

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA
SEDE QUITO

CARRERA:

INGENIERÍA ELÉCTRICA

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de

INGENIERO ELÉCTRICO

TEMA:

**DESARROLLO DE UNA HERRAMIENTA COMPUTACIONAL PARA EL
ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE LOS ELECTRODOS DE PUESTA
A TIERRA FRENTE A ALTAS FRECUENCIAS APLICADO A
DESCARGAS ATMOSFÉRICAS**

AUTOR:

BYRON GYOVANNI VELASCO NAVAS

TUTOR:

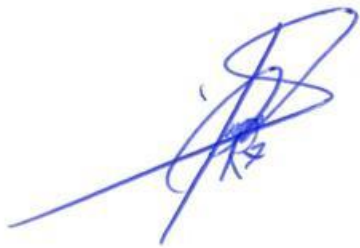
JUAN ALBERTO BUCHELI ÁVILA

Quito, marzo 2022

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR

Yo, Byron Gyovanni Velasco con documento de identificación N°1724803836, manifiesto mi voluntad y cedo a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que soy autor del trabajo de titulación: **DESARROLLO DE UNA HERRAMIENTA COMPUTACIONAL PARA EL ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE LOS ELECTRODOS DE PUESTA A TIERRA FRENTE A ALTAS FRECUENCIAS APLICADO A DESCARGAS ATMOSFÉRICAS**, mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de Ingeniero Eléctrico, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.



Byron Gyovanni Velasco Navas

CI. 1724803836

Quito, marzo 2022

DECLARATORIA DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR

Yo declaro que bajo mi dirección y asesoría fue desarrollado el Proyecto Técnico, DESARROLLO DE UNA HERRAMIENTA COMPUTACIONAL PARA EL ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE LOS ELECTRODOS DE PUESTA A TIERRA FRENTE A ALTAS FRECUENCIAS APLICADO A DESCARGAS ATMOSFÉRICAS realizado por Byron Gyovanni Velasco Navas, obteniendo un producto que cumple con todos los requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana, para ser considerado como trabajo final de titulación.

Quito, marzo 2022



Juan Alberto Bucheli Ávila

CI. 1706576210

DEDICATORIA

A mis padres Cesar Velasco y Carmita Navas, por la confianza depositada en mí, que, con su amor, dedicación, y apoyo incondicional, son los pilares en mi vida que me permitieron lograr este objetivo. A mi hermano Jonathan Velasco por su compañía, y cariño hacia mí.

Al Ingeniero Juan Bucheli por la guía recibida en el transcurso del proyecto.

Byron Gyovanni Velasco Navas

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios por haberme acompañado y guiado a lo largo de toda mi vida en especial durante los años de mi carrera universitaria, por ser mi fortaleza en momentos de debilidad y por brindarme una vida llena de aprendizajes experiencias y felicidad.

A mis padres Cesar Velasco y Carmita Navas, por apoyarme incondicionalmente en todo momento, enseñarme valores como la humildad, respeto, y la responsabilidad, por haber confiado en mí dándome la oportunidad de tener una excelente educación.

A mi hermano Jonathan Velasco, por brindarme ánimos y ser mi apoyo incondicional, sus oportunas palabras siempre me han hecho sentir mejor.

ÍNDICE GENERAL

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR.....	I
DECLARATORIA DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR.....	II
DEDICATORIA	III
AGRADECIMIENTOS	IV
RESUMEN.....	XI
ABSTRACT.....	XII
INTRODUCCIÓN	XIII
CAPÍTULO 1	1
ANTECEDENTES.....	1
1.1 Problema de estudio	1
1.2 Justificación.....	1
1.3 Objetivos	2
1.3.1 Objetivo General	2
1.3.2 Objetivos Específicos.....	2
1.4 Metodología.....	2
1.4.1 Tipo de investigación	2
1.4.2 Diseño de la investigación	3
1.4.3 Métodos de la investigación.....	3
1.4.4 Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	3
CAPÍTULO 2	4
MARCO TEÓRICO.....	4
2.1 Sistemas de puesta a tierra SPT.....	4
2.2 Electrodos de tierra.....	5
2.2.1 Características	5
2.2.2 Tipos y materiales	6
2.3 Superficie de la tierra.....	6
2.3.1 Textura del suelo	6
2.3.2 Resistencia.....	7
2.3.3 Resistividad.....	8
2.3.4 Permeabilidad magnética	9
2.3.5 Permitividad y conductividad eléctrica.....	10
2.4 Análisis de electrodos SPT en altas frecuencias.....	11

2.4.1	Fuentes de corriente	11
2.4.2	Descarga atmosférica o rayo	11
2.4.3	Onda tipo doble exponencial.....	11
2.4.4	Transformadas de Fourier y Laplace.....	12
2.4.5	Modelos SPT en estado transitorio	13
2.5	Modelos de circuitos	13
2.6	Modelo de campo electromagnético.....	16
2.6.1	Método de solución	17
2.6.2	Medio conductor	17
2.6.3	Solución del modelo matemático	18
2.6.4	Matriz de impedancia generalizada.....	21
2.7	Modelo híbrido	22
2.7.1	Consideraciones del medio y de los conductores.....	22
2.7.2	Fuentes de corriente en el modelo híbrido	22
2.7.3	Cálculo de impedancias de acople	23
2.7.4	Sistema matricial.....	25
2.7.5	Solución del sistema.....	25
CAPÍTULO 3		29
MODELO HÍBRIDO EN MATLAB®		29
3.1	Propuesta del modelo	29
3.2	Fase inicial.....	30
3.3	Desarrollo	31
3.3.1	Malla cuadrada	31
3.3.2	Segmentación de los electrodos	31
3.3.3	Incidencia de electrodos y nodos	32
3.3.4	Cálculo de impedancias.....	32
3.3.5	Cálculo de admitancias y tensiones.....	33
3.4	Fase final	33
CAPÍTULO 4		34
PRUEBAS Y RESULTADOS		34
4.1	Validez del programa computacional.....	34
4.2	Variación de la resistividad del suelo	38
4.3	Permitividad eléctrica relativa.....	40

4.4	Permeabilidad magnética relativa	42
4.5	Calibre del conductor de cobre.....	44
4.6	Propuesta de mejoras al diseño del SPT.....	46
	CONCLUSIONES	48
	RECOMENDACIONES	49
	REFERENCIAS.....	50
	ANEXOS	52

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Sistema de puesta a tierra	4
Figura 2.2. Triángulo de las clases texturales del suelo.....	6
Figura 2.3. Métodos de obtención para la resistencia del terreno.....	8
Figura 2.4. Función doble exponencial $1.2/5$ [us]	12
Figura 2.5. Modelo circuital SPT.....	14
Figura 2.6. Modelo circuital SPT de una línea de transmisión.....	14
Figura 2.7. Distribución de segmentos en un sistema.....	17
Figura 2.8. Medio conductor infinito	17
Figura 2.9. Método de imágenes convencional.....	18
Figura 2.10. Funciones sinusoidales hiperbólicas en un segmento	19
Figura 2.11. Configuración del dipolo eléctrico	20
Figura 2.12. Campo eléctrico en coordenadas cilíndricas	21
Figura 2.13. Distancia entre los segmentos emisor y receptor.....	24
Figura 2.14. a) Potencial respecto al infinito y b) caída de tensión del segmento	26
Figura 2.15. Electrodo segmentado en 6 partes	26
Figura 2.16. Corriente de nodo para un segmento del conductor	27
Figura 3.1. Diseño del modelo híbrido	29
Figura 3.2. Malla cuadrada	31
Figura 3.3. Inyección de nodos	32
Figura 3.4. a) magnitud y b) ángulo de fase de la impedancia en función de la frecuencia	33
Figura 4.1. Mediciones de resistencia SPT para la malla GS10	34
Figura 4.2. Impedancia utilizando a) artículo y b) matlab [®] en la malla GS10	35
Figura 4.3. Impedancia utilizando a) artículo y b) matlab [®] en la malla GS20	35
Figura 4.4. Impedancia utilizando a) artículo y b) matlab [®] en la malla GS30	36
Figura 4.5. Impedancia utilizando a) artículo y b) matlab [®] en la malla GS60	36
Figura 4.6. Impedancia utilizando a) artículo y b) matlab [®] en la malla GS120	37
Figura 4.7. Segmentación de electrodos en una malla a) GS20 y b) GS30	38
Figura 4.8. Resistividad del suelo de a) 100, b) 500, c) 1000 y d) 1500 [Ω m].....	38
Figura 4.9. Cuadro comparativo ante cambios de ρ	39
Figura 4.10. Cambio ϵ_r para a) arena seca, b) cuarzo fundido, c) ejemplo y d) suelo franco limoso.....	41

Figura 4.11. Cuadro comparativo ante cambios de ϵ_r	42
Figura 4.12. Variación μ_r a) aire, b) ejemplo, c) acero al carbón y d) hierro.....	43
Figura 4.13. Cuadro comparativo ante cambios de μ_r	44
Figura 4.14. Cambio de radio del conductor Cu a) 2/0 AWG, b) 3/0 AWG, c) AWG y d) 7 mm	45
Figura 4.15. Cuadro comparativo de la sección transversal del conductor.....	46

LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1. Clases texturales de suelos	7
Tabla 2.2. Resistividad del terreno	9
Tabla 2.3. Permeabilidad magnética relativa	10
Tabla 2.4. Permitividad eléctrica relativa del material y suelo	10
Tabla 4.1. Segmentación de los electrodos SPT	37
Tabla 4.2. Impedancia frente al cambio de la resistividad del suelo.....	39
Tabla 4.3. Impedancia frente al cambio de la permitividad eléctrica relativa	41
Tabla 4.4. Impedancia frente al cambio de la permeabilidad magnética relativa	43
Tabla 4.5. Impedancia frente al cambio del calibre del conductor de la malla.....	45
Tabla 4.6. Condiciones referencias de la malla GS30.....	46
Tabla 4.7. Cuadro final de la variación de parámetros del suelo y malla SPT	47

RESUMEN

El presente trabajo consiste en el estudio del comportamiento de puesta a tierra frente a altas frecuencias aplicado a descargas atmosféricas. Por lo que se realiza una investigación teórica de los aspectos importantes del sistema de puesta a tierra, terreno, electrodos y del modelo híbrido formado por la combinación de la teoría de circuitos y campo electromagnético. Además, se emplea la herramienta computacional Matlab[®] para desarrollar el modelo híbrido y determinar la impedancia de los electrodos de la malla a tierra en función de la frecuencia. En segunda instancia, se valida el modelo con los parámetros base del suelo ($\mu_r = 1, \varepsilon_r = 9, \rho = 1000 [\Omega m]$) y la malla cuadrada ($r = 7 [mm], h = 0.5[m], n = 10 [m]$) de 10, 20, 30, 60 y 120 metros cuadrados definidos por los Señores Grcev y Heimbach. Por consiguiente, se realizan varias simulaciones alterando los parámetros del suelo mencionados y el calibre del conductor del electrodo con el propósito de observar variaciones en la impedancia de la malla. Cuando se altera el valor de resistividad del suelo entre 100 a 1500 $[\Omega m]$ la impedancia no supera los 100 $[\Omega]$; Sin embargo, si presenta materiales ferromagnéticos la magnitud de la impedancia cambia drásticamente, el cual puede deteriorar a la malla. Por lo tanto, se debe tomar en cuenta estas consideraciones para observar el rendimiento de la conexión de puesta a tierra.

Palabras clave: descargas atmosféricas, electrodos, matlab, modelo híbrido, puesta a tierra

ABSTRACT

The present work consists of the study of the grounding behavior against high frequencies applied to atmospheric discharges. Therefore, a theoretical investigation of the important aspects of the grounding system, ground, electrodes and the hybrid model formed by the combination of circuit theory and electromagnetic field is carried out. In addition, the M and C type languages are used through the Matlab computational tool to develop the hybrid model and be able to determine the impedance of the electrodes of the mesh to ground as a function of frequency. In the second instance, the model is validated with the base soil parameters ($\mu_r = 1$, $\epsilon_r = 9$, $\rho = 1000$ [Ωm]) and the square mesh ($r = 7$ [mm], $h = 0.5$ [m], $n = 10$ [m]) of 10, 20, 30, 60 and 120 square meters defined by Messrs. Grcev and Heimbach. Therefore, several simulations are carried out altering the mentioned soil parameters and the diameter of the electrode conductor to observe that the magnitude of the impedance of the mesh represents changes less than 30 ohms when the relative permittivity or the diameter of the conductor is manipulated. When the soil resistivity value is altered between 100 and 1500 [Ωm], the impedance does not exceed 100 [Ω]; However, if ferromagnetic materials are present, the magnitude of the impedance changes drastically, which can deteriorate the mesh. Therefore, these considerations must be taken into account to observe the performance of the ground connection.

Keywords: atmospheric discharges, electrodes, matlab, hybrid model, grounding.

INTRODUCCIÓN

El sistema eléctrico de potencia es uno de los elementos más importantes para el desarrollo económico y productivo de un país, de darse una falla en cualquier etapa de este sistema se evidenciarían grandes pérdidas. Y en la actualidad, una de las fallas recurrentes que este sistema presenta son las desconexiones de las líneas en las torres ocasionadas por las descargas atmosféricas, dichas descargas provocan que el nivel de voltaje se eleva a tal punto de sobre pasar el aislamiento, dando como resultado un corto circuito y generando la desconexión de las líneas. Para atenuar este problema se emplea el SPT (sistema de puesta a tierra) y el enfoque de esta investigación es estudiar el comportamiento dinámico de la impedancia de los electrodos del sistema de puesta a tierra ante el fenómeno de descargas atmosféricas.

El proyecto técnico se compone de cuatro fases, detalladas a continuación:

En el Capítulo uno se centra en la descripción del problema de estudio, justificación, objetivos, metodología y el empleo de técnicas e instrumentos para el desarrollo del proyecto.

El Capítulo dos constituye el marco teórico que contempla temas orientados a los sistemas de puesta a tierra, electrodos en altas frecuencias, descargas atmosféricas y normas empleadas.

En el Capítulo tres se describe el desarrollo de la herramienta computacional Matlab[®] del comportamiento de los electrodos de puesta a tierra frente a altas frecuencias y aplicado a descargas atmosféricas.

En el Capítulo cuatro se realiza el análisis de pruebas y resultados del funcionamiento de la herramienta computacional.

Cabe mencionar que el presente proyecto técnico posee referencias bibliográficas y anexos.

CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES

1.1 Problema de estudio

El comportamiento dinámico del suelo durante las descargas atmosféricas (impulso fuerte y onda electromagnética) es complejo y depende de la forma de onda de la corriente de excitación, las propiedades eléctricas del suelo y la geometría de los electrodos del sistema de puesta a tierra SPT. Existe una gran diferencia entre el comportamiento del suelo en baja y alta frecuencia. La corriente de alta frecuencia degrada el rendimiento de la conexión de puesta a tierra, por lo que, el SPT no es eficaz para la eliminación de corriente. Esto se debe a que los parámetros y propiedades eléctricas de la tierra dependen de la frecuencia.

En las corrientes de alta intensidad el campo eléctrico de los electrodos del SPT se vuelve más alto que el campo eléctrico circundante, lo que produce una interrupción o descarga impulsiva. El campo eléctrico alrededor del electrodo se comporta como un campo de umbral, por lo que un valor mayor al umbral causa la ruptura dieléctrica del suelo y por consecuencia mejora las funciones del sistema terrestre, que por lo general se ignoran al momento del diseño.

1.2 Justificación

Los sistemas de puesta a tierra son esenciales para los sistemas de energía eléctrica, por lo que se deben considerar en la etapa de diseño con el fin de garantizar el mantenimiento desde un punto de referencia para el potencial de tierra, a la vez que preserva la seguridad tanto para los equipos como para las personas.

El SPT proporciona una ruta conductora para que la corriente se disipe a tierra en condiciones transitorias, además, asegura una ruta de retorno para la corriente de falla de tal forma que limita la generación de sobretensiones peligrosas en condiciones transitorias y de falla.

Cuando se produce una falla o incidente transitorio, la corriente de alta magnitud pasa a la tierra, lo que produce un gradiente de potencial, de tal forma que el SPT se presenta un voltaje generado entre la tierra de referencia y la malla de puesta a tierra. En condiciones transitorias, como descargas directas y rayos, se generan grandes magnitudes de corriente que se disipan por el SPT. Sin embargo, la disipación de una

corriente de falla resulta en un aumento del potencial generado, lo que amenaza a la seguridad de los trabajadores y puede causar daños al equipo auxiliar.

Por lo anterior esta investigación se centra en el desarrollo de una herramienta computacional que permita analizar el comportamiento de los electrodos de puesta a tierra frente a altas frecuencias, considerando características como resistividad del suelo, permeabilidad y permitividad, incluyendo la geometría del SPT, para lo cual se empleará el software MATLAB[®].

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Desarrollar una herramienta computacional para el estudio del comportamiento de los electrodos de puesta a tierra frente a altas frecuencias aplicado a descargas eléctricas.

1.3.2 Objetivos Específicos

Modelar los electrodos del sistema de puesta a tierra simulando un grupo de capacitores, inductores y resistencias interconectadas para analizarlo en base a la frecuencia.

Implementar el modelo del SPT para altas frecuencias en una herramienta computacional para el estudio del comportamiento de los electrodos en el sistema.

Estudiar las variaciones que presenta la impedancia del SPT frente a cambios de los materiales al ser sometido a descargas atmosféricas.

Sugerir posibles mejoras al diseño del SPT mediante la comparación de resultados obtenidos al variar parámetros de los electrodos.

1.4 Metodología

Se describen varios aspectos como el tipo de investigación, técnicas y procedimientos que se van a emplear para llevar a cabo la implementación de la investigación.

1.4.1 Tipo de investigación

Aplicada: debido a que en la investigación se realiza una herramienta para analizar el comportamiento de los electrodos de puesta a tierra frente a altas frecuencias, considerando características como resistividad del suelo, permeabilidad y permitividad.

Descriptiva: se describirán e interpretarán las variables y resultados obtenidos del modelado.

1.4.2 Diseño de la investigación

La presente investigación se considera experimental, porque se basa en el análisis del comportamiento de los electrodos de puesta a tierra frente a altas frecuencias mediante software.

1.4.3 Métodos de la investigación

En la presente investigación se pretende utilizar los siguientes métodos:

Método científico: mismo que servirá para recolectar toda la información del modelado del sistema de nodos de puesta a tierra.

Observación: permite leer y registrar los datos obtenidos de los resultados del estudio del comportamiento de los electrodos de puesta a tierra frente a altas frecuencias aplicado a descargas eléctricas.

Método analítico: permite tomar en cuenta los resultados que sean coherentes.

1.4.4 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Las técnicas e instrumentos de recolección de datos empleados en la presente investigación son:

Uso de Instrumentos: mediante el uso de software se puede desarrollar la herramienta para el análisis del comportamiento de los electrodos de puesta a tierra.

Instrumento: se usará la caja de herramientas de MATLAB[®].

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

2.1 Sistemas de puesta a tierra SPT

Se denomina sistema de puesta a tierra a todos los elementos interconectados pertenecientes a la instalación eléctrica en una superficie específica [1]. Además, el SPT tiene como propósito tres funciones importantes detalladas a continuación [2]:

Función estática que limita el voltaje de las masas conductoras a tierra.

Función dinámica transitoria que sirve como protección a las personas y equipos frente a las sobretensiones de maniobra y de cortocircuito a tierra.

Función dinámica transitoria impulsiva que sirve como protección (pararrayos y descargadores de sobretensiones) ante descargas atmosféricas.

En general, un sistema de puesta a tierra se compone de conductores, bornes, masas, electrodos y superficie del terreno, tal como se indica en la Figura 2.1 [3].

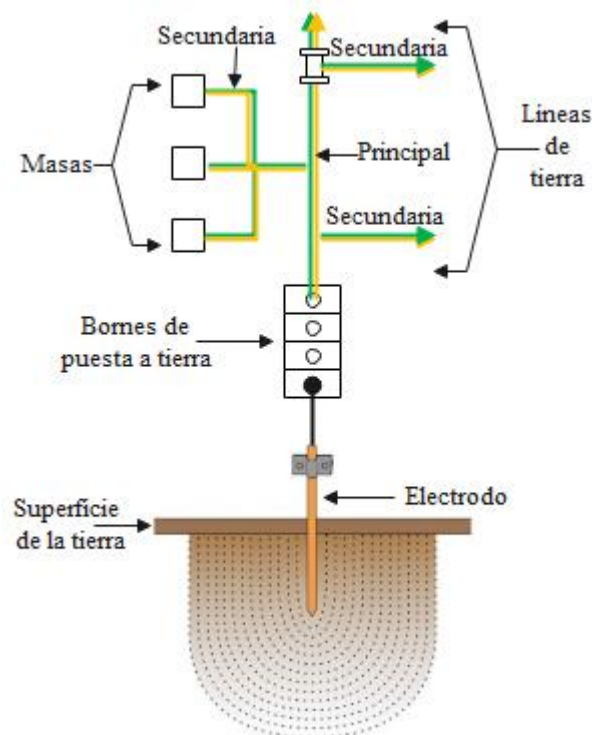


Figura 2.1. Sistema de puesta a tierra

Fuente: Elaboración propia

Cada una de las partes de puesta a tierra representa lo siguiente [3]:

La masa se refiere a la parte conductora de un equipo eléctrico, por lo general, no está bajo tensión. Sin embargo, puede ser sometido a un bajo voltaje en caso de falla de un aislamiento principal.

El conductor de protección realiza la interconexión de todas las partes metálicas a fin de asegurar un mismo potencial tanto las masas como los elementos conductores denominado conexión equipotencial.

En cambio, el conductor de tierra implica la conexión entre el electrodo y el borne de puesta a tierra.

El borne sirve como conexión a tierra de todos los conductores de protección y de conexión equipotencial.

Los electrodos son materiales conductores que entran en contacto con la superficie del terreno para asegurar una conexión durable y eficiente.

La superficie de la tierra o terreno se encarga de disipar las corrientes de fuga y de origen atmosférico.

2.2 Electrodo de tierra

2.2.1 Características

A continuación, se detallan las características que presentan los electrodos de tierra [2]:

En un sistema de puesta a tierra, el valor de la resistencia ya sea en corriente alterna y continua es de gran importancia, por lo que se compone de tres elementos, tales como: se toma en cuenta la resistencia del volumen del suelo que rodea al electrodo ya que su valor cambia acorde al tamaño y forma del electrodo. La resistencia eléctrica que presenta los electrodos se puede despreciar ya que presenta un valor bajo comparado con el volumen del suelo que rodea al electrodo. Cuando se producen descargas, no suele tomarse en cuenta la resistencia de contacto que existe entre el suelo y la superficie del electrodo ya que suele tener un valor máximo del 10% de la resistencia efectiva de la toma de tierra.

La impedancia de una toma de tierra puede ser superior ante una onda de corriente del rayo cuando se trabaja con corriente alterna y el electrodo es largo.

2.2.2 Tipos y materiales

Se definen tres tipos de electrodos dependiendo de la forma y ubicación a la cual deben ser enterradas en el terreno, detallados a continuación [2]:

Los electrodos horizontales en zanjas se entierran cerca del área del suelo, aproximadamente a 60 centímetros.

Electrodos cortos de aproximadamente 2 metros de largo o barras largas, los cuales son enterrados de forma vertical a una profundidad que varía entre 1 a 50 metros.

Y electrodos en forma de placa los cuales son enterrados entre 1 a 4 metros.

Los electrodos como son elementos conductores pueden ser de diversos materiales cuya conductividad y temperatura máxima permisible de fusión se observan en el Anexo 1.

2.3 Superficie de la tierra

2.3.1 Textura del suelo

El suelo contiene materia orgánica, minerales y microorganismos vegetales, agua, aire y animales; por lo tanto, se puede determinar las propiedades físicas, textura, color, porosidad y estructura dependiendo del tamaño de los minerales. En la Figura 2.2 se observa tres partes fundamentales de la textura como el limo, arcilla y arena; estos elementos agregado a cierta cantidad de agua lo hace accesible a realizar trabajos de cualquier índole [4].

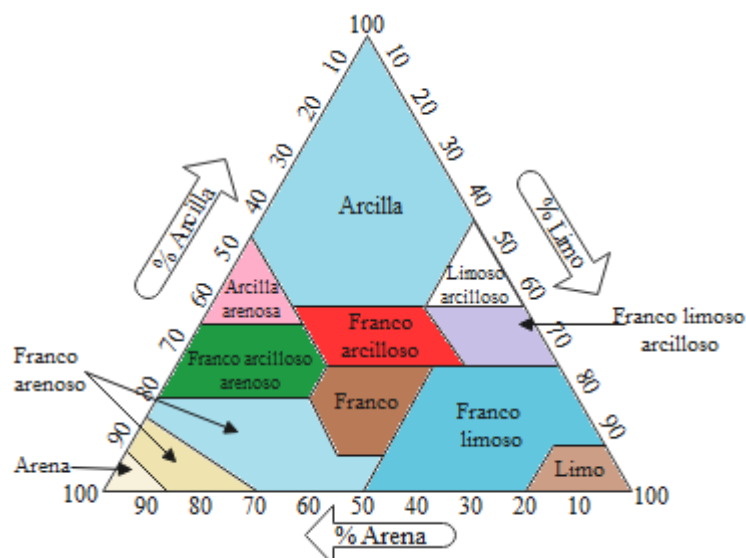


Figura 2.2. Triángulo de las clases texturales del suelo

Fuente: Elaboración propia

En sí, la textura del suelo es una composición de partículas finas que se hacen pesadas cuando son saturadas en agua o si se crea el barro. Además, como es de fácil uso a la hora de tratarla, se generan diferentes tipos de suelos, detallados en la Tabla 2.1 [4].

Tabla 2.1. Clases texturales de suelos

Textura	% Arena	% Limo	% Arcilla	Clase textural
Gruesa	86 – 100	0 – 14	0 – 10	Arenoso
	70 – 86	0 – 30	0 – 15	Franco arenoso
Moderadamente gruesa	50 – 70	0 – 50	0 – 20	Franco arenoso
Mediana	23 – 52	28 – 50	7 – 27	Franco
	20 – 50	74 – 88	0 – 27	Franco limoso
	0 – 20	88 – 100	0 – 12	Limoso
Moderadamente fina	20 – 45	15 – 52	27 – 40	Franco arcilloso
	45 – 80	0 – 28	20 – 35	Franco arenoso arcilloso
	0 – 20	40 – 73	27 – 40	Franco limoso arcilloso
Fina	45 – 65	0 – 20	35 – 55	Arcilloso arenoso
	0 – 20	40 – 60	40 – 60	Arcilloso limoso
	0 – 45	0 – 40	40 – 100	Arcilloso

Fuente: [4]

2.3.2 Resistencia

Desde el punto de vista eléctrico, el terreno se representa como una resistencia pura debido a que la corriente de carga es baja comparada con la de fuga. El valor de la resistencia puede ser determinado aplicando los métodos de dos, tres y cuatro puntos de la norma IEEE Std 81-2012.

Por lo general, el método de dos puntos se aplica en instalaciones residenciales y su función es determinar el valor de resistencia a través de dos electrodos, uno principal (cobre) y otro auxiliar que puede ser de material metálico, tal como se indica en la Figura 2.3.a. El método de tres puntos (Figura 2.3.b) consiste en colocar electrodos a una distancia mayor a 15 metros en sus extremos, es decir, que el segmento o distancia $\overline{ac} > 15 [m]$. Sin embargo, se dificulta la medición de la resistencia cuando existen vibraciones de impulso sobre los electrodos. Para ello, se opta por el método de caída de potencial, el cual la disposición de los electrodos para medición de voltaje debe estar al 62% con relación a los electrodos para la corriente, tal como se indica en la Ecuación 1 [1].

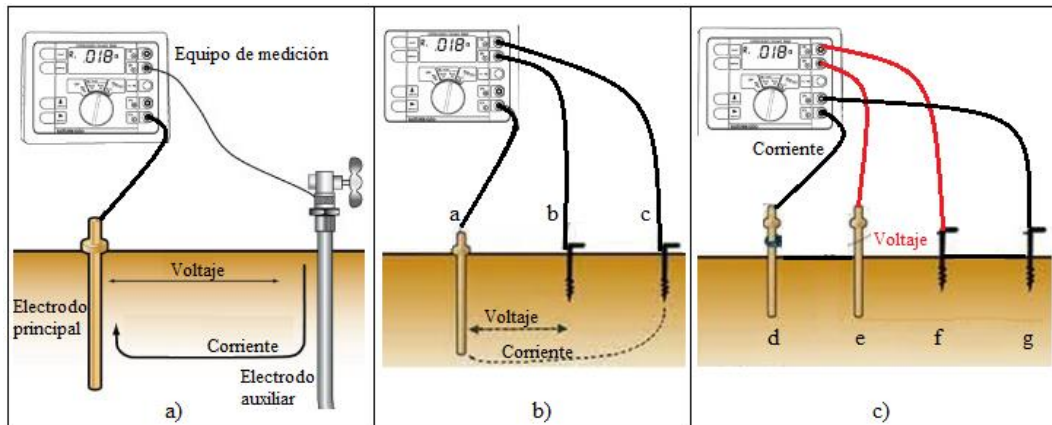


Figura 2.3. Métodos de obtención para la resistencia del terreno

Fuente: Elaboración propia

$$\overline{ab} = 0.62 * \overline{ac}[m] \quad (1)$$

En la Figura 2.3.c se observa el método de cuatro puntos el cual posee dos tipos de configuración, Wenner que considera una distribución uniforme entre los electrodos haciendo que las distancias sean iguales, es decir, que el segmento $\overline{de} = \overline{ef} = \overline{fg}$. En cambio, el método Schlumberger posee una configuración similar al de Wenner, salvo que la distancia \overline{de} debe ser igual a \overline{fg} y mayor a dos veces \overline{ef} .

2.3.3 Resistividad

La resistividad ρ es el grado de dificultad que posee los electrones durante su desplazamiento en el material ya sean conductores o aisladores. Además, posee una relación directa con la resistencia R y área A e inversamente proporcional a la longitud L , tal como se indica en la Ecuación 2 [5].

$$\rho = \frac{RA}{L} [\Omega m] \quad (2)$$

En la Tabla 2.2 se observa diferentes valores de resistividad de acuerdo con la naturaleza del terreno.

Tabla 2.2. Resistividad del terreno

Naturaleza del terreno	Resistividad [Ωm]	Naturaleza del terreno	Resistividad [Ωm]
Arcilla plástica	50	Granito y gres muy alterado	100 – 600
Turba húmeda	5 – 100	FUDEM con arena y ripio	6 – 800
Arcilla, pizarra, suelo pedregoso y materia orgánica	2 – 98	Ripio, arena, piedras pequeñas, arcilla y materia orgánica	35 – 2700
Limo	20 – 100	Roca de mica y cuarzo	800
Humus	10 – 150	Calizas agrietadas	500 – 1000
Margas y arcillas compactas	100 – 200	Arena sílice	200 – 3000
Pizarras	50 – 300	Suelo pedregoso desnudo	1500 – 3000
Calizas blandas	100 – 300	Suelo pedregoso cubierto de césped	300 – 5000
Arena arcillosa	50 – 500	Calizas compactas	1000 - 5000

Fuente: [6, 7]

2.3.4 Permeabilidad magnética

La permeabilidad magnética μ determina la capacidad de un material dentro del campo magnético, por lo que se define como la razón entre la densidad de flujo \vec{B} y la intensidad de campo magnético \vec{H} . Además, se descompone como producto de las permeabilidades en el vacío μ_0 y relativa μ_r , tal como se indica en la Ecuación 3 [8].

$$\mu = \frac{\vec{B}}{\vec{H}} = \mu_0 \mu_r = 4\pi \times 10^{-7} \mu_r \left[\frac{H}{m} \right] \quad (3)$$

Por consiguiente, en la Tabla 2.3 se detalla algunos valores de las permeabilidades magnéticas relativas acorde al tipo de material. Se clasifican en ferromagnéticos cuando su valor es superior a 1, paramagnéticos o no magnéticos si posee una magnitud aproximada a la unidad, también se considera como el vacío. Por último, existen los materiales diamagnéticos donde la permeabilidad magnética relativa es inferior a la unidad.

Tabla 2.3. Permeabilidad magnética relativa

Material	μ_r	Material	μ_r
Superconductor	0	Imán de neodimio	1.05
Cobre	0.999991	Acero al carbón	100
Agua pura	0.999992	Hierro	5000
Aire	1.0000004	Cobalto – hierro	18000
Aluminio	1.00002	Manganeso – zinc	20000
Platino	1.0003	Níquel – hierro	100000

Fuente: (Zapata, 2019)

2.3.5 Permitividad y conductividad eléctrica

La permitividad eléctrica ϵ mide la capacidad de un material entre la densidad de flujo \vec{D} e intensidad de campo eléctrico \vec{E} . Además, se define como el producto de las permitividades en el vacío ϵ_0 y relativa (material) ϵ_r , tal como se indica en la Ecuación 4 [9].

$$\epsilon = \frac{\vec{D}}{\vec{E}} = \epsilon_0 \epsilon_r = 8.854 \times 10^{-12} \epsilon_r \left[\frac{F}{m} \right] \quad (4)$$

En la Tabla 2.4 se describe algunos valores de las permitividades eléctricas relativas acorde al tipo de material y tipo de suelo, este último cambia de magnitud con relación a la frecuencia en el orden de los Giga hercios.

Tabla 2.4. Permitividad eléctrica relativa del material y suelo

Material	ϵ_r	Suelo	ϵ_r
Aire	1.0006	Suelo franco limoso	3 - 29
Arena seca	3.4	(30.63% Arena, 13.48%	
Azufre	4	Arcilla, 55.89% Limo)	
Cuarzo fundido	5	Suelo limoso arcilloso	4.8 – 23.5
Acetato de celulosa	7	(5.02% Arena, 47.38%	
Hielo seco	30	Arcilla, 47.60% Limo)	

Fuente: [8, 9]

La conductividad eléctrica σ_1 es la capacidad que presenta un cuerpo conductor cuando fluye una corriente eléctrica sobre él. Además, se expresa como el inverso de la resistividad y medido en Siemens por unidad de longitud, tal como se indica en la Ecuación 5 [5].

$$\sigma_1 = \frac{1}{\rho} \left[\frac{S}{m} \right] \quad (5)$$

2.4 Análisis de electrodos SPT en altas frecuencias

El comportamiento de un electrodo de puesta a tierra a altas frecuencias presenta ciertos efectos inductivos y capacitivos. Previo a la descripción de los diferentes modelos, se debe conocer la formulación empleada en las fuentes de corriente y representarlas en el dominio de la frecuencia.

2.4.1 Fuentes de corriente

La inyección de corriente en un grupo de electrodos se presenta de dos maneras: la primera cuando existe una amplitud de corriente y la segunda en la forma de onda arbitraria en el dominio de la frecuencia y tiempo, respectivamente. En el caso de estar en el dominio del tiempo se puede aplicar la onda doble exponencial o de tipo Heidler [10].

2.4.2 Descarga atmosférica o rayo

El rayo se genera debido al aire caliente que asciende desde el suelo hacia las nubes, obteniendo un incremento de la temperatura y una atmósfera inestable, por lo que se tiene grandes concentraciones de carga eléctrica en alturas entre 5 a 12 [km] con unos potenciales de hasta millones de voltios y 10200 amperios. Además, son de alta frecuencia por la creciente razón de cambio de la señal de aproximadamente 1 [us]. La descarga atmosférica en una instalación eléctrica sin el uso debido de las protecciones es perjudicial ya que puede provocar el daño hacia los equipos y personas, por lo que se hace conveniente el uso de puestas a tierra con el propósito de garantizar la conexión de potencial a tierra de los equipos y la integridad en las personas [11].

2.4.3 Onda tipo doble exponencial

La descarga atmosférica se puede representar como una onda unidireccional y la expresión matemática se observa en la Ecuación 6, donde se determina la amplitud E , tiempo de frente a y decaimiento b para el cálculo de la corriente [10].

$$i = E(e^{-at} - e^{-bt}) \quad (6)$$

En la Figura 2.4 se observa una onda doble exponencial de 1.2/5 [us] con 1 [kA] de amplitud máxima en un periodo de tiempo de 0.1 [us].

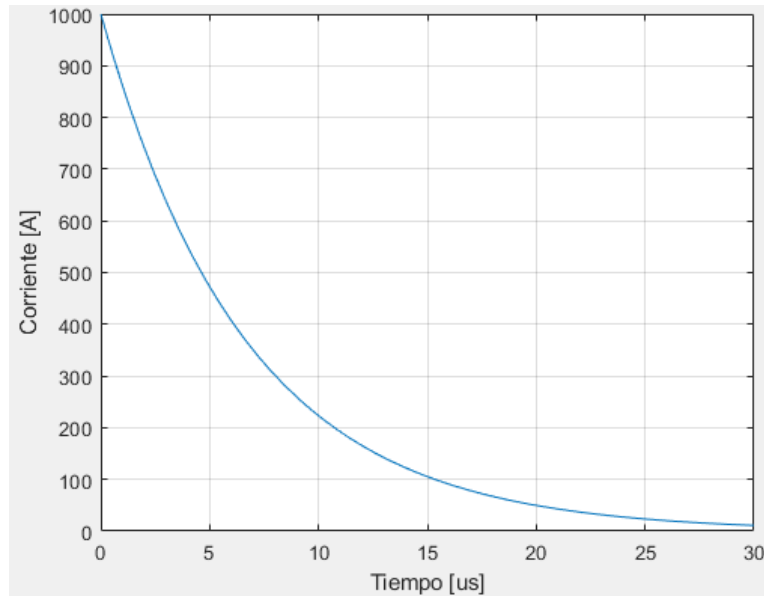


Figura 2.4. Función doble exponencial 1.2/5 [us]

Fuente: Elaboración propia

2.4.4 Transformadas de Fourier y Laplace

Como se ha mencionado anteriormente, el análisis transitorio del electrodo está presente en el dominio de la frecuencia. Sin embargo, se puede aplicar convertir una señal al dominio en el tiempo por medio de las transformadas inversas de Fourier (Ecuación 7) y viceversa en caso de convertir la señal en el tiempo a la frecuencia. La transformada de Fourier puede ser empleado ya sea en el tiempo continuo o discreto, este último puede utilizar un algoritmo computacional basado en la factorización de matrices del flujo de señal, por lo que se convierte en una transformada rápida [10].

$$g(kT) = \frac{1}{n} \sum_{n=0}^{N-1} G\left(\frac{n}{NT}\right) e^{j2\pi nk/N} \quad (7)$$

Donde:

k es un número entero que varía entre 0 hasta $N-1$.

$g(kT)$ representa los datos muestreados de la función G en frecuencia.

Así mismo, se emplea la transformada de Laplace para el análisis de los sistemas lineales invariantes en el tiempo y permite modificarlo al dominio de la frecuencia reduciendo la complejidad matemática. Además, esta transformada convierte tanto las integrales como las derivadas en función del tiempo en el dominio “s”, facilitando la resolución de las ecuaciones, tal como se indica en la Ecuación 8. Una vez hallada la

solución, se regresa al dominio del tiempo aplicando la transformada inversa de Laplace [12].

$$F(s) = \{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \quad (8)$$

Donde $f(t)$ representa la función en el tiempo para todos los números reales mayores o iguales a cero. Como se ha mencionado que el dominio de la frecuencia viene dado por la letra “s”, este es un número complejo cuyo valor se representa bajo la Ecuación 9 y se descompone en una parte real “c” e imaginaria $j\omega$.

$$s = c + j\omega = c + j2\pi f \quad (9)$$

Por último, se establecen tres condiciones suficientes para que la transformada de Laplace exista, indicado a continuación:

$|f(t)| < Mt^{a-1}$ en el rango de tiempo entre $[0, t_0]$, donde M, a y t_0 son números positivos.

Cuando la función $f(t)$ es de tipo exponencial de orden α perteneciente a los números reales cuando el tiempo t tiende a infinito.

$f(t)$ es una función continua o en tramos continuos entre $[t_0, T]$ y $t_0 > 0$, donde T es un número positivo.

2.4.5 Modelos SPT en estado transitorio

El comportamiento de un sistema de puesta a tierra en el estado transitorio puede ser representado mediante modelos de circuitos, campo electromagnético e híbridos [13].

2.5 Modelos de circuitos

El análisis transitorio del sistema de puesta a tierra puede dividirse en varios segmentos y puede representarse en forma de circuitos eléctricos, es decir, que contengan parámetros resistivos R , inductivos L , conductivos G y capacitivos C , tal como se indica en la Figura 2.5 [13].

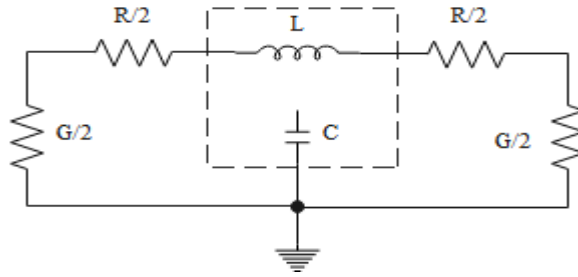


Figura 2.5. Modelo circuital SPT

Fuente: Elaboración propia

El sistema de puesta a tierra también puede tratarse como un circuito similar a una línea de transmisión, donde las magnitudes de voltaje $V(z, t)$ y la corriente $i(z, t)$ dependen de la capacitancia C y resistencia R existente entre los 2 conductores de la línea y el flujo magnético de la sección transversal que se traduce como una autoinducción L ; estas 2 variables se definen por una unidad de longitud dz , tal como se observa en la Figura 2.6 [14].

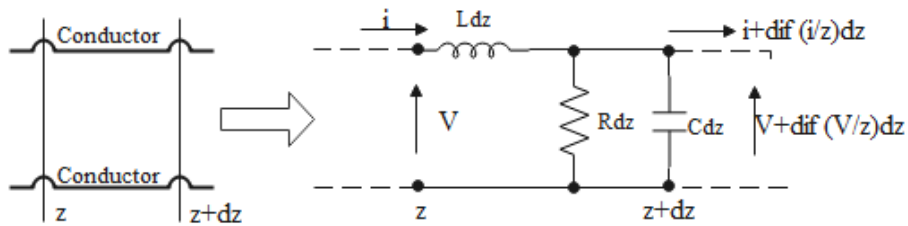


Figura 2.6. Modelo circuital SPT de una línea de transmisión

Fuente: Elaboración propia

Los valores resistivos, capacitivos e inductivos para conductores verticales y horizontales se determinan mediante las Ecuaciones de Sunde, visto en las Ecuaciones 10 y 11, respectivamente [15].

$$\text{Conductores verticales} \left\{ \begin{array}{l} R = \frac{\rho n}{2\pi l} \left[\log \left(\frac{4l}{r} \right) - 1 \right] \\ C = \frac{2\pi\epsilon l}{n} \left[\log \left(\frac{4l}{r} \right) - 1 \right]^{-1} \\ L = \frac{\mu l}{2\pi n} \left[\log \left(\frac{4l}{r} \right) - 1 \right] \end{array} \right. \quad (10)$$

$$\text{Conductores horizontales} \begin{cases} R = \frac{\rho n}{2\pi l} \left[\log \left(\frac{2l}{\sqrt{2rh}} \right) - 1 \right] \\ C = \frac{2\pi\epsilon l}{n} \left[\log \left(\frac{2l}{\sqrt{2rh}} \right) - 1 \right]^{-1} \\ L = \frac{\mu l}{2\pi n} \left[\log \left(\frac{2l}{\sqrt{2rh}} \right) - 1 \right] \end{cases} \quad (11)$$

Donde:

r y l es el radio y longitud del electrodo de la malla de tierra.

n es el número de segmentos divididos del electrodo.

h es la profundidad de la malla.

ρ representa la resistividad del suelo.

ϵ es la permitividad eléctrica.

μ es la permeabilidad magnética.

Partiendo del circuito RLC de la Figura 2.6, se aplican los diferenciales de primer orden del voltaje y corriente, detallados en la Ecuación 12.

$$\begin{cases} \frac{\partial v(z, t)}{\partial z} = -Ri(z, t) - L \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \\ \frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = -Gv(z, t) - C \frac{\partial v(z, t)}{\partial t} \end{cases} \quad (12)$$

Luego, se aplica la segunda derivada con respecto a la variable z y en el tiempo t , tal como se expresa en la Ecuación 13.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 v(z, t)}{\partial z^2} = -R \frac{\partial i(z, t)}{\partial z} - L \frac{\partial^2 i(z, t)}{\partial t \partial z} \\ \frac{\partial^2 i(z, t)}{\partial z^2} = -G \frac{\partial v(z, t)}{\partial z} - C \frac{\partial^2 v(z, t)}{\partial t \partial z} \\ \frac{\partial^2 v(z, t)}{\partial z \partial t} = -R \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} - L \frac{\partial^2 i(z, t)}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 i(z, t)}{\partial z \partial t} = -G \frac{\partial v(z, t)}{\partial t} - C \frac{\partial^2 v(z, t)}{\partial t^2} \end{cases} \quad (13)$$

Se realiza una sustitución de $\frac{\partial v(z, t)}{\partial z}$ y $\frac{\partial i(z, t)}{\partial z}$ en la Ecuación 13.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 v(z, t)}{\partial z^2} = RGv(z, t) + RC \frac{\partial v(z, t)}{\partial t} - L \frac{\partial^2 i(z, t)}{\partial t \partial z} \\ \frac{\partial^2 i(z, t)}{\partial z^2} = GRi(z, t) + GL \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} - C \frac{\partial^2 v(z, t)}{\partial t \partial z} \end{cases} \quad (14)$$

En segunda instancia, se reemplaza $\frac{\partial^2 v(z, t)}{\partial z \partial t}$ y $\frac{\partial^2 i(z, t)}{\partial z \partial t}$ en la Ecuación 14.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 v(z, t)}{\partial z^2} = RGv(z, t) + (RC + GL) \frac{\partial v(z, t)}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 v(z, t)}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 i(z, t)}{\partial z^2} = GRi(z, t) + (RC + GL) \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 i(z, t)}{\partial t^2} \end{cases} \quad (15)$$

Por tanto, en la Ecuación 16 se expresa en la forma fasorial asumiendo señales senoidales.

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = [RG + j\omega(RC + GL) - \omega^2 LC]V \\ \frac{\partial^2 I}{\partial z^2} = [RG + j\omega(RC + GL) - \omega^2 LC]I \end{cases} \quad (16)$$

Donde la constante de propagación k_1 se denota bajo la Ecuación 17.

$$k_1 = \sqrt{RG + j\omega(RC + GL) - \omega^2 LC} \quad (17)$$

2.6 Modelo de campo electromagnético

Este tipo de modelo es preciso para el análisis del comportamiento de los electrodos SPT, pero a la vez es complejo en lo que corresponde al procedimiento de solución. Partiendo de la fórmula matemática en el dominio de la frecuencia ya sea con la onda doble exponencial o con la de tipo Heidler. En caso de que la fuente de excitación esté presente en el tiempo, se calcula el espectro de frecuencia de la señal con la transformada de Fourier ya sea con una señal continua o muestreada. A continuación, se aplican ciertos criterios para encontrar la solución del sistema [10]:

El terreno y aire están separados por una frontera horizontal plana, por tanto, se considera homogéneo.

Conductores cilíndricos cuyo radio es mucho menor a la longitud del conductor.

Se asume una fuente lineal de corriente, por lo que está distribuida en el eje conductor.

Para evitar inestabilidad en el modelo matemático se calcula el campo sobre la superficie del conductor a una distancia igual al radio.

En los extremos abiertos del conductor se asume una corriente nula.

La fuente de corriente de forma arbitraria se encarga de alimentar el sistema.

2.6.1 Método de solución

El método de solución implica dividir en varios segmentos cortos a los conductores, como el ejemplo de la Figura 2.7 que consiste en partir 3 conductores en varios segmentos, es decir, el conductor 3, 2, 1 poseen 1, 2 y 5 divisiones. Además, se calcula el campo eléctrico tangencial en la superficie de cada segmento por lo que se obtiene un sistema lineal de ecuaciones para el cálculo de las corrientes [10].

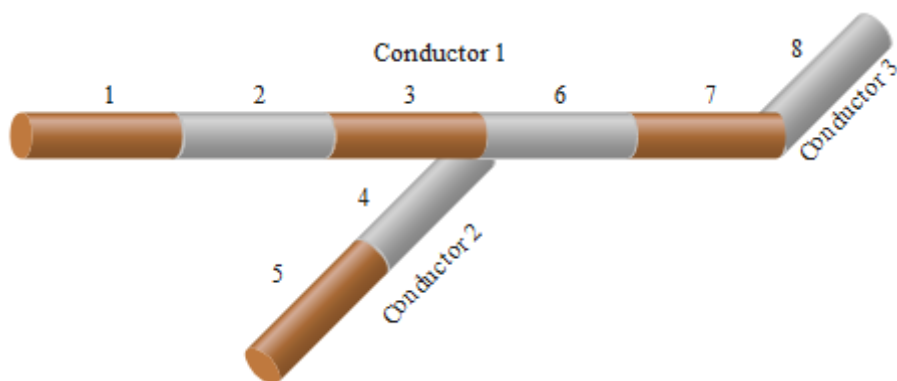


Figura 2.7. Distribución de segmentos en un sistema

Fuente: Elaboración propia

2.6.2 Medio conductor

Para seguir con el desarrollo del modelo, se debe prever el medio conductor [10]:

Infinito, cuando la estructura conductora está sometido a un campo electromagnético incidente E_{inc} por lo que inducirá una corriente en la superficie de la estructura J y un campo disperso E_{scat} , visto en la Figura 2.8.

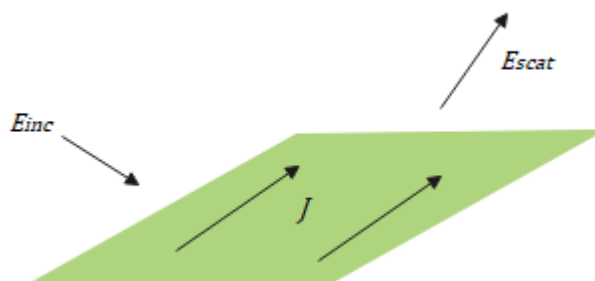


Figura 2.8. Medio conductor infinito

Fuente: Elaboración propia

Interfaz aire-tierra: el campo eléctrico radiado puede estar encima o debajo del terreno por lo que evalúa mediante el método de imágenes convencional. Inicialmente se tiene

como datos de entrada la fuente de corriente i ubicado a una profundidad h de la interfaz aire-tierra, por lo que se calcula el campo eléctrico en el punto M , el cual está ubicado a una distancia r de la fuente. El efecto de la interfaz consiste en modelar una corriente i' en sentido contrario a la fuente principal a una altura igual al valor de profundidad por lo que se obtiene la forma geométrica del triángulo isósceles, con respecto a las distancias r y r' observadas en la Figura 2.9 [10].

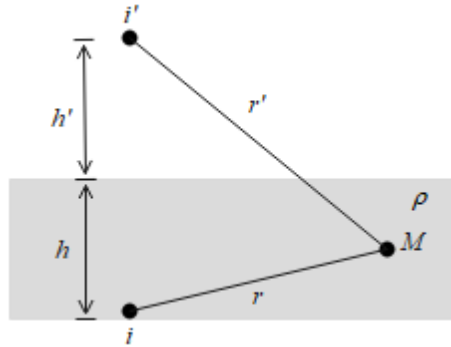


Figura 2.9. Método de imágenes convencional

Fuente: Elaboración propia

La obtención del campo eléctrico en el punto M va a depender de la corriente de la fuente y de la modelada i' , esta última se calcula en relación de los parámetros vistos en la Ecuación 18; donde $\bar{\epsilon}$ y ϵ_0 es la permitividad compleja y del medio, respectivamente.

$$i' = \left(\frac{\bar{\epsilon} - \epsilon_0}{\bar{\epsilon} + \epsilon_0} \right) i = ref_t * i, \quad \bar{\epsilon} = \sigma_1 + j\omega\epsilon \quad (18)$$

2.6.3 Solución del modelo matemático

La distribución de corrientes en cada segmento puede ser aproximado mediante una combinación lineal de M (Ecuación 19), donde $P_i(l)$ y c_i es I_i es 1 en el i ésimo segmento, caso contrario son cero en otro lugar [10].

$$I(l) = \sum_{i=1}^M c_i P_i(l) \quad (19)$$

Se trabaja con modelos matemáticos de baja complejidad para la función $P_i(l)$ con sinusoidales hiperbólicas, tal como se observa en la Ecuación 20 y Figura 2.10 [10].

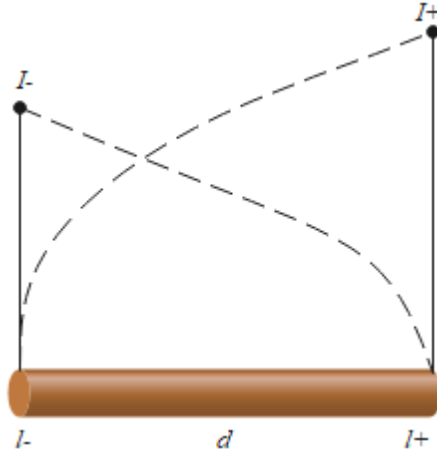


Figura 2.10. Funciones sinusoidales hiperbólicas en un segmento

Fuente: Elaboración propia

$$F(P_i(l)) = F_k(l) = \frac{I_k^- \sinh[k_1(l^- - l)] + I_k^+ \sinh[k_1(l - l^+)]}{\sinh(k_1 d)} \quad (20)$$

Donde:

I_k^- y I_k^+ representan la corriente en los extremos izquierdo y derecho del segmento k , respectivamente.

l^- y l^+ se designan como las coordenadas en los extremos izquierdo y derecho, respectivamente.

d es la longitud del segmento.

La constante de propagación k_1 se calcula mediante la permeabilidad magnética μ y la velocidad angular ω de la Ecuación 21.

$$k_1 = \sqrt{j\omega\mu(\sigma_1 + j\omega\varepsilon)} \quad (21)$$

En la Ecuación 22 se establece el factor de atenuación α (parte real) y constante de fase β (parte imaginaria) de la onda en función de la velocidad de la luz “ $c = 3 \times 10^8$ [m/s]” [16].

$$\begin{cases} \alpha = \omega \text{Im} \sqrt{\varepsilon\mu} = \frac{\omega}{c} \text{Im} \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} \\ \beta = \omega \text{Re} \sqrt{\varepsilon\mu} = \frac{\omega}{c} \text{Re} \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} \end{cases} \quad (22)$$

Luego, se determina la velocidad de propagación v de la onda electromagnética en un medio material en función de la velocidad angular y la constante de fase, visto en la Ecuación 23.

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{c}{Re\sqrt{\epsilon_r\mu_r}} \cong \frac{1}{\sqrt{\frac{\epsilon\mu}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_1}{\omega\epsilon}\right)^2} + 1 \right)}} \quad (23)$$

Por tanto, se establece la longitud de onda del material mediante la Ecuación 24.

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega} v = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{\frac{\epsilon\mu}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_1}{\omega\epsilon}\right)^2} + 1 \right)}} \quad (24)$$

En segunda instancia, se realiza una aproximación de dipolo eléctrico en forma de V para la distribución de la corriente en el eje de los segmentos por medio de las funciones $P_i(l)$, donde cada uno de los brazos pertenece a un segmento del conductor, las corrientes son nulas en los extremos y tiene un valor máximo en el punto de unión, tal como se muestra en la Figura 2.11 [10].

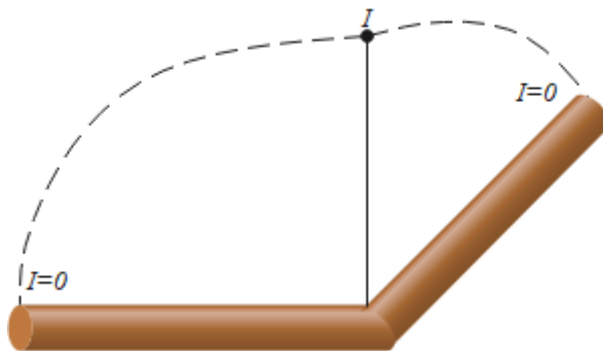


Figura 2.11. Configuración del dipolo eléctrico

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 2.12 se observa como el conductor está situado sobre el eje Z (coordenadas cilíndricas) y el punto C para evaluar el campo eléctrico está en el espacio. Este punto se calcula bajo la expresión de la Ecuación 25, donde se determinan los componentes radial ρ y vertical Z del campo eléctrico E_ρ y E_z ; respectivamente.

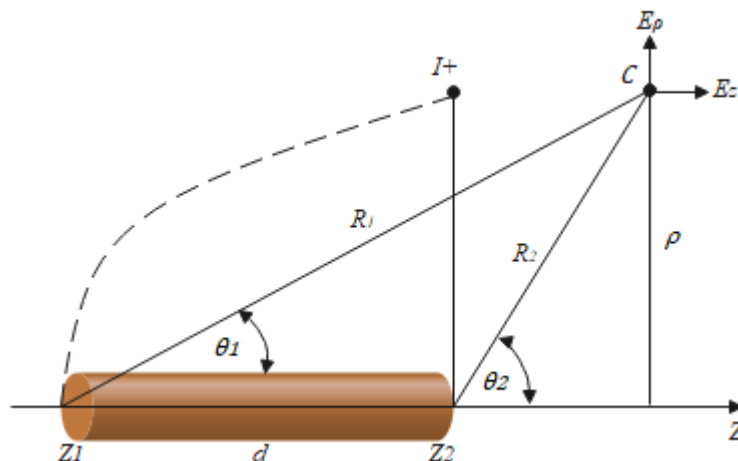


Figura 2.12. Campo eléctrico en coordenadas cilíndricas

Fuente: Elaboración propia

$$\begin{cases} E_{\rho} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{I^-}{4\pi\epsilon \sinh(k_1 d)} [Ae^{-k_1 R_1} - e^{-k_1 R_2} \cos(\theta_2)] \\ E_z = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{I^-}{4\pi\epsilon \sinh(k_1 d)} \left[\frac{e^{-k_1 R_2}}{R_2} - \frac{e^{-k_1 R_1} \cos(k_1 d)}{R_1} \right] \end{cases} \quad (25)$$

Donde:

$$A = \sinh(k_1 d) + \cosh(k_1 d) \cos(\theta_1).$$

R_1, R_2 y d son distancias expresadas en metros.

θ_1 y θ_2 representan los ángulos con respecto al eje Z .

2.6.4 Matriz de impedancia generalizada

Gracias al uso de la Ecuación 25, se determina el campo eléctrico en cualquier punto en el espacio debido a una fuente de corriente sinusoidal, por ende, se puede realizar el mismo procedimiento para determinar el campo eléctrico en una sucesión infinita de puntos y a su vez determinar el potencial eléctrico mediante la integral de línea. Además, existe una correlación recíproca entre el campo eléctrico, voltaje y corriente, el cual genera un sistema lineal de ecuaciones para un infinito número de corrientes y puntos de cálculo por lo que se denomina como matriz de impedancias generalizada Z_{mn} y se determina mediante la Ecuación 26 [10].

$$Z_{mn} = \int F_n^d(I_n) \vec{I}_n \cdot \vec{E}_m dl \quad (26)$$

F_n^d son las funciones aproximadas del campo eléctrico en la superficie de los conductores y I_n representan las corrientes desconocidas para N muestras

correspondientes al número de dipolos que existen en la red de conductores y al monopolo de la corriente de fuente I_s ; también se puede hallar las corrientes por medio de la matriz indicada en la Ecuación 27 [10].

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1N} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{N1} & Z_{N2} & \dots & Z_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Z_{10}I_s \\ -Z_{20}I_s \\ \vdots \\ -Z_{N0}I_s \end{bmatrix} \quad (27)$$

2.7 Modelo híbrido

El modelo híbrido utiliza las ecuaciones de Maxwell para expresar el comportamiento transitorio de los electrodos producidos por descargas atmosféricas, realiza la teoría de circuitos para la distribución de las corrientes en los conductores pertenecientes a la puesta a tierra para la obtención del potencial eléctrico respecto al infinito, hace el análisis de propagación de ondas en el modo transversal electromagnético con un mínimo de dos electrodos y halla el acople que existe en el medio del sistema [10].

2.7.1 Consideraciones del medio y de los conductores

Se considera el método de imágenes y los conductores enterrados en el terreno como medio conductor, visto en el Apartado 2.6.2. Además, es importante considerar que los conductores sean cilíndricos para la simetría del campo, delgados (radio menor a la longitud) para que se denote como un hilo conductor y rectilíneos por el fácil manejo de vectores sobre el eje [10].

2.7.2 Fuentes de corriente en el modelo híbrido

Las fuentes de corriente en los segmentos conductores se definen como al sumatorio del efecto longitudinal y transversal. La primera fuente I_L genera una fuerza electromotriz ΔV_{ij} inducida en los segmentos, donde la razón se denomina acoplamiento longitudinal Z_L por lo que se considera un segmento emisor j y otro que experimenta la caída de voltaje como el receptor i , tal que se expresa en la Ecuación 28 [10].

$$Z_{Lij} = \frac{\Delta V_{ij}}{I_{Lj}} \quad (28)$$

La segunda fuente I_T se forma cuando existe una variación de potencial en la región y demás segmentos respecto al infinito, por lo que presenta un acoplamiento transversal Z_T visto en la Ecuación 29 [10].

$$Z_{T_{ij}} = \frac{V_i}{I_{T_j}} \quad (29)$$

2.7.3 Cálculo de impedancias de acople

Se utiliza las ecuaciones de Maxwell para determinar las fuentes de corriente longitudinal y transversal en el dominio de la frecuencia, tal como se detalla a continuación [10]:

Impedancia longitudinal: en la Ecuación 30 se destaca la integral lineal de la fuerza electromotriz inducida en función del productor vectorial magnético E y A se define en función de la densidad de corriente J .

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta V_{ij} = \oint E \cdot dl = -j\omega \oint A \cdot dl \\ A(x, y, z) = \int \frac{\mu_0 J(x', y', z')}{4\pi R} dV' \left[\frac{Wb}{m} \right] \\ R = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2} \end{array} \right. \quad (30)$$

Donde se tienen las siguientes consideraciones:

Los elementos de volumen V se convierten en filamentos de corriente por lo que se transforma en una integral de línea y J es aproximadamente igual a la corriente longitudinal I_L .

La diferencial dV' es igual a dl_j a lo largo del segmento emisor j y dirección I_L .

R representa la distancia entre el segmento emisor y un punto en el receptor, tal como se indica en la Figura 2.13 y su vector \vec{A} se calcula mediante la Ecuación 31.

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{e^{-k_1 R}}{R} dl_j \quad (31)$$

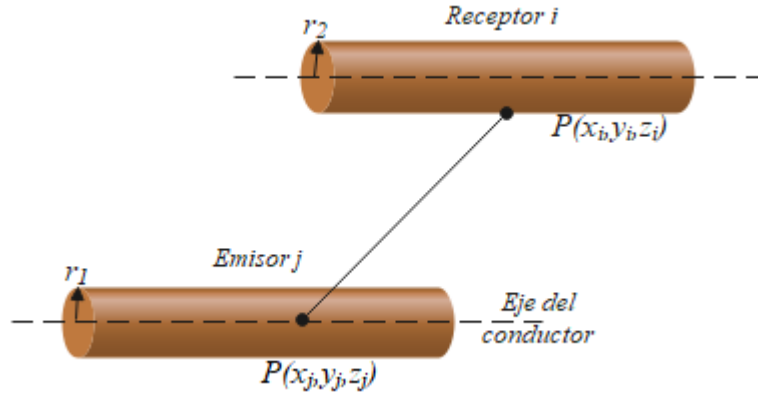


Figura 2.13. Distancia entre los segmentos emisor y receptor

Fuente: Elaboración Propia

Reemplazando la Ecuación 32 en la 31, obteniendo la fuerza electromotriz para todos los puntos del segmento.

$$\Delta V_{ij} = -j\omega \frac{\mu I_{Lj}}{4\pi} \iint \frac{e^{-k_1 R}}{R} dl_j dl_i \quad (32)$$

Por tanto, la impedancia longitudinal se obtiene a través de la Ecuación 33.

$$Z_{Lij} = -j\omega \frac{\mu}{4\pi} \iint \frac{e^{-k_1 R}}{R} dl_j dl_i \quad (33)$$

Impedancia transversal: el potencial escalar eléctrico ϕ calcula el aumento de V en un punto del segmento receptor en el dominio de la frecuencia, tal como se indica en la Ecuación 34.

$$V = \phi = \frac{I_{Tj}}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)L_j} \int \frac{e^{-k_1 R}}{R} dl_j \quad (34)$$

Utilizando el potencial promedio sobre la longitud del segmento se obtiene V_{ij} , tal que:

$$V_{ij} = \frac{1}{L_i} \int V dl_i \quad (35)$$

Luego, se reemplaza la Ecuación 34 en la 35, obteniendo lo siguiente:

$$V_{ij} = \frac{I_{Tj}}{4\pi(\sigma + j\omega\epsilon)L_j L_i} \iint \frac{e^{-k_1 R}}{R} dl_j dl_i \quad (36)$$

Por último, se obtiene la impedancia transversal tal como se muestra en la Ecuación 37.

$$Z_{T_{ij}} = \frac{1}{4\pi(\sigma + j\omega\varepsilon)L_jL_i} \iint \frac{e^{-k_1R}}{R} dl_j dl_i \quad (37)$$

2.7.4 Sistema matricial

Los acoples longitudinal y transversal ayudan a la construcción de las matrices cuadradas de las impedancias respectivas, visto en la Ecuación 38 [10].

$$\begin{cases} \Delta V_{[nx1]} = Z_{L_{[nzn]}} \cdot I_{L_{[nx1]}} \\ V_{[nx1]} = Z_{T_{[nzn]}} \cdot I_{T_{[nx1]}} \end{cases} \quad (38)$$

Donde:

$\Delta V_{[nx1]}$ y $V_{[nx1]}$ son los vectores de caídas de tensión y elevación de potencial en cada segmento, respectivamente.

$I_{L_{[nx1]}}$ y $I_{T_{[nx1]}}$ representan los vectores de las corrientes longitudinales y transversales, respectivamente.

n define el número de segmentos de la configuración.

2.7.5 Solución del sistema

Se observa que el sistema matricial del Apartado 2.7.4 posee dos ecuaciones independientes con un mayor número de incógnitas, por lo que se aplica la teoría de circuitos para obtener un sistema del mismo número de ecuaciones e incógnitas. Para ello, se utiliza las tensiones en los extremos de los segmentos, denominados como tensiones nodales. A continuación, se realiza el siguiente análisis [10]:

Paso 1. Se invierte las matrices de impedancia $Z_{L_{[nzn]}}$ y $Z_{T_{[nzn]}}$, obteniendo en la Ecuación 39 las admitancias longitudinales $Y_{L_{[nzn]}}$ y transversales $Y_{T_{[nzn]}}$.

$$\begin{cases} I_{L_{[nx1]}} = Y_{L_{[nzn]}} \cdot \Delta V_{[nx1]} \\ I_{T_{[nx1]}} = Y_{T_{[nzn]}} \cdot V_{[nx1]} \end{cases} \quad (39)$$

Paso 2. Se determina las relaciones de tensión de cada segmento, donde el potencial respecto al infinito se expresa como el promedio de las tensiones nodales V_1 y V_2 , visto en la Figura 2.14.a. En cambio, la caída de tensión (Figura 2.14.b) se expresa como la diferencia de las tensiones nodales, tal como se indica en la Ecuación 40.

$$\begin{cases} V = \frac{V_1 + V_2}{2} \\ \Delta V = V_2 - V_1 \end{cases} \quad (40)$$

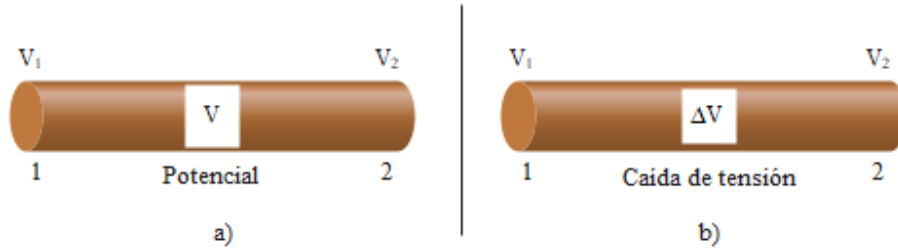


Figura 2.14. a) Potencial respecto al infinito y b) caída de tensión del segmento

Fuente: Elaboración propia

Por consiguiente, se obtiene que el potencial como la caída de tensión en el segmento quedan en función de las tensiones nodales (Ecuación 41), de tal manera que se puede representar como el producto de la matriz de constantes longitudinales $A_{L[nxm]}$ o transversales $A_{T[nxm]}$ por los vectores nodales $V_{N[mx1]}$, donde m representa el número de nodos.

$$\begin{cases} V_{[nx1]} = A_{T[nxm]} \cdot V_{N[mx1]} \\ \Delta V_{[nx1]} = A_{L[nxm]} \cdot V_{N[mx1]} \end{cases} \quad (41)$$

Debido a que se factoriza el término “1/2” de la Ecuación 40, este valor se coloca en la l-ésima y k-ésima columnas correspondientes a sus tensiones nodales de las l-ésima y k-ésima filas; las demás ubicaciones son nulas. Dicho de otra manera, se tiene como ejemplo un electrodo dividido en seis segmentos, donde se forma la expresión del potencial promedio o medio de cada segmento (V_1, V_2) , (V_2, V_3) , (V_3, V_4) , (V_4, V_5) , (V_5, V_6) y (V_6, V_7) vistos en la Figura 2.15 y Ecuación 42.



Figura 2.15. Electrodo segmentado en 6 partes

Fuente: Elaboración propia

$$\begin{bmatrix} V_{n1} \\ V_{n2} \\ V_{n3} \\ V_{n4} \\ V_{n5} \\ V_{n6} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \end{bmatrix} \quad (42)$$

Lo mismo ocurre con la matriz de constante longitudinal, salvo se coloca el valor uno positivo en el nodo inicial y su negativo en el final, tal como se observa en el ejemplo de la Figura 2.15 y expresado en la Ecuación 43.

$$\begin{bmatrix} \Delta V_{n1} \\ \Delta V_{n2} \\ \Delta V_{n3} \\ \Delta V_{n4} \\ \Delta V_{n5} \\ \Delta V_{n6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \end{bmatrix} \quad (43)$$

Reemplazando la Ecuación 41 en la 39 se obtiene las siguientes corrientes longitudinales y transversales, visto en la Ecuación 33.

$$\begin{cases} I_{L[nx1]} = Y_{L[nxn]} \cdot A_{L[nxm]} \cdot V_{N[mx1]} \\ I_{T[nx1]} = Y_{T[nxn]} \cdot A_{T[nxm]} \cdot V_{N[mx1]} \end{cases} \quad (44)$$

Paso 3. En la Figura 2.16 se observa un ejemplo para un segmento del conductor, donde la corriente transversal está presente en los extremos del segmento y equivalente a $I_T/2$; así mismo se visualiza como la corriente longitudinal llega al nodo final partiendo del inicial. Por tanto, se aplica la ley de Kirchoff de corriente, es decir, que todas las corrientes entrantes son iguales a las salientes, esto se aplica a todos los nodos de la configuración.



Figura 2.16. Corriente de nodo para un segmento del conductor

Fuente: Elaboración propia

Además, la fuente de corriente debe estar expresada en el dominio de la frecuencia y entra como nodo de inyección, salvo que el sumatorio de las corrientes no es nulo sino igual al valor de la corriente inyectada en ese nodo, por lo que se arroja un sistema matricial en función de las corrientes longitudinales, transversales y de inyección $I_{y_{[mx1]}}$, tal como se indica en la Ecuación 45, este último factor será de valor unitario en el nodo de inyección, caso contrario es nulo.

$$I_{y_{[mx1]}} = A_{[mx2n]} \cdot I_{T,L_{[2nx1]}} \quad (45)$$

Donde la matriz de constantes $A_{[mx2n]}$ posee los valores longitudinales y transversales de $\frac{1}{2}$, 1, -1, 0 y su resultado se denota como la matriz compuesta de las transpuestas longitudinales A_L^t y transversales A_T^t . el término $I_{T,L_{[2nx1]}}$ es un vector columna formado por las corrientes I_L y I_T . Por consiguiente, reemplazando la Ecuación 39 en la 43 se obtiene el sistema matricial de la corriente de inyección.

$$[I_y]_{mx1} = [y_n]_{mxm} \cdot [V_N]_{mx1} \quad (46)$$

Donde:

$$[y_n]_{mxm} = [-A_L^t \quad A_T^t]_{mx2n} \cdot \begin{bmatrix} Y_L \cdot A_L \\ Y_T \cdot A_T \end{bmatrix}_{2n \times m}$$

Por último, se puede expresar como un sistema lineal de ecuaciones, tal como se indica en la Ecuación 47.

$$[I] = [\bar{Y}] \cdot [V] \quad (47)$$

CAPÍTULO 3

MODELO HÍBRIDO EN MATLAB®

3.1 Propuesta del modelo

Se utiliza la herramienta computacional Matlab® para obtener el comportamiento de la impedancia de los electrodos SPT en altas frecuencias y aplicado en descargas atmosféricas. En la Figura 3.1 se observa que el diseño del modelo híbrido está dividido en tres partes, una fase inicial donde se ingresan los parámetros del medio en vacío, suelo y malla de tierra, además de otros parámetros de configuración como la frecuencia de operación y el tipo de integración (simple, doble o triple).

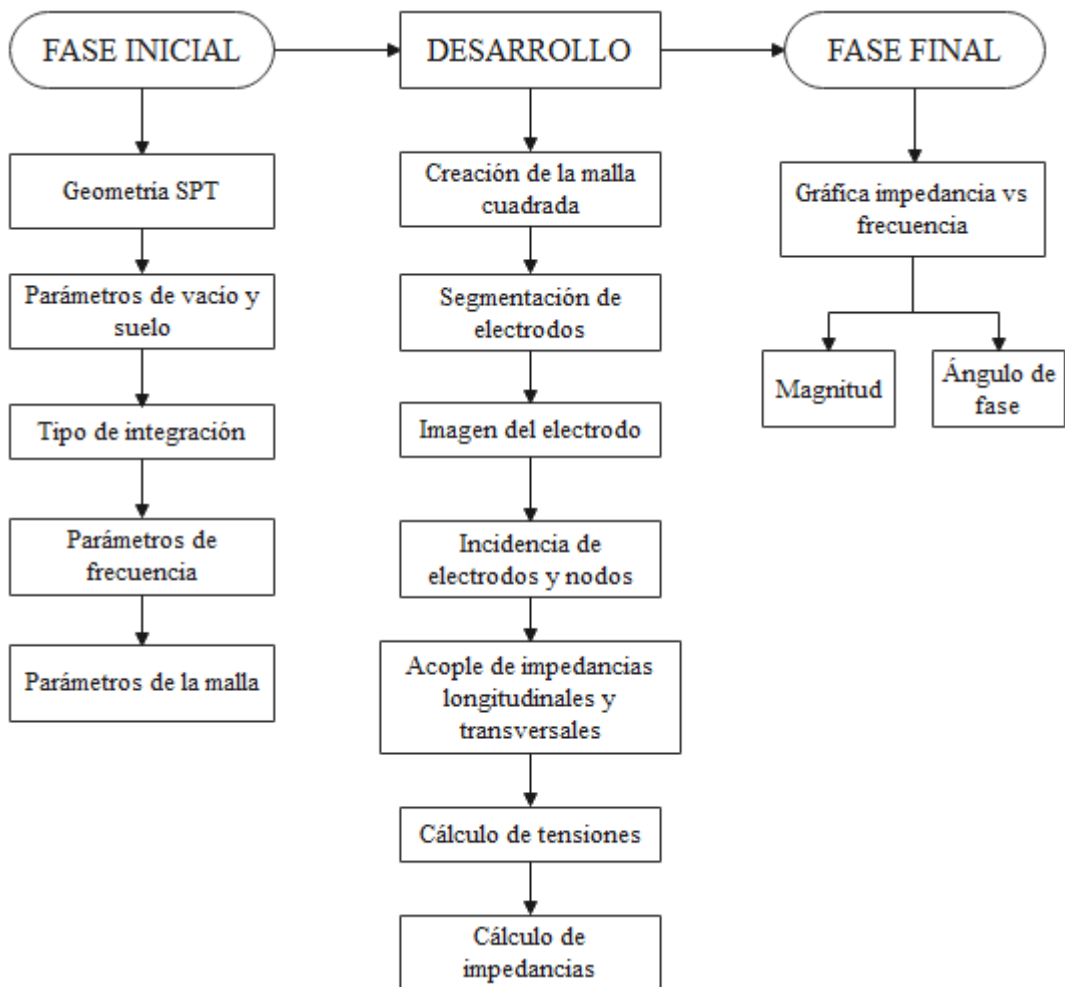


Figura 3.1. Diseño del modelo híbrido

Fuente: Elaboración propia

En la segunda fase se tiene el desarrollo del programa, el cual realiza todos los cálculos necesarios para obtener en la fase final las gráficas de la impedancia en función de la frecuencia.

3.2 Fase inicial

En esta sección se detallan los diferentes parámetros de configuración previo al desarrollo del programa, indicados a continuación:

La geometría de la malla es de tipo cuadrada de longitud “ gs ” la cual está expresada en metros.

Se establece la permeabilidad magnética μ en el vacío ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \left[\frac{H}{m} \right]$) y del suelo μ_r , aplicando la Ecuación 3 del Apartado 2.3.4.

$$\mu = \mu_0 \mu_r = 4\pi \times 10^{-7} \mu_r \left[\frac{H}{m} \right]$$

Se determina la permitividad eléctrica ε en el vacío ($\varepsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \left[\frac{F}{m} \right]$) y del suelo ε_r , utilizando la Ecuación 4 del Apartado 2.3.5

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r = 8.854 \times 10^{-12} \varepsilon_r \left[\frac{F}{m} \right]$$

Previo al cálculo de la conductividad, se define la resistividad del suelo. Por lo tanto, a través de la Ecuación 5 del Apartado 2.3.5 se determina la conductividad eléctrica σ_1 .

$$\sigma_1 = \frac{1}{\rho} \left[\frac{S}{m} \right]$$

Tanto la impedancia longitudinal como la transversal poseen una integración doble por lo que se define parámetros de errores absolutos y relativos, valor máximo de evaluación y condiciones si es que existe algún tipo de error durante su desarrollo.

Se forma las frecuencias de operación donde se observará los resultados gráficos de este estudio. El rango de operación va entre 100 a $10^{6.4}$ [Hz] definido en 150 puntos.

Otro parámetro por definirse de la frecuencia es la longitud de onda del material, empleando la Ecuación 24 (ver Apartado 2.6.3).

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{2} \left(\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma_1}{\omega\varepsilon} \right)^2} + 1 \right)}}$$

Cabe mencionar que la velocidad angular $\omega = 2\pi f$, donde f es la frecuencia de los 150 puntos calculados. Por consiguiente, se realiza una segmentación en 6 partes al electrodo.

Por último, se define los parámetros de la malla cuadrada, tales como: radio del electrodo r [m], profundidad de la malla h [m], longitud de la malla $l = gs$ [m] y espaciamiento entre conductores n en metros.

3.3 Desarrollo

Como se ha mencionado en la Figura 3.1, el desarrollo del programa consta de siete partes: formación de la malla cuadrada, segmentación e imagen de los electrodos, incidencia de electrodos y nodos, acoplamiento de impedancias longitudinales y transversales a fin de obtener el cálculo de las tensiones e impedancias.

3.3.1 Malla cuadrada

Se crea una malla cuadrada de electrodos utilizando los parámetros de diseño r, h, l y n , tal como se indica en la Figura 3.2.

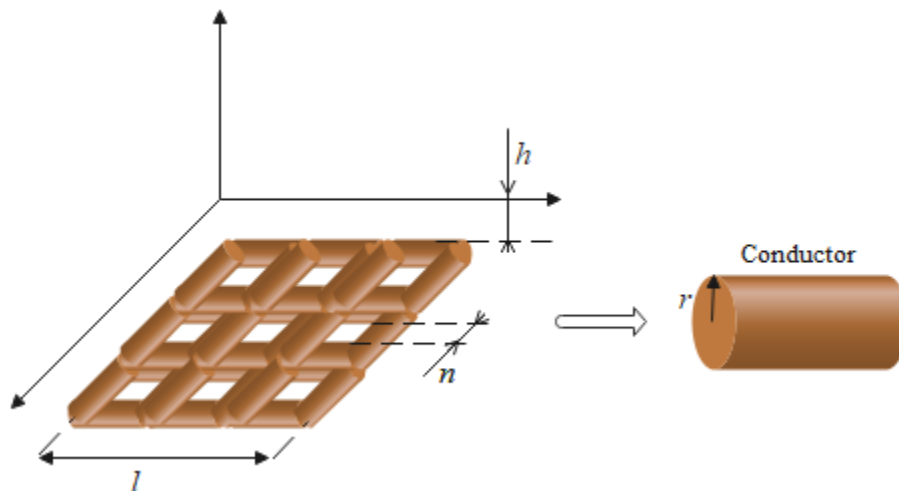


Figura 3.2. Malla cuadrada

Fuente: Elaboración propia

3.3.2 Segmentación de los electrodos

De la lista de electrodos se realiza una división en varios segmentos de igual longitud, para determinar el número de electrodos y nodos que posee la malla cuadrada. Además, se determina la inyección de corriente en el nodo correcto, cuando se sitúa entre dos segmentos consecutivos, por ejemplo, el grupo de segmentos (s_1, s_{13}) , (s_1, s_2) , (s_2, s_3) , (s_2, s_{16}) de la Figura 3.3 y así sucesivamente hasta completar la configuración de la malla SPT.

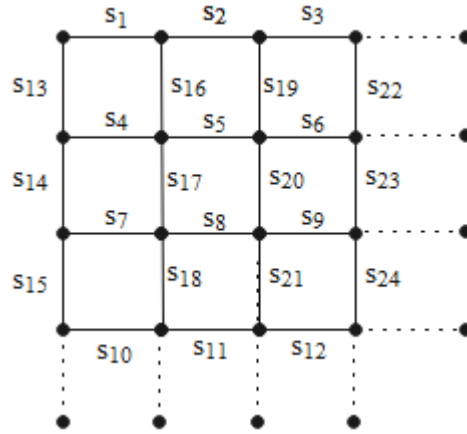


Figura 3.3. Inyección de nodos

Fuente: Elaboración propia

Por consiguiente, se determina la imagen de los electrodos tomando como referencia los puntos iniciales, medios y finales de la corriente modelada.

3.3.3 Incidencia de electrodos y nodos

Se calcula las matrices de incidencia de las constantes longitudinales $A_{L_{[n \times m]}}$ y transversales $A_{T_{[n \times m]}}$ aplicando las Ecuaciones 42 y 43, respectivamente del Apartado 2.7.5.

$$A_{T_{[n \times m]}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_{L_{[n \times m]}} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

3.3.4 Cálculo de impedancias

Para determinar los acoples de impedancias longitudinales y transversales, se necesitan de las siguientes constantes:

Propagación k_1 de la Ecuación 21 (Apartado 2.6.3), junto con los datos de la velocidad angular en función de la frecuencia, permitividad compleja $\bar{\epsilon}$ (Ecuación 18 del Apartado 2.6.2), permeabilidades relativas μ_r y en el vacío $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} [H/m]$.

$$k_1 = \sqrt{j\omega\mu(\sigma_1 + j\omega\varepsilon)} = \sqrt{j\omega\mu_0\mu_r\bar{\varepsilon}}$$

Corriente modelada de la Ecuación 18 (Apartado 2.6.2).

$$ref_t = ref_l = \frac{\bar{\varepsilon} - \varepsilon_0}{\bar{\varepsilon} + \varepsilon_0}$$

3.3.5 Cálculo de admitancias y tensiones

Se determina la admitancia de los electrodos y nodos, utilizando la Ecuación 46 (Apartado 2.7.5).

$$[y_n]_{m \times m} = [-A_L^t \quad A_T^t]_{m \times 2n} \cdot \begin{bmatrix} Y_L \cdot A_L \\ Y_T \cdot A_T \end{bmatrix}_{2n \times m}$$

Por consiguiente, se determina las tensiones por medio de la Ecuación 47 del Apartado 2.7.5.

$$[I] = [\bar{Y}] \cdot [V]$$

Una vez obtenido la matriz de tensiones, se calcula la impedancia total similar a la Ley de Ohm.

$$[Z] = [V] \cdot [I]$$

3.4 Fase final

En la Figura 3.4 se expone el comportamiento del comportamiento de la impedancia de los electrodos SPT en altas frecuencias, aplicado en descargas atmosféricas.

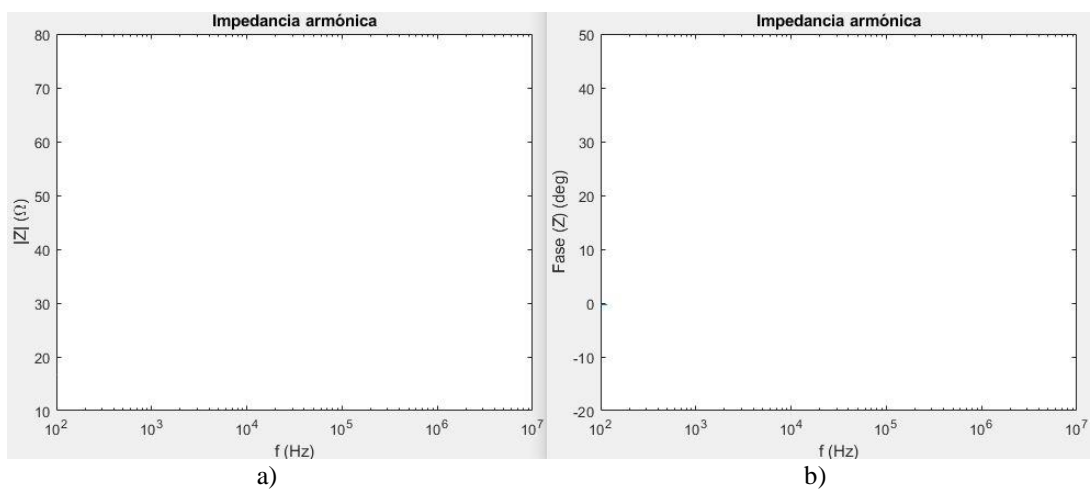


Figura 3.4. a) magnitud y b) ángulo de fase de la impedancia en función de la frecuencia

Fuente: Elaboración propia

CAPÍTULO 4

PRUEBAS Y RESULTADOS

4.1 Validez del programa computacional

Las respuestas del comportamiento de la impedancia frente a descargas atmosféricas del software de Matlab[®] fueron comparadas con los parámetros propuestos por Greev y Heimbach, [17]; el cual utiliza ciertos parámetros del suelo y malla, tales como:

Permitividad eléctrica relativa $\epsilon_r = 9$.

Permeabilidad magnética relativa $\mu_r = 1$.

Resistividad $\rho = 1000 [\Omega m]$.

Radio del conductor $r = 7 [mm]$.

Profundidad de la malla enterrada $h = -0.5 [m]$.

División de la malla (largo = ancho) $n = gs/10 [m]$.

A continuación, se expone los siguientes resultados:

Malla SPT de 10 metros cuadrados.

Con el uso del Telurómetro ETCR 3200 y el método Wenner (4 puntos) se presentan los resultados de resistencia ante una distancia de 1, 2, 3 y 6 metros, visto en la Figura 4.1. En bajas frecuencias se observa como la resistencia varía entre 50 a 55 $[\Omega]$, teniendo un promedio de 52.31 $[\Omega]$.

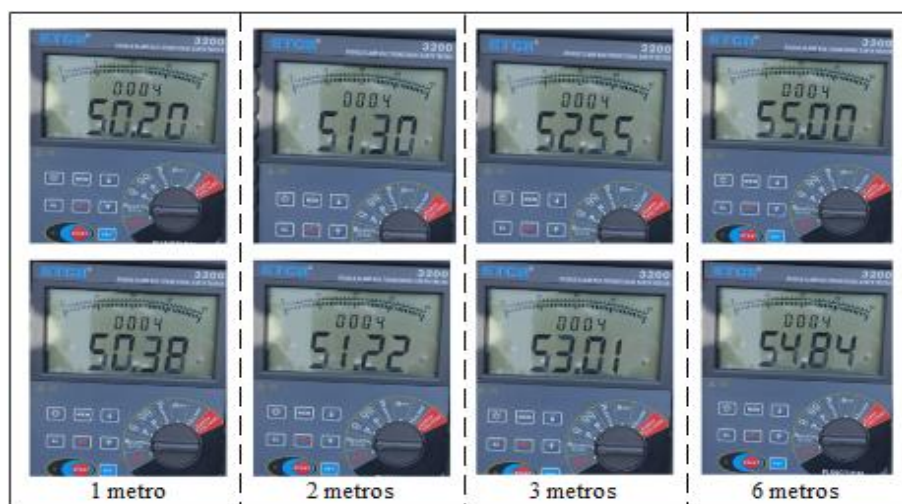


Figura 4.1. Mediciones de resistencia SPT para la malla GS10

Fuente: Elaboración propia

Además, en las Figuras 4.2.a) y b) se observan como las magnitudes de las impedancias que varían en el rango entre 45 a 55 [Ω] cuando se somete a frecuencias menores de 1 [MHz].

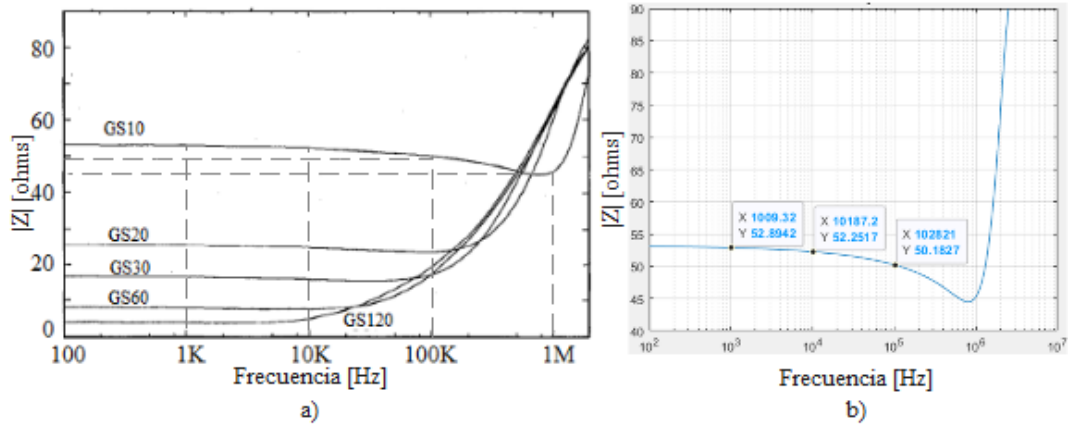


Figura 4.2. Impedancia utilizando a) artículo y b) matlab[®] en la malla GS10

Fuente: Elaboración propia

Malla SPT de 20 metros cuadrados.

La malla GS20 presenta curvas similares en las Figuras 4.3.a) y b) ya que la impedancia posee valores entre 20 a 30 [Ω] antes del grupo de frecuencias entre 100 a 100 [kHz]. Luego, aumenta la magnitud a 62.38 [Ω] cuando la frecuencia posee un valor de 1.038 [MHz].

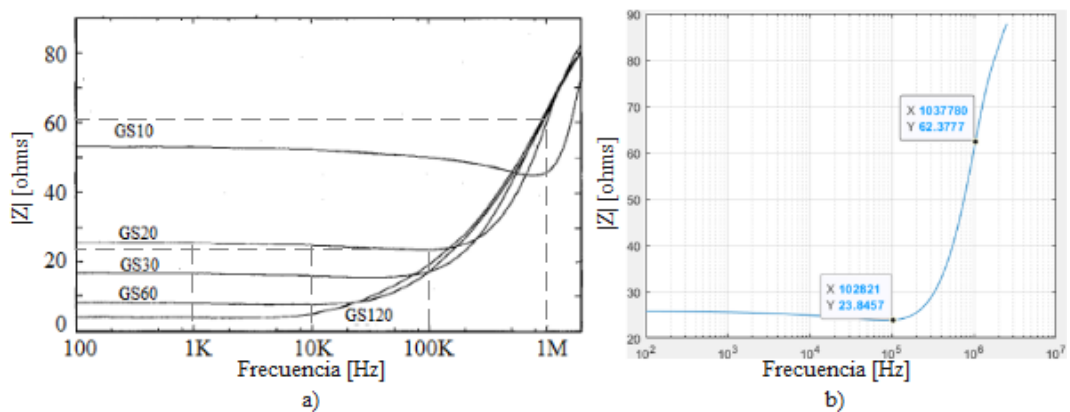


Figura 4.3. Impedancia utilizando a) artículo y b) matlab[®] en la malla GS20

Fuente: Elaboración propia

Malla SPT de 30 metros cuadrados.

En las Figuras 4.4.a) y b) se observa curvas similares cuando se tiene una malla GS30, ya que la impedancia presenta valores entre 10 a 20 [Ω] dentro del grupo de frecuencias en el rango entre 100 a 100 [kHz]. Luego, aumenta la magnitud a 65.04 [Ω] cuando la frecuencia posee un valor de 1.038 [MHz].

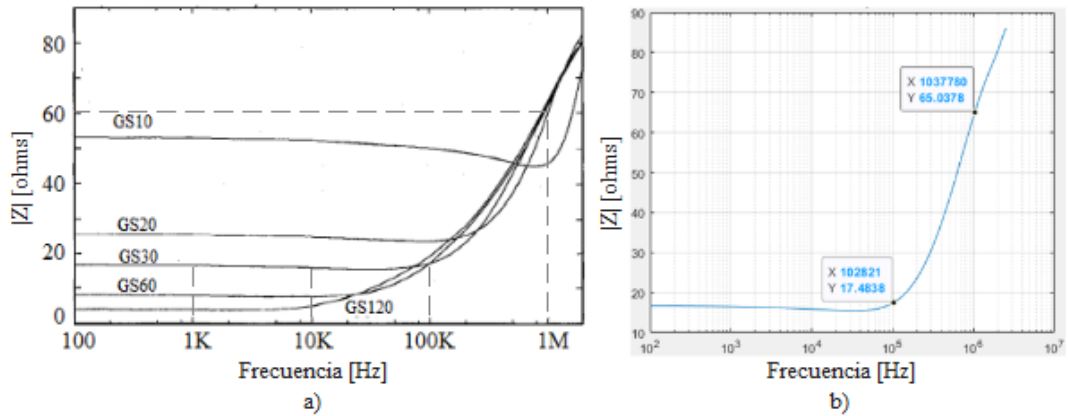


Figura 4.4. Impedancia utilizando a) artículo y b) matlab[®] en la malla GS30

Fuente: Elaboración propia

Malla SPT de 60 metros cuadrados.

La malla GS60 presenta curvas similares tal como se observan en las Figuras 4.5.a) y b) ya que la impedancia posee magnitudes de 5 a 10 [Ω] entre 100 a 10 [kHz]. Luego, aumenta la magnitud a 63.88 [Ω] cuando la frecuencia presenta un valor de 1.038 [MHz].

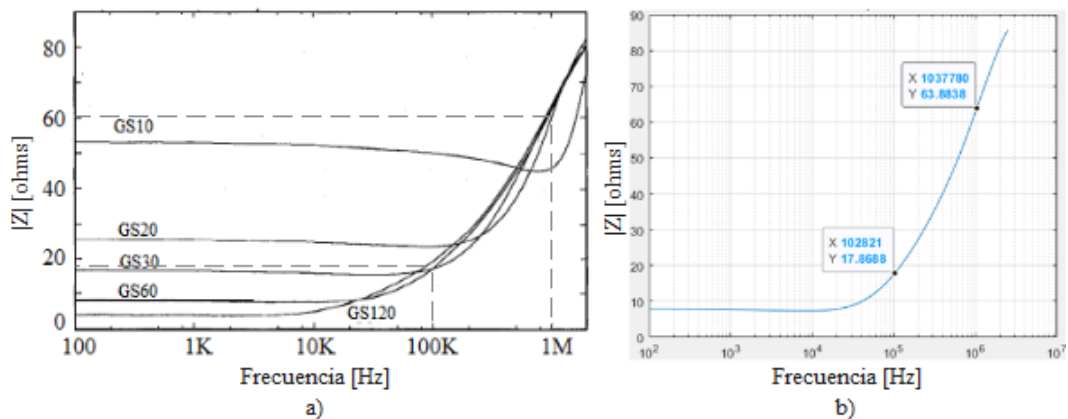


Figura 4.5. Impedancia utilizando a) artículo y b) matlab[®] en la malla GS60

Fuente: Elaboración propia

Malla SPT de 120 metros cuadrados.

En las Figuras 4.6.a) y b) se visualiza curvas similares cuando se tiene una malla GS120, ya que la impedancia presenta valores entre 0 a 5 [Ω] en un rango de frecuencias de 100 a 10 [kHz]. Luego, aumenta la magnitud a un valor de 63.86 [Ω] en 1.038 [MHz].

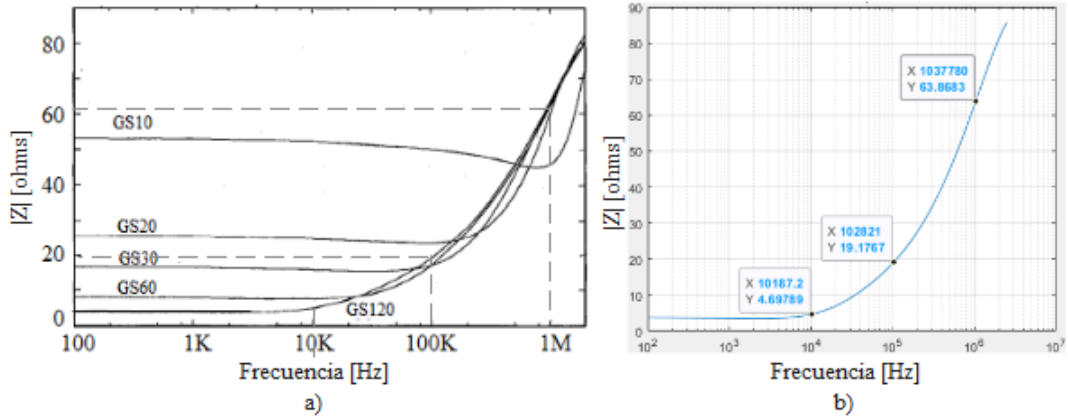


Figura 4.6. Impedancia utilizando a) artículo y b) matlab® en la malla GS120

Fuente: Elaboración propia

Cabe mencionar que el artículo de ejemplo emplea una frecuencia máxima de 2 [MHz]; en cambio, el diseño elaborado en Matlab® se aumentó el rango de frecuencias a 2.51 [MHz].

Además, el diseño del programa ayuda a calcular el número de segmentos y nodos producto de la segmentación de los electrodos, donde se observa que a medida que se incrementa el tamaño de la malla, aumenta tanto los nodos como segmentos, tal como se indica en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1. Segmentación de los electrodos SPT

#	Malla SPT	Electrodos	Nodos
1	GS10	8	8
2	GS20	24	21
3	GS30	48	40
4	GS60	68	133
5	GS120	624	481

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 4.7.a) se observa como el número total de nodos y segmentos es de 21 y 24 unidades, respectivamente para una malla de 20 [m²] y en la Figura 4.7.b) se visualiza un total de 40 nodos y 48 segmentos para una malla de 30 [m²]. Por simple inspección, se denota que la segmentación del electrodo consiste en dividir a la mitad el segmento existente.

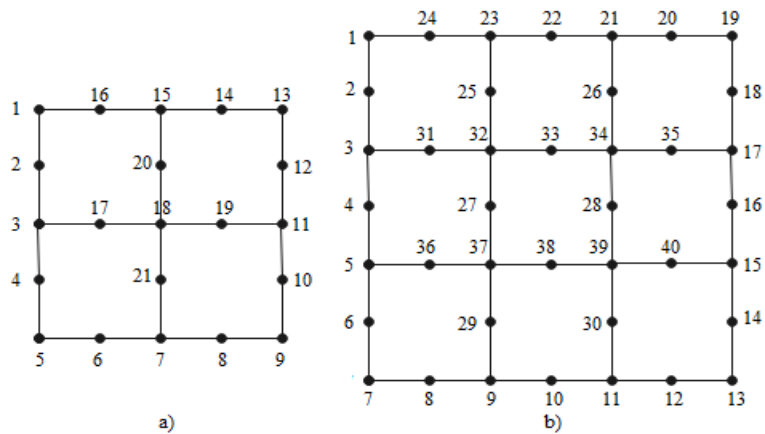


Figura 4.7. Segmentación de electrodos en una malla a) GS20 y b) GS30

Fuente: Elaboración propia

4.2 Variación de la resistividad del suelo

De los parámetros base del suelo y la mallas vistos en el Apartado 4.1, se realizan cuatro simulaciones alterando el valor de la resistividad del suelo (100, 500, 1000 y 1500 [Ωm]), fijando una malla de 30 m^2 para observar el comportamiento de la impedancia en función de la frecuencia, vistos en las Figuras 4.8.a), b), c) y d), respectivamente. Estos valores se establecen acorde a lo indicado en la Tabla 2.3.

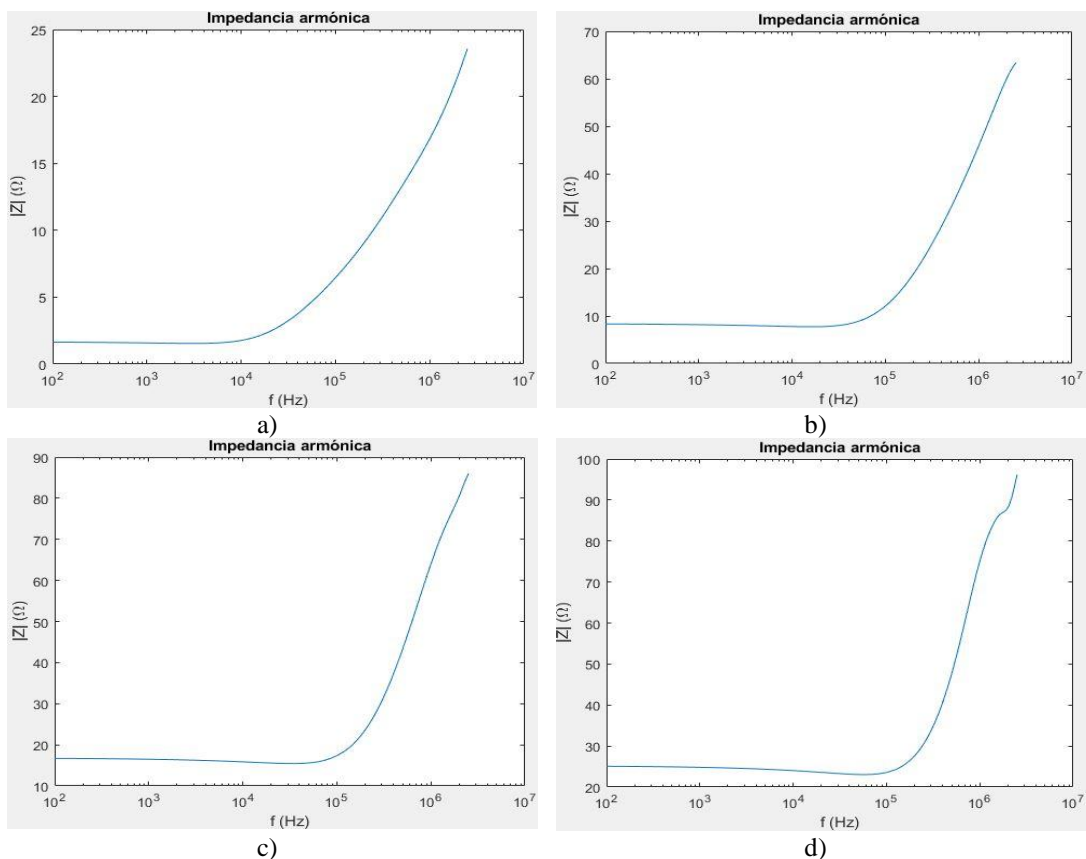


Figura 4.8. Resistividad del suelo de a) 100, b) 500, c) 1000 y d) 1500 [Ωm]

Fuente: Elaboración propia

De los 150 puntos evaluados por cada curva de la Figura 4.7 se ha colocado la magnitud de la impedancia en 6 puntos referenciales de frecuencia, tal como se indica en la Tabla 4.2 y Figura 4.9.

Tabla 4.2. Impedancia frente al cambio de la resistividad del suelo

Tipo de suelo	Limo	Arena arcillosa	Calizas agrietadas	Suelo pedregoso desnudo
Resistividad ρ [Ωm]	100	500	1000	1500
Frecuencias [Hz]	Impedancia $ Z $ [Ω]			
100	1.64	8.33	16.69	25.06
1.08 K	1.58	8.17	16.47	24.79
10.187 K	1.78	7.79	15.84	24.00
102.82 K	6.55	12.30	17.48	23.62
1.038 M	17.04	46.63	65.04	76.33
2.512 M	23.56	63.40	86.03	96.18

Fuente: Elaboración propia

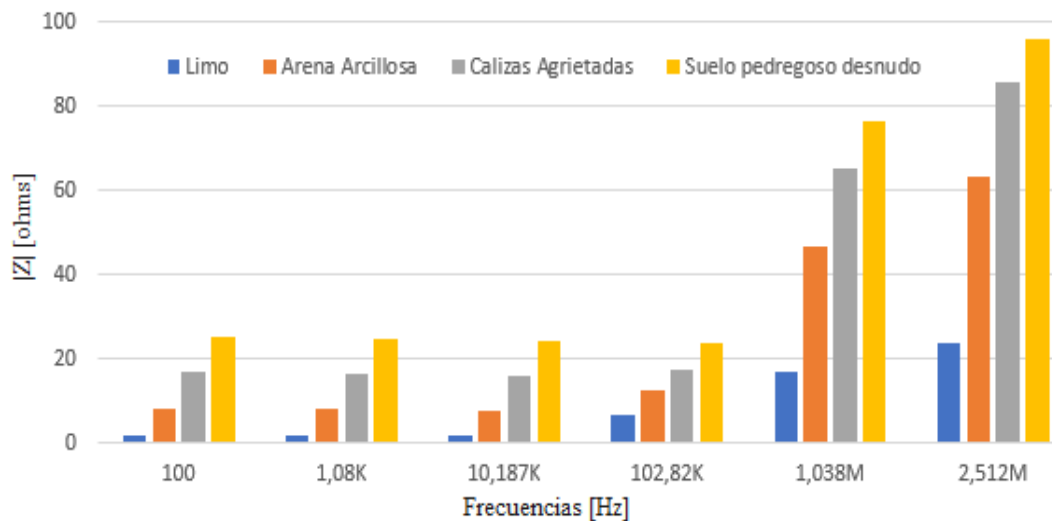


Figura 4.9. Cuadro comparativo ante cambios de ρ

Fuente: Elaboración propia

A continuación, se procede con el siguiente análisis:

Para conocer los valores iniciales de impedancia por cada resistividad empleada Z_{ρ} , se puede tomar como referencia los valores de resistividad de 100 y 500 [Ωm], obteniendo un factor de 5.08 unidades. Luego, se aplican las siguientes relaciones para calcular las demás impedancias $Z_{\rho(1000)}$ y $Z_{\rho(1500)}$.

$$Z_{\rho(500)} = 5.08 Z_{\rho(100)} = 5.08 * 1.64 = 8.3 \text{ } [\Omega]$$

$$Z_{\rho(1000)} = 5.08 * \frac{(\rho = 1000)}{(\rho = 500)} * Z_{\rho(100)} = 10.16 * 1.64 = 16.7 [\Omega]$$

$$Z_{\rho(1500)} = 5.08 * \frac{(\rho = 1500)}{(\rho = 500)} * Z_{\rho(100)} = 10.16 * 1.64 = 25.0 [\Omega]$$

Cuando se somete a la malla frecuencias menores a 10.2 [kHz], los valores de impedancia no varían de forma significativa. Por ejemplo, si el suelo es limo la impedancia varía entre 1.58 a 1.78 [Ω], el cual representa un cambio de 0.2 [Ω]. De forma similar ocurre con las otras 3 pruebas para resistividades de 500, 1000 y 1500 [Ωm] presentan variaciones en la impedancia de 0.54, 0.85 y 1.06 [Ω], respectivamente.

En el rango de frecuencias entre de los 102k a 2.512M [Hz] la impedancia aumenta de manera significativa hasta obtener valores de 23.56, 63.4, 86.03 y 96.18 [Ω].

4.3 Permitividad eléctrica relativa

Se realizan 4 simulaciones para una malla de 30 m², cuyos parámetros fijos y variables son los siguientes:

Permeabilidad magnética relativa ($\mu_r = 1$).

Resistividad ($\rho = 1000 [\Omega m]$).

Radio de la sección del conductor ($r = 7 [mm]$).

Permitividad eléctrica relativa ϵ_r cuando es arena seca (Figura 4.8.a), cuarzo fundido (Figura 4.8.b), suelo franco limoso (Figura 4.8.d) seleccionados de la Tabla 2.5 y el ejemplo base del Apartado 4.1 (Figura 4.8.c).

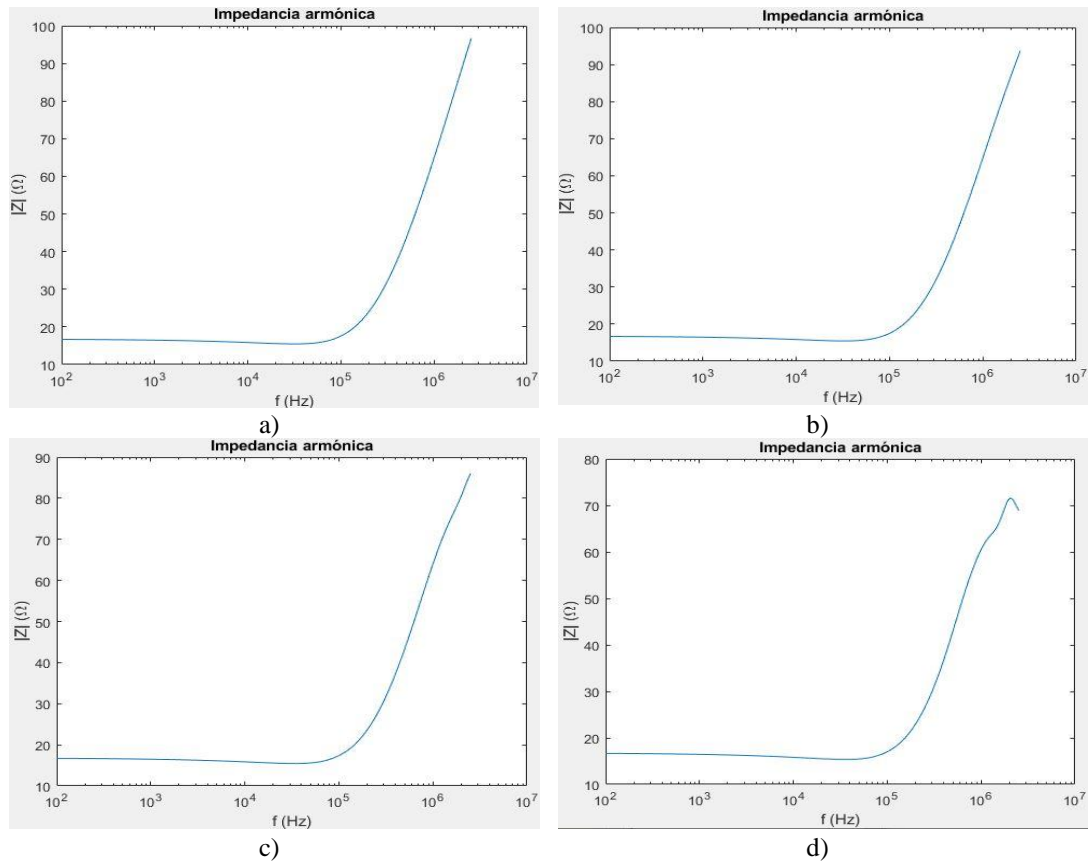


Figura 4.10. Cambio ϵ_r para a) arena seca, b) cuarzo fundido, c) ejemplo y d) suelo franco limoso

Fuente: Elaboración propia

De los 150 puntos evaluados por cada curva de la Figura 4.9 se ha colocado la magnitud de la impedancia en 6 puntos referenciales de frecuencia, tal como se indica en la Tabla 4.3 y Figura 4.11.

Tabla 4.3. Impedancia frente al cambio de la permitividad eléctrica relativa

Permitividad ϵ_r	Arena seca	Cuarzo fundido	Ejemplo	Suelo franco limoso
	3.4	5	9	16
Frecuencias [Hz]	Impedancia $ Z $ [Ω]			
100	16.69	16.69	16.69	16.67
1.08 K	16.47	16.47	16.47	16.45
10.187 K	15.84	15.84	15.84	15.82
102.82 K	17.73	17.66	17.48	17.14
1.038 M	66.15	66.02	65.04	61.12
2.512 M	96.74	93.71	86.03	68.90

Fuente: Elaboración propia

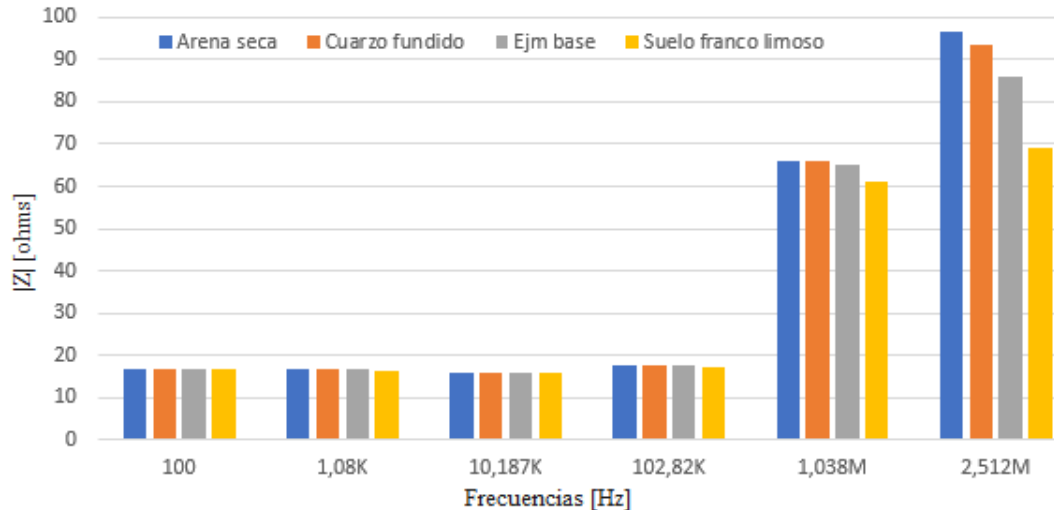


Figura 4.11. Cuadro comparativo ante cambios de ϵ_r

Fuente: Elaboración propia

A continuación, se procede con el siguiente análisis:

Presenta bajos cambios de impedancia cuando la malla opera a frecuencias menores a 102.82 [kHz] cuyos valores están en el rango de 15.82 a 17.73 [Ω]. En cambio, cuando se supera ese nivel de frecuencias crece en decenas de unidades el valor de impedancia hasta obtener valores entre 61 a 66 [Ω] para una frecuencia de 1.038 [MHz].

Sin embargo, cuando sobrepasa los 2 [MHz] las impedancias son mayores y amplían su rango de variación entre ellas (68.9 a 96.74 [Ω]), esto se debe a que la pendiente “m” decrece cuando la permitividad eléctrica relativa aumenta. Por ejemplo, si $\epsilon_r = 3, 4, 5, 9$ y 16 se tiene pendientes aproximadas de 33, 32, 28 y 21 [Ω /MHz]; respectivamente.

$$m = \frac{96.74 - 17.33}{2.51 - 0.1028} = 33 \left[\frac{\Omega}{MHz} \right]$$

4.4 Permeabilidad magnética relativa

Se realizan 4 simulaciones para una malla de 30 m² cuyos parámetros fijos se establecen para la permitividad eléctrica relativa ($\epsilon_r = 9$), resistividad de 1000 [Ωm], radio de la sección del conductor ($r = 7$ [mm]) y una permeabilidad magnética relativa $\mu_r = 1$, este último (Tabla 2.4) se modifica para valores de 10, 100 (acero al carbón) y 5000 (hierro), tal como se muestran en las Figuras 4.12.a, b, c) y d); respectivamente.

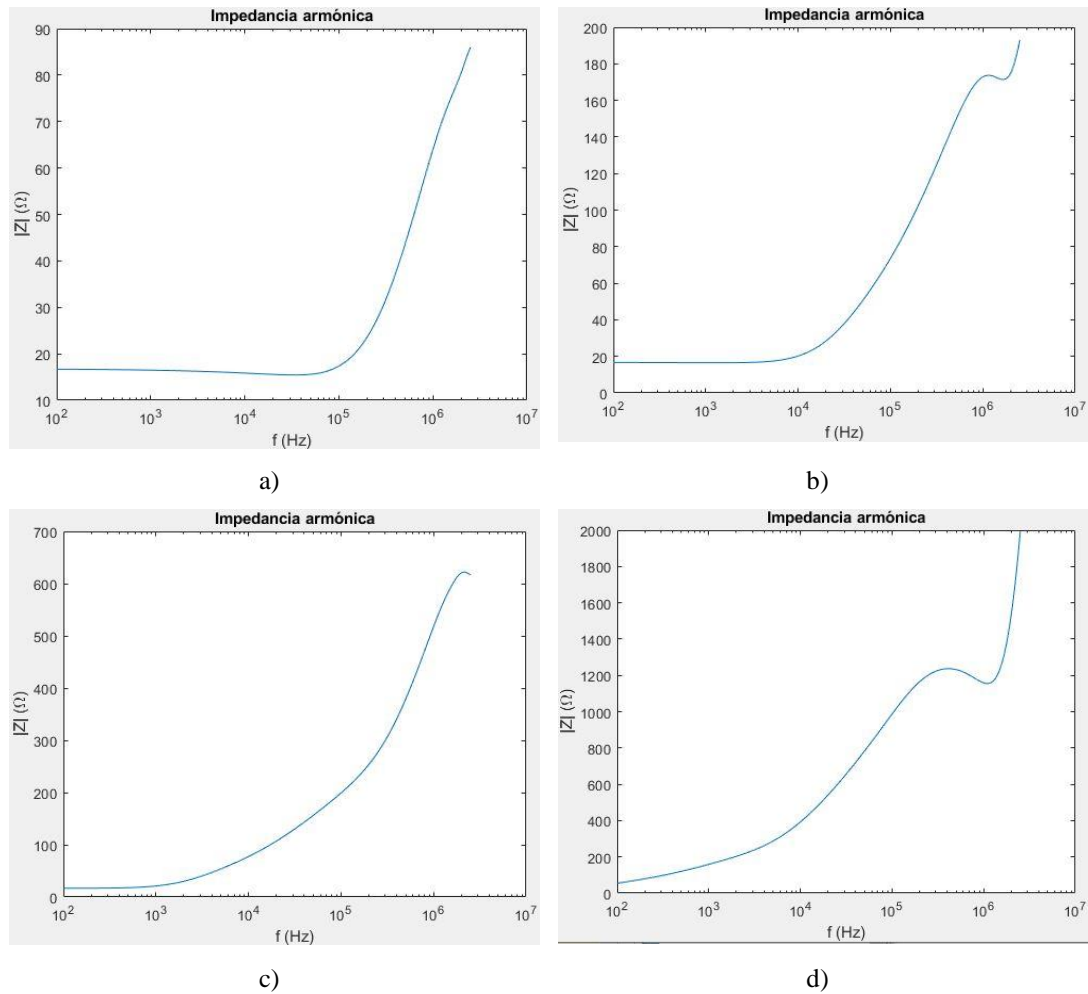


Figura 4.12. Variación μ_r a) aire, b) ejemplo, c) acero al carbón y d) hierro

Fuente: Elaboración propia

De los 150 puntos evaluados en cada curva de la Figura 4.12 se ha colocado la magnitud de la impedancia en 6 puntos referenciales de frecuencia, tal como se indica en la Tabla 4.4 y Figura 4.13.

Tabla 4.4. Impedancia frente al cambio de la permeabilidad magnética relativa

Permeabilidad μ_r	Aire (Ejm base)	Ejemplo1	Acero al carbón	Hierro
	1	10	100	5000
Frecuencias [Hz]	Impedancia $ Z $ [Ω]			
100	16.69	16.69	16.74	55.17
1.08 K	16.47	16.52	21.81	163.58
10.187 K	15.84	20.34	78.13	396.22
102.82 K	17.48	74.64	201.06	994.94
1.038 M	65.04	173.3	525.12	1156.11
2.512 M	86.03	193.05	616.91	1994.37

Fuente: Elaboración propia

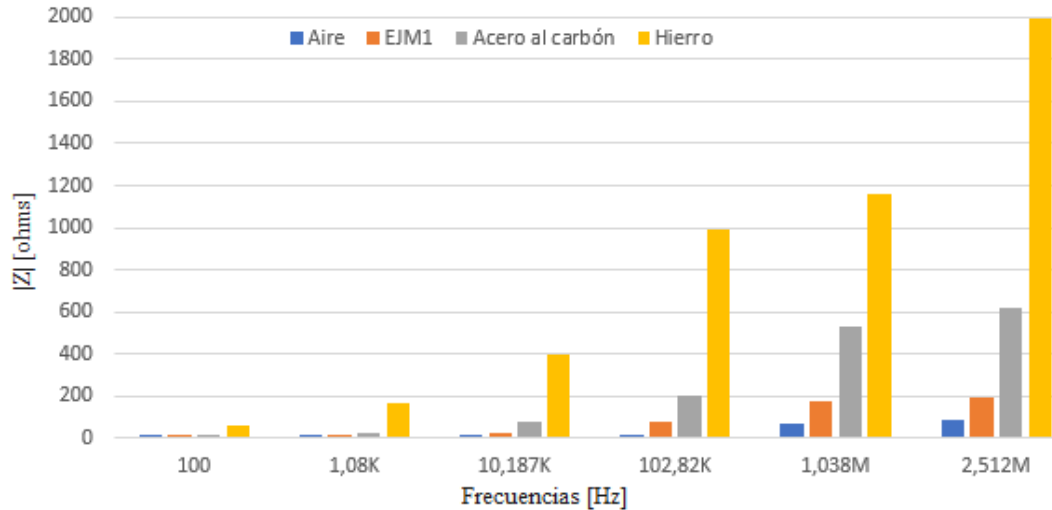


Figura 4.13. Cuadro comparativo ante cambios de μ_r

Fuente: Elaboración propia

A continuación, se procede con el siguiente análisis:

El cambio de la permeabilidad magnética relativa del medio afecta significativamente a la impedancia en altas frecuencias mayores a 100 [kHz].

Cuando el medio es un material ferromagnético los valores de impedancia pueden variar desde decenas hasta centenas o miles de ohmios dependiendo de la frecuencia. Sin embargo, en la naturaleza no se encuentran este tipo de materiales sino más bien se hallan los paramagnéticos cuya permeabilidad relativa se aproxima a la unidad y presentan impedancias entre 16 a 86 [Ω].

4.5 Calibre del conductor de cobre

Se realizan 4 simulaciones para una malla de 30 m² cuyos parámetros base del suelo son fijos (ver Apartado 4.1), por lo que se modifica una característica de la malla como lo es el radio de la sección transversal del conductor de cobre. Ante ello, se realizan pruebas con calibres 2/0, 3/0, 4/0 AWG y con el ejemplo base (7 [mm]), vistos en las Figuras 4.14.a), b), c) y d); respectivamente.

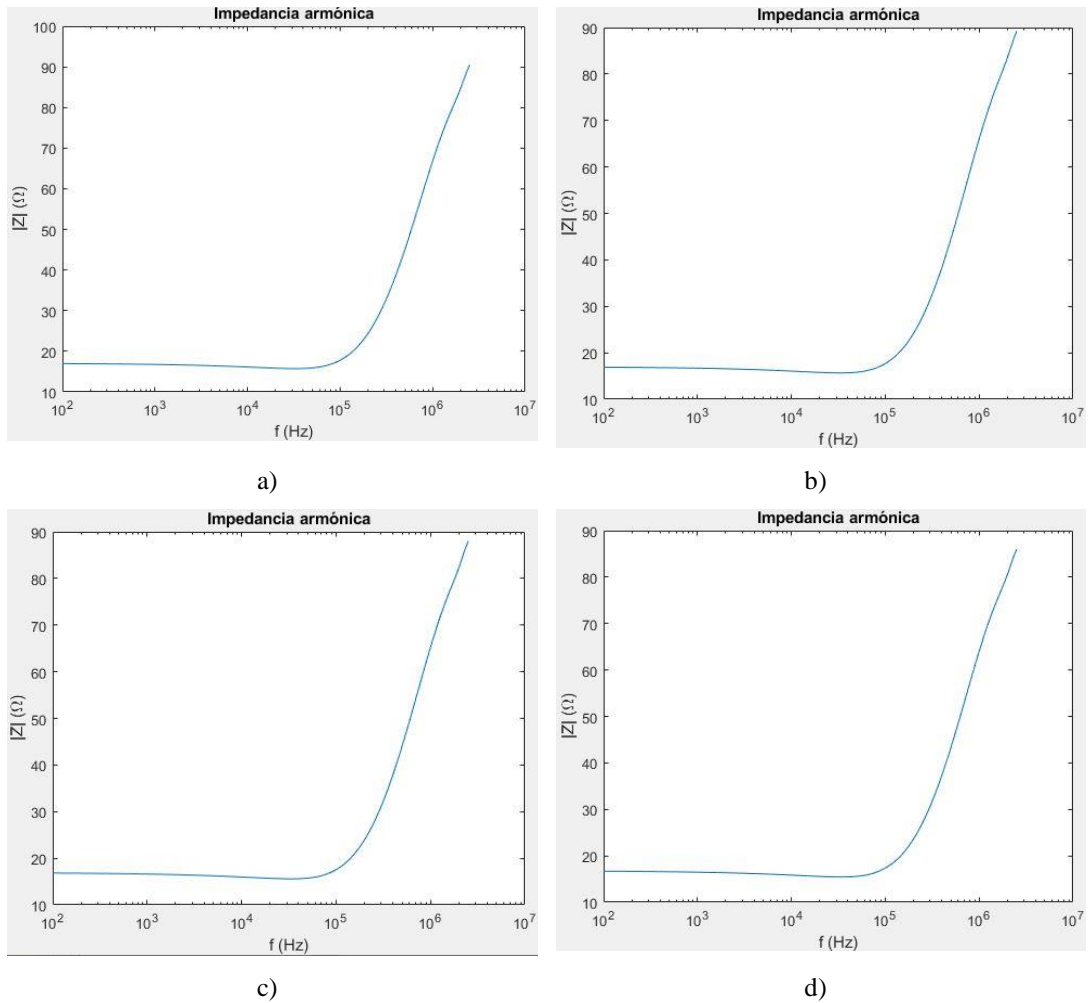


Figura 4.14. Cambio de radio del conductor Cu a) 2/0 AWG, b) 3/0 AWG, c) 4/0 AWG y d) 7 mm

Fuente: Elaboración propia

De los 150 puntos medidos por cada curva de la Figura 4.14 se ha colocado la magnitud de la impedancia en 6 puntos referenciales de frecuencia, tal como se indica en la Tabla 4.5 y Figura 4.15.

Tabla 4.5. Impedancia frente al cambio del calibre del conductor de la malla

Calibre AWG	2/0	3/0	4/0	Ejm Base
Radio del calibre r [mm]	4.635	5.2	5.84	7
Frecuencias [Hz]	Impedancia Z [Ω]			
100	16.98	16.90	16.81	16.69
1.08 K	16.75	16.67	16.59	16.47
10.187 K	16.13	16.05	15.97	15.84
102.82 K	17.94	17.81	17.68	17.48
1.038 M	67.91	67.11	66.30	65.04
2.512 M	90.51	89.26	88.00	86.03

Fuente: Elaboración propia

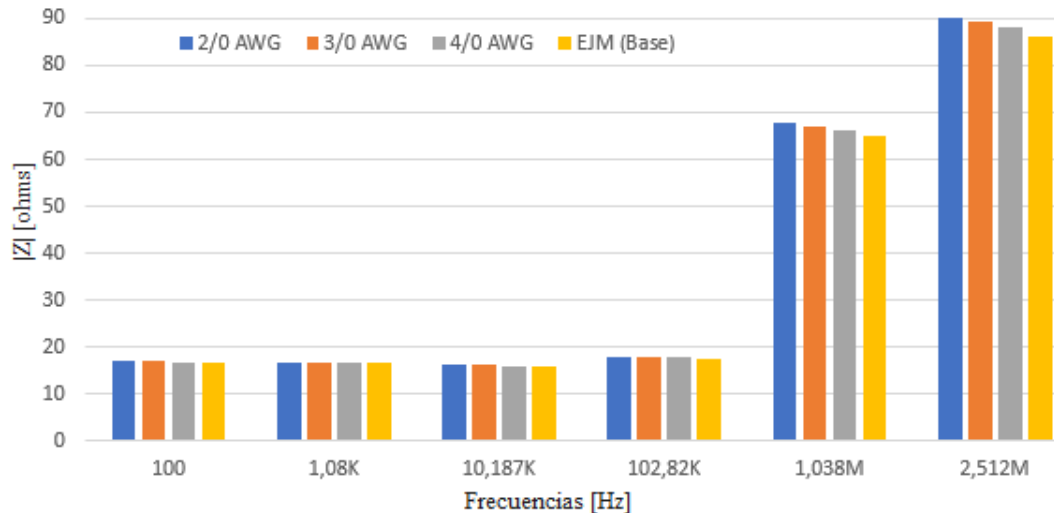


Figura 4.15. Cuadro comparativo de la sección transversal del conductor

Fuente: Elaboración propia

A continuación, se procede con el siguiente análisis:

Cuando se someten a frecuencias bajas y medias en el rango entre 100 a 102 [kHz], los valores de impedancia no se alteran de forma significativa ya que sus impedancias oscilan entre 15.84 a 17.94 [Ω].

En altas frecuencias de 1.038 y 2.512 [MHz], la impedancia aumenta hasta tener valores en el rango de 65.04 a 67.91 [Ω] y 86.03 a 90.51 [Ω]; respectivamente.

4.6 Propuesta de mejoras al diseño del SPT

Por lo general, el sistema de puesta a tierra debe poseer una baja impedancia y tiene como propósito la protección de los equipos y personas ante anomalías y/o descargas atmosféricas. En pruebas normales de operación en una instalación eléctrica no existe tal problema cuando opera a bajas frecuencias. Sin embargo, el valor de impedancia aumenta en altas frecuencias por lo que puede afectar el correcto funcionamiento del sistema SPT. En la Tabla 4.6 se observa algunos parámetros base de una malla cuadrada de 30 [m²] que posee una separación entre conductores de 10 [m] y enterrada a 0.5 [m].

Tabla 4.6. Condiciones referencias de la malla GS30

Descripción	Valor	Unidad de medida
Permitividad eléctrica relativa ϵ_r	9	-
Permeabilidad magnética relativa μ_r	1	-
Resistividad del suelo ρ	1000	[Ω m]
Radio de la sección transversal del conductor r	7	[mm]

Fuente: Elaboración propia

Por consiguiente, se observó el comportamiento de la impedancia en función de la frecuencia mediante la variación de algunos parámetros de la Tabla anterior e indicados en la Tabla 4.7 para la frecuencia inicial de operación de 100 [Hz] y frecuencias altas mayores a 1 [MHz].

Tabla 4.7. Cuadro final de la variación de parámetros del suelo y malla SPT

Resistividad ρ [Ωm]	100	500	1000	1500
Frecuencias [Hz]	Impedancia Z [Ω]			
100	1.64	8.33	16.69	25.06
1.038 M	17.04	46.63	65.04	76.33
2.512 M	23.56	63.40	86.03	96.18
Permitividad ϵ_r	3.4	5	9	16
Frecuencias [Hz]	Impedancia Z [Ω]			
100	16.69	16.69	16.69	16.67
1.038 M	66.15	66.02	65.04	61.12
2.512 M	96.74	93.71	86.03	68.90
Permeabilidad μ_r	1	10	100	5000
Frecuencias [Hz]	Impedancia Z [Ω]			
100	16.69	16.69	16.74	55.17
1.038 M	65.04	173.3	525.12	1156.11
2.512 M	86.03	193.05	616.91	1994.37
Radio r [mm]	4.635	5.2	5.84	7
Frecuencias [Hz]	Impedancia Z [Ω]			
100	16.98	16.90	16.81	16.69
1.038 M	67.91	67.11	66.30	65.04
2.512 M	90.51	89.26	88.00	86.03

Fuente: Elaboración propia

En un sistema SPT la impedancia aumenta de forma radical cuando la permeabilidad magnética relativa se comporta ferromagnético. Sin embargo, las mallas de tierra no presentan estas características ya que previo a implementarse en una instalación eléctrica se realiza el estudio del suelo para evitar estos inconvenientes, por lo que se descarta del estudio. Con respecto a los demás parámetros se debe tener en cuenta que si se desea disminuir el valor de impedancia de una malla a altas frecuencias se tiene tres posibilidades: reducción de la resistividad del suelo, aumento de permitividad eléctrica relativa o de la sección transversal del calibre conductor de la malla SPT.

CONCLUSIONES

El análisis transitorio del sistema de puesta a tierra puede ser presentado como un circuito resistivo, inductivo y capacitivo en vez de los acoples que se tiene en los segmentos de los electrodos. Además, aplica el modelo híbrido, el cual es una combinación de los circuitos eléctricos y campo electromagnético para observar el comportamiento de la malla en altas frecuencias.

El modelo híbrido se ha implementado en el software Matlab[®] para el cálculo de impedancias. Además, se puede aplicar a mallas de gran tamaño como el caso de los 120 m² simulados. La validación se realiza en base a la comparación de los parámetros propuestos por Leonid Grcev y Markus Heimbach.

En base a las simulaciones realizadas ante las variaciones de los parámetros del suelo y de la malla proporcionaron información valiosa que posee la impedancia cuando se somete a bajas, medias y altas frecuencias. Como es el caso de la resistividad del suelo que bajo una fórmula simple se puede conocer de manera teórica la impedancia a 100 Hz y cuando son altas frecuencias se conoce que la impedancia no supera los 100 ohmios para resistividades no mayores a los 1500 Ωm . Además, cuando se incrementa la permitividad relativa de 3.4 a 16 unidades, la impedancia de la malla puede disminuir aproximadamente 28 ohmios; de forma similar ocurre con el radio del conductor, se varía de un cable 2/0 AWG a uno de 7 mm donde la impedancia se reduce en 4.48 ohmios. Por último, si el medio está compuesto por materiales ferromagnéticos la impedancia posee un incremento significativo por lo que puede deteriorar a la malla y cambiar las condiciones de diseño.

Por medio del presente estudio se constata que si se desea bajar la impedancia cuando se somete a altas frecuencias se puede reducir la resistividad del suelo, aumentar la permitividad eléctrica relativa y/o incrementar la sección transversal del calibre conductor. Siempre tomando en cuenta que la impedancia debe cumplir con las normativas ya establecidas para bajas frecuencias.

RECOMENDACIONES

En general, las torres de transmisión están formadas por materiales metálicos, estos a su vez producen efectos de reactancia eléctrica, dificultando así la energía generada por las descargas atmosféricas. Por lo que se puede aplicar a futuros estudios, el uso del programa computacional con relación a las torres de transmisión y observar los efectos de impedancia que se tienen desde una baja a alta frecuencia.

Se recomienda utilizar mínimo una versión de Matlab[®] 2017b para que el programa opere con normalidad y se pueda observar el comportamiento de los electrodos de puesta a tierra frente a altas frecuencias.

Si se desea realizar diferentes pruebas de simulación para observar los cambios de impedancia en función de la frecuencia, se recomienda cambiar los valores iniciales de la malla de puesta a tierra y del suelo.

El presente software de simulación funciona perfectamente para mallas de cualquier dimensión siempre y cuando sean de tipo cuadradas. En caso, de que las personas encargadas de la Universidad Politécnica Salesiana Sede Quito deseen utilizar y realizar algún cambio sobre la configuración de la malla para trabajos futuros, se recomienda modificar en el programa principal los parámetros de la función `electrode_grid.m`.

REFERENCIAS

- [1] IEEE, "IEEE SA Standards Association", 2022. [En línea]. Available: <https://standards.ieee.org/>.
- [2] J. Arcioni, "Puestas a tierra de instalaciones y sistemas eléctricos de BT, MT y AT", Córdoba: Científica Universitaria, 2020, pp. 15-103.
- [3] R. Levy, "Las puestas a tierra: criterios de seguridad eléctrica y técnica", Córdoba: Científica Universitaria, 2020, pp. 111-115.
- [4] FAO, "Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura", 2021. [En línea]. Available: <http://www.fao.org/home/search/es/?q=clase%20textural%20del%20suelo>. [Último acceso: 19 agosto 2021].
- [5] Medina, F.; Rodríguez, V.; Islas, C., "Física 3 Electricidad", Ciudad de México: Grupo Editorial Éxodo, 2017, pp. 81-83.
- [6] Sanz, J.; Duque, E.; Gómez, S., "La resistividad del suelo en función de la frecuencia", *Scientia Et Technica*, vol. XVI, n° 44, pp. 1-6, 2010.
- [7] G. Rojas, "*Manual de Sistemas de Puesta a Tierra*", Cochabamba: Gedisa, 2010.
- [8] López, V.; Montoya, M.; Pancorbo, M., "Electromagnetismo II", Madrid: Universidad Nacional de Educación a Distancia, 2016, pp. 60-62.
- [9] UIT-R, "*Características eléctricas de la superficie de la tierra*", Ginebra: Unión Internacional de Telecomunicaciones, 2018.
- [10] J. Montaña, "Teoría de puestas a tierra", Bogotá: Universidad del Norte, 2011, pp. 1-68.

- [11] C. Tasipanta, *"Estudio e implementación de sistemas de protección contra descargas atmosféricas y puesta a tierra de protección de la Compañía Helmerich and Payne del RIG 132"*, Latacunga: Escuela Politécnica del Ejército, 2002.
- [12] Cornejo, M.; Villalobos, E.; Quintana, P., "Métodos de solución de Ecuaciones Diferenciales y aplicaciones", México D.F.: Reverté Ediciones S.A. de C.V., 2008, pp. 153-166.
- [13] C. Gallardo, *"Eficiencia a Impulso de sistemas de puesta a tierra"*, Santa Clara: Universidad Central "Marta Abreu" de Las Villas, 2016.
- [14] R. Peñarrocha, V. Boria y P. Soto, "Fundamentos de líneas de transmisión", Valencia: Universitat Politècnica de Valencia, 2020, pp. 20-22.
- [15] Y. Liu, *"Transient Response of Grounding Systems Caused by Lightning: Modelling"*, Uppsala: Acta Universitatis Upsaliensis, 2004.
- [16] M. Pérez, *"Radar de subsuelo. Evaluación para aplicaciones en arqueología y en patrimonio histórico-artístico"*, Catalunya: Universitat Politècnica de Catalunya, 2001.
- [17] L. Grcev y M. Heimbach, "Frequency dependent and transient characteristics of substation grounding systems", *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 12, n° 1, pp. 172-178, 1997.

ANEXOS

Anexo 1. Materiales de los electrodos bajo la norma IEEE 80

Material	Conductividad [%]	Temperatura permisible de fusión [°C]
Cobre blando	100	1083
Cobre duro con soldadura exotérmica	97	1084
Cobre duro en conexiones mecánicas a presión	97	250
Alambre de acero recubierto de cobre	40	1084
Varilla de acero recubierta de cobre	17	1084
Alambre de acero recubierto de aluminio	20.3	657
Acero 1020	10.8	1510
Varilla de acero galvanizada	9.8	1400
Varilla de acero recubierta de zinc	8.6	419
Acero inoxidable 304	2.4	1400

Anexo 2. Algoritmo de solución

Algoritmo 2. Puesta a tierra de alta frecuencia

Paso 1	<p>Ingresar parámetros del suelo</p> <p>mu0: Permeabilidad del vacío. eps0: Permitividad del vacío. sigma1: Conductividad.</p> <p>Ingresar parámetros de integración</p> <p>Max_eval: Número máximo de evaluaciones. req_abs_error: Error absoluto. req_rel_error: Error relativo. error_norm: Tipo de error. Intg_type :Tiempo de integración.</p> <p>Ingresar parámetros de frecuencia.</p> <p>nf: Número de frecuencia. Freq:Vector de frecuencias con espacio logarítmico.</p> <p>Ingresar parámetros de malla.</p> <p>Gs: Dimensión de la malla. r: Radio del conductor. H: profundidad de la malla. L: largo de la malla. N: ancho de la malla.</p>
Paso 2	<p>Crear geometría de malla</p> <p>Hacer para todo N</p> <p>a = punto inicial N b = punto medio N c = punto final N d = longitud N e = radio N. electrodo = nuevo (a, b, c, d, e);</p>
Paso 3	<p>Segmentar electrodos</p> <p>f = dim(electrodo)</p> <p>k=1</p>

Hacer para todo f

increment = (a - c)/f

Hacer para todo k

nodo (k+1) = a + k * increment

electrodo = nuevo (nodo (k), nodo (k+1), r, z)

Paso 4 Determinar puntos de inyección de corriente

m = dim(nodos)

Hacer para todo m

Si nodo (i) ismember [0.,0., h]

inj_node = m

Paso 5 Determinar la imagen de los electrodos

Hacer para todo f

start (f) = -electrodo_start (f, 3)

middle (f) = -electrodo_middle (f, 3)

end(f) = -electrodo_end (f, 3)

Paso 6 Determinar la incidencia de electrodos

noincidence = true

Hacer para todo k

Hacer para todo m

$$\|en\| = \sqrt{\sum_{m=1}^N |\text{start}(m) - \text{nodo}(k)|^2}$$

$$\|en1\| = \sqrt{\sum_{m=1}^N |\text{end}(m) - \text{nodo}(k)|^2}$$

Si $en < eps$

a1 (m, k) = 0.5

b1 (m, k) = 1.0

caso contrario

a1 (m, k) = 0.5

b1 (m, k) = -1.0

mAT = a1'

mBT = b1'

Paso 7 Acople de impedancias longitudinales y transversales

Hacer para todo nf

$$k_1 = \sqrt{j\omega\mu(\sigma_1 + j\omega\varepsilon)}$$

$$\bar{\varepsilon} = \sigma_1 + j\omega\varepsilon$$

$$ref_t = ref_l = \frac{\bar{\varepsilon} - \varepsilon_0}{\bar{\varepsilon} + \varepsilon_0}$$

$$zld = real(zl[nf * f + i])$$

$$ztd = imag(zt[nf * f + i])$$

Paso 8 Cálculo de tensiones

Hacer para todo nf

$$[Y_n]_{m \times m} = [-A_L^t \quad A_T^t]_{m \times 2n} \cdot \begin{bmatrix} Y_L \cdot A_L \\ Y_T \cdot A_T \end{bmatrix}_{2n \times m}$$

$$[I] = [\bar{Y}] \cdot [V]$$

$$[I] = [\bar{Y}] \cdot [V]$$

Paso 9 Graficar impedancia en función de la frecuencia

Magnitud

Ángulo

Anexo 3. Cálculo de resistividad para una malla GS10

Para las mediciones de la resistencia de puesta a tierra realizadas en el Apartado 4 (ver Figura 4.1) se asume un suelo uniforme. Por tanto, la resistividad se calcula de la siguiente manera:

$$\rho = 2\pi aR$$

Luego, en la siguiente Tabla se expone los resultados, obteniendo una resistividad de 1006.36 [Ωm].

#	Distancia a [m]	Resistencia R [Ω]	Resistividad ρ [Ωm]
1	1	50.20	315.42
2	2	51.30	644.65
3	3	52.55	990.54
4	6	55.00	2073.45
5	1	50.38	316.55
6	2	51.22	643.65
7	3	53.01	999.21
8	6	54.84	2067.42
Promedio		52.31	1006.36

Anexo 4. Hoja de presupuestos

#	Descripción	Cantidad	P.U. (\$)	P. Total (\$)
1	Telurómetro ECTR3200 (alquiler por día)	1	100.00	100.00
2	Software Matlab® (gratis)	-	0.00	0.00
3	Internet (meses)	6	24.64	147.84
4	Gastos administrativos (transporte, otros)	-	50.00	50.00
Total				297.84