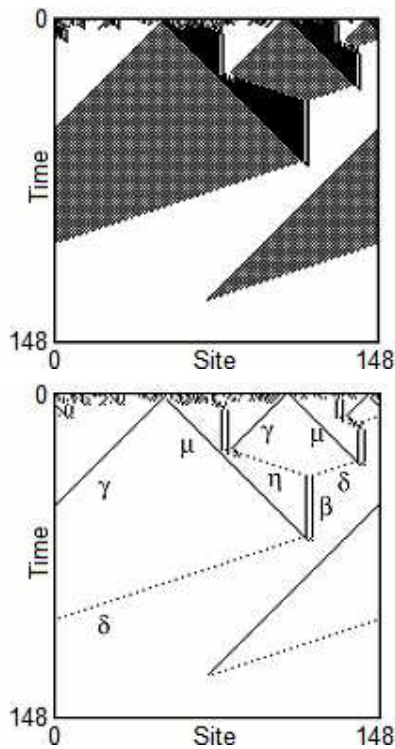
Je častým fenoménom, že počas CA dynamiky sa jednotlivé častice spolu stretávajú, resp. kolidujú (Obr. 1). Tieto kolízie sú v termínoch komputačnej mechaniky označované ako *interakcie častíc* a zapisujú sa ako $\alpha + \beta \rightarrow \gamma$. Výsledok interakcie je podmienený aktuálnou fázou kolidujúcich častíc a môže viesť k vzniku nových častíc alebo k ich vzájomnej anihilácii, kedy pravá strana rovnice je \emptyset . Množinu obsahujúcu všetky možné interakcie označujeme ako \mathbf{I} .

Teraz sme schopní popísať dynamiku CA modelom, ktorý obsahuje domény, častice a interakcie častíc. Tzv. *časticový katalóg* $\{\mathbf{\Lambda}, \mathbf{P}, \mathbf{I}\}$ nám dáva silný deskriptívny nástroj na pochopenie globálnych procesov skrývajúcich sa za komplexnou dynamikou buniek. Domény a častice sa zvyčajne nedajú identifikovat' od úplného začiatku CA výpočtu. Kondenzačný čas t_C definuje prvý moment, kedy sú v stavovo-časovom diagrame prítomné iba domény a častice, a naopak všetky prekondenzačné fluktuácie už úplne vymizli. Prekondenzačná fáza nie je relevantná pre celkovú dynamiku, a preto sa zanedbáva. Komputačná mechanika ďalej zanedbáva veľkosť častice

² Ang. *Ensemble operator*

³ Regulárny jazyk, ktorého konečno-stavový automat má všetky stavy začiatocné aj akceptačné

(nulová veľkosť), čas interakcie (nastáva v okamžiku) atď.



Obr. 1. Stavovo-časový diagram (hore) a jeho odfiltrovaná verzia s identifikáciou častíc (dole) - prebraté z [9].

4 Problém voľby šéfa

Problém voľby šéfa, známy tiež ako problém distribuovaného výberu, bol pôvodne sformulovaný Smithom v 1971 [4]. Úlohou je, pre danú sieť procesorov, navrhnúť distribuovaný algoritmus, ktorý je schopný zvoliť šéfa začínajúc pritom z iniciálnej konfigurácie, kde všetky procesory sú v rovnakom stave. Finálna konfigurácia musí obsahovať práve jeden procesor v stave *leader* a všetky ostatné v inom stave označovaný ako *slave*. Účelom voľby šéfa je vybrať procesor, ktorý bude následne koordinovať aktivity systému. To je dôležitou prerekvizitou pre iné distribuované algoritmy ako je minimálna kostra, prehľadávanie grafu, broadcast atď.

Voľba šéfa hraje tiež dôležitú úlohu v biologicky inšpirovaných komputačných modeloch diferenciacie buniek [17]. Jedna z buniek v homogénnej regióne je

zvolená, aby nadobudla špeciálnu rolu alebo funkciu. Pekným príkladom je vývoj krídla počas morfogenézy vinnej mušky *Drosophila* [18]. Problém voľby šéfa býva tiež nazývaný problémom včelej kráľovnej, čo len ilustruje jeho principiálnosť a biologickú relevantnosť pre rozhodovanie živočíchov žijúcich v skupinách, akými sú vtáky, hmyz, ryby atď.

Angluin [19] dokázala, že žiadny deterministický algoritmus nie je schopný voľby šéfa v kruhu anonymných procesorov. Jej dôkaz je založený na modeli so štyrmi procesormi, kde protiľahlé procesory sa nachádzajú vždy v rovnakom stave. Hlavným dôsledkom je, že symetria nemôže byť zlomená bez pripustenia nekonečného výpočtu alebo chybového výstupu. Napriek tejto bariére bolo navrhnutých niekoľko riešení avšak so silnejšími predpokladmi ako v Angluinovej symetrickej verzii. Vo všeobecnosti je najbežnejším prístupom riešiť voľbu šéfa nad rozlíšiteľnými, unikátnymi procesormi. Táto nehomogenita sa dosahuje najčastejšie asociáciou rôznych identifikátorov jednotlivým procesorom. Voľba šéfa je potom vlastne hľadaním procesora s istým (minimálnym alebo maximálnym) identifikátorom, preto je tiež označovaný ako decentralizovaný problém hľadania extrému [20, 21]. Iný prístup ako odlíšiť procesory je založený na orientácii (kompase), kde je každému procesoru priradený bod v súradnicovom priestore Z^d [22]. Pravdepodobnostné Las Vegas algoritmy používajú náhodné asociovanie identifikátorov procesorom. Môžu bežať večne, ale v priemere sú schopné ukončiť výpočet v konečnom čase [23]. Ďalej existuje veľké množstvo rôznych inštancií voľby šéfa, ktoré sa líšia zvolenou topológiou (napr. kruh, kompletný graf, matica), množstvom informácií, ktoré majú procesory k dispozícii (napr. globálna orientácia, veľkosť siete), robustnosťou alebo stabilitou atď.

My používame model CA, ktorý je anonymný, synchronný a deterministický, bez akejkoľvek informácie o svojom zložení ako je napr. veľkosť siete. Ide o najťažšiu verziu problému, ktorá ako sme spomenuli je neriešiteľná. Našou topológiou je jedno-rozmerný kruh s polomerom $r = 3$. Prirodzene aj v našom modeli musí byť *niečo* lámajúce symetriu, čo je predpokladom pre samotný výpočet. Symetriu systému lámeme pomocou štruktúry arbitrárnych (náhodne generovaných) iniciálnych konfigurácií, pričom pôvodná Smithova definícia očakávala uniformné IC so všetkými procesormi v rovnakom stave. Prirodzene uniformné IC 0^N a 1^N nemôžu byť pokorené ani našim CA prístupom. Je potrebné zdôrazniť, že ide o principiálne nové minimalistické riešenie voľby šéfa, ktoré ako si neskôr ukážeme, plne využíva možnosti globálnej koordinácie buniek pomocou emergentných štruktúr komputačnej mechaniky [1]. Ďalej chceme zdôrazniť, že voľba šéfa v prírode nemôže očakávať, aby jednotlivé individuálne

komponenty boli rozlíšiteľné, jednoducho pretože v takýchto distribuovaných systémoch alebo spoločnostiach neexistuje centrálna entita, ktorá by bola zodpovedná za pridelovanie unikátnych identifikátorov týmto komponentom (bunkám). Keďže v našom modeli pracujeme s arbitrárnou iniciálnou konfiguráciou, náš CA môžeme zaradiť do skupiny robustných, samo-sabilizujúcich algoritmov. Tieto algoritmy nepotrebujú inicializáciu procesorov, aby pracovali korektne a vedeli sa spamätať z prechodných porúch. Viac informácií o možnostiach a obmedzeniach samo-sabilizujúcich, deterministických ako aj pravdepodobnostných, anonymných algoritmov voľby šéfa nájde čitateľ napr. v [24]. Náš model operuje s $O(N)$ časovou a $O(1)$ pamäťovou zložitou (binárny stav) na jednotlivú bunku. Na druhej strane sa vyskytujú isté IC, principiálne neriešiteľné architektúrou CA ako dôsledok ich plnej uniformity, alebo od seba príliš vzdialených aktívnych buniek. Napriek existujúcim bariéram, najlepší CA, ktorý voláme stratégia zrkadlových častíc, dosahuje výkon až 94-99% v závislosti na spôsobe generovania IC (uniformné / hustoto-uniformné rozloženie).

4.1 Voľba šéfa ako komputačná úloha pre CA

Komputačná úloha T [8] vyjadruje funkčnú závislosť medzi vstupom a očakávaným výstupom CA. Formálnejšie, komputačná úloha T je definovaná ako zobrazenie z iniciálnych konfigurácií do množín prípustných odpovedí $A_i \subseteq \Omega = \Sigma^N$. Prípustná odpoveď A_i je množina obsahujúca konfigurácie, ktoré sú interpretované ako možný výstup pre danú úlohu. Ak je počet konfigurácií v prípustnej odpovedi väčší ako jeden, ide o periodicky sa opakujúcu postupnosť. Danej prípustnej odpovedi A_i sa asocjuje mn. otázok $C_i \subseteq \Omega = \Sigma^N$, pričom $C_i \cap C_j = \emptyset, i \neq j$ a $\bigcup_{i=1}^p C_i = \Omega$.

Teraz môžeme zadefinovať komputačnú úlohu pre problém voľby šéfa. Majme teda jednu mn. otázok, ktorá zahŕňa všetky IC $C_1 = \{0, 1\}^N$ a s ňou asociovanú mn. odpovedí $A_1 = \{s \in \{0, 1\}^N \mid \#_1 s = 1, T(s) = s\}$, teda komputačná úloha T je definovaná ako:

$$T: C_1 \rightarrow \{A_1\}$$

alebo tiež

$$\#_1 T(s_0) = 1 \wedge T(s) = s \text{ pre } s = T(s_0)$$

Pričom funkcia $\#_1$ denotuje počet jednotiek v konfigurácii (slove). Našou úlohou je vlastne transformovať každú IC na nejakú konfiguráciu obsahujúcu práve jednu bunku v stave 1 a ostatné v stave 0. Pre daný CA, chceme teraz vypočítať výkon pre nejakú komputačnú úlohu. Problémom však je, že kvôli veľkému počtu možných

konfigurácií ($|\Sigma|^N$) sa výkon z praktických dôvodov nedá určiť presne. Výkon sa preto počíta len na niekoľkých náhodne vygenerovaných iniciálnych konfiguráciách.

Výkon $P'_N(\phi)$ pre CA s prechodovou funkciou ϕ , I náhodne vygenerovanými IC a počtom buniek N , sa určí ako podiel správne zatriedených IC (v zmysle komputačnej úlohy) k celkovému počtu testovaných IC I. Ďalším obmedzením na výkon je maximálny čas T_{MAX} . Ak CA nedosiahne správnu odpoveď v čase (počte krokov) T_{MAX} , jeho výstup sa považuje za nesprávny.

5 Evolúcia voľby šéfa

CA (prechodové funkcie) viac, či menej schopné zvoliť šéfa, boli nájdené použitím dobre známych genetických algoritmov (GA) [5, 25]. Evolúcie celulárnych automatov boli v našom prípade vykonané podobným spôsobom ako u výskumnej skupiny EvCA⁴, ktorá ich využila pre CA problémy klasifikácie hustoty [7, 9, 26] a synchronizácie [6, 8].

Chromozóm je binárny vektor dĺžky 2^{2r+1} kódujúci výstupné bity prechodovej funkcie $\phi(\eta_i)$. Z tohto pohľadu, nerobíme rozdiely medzi CA a jeho prechodovou tabuľkou alebo funkciou. Priestor chromozómov rastie hyper-exponenciálne ($k^{k^{2r+1}}$) od polomeru r , preto pre náš prípad $r = 3$ nemôžeme aplikovať slepé, neinformované hľadanie. Iničiálnu populáciu generujeme s hustoto-uniformným rozložením. GA model implementovaný v našich evolúciách používa jedno-bodové kríženie, elitistickú selekciu a nasledujúce hodnoty parametrov (Obr. 2).

M	I	E	T_{MAX}	p_{cross}	p_{mut}	p_m	G
100	100	20	2N	1.0	1.0	0.016	100

Obr. 2. Tabuľka s hodnotami GA parametrov použitými pre CA evolúcie (M – veľkosť populácie, I – počet náhodne vygenerovaných IC pre výpočet fitness, E – počet elitných chromozómov, T_{MAX} – maximálny čas CA výpočtu, p_{cross} – pravdepodobnosť kríženia, p_{mut} – pravdepodobnosť mutácie, p_m – pravdepodobnosť výmeny jedného bitu v chromozóme, G – maximálny počet generácií).

Spomenuté nastavenie GA bolo prevzaté od skupiny EvCA a podobne ako oni, aj my sme s týmto nastavením boli schopní dosiahnuť veľmi uspokojivé výsledky. Chceme ešte zdôrazniť, že našim cieľom nebola optimalizácia samotného evolučného procesu, aj keď samozrejme pripúšťame, že môže existovať iné

⁴ EvCA – *Evolutionary Cellular Automata*

nastavenie GA, ktoré by lepšie zachytávalo špecifiká problému voľby šéfa.

Fitness $F_N^1(\phi)$ je určená ako výkon nad $I_1 = 100$ hustoto-uniformných IC. Po behu každej evolúcie sa výkon $P_N^{I_2}(\phi)$ najúspešnejších chromozómov vypočítal už s väčšou presnosťou ako fitness $F_N^1(\phi)$, teda ($I_1 \ll I_2$).

Výkon $P_N^{I_2}(\phi)$ sme určovali jednak pre hustoto-uniformnú ako aj uniformnú distribúciu, $N \in \{149, 599, 999\}$ a $I_2 = 10^4$.

Celkovo sme vykonali 202 evolučných behov rozdelených do 2 sád. Účelom prvej sady 98 evolúcií s iníciačnými populáciami generovanými hustoto-uniformne bolo preskúmať všeobecný evolučný proces voľby šéfa a nájsť v ňom jednotlivé parciálne stratégie a inovácie. Druhá sada 104 evolúcií začínala s identickou iníciačnou populáciou, ktorej fitness bola > 0.9 . Táto sada poslúžila na nájdenie CA s najvyšším výkonom. Nájsť riešenie voľby šéfa, ktoré by malo vysoký výkon, je pre anonymnú architektúru CA skutočnou výzvou. Keďže $r \ll N$ najlepšie CA alebo stratégie sú nútené prekonávať svoju lokálnosť a vyvinúť spôsoby globálneho šírenia informácií medzi vzdialenými bunkami.

Evolučná dynamika voľby šéfa nie je veľmi spojitá a vykazuje niekoľko dramatických skokov alebo inovácií. Najdôležitejšie ležia v okolí fitness 0.4 a 0.8. Práve skok z fitness 0.4 na 0.8 je považovaný za najväčšiu inováciu počas evolúcie z komputačného hľadiska, keďže oddeľuje lokalistické od globálnych časticovo-založených stratégií.

Výkon najúspešnejšej stratégie, akú sme našli, dosahoval hodnoty 0.944 pre $N = 149$ a hustoto-uniformnú a 0.992 pre uniformnú distribúciu. Výkon tejto stratégie sa v závislosti od N podstatne nemení. Napriek tomu bol pozorovaný jeden prekvapujúci fenomén týkajúci sa reštrikcie na N . Použitím experimentov a časticových mechanizmov sme ukázali, že na dosiahnutie uspokojivých výsledkov musí byť počet buniek N pre túto stratégiu 5 mod 6.

Evolučný proces nám odhalil niekoľko typov stratégií, ktoré sme ďalej skúmali a analyzovali. Tie využívajú rozmanité prístupy ako sa vysporiadať s problémom voľby šéfa. Hrubo sa dajú kategorizovať do 5 reprezentatívnych typov – stratégie nevyhnutnej podmienky, redukcia hustoty, stratégia rozdeľuj a eliminuj, prvá časticovo-založená stratégia a stratégia zrkadlových častíc. Prirodzene tieto stratégie sú veľmi všeobecné a existujú CA, ktoré ležia na hranici medzi nimi. Prvým trom stratégiám sa nebudeme bližšie venovať, stačí, ak si povieme, že ide o lokalistické stratégie, ktoré sú založené na štatistických parametroch generovaných IC. Nedochádza tu k výmene informácií na väčšie vzdialenosti, takže problém voľby šéfa je tu

riešený len na krátkych podpostupnostiach buniek, čo má za následok prudký pokles výkonu s rastúcim N . Zvyšné dve stratégie charakterizované časticovými mechanizmami komputačnej mechaniky si priblížime detailnejšie.

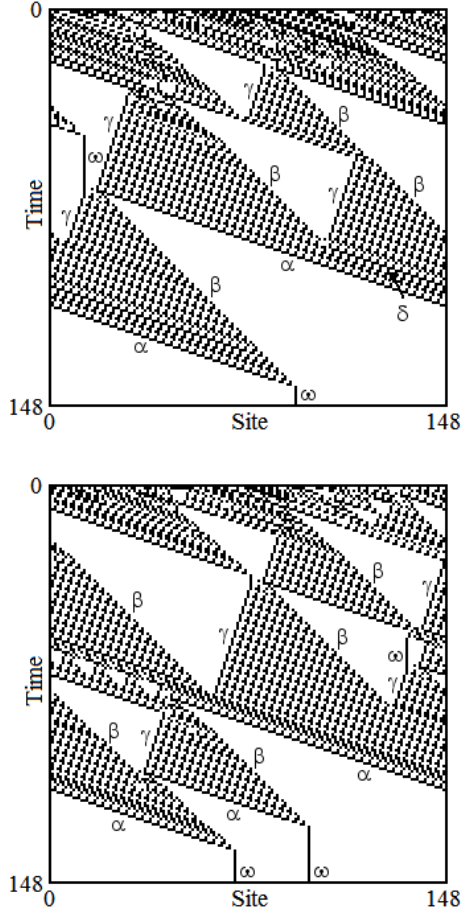
7 Prvá časticovo-založená stratégia

Práve sa nachádzame v zlomovom bode celého evolučného procesu, keď bola objavená prvá časticovo-založená stratégia. Na opis jej dynamiky použijeme metodológiu komputačnej mechaniky. Identifikovaných bolo niekoľko domén, častíc a ich interakcií zodpovedných za voľbu šéfa (Obr. 3). Z perspektívy komputačnej mechaniky je šéf sám o sebe považovaný za časticu, ktorú označujeme ω . Na produkciu šéfa ω musia spolu kolidovať častice α a β . Vo všeobecnosti sú častice nosiče informácie o doménach, ktoré separujú. Časticou s najväčším výskytom v stavovo-časových diagramoch a s hlavnou funkciou v celom časticovom výpočte je β . Častica β umožňuje voľbu šéfa ($\alpha + \beta \rightarrow \omega$) a zároveň má aj *čistiacu* funkciu ($\omega + \beta \rightarrow \beta$, $\beta + \gamma \rightarrow \delta$, $\delta + \beta \rightarrow \beta$), t. j. odstraňuje ostatné častice z výpočtu (Obr. 4). Každá interakcia β generuje buď vodcovskú časticu ω alebo znova β . Jedinou výnimkou je interakcia s časticou γ , ktorej produkt δ je následne eliminovaný interakciou $\delta + \beta \rightarrow \beta$. Hlavným problémom tejto stratégie sú nie veľmi vhodné rýchlosti jednotlivých častíc. Všetky častice okrem γ majú kladné rýchlosti a samotná častica γ je veľmi pomalá ($v = -1/3$).

Domény Λ		
Označenie	Regulárny jazyk	
Λ^0	0*	
Λ^1	(1001000101)*	
Častice P		
Označenie	Hranica	v
α	$\Lambda^0\Lambda^1$	3
β	$\Lambda^1\Lambda^0$	1
γ	$\Lambda^0\Lambda^1$	-1/3
δ	$\Lambda^1\Lambda^1$	3
ω	$\Lambda^0\Lambda^0$	0
Interakcie I		
$\alpha + \beta \rightarrow \omega$	$\omega + \gamma \rightarrow \gamma + \beta$	
$\omega + \beta \rightarrow \beta$	$\delta + \beta \rightarrow \beta$	
$\beta + \gamma \rightarrow \delta$		

Obr. 3. Časticový katalóg prvej časticovo-založenej stratégie.

Fitnes a výkon prvej časticovo-založenej stratégie je už viac než uspokojivý. Fitnes dosahuje hodnoty okolo 0.8 a výkon 0.725 pre hustoto-uniformnú a 0.759 pre uniformnú distribúciu (Obr. 5). Výkon s rastúcim N klesá len veľmi pozvoľne. Radi by sme podotkli, že výkon pre $N = 999$ je pomerne vysoký, čo už nebude pravdou, pre nasledujúcu, inak najlepšiu stratégiu zrkadlových častíc.



Obr. 4. Stavovo-časový diagram prvej časticovo-založenej stratégie s úspešnou (hore) a neúspešnou (dole) voľbou šéfa.

N	$P_{dens_N}^{10^4}(\phi)$	$P_{unif_N}^{10^4}(\phi)$
149	0.725	0.759
599	0.680	0.715
999	0.659	0.677

Obr. 5. Výkon prvej časticovo-založenej stratégie.

8 Stratégia zrkadlových častíc

Hlavnou charakteristikou a zároveň hlavným prínosom tejto stratégie je výskyt párovo podobných častíc, ktoré sa pohybujú rovnakými rýchlosťami, ale v opačných smeroch. Z tohto dôvodu ich voláme *zrkadlové* častice. Ide o častice vyskytujúce sa na hranici domény 0^* a zig-zag domény $(01)^*$, menovite α a β s rýchlosťami 1 a -1, γ a δ s rýchlosťami 3 a -3, ϵ a ζ taktiež s rýchlosťami 3 a -3. Základný mechanizmus zodpovedný za voľbu šéfa (častice ω) je postavený na interakciách $\alpha + \beta \rightarrow \gamma + \delta$ a následne $\gamma + \delta \rightarrow \omega$ (Obr. 7). Kolízia $\alpha + \beta$ indikuje, že v mieste ich interakcie sa potenciálne môže objaviť šéf. Na overenie tejto domnienky sú vyprodukované častice γ a δ , ktoré s veľmi vysokou rýchlosťou obehnú v opačných smeroch celú konfiguráciu, pričom kontrolujú, či sa v nej nevyskytujú ešte nejaké častice. V prípade, že na svojej ceste nenarazia na inú časticu, stretnú sa v mieste, kde boli vyprodukované a následne vytvoria globálneho lídra ω .

Nezvyčajnými časticami detekovanými v stavovo-časových diagramoch sú bezpochyby ϵ a ζ , ktoré počas každej (pomerne dlhej) periódy spontánne produkujú častice. Častica ϵ generuje líderskú časticu ω ($\epsilon \rightarrow \epsilon + \omega$). Na druhej strane ζ generuje zrkadlové častice α a β ($\zeta \rightarrow \zeta + \alpha + \beta$). Ďalším pozorovaním je, že α a β čistia, resp. pohlcujú častice ω na ich ceste. To má za následok, v prípade interakcie $\alpha + \omega \rightarrow \alpha$ fázový posun častice α . Tento fázový posun spolu s modularitou N má hlavný vplyv na výsledok interakcie $\alpha + \beta$, ktorá je, ako bolo spomenuté, prerekvizitou voľby globálneho šéfa. Ako si ďalej ukážeme, niektoré modulo triedy N môžu viesť k nevhodným interakciám $\alpha + \beta \rightarrow \emptyset$ a $\gamma + \delta \rightarrow \alpha + \beta$.

Táto stratégia má rovnaký počet častíc s kladnými a zápornými rýchlosťami. Častice sa (v porovnaní s predošlou stratégiou) pohybujú pomerne rýchlo a rozdiely rýchlostí kolidujúcich častíc sú takisto vysoké, čo má samozrejme pozitívny vplyv na celkový výkon.

Interakcia častíc je analógiou informačného rozhodovania alebo spracovania, pričom táto informácia prenášaná časticami kóduje históriu domén. Interakcie, ktoré sme spomenuli, popisovali vždy dve kolidujúce častice, resp. v prípade spontánneho emitovania išlo len o jednu časticu. Samozrejme nie je ničím výnimočným pozorovať interakcie troch alebo viacerých častíc v rôznych fázach. Podobne môže nastať aj situácia, keď do interakčného zhluku narazí ďalšia častica, alebo nastanú iné exotické prípady. Z nášho pohľadu majú tieto udalosti marginálnu funkciu, resp. ich emergentné dôsledky neboli pre túto stratégiu rozhodujúce. Časticový katalóg tejto stratégie s detailmi domén, častíc a interakcií sa nachádza v nasledujúcej tabuľke (Obr. 6).

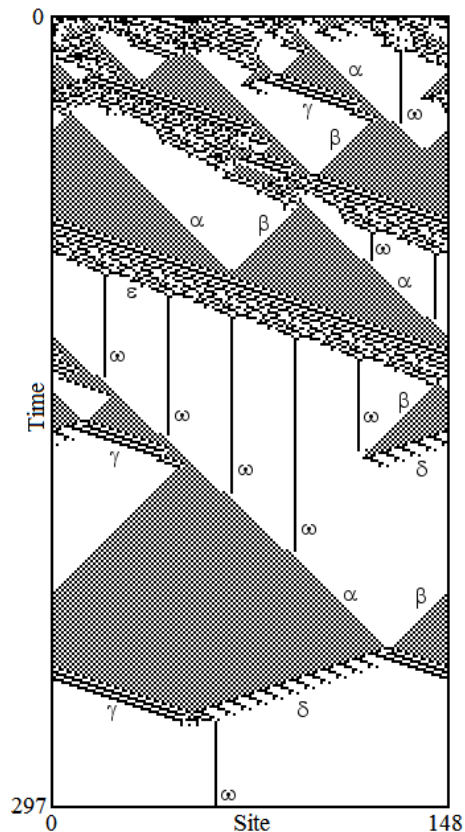
Domény Λ		
Označenie	Regulárny jazyk	
Λ^0		0^*
Λ^1		$(01)^*$
Častice P		
Označenie	Hranica	v
α	$\Lambda^1\Lambda^0$	1
β	$\Lambda^0\Lambda^1$	-1
γ	$\Lambda^0\Lambda^1$	3
δ	$\Lambda^1\Lambda^0$	-3
ε	$\Lambda^0\Lambda^1$	3
ζ	$\Lambda^1\Lambda^0$	-3
ω	$\Lambda^0\Lambda^0$	0
Interakcie I		
$\alpha + \beta \rightarrow \gamma + \delta \mid \emptyset (\Lambda^1)$	$\alpha + \omega \rightarrow \alpha$	
$\gamma + \delta \rightarrow \omega \mid \alpha + \beta$	$\beta + \omega \rightarrow \beta$	
$\alpha + \gamma \rightarrow \alpha + \beta$	$\varepsilon \rightarrow \varepsilon + \omega$	
$\beta + \delta \rightarrow \omega$	$\zeta \rightarrow \zeta + \alpha + \beta$	
	$\varepsilon + \zeta \rightarrow \alpha + \beta + \varepsilon$	

Obr. 6. Časticový katalóg stratégie zrkadlových častíc

Fitness tejto finálnej evolučnej stratégie je 0.99, pričom výkon pre $N = 149$ dosahuje hodnotu 0.944 pre hustoto-uniformnú a 0.992 pre uniformnú distribúciu. Pri zvýšení počtu buniek na 599 je výkon viac menej podobný. Prekvapujúcim zistením je výkon pre $N = 999$, ktorý je extrémne nízky - len okolo 0.01. Na druhej strane, stratégia zrkadlových častíc zvláda počty buniek 1001 ako aj 1301 (Obr. 8). Túto anomáliu si vysvetlíme v nasledujúcej časti.

Mimo problému počtu buniek, ktorá je špecifická pre stratégiu zrkadlových častíc, existujú isté iniciálne konfigurácie neriešiteľné pre ľubovoľný CA. V práci [2] sme sa detailnejšie zaoberali neriešiteľnými konfiguráciami, pričom problematické sú homogénne IC 0^N a 1^N ako aj IC, kde sú aktívne bunky na prenos informácií od seba príliš vzdialené⁵. Môžeme povedať, že horná hranica výkonu pre problém voľby šéfa riešený pomocou CA nie je príliš vzdialená od výkonu našej najúspešnejšej stratégie zrkadlových častíc. Napriek tomu, je tu stále priestor na zlepšenie.

⁵ Vzdialenosť aktívnych buniek, t.j. buniek v stave 1, je $\geq 2r + 1$



Obr. 7. Stavovo-časový diagram stratégie zrkadlových častíc s úspešnou voľbou šéfa.

N	$P_{dens_N}^{10^4}(\phi)$	$P_{unif_N}^{10^4}(\phi)$
149	0.944	0.992
599	0.932	0.954
999	0.011	0.009
1001	0.971	0.989
1301	0.972	0.987

Obr. 8. Výkon stratégie zrkadlových častíc.

8 5 mod 6 reštrikcia počtu buniek

Ako sme už spomenuli, interakcie $\alpha + \beta \rightarrow \gamma + \delta$ a $\gamma + \delta \rightarrow \omega$, ktoré sú v hlavnej miere zodpovedné za voľbu šéfa, môžu viesť k rozdielnym výsledkom v závislosti od fázy častíc v momente zrážky. Keďže α a β sú dvoj fázové častice, existujú 2 možné výsledky ich interakcií $\alpha + \beta \rightarrow \gamma + \delta \mid \emptyset$ ⁶. Analogicky γ a δ sú trojfázové častice, teda môžeme dostať interakcie $\gamma + \delta \rightarrow \omega \mid \alpha + \beta \mid \alpha + \beta^*$. Tretia interakcia $\gamma + \delta \rightarrow \alpha + \beta^*$ dáva rovnaký výsledok $\alpha + \beta$ ako druhá interakcia, ale samotný priebeh interakcií sa trochu líši. V poslednom štádiu voľby šéfa, keď $\gamma + \delta$ a sčasti $\alpha + \beta$ musia obehnúť okolo celej konfigurácie, celkový počet buniek N sa stáva dôležitým faktorom determinujúci fázu častíc v momente interakcie. V nasledujúcej tabuľke sme identifikovali typické výsledky $\alpha + \beta$ a $\gamma + \delta$ interakcií v závislosti od modulo tried N (Obr. 9).

$N \bmod 6$	$\alpha + \beta \rightarrow$	$\gamma + \delta \rightarrow$
0	\emptyset	$\alpha + \beta$
1	$\gamma + \delta$	$\alpha + \beta^*$
2	\emptyset	ω
3	$\gamma + \delta$	$\alpha + \beta$
4	\emptyset	$\alpha + \beta^*$
5	$\gamma + \delta$	ω

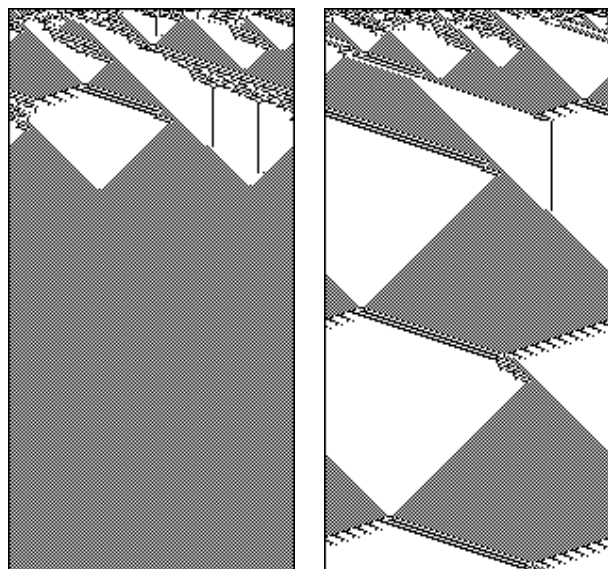
Obr. 9. Typické výsledky kľúčových interakcií zodpovedných za voľbu šéfa v závislosti od N modulo tried.

Naším cieľom je vyprodukovať jedinú líderskú časticu ω vo finálnej konfigurácii. To sa dá dosiahnuť pomocou interakcie $\gamma + \delta \rightarrow \omega$, ktorá sa vyskytuje pre $N \equiv x \pmod{6}$, $x \in \{2,5\}$. Na druhej strane potrebujeme častice $\gamma + \delta$, ktoré sú produkované interakciou $\alpha + \beta \rightarrow \gamma + \delta$ pre $N \equiv x \pmod{6}$, $x \in \{1,3,5\}$. Z tohto dôvodu, jediným akceptovateľným počtom buniek umožňujúcim voľbu šéfa (s uspokojivým výsledkom) je $5 \pmod{6}$. Obr. 10 zobrazuje typickú dynamiku CA pre stratégiu zrkadlových častíc s ohľadom na modularitu N , pričom zvyšky 0, 2 a 4 (modulo 5) vedú k zig-zag doméne Λ^1 ,

⁶ Zvislá čiara v zápise oddeľuje alternatívne výsledky interakcie ($\alpha + \beta \rightarrow \gamma + \delta \mid \emptyset$ je to isté ako $\alpha + \beta \rightarrow \gamma + \delta$ a $\alpha + \beta \rightarrow \emptyset$)

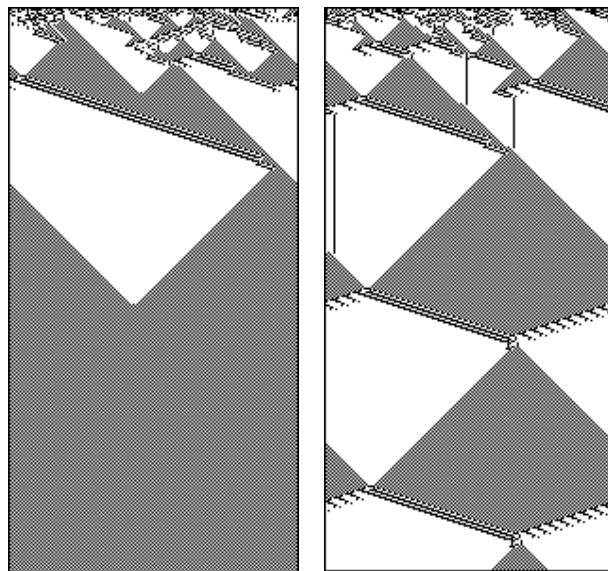
zvyšok 5 k stabilnému bodu tvorenému z jedinej aktívnej bunky (šéf ω) a nakoniec 1 a 3 k cyklickému správaniu $\alpha + \beta \rightarrow \gamma + \delta \rightarrow \alpha + \beta \rightarrow \dots$.

Záverom, len zopakujeme, že uspokojivé výsledky pre problém voľby šéfa použitím stratégie zrkadlových častíc môžeme dosiahnuť iba, ak $N \equiv 5 \pmod{6}$ pre $N \geq 23$.⁷



(a)

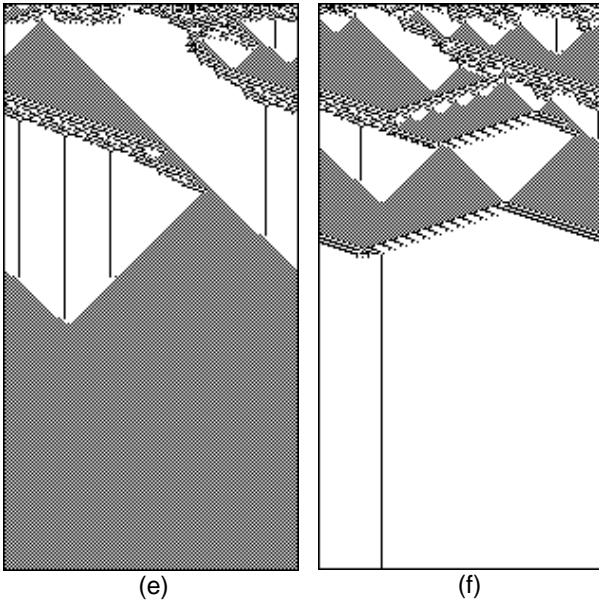
(b)



(c)

(d)

⁷ Naše experimenty ukázali, že postupnosť riešiteľného počtu buniek sa začína číslom 15



Obr. 10. Príklady stavovo-časových diagramov stratégie zrkadlových častíc pre $N \bmod 6$ triedy: 0 - 5 (a - f).

8 Záver

V tomto príspevku sme úspešne vyriešili a analyzovali problém voľby šéfa pre CA. Nami prezentovaný prístup k voľbe šéfa je naozaj minimalistický, pričom výrazne redukuje systémové nároky potrebné na riešenie úlohy. Ukázali sme, že aj CA ako jednoduchý, anonymný, distribuovaný systém pozostávajúci z nerozlíšiteľných a uniformných buniek operujúcich iba s binárnym stavom, je schopný emergentnej a komplexnej dynamiky. Tá vedie k prelomeniu vnútornej štrukturálnej symetrie a k vzniku kolektívnych propagujúcich sa zhlukov bunkových stavov, ktorých vzájomné kolízie finálne implikujú zvolenie jediného globálneho šéfa. To je v ostrom protiklade s lokálnym záberom jednotlivých buniek. Finálna evolučná stratégia zrkadlových častíc dosahuje výkon až 94-99%. Evolučný proces [8, 9] viedol CA k vytvoreniu istých foriem kolektívnych vzorov, ktoré prenášali informáciu na veľké vzdialenosti a túto informáciu aj spracovávali. Medzi tieto vzory známymi z metodológie komputačnej mechaniky patria domény, častice a interakcie [11]. Taktiež sme ukázali, že pre najúspešnejšiu stratégiu zrkadlových častíc existuje 5 mod 6 reštrikcia na počet buniek. Taktiež existujú aj všeobecné obmedzenia pre CA, ktoré však nie sú zásadné.

Prezentované výsledky sú kľúčové, nie len pre možnú aplikáciu v distribuovaných alebo sieťových algoritmoch,

ale poskytujú nám aj pekný príklad emergentného rýdzoreaktívneho správania. Dúfame, že sa nám týmto príspevkom aspoň z časti podarilo ukázať, akým mocným fenoménom je samoorganizácia a aké procesy stoja za komplexným výpočtom implementovaným prírodou.

PodĎakovanie: Táto práca bola podporená grantami VEGA 1/4053/07 a 1/0804/08.

Literatúra

- [1] P. Banda: Cellular Automata Evolution and Leader Election in a Symmetric Ring. *Proceedings in Informatics and Information Technologies, IIT.SRC 2008 – Student Research Conference (2008)* 303–310.
- [2] P. Banda: Upper Bound Performance of Cellular Automata for the Leader Election Problem in Arbitrary Ring. *Proceedings in Informatics and Information Technologies, IIT.SRC 2009 – Student Research Conference (2009)*.
- [3] J. Von Neumann, A. W. Burks: *Theory of self-reproducing automata*. University of Illinois Press: Urbana, 1966.
- [4] A. R. I. Smith: Two-dimensional formal languages and pattern recognition by cellular automata. *Proceeding of the 22nd Annual IEEE Symp. of Foundations of Computer Science (FOCS) (1971)* 144-152.
- [5] M. Mitchell: *An introduction to genetic algorithms*. MIT Press: Cambridge, Mass., 1996.
- [6] R. Das, J. P. Crutchfield, M. Mitchell, J. E. Hanson: Evolving Globally Synchronized Cellular Automata. *Proceedings of the 6th International Conference on Genetic Algorithms*; Morgan Kaufmann Publishers Inc., 1995.
- [7] M. Mitchell, J. P. Crutchfield, R. Das: Computer Science Application: Evolving Cellular Automata to Perform Computations. *HandBook of Evolutionary Computation 1997*.
- [8] W. Hordijk: *Dynamics, emergent computation, and evolution in cellular automata*; University of New Mexico, 1999, p xxii, 210 leaves.
- [9] J. P. Crutchfield, M. Mitchell, R. Das: Evolutionary design of collective computation in cellular automata. *Evolutionary dynamics: Exploring the*

- interplay of selection, accident, neutrality, and function* 2003, 361-411.
- [10] J. P. Crutchfield, J. E. Hanson: Turbulent pattern bases for cellular automata. *Phys. D* **69** (1993) 279-301.
- [11] J. E. Hanson: *The computation mechanics of cellular automata*; University Microfilms Intl, Ann Arbor, Michigan, 1993.
- [12] E. F. Codd: *Cellular automata*. Academic Press: New York, 1968.
- [13] J. E. Hanson, J. P. Crutchfield: The attractor—basin portrait of a cellular automaton. *Journal of Statistical Physics* **66** (1992) 1415-1462.
- [14] S. Wolfram: *Theory and Application of Cellular Automata*. Singapore: World Scientific, 1986.
- [15] J. P. Crutchfield, K. Young: Inferring Statistical Complexity. *Phys. Rev. Lett.* **63** (1989) 105-108.
- [16] J. P. Crutchfield: The calculi of emergence: computation, dynamics and induction. *Phys. D* **75** (1994) 11-54.
- [17] R. Nagpal: A Catalog of Biologically-Inspired Primitives for Engineering Self-Organization. *Engineering Self-Organising Systems*, 2004, p 53-62.
- [18] P. A. Lawrence; *The making of a fly : the genetics of animal design*. Blackwell Scientific Publications: Oxford ; Boston, 1992.
- [19] D. Angluin: Local and global properties in networks of processors (Extended Abstract). In *Proceedings of the twelfth annual ACM symposium on Theory of computing*; ACM: Los Angeles, California, United States, 1980.
- [20] E. Chang, R. Roberts: An improved algorithm for decentralized extrema-finding in circular configurations of processes. *Commun. ACM* **22** (1979) 281-283.
- [21] G. N. Frederickson, N. A. Lynch: Electing a leader in a synchronous ring. *J. ACM* 1987, 34, 98-115.
- [22] C. Năchitiu, J. Mazoyer, E. Rémila: Algorithms for leader election by cellular automata. *J. Algorithms* 2001, 41, 302-329.
- [23] A. Itai, M. Rodeh: Symmetry breaking in distributed networks. *Inf. Comput.* **88** (1990) 60-87.
- [24] M. Fischer, J. Hong: Self-stabilizing Leader Election in Networks of Finite-State Anonymous Agents. *Principles of Distributed Systems* 2006, 395-409.
- [25] J. H. Holland: *Adaptation in natural and artificial systems : an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. University of Michigan Press: Ann Arbor, 1975.
- [26] J. P. Crutchfield, M. Mitchell: *The Evolution of Emergent Computation*, 1994.