



Metodología de Análisis de Riesgos

Proceso	Fecha Versión	Versión
Metodología de Análisis de Riesgos	25-11-2020	0

CONTENIDO

I	INTRODUCCIÓN	3
II	¿QUÉ ES EL ANÁLISIS DE RIESGO?	4
III	METODOLOGÍA PARA LA ETAPA DE IDENTIFICACIÓN	6
III.1	FASE 1: DEFINIR CAUSAS ESTÁNDARES PARA EL PROYECTO.....	8
III.2	FASE 2: DEFINIR Y CONTEXTUALIZAR LA MATRIZ ESTÁNDAR GENERAL (MEG)	10
III.3	FASE 3: IDENTIFICAR, DESCRIBIR Y DETERMINAR EL IMPACTO Y LA PROBABILIDAD DE OCURRENCIA.....	10
IV	METODOLOGÍA PARA LA ETAPA DE CUANTIFICACIÓN	11
IV.1	CUANTIFICAR LAS CAUSAS DE RIESGOS FUNDAMENTALES IDENTIFICADOS	11
V	METODOLOGÍA PARA LA ETAPA DE JERAQUIZACIÓN	13
V.1	JERARQUIZAR LAS CAUSAS DE RIESGOS FUNDAMENTALES IDENTIFICADOS	13
VI	METODOLOGÍA PARA LA ETAPA DE VALORACIÓN	15
VI.1	MECANISMOS PARA OBTENER LA INFORMACIÓN ESTADÍSTICA.....	16
VI.1.1	<i>Información obtenida a través de datos históricos</i>	18
VI.1.2	<i>Información obtenida a través de percepción cualitativa</i>	20
VI.1.3	<i>Información obtenida a través de estudios referenciales</i>	20
VI.2	VALORACIÓN DE RIESGOS.....	23
VI.2.1	<i>Valoración del costo del riesgo con información cuantitativa en un taller de riesgos</i>	23
VI.2.2	<i>Costo del riesgo de sobre costo utilizando información historica</i>	24
VI.2.3	<i>Costo del riesgo de sobreplazo utilizando información historica</i>	26
VI.3	PROCESO DE VALORACIÓN DEL COSTO DEL RIESGO DE INGRESOS	27
VII	ETAPA DE ASIGNACIÓN DE RIESGOS: ALGUNAS CONSIDERACIONES	28
VII.1.1	<i>Matriz de causas de riesgos fundamentales</i>	28
VII.2	DIEZ REGLAS PARA LA ASIGNACIÓN DE RIESGOS	30
VII.3	POLÍTICA DE ASIGNACIÓN DE RIESGOS	30
VII.4	EXPRESIÓN DEL COSTO DEL RIESGO CONSIDERANDO LA ASIGNACIÓN DE RIESGOS	31
ANEXO I	INSTALACIÓN DE HERRAMIENTAS EN EXCEL	32
	HABILITACIÓN DE MACROS EN EXCEL	35
ANEXO II	HERRAMIENTAS ESTADÍSTICAS PARA LA VALORACIÓN DE RIESGOS	36
	VARIABLE ALEATORIA	36
	PROBABILIDAD	37
	HISTOGRAMA.....	37
	DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD	39
	MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL: MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR	40
	REGLA EMPÍRICA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL	42
	PERCENTIL Y NIVEL DE SIGNIFICANCIA	44
	VALORACIÓN DEL IMPACTO DEL RIESGO A TRAVÉS DE LA VOLATILIDAD	45

REGLA PERCENTIL 5-50-95.....	45
REGLA EMPÍRICA DE LA DESIGUALDAD	47
PROBABILIDAD DE OCURRENCIA DE UN RIESGO	49
ANEXO III DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD MÁS USADAS EN EL ANÁLISIS DE RIESGOS	50
ANEXO IV ALGUNOS TÓPICOS DE INFERENCIA ESTADÍSTICA	51
DETERMINACIÓN DE PERCENTILES	51
TEOREMA DEL LÍMITE CENTRAL	52
TEOREMA DE LOS GRANDES NÚMEROS	53
TEST DE NORMALIDAD	53
ANEXO V MÉTODO DE MONTE CARLO Y BOOTSTRAP	58
MÉTODO DE MONTE CARLO.....	58
EL MÉTODO BOOTSTRAP	60
ANEXO VI PROCEDIMIENTOS ANALÍTICOS Y MODELOS ESTOCÁSTICOS PARA VALORACIÓN DEL COSTO DEL RIESGO DE INGRESOS.....	62
ANEXO VII EXPRESIÓN GENERAL DEL COSTO DEL RIESGO	65
CASO 1: INFORMACIÓN HISTÓRICA PARA EL COSTO DEL RIESGO TOTAL E ITEMIZACIÓN DEL COSTO BASE.....	66
CASO 2: INFORMACIÓN HISTÓRICA PARA EL COSTO DEL RIESGO TOTAL Y OPINIÓN DE EXPERTOS PARA LA RELEVANCIA DE CADA CAUSA .	68
CASO 3: TALLER DE RIESGOS PARA LA OBTENCIÓN DEL RIESGO TOTAL Y ITEMIZACIÓN DEL COSTO BASE	69
CASO 4: TALLER DE RIESGOS PARA LA OBTENCIÓN DEL RIESGO TOTAL Y DE LA RELEVANCIA DE CADA CAUSA	69
CASO 5: PANELES DE EXPERTOS PARA LA OBTENCIÓN DEL RIESGO INDIVIDUAL DE CADA CAUSA.....	70
HISTORIAL DE CAMBIOS AL DOCUMENTO	70

I INTRODUCCIÓN

El análisis riesgos es uno de los componentes incluido en la fase de análisis de iniciativas, planteado en el artículo 33 del Decreto 434-20 que dispone la aprobación y puesta en vigencia del Reglamento de Aplicación de la Ley 47-20 de Alianzas Público-Privadas. El objetivo de esta metodología es proporcionar una guía sistematizada para el análisis de riesgos en proyectos de infraestructura y servicios. Aquí se detallará el desarrollo de las etapas de identificación, cuantificación, jerarquización, valoración y asignación de riesgos. Estas etapas son necesarias para:

1. La determinación del Valor por Dinero en su dimensión cuantitativa a través de la construcción del Comparador Público-Privado (CPP), de tal forma evaluar la conveniencia de la modalidad de inversión exclusivamente pública y la APP.
2. El diseño del contrato en caso de que la modalidad de contratación seleccionada sea una Alianza Público-Privada

La Ley 47-20 sobre Alianzas Público-Privadas establece como requisito para la presentación de iniciativas que el originador debe realizar un análisis preliminar de riesgos que incluya mecanismos de mitigación y distribución de estos entre los agentes públicos y privados. Por otro lado, el Reglamento de Aplicación de la Ley de APP establece que ya en la fase de evaluación de las iniciativas la Dirección General de Alianzas Público-Privadas (DGAPP) serán responsables de evaluar el análisis de riesgos introduciendo los ajustes pertinentes. Los ajustes pertinentes que deberá hacer la DGAPP incluye identificar, describir, cuantificar, jerarquizar, valorar y asignar los riesgos del Proyecto Público de Referencia y del Proyecto de Alianza Público-Privada.

En este documento, nos referiremos al “ente responsable” como el encargado de realizar los distintos análisis de riesgos. En lo adelante se presentarán las técnicas y pasos que se deben llevar a cabo en las distintas etapas de análisis de riesgo por el ente responsable. En la metodología se introducirá brevemente qué es el análisis de riesgo, mencionando las distintas etapas de este, para luego entrar en lleno en las metodologías para abordar cada una de las etapas. En los anexos se brindan las herramientas y más técnicas que serán necesarias para llevar a cabo el análisis.

Por último, es importante resaltar que para la preparación de esta versión de la metodología de análisis de riesgos se contó con la asistencia técnica del Banco Interamericano de Desarrollo quienes apoyaron en la redacción de los primeros borradores que sirvieron de insumo para la elaboración de este documento.

II ¿QUÉ ES EL ANÁLISIS DE RIESGO?

El concepto de riesgo se expresa de manera integrada como sigue: **“riesgo es un evento aleatorio que, si ocurre, tiene un impacto negativo en al menos uno de los objetivos de un proyecto, tales como: plazo, tiempo, costo, ingresos, ámbito y/o calidad”**.

Por lo tanto, el riesgo debe ser definido como una combinación de la probabilidad de ocurrencia de un evento y sus consecuencias, incluyendo la severidad de éstas.

En este sentido, el análisis de riesgos para la etapa de estructuración de un proyecto es analizado por medio de etapas, las cuales son:



De acuerdo con el marco legal en República Dominicana, en las alianzas público-privadas se entiende como riesgos aquellos factores de amenaza más relevantes que pueden afectar el normal cumplimiento del contrato, la calidad del bien o servicio de interés social objeto de este, o la rentabilidad del proyecto.

De acuerdo con la Ley de APP, se deberán analizar como mínimo, los riesgos económicos, sociales, políticos, institucionales y jurídicos, operacionales, financieros, sobre la naturaleza, ambientales, tecnológicos y aquellos riesgos específicos de cada proyecto. Asimismo, toda alianza público-privadas requiere de la transferencia, parcial o total, de los riesgos identificados hacia el agente privado, para lo cual cada contrato deberá especificar la caracterización, mecanismo de identificación, evaluación de la probabilidad de ocurrencia, cuantificación para cada uno de los riesgos y su correspondiente plan de mitigación, de acuerdo con los términos y condiciones que establezca el reglamento. Los riesgos de fuerza mayor tendrán un tratamiento especial en el contrato.

La evidencia muestra que los presupuestos públicos sufren desviaciones de importante cuantía y que el costo final tanto de la construcción de un proyecto como de su operación, equipamiento, mantenimiento y conservación ejecutados mediante el esquema de inversión exclusivamente público suele ser más elevado que lo previsto en los presupuestos originales. Dicho esto, puede provocar riesgo de sobrecostos.

Asimismo, cuando el sector público decide operar una determinada infraestructura pública y sus servicios relacionados se ven enfrentado a eventos que pueden provocar una caída en la demanda y a una desviación hacia abajo de los ingresos esperados, provoca que el sector público se vea enfrentado a un riesgo de ingresos o de demanda.

En efecto, por el lado de la demanda, en algunos casos el sector público también puede generar ingresos cobrando una tarifa al usuario.

Las proyecciones que el sector público realice sobre los ingresos que percibe debido a este cobro pueden diferir de los ingresos realmente recolectados, al cual se le denomina riesgo de ingresos. En consecuencia, los riesgos fundamentales¹ que el sector público generalmente enfrenta son dos:

- Riesgos de Sobrecostos
- Riesgos de Ingresos



Las causas, factores o razones por las cuales estos dos riesgos fundamentales se materializan son múltiples. Si una causa no tiene efectos en los costos y/o en los ingresos entonces no es pertinente considerarla como viable para efectos de análisis de riesgos. Por lo tanto, una pregunta relevante de la autoridad será siempre **¿la causa que se está analizando, tiene impacto en los costos y/o en los ingresos del proyecto?**

Una de las principales causas es el sobreplazo que se define como una desviación mayor del plazo inicialmente estimado (o contratado) para el desarrollo de todas las actividades críticas de un proyecto respecto al plazo real o final para la ejecución de estas actividades.

Por ejemplo, si la etapa de construcción de un proyecto tiene programado una duración de 440 días, y termina siendo 720 días, entonces el sobreplazo del proyecto genera una desviación mayor de 280 días. Esta desviación mayor implica un aumento de costos de los que inicialmente se tenían previstos tanto para el adjudicatario del proyecto, como para la sociedad en su conjunto debido a que el proyecto ha sufrido un atraso, y los beneficios netos que se derivan de su operación se concretarán con atraso. Lo anterior, implica un mayor costo de oportunidad para la sociedad.

¹ Se podrá utilizar indistintamente riesgo fundamental, principal o basal.

Advertencia: Si bien en el lenguaje general de las Alianza Público Privada se suele hablar de riesgos, y no se hace una separación con causa de riesgos, en esta Guía se separa y se reserva la palabra riesgos solamente para denominar a los riesgos de sobrecostos (sobrepazos) y los riesgos de ingresos. Estos dos riesgos basales o fundamentales se ven afectados por múltiples causas. De esta manera, se deberán analizar como mínimo, las causas económicas, sociales, políticas, institucionales y jurídicas, operacionales, financieras, sobre la naturaleza, ambientales, tecnológicas y aquellas causas específicas de cada proyecto que potencialmente genera un riesgo de sobrecosto y/o riesgo de ingresos.

III METODOLOGÍA PARA LA ETAPA DE IDENTIFICACIÓN

El primer paso del análisis de riesgo es la identificación de todos los posibles eventos o causas que generan consecuencias e impactos en el desempeño del cumplimiento de los objetivos del proyecto de inversión. Se trata de identificar todas las posibles causas potenciales que pueden producirse y que tendrían impacto en el resultado esperado del proyecto. En otras palabras, en esta etapa se debe responder la pregunta acerca de: **¿Cuáles eventos o acciones podrían afectar adversamente el plazo, costo, ámbito y/o la viabilidad de la materialización del proyecto y la provisión de los servicios previstos?**

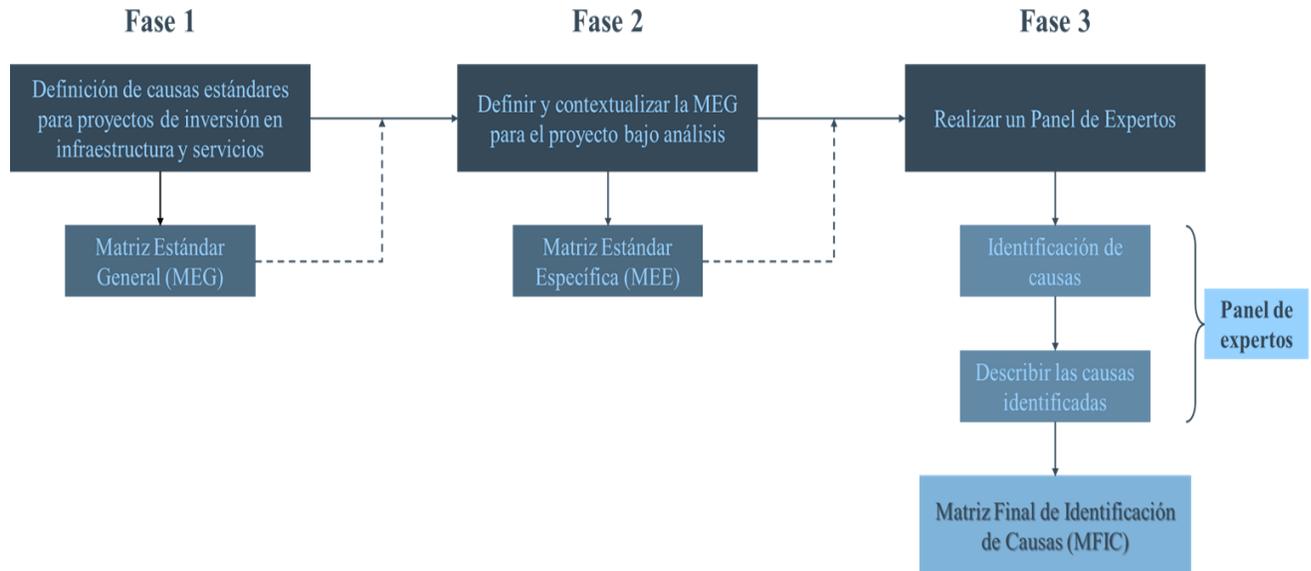
Para la identificación de riesgos hay varias técnicas. Se incluyen, por ejemplo, la lluvia de ideas, cuestionarios estructurados, la revisión de documentos y literatura previa, técnicas de comparativos (benchmarking) en proyectos similares, análisis de escenarios, los métodos con Paneles de Expertos, el método Delphi, el método de Desglose de Riesgos (*Risk Breakdown Structure*), entre otras técnicas. En general, se recomienda, dependiendo de la complejidad, del tiempo para el desarrollo del proyecto y de su presupuesto, usar combinaciones de ellas. En la siguiente Sección se presenta una metodología específica para la etapa de identificación de riesgos de un proyecto. No obstante, en cualquier método usado, se sugiere tener presente, las prescripciones que se derivan de la aproximación SMART. La identificación de las causas debe permitir que éstos sean Específicos, Medibles, Atribuibles, Relevantes, y Temporalmente identificables. El siguiente cuadro muestra las preguntas que deben ser respondidas una vez que los riesgos han sido identificados.

CUADRO 1: APROXIMACIÓN SMART PARA ANÁLISIS DE RIESGO

Criterios	Preguntas
Específicos	¿Cuál es la situación específica de preocupación? ¿Qué impactos puede producirse en los objetivos del proyecto?
Medibles	¿Es posible contar con una estimación de la probabilidad que la causa del riesgo ocurra? ¿Es posible cuantificar los impactos de manera numérica? ¿Es posible tener medido los impactos de manera cualitativa?
Atribuibles	¿Cuál es la causa del riesgo? ¿Qué genera o qué provoca su activación?
Relevantes	¿Por qué es importante para los objetivos del proyecto? ¿Cuál es el impacto en los objetivos de un proyecto?
Tiempo	¿En qué etapa ocurren las causas de los riesgos fundamentales? ¿Tiene una duración indefinida? ¿Cuántas veces ocurren en el ciclo del proyecto?

La metodología propuesta para la identificación de causas para un proyecto de inversión en infraestructura y servicios se realiza bajo la perspectiva que tenga el tomador de la decisión para la ejecución de un esquema de inversión exclusivamente público, que puede ser eventualmente implementado a través de un esquema APP, es decir una entidad pública gubernamental. La secuencia metodológica se presenta a continuación:

FIGURA 3: SECUENCIA METODOLÓGICA PARA LA IDENTIFICACIÓN DE CAUSAS



De acuerdo con la figura anterior, la metodología de identificación de causas considera 3 fases con sus actividades asociadas:

- **Fase 1:** Definir causas estándares para los riesgos del proyecto, que además deberá contener aquellas causas estándares o comunes a cualquier iniciativa APP. Se construye la Matriz Estándar General (MEG).
- **Fase 2:** Definir y contextualizar la MEG en función de las características específicas del proyecto en evaluación. Como resultado se obtiene la Matriz Estándar Específica (MEE).
- **Fase 3:** Realizar un Taller o Panel de Riesgos para Identificación de Causas.² En este taller se debe Realizar el proceso de identificación de causas y descripción de las causas identificadas, para obtener la Matriz Final de Identificación.

² Se entiende por Panel de Riesgos, a una reunión de trabajo conjunta, la que generalmente se desarrolla en un período de tiempo superior a un día, con un procedimiento sistematizado de toma de decisiones y participación en equipo de un grupo de expertos que son externos a la entidad técnica gubernamental, que tiene por objetivo explicitar informe respecto a riesgos.

III.1 FASE 1: DEFINIR CAUSAS ESTÁNDARES PARA EL PROYECTO

Independiente de la tipología y el sector de la economía donde pueda ser desarrollado un proyecto de infraestructura por parte del sector público, es posible definir una serie de causas estándares, o que en su mayoría son comunes en cualquier iniciativa APP.

La definición de las causas estándares que se propone a continuación se basa principalmente en casos de estudio, experiencia internacional y literatura relacionada a proyectos de inversión a través de esquemas de APP y conforman lo que se define como la MEG (Matriz Estándar General).

La confección de esta matriz considera diferentes categorías para clasificar los riesgos de las distintas etapas de un proyecto APP y dispone de una descripción general del mismo. En el siguiente cuadro se presenta la MEG propuesta para la aplicación de la metodología:

CUADRO 2: MATRIZ ESTÁNDAR GENERAL (MEG)

Etapa	Causas estándares	Descripción
Etapa licitación	Adquisición de terrenos	Dificultad en la entrega del área de contrato en concordancia con un programa previamente definido.
Etapa licitación	Demora en la aprobación de la adjudicación del contrato	El contrato no se suscribe en la fecha programada y retrasa el inicio del proyecto, generando perjuicios financieros.
Etapa de construcción	Insuficiencia en el diseño	El diseño de ingeniería y/o arquitectura establecido para el proyecto puede ser insuficiente, lo que puede implicar la generación de nuevas obras y/o complementarias respecto al diseño original.
Etapa de construcción	Incremento de cantidades	Aumento de costos de distintos ítems en la etapa de construcción debido a incrementos en las ubicaciones y especificaciones de diseño
Etapa de construcción	Atrasos en el desarrollo de la construcción de las obras	Aumentos de los costos debido a atrasos en la ejecución de las actividades programadas para la etapa de construcción.
Etapa de explotación	Incrementos de cantidades	Aumento no previsto de los costos de operación y/o mantenimiento del proyecto debido a mayores cantidades de obras
Etapa de explotación	Disminución en el nivel de servicio (operacional)	No se logra alcanzar un nivel de servicio para el proyecto acorde con las especificaciones contractuales lo que implica mayores costos para reestablecer el nivel de servicio esperado
Etapa de explotación	Discontinuidad del servicio (operacional)	Interrupción parcial o permanente de los servicios que lleva a una pérdida de ingresos y protestas de los usuarios
Etapa de construcción/explotación	Aspectos ambientales	Infracción medioambiental a las normas establecidas, obstrucciones geológicas, climáticas, físicas y arqueológicas, entre otras que producen sobrecostos y/o sobreplazos
Todas las etapas del proyecto	Catástrofes naturales (sobre la naturaleza)	Hechos de la naturaleza que impiden el desarrollo del proyecto, destruyen activos, no permiten su operación y desajustan el balance económico-financiero generado sobrecostos y/o pérdidas de ingresos.
Etapa construcción/explotación	Quiebra (económico y políticos)	Impacto de variables macroeconómicas, crisis financieras internacionales o actos terroristas que afectan el equilibrio económico-financiero esperado y

Etapa	Causas estándares	Descripción
		aumentan la probabilidad de llevar el proyecto a la quiebra generando sobrecostos y pérdidas de ingresos
Todas las etapas del proyecto	Políticos	Acciones de Autoridad competente que alterna el balance económico-financiero del proyecto que generan sobrecostos y/o pérdidas de ingresos. La causa política tiene un componente extralegal y legal-gubernamental. El componente político extralegal incluye cualquier evento que emane desde afuera de la autoridad preexistente o de la estructura de legitimidad del Estado, tales como terrorismo, sabotaje, revoluciones o golpes militares. Por el contrario, componente legal-gubernamental es un producto directo del proceso político en marcha e incluye eventos tales como elecciones democráticas que conducen a un nuevo gobierno o cambios referentes al comercio, a las inversiones extranjeras, al régimen laboral, subsidios, tecnología, y a políticas monetarias y de desarrollo.
Todas las etapas del proyecto	Aplicación de la normativa aplicable (legales)	Aplicación de normativa que incorpora ciertas exigencias y requisitos adicionales al proyecto generándose sobrecostos
Todas las etapas del proyecto	Cambios en la legislación pertinente (legales)	Cambio en la legislación y/o regulación de los estándares (técnicos, ambientales, entre otros) genera efectos en los costos, ingresos e inversiones afectando la viabilidad del proyecto
Todas las etapas del proyecto	Terminación del proceso de contratación	Por decisiones políticas e institucionales se deja de desarrollar el proyecto y se genera una terminación anticipada del proyecto.
Todas las etapas del proyecto	Sociales	Protestas, paros, huelgas y/o aspectos culturales que interfieran con el normal desarrollo del proyecto produciendo plazos y costos mayores a los estimados inicialmente.
Todas las etapas del proyecto	Interferencia de terceros	Aumento de los plazos y daño a las obras debido a interferencias de terceros
Etapa de explotación	Disminución de la demanda	La cantidad de demanda de usuarios del servicio es diferente a la prevista, lo que tiene efectos en la dimensión del proyecto y los ingresos percibidos.
Etapa de explotación	Aplicación de tarifas	El nivel de la tarifa es resistido por los usuarios y los cambios en los ajustes tarifarios no se efectúan en los plazos establecidos y/o no son sustentables de acuerdo con la disposición a pagar por el servicio, lo que genera una reducción de los ingresos percibidos
Etapa explotación	Tecnológicas	Los equipos y tecnología necesarios para la operación cumplen su ciclo de vida y quedan obsoletos de manera anticipada, o no se encuentran operativos para satisfacer los requerimientos del proyecto, lo que genera sobrecostos y pérdidas de ingresos.
Todas las etapas del proyecto	Económicas	Deterioro generalizado de la economía genera una caída en el producto interno bruto y produce efectos sobre variables claves de la economía. Lo anterior genera pérdida de ingresos y si hay aumentos reales de precios de los insumos, sobrecostos en la etapa de construcción y operación.
Etapa construcción/operación	Incremento en el precio de los insumos	El precio de insumos necesarios para la construcción de las obras o de la operación del proyecto aumenta debido a contingencias macroeconómicas no previstas generando sobrecostos en el proyecto
Etapa construcción/ explotación	Requerimiento de nuevas inversiones	El mandante puede juzgar necesario la realización de nuevas inversiones lo que genera sobrecostos para el proyecto.
Etapa licitación	Bancabilidad	No obtención del financiamiento apropiado (deuda) porque el proyecto no puede levantar los fondos suficientes en los mercados financieros, generando pérdidas de ingresos y sobrecostos.
Etapa operación	Financieros	Las tasas de interés fluctúan en forma desfavorable encareciendo los costos financieros.

III.2 FASE 2: DEFINIR Y CONTEXTUALIZAR LA MATRIZ ESTÁNDAR GENERAL (MEG)

Tomando como referencia la MEG ya definida, el ente responsable de llevar a cabo el análisis de riesgos en cada etapa deberá, para cada una de las causas que la conforman, analizarlos y contextualizarlos en función de las características propias, exclusivas, y distintivas del proyecto en particular que se está evaluando. Una vez analizados y contextualizados los riesgos de la MEG se obtendrá una MEE (Matriz Estándar Específica), a la cual se pueden incorporar causas específicas en las distintas categorías o nuevas categorías con sus respectivas causas, que no se encuentren consideradas en la MEG, dada la especificidad del proyecto.

III.3 FASE 3: IDENTIFICAR, DESCRIBIR Y DETERMINAR EL IMPACTO Y LA PROBABILIDAD DE OCURRENCIA

En la Fase 3 se realizará un Taller de Riesgos en donde se desarrollarán actividades relacionadas a la identificación de causas de riesgos basales, la descripción de las causas identificadas y la determinación del riesgo de impacto y la probabilidad de ocurrencia en el proyecto analizado, obteniéndose así la Matriz Final de Identificación. La metodología del Taller Riesgos está sustentada en información proporcionada por un grupo de especialistas y conocedores del proyecto, y utilizada para complementar la MEE definida por el ente responsable en la Fase 2. La Dirección General de Alianzas Público-Privadas será la encargada de invitar a los participantes del Taller de Riesgos de acuerdo con los criterios que defina por normativa interna.

En el Taller de Riesgos existen diferentes técnicas que pueden ser utilizadas para la identificación de causas, dentro de las cuales se pueden mencionar las siguientes:

- Lluvia de ideas o Brainstorming
- Cuestionarios estructurados
- Revisión de documentos y literatura previa
- Benchmarking en proyectos similares
- Método Delphi Método Delphi ³
- El método de desglose de causas (Risk Breakdown Structure)

De acuerdo con la literatura y mejores prácticas relacionadas, se ha podido constatar que una combinación de las técnicas anteriores es lo recomendable. La DGAPP tiene la potestad de elegir el método o la combinación de métodos que prefiera dependiendo el proyecto en cuestión. No obstante, a

³ Es una técnica prospectiva utilizada para obtener información esencialmente cualitativa, pero relativamente precisa, acerca del futuro.

modo general, la primera actividad que deberán realizar los expertos en el Taller es una lluvia de ideas acompañada de técnicas de *Benchmarking*.

Luego de esto, se deberá establecer de manera consensuada por el grupo de especialistas, la descripción de cada una de las causas identificadas con una nota donde se establezca de forma detallada y ordenada, su definición conceptual y su alcance, tal como se muestra en la MEG presentada anteriormente en su columna derecha. Esta descripción de las distintas causas permite facilitar su comprensión tanto para el conjunto de especialistas como para posteriores involucrados en el proyecto y en lo inmediato para el desarrollo de la siguiente etapa, donde se jerarquizan cada una de las causas identificadas por medio de la determinación del impacto y la probabilidad de ocurrencia de cada una de ellas.

De la misma forma, esta descripción será útil también para las posteriores etapas de valoración y asignación de causas de riesgos, y especialmente para el diseño de las cláusulas del Contrato APP si es que este esquema es seleccionado como la mejor alternativa de ejecución del proyecto.

Una vez identificados y descritos cada una de las causas de riesgos, se deberá consultar a cada uno de los participantes del Taller de Riesgos acerca del riesgo de impacto y la probabilidad de ocurrencia de los riesgos. Finalmente, con esto se obtiene una Matriz Estándar Específica Mejorada y la Matriz Final de Identificación que sirven para complementar la Matriz Estándar General (MEG).

IV METODOLOGÍA PARA LA ETAPA DE CUANTIFICACIÓN

El objetivo de la cuantificación es encuadrar las causantes de riesgos fundamentales por rangos en términos de su probabilidad de ocurrencia (muy alto, alto, moderado, bajo y muy bajo) y de la magnitud de su impacto (crítica, severo, moderado, mínimo y despreciable).

IV.1 CUANTIFICAR LAS CAUSAS DE RIESGOS FUNDAMENTALES IDENTIFICADOS

Teniendo en cuenta la identificación y descripción, además del impacto y sus probabilidades de ocurrencia de las distintas causas del proyecto, el próximo paso que debe realizar el ente responsable es jerarquizar los riesgos definidos en la Matriz Final, teniendo como datos de entrada o información relevante de la probabilidad de ocurrencia e impacto sobre el proyecto.

La matriz para el proceso de jerarquización tendrá la siguiente estructura:

CUADRO 3: EJEMPLO DE VALORACIÓN CUALITATIVA DE CAUSAS

Etapa	Causas estándares	Descripción	Probabilidad de Ocurrencia	Impacto	Clasificación	Justificación y/o Observaciones

La probabilidad de ocurrencia de cualquier causa de riesgo específico toma valores entre cero (sin posibilidad de ocurrencia) y uno (ocurre inevitablemente). La evaluación de las causas por medio de métodos cualitativos divide las opciones en rangos de probabilidad y requiere de una asignación dentro de los rangos definidos. La evaluación cuantitativa asigna a cada causa una fracción específica entre cero y uno (entre cero y 100 por ciento). En la presente Guía se empleará un rango lineal para la jerarquización de las probabilidades de ocurrencia de las causas, asignando rangos como muy alto, alto, moderado, bajo y muy bajo a cada una de las causas como probabilidades de ocurrencia según corresponda, tal como se describe a continuación:

CUADRO 4: DEFINICIÓN DE LA PROBABILIDAD DE OCURRENCIA

Probabilidad de ocurrencia	Probabilidad	Descripción
Muy Alto	100% - 91%	Es muy probable que la causa de riesgo fundamental ocurra durante el ciclo de vida del proyecto.
Alto	90% - 61%	Probablemente la causa ocurra durante el ciclo de vida del proyecto.
Moderado	60% - 41%	Puede o no ocurrir la causa durante el ciclo de vida del proyecto.
Bajo	40% - 11%	Es improbable que la causa ocurra durante el ciclo de vida del proyecto.
Muy Bajo	10% - 0%	Es muy poco probable que ocurra la causa durante el ciclo de vida del proyecto.

El valor mínimo que toma el impacto sobre un proyecto es cero, pero las unidades y el valor máximo son propias para cada causa. La valoración cualitativa que el impacto asigna a cada causa dentro de un rango de opciones no superpuestas que incluyen todas las consecuencias posibles del riesgo fundamental de sobrecosto. Las definiciones de estas categorías varían, pero generalmente se relacionan con el objetivo del proyecto de la siguiente manera:

CUADRO 5: DEFINICIÓN Y CRITERIOS DEL IMPACTO

Riesgo de impacto	Impacto	Criterio
Crítico (C)	Mayor o igual al 20%	Cualquier impacto que podría llevar a la cancelación del proyecto.
Severo (S)	Menor al 20%	Cualquier impacto que coloque en peligro el objetivo del proyecto o que puedan llevar a un impacto significativo en el largo plazo.
Moderado (Mo)	Menor al 10%	Cualquier impacto que causaría un cambio en la planificación de manera significativa o que podría conducir a un efecto notable e inoportuno para el proyecto.

Riesgo de impacto	Impacto	Criterio
Mínimo (Mi)	Menor al 5%	Cualquier impacto que puede ser tratado al interior del equipo de proyecto y que no tendría ningún efecto en el largo plazo.
Despreciable (D)	Menor al 1%	Cualquier impacto que afecta de manera insignificante o produce algún efecto adverso significativo sobre el ciclo de vida del proyecto.

Aunque el análisis basado en los criterios definidos en el cuadro anterior es un análisis cualitativo, proporciona una manera práctica de valorar la importancia relativa de las causas que describen los riesgos fundamentales inherentes de un proyecto, donde incluso resulte complicado medir el impacto de las causas. La valoración empleando estas categorías facilita su cuantificación, y es suficiente para priorizar las causas en función de su intensidad.

V METODOLOGÍA PARA LA ETAPA DE JERARQUIZACIÓN

El objetivo de la jerarquización es establecer/identificar las causas más relevantes en función de la combinación de la probabilidad de ocurrencia que tienen respectivamente sobre el proyecto en evaluación y del impacto en el proyecto. De tal manera que sean valoradas sólo aquellas que tengan una mayor incidencia/impacto esperado sobre el proyecto. Esta evaluación se lleva a cabo con las causas previamente identificadas y cuantificadas en la etapa anterior.

V.1 JERARQUIZAR LAS CAUSAS DE RIESGOS FUNDAMENTALES IDENTIFICADOS

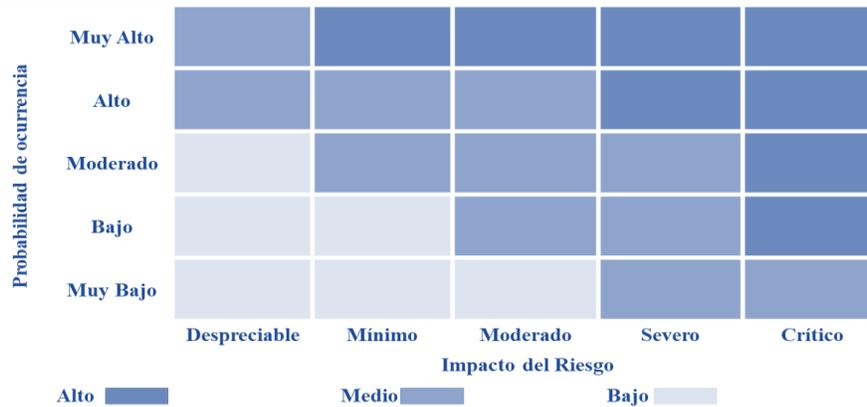
En función de las probabilidades de ocurrencia y del impacto, las causas pueden ser clasificados en tres categorías: Alto (A), Medio (M) y Bajo (B), tal como se muestra en el siguiente cuadro:

CUADRO 6: DEFINICIÓN DE LA CLASIFICACIÓN DE LAS CAUSAS

Probabilidad de ocurrencia	Riesgo de impacto				
	Despreciable	Mínimo	Moderado	Severo	Crítico
100% - 91%	M	A	A	A	A
90% - 61%	M	M	M	A	A
60% - 41%	B	M	M	M	A
40% - 11%	B	B	M	M	A
10% - 0%	B	B	B	M	M

A continuación, se muestra la representación del impacto por la probabilidad de ocurrencia, con zonas de clasificación de las causas:

FIGURA 4: REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA CLASIFICACIÓN DE LAS CAUSAS



Las causas que se encuentran clasificadas en la zona “Alto” son aquellas causas que presentan una alta probabilidad de ocurrencia e impacto. Las causas que se encuentren clasificadas dentro de la zona “Medio”, son aquellas causas que tienen un mínimo impacto y una alta probabilidad de ocurrencia o aquellas causas que tienen una probabilidad de ocurrencia baja e impacto severo. Por último, las causas que se encuentran clasificadas dentro de la zona “Bajo”, son aquellas causas donde la probabilidad de ocurrencia e impacto son mínimos, respectivamente.

La jerarquización de las causas permite conocer cuáles son las causas que componen la matriz de riesgos. En este sentido, la jerarquización de las causas obedece a la aplicación del análisis paretiano (Ivančić, 2014), (Craft & Leake, 2002), para obtener las causas que tienen un mayor impacto sobre el desempeño normal del proyecto de infraestructura en análisis, tanto en sobrecostos, sobrepazos y demanda, en las distintas etapas del proyecto.

Para lograr el ejercicio de jerarquización, se utiliza aplicación en Microsoft Excel que llamaremos “Jerarquización Matriz de Causas RD”. Esta herramienta no es un complemento de Microsoft Excel, por consiguiente, cuenta con celdas que emplean formulas y referencias. Por ello es por lo que se recomienda tomar en cuenta las siguientes precauciones:

- No modificar el nombre de las hojas del archivo
- No añadir/eliminar filas/columnas en las hojas del archivo
- No modificar el contenido de las celdas en el archivo

La aplicación “Jerarquización Matriz de Causas RD” está constituida por dos (2) hojas, las cuales son:

- Matriz Riesgo
- Mapa

I.1 HOJA “MATRIZ RIESGO”

En esta hoja se ingresan las causas identificadas (máximo de 120 causas) con sus correspondientes probabilidades e impactos. Utilizando la combinación de las teclas “Ctrl + m” se presenta una ventana de ayuda que presenta una leyenda del significado de las distintas categorías que pueden seleccionarse en las columnas de probabilidad y de impacto. Para el análisis no es obligatorio completar la columna de asignación.

I.2 HOJA “MAPA”

En esta hoja se muestra el resultado luego de completar las respectivas probabilidad e impacto para cada una de las causas. Para el proceso de jerarquización no resulta necesario completar la columna “Asignación”.

El mapa clasifica a las causas en tres zonas: Bajo, Medio y Alto. Son las causas que se encuentran en la zona “Alto” las que serán valoradas en función de la asignación que tengan cada una de las causas. De igual forma, son las causas retenidas por el gobierno las que formarán parte de los pasivos contingentes del proyecto.⁴

VI METODOLOGÍA PARA LA ETAPA DE VALORACIÓN

La fase de valoración tiene como objetivo asignar un valor monetario a cada una de las causas de riesgos que se obtienen de la etapa de jerarquización. La estimación de la causa de riesgos fundamentales puede ser cuantitativa, semicuantitativa o cualitativa en términos de la probabilidad de ocurrencia y sus consecuencias en los objetivos del proyecto.

⁴ En el Anexo I se desarrolla en detalle la instalación de complementos de Excel

En su forma cuantitativa, la valoración del riesgo de sobrecostos debe estar expresada en valores monetarios multiplicando el costo del proyecto por la probabilidad de ocurrencia y su impacto.

Por ejemplo, un proyecto carretero que tiene un costo esperado de 100 se enfrenta a un riesgo de sobrecosto que tiene probabilidad de 100% (1) de ocurrencia, y tiene un impacto de 10% de aumento en los costos. Entonces el costo del riesgo se calcula como sigue:

$$CR = 100 \times 1 \times 10\% = 10$$

Para la valoración de causas⁵ se emplean dos parámetros fundamentales del riesgo: la probabilidad de ocurrencia (verosimilitud) y el impacto (pérdida o consecuencia). La estimación de la probabilidad de ocurrencia depende de la información histórica de proyectos de inversión de similares características al proyecto en estudio y de la información obtenida en el Taller de Riesgos (valoración de causas). La pérdida cuando se materializa el riesgo es referida como el impacto, y se fundamenta en la consecuencia que genera sobre el proyecto dado que el riesgo ocurrió.

Por consiguiente, el costo del riesgo que genera una causa se define mediante la siguiente expresión⁶:

$$CR = CB \times PO \times I$$

Donde:

- CR* : Costo del riesgo fundamental que genera una causa asociado a un Proyecto
- CB* : Ítems del costo base (CAPEX, OPEX y otros ítems de costo)
- PO* : Probabilidad de ocurrencia de la causa
- I* : Impacto que genera sobre el proyecto (medido en porcentaje del VPIN o del ítem – asociado a la causa – del costo del proyecto)

VI.1 MECANISMOS PARA OBTENER LA INFORMACIÓN ESTADÍSTICA

Para valorar la causa del riesgo se necesita conocer y evaluar la distribución del impacto de la causa de sobrecostos que son variables aleatorias. Los enfoques para la valoración de causas de riesgos se basan en el cálculo de la distribución de probabilidad (media y volatilidad) de esas variables aleatorias. En consecuencia, el mecanismo para obtener información estadística directa o indirecta sobre los indicadores anteriores es un aspecto central en el estudio de los riesgos.

⁵ En el Anexo II se desarrolla en detalle las herramientas estadísticas para la valoración de riesgos

⁶ Esta expresión no implica la asignación de riesgos, el cual se hará más adelante.

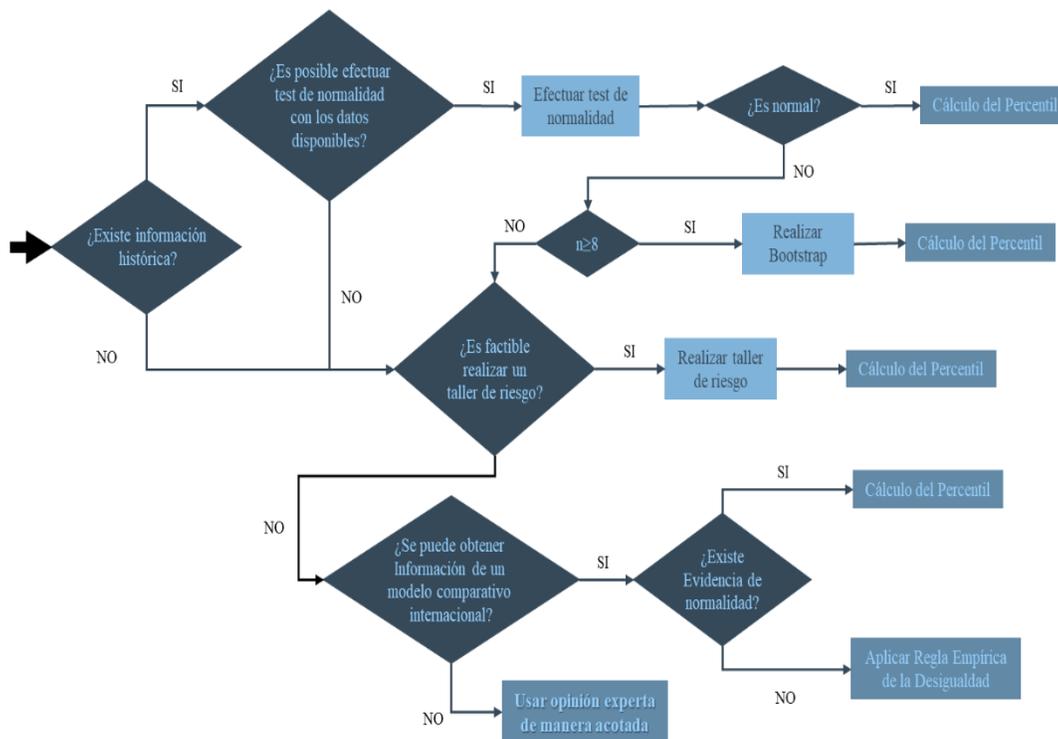
El estadístico volatilidad (σ) indica el grado de dispersión de los valores individuales de una variable aleatoria respecto a su valor promedio. Entonces conociendo la media y la volatilidad podemos inferir analíticamente las expresiones de intervalos o posiciones de riesgos usando el concepto de Percentil.

Los mecanismos para obtener la información estadística requerida para la volatilidad y la media de las variables aleatorias que permite la construcción de los percentiles son los siguientes:

- Información obtenida a través de datos históricos.
- Información obtenida a través de percepción cualitativa valoración de los riesgos, el ente responsable deberá utilizar al menos uno de estos mecanismos y siempre en coordinación y siguiendo lo estipulado por la DGAPP y el Ministerio de Hacienda. En las siguientes subsecciones se presentarán los pasos para llevar a cabo los distintos mecanismos.

En la figura debajo se muestra de forma detallada la secuencia que se deberá llevar a cabo para la determinación de los percentiles 50 y 95 para el análisis del riesgo fundamental de sobrecostos y sobreplazos. Con estas metodologías, se podrá llevar a cabo la valorización de los costos.

FIGURA 5: SECUENCIA PARA LA DETERMINACIÓN DE PERCENTILES DE RIESGOS DE SOBRECOSTOS Y SOBREPLAZOS



En las próximas subsecciones se detallarán los distintos mecanismos para obtener la información estadística necesaria para llevar a cabo la valoración de los riesgos de sobrecostos y sobreplazos.

VI.1.1 INFORMACIÓN OBTENIDA A TRAVÉS DE DATOS HISTÓRICOS

La primera aproximación que deberá realizarse al análisis y valoración de los riesgos es el levantamiento y análisis de la información pasada. En la medida que se cuente con información histórica de las distintas variables aleatorias, cuyo comportamiento futuro se desea predecir o valorar, esta información puede ser utilizada y procesada para determinar si su comportamiento puede ser homologable a alguna estructura conocida.

Lo primero que debe hacerse con la información histórica es graficar un histograma para analizar si es posible identificar una distribución de probabilidad⁷ conocida que cuente con una formulación formalizada matemáticamente. Una vez que se ha identificado la variable aleatoria con alguna distribución de probabilidad conocida, podemos plantear la hipótesis que esta variable seguirá comportándose de la misma forma en el futuro, y por lo tanto utilizar la distribución de probabilidad conocida como una aproximación teórica de la variable aleatoria original.

Cuando la cantidad de información es suficiente, y es posible razonablemente asumir una u otra distribución de probabilidad, se pueden calcular intervalos de confianza y valorar el riesgo de las variables.

En caso contrario, es necesario pasar primero por un proceso numérico de ajuste de los parámetros de la distribución conocida, moviéndolos hasta minimizar las diferencias que se producen entre el histograma real y la distribución de probabilidad conocida. Para obtener la información, se deben privilegiar aquellas fuentes de carácter nacional y oficial, recopiladas por organismos públicos y por instituciones privadas debidamente acreditadas.

Cuando se comprueba que los datos analizados siguen una distribución normal, el análisis se realiza haciendo un símil con las propiedades de la distribución normal (Regla Empírica 68-95-99). En una distribución normal es posible determinar la probabilidad que una observación se encuentre a distancia (λ) medida en desviaciones estándar con respecto a su media. Si en adición a esto, se conoce la media y la varianza de la variable aleatoria, se recomienda al ente responsable aplicar la regla del percentil 50-95. La Regla Percentil 50-95 nos indica qué porcentaje de los valores puede ser hallado a una cierta distancia con respecto a la media, el cual coincide numéricamente con un percentil asociado.

El percentil P_{95} , indica que por debajo de ese valor se encuentra el 95% de los datos, expresado por medio de una medida de probabilidad se obtiene lo siguiente:

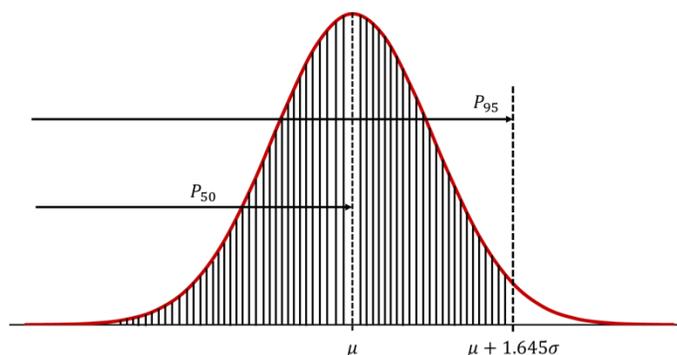
$$\mathbb{P}[X \leq x] = 0.95 = 95\%$$

⁷ En el Anexo III se describen las distribuciones de probabilidad que usualmente se emplean en el análisis de riesgo en proyectos de infraestructura y servicios.

Donde x (Valor Normal Estándar) indica la distancia a la cual se encuentra con respecto al origen (dado que la media de la distribución normal estándar es cero), la cual es $x = 1.645$. Por consiguiente, para el caso de la distribución normal, se multiplica ese factor por la volatilidad, para obtener los respectivos percentiles como posiciones frente al riesgo. Esta forma de medición se encuentra resumida en el siguiente cuadro:

CUADRO 7: REGLA PERCENTIL 50-95

Regla Percentil 5-50-95	Percentiles
μ	P_{50}
$\mu + 1.645\sigma$	P_{95}



Para los casos donde el número de datos no es suficiente para inferir, pero se cuenta con una muestra mayor a 8 observaciones, el ente responsable deberá aplicar el método de Bootstrap a la muestra para obtener la media y la volatilidad y de esta forma proceder a calcular analíticamente la Regla Percentil 50-95.

En resumen, en caso de disponer de información histórica acerca del riesgo a valorar sobre una serie de tamaño n de proyectos relacionados al proyecto de referencia, se debe analizar la posibilidad de aplicar un test de normalidad a los datos disponibles. Si es posible aplicar dichos tests, y se puede concluir que la información histórica sigue una distribución normal, y se conoce la media y la volatilidad entonces se procede a calcular los percentiles P_{50} , P_{95} de manera directa, aplicando Regla Percentil 50-95. En el Anexo IV se detallan los test de normalidad y algunos ejemplos. La mayoría de los paquetes computacionales estadísticos cuentan con test de normalidad. A través de Microsoft Excel también es posible implementarlos. En caso en que no se verifique que los datos se distribuyen normalmente, se debe constatar si el número de datos disponibles de información histórica es mayor o igual a 8⁸. Si se verifica tal condición, entonces se procede a aplicar la metodología Bootstrap para la obtención de los percentiles por medio de la Regla Percentil 50-95.

⁸Se recomienda que el número de observaciones mínimas para poder aplicar la metodología Bootstrap sea igual a 8 (Efron y Tibshirani, 1986, 1993).

VI.1.2 INFORMACIÓN OBTENIDA A TRAVÉS DE PERCEPCIÓN CUALITATIVA

Para el caso en que las probabilidades no se pueden obtener de manera objetiva a través de información histórica que incluye la frecuencia con que ocurrieron los eventos, se pueden extraer a través de la información subjetiva de expertos. Es decir, una forma alternativa de interpretar las probabilidades se basa en los juicios de valor o en la experiencia de una persona y no necesariamente en la frecuencia histórica con que se ha producido realmente un determinado resultado en el pasado. No obstante, esta probabilidad es subjetiva puesto que información diferente o habilidades diferentes para procesar la misma información pueden influir en la misma.

Para capturar la interpretación anterior, se propone una metodología basada en probabilidades declaradas sustentada en información cuantitativa proporcionada por un panel de especialistas desarrolladas en el Taller de Riesgo. La valoración de riesgos a través de esta herramienta metodológica, una vez obtenida la información del panel de especialista, se realiza por medio de la Regla Percentil 50-95, según el tipo de distribución asociada a cada riesgo

Es decir, Si no se cuenta con información histórica, entonces se debe analizar la factibilidad de poder realizar un Taller de riesgo. Si es factible su realización, se debe aplicar a la información obtenida en dicho Panel para obtener directamente los percentiles P_{50} , P_{95} .

VI.1.3 INFORMACIÓN OBTENIDA A TRAVÉS DE ESTUDIOS REFERENCIALES

Cuando no es posible obtener información histórica ni realizar un Taller de Riesgos para capturar percepción de riesgo de manera cuantitativa, entonces una alternativa es recurrir a referencias internacionales, y de ser posible complementarlas con referencias o estudios nacionales, relacionadas con la identificación y valoración de riesgos, especialmente en proyectos de gran tamaño e impacto en la población.

En caso de no ser posible su realización, se procede a analizar la factibilidad de realizar el análisis de valoración usando un modelo comparativo de referencia, tomando en consideración referencias internacionales o incluso nacionales, relacionadas a proyectos similares. Si de la información obtenida de las referencias internacionales, se tiene evidencia de que los datos siguen una distribución normal, la cuantificación del riesgo se realiza por medio del cálculo directo de los percentiles P_{50} , P_{95} , a través de la Regla Percentil 50-95. En caso contrario, es decir, cuando no se tenga evidencia de que la información se distribuye normal, se recomienda realizar la cuantificación del riesgo aplicando la Regla Percentil 50-95 a través de la regla empírica de la desigualdad.

Por ejemplo, la Comisión Mundial de Represas⁹ en noviembre de 2000 publicó un documento que constata que el sobrecosto en la construcción de represas es el 40%, considerando una muestra internacional de 81 represas. Asimismo, en un estudio desarrollado en el año 2002¹⁰ se trabaja con una muestra de 258 proyectos de infraestructura de transporte en el mundo y los resultados son los siguientes:

CUADRO 8: MODELO COMPARATIVO INTERNACIONAL APLICADO A PROYECTOS DE TRANSPORTE

Tipo de Proyectos	Número de casos	Sobrecosto promedio (%)	Desviación Estándar
Ferrocarriles Interurbanos y Urbanos	58	44.7	38.4
Túneles y Puentes	33	33.8	62.4
Carreteras y Autopistas	167	20.4	29.9
Todos los proyectos	258	27.6	38.7

Fuente: Adaptado de Flyvbjerg, Holm y Buhl (2002)

Como se observa del cuadro anterior, la información que interesa capturar de estudios de referencia¹¹ para ser utilizado en la valoración de riesgos, es en orden de prioridad: volatilidad, distribución de probabilidad y media.

Por su parte, en una muestra de 894 proyectos de infraestructura en India, entre 1992 y 2009, Ram Singh (2010) encuentra que el 82.3% de los proyectos presentaron problemas de sobreplazos. En el caso de proyectos de transporte, los datos aún son más representativos a favor de que la problemática del sobreplazo es un hecho que siempre sucede. En el siguiente cuadro se detalla la cantidad de proyecto con sobreplazo para tres tipos de infraestructuras del transporte analizadas por el autor:

CUADRO 9: OCURRENCIA DE SOBREPLOZO EN PROYECTOS DE INFRAESTRUCTURA

Tipo Proyecto	Número de Proyectos	% de Proyectos con Sobreplazo
Ferroviario	122	98.3%
Transporte carretero	157	85.3%
Puertos	61	95.0%

Fuente: Ram Singh (2011)

La investigación llevada a cabo por Berechman y Wu (2006), de la University of British Columbia, analiza 163 proyectos de infraestructura de transporte en Vancouver. Dentro de esta muestra, 127 proyectos correspondieron a carreteras y autopistas, de los cuales el 82% (104 casos) enfrentó sobrecostos. Cuando del análisis de los estudios no se tenga evidencia del tipo de distribución que está asociada con los datos correspondientes a la variable aleatoria analizada, se recomienda usar la Regla Percentil 50-95 a través de la aplicación de la regla empírica de la desigualdad Chebyshev:¹²

⁹ Comisión Mundial de Represas (2000) “Represas y Desarrollo: Un nuevo marco para la toma de decisiones”.

¹⁰ Bent Flyvbjerg, Mette Skamris Holm y Soren Buhl (2002) “Underestimating costs in public works projects: Error or lie?”, Journal of the American Planning Association.

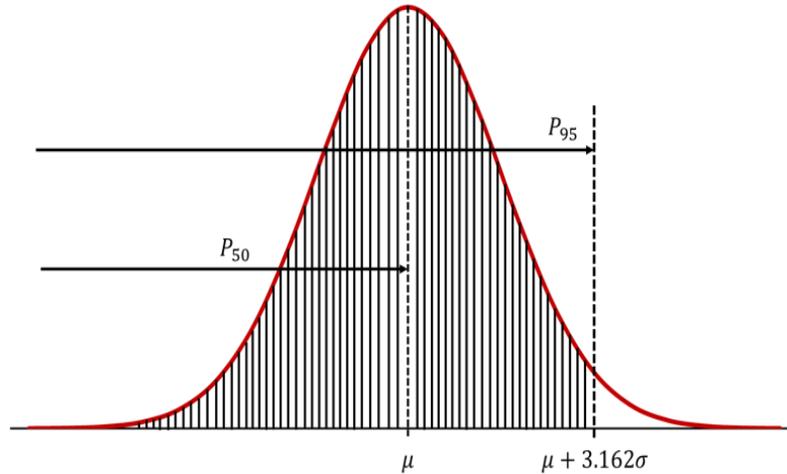
¹¹ También se puede usar la expresión Benchmark.

¹² Una importante relación descubierta inicialmente por el matemático francés Bienaymé (1796-1878) y, que más tarde, fue empleado por el matemático ruso Chebyshev (1832-1894), en 1867 para generalizar la ley de los grandes números dio como resultado el Teorema de Chebyshev. Aunque el teorema no señala que la distribución sea simétrica, para efectos prácticos se considera que lo es.

CUADRO 10: REGLA PERCENTIL 50-95 POR LA REGLA EMPÍRICA DE LA DESIGUALDAD DE CHEBYSHEV

Regla-Percentil 50-95	Percentiles
μ	P_{50}
$\mu + 3.162\sigma$	P_{95}

FIGURA 6: REGLA PERCENTIL 50-95 POR LA REGLA EMPÍRICA DE LA DESIGUALDAD



Cuando se han agotado todas las alternativas de valoración (supuesto de normalidad, regla empírica de la desigualdad, Taller de Riesgo e información obtenida a través de estudios referenciales), se recurre a la opinión experta de manera acotada, la cual consiste en la conformación de un grupo de expertos internos a DGAPP.

El grupo de expertos analizará cada una de las causas de los riesgos fundamentales asociados al proyecto de infraestructura y emitirá un informe con los respectivos valores de la media y la volatilidad relacionado a cada uno de los riesgos, con la finalidad de aplicar la Regla Percentil 50-95 según corresponda a la evidencia de normalidad o de lo contrario a la regla empírica de la desigualdad. Para aplicar esta opción se deberá fundamentar que las alternativas anteriores no fue posible obtener información sobre la valoración del costo del riesgo de sobrecosto y sobreplazo.

Es decir, si no se cuenta con información histórica, no es posible realizar el Panel de riesgo, y no se **cuenta con información de referencia internacional, entonces la contraparte técnica convocará a un taller** de riesgo de manera interna y de manera acotada para que en conjunto analicen cada uno de los riesgos y procedan a la emisión de un informe con los respectivos parámetros que permitan una valoración adecuada de los riesgos.

VI.2 VALORACIÓN DE RIESGOS

VI.2.1 VALORACIÓN DEL COSTO DEL RIESGO CON INFORMACIÓN CUANTITATIVA EN UN TALLER DE RIESGOS

En primer lugar, vamos a presentar el caso de como se debe realizar la valoración del costo del riesgos cuando no se tiene informacion historica y se procede a realizar un Taller de Riesgos. El ente responsable deberá utilizar la distribución triangular y la distribución normal para modelar la probabilidad de ocurrencia y el impacto del riesgo. Los parámetros de cada distribución se muestran a continuación:

CUADRO 11: MEDICIÓN DEL IMPACTO SEGÚN LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD ASOCIADA

Distribución de probabilidad	Riesgo de impacto		
Triangular	Mínimo	Más probable	Máximo
Normal	Media	Volatilidad	

Utilizando el cálculo del percentil de manera directa o por medio del método de Montecarlo se simula el costo del riesgo, según la distribución de probabilidad que los expertos elijan para describir tanto la probabilidad de ocurrencia como el riesgo de impacto. Es importante resaltar que no necesariamente deben ser la misma distribución de probabilidad que describan la probabilidad de ocurrencia y el riesgo de impacto.

Considere el siguiente ejemplo para ilustrar como deberá realizarse en la práctica la valoración: Supongamos que se desea evaluar un riesgo de sobrecosto, el cual fue evaluado por un grupo de 15 expertos quienes llegaron en forma consensuada a que la distribución de probabilidad asociada con la probabilidad de ocurrencia es la distribución triangular.

Asimismo, asociaron el riesgo de impacto a la distribución normal, para lo cual proporcionaron la media y desviación estándar del impacto. El siguiente cuadro presunta los resultados del ejercicio:

CUADRO 12: PARÁMETROS DEL IMPACTO SEGÚN EL TIPO DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD ASOCIADA

Experto	Riesgo de impacto (%)	
	Media	Desviación Estándar
E1	20%	24%
E2	29%	37%
E3	19%	24%
...		
E15	16%	23%
Media	19.2%	23.6%
Mediana	18.5%	23.5%
Volatilidad (DE)	5.7%	6.0%
Medida promedio	18.5%	23.6%

Con esto, se calcula la medida de tendencia central más representativa a partir de los parámetros proporcionados por el grupo de expertos según el tipo de distribución de probabilidad asociado a la probabilidad de ocurrencia y el riesgo de impacto. En estos casos se calcularon la media y la mediana.

Con cada una de estas medidas tendencia central representativas que conforman los parámetros de la distribución triangular y normal, se procede a calcular de manera directa el percentil deseado o se realizan 1,000,000 de simulaciones por medio del método de Montecarlo, con la finalidad de obtener las distintas posiciones frente al riesgo mediante el cálculo de los percentiles. Tales resultados se muestran a continuación en los siguientes cuadros:

CUADRO 13: PARÁMETROS OBTENIDOS POR EL MÉTODO DE MONTECARLO

Experto	Riesgo de impacto (%)	
	Media	Volatilidad
Sobrecosto	18.5%	23.6%

Siguiendo con el ejemplo anterior, aplicando la RP 50-95 se obtienen las siguientes posiciones frente al riesgo:

CUADRO 14: POSICIÓN FRENTE AL RIESGO – SIMULACIÓN DE MONTECARLO

	Percentil 50%	Percentil 95%
Impacto	18%	57.48%

Asumamos que en este caso analizado tenemos un valor presente de la inversión del proyecto de USD 523 millones. Entonces, el valor del costo del riesgo, bajo las distintas posiciones frente al riesgo caracterizado por la RP 50-95 se sintetiza en el siguiente cuadro:

CUADRO 15: COSTO DEL RIESGO

	Percentil 50%	Percentil 95%
Costo del Riesgo	91.14	300.62

VI.2.2 COSTO DEL RIESGO DE SOBRECOSTO UTILIZANDO INFORMACIÓN HISTÓRICA

Para explicar de manera más precisa el cálculo que debe realizar el ente responsable para la valoración de riesgos en los casos donde se cuenta con información histórica utilicemos el siguiente ejemplo: Considérese que se debe valorar el costo del riesgo de sobrecosto sobre un proyecto de infraestructura y para lo cual se cuenta con información histórica de sobrecostos en una serie de proyectos de similares características, tal como se indica a continuación:

CUADRO 16: INFORMACIÓN HISTÓRICA DE RIESGOS DE SOBRECOSTO

Proyectos	Inversión inicial (MMUSD)	Inversión final (MMUSD)	Sobrecosto (MMUSD)	Sobrecosto (en %)
Proyecto 1	14	16	2	14.3
Proyecto 2	185	220	35	18.9
Proyecto 3	250	292	42	16.8
Proyecto 4	310	358	48	15.5
Proyecto 5	380	447	67	17.6
Proyecto 6	300	346	46	15.3
Proyecto 7	428	503	75	17.5
Proyecto 8	630	721	91	14.4
Proyecto 9	2,000	2,320	320	16.0
Proyecto 10	3,120	3,672	552	17.7
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Proyecto N	891	1,002	111	12.5
			Media	16.1
			Desviación estándar	1.8

De la información histórica, se obtiene que la probabilidad de ocurrencia es de un 85%, y que el impacto se distribuye normal y simétricamente, con media igual a 16.1% y una desviación estándar de 1.8%.

CUADRO 17: RESULTADOS DEL RIESGO DE IMPACTO VÍA MONTECARLO¹³

Regla-Percentil 50 – 95	Percentiles	Valor
μ	P_{50}	16.1%
$\mu + 1.645\sigma$	P_{95}	19.1%

Aplicando la expresión anterior para la cuantificación del riesgo de sobrecosto, y considerando una inversión inicial en valor presente igual al ejemplo anterior de USD 523 millones, el valor de los riesgos de sobrecosto serían los siguientes:

CUADRO 18: RESULTADOS EJEMPLO RIESGO DE SOBRECOSTO

Riesgo de sobrecosto	Valor (MUSD)
$CR_{50\%} = VPIN \times PO \times P_{50}$	71,572,550
$CR_{50\%} = 523,000,000 \times 85\% \times 16.1\%$	
$CR_{95\%} = VPIN \times PO \times P_{95}$	84,909,050
$CR_{95\%} = 523,000,000 \times 85\% \times 19.1\%$	

Para el caso de la cuantificación del riesgo de sobrepago de cualquier proyecto, se deben utilizar los siguientes parámetros: la tasa social de descuento, el valor presente de la inversión del proyecto, el

¹³ En el Anexo V se hace un desarrollo sobre el proceso de Monte Carlo y el método Bootstrap.

percentil a evaluar para el riesgo de sobreplazo¹⁴ (de acuerdo con la Regla Percentil 50-95), y el plazo inicial de ejecución de la inversión o gasto del proyecto bajo análisis.

$$CR_{sobreplazo} = [(1 + r_s)^{1/360} - 1] \times CB \times PI \times PO \times I$$

Donde:

- $CR_{sobreplazo}$: Costo del riesgo de sobreplazo
 r_s : Tasa social de descuento anual (en porcentaje)
 CB : CAPEX o ítems de costo
 PI : Plazo inicial de ejecución del proyecto (en días)
 PO : Probabilidad de ocurrencia de la causa que genera el sobreplazo
 I : Impacto de la causa en el sobreplazo del proyecto (en días)

VI.2.3 COSTO DEL RIESGO DE SOBREPLOZO UTILIZANDO INFORMACIÓN HISTORICA

A modo de ejemplo, a continuación, se estima que el sobreplazo para una serie de proyectos que tiene la misma tipología y por lo tanto es comparable con el proyecto de referencia:

CUADRO 19: SERIE HISTÓRICA DE SOBREPLOZOS

Proyectos	Plazo inicial (en días)	Plazo final (en días)	Sobreplazo (en días)	Sobreplazo (en %)
A	360	420	60	16.7%
B	830	915	85	10.2%
C	1,300	1,500	200	15.4%
D	750	860	110	14.7%
E	2,250	2,600	350	15.6%
F	950	1,020	70	7.4%
G	1,760	1,925	165	9.4%
...
Z	480	510	30	6.3%

Asumiendo que los datos del sobreplazo son medidos en términos porcentuales se distribuyen normalmente, que la media es 11,6% y la desviación estándar es 4.5%, el valor del riesgo de impacto según la RP 50-95 es:

¹⁴ Esta información se obtiene por medio de información histórica, Panel de riesgo o modelo comparativo internacional, según corresponda.

CUADRO 20: CUANTIFICACIÓN DEL RIESGO DE SOBREPLOZO

Regla-Percentil 50 – 95	Percentiles	Valor
μ	P_{50}	11.6%
$\mu + 1.645\sigma$	P_{95}	19.0%

Aplicando la expresión anterior para la cuantificación del riesgo de sobreplazo, considerando una tasa social de descuento anual de un 12%, y USD 30 millones para el valor presente de la inversión del proyecto, con un plazo para la inversión de 4 años (1,440 días) y con una probabilidad de ocurrencia del riesgo de sobreplazo igual al 92%, el valor de los riesgos de sobreplazos es:

CUADRO 21: VALORACIÓN DEL COSTO DEL RIESGO DE SOBREPLOZO

Riesgo de sobrecosto	Valor (MUSD)
$CR_{50\%} = ((1 + r_s)^{1/360} - 1) \times VPIN \times PI \times PO \times P_{50}$	1,451,560
$CR_{50\%} = ((1 + 12\%)^{1/360} - 1) \times 30,000,000 \times 1,440 \times 92\% \times 11.6\%$	
$CR_{95\%} = ((1 + r_s)^{1/360} - 1) \times VPIN \times PI \times PO \times P_{95}$	2,377,557
$CR_{95\%} = ((1 + 12\%)^{1/360} - 1) \times 30,000,000 \times 1,440 \times 92\% \times 19.0\%$	

VI.3 PROCESO DE VALORACIÓN DEL COSTO DEL RIESGO DE INGRESOS

Para realizar la valoración del riesgo de ingresos es necesario llevar a cabo tres etapas.

- La etapa 1 consiste en estimar los ingresos esperados.
- La etapa 2 consiste en estimar los ingresos que pueden ser recolectados.
- La etapa 3 consiste en determinar la diferencia entre los ingresos esperados y recolectados¹⁵.

Para la etapa 1 se requiere conocer una estimación de los ingresos esperados por el sector público. Una de las formas de llevar a cabo este análisis consiste en calcular la relación entre los ingresos (o la cantidad demandada de servicios) y el nivel de actividad (Producto Interno Bruto, PIB) del país. Luego en base a proyecciones plausibles del nivel de PIB y a la relación estadística estimada, se estima el nivel de crecimiento que tendrá en el futuro la variable bajo análisis. Generalmente información sobre la tasa de crecimiento esperada del PIB se encuentra disponible en el Banco Central de República Dominicana. De esta forma se puede considerar que el valor de los ingresos del proyecto para un periodo t , puede ser representado como una secuencia de los ingresos iniciales I_0 y la tasa de crecimiento ρ_0 del PIB de la siguiente manera:

¹⁵ En el Anexo VI se describen algunos modelos estocásticos para la modelación del riesgo de ingresos.

$$I_k = I_0 \times \sum_{t=1}^T (1 + \rho_0)^{i_k} \quad (1)$$

Para la etapa 2 se puede asumir que la tasa de crecimiento ρ del PIB se estima a través de modelos estocásticos los cuales dependen de ciertas características de los datos. Para lo anterior, se puede considerar la siguiente relación para ingresos iniciales I_0 y tasa de crecimiento $\rho_{t,k}$:

$$I_k = I_0 \times \sum_{t=1}^T \prod_{j=1}^i (1 + \rho_{j,i_k}) \quad (2)$$

Donde $\rho_{t,k}$, a la tasa de crecimiento en el año t de la k -ésima simulación.

A partir de este procedimiento se simulan diferentes perfiles de ingresos que pueden ser recolectados para todo el horizonte del proyecto. De esta forma si el periodo establecido para la evaluación es T años, la estimación generará T niveles de ingresos potencialmente a ser recolectados.

Para la etapa 3, se realiza la comparación entre los ingresos obtenidos en la etapa 1 y la etapa 2 respectivamente. Como resultado de la comparación, se tendrá que los ingresos estimados se encontrarán por arriba o por debajo del perfil de los ingresos que el sector espera percibir en cada uno de los períodos. Para efectos del cálculo del costo del riesgo de ingreso/demanda, se asume que el sector público se encuentra bajo aversión al riesgo, lo que implica solamente tomar los valores positivos derivados de la comparación de ingresos.

VII ETAPA DE ASIGNACIÓN DE RIESGOS: ALGUNAS CONSIDERACIONES

Uno de los aspectos claves de las Alianza Público Privadas (APP) es la asignación de los riesgos entre el sector público y el sector privado que se materializa en un contrato de largo plazo. Esto se produce una vez que todos los riesgos han sido identificados, descritos y valorados. Una inadecuada asignación de los riesgos entre ambos sectores implica un mayor costo para el proyecto, e incluso se genera un incremento de la exposición del proyecto a nuevos riesgos. En esta etapa de asignación de riesgos, también se determinan los elementos mitigadores de los riesgos más importantes

VII.1.1 MATRIZ DE CAUSAS DE RIESGOS FUNDAMENTALES

La información de las causas de riesgos fundamentales que se desprende de cada una de las etapas anteriores puede ser trasladada a un formato de matriz general. Entonces, una matriz general de causas

de riesgos es una herramienta de gestión y control donde las causas que se han identificado en cada etapa se definen, se describen sus consecuencias y sus impactos, se indica la probabilidad de ocurrencia, se categorizan como retenidos o transferidos, y se señalan los mitigadores.

CUADRO 22: MATRIZ GENERAL DE CAUSAS

Etapa	Causas estándares	Descripción	Probabilidad de Ocurrencia	Impacto	Clasificación	Justificación y/o Observaciones

Un aspecto central en el desarrollo del Comparador Público Privado es la asignación de las causas entre el sector público y el sector privado¹⁶. La asignación de las causas es el proceso mediante el cual, el sector público decide la proporción de la responsabilidad de la administración de las causas que será retenidos por él y la que será transferida a la organización privada.

En el marco del Contrato APP que se establezca entre ambos sectores, algunas causas quedarán asignadas de manera completa o parcial de lado del sector público y otras se localizarán en el sector privado. Cuando una causa o riesgo es asignado al sector público entonces se le denomina retenido, y como tal es de responsabilidad de la autoridad contratante. Cuando el riesgo se localiza en el sector privado, entonces se le denomina transferido, y es de responsabilidad del gestor privado. Cuando las causas son asignadas de manera parcial a una de las partes, entonces se dice que es compartido entre el sector público y el sector privado.

Como se ha indicado anteriormente, de acuerdo con el marco legal de República Dominicana, toda alianza público-privadas requiere de la transferencia, parcial o total.

La principal regla de los proyectos APP es que las causas deben ser asignadas en función del agente que se encuentre mejor preparado para evaluarlos, administrarlos, controlarlos y mitigarlos. La asignación óptima busca minimizar las causas del proyecto localizando una causa particular en la parte que está en mejor posición de controlarlo.

Sin embargo, la tarea de asignar eficientemente las causas en esquemas APP aún no cuenta con una metodología cuantitativa específica ampliamente aceptada que pueda ser aplicada de manera directa. En la siguiente sección se presentarán diez reglas que debe seguir el ente responsable para la asignación de los riesgos.

¹⁶ La palabra asignación, distribución o compartición se utilizan de manera indistinta.

VII.2 DIEZ REGLAS PARA LA ASIGNACIÓN DE RIESGOS

Tomando en consideración lo anterior, las reglas que comúnmente aparecen en la literatura especializada expresada en términos de preguntas orientadas a la asignación de riesgos son las siguientes:

CUADRO 23: REGLAS PARA LA ASIGNACIÓN DE LAS CAUSAS DE RIESGOS BASALES

1. ¿Qué parte tiene el mayor control para evitar o minimizar la ocurrencia y la magnitud del riesgo?
2. ¿Tiene alguna parte el conocimiento especializado relevante y la capacidad para gestionar y administrar el riesgo de tal forma de minimizar el sobre costo, el sobreplazo y la severidad si éste ocurre?
3. ¿Quién puede absorber mejor el riesgo o lo puede compartir con terceras partes tales como seguros comerciales y/o subcontratistas? ¿Si el riesgo ocurre, puede realmente sostener sus consecuencias?
4. ¿Qué parte recibirá el mayor beneficio (financiero, credibilidad, reputación) al realizar un adecuado manejo del riesgo?
5. ¿Cuál es el marco legal y las limitaciones jurídicas para una transferencia de riesgo de los proyectos?
6. ¿Cuál es el apetito del sector privado por tomar el riesgo? ¿Cuál es el costo por hacerlo, y si es aceptable para el sector público?
7. ¿Cuáles son los costos de transacción para asignar riesgos, son los activos específicos, son las transacciones frecuentes?
8. ¿Cuál es la costumbre y la mejor práctica que se ha observado en un contrato de características similares respecto a la localización del riesgo?
9. ¿Tiene efectos en la bancabilidad del contrato la asignación en estudio de un riesgo en particular?
10. ¿Qué parte tiene los mayores incentivos para administrar el riesgo en el tiempo?

Fuente: IKONS ATN 2010

Se puede observar que las preguntas anteriores se orientan a la capacidad de control de las causas y los efectos que se producen de una administración adecuada de los mismos.

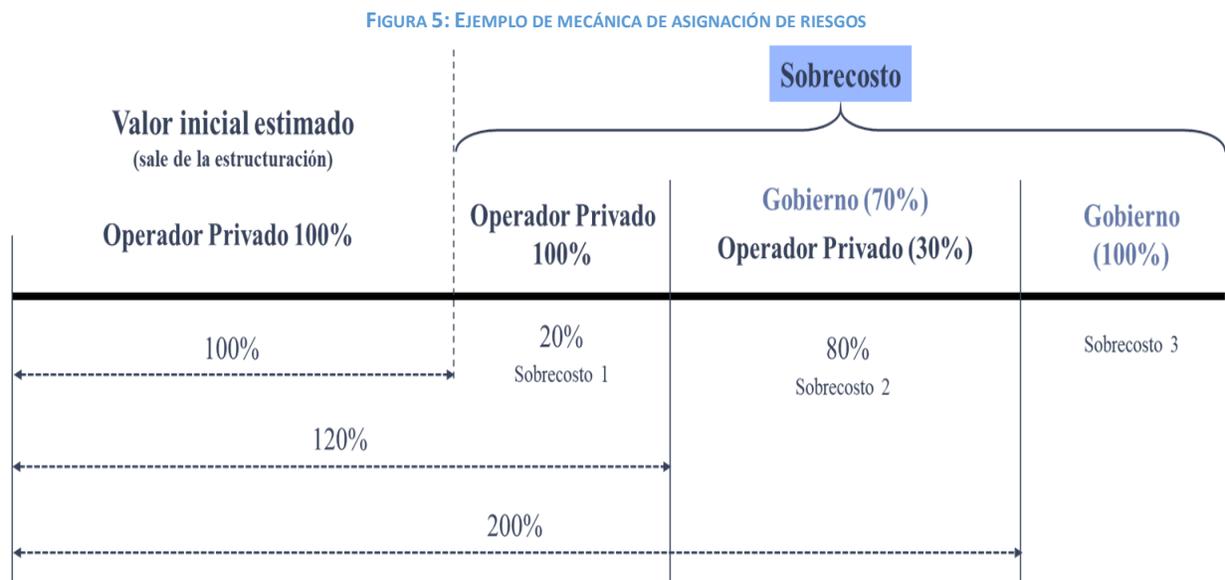
Si las reglas anteriores no se siguen, se compromete de manera importante el éxito y la eficiencia del proyecto, debido a que habrá un mayor premio por riesgo, se incrementará la probabilidad que las causas ocurran y las consecuencias que se deriven.

VII.3 POLÍTICA DE ASIGNACIÓN DE RIESGOS

La política de asignación de riesgo obedece a la definición del parámetro (λ) que define el porcentaje del costo del riesgo que es retenido por la entidad correspondiente al sector público y el parámetro ($1 - \lambda$) que define el porcentaje del costo del riesgo que es transferido a la entidad contratante. Esta política de asignación se ve reflejado en el contrato y es definido por la DGAPP, a cargo de llevar a cabo el proceso competitivo de selección de adjudicatario de una Alianza Público-Privada.

El parámetro (λ) es expresado en valores porcentuales, y a pesar de que puede ser definido como valores fijos para el proceso de asignación, en algunas ocasiones se puede considerar una mecánica de asignación

que depende del valor del sobrecosto para diseñar la política de asignación. Tal como se muestra en la siguiente figura:



La figura anterior, es un ejemplo de una mecánica de asignación de riesgos en función del monto porcentual del sobrecosto que tiene sobre el proyecto. Si el sobrecosto representa hasta un (20%) del Valor inicial estimado del proyecto, es el Gestor Privado quien asume en un 100% el costo del riesgo.

Sin embargo, si el sobrecosto es menor del 100% del sobrecosto y a mayor al 20% de sobrecosto, el costo de riesgo es compartido mediante la siguiente proporción, el 30% del costo del riesgo es asumido por el Gestor Privado y los restantes 70% se asumido por la autoridad contratante.

Por último, si el sobrecosto supera el 100%, entonces, la entidad contratante asume el costo del riesgo. Los valores de sobrecostos en el ejemplo son sólo referenciales.

VII.4 EXPRESIÓN DEL COSTO DEL RIESGO CONSIDERANDO LA ASIGNACIÓN DE RIESGOS

Hasta las secciones anteriormente expuestas, no se ha considerado la etapa asignación en la expresión que cuantifica el costo del riesgo, donde una parte de este valor es asignado al sector público (costo del riesgo retenido) y otra parte al sector privado (costo del riesgo transferido). Si se considera que se cuenta con información financiera del proyecto en análisis, entonces la expresión del costo del riesgo retenido se expresa de la siguiente forma:

$$CRS_i = (CAPEX \times \varphi_i) \times \theta_i \times PO \times I \times \lambda_i$$

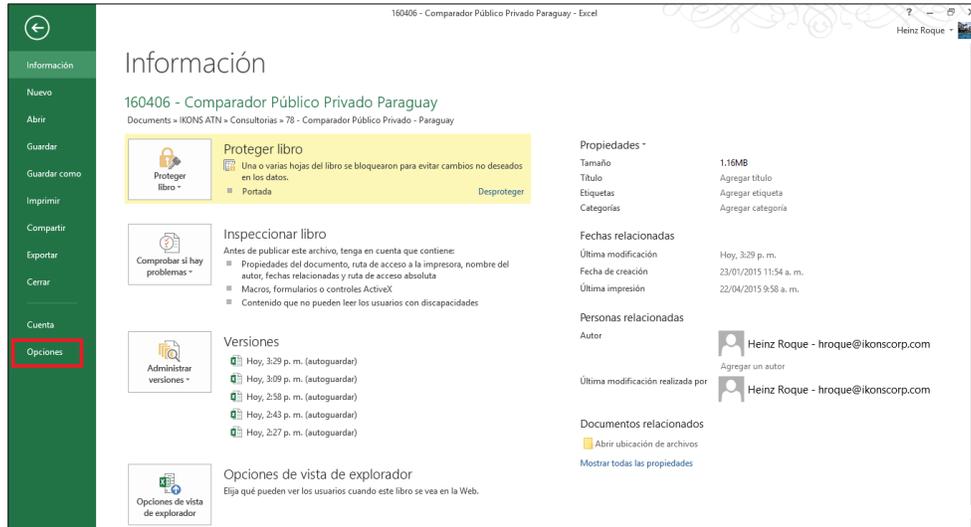
Donde:

CRS_i : Costo del riesgo de la causa i

Siga las siguientes instrucciones:

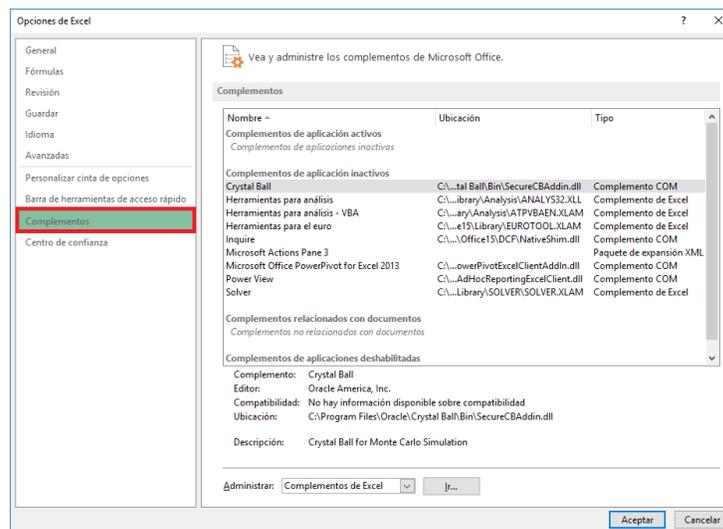
- Abra Excel y seleccionen el menú “Archivo” y deberán de obtener la siguiente vista, a continuación, deberá de ingresar mediante el menú “Opciones”:

FIGURA 4: MENÚ ARCHIVO DE LA APLICACIÓN



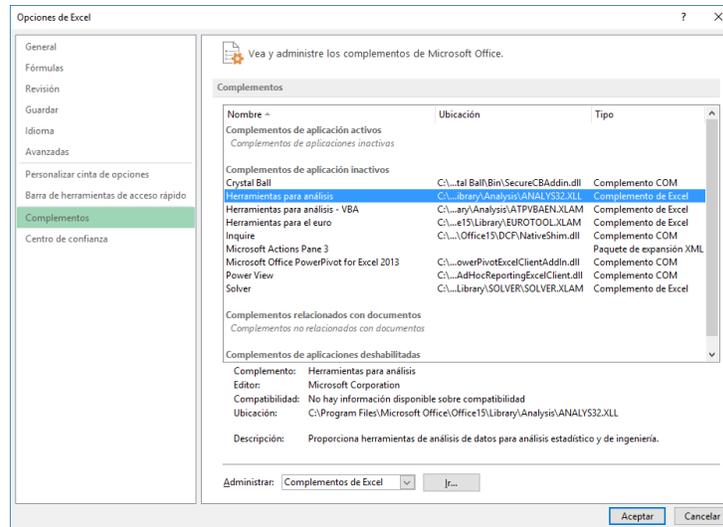
- A continuación, seleccione “Complementos” y luego el botón “Ir...”

FIGURA 5: OPCIÓN “COMPLEMENTOS” DE LA APLICACIÓN



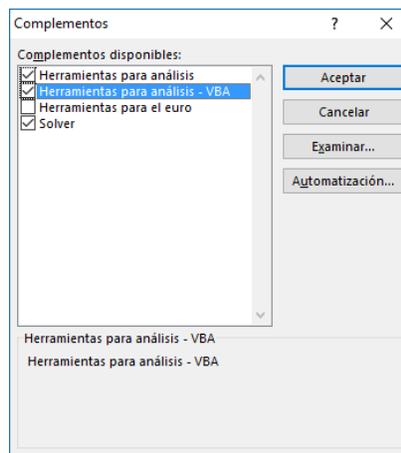
Busque las herramientas mencionadas (Herramientas para análisis y herramientas para análisis VBA), y selecciónelas luego presione “Aceptar”.

FIGURA 6: OPCIÓN “HERRAMIENTAS DE ANÁLISIS” DE LA APLICACIÓN



- Una vez realizado lo indicado anteriormente se obtiene la siguiente ventana, y se le activa seleccionando ambos complementos y luego se da aceptar, tal como se muestra en la figura:

FIGURA 7: ACTIVACIÓN DE COMPLEMENTOS PARA LA APLICACIÓN

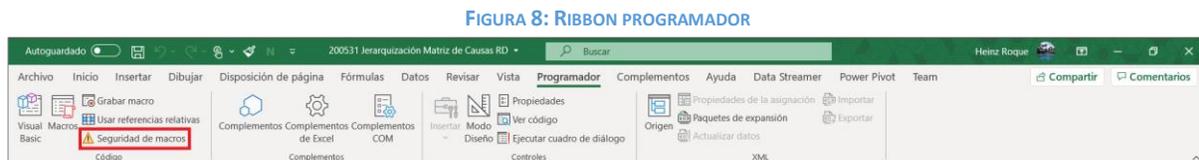


HABILITACIÓN DE MACROS EN EXCEL

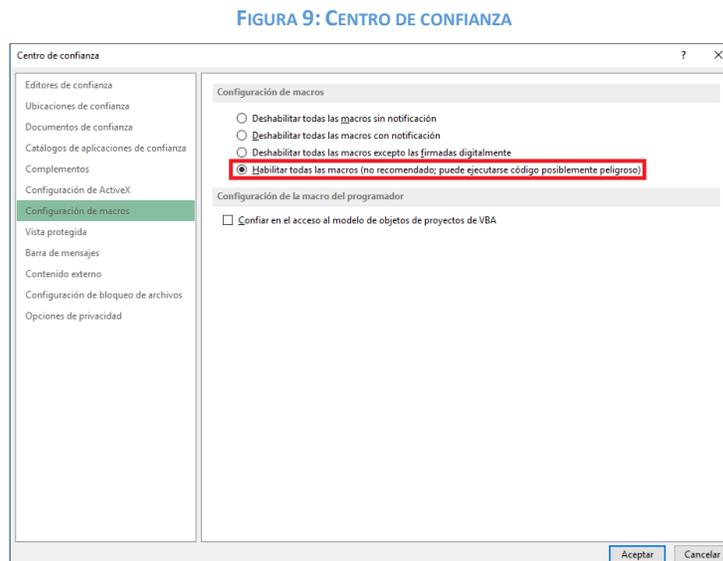
“200531 Jerarquización Matriz de Causas RD” ha sido desarrollado mediante Microsoft Visual Basic for Applications 7.0, mediante un conjunto de rutinas (macros), con la finalidad de automatizar el proceso de jerarquización de causas, el mapa de causas y el listado de las causas según el mapa de causas. Sin embargo, Microsoft Excel por defecto y por seguridad del equipo, siempre deshabilita el uso de las macros.

Para poder usar, crear y ver correctamente hojas de cálculo con macros, hay que disminuir el nivel de seguridad que Excel configura de manera predeterminada.

Para eso, en la hoja de cálculo activa, vamos al menú “Programador”, y escogemos la opción “Seguridad de Macros” que se encuentra dentro de la sección “Código”:



Al ingresar por “Seguridad de macros”, se obtiene el siguiente menú y se elige “Configuración de macros”, dentro de “Configuración de macros” se elige la opción tal como se muestra en la siguiente figura:



ANEXO II

HERRAMIENTAS ESTADÍSTICAS PARA LA VALORACIÓN DE RIESGOS

Para llevar a cabo la cuantificación de los riesgos, es necesario el conocimiento y manejo de ciertas herramientas, tanto estadísticas como metodológicas, que permiten alcanzar el objetivo. En este sentido, a continuación, se describe las distintas herramientas estadísticas que son necesarias para la cuantificación.

VARIABLE ALEATORIA

Una variable aleatoria toma un conjunto de valores, los cuales tienen probabilidades especificadas por medio de una distribución de probabilidad asociada.

A continuación, en el siguiente cuadro se muestra un ejemplo que considera la variable “costo de inversión inicial”. El costo de inversión inicial es una variable aleatoria, y como tal puede tomar diferentes valores, cada uno de ellos sujetos a una probabilidad de ocurrencia.

CUADRO 24: EJEMPLO DE COSTO DE INVERSIÓN INICIAL

Proyectos	Inversión	Proyectos	Inversión
1	101	15	257
2	181	16	126
3	71	17	96
4	250	18	287
5	95	19	117
6	82	20	229
7	50	21	298
8	215	22	217
9	246	23	72
10	189	24	104
11	153	25	89
12	178	26	140
13	295	27	203
14	296		

Como se puede observar, se presentan 27 valores para la variable. El valor mínimo de la variable aleatoria es igual a MUSD 50 y el valor máximo es igual a MUSD 298.

PROBABILIDAD

La probabilidad es una medida de ocurrencia de un evento, la cual puede tomar valores entre 0 y 1. Cuando el valor de la probabilidad es igual a 0 indica que el evento jamás sucederá.

Sin embargo, cuando el valor de la probabilidad se acerca al valor de 1, indica que es casi seguro que ocurra el evento.

Siguiendo el ejemplo anterior, la variable aleatoria del costo de la inversión inicial se puede agrupar en intervalos según la probabilidad asociada a la inversión inicial del proyecto, tal como se detalla en el siguiente cuadro:

CUADRO 25: PROBABILIDADES ASOCIADAS AL COSTO DE INVERSIÓN INICIAL DE UN PROYECTO

Inversión inicial	Probabilidad
57 - 80	10.80%
81 - 100	10%
101 - 120	13.40%
121 - 140	7%
141 - 160	13.40%
161 - 180	2.0%
181 - 200	13.50%
201 - 220	9.80%
221 - 240	11.60%
241 - 260	4.20%
261 - 280	4.30%

Esta información se puede interpretar de la siguiente manera: existe un 10.8% de probabilidad que la inversión inicial se encuentre entre MUSD 57 y MUSD 80, o con un 9.8% de probabilidad la inversión inicial se encuentra entre MUSD 201 y MUSD 220.

HISTOGRAMA

Un histograma es una representación gráfica de la organización de un conjunto de datos, de tal manera que sea posible señalar el valor para el cual los datos analizados tienden a concentrarse. De esta forma es posible distinguir los valores extremos (el valor más alto y más bajo) del conjunto de datos. En este sentido, un histograma describe una distribución de frecuencias o número de veces que la variable aleatoria ha tomado un rango de valores determinado, empleando una gráfica de barras (rectángulos verticales adyacentes), donde la altura de cada una de las barras es proporcional a la frecuencia de la amplitud del intervalo que representa.

Para ilustrar la definición anterior consideremos el siguiente ejemplo, donde se tiene el reporte de ingresos mensuales de un proyecto de inversión en infraestructura y servicios:

CUADRO 26: INGRESOS MENSUALES DE UN PROYECTO DE INVERSIÓN (MILES DE PESOS)

472	521	487	613	405	610	430	560	199	284	566	533	483	438	392	441	373	444	588	568	533	429	633	322	441
445	511	386	251	529	517	399	469	379	531	415	452	544	537	502	326	421	439	274	371	381	436	499	467	212
454	449	390	394	424	407	474	439	587	449	328	181	354	374	514	452	326	315	570	335	472	514	445	334	275
498	569	421	522	402	371	670	541	318	615	277	427	425	346	453	606	321	420	411	514	652	440	315	444	304
425	393	351	423	488	599	509	458	440	581	448	238	399	495	289	426	351	412	538	383	511	395	469	467	400
365	419	410	615	446	408	355	586	334	525	310	533	361	416	581	474	716	586	515	217	348	421	436	391	354
520	383	338	461	512	414	278	413	463	471	321	510	503	376	698	352	322	338	378	533	688	586	417	552	697
617	349	405	569	517	658	452	327	358	470	624	471	469	477	542	510	444	391	475	560	656	359	466	347	624
413	571	537	479	619	462	298	452	298	412	276	450	445	463	552	371	493	457	325	413	299	355	378	141	381
387	562	428	474	369	551	476	315	306	446	386	354	704	388	419	469	208	492	465	493	385	439	530	576	349
483	446	490	425	401	570	605	473	616	306	519	313	482	477	425	569	359	482	476	418	393	603	385	342	689
351	522	573	734	362	565	369	400	389	741	456	264	588	368	264	556	519	450	463	378	538	370	622	376	612
620	483	274	610	455	520	509	436	544	436	236	449	359	479	494	497	389	474	471	546	531	154	524	341	569
418	636	468	586	460	576	448	462	404	352	450	481	485	432	291	405	330	355	396	443	424	384	557	546	763
466	517	574	532	437	394	734	516	573	422	410	473	338	286	421	584	455	560	331	318	396	480	505	522	511
459	467	369	609	518	485	489	367	514	495	364	487	332	617	549	307	372	393	476	560	555	392	532	415	513
484	387	355	235	428	396	402	543	473	422	595	480	427	574	319	331	320	438	520	314	469	445	396	515	436
261	395	413	625	594	509	466	514	473	391	467	496	501	448	644	567	381	622	238	470	169	424	268	570	390
583	435	535	441	275	415	568	577	295	440	442	602	561	514	425	447	510	488	476	559	442	497	543	458	351
327	329	380	542	523	334	443	477	411	309	329	434	488	416	428	663	497	354	353	636	283	478	539	604	535

La información anterior se puede resumir por medio de su frecuencia¹⁷. Para ello se definen valores equidistantes y se contabilizan cuantos datos están por debajo del valor definido. Por ejemplo, no existe ningún ingreso mensual inferior a MUSD 141, sin embargo, existen 12 ingresos mayores a MUSD 275 y menores o iguales a MUSD 300:

CUADRO 27: DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS DE LOS INGRESOS MENSUALES DE UN PROYECTO DE INVERSIÓN

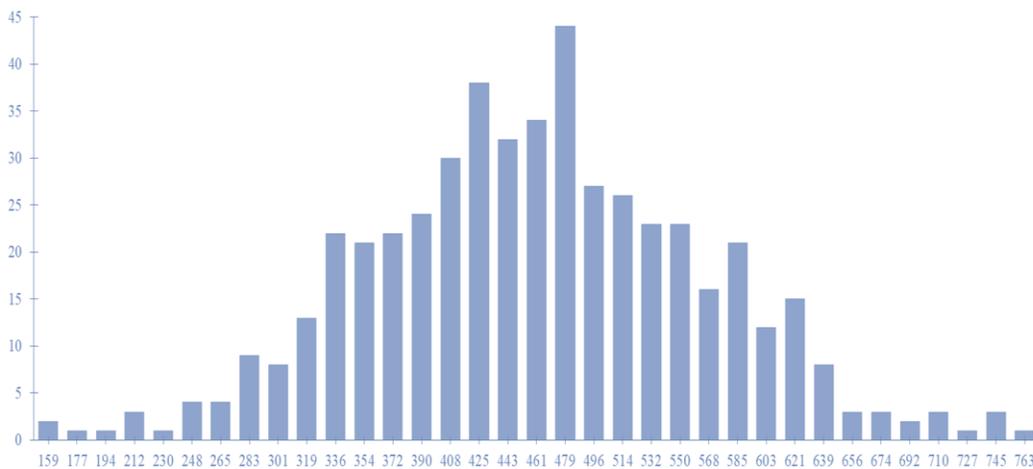
Rango	Frecuencia	Rango	Frecuencia
159	2	479	44
177	1	496	27
194	1	514	26
212	3	532	23
230	1	550	23
248	4	568	16
265	4	585	21
283	9	603	12
301	8	621	15
319	13	639	8
336	22	656	3

¹⁷ Una frecuencia es el número de observaciones que se encuentra dentro de un rango definido a partir de los datos analizados.

Rango	Frecuencia	Rango	Frecuencia
354	21	674	3
372	22	692	2
390	24	710	3
408	30	727	1
425	38	745	3
443	32	763	1
461	34		

La representación gráfica de las frecuencias como histograma es una aproximación a la función de densidad de probabilidad (teórica) asociada. Para el caso del ejemplo, el histograma de los ingresos mensuales del proyecto es el siguiente:

FIGURA 6: DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS DE LOS INGRESOS MENSUALES



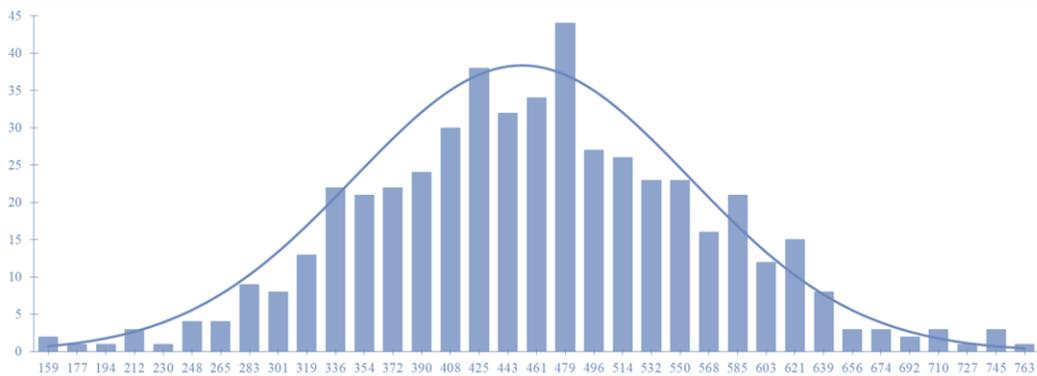
Del histograma se observa que el ingreso promedio mensual es aproximadamente igual a MUSD 450.

DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD

Una distribución de probabilidad es una distribución teórica de las frecuencias asociadas a una variable aleatoria. Es decir, a los posibles resultados que muestran cómo se espera que se comporte una variable aleatoria, se le denomina función de distribución de probabilidad de la variable aleatoria asociada. Las distribuciones de probabilidad son representaciones de gran utilidad que permiten hacer inferencias y además permite tomar decisiones en condiciones de riesgo.

A continuación, se muestra el histograma de los ingresos mensuales de un proyecto de inversión y la curva teórica de los datos asumiendo que estos se distribuyen normalmente.

FIGURA 7: DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIA DE LOS INGRESOS Y CURVA NORMAL AJUSTADO A LOS INGRESOS



MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL: MEDIA Y DESVIACIÓN ESTÁNDAR

Por medio de la distribución de probabilidad asociada en una variable aleatoria es posible obtener dos importantes estadísticos al objeto de medir el riesgo¹⁸: la media y la desviación estándar.

En este sentido, la media de una variable aleatoria se define como el producto de los datos que conforman dicha variable por su respectiva probabilidad asociada a cada uno de los datos¹⁹, es decir:

$$\mu = \begin{cases} \sum_{i=1}^n x_i \times p(x_i) & \text{Datos no equiprobables} \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i & \text{Datos equiprobables} \end{cases}$$

Donde:

- x_i : Dato i que conforma la variable aleatoria
- $p(x_i)$: Probabilidad de ocurrencia del dato x_i
- n : Número de variables

¹⁸ Excepto en el caso que la variable aleatoria tenga asociada una distribución de probabilidad de Cauchy, en cuyo caso no existe la media y la desviación estándar.

¹⁹ Un conjunto de datos se dirá que son equiparables siempre y cuando todos los datos compartan la misma probabilidad de ocurrencia.

La desviación estándar es una medida que permite medir el grado de proximidad de los datos con respecto a la media. Mientras menor sea la desviación estándar, los datos se agrupan más alrededor de la media. Para una variable aleatoria compuesta de n datos la expresión de la desviación estándar es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}$$

A partir de la media y la desviación estándar (volatilidad) es posible medir y cuantificar el riesgo. De la definición de la media se puede concluir que ésta representa un elemento promedio de la variable aleatoria analizada, pero este estadístico no es capaz de informar hasta qué punto la variable aleatoria se aleja/acerca o se dispersa de la media. En este sentido el valor del grado de dispersión de la variable con respecto a la media, es decir el riesgo, es cuantificado por medio de la desviación estándar asociada a una variable aleatoria. Teniendo los valores tanto de la media y la desviación estándar para cada variable aleatoria, se habrá avanzado bastante en la determinación del valor del riesgo.

Al respecto, consideremos el siguiente ejemplo donde la variable aleatoria “sobrecosto”, medida en términos porcentuales, está representada por una base de datos de un conjunto de obras de infraestructura pública de un sector de infraestructura. Todos los datos tienen la misma probabilidad de ocurrencia. Se desea conocer la volatilidad del conjunto de sobrecostos:

CUADRO 28: EJEMPLO SOBRE EL CÁLCULO DE LA VOLATILIDAD DEL SOBRECOSTO

Proyecto	x_i	$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$
1	14.7%	-2.9%	0.1%
2	21.0%	3.3%	0.1%
3	15.8%	-1.9%	0.0%
4	16.8%	-0.9%	0.0%
5	16.5%	-1.2%	0.0%
6	11.1%	-6.6%	0.4%
7	27.5%	9.8%	1.0%
8	21.7%	4.0%	0.2%
9	12.2%	-5.5%	0.3%
10	28.7%	11.0%	1.2%
11	22.9%	5.2%	0.3%
12	10.2%	-7.5%	0.6%
13	27.1%	9.5%	0.9%
14	18.1%	0.5%	0.0%
15	17.5%	-0.2%	0.0%
16	13.7%	-4.0%	0.2%
17	11.4%	-6.3%	0.4%
18	15.9%	-1.7%	0.0%

Proyecto	x_i	$x_i - \mu$	$(x_i - \mu)^2$
19	26.6%	8.9%	0.8%
20	23.8%	6.1%	0.4%
21	25.0%	7.4%	0.5%
22	18.5%	0.8%	0.0%
23	17.5%	-0.2%	0.0%
24	23.4%	5.7%	0.3%
25	7.9%	-9.7%	0.9%
26	7.4%	-10.2%	1.0%
27	18.3%	0.6%	0.0%
28	6.1%	-11.6%	1.3%
29	10.6%	-7.1%	0.5%
30	22.5%	4.9%	0.2%
	$\mu = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{30} x_i = 17.7\%$		$\sum_{i=1}^{30} (x_i - \mu)^2 = 11.8\%$

Entonces, la volatilidad del sobrecosto del proyecto de infraestructura es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{11.8\%}{30 - 1}} = 6.4\%$$

REGLA EMPÍRICA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

Una distribución normal muestra la probabilidad que una observación se mueva a cierta distancia alrededor de la media. Por ejemplo, el número de desviaciones estándar con respecto a la media nacen a partir de la distribución normal estandarizada, tal como se describe en el siguiente cuadro:

CUADRO 29: DISTANCIA RESPECTO A LA MEDIA DE UNA DISTRIBUCIÓN NORMAL

No. de desviaciones estándares	Probabilidad
-1.645	5.0%
-1	15.9%
0	50.0%
1	84.1%
1.645	95.1%

Fuente: Extracto de una tabla de distribución de probabilidad normal estandarizada N (0,1)

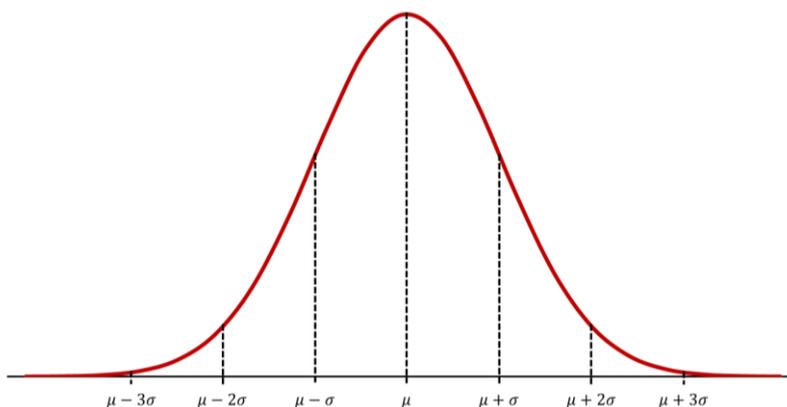
En el primer caso, se observa de la tabla que existe un 5% de probabilidad que el valor de una observación esté al menos a 1.645 desviaciones estándar por debajo del valor promedio. En el segundo caso hay una probabilidad del 15.9% que la observación se encuentre al menos a una desviación estándar por debajo de la media. En el tercer caso encontramos que existe un 50% de probabilidad que la observación o evento sea el valor promedio.

Según el cuadro anterior existe un 15.9% de probabilidad que la variable esté a una desviación estándar por debajo de su valor promedio (μ) y un 84% que la variable tome un valor igual a una desviación estándar por sobre su promedio. Entonces la probabilidad que la variable tome un valor en el intervalo $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ es igual a 68.2%.

Bajo el mismo razonamiento es posible deducir que en el intervalo $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ se concentra el 95.4% y en el intervalo $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ se concentra el 99.7% de los datos respectivamente.

Para fines pedagógicos²⁰ las reglas anteriores se conocen como Regla 68-95-99. Dicha regla nos indica que un 68% de las observaciones de la variable aleatoria se encuentran en el intervalo $(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$, un 95% en el intervalo $(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$ y un 99.7% en el intervalo $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$.

FIGURA 8: REGLA 68-95-99 DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL



En este mismo sentido a través del cálculo de la desviación estándar podemos responder preguntas acerca de cuál es la probabilidad que el valor de un activo sea mayor o menor que un valor objetivo.

$$\mathbb{P}[13\% - 3 \times 4\% \leq \text{Sobrecosto} \leq 13\% + 3 \times 4\%] = \mathbb{P}[1\% \leq \text{Sobrecosto} \leq 25\%] = 99.74\%$$

$$\mathbb{P}[13\% - 1 \times 4\% \leq \text{Sobrecosto} \leq 13\% + 1 \times 4\%] = \mathbb{P}[9\% \leq \text{Sobrecosto} \leq 17\%] = 68.26\%$$

La Regla 68-95-99 permanece inalterable entre distribuciones normales con diferentes medias y desviaciones estándar, dado que siempre estarán situadas sobre los valores correspondientes a una, dos y tres desviaciones estándar con respecto a la media. Esta propiedad permite la estandarización de cualquier distribución normal.

Para lograr condensar todas las distribuciones normales en una sola, se recurre a la siguiente manipulación matemática de los datos, convirtiendo cada observación de la variable aleatoria X con media μ y volatilidad σ en un valor normal estandarizado simbolizado por Z :

²⁰ Por simplicidad se omite los decimales.

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

El valor que toma Z , representa el número de volatilidades a la que se encuentra con respecto al valor original de la media. La distribución normal estandarizada tiene media 0 y volatilidad 1, y se distribuye consecuentemente como: $Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \approx N(0,1)$.

CUADRO 30: INTERVALOS DE CONFIANZA DE UNA DISTRIBUCIÓN NORMAL

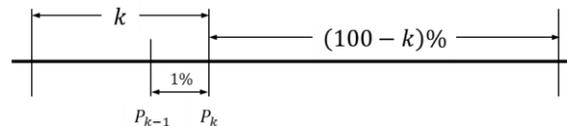
Distribución normal	Distribución normal estándar
$(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$	$[-1,1]$
$(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma)$	$[-2,2]$
$(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$	$[-3,3]$

La distribución normal estándar, no es posible asociarla a un modelo de distribución de una variable aleatoria que se distribuye normalmente, sin embargo, es una distribución de probabilidad de referencia a partir del cual es posible inferir información acerca de las distribuciones normales.

PERCENTIL Y NIVEL DE SIGNIFICANCIA

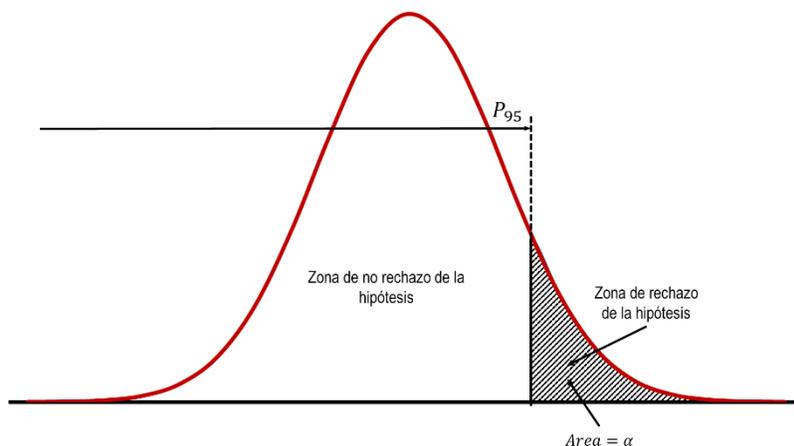
El percentil es una medida de localización, el cual puede variar entre 1% y 100%. Se denota por P_k , donde k indica el porcentaje de datos acumulados, y P_k es el valor de la variable que representa dicho porcentaje.

FIGURA 9: DEFINICIÓN DE PERCENTIL



La literatura estadística a menudo hace mención acerca de la significancia con la cual se toma la decisión de medir cierto efecto (por ejemplo, el impacto del riesgo sobre un proyecto de inversión). En este sentido un nivel de significancia (α) indica la probabilidad con la cual se rechaza la hipótesis nula inicial siendo ésta cierta (Error Tipo I o Falso Positivo). Por ejemplo, si se toma un nivel de significancia igual al 5%, significa que se tiene una probabilidad igual al 5% de que la hipótesis nula que se intenta probar sea falsa. En términos del percentil, resulta equivalente que para cualquier valor superior al percentil 95, se rechaza la hipótesis nula inicial que se intenta probar.

FIGURA 10: PERCENTIL Y NIVEL DE SIGNIFICANCIA



Nota: No confundir percentil con nivel de significancia.

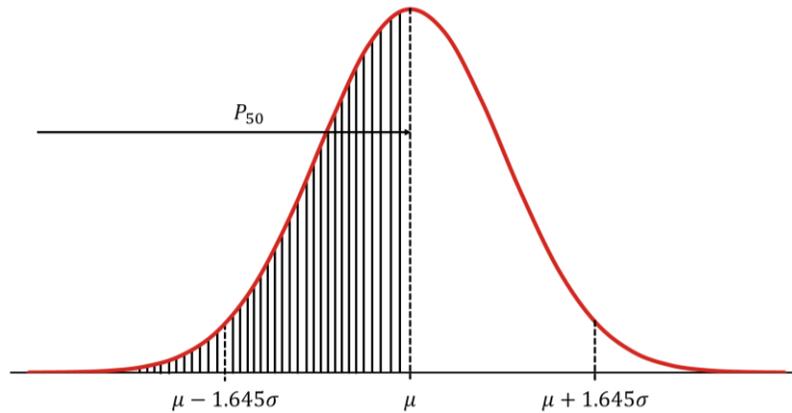
VALORACIÓN DEL IMPACTO DEL RIESGO A TRAVÉS DE LA VOLATILIDAD

El impacto que genera un riesgo sobre un proyecto de inversión es una variable aleatoria con una distribución de probabilidad asociada, según las características que definen el comportamiento del riesgo. Sin embargo, puede suceder que no exista evidencia fundamentada que indique el tipo de distribución asociada al impacto que genera un riesgo. En este sentido la estadística ofrece una regla empírica y otra por medio de una desigualdad en función de la media y la volatilidad para la medición del impacto que genera el riesgo sobre el ciclo de vida del proyecto de inversión. La primera se deriva a partir de las propiedades de una distribución normal y la segunda se deriva de la aplicación de la regla empírica de la desigualdad cuando no se tiene conocimiento de la distribución de probabilidad asociada a la variable aleatoria.

REGLA PERCENTIL 5-50-95

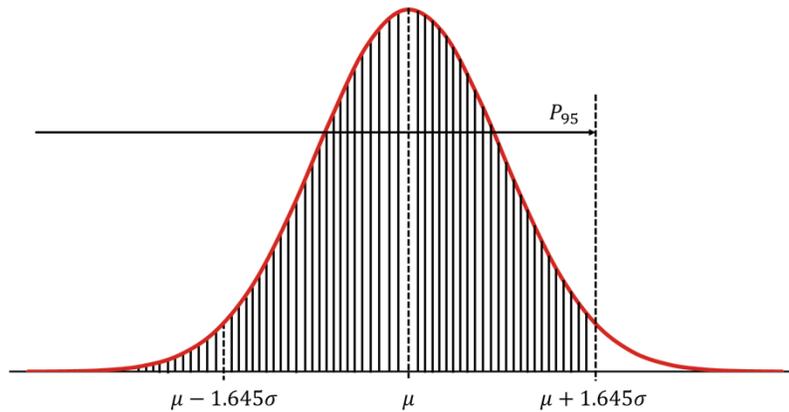
La regla empírica de la distribución normal establece intervalos de confianza alrededor de la media, una cantidad de veces su volatilidad. Sin pérdida de generalidad se supondrá que la variable aleatoria impacto del riesgo se distribuye normal y simétricamente alrededor de su media. Por consiguiente, los percentiles que se emplearán en el presente Manual como medida del impacto del riesgo son los percentiles 50 y 95, que indicarán las posiciones frente al riesgo, y se le denominará la Regla Percentil 50-95.

FIGURA 11: REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA REGLA PERCENTIL 50



El Percentil 50 (P_{50}) es un valor el cual indica que el 50% de los valores que toma la variable aleatoria se encuentra por debajo de ese valor. En la figura anterior, a modo de ejemplo se asume que la variable aleatoria, se distribuye de manera normal y es simétrica con respecto a la media, por consiguiente, el 50% los datos (área sombreada) se encuentra por debajo de la media μ .

FIGURA 12: REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL PERCENTIL 95



El Percentil 95 (P_{95}) es un valor el cual indica que el 95% de los valores que toma la variable aleatoria se encuentra por debajo de ese valor. En la Figura 12, a modo de ejemplo se asume que la variable aleatoria, se distribuye de manera normal y es simétrica con respecto a la media, por consiguiente, el 95% los datos (área sombreada) se encuentra a 1.645σ por encima de la media μ .

CUADRO 31: REGLA PERCENTIL 50-95

Regla-Percentil 50-95	Percentiles
μ	P_{50}
$\mu + 1.645\sigma$	P_{95}

REGLA EMPÍRICA DE LA DESIGUALDAD

La regla empírica de la desigualdad²¹ se aplica cuando no se conoce la distribución de la probabilidad de la variable aleatoria analizada. Sea X una variable aleatoria con media μ y volatilidad σ . Sea k un número mayor o igual que 1, entonces, la probabilidad que una variable aleatoria se encuentre a una cierta distancia de la media μ más de k veces la volatilidad σ (desviación estándar) no puede ser menor que $1 - \frac{1}{k^2}$. Matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$\mathbb{P}[|X - \mu| \leq k\sigma] \geq 1 - \frac{1}{k^2}$$

En palabras esto significa: dado un número $k \geq 1$ y un conjunto de n observaciones, al menos $(1 - \frac{1}{k^2})$ 100% de las observaciones caen dentro de k desviaciones estándares de la media.

A continuación, se muestran algunos resultados distintos valores de k :

CUADRO 32: DISTANCIA CON RESPECTO A LA MEDIA APLICANDO LA REGLA EMPÍRICA DE LA DESIGUALDAD

k	$\mathbb{P}[X - \mu \leq k\sigma] \geq 1 - \frac{1}{k^2}$
$\sqrt{2}$	Se puede asegurar que el 50% de las observaciones caen dentro de $\sqrt{2}$ volatilidades con respecto a la media
2	Se puede asegurar que el 75% de las observaciones se encuentra a una distancia de 2 volatilidades con respecto a la media.
3	Tenemos una certeza que el 89% de la muestra está a una distancia de 3 volatilidades con respecto a la media.

Es decir, con un 89% de probabilidad es posible encontrar a la variable aleatoria en el intervalo $(\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma)$ y con un 11% de probabilidad fuera del intervalo.

Por lo tanto, para un intervalo de confianza del 90%, la distribución de los datos tendrá colas que representan el 10%, si se asume que los datos se distribuyen de manera simétrica. Entonces, cada una de las colas representará el 5% del total de los datos. Por lo tanto, aplicando la regla empírica de la desigualdad para un intervalo al 90% de confianza, se obtiene el valor del k , es decir:

²¹La regla de empírica de la desigualdad, también conocida en la literatura estadística como el Teorema de Chebyshev aparece cuando se trata de responder la siguiente inquietud: ¿Siempre que se conoce la distribución de probabilidad de una variable aleatoria es posible conocer su valor promedio y su varianza, sin embargo, si se da el caso contrario, es decir, si se conoce su valor promedio y su varianza, no es posible construir su distribución de probabilidad asociada a la variable aleatoria? Por consiguiente, no es posible realizar el siguiente cálculo, $\mathbb{P}[|X - \mu| \leq C]$. El Teorema de Chebyshev, permite obtener una cota superior a la probabilidad de que los valores caigan fuera de esa distancia respecto de su valor promedio, independiente de la distribución de probabilidad asociada a la variable aleatoria.

FIGURA 13: REPRESENTACIÓN DEL INTERVALO DE CONFIANZA MEDIANTE LA REGLA EMPÍRICA DE LA DESIGUALDAD

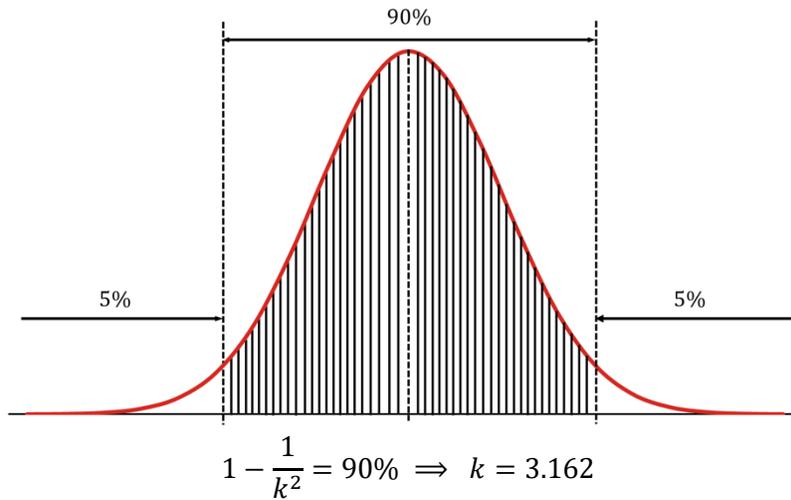
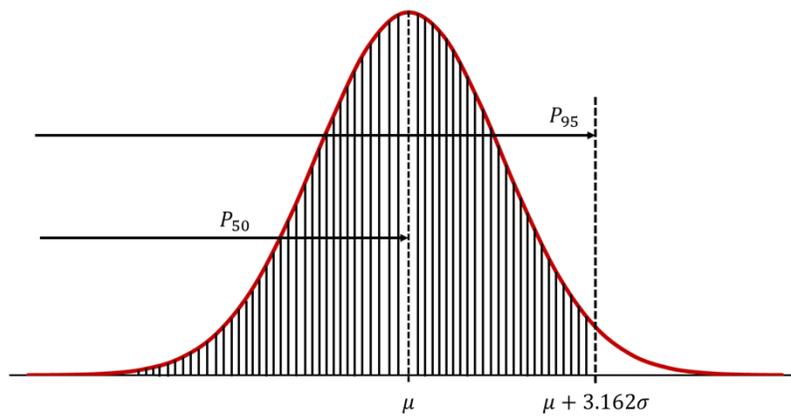


FIGURA 14: REPRESENTACIÓN DE LOS PERCENTILES – REGLA EMPÍRICA DE LA DESIGUALDAD



Por consiguiente, se puede afirmar que el 5% del total de los datos se encuentra 3.162 por debajo de la media y, además, teniendo en cuenta el intervalo de confianza del 90%, se puede inferir, que el 95% de los datos se encuentra a lo más a 3.162 por encima de la media. Teniendo en cuenta la definición del percentil, tal como en la sección anterior se tiene lo siguiente:

CUADRO 33: REGLA PERCENTIL 5-50-95 POR LA REGLA EMPÍRICA DE LA DESIGUALDAD

Regla-Percentil 50-95	Percentiles
μ	P_{50}
$\mu + 3.162\sigma$	P_{95}

PROBABILIDAD DE OCURRENCIA DE UN RIESGO

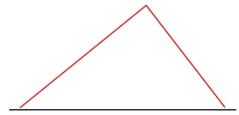
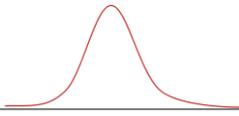
La probabilidad de ocurrencia de un riesgo se define como la probabilidad que ocurra un riesgo por única vez durante todo el ciclo de vida del proyecto.

ANEXO III

DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD MÁS USADAS EN EL ANÁLISIS DE RIESGOS

A continuación, se describen las distribuciones de probabilidad empleadas en el presente Manual para la valoración del costo del riesgo.

CUADRO 34: DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD EMPLEADAS PARA LA VALORACIÓN DEL COSTO DEL RIESGO

Distribución	Descripción	Figura	Aplicación
Uniforme	Emplea como parámetros un valor mínimo y un valor máximo.		Muy útil cuando el panel de expertos tiene muy poca idea.
Normal	Se utiliza para los resultados que puedan ocurrir alrededor de su valor esperado, simétrico y continuo, teniendo en cuenta los costos negativos y duraciones.		Dado que los datos deben ser simétricos, no es tan útil para la definición de riesgo, que suele ser asimétrico, pero puede ser útil para ampliar la estimación de error
Triangular	Se caracteriza por los valores de tres puntos, pueden estar sesgadas o simétricas y es fácil de entender porque es intuitiva. Un inconveniente es el carácter absoluto de los extremos, aunque esto no es una limitación en la práctica, ya que se utiliza en una simulación		Para expresar la incertidumbre técnica, dado que funciona para cualquier arquitectura de sistema o diseño. También se utiliza para determinar la incertidumbre del programa.
Binomial	Consta de dos parámetros, el número de ensayos independientes entre sí y la probabilidad de ocurrencia del éxito del ensayo, de tal manera que contabiliza el número de éxitos.		Se usa cuando hay un grupo de individuos (ensayos) que pueden tener éxito. En seguros de vida, responde el número de asegurados que reclamarán en un año.
Pert	Cuenta con tres parámetros: mínimo, máximo y moda. Tiende a poner muy poco énfasis en las colas si la distribución es muy sesgada. Es una versión suavizada de la distribución uniforme o la distribución triangular.		Se emplea para modelar el riesgo del sobreplazo mediante la opinión de expertos, de tal manera que permite conocer la media y la varianza del riesgo.

CUADRO 35: DISTRIBUCIONES Y SUS PERCENTILES

Distribución	Percentil 5	Percentil 50	Percentil 95
Normal	$\mu - 1.64\sigma$	μ	$\mu + 1.64\sigma$
No se conoce	$\mu - 3.16\sigma$	μ	$\mu + 3.16\sigma$
Triangular	$\text{Percentil } k = \begin{cases} X = \text{Mínimo} + \sqrt{k(\text{Máximo} - \text{Mínimo})(\text{Más probable} - \text{Mínimo})}, & \text{si } k \leq I \\ X = \text{Máximo} - \sqrt{(1-k)(\text{Máximo} - \text{Mínimo})(\text{Máximo} - \text{Más probable})}, & \text{si } k > I \end{cases}$ <p>Donde: $I = \frac{\text{Más probable} - \text{Mínimo}}{\text{Máximo} - \text{Mínimo}}$</p>		

CUADRO 36: DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD EMPLEADAS PARA LA VALORACIÓN DEL COSTO DEL RIESGO

Estadísticos	Parámetros	Función de densidad	Media	Varianza
Uniforme	$mín, máx$	$\frac{1}{máx - mín}$	$\frac{mín + máx}{2}$	$\frac{(máx - mín)^2}{12}$
Normal	μ y σ	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$	μ	σ^2
Triangular	a, b, c	$\frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)}, \quad a \leq x \leq c$	$\frac{a+b+c}{3}$	$\frac{a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca}{18}$
Binomial	n y p	$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$	np	$np(1-p)$
Pert	$mín, moda, máx$	$f(x) = \frac{(x - mín)^{\alpha-1} (máx)^{\beta-1}}{B(\alpha, \beta) (máx - mín)^{\alpha+\beta-1}}$ $\alpha = 6 \left(\frac{\mu - mín}{máx - mín} \right)$ $\beta = 6 - \alpha$	$\mu = \frac{mín + 4moda + máx}{6}$	$\frac{(\mu - mín)(máx - \mu)}{7}$

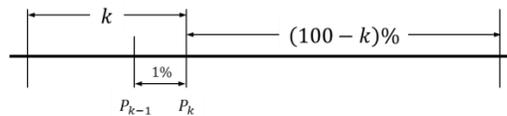
ANEXO IV

ALGUNOS TÓPICOS DE INFERENCIA ESTADÍSTICA

DETERMINACIÓN DE PERCENTILES

El percentil es un estadístico, que representa todos aquellos valores que se encuentran por debajo de un porcentaje dado, el cual puede variar entre 1% y 100%. Se denota por P_k , donde k indica el porcentaje de datos acumulados, y P_k es el valor de la variable que representa dicho porcentaje.

FIGURA 15: DETERMINACIÓN DE PERCENTILES



Para la determinación de los percentiles se requiere que la información a analizar se encuentre previamente ordenada (de manera ascendente o descendente), por consiguiente, dependiendo cómo se encuentren agrupados los datos, se desprenden dos casos:

- Para un conjunto de datos agrupados por medio de intervalos de clase, se calcula de la siguiente manera:

$$P_k = L_i + \left(\frac{n \times \frac{k}{100} - F_{i-1}}{f_i} \right) \times A$$

Donde:

- L_i : Límite inferior del intervalo que contiene a P_k
- F_{i-1} : Frecuencia absoluta acumulada del intervalo I_{i-1}
- f_i : Frecuencia absoluta del intervalo que contiene a P_k
- A : Amplitud del intervalo
- n : Número de datos agrupados
- k : Número del percentil

- Para un conjunto de datos no agrupados se calcula de la siguiente manera:

$$P_k = \begin{cases} \frac{k \times n}{100}, & n \text{ es par} \\ \frac{k \times (n + 1)}{100}, & n \text{ es impar} \end{cases}$$

Donde:

- k : Número del percentil
- n : Número de elementos que conforman la información

TEOREMA DEL LÍMITE CENTRAL

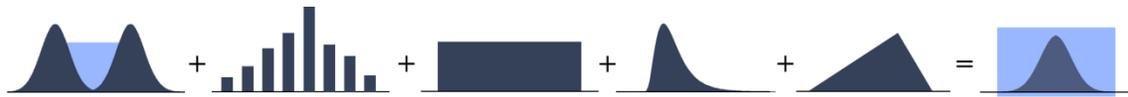
El Teorema del Límite Central (TLC), consiste en un conjunto de resultados acerca del comportamiento de la distribución de la suma (o promedio) de variables aleatorias. El TLC postula que la suma de un número determinado de eventos iguales e independientes entre sí, tiende a una distribución de probabilidad de ocurrencia del tipo normal, la cual se caracteriza por la agrupación de la mayor parte de los datos en torno a la media. Formalmente:

Si X_1, X_2, \dots, X_n es una sucesión de n variables aleatorias independientes con $\mathbb{E}(X_j) = \mu_j$, $\text{Var}(X_j) = \sigma^2$ (ambas finitas) y $Y = C_0X_0 + C_1X_1 + \dots + C_nX_n$, entonces bajo ciertas condiciones generales:

$$Z = \frac{Y - \sum_{j=0}^n C_j \mu_j}{\sqrt{\sum_{j=0}^n C_j^2 \sigma_j^2}}$$

Tiene una distribución $N(0,1)$ a medida que n se aproxima al infinito.

FIGURA 16: TEOREMA CENTRAL DEL LÍMITE



En la figura anterior, se ilustra el teorema central del límite para el caso de cinco variables aleatorias independientes seleccionadas arbitrariamente, donde las variables aleatorias X_1, X_3, X_4, X_5 son continuas, y la representación de sus funciones de densidad son mostradas en el gráfico. La variable aleatoria X_2 es discreta, de modo que su función de densidad es tal como se muestra en el gráfico.

TEOREMA DE LOS GRANDES NÚMEROS

Si X_1, X_2, \dots, X_n son variables aleatorias independientes e idénticas distribuidas y si existe $\mu = \mathbb{E}(X_i)$ y $\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n}$ entonces: cuando n se convierte en un entero muy grande \bar{X} difiere de la media común μ de los X_i en más que cualquier pequeña diferencia arbitrariamente asignada.

$$\mathbb{P}[|\bar{X} - \mu| < \varepsilon] \rightarrow 1 \quad \text{cuando } n \rightarrow \infty$$

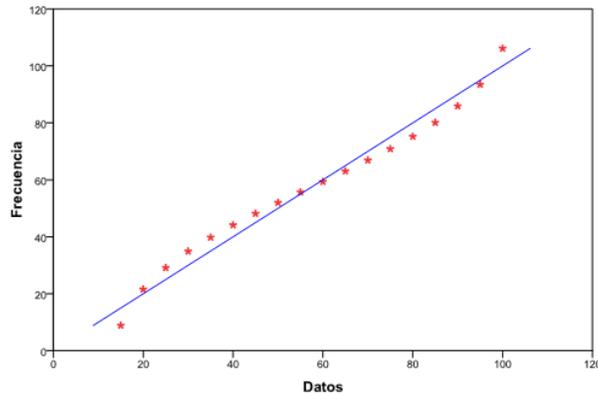
Es decir, cuando n sea un entero muy grande, la probabilidad de que la distancia entre \bar{X} y μ sea muy pequeña es muy cercana a la unidad. En otras palabras, la media de una muestra muy grande, tenderá a la media de la muestra poblacional.

TEST DE NORMALIDAD

Hasta ahora se ha supuesto una distribución de probabilidad para los datos, la cual tiene una forma determinada y sus parámetros verifican ciertas condiciones, de tal manera, que la estadística muestral correspondiente tenga una distribución de probabilidad conocida. A lo anterior, se le denomina métodos paramétricos. Sin embargo, existen aplicaciones donde no es posible conocer la distribución de la población de los datos analizados. En estos casos, se emplean métodos alternativos, equivalentes a los paramétricos, llamados métodos no paramétricos.

Supongamos que se cuenta con una cantidad finita de datos $\{a_i\}_{i=1}^n$, de tal manera que se representa los siguientes pares ordenados $\{a_i, F(a_i)\}_{i=1}^n$ y $\{a_i, F_n(a_i)\}_{i=1}^n$, donde F_n representa la función de distribución acumulada del conjunto de datos y F la función de distribución acumulada esperada (por ejemplo, la distribución normal). Ambas curvas son representadas en un mismo gráfico de tal manera que los puntos $\{a_i, F(a_i)\}_{i=1}^n$ se encuentran sobre la recta $y = x$. Por consiguiente, aceptaremos la hipótesis de normalidad siempre que los puntos $\{a_i, F_n(a_i)\}_{i=1}^n$ se encuentren próximos a la recta.

FIGURA 17: GRÁFICO DE NORMALIDAD



Muchos métodos no paramétricos han sido creados para medir la bondad del ajuste de una distribución normal, con la finalidad de contrastar si una muestra sigue una determinada función de distribución (no solo la normal). A continuación, se presentan los más usados:

- Test de Kolmogorov–Smirnov.** Esta prueba se aplica solo para variables continuas y además el número de datos observados es superior a 4, y se utiliza para comprobar la hipótesis nula de que la muestra procede de una distribución normal. Se fundamenta en la comparación de la función de distribución acumulada de los datos observados, con respecto a la función de distribución esperada, midiendo la máxima distancia entre ambas curvas, que no deberá exceder un valor crítico, que se obtiene de una tabla de probabilidad. Es decir,

$$D = \max\{F_n(a_i) - F(a_i)\}$$

La hipótesis nula se acepta cuando el D observado es inferior al D esperado, que se encuentra en el siguiente cuadro para los respectivos valores de significancia.

CUADRO 37: VALORES CRÍTICOS PARA LA PRUEBA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV

n	20%	10%	5%	2%	1%
1	0.900	0.950	0.975	0.990	0.995
2	0.684	0.776	0.842	0.900	0.929
3	0.565	0.636	0.780	0.785	0.829
4	0.493	0.565	0.624	0.689	0.734
5	0.447	0.509	0.563	0.627	0.669
6	0.410	0.468	0.519	0.577	0.617
7	0.381	0.436	0.483	0.538	0.576
8	0.358	0.410	0.454	0.507	0.542
9	0.339	0.387	0.430	0.480	0.513
10	0.323	0.369	0.409	0.457	0.489

n	20%	10%	5%	2%	1%
11	0.308	0.352	0.391	0.437	0.468
12	0.296	0.338	0.375	0.419	0.449
13	0.285	0.325	0.361	0.404	0.432
14	0.275	0.314	0.349	0.390	0.418
15	0.266	0.304	0.338	0.377	0.404
16	0.258	0.295	0.327	0.366	0.392
17	0.250	0.286	0.318	0.355	0.381
18	0.244	0.279	0.309	0.346	0.371
19	0.237	0.271	0.301	0.337	0.361
20	0.232	0.265	0.294	0.329	0.352
21	0.226	0.259	0.287	0.321	0.344
22	0.221	0.253	0.281	0.314	0.337
23	0.216	0.247	0.275	0.307	0.330
24	0.212	0.242	0.269	0.301	0.323
25	0.208	0.238	0.264	0.295	0.317
26	0.204	0.233	0.259	0.290	0.311
27	0.200	0.229	0.254	0.284	0.305
28	0.197	0.225	0.250	0.279	0.300
29	0.193	0.221	0.246	0.275	0.295
30	0.190	0.218	0.242	0.270	0.290
31	0.187	0.214	0.238	0.266	0.285
32	0.184	0.211	0.234	0.262	0.281
33	0.182	0.208	0.231	0.258	0.277
34	0.179	0.205	0.227	0.254	0.273
35	0.177	0.202	0.224	0.251	0.269
36	0.174	0.199	0.221	0.247	0.265
37	0.172	0.196	0.218	0.244	0.262
38	0.170	0.194	0.215	0.241	0.258
39	0.168	0.191	0.213	0.238	0.255
40	0.165	0.189	0.210	0.235	0.252
>40	$\frac{1.07}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.22}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.36}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.52}{\sqrt{n}}$	$\frac{1.63}{\sqrt{n}}$

- **Test de Shapiro–Wild.** Esta prueba de normalidad es recomendable, cuando se cuenta con muestras reducidas ($3 \leq n \leq 50$). Este estadístico mide como los datos observados se ajusta a la recta²² (recta de 45º) y no a la distancia a la distribución normal. Este estadístico se formula de la siguiente manera:

²² Recta probabilística normal.

$$W = \frac{1}{\sum_{j=1}^n (x_j - \mu)^2} \left[\sum_{j=1}^h (a_{j,n} \times (x_{n-j+1} - x_j)) \right]^2$$

Donde, n es el número de datos, x_j es el dato en orden ascendente de la muestra que ocupa el lugar j , μ es la media, h es $n/2$ si n es par, o $(n - 1)/2$ si n es impar $a_{j,n}$ es un valor tabulado. La hipótesis nula se acepta cuando el valor de W es superior al valor crítico que se encuentra tabulado en el siguiente cuadro.

CUADRO 38: VALORES CRÍTICOS PARA LA PRUEBA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV

n	1%	2%	5%	10%	50%	90%	95%	98%	99%
3	0.753	0.756	0.767	0.789	0.959	0.998	0.999	1.000	1.000
4	0.687	0.707	0.748	0.792	0.935	0.987	0.992	0.996	0.997
5	0.686	0.715	0.762	0.806	0.927	0.979	0.986	0.991	0.993
6	0.713	0.743	0.788	0.826	0.927	0.974	0.981	0.986	0.989
7	0.730	0.760	0.803	0.838	0.928	0.972	0.979	0.985	0.988
8	0.749	0.778	0.818	0.851	0.932	0.972	0.978	0.984	0.987
9	0.764	0.791	0.829	0.859	0.935	0.972	0.978	0.984	0.986
10	0.781	0.806	0.842	0.869	0.938	0.972	0.978	0.983	0.986
11	0.792	0.817	0.850	0.876	0.940	0.973	0.979	0.984	0.986
12	0.805	0.828	0.859	0.883	0.943	0.973	0.979	0.984	0.986
13	0.814	0.837	0.866	0.889	0.945	0.974	0.979	0.984	0.986
14	0.825	0.846	0.874	0.895	0.947	0.975	0.980	0.984	0.986
15	0.835	0.855	0.881	0.901	0.950	0.975	0.980	0.984	0.987
16	0.844	0.863	0.887	0.906	0.952	0.976	0.981	0.985	0.987
17	0.851	0.869	0.892	0.910	0.954	0.977	0.981	0.985	0.987
18	0.858	0.874	0.897	0.914	0.956	0.978	0.982	0.986	0.988
19	0.863	0.879	0.901	0.917	0.957	0.978	0.982	0.986	0.988
20	0.868	0.884	0.905	0.920	0.959	0.979	0.983	0.986	0.988
21	0.873	0.888	0.908	0.923	0.960	0.980	0.983	0.987	0.989
22	0.878	0.892	0.911	0.926	0.961	0.980	0.984	0.987	0.989
23	0.881	0.895	0.914	0.928	0.962	0.981	0.984	0.987	0.989
24	0.884	0.898	0.916	0.930	0.963	0.981	0.984	0.987	0.989
25	0.888	0.901	0.918	0.931	0.964	0.981	0.985	0.988	0.989
26	0.891	0.904	0.920	0.933	0.965	0.982	0.985	0.988	0.989
27	0.894	0.906	0.923	0.935	0.965	0.982	0.985	0.988	0.990
28	0.896	0.908	0.924	0.936	0.966	0.982	0.985	0.988	0.990
29	0.898	0.910	0.926	0.937	0.966	0.982	0.985	0.988	0.990
30	0.900	0.912	0.927	0.939	0.967	0.983	0.985	0.988	0.990
31	0.902	0.914	0.929	0.940	0.967	0.983	0.986	0.988	0.990
32	0.904	0.915	0.930	0.941	0.968	0.983	0.986	0.988	0.990
33	0.906	0.917	0.931	0.942	0.968	0.983	0.986	0.989	0.990
34	0.908	0.919	0.933	0.943	0.969	0.983	0.986	0.989	0.990
35	0.910	0.920	0.934	0.944	0.969	0.984	0.986	0.989	0.990

n	1%	2%	5%	10%	50%	90%	95%	98%	99%
36	0.912	0.922	0.935	0.945	0.970	0.984	0.986	0.989	0.990
37	0.914	0.924	0.936	0.946	0.970	0.984	0.987	0.989	0.990
38	0.916	0.925	0.938	0.947	0.971	0.984	0.987	0.989	0.990
39	0.917	0.927	0.939	0.948	0.971	0.984	0.987	0.989	0.991
40	0.919	0.928	0.940	0.949	0.972	0.985	0.987	0.989	0.991
41	0.920	0.929	0.941	0.950	0.972	0.985	0.987	0.989	0.991
42	0.922	0.930	0.942	0.951	0.972	0.985	0.987	0.989	0.991
43	0.923	0.932	0.943	0.951	0.973	0.985	0.987	0.990	0.991
44	0.924	0.933	0.944	0.952	0.973	0.985	0.987	0.990	0.991
45	0.926	0.934	0.945	0.953	0.973	0.985	0.988	0.990	0.991
46	0.927	0.935	0.945	0.953	0.974	0.985	0.988	0.990	0.991
47	0.928	0.936	0.946	0.954	0.974	0.985	0.988	0.990	0.991
48	0.929	0.937	0.941	0.954	0.974	0.985	0.988	0.990	0.991
49	0.929	0.937	0.947	0.955	0.974	0.985	0.988	0.990	0.991
50	0.930	0.938	0.947	0.955	0.974	0.985	0.988	0.990	0.991

- **Test de Chi-cuadrado.** Con un cierto grado de confianza previamente establecido, nos permite determinar si los datos $\{a_i\}_{i=1}^n$ están asociados con la distribución normal, mediante la siguiente expresión:

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^n \frac{[F_n(a_i) - F(a_i)]^2}{F(a_i)}$$

- **Test de Jarque Bera.** Este test analiza la normalidad o no normalidad de un conjunto de datos, donde el número de observaciones mínimas es igual a 30. El proceso se realiza comparando la diferencia entre los coeficientes de asimetría y curtosis de las observaciones, con respecto a una distribución normal. Esta es una prueba asintótica, o de grandes muestras. La expresión de este estadístico es la siguiente:

$$JB = n \left[\frac{S^2}{6} + \frac{(K - 3)^2}{24} \right] \sim \chi_2^2$$

Siendo S la asimetría y k la curtosis. Bajo la hipótesis nula de distribución normal, el estadístico Jarque Bera se distribuye como una Chi-cuadrado con 2 grados de Libertad. Este test contrasta la siguiente hipótesis nula: la distribución es normal, de las tablas correspondientes tenemos que con un 95% de confianza se tiene el valor de 5.99, es decir, se puede concluir que para valores menores a 6 del JB no se rechaza el supuesto de normalidad.

Por ejemplo, supongamos que contamos con una muestra de 97 sobrecostos del sector de infraestructura, los cuales tienen los siguientes estadísticos:

$$\text{Simetría} = 0.149, \text{Curtosis} = 2.942 \Rightarrow JB = 0.374$$

Esto nos permite aceptar la hipótesis de nula de la normalidad, con un grado de confianza superior al 99%.

ANEXO V

MÉTODO DE MONTE CARLO Y BOOTSTRAP

MÉTODO DE MONTE CARLO

El Método de Simulación de Monte Carlo es un procedimiento que permite simular miles de veces el comportamiento global de un sistema, cuando éste está determinado por variables aleatorias con distribuciones de probabilidad conocidas.

La clave del método radica en que, dado que toda función de distribución acumulada es monótona creciente y toma valores sólo entre 0 y 1; entonces, basta relacionar cualquier número random entre 0 y 1 con la variable aleatoria de distribución conocida que se pretende generar, mediante la inversión de la función de distribución acumulada respectiva evaluada en aquel número aleatorio generado entre 0 y 1. Para esto, Monte Carlo utiliza la generación random de números entre 0 y 1 que poseen muchos paquetes de softwares estadísticos²³. A continuación, se explica el procedimiento:

Sea $g(\cdot)$ una función y supongamos que queremos calcular θ , donde:

$$\theta = \int_0^1 g(x) dx$$

Para calcular el valor de θ , observe que si U está distribuida uniformemente entre (0, 1), entonces podemos expresar θ como: $\theta = \mathbb{E}[g(U)]$.

Si U_1, \dots, U_k son variables aleatorias independientes y uniformes entre (0, 1), esto implica que $g(U_1), \dots, g(U_k)$ son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con media θ .

Por lo tanto, por la ley de los grandes números, se tiene, con probabilidad 1 que:

²³ En la actualidad, existen softwares que complementan a Excel, tales como Crystal Ball y @Risk, permitiendo entregar informes estadísticos completos del sistema simulado, en base a miles de iteraciones.

$$\sum_{i=1}^n \frac{g(U_i)}{n} \Rightarrow \mathbb{E}[g(U)], \quad \text{cuando } n \rightarrow \infty$$

Así, podemos aproximar θ generando una gran cantidad de números aleatorios U_i , y considerando como nuestra aproximación a θ el valor promedio de $g(U_i)$. Este método de aproximación es el Método Monte Carlo.

Adicionalmente a través del Teorema del Límite Central para un valor de n lo suficientemente grande se tiene:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{g(U_i)}{n} \Rightarrow N\left(\theta, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

De esta forma la aplicación de una Simulación Monte Carlo consiste en crear un modelo matemático del sistema que se quiere analizar, identificando aquellas variables (inputs del modelo) cuyo comportamiento aleatorio determina el comportamiento global del sistema. Una vez identificados dichos inputs o variables aleatorias, se lleva a cabo un experimento consistente en: generar las variables aleatorias o inputs del modelo, y analizar el comportamiento del sistema ante los valores generados²⁴.

La base de todo estudio de simulación, es la capacidad de generar una gran cantidad de números aleatorios entre 0 y 1, que representan la probabilidad de ocurrencia de una variable aleatoria. Esto es por tres razones fundamentales:

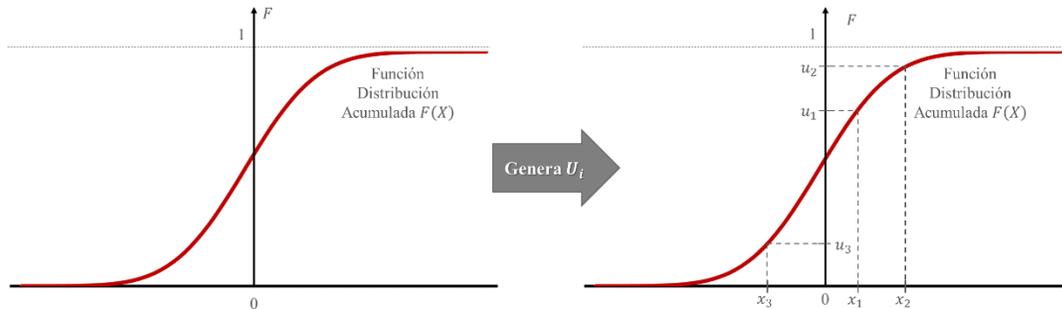
- Al utilizar una distribución uniforme entre 0 y 1, nos aseguramos de que el modelo simulará con igual probabilidad cualquier valor del recorrido de la variable de interés; sin embargo, la función de distribución de probabilidad acumulada inversa se encargará de agrupar los datos generados de acuerdo a la función de probabilidad de la variable de interés.
- Los diferentes números generados son estadísticamente independientes unos de otros; es decir, el valor del número generado en un momento dado no depende de los generados anteriormente.
- Como toda Función de Distribución de Probabilidad Acumulada alcanza valores entre 0 y 1, al generar números aleatorios uniformemente distribuidos en dicho intervalo, podremos generar variables pseudo-aleatorias correspondientes a dichas funciones de distribución acumuladas, mediante la inversión de éstas.

Es decir, si se quiere generar variables aleatorias x_i , que distribuyan bajo una determinada función de densidad de probabilidad, podemos utilizar la correspondiente función de distribución acumulada $F(\cdot)$,

²⁴ Un ejemplo de inputs del modelo o variables aleatorias pueden ser los costos e ingresos de una empresa para los próximos 10 años, los cuales poseen distribuciones de probabilidades asociadas. Un ejemplo de sistema sería el VPN que se determina por los anteriores inputs.

para que, generando aleatoriamente números entre 0 y 1, U_i , podamos relacionarlos a las variables correspondientes x_i , mediante la inversión de la función de distribución acumulada: $F^{-1}(U_i) = x_i$. Esto se muestra en el siguiente gráfico.

FIGURA 18: MÉTODO DE MONTE CARLO



Por otro lado de acuerdo al Principio de la Generación de Variables Aleatorias Continuas (El Algoritmo de la Transformada Inversa) se tiene que si U es una variable aleatoria uniforme en $(0,1)$, entonces para cualquier función de distribución continua F , invertible, la variable aleatoria X definida como: $X = F^{-1}(U)$, tiene distribución F . (Sea $F^{-1}(u)$ el valor de x , tal que $F(x) = u$).

EL MÉTODO BOOTSTRAP

Consideremos el siguiente conjunto de datos (x_1, x_2, \dots, x_n) de tamaño n , la cual corresponde a información histórica de riesgos de sobrecostos y sobreplazos asociados a proyectos similares al proyecto en evaluación, los pasos para la aplicación de la metodología Bootstrap son los siguientes:

- Se procede a construir una muestra de tamaño n , con los elementos de la muestra original. A la nueva muestra se le conoce como muestra Bootstrap.
- La construcción de cada uno de los elementos de la muestra es realizando extracciones con reemplazo de la muestra original, hasta completar n elementos, donde es posible que se repitan algunos de los elementos que conforman el conjunto de datos.
- Este proceso se repite una cantidad finita de veces. Para cada muestra Bootstrap se procede a calcular su media y desviación estándar.
- Para la cuantificación del riesgo, se procede a realizar el cálculo del valor promedio del conjunto de media y las volatilidades obtenidas para cada una de las muestras Bootstrap, es decir, $\bar{\mu}$ y $\bar{\sigma}$. Con estos nuevos valores, se procede a aplicar la Regla Percentil 50-95, de la siguiente manera:

CUADRO 39: REGLA PERCENTIL 5-50-95

P_{50}	P_{95}
$\bar{\mu}$	$\bar{\mu} + 1.645\bar{\sigma}$

Donde:

$$\bar{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^m \mu_i}{m} \text{ y } \bar{\sigma} = \frac{\sum_{i=1}^m \sigma_i}{m}$$

μ_i : Media de la muestra Bootstrap i

σ_i : Volatilidad de la muestra Bootstrap i

m : Número de muestras Bootstrap

A continuación, se muestra un ejemplo de aplicación de la metodología Bootstrap, donde la muestra original corresponde a inversiones iniciales de diferentes proyectos de infraestructura en un sector determinado de características similares:

CUADRO 40: BOOTSTRAPING DE INVERSIONES INICIALES DE PROYECTOS DE INFRAESTRUCTURA

Número de datos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...	30	μ	σ
Muestra original	125	128	118	126	128	124	120	117	120	128	...	122		
Bootstrap 1	129	127	132	132	132	125	128	120	129	116	...	124	124.17	5.75
Bootstrap 2	124	128	125	128	129	120	124	128	120	119	...	117	125.00	4.90
Bootstrap 3	117	117	120	126	120	124	129	128	129	126	...	124	123.60	4.61
Bootstrap 4	119	120	129	124	128	128	124	128	120	120	...	120	122.73	5.11
Bootstrap 5	128	122	127	125	115	128	116	128	115	129	...	120	124.93	5.04
Bootstrap 6	132	127	127	116	124	129	125	122	117	132	...	132	123.77	5.57
Bootstrap 7	132	122	127	125	126	120	125	127	129	120	...	120	124.40	4.48
Bootstrap 8	125	122	125	122	120	129	129	132	128	116	...	128	125.80	4.15
Bootstrap 9	123	129	128	128	126	117	128	125	120	129	...	122	124.70	3.55
Bootstrap 10	117	128	123	117	123	115	116	123	125	125	...	124	122.43	4.55

El cuadro anterior, muestra un ejemplo donde el tamaño de la muestra es igual a 30, y se han generado 10.000 muestras Bootstrap a partir de la muestra original, para cada una de las cuales se ha procedido a calcular su media y volatilidad. De dicho cálculo, se obtiene los siguientes resultados: $\bar{\mu} = 124.07$ y $\bar{\sigma} = 4.63$. Con estos valores se procede a cuantificar el riesgo asociado al proyecto en evaluación, aplicando la Regla Percentil 5-50-95.

CUADRO 41: REGLA PERCENTIL 5-50-95 DEL EJEMPLO BOOTSTRAP

P_{50}	P_{95}
124.07	131.69

ANEXO VI

PROCEDIMIENTOS ANALÍTICOS Y MODELOS ESTOCÁSTICOS PARA VALORACIÓN DEL COSTO DEL RIESGO DE INGRESOS

Como se ha señalado se puede considerar que el valor de los ingresos del proyecto para un periodo t , puede ser representado como una secuencia de los ingresos iniciales I_0 y la tasa de crecimiento ρ_0 del PIB de la siguiente manera:

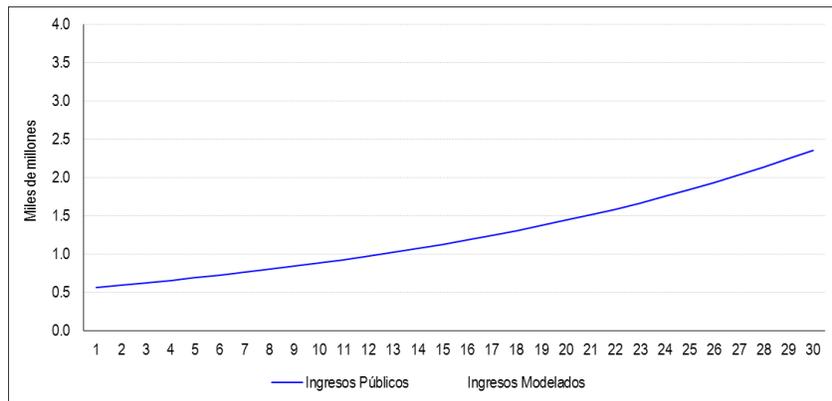
$$I_k = I_0 \times \sum_{t=1}^T (1 + \rho_0)^{ik} \quad (1)$$

A modo de referencia, a continuación, se presenta un ejemplo para la estimación de los riesgos fundamental de ingresos:

CUADRO 42: EVOLUCIÓN DE LOS INGRESOS POR DEL PROYECTO A UNA TASA DE CRECIMIENTO

Año	Ingreso (MUSD)	Año	Ingreso (MUSD)	Año	Ingreso (MUSD)
1	567,162,000	11	926,490,094	21	1,513,472,154
2	595,690,249	12	973,092,546	22	1,589,599,804
3	625,653,468	13	1,022,039,101	23	1,669,556,674
4	657,123,838	14	1,073,447,667	24	1,753,535,375
5	690,177,167	15	1,127,442,085	25	1,841,738,204
6	724,893,078	16	1,184,152,422	26	1,934,377,636
7	761,355,200	17	1,243,715,289	27	2,031,676,831
8	799,651,366	18	1,306,274,168	28	2,133,870,175
9	839,873,830	19	1,371,979,758	29	2,241,203,845
10	882,119,484	20	1,440,990,340	30	2,353,936,398

FIGURA 19: EVOLUCIÓN DE LOS INGRESOS A UNA TASA DE CRECIMIENTO



Para la etapa 2 la tasa de crecimiento ρ del PIB se estima a través de modelos estocásticos los cuales dependen de ciertas características de los datos. Por ejemplo, si el número de datos es mayor a 30 y se

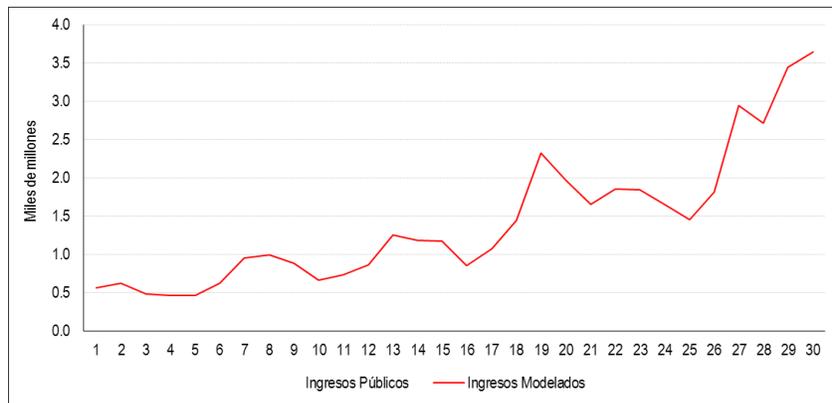
detecta la presencia de raíz unitaria con series debidamente desestacionalizadas es posible utilizar un modelo browniano geométrico. En caso contrario, se puede utilizar un modelo en tasa de crecimiento. Ambos modelos son desarrollados analíticamente más adelante.

Por ejemplo, para un modelo de tasa de crecimiento se establece la siguiente relación para ingresos iniciales I_0 y tasa de crecimiento $\rho_{t,k}$:

$$I_k = I_0 \times \sum_{t=1}^T \prod_{j=1}^i (1 + \rho_{j,i_k}) \quad (2)$$

Donde $\rho_{t,k}$, a la tasa de crecimiento en el año t de la k -ésima simulación.

FIGURA 20: ESTIMACIÓN DE LOS INGRESOS REALMENTE ESPERADOS



Como se asumen que el sector público se encuentra bajo aversión al riesgo, lo que implica solamente tomar los valores positivos derivados de la comparación de ingresos, el riesgo de ingreso/demanda, es un valor igual al máximo entre la diferencia de las expresiones (1) y (2), y cero, en valor presente. Por lo tanto, el costo del riesgo de ingresos/demanda de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\mathbb{E}[CRI] = \frac{I_0}{m} \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^T \left[\frac{\text{Max}\{(1 + \rho_0)^{i_k} - \prod_{j=1}^i (1 + \rho_{j,i_k}), 0\}}{(1 + r)^{i_k}} \right]$$

Donde:

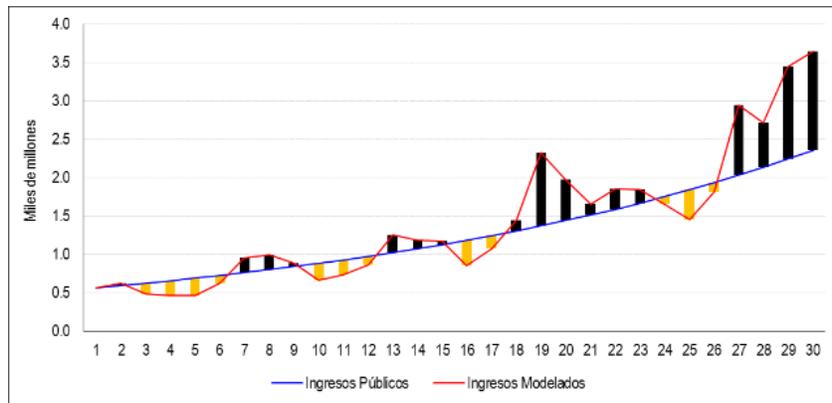
- $\mathbb{E}[CRI]$: Valor esperado del costo del riesgo de ingresos
- I_0 : Ingresos que el sector público percibe en el periodo 0 de la evaluación
- ρ_0 : Tasa de crecimiento del PIB correspondiente al periodo de presentación del Comparador
- ρ_{j,i_k} : Tasa de crecimiento correspondiente a los ingresos estimados del proyecto en el año j , período i en la simulación k
- m : Número de simulaciones

T : Período del proyecto
 m : Número de simulaciones de Montecarlo

A continuación se muestra el proceso del cálculo del CRI en la k -ésima simulación:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \vdots \\ \varepsilon_T \end{pmatrix} \xrightarrow{MBG \text{ o } MTC} \begin{pmatrix} \rho_{1,k} \\ \rho_{2,k} \\ \rho_{3,k} \\ \vdots \\ \rho_{T,k} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} I_0 \max\{(1 + \rho_0) - (1 + \rho_{1,k}), 0\} \\ I_0 \max\{(1 + \rho_0)^2 - \prod_{j=1}^2 (1 + \rho_{j,k}), 0\} \\ I_0 \max\{(1 + \rho_0)^3 - \prod_{j=1}^3 (1 + \rho_{j,k}), 0\} \\ \vdots \\ I_0 \max\{(1 + \rho_0)^T - \prod_{j=1}^T (1 + \rho_{j,k}), 0\} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} CRIN_1 \\ CRIN_2 \\ CRIN_3 \\ \vdots \\ CRIN_T \end{pmatrix}$$

FIGURA 21: MODELACIÓN DEL COSTO DEL RIESGO DE LOS INGRESOS (CRI) EN UN PROYECTO



En la figura anterior, el CRI es representado por las barras que se encuentran entre la curva de la evolución de los ingresos que el sector público espera percibir y la estimación de los ingresos realmente recolectados. El $\mathbb{E}[CRI]$ representa el promedio de todos los posibles resultados del CRI que se den en cada una de las simulaciones de Montecarlo.

Alternativamente, si los ingresos esperados (I_i) son estimados de manera independiente a través de un estudio de mercado o econométrico, entonces la cuantificación del costo del riesgo de los ingresos se expresa de la siguiente manera:

$$\mathbb{E}[CRI] = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^T \left[\frac{\max\{I_i - I_1 \times \prod_{j=1}^i (1 + \rho_{j,i_k}), 0\}}{(1 + r)^{i_k}} \right]$$

Dónde:

$\mathbb{E}[CRI]$: Valor esperado del costo del riesgo de ingresos

I_i : Ingresos anuales estimados del sector público en el período i en la etapa de explotación

- I_1 : Ingresos anuales estimados del sector público en el período inicial de la etapa de explotación
- $\rho_{j,i,k}$: Tasa de crecimiento de los ingresos públicos del proyecto en el año j , período i en la simulación k
- r : Tasa de descuento libre de riesgo
- T : Período del proyecto
- m : Número de simulaciones

ANEXO VII

EXPRESIÓN GENERAL DEL COSTO DEL RIESGO

La expresión general del costo del riesgo que genera una causa se define mediante la siguiente expresión²⁵:

$$CR = CB \times PO \times I$$

Donde:

- CR : Costo del riesgo fundamental que genera una causa asociado a un Proyecto
- CB : Ítems del costo base (CAPEX, OPEX y otros ítems de costo)
- PO : Probabilidad de ocurrencia
- I : Impacto que genera sobre el proyecto (medido en porcentaje del VPIN o del ítem – asociado a la causa – del costo del proyecto)

No obstante, el método para implementar dicha fórmula va a depender de la información con que se cuente.

Considerando la disponibilidad de información se desprenden los siguientes casos:

- **Caso 1:** Información histórica para el costo del riesgo total e itemización del costo base
- **Caso 2:** Información histórica para el costo del riesgo total y opinión de expertos para la relevancia de cada causa
- **Caso 3:** Taller de riesgos para la obtención del riesgo total y itemización del costo base
- **Caso 4:** Taller de riesgos para la obtención del riesgo total y de la relevancia de cada causa
- **Caso 5:** Paneles de expertos para la obtención del riesgo individual de cada causa

²⁵ Esta expresión no implica la asignación de riesgos, el cual se hará más adelante.

CASO 1: INFORMACIÓN HISTÓRICA PARA EL COSTO DEL RIESGO TOTAL E ITEMIZACIÓN DEL COSTO BASE

Si se tiene información histórica de los sobrecostos que se incurrieron en N proyectos similares en el pasado, de modo que se puede calcular el porcentaje de sobrecosto total aplicando la regla del percentil 50-95 como fue explicado en la Sección VI.2.1, se tendrá que multiplicar por la probabilidad de ocurrencia del sobrecosto y por el componente del costo base que corresponde, por ejemplo, el CAPEX. De esta forma, se obtiene el riesgo de sobrecosto total de la inversión.

Para determinar la cuantificación del riesgo de sobrecosto asociado a cada causa particular, considerando la política de asignación de riesgos (que varía por cada causa), resulta necesario conocer cuál es la relevancia de cada causa con respecto del sobrecosto total. Por lo general, la información que se encuentra disponible en las bases de datos históricos de sobrecostos, es la identificación de las causas, pero no sobre su impacto particular.

Por lo tanto, una posibilidad para estimar la relevancia de cada causa es mediante la ratio del costo relativo con respecto al costo total. Por ejemplo, la relevancia de la causa de riesgo geológico en un proyecto ferroviario que incluye la construcción de un túnel, se aproximará por la ratio del costo del ítem del costo del túnel con respecto del CAPEX.

De modo que, la formula anterior queda expresado de la siguiente forma:

$$CRS_i = (CAPEX \times \varphi_i) \times PO \times I$$

Donde:

CRS_i : Costo del riesgo de la causa i

φ_i : Ítem de costo base correspondiente a la causa i

PO : Probabilidad que el riesgo ocurra

I : Impacto del riesgo que se mide en función del percentil de los datos

A partir de esta expresión se puede igualmente determinar el costo del riesgo retenido de una causa i :

$$CRSR_i = (CAPEX \times \varphi_i) \times PO \times I \times \lambda_i$$

Donde λ_i corresponde al porcentaje de asignación (retenido) del riesgo asociado a la causa (i), y el costo del riesgo transferido de una causa i como su complemento:

$$CRST_i = (CAPEX \times \varphi_i) \times PO \times I \times (1 - \lambda_i)$$

A continuación, se considera el siguiente ejemplo donde el CAPEX es igual a MUSD 120 y que se tiene la siguiente información histórica de N proyectos a partir de la cual se determina que el sobrecosto promedio de inversión es de 16.1% con una desviación estándar de 1.8%, por lo que al percentil 95, el impacto del sobrecosto de inversión es de 19.06%.

CUADRO 43: INFORMACIÓN HISTÓRICA DE RIESGOS DE SOBRECOSTO

Proyectos	Inversión inicial (MMUSD)	Inversión final (MMUSD)	Sobrecosto (MMUSD)	Sobrecosto (en %)
Proyecto 1	14	16	2	14.3
Proyecto 2	185	220	35	18.9
Proyecto 3	250	292	42	16.8
Proyecto 4	310	358	48	15.5
Proyecto 5	380	447	67	17.6
Proyecto 6	300	346	46	15.3
Proyecto 7	428	503	75	17.5
Proyecto 8	630	721	91	14.4
Proyecto 9	2,000	2,320	320	16.0
Proyecto 10	3,120	3,672	552	17.7
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Proyecto N	891	1,002	111	12.5
			Media	16.1
			Desviación estándar	1.8

La probabilidad de ocurrencia del riesgo de sobrecosto es del 100%. Los especialistas del sector determinaron que las causas que explicaban el riesgo del sobrecosto eran 6, por consiguiente, la itemización del costo base se muestra en el siguiente cuadro:

CUADRO 44: ÍTEM DE COSTO BASE CORRESPONDIENTE A LA CAUSA

Ítem de costo base correspondiente a la causa i	%
φ_1	15
φ_2	5
φ_3	25
φ_4	30
φ_5	15
φ_6	10

Es decir, el 15% es el ítem del costo base corresponde a la causa 1.

El mismo grupo de especialistas, determinó que la política de asignación más adecuada para el esquema contractual sobre las causas de sobrecostos son las siguientes:

CUADRO 45: POLÍTICA DE ASIGNACIÓN DE LAS CAUSAS DE SOBRECOSTO

Causas	Porcentaje de Retención (λ_i)	Porcentaje de transferencia ($1 - \lambda_i$)
Causa 1	60%	40%
Causa 2	50%	50%
Causa 3	0%	100%
Causa 4	100%	0%
Causa 5	100%	0%
Causa 6	75%	25%

Con la información precedente se procede a cuantificar el costo del riesgo retenido y transferido para cada causa utilizando las siguientes expresiones:

CUADRO 46: FÓRMULA GENERAL DEL COSTO DEL RIESGO RETENIDO Y TRANSFERIDO

Componente de la causa	Expresión
Componente Retenido de Sobrecostos	$CRSR_i = (CAPEX \times \varphi_i) \times PO \times I \times \lambda_i$
Componente Transferido de Sobrecostos	$CRST_i = (CAPEX \times \varphi_i) \times PO \times I \times (1 - \lambda_i)$

Por consiguiente, en el siguiente cuadro se muestra el resultado para cada una de las causas:

CUADRO 47: RESULTADOS DEL EJEMPLO SOBRE EL COSTO DEL RIESGO DEL SOBRECOSTO

Costo Base (MUSD)	Ítem de CB	Probabilidad	Impacto (P95)	% Retenido	% Transferido	CR Retenido (MUSD)	CR Transferido (MUSD)
120	15	1	19.06%	60%	40%	2.06	1.37
120	5	1	19.06%	50%	50%	0.57	0.57
120	25	1	19.06%	0%	100%	0	5.72
120	30	1	19.06%	100%	0%	6.86	0
120	15	1	19.06%	100%	0%	3.43	0
120	10	1	19.06%	75%	25%	1.72	0.57
Total	100%					14.64	8.23

Por lo tanto, el costo del riesgo retenido y transferido es MUSD 14.64 y MUSD 8.23, respectivamente.

CASO 2: INFORMACIÓN HISTÓRICA PARA EL COSTO DEL RIESGO TOTAL Y OPINIÓN DE EXPERTOS PARA LA RELEVANCIA DE CADA CAUSA

Una alternativa al Caso 1 es que la relevancia de cada causa también esté determinada por el grupo de expertos que identificaron las causas y definieron la política de asignación de riesgos. Las causas fueron jerarquizadas de acuerdo a los siguientes ponderadores θ_i :

CUADRO 48: MATRIZ DE RELEVANCIA PARA LAS CAUSAS JERARQUIZADAS

Causas	θ_i
Causa 1	$\theta_1 = 50\%$
Causa 2	$\theta_2 = 15\%$
Causa 3	$\theta_3 = 5\%$
Causa 4	$\theta_4 = 10\%$
Causa 5	$\theta_5 = 15\%$
Causa 6	$\theta_6 = 5\%$

Del cuadro anterior se desprende la siguiente lectura: el 50% del sobrecosto es explicado por la Causa 1 y el 15% del sobrecosto es explicado por medio de la Causa 5.

Y la fórmula del costo del riesgo por una causa i es similar al definido en el Caso 1:

$$CRS_i = CAPEX \times \theta_i \times PO \times I \times \lambda_i$$

Donde:

- CRS_i : Costo del riesgo de la causa (i)
- θ_i : Ponderador de relevancia de la causa (i)
- PO : Probabilidad que el riesgo ocurra
- I : Impacto del riesgo que se mide en función del percentil de los datos

CASO 3: TALLER DE RIESGOS PARA LA OBTENCIÓN DEL RIESGO TOTAL Y ITEMIZACIÓN DEL COSTO BASE

El Caso 3 es similar al Caso 2 con la excepción que, en ausencia de información histórica, se organiza un taller de riesgos al fin de determinar la probabilidad de ocurrencia y el riesgo de impacto del costo total como fue explicado en la Sección VI.2.1 y se utiliza el costo relativo del ítem de costos como una aproximación de la importancia de cada causa.

CASO 4: TALLER DE RIESGOS PARA LA OBTENCIÓN DEL RIESGO TOTAL Y DE LA RELEVANCIA DE CADA CAUSA

Este caso es similar al caso anterior, con la diferencia que en el taller de riesgos se les pregunta igualmente por la jerarquización e importancia de las causas con respecto al riesgo total.

CASO 5: PANELES DE EXPERTOS PARA LA OBTENCIÓN DEL RIESGO INDIVIDUAL DE CADA CAUSA

Finalmente, se supone de un estudio más desagregado, en ese caso a través de un panel de expertos, se determina el impacto que tendrá cada una de las causas particulares sobre el ítem de costo que le corresponde y su probabilidad de ocurrencia específica.

En ese caso, la fórmula del costo del riesgo queda expresado de la siguiente manera:

$$CRS_i = (CAPEX \times \varphi_i) \times PO_i \times I_i$$

Donde:

CRS_i : Costo del riesgo de la causa (i)

φ_i : Ítem de costo base correspondiente a la causa (i)

PO_i : Probabilidad que la causa (i) ocurra

I : Impacto de la causa (i) sobre el ítem de costo correspondiente a la causa (i) que se mide en función del percentil de los datos

Por ejemplo, la causa geológica que genera un riesgo de sobre costo durante la construcción de un túnel en el proyecto ferroviario tiene una probabilidad de ocurrencia de 90% y si ocurre, incrementa el costo del túnel en un 60%. El riesgo total, en ese caso, se calcula como la suma del costo del riesgo asociado a cada causa (i).

HISTORIAL DE CAMBIOS AL DOCUMENTO

Versión	Fecha	Sección	Descripción	Revisado por	Aprobado por
0	25/11/2020	Todas	Creación del documento	Jaime Pérez	CNAPP

