

---

# Πόλωση, Συμβολή, Περίθλαση

Ακαδ. Έτος 2023-24

Διδάσκων: Ε. Πασπαλάκης

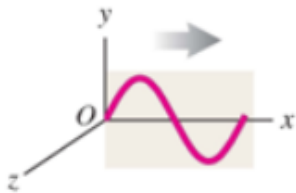
## ΠΟΛΩΣΗ

Η *πόλωση* είναι ένα χαρακτηριστικό όλων των εγκάρσιων κυμάτων.

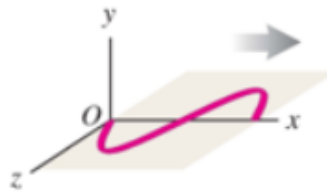
Όταν ένα κύμα έχει μετατοπίσεις μόνο κατά τη διεύθυνση  $y$ , λέμε ότι είναι **γραμμικά πολωμένο** στη διεύθυνση  $y$ . Ένα κύμα με μετατοπίσεις μόνο στη διεύθυνση  $z$  είναι γραμμικά πολωμένο στη διεύθυνση  $z$ . Για μηχανικά κύματα μπορούμε να κατασκευάσουμε ένα **πολωτικό φίλτρο** ή έναν **πολωτή** που να επιτρέπει να διέρχονται μόνο κύματα με ορισμένη διεύθυνση πόλωσης.

**33.20** (a), (b) Πολωμένα κύματα σε μία χορδή. (c) Παραγωγή ενός πολωμένου κύματος σε μία χορδή από ένα μη πολωμένο με τη χρήση πολωτικού φίλτρου.

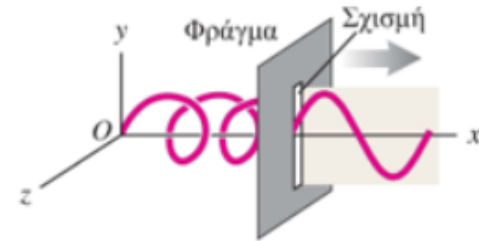
(a) Εγκάρσιο κύμα που είναι γραμμικά πολωμένο στη διεύθυνση  $y$



(b) Εγκάρσιο κύμα που είναι γραμμικά πολωμένο στη διεύθυνση  $z$



(c) Η σχισμή λειτουργεί ως πολωτικό φίλτρο, επιτρέποντας μόνο τη διέλευση συνιστωσών που είναι πολωμένες στη διεύθυνση  $y$



Ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι ένα εγκάρσιο κύμα· τα ταλαντούμενα ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία είναι κάθετα τόσο μεταξύ τους όσο και προς τη διεύθυνση διάδοσης του κύματος. Ορίζουμε πάντοτε ως διεύθυνση πόλωσης ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος τη διεύθυνση του διανύσματος του *ηλεκτρικού πεδίου*  $\mathbf{E}$ . Έτσι, το ηλεκτρομαγνητικό κύμα που περιγράφεται

$$\mathbf{E}(x, t) = jE_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

$$\mathbf{B}(x, t) = kB_{\max} \cos(kx - \omega t)$$

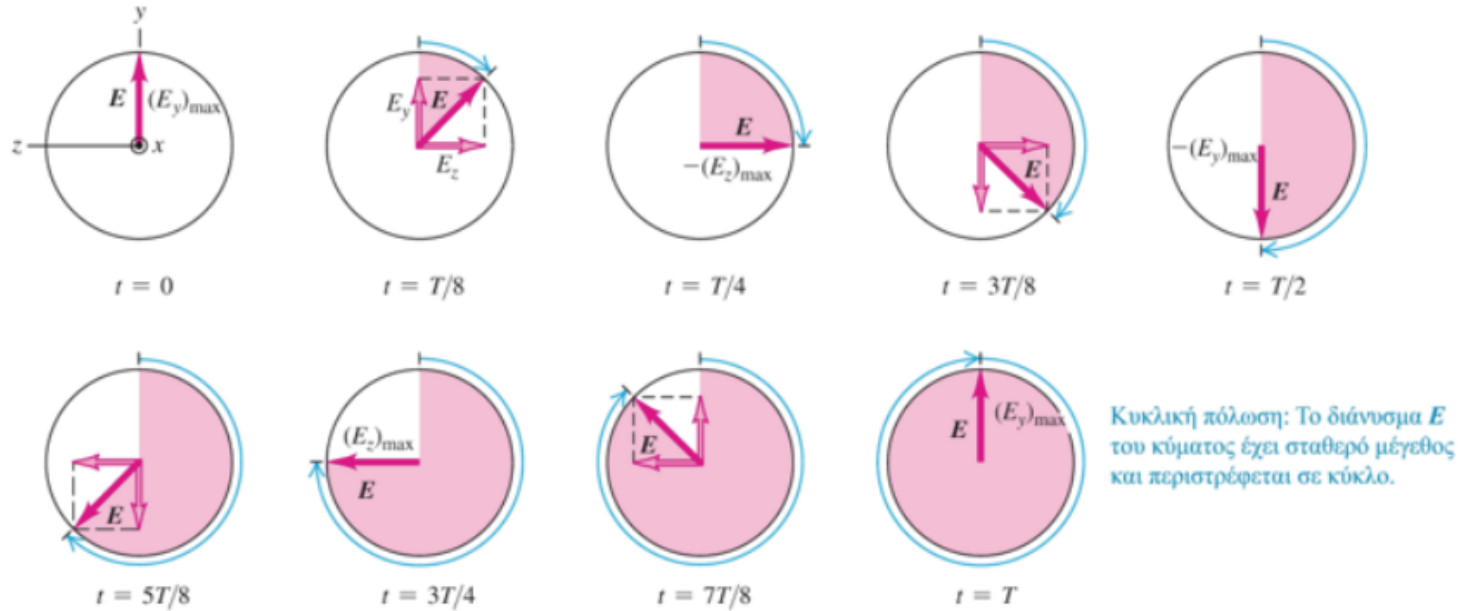
λέγεται ότι είναι πολωμένο στη διεύθυνση  $y$ , επειδή το ηλεκτρικό πεδίο έχει μόνο συνιστώσα  $y$ .

## Κυκλική και Ελλειπτική Πόλωση

Το φως, και γενικά η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, μπορεί ακόμη να έχει *κυκλική* ή *ελλειπτική* πόλωση.

Δύο ημιτονοειδή κύματα ίσου πλάτους, πολωμένα κατά μήκος των διευθύνσεων  $y$  και  $z$  και με διαφορά φάσης ενός τεταρτοκυκλίου ( $\pi/2$ ), έρχονται σε επαλληλία. Το αποτέλεσμα είναι ένα κύμα στο οποίο το διάνυσμα  $E$  σε κάθε σημείο έχει σταθερό μέγεθος, αλλά *περιστρέφεται* γύρω από τη διεύθυνση διάδοσης. Το κύμα στο Σχ. 33.29 διαδίδεται προς εσάς και το διάνυσμα  $E$  εμφανίζεται να περιστρέφεται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού, οπότε ονομάζεται *δεξιόστροφα κυκλικά* πολωμένο ηλεκτρομαγνητικό κύμα.

**33.29** Κυκλική πόλωση ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος διαδιδόμενου προς εσάς, κατά μήκος του άξονα  $x$ . Η συνιστώσα  $y$  του  $E$  καθυστερεί, σε σχέση με τη συνιστώσα  $z$ , κατά ένα τεταρτοκύκλιο. Αυτή η διαφορά φάσης οδηγεί σε δεξιόστροφη κυκλική πόλωση.



Αν η διαφορά φάσης μεταξύ των δύο συνιστώντων κυμάτων είναι διαφορετική του τεταρτοκυκλίου, ή αν τα δύο συνιστώντα κύματα έχουν διαφορετικά πλάτη, τότε το συνιστάμενο πεδίο  $E$  κάθε σημείο της χορδής διαγράφει όχι μία περιφέρεια κύκλου αλλά μία *έλλειψη*. Το προκύπτον κύμα λέγεται ότι είναι *ελλειπτικά πολωμένα*.

## Πολωτικά Φίλτρα

**33.21** (a) Τα ηλεκτρόνια στην κόκκινη και λευκή κεραία αναμετάδοσης ταλαντώνονται κατακόρυφα, παράγοντας κατακόρυφα πολωμένα ηλεκτρομαγνητικά κύματα που διαδίδονται μακριά από την κεραία στην οριζόντια διεύθυνση. (Οι μικρές γκρι κεραίες είναι για την αναμετάδοση σημάτων κινητής τηλεφωνίας.) (b) Ανεξάρτητα από το πώς αυτή η λάμπα είναι προσανατολισμένη, η τυχαία κίνηση των ηλεκτρονίων στο νήμα παράγει μη πολωμένα φωτεινά κύματα.

(a)



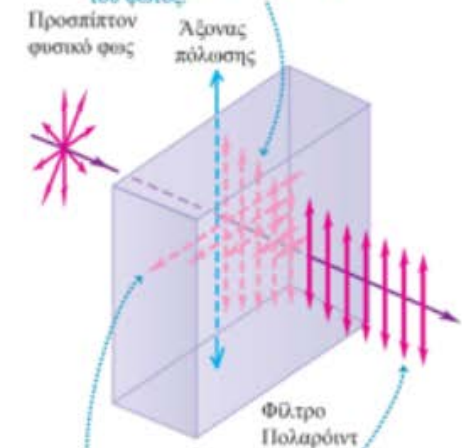
(b)



Το φως που εκπέμπεται από τους λαμπτήρες πυρακτώσεως και τις λυχνίες φθορισμού δεν είναι πολωμένο (Σχ. 33.21b). Οι «κεραίες» που ακτινοβολούν εδώ τα φωτεινά κύματα είναι τα μόρια που συνιστούν τις πηγές. Τα κύματα που εκπέμπονται από κάθε μόριο είναι πιθανόν γραμμικά πολωμένα, όπως συμβαίνει και με τα κύματα από μια κεραία ραδιοκυμάτων. Αλλά μια οποιαδήποτε πραγματική φωτεινή πηγή αποτελείται από έναν τεράστιο αριθμό μορίων με τυχαίους προσανατολισμούς, έτσι το εκπεμπόμενο φως είναι ένα τυχαίο μείγμα κυμάτων που είναι γραμμικά πολωμένα σε όλες τις δυνατές εγκάρσιες διευθύνσεις. Ένα τέτοιο φως ονομάζεται **μη πολωμένο φως** ή **φυσικό φως**.

**33.22** Ένα φίλτρο Πολαρόιντ φωτίζεται με μη πολωμένο, φυσικό φως (που σχεδιάζεται με διανύσματα  $E$ , τα οποία κατευθύνονται προς όλες τις διευθύνσεις κάθετα προς τη διεύθυνση διάδοσης). Το διερχόμενο φως είναι γραμμικά πολωμένο κατά μήκος του άξονα πόλωσης (σχεδιάζεται με διανύσματα  $E$  κατά μήκος μόνο της διεύθυνσης πόλωσης).

Το φίλτρο απορροφά μόνο μερικούς την κατακόρυφα πολωμένη συνιστώσα του φωτός.

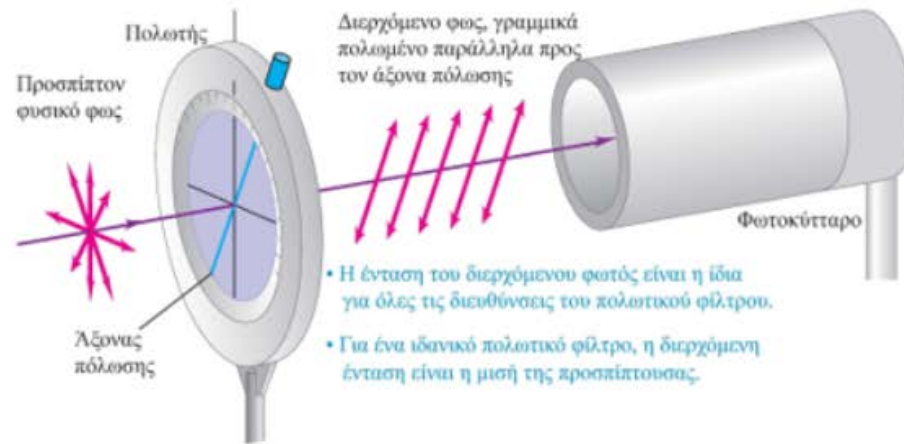


Το φίλτρο απορροφά σχεδόν πλήρως την οριζόντια πολωμένη συνιστώσα του φωτός.

Το διερχόμενο φως είναι γραμμικά πολωμένο στην κατακόρυφη διεύθυνση.

## Χρήση των Πολωτικών Φίλτρων

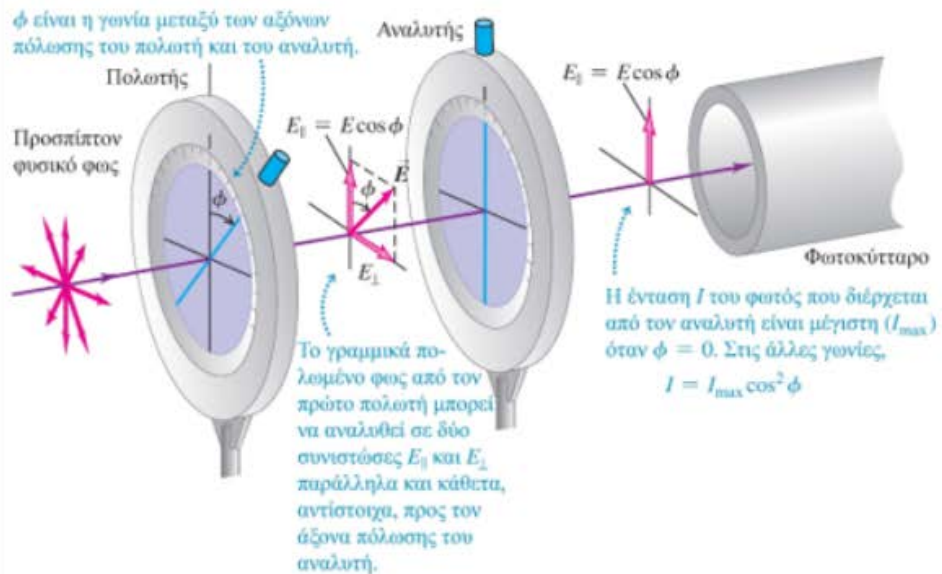
**33.23** Μη πολωμένο, φυσικό φως προσπίπτει σε ένα πολωτικό φίλτρο. Το φωτοκύτταρο μετρά την ένταση του διερχόμενου, γραμμικά πολωμένου φωτός.



- Η ένταση του διερχόμενου φωτός είναι η ίδια για όλες τις διευθύνσεις του πολωτικού φίλτρου.
- Για ένα ιδανικό πολωτικό φίλτρο, η διερχόμενη ένταση είναι η μισή της προσπίπτουσας.

Η ένταση ενός ηλεκτρομαγνητικού κύματος είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους του κύματος

**33.24** Ένας ιδανικός αναλυτής επιτρέπει τη διέλευση μόνο της συνιστώσας του ηλεκτρικού πεδίου που είναι παράλληλη προς τη διεύθυνση διάδοσής του (δηλαδή προς τον άξονα πόλωσης του).



Το γραμμικά πολωμένο φως από τον πρώτο πολωτή μπορεί να αναλυθεί σε δύο συνιστώσες  $E_{\parallel}$  και  $E_{\perp}$  παράλληλα και κάθετα, αντίστοιχα, προς τον άξονα πόλωσης του αναλυτή.

Ένταση του πολωμένου φωτός που διέρχεται από έναν αναλυτή

**Νόμος του Malus:**  $I = I_{\max} \cos^2 \phi$  (33.7)

Μέγιστη διερχόμενη ένταση Γωνία μεταξύ του άξονα πόλωσης του φωτός και του άξονα πόλωσης του αναλυτή

# Παράδειγμα 1

Φως με ένταση  $I_0$  διέρχεται από σύστημα που αποτελείται από δύο τέλειους γραμμικούς πολωτές. Ο άξονας πολώσεως του πρώτου πολωτή βρίσκεται σε γωνία  $30^\circ$  με την κατακόρυφη (δηλαδή ως προς τον άξονα  $y$ ) και του δευτέρου βρίσκεται σε γωνία  $60^\circ$  σε σχέση με την κατακόρυφη.

(α) Εάν φυσικό φως εισέλθει στο σύστημα των δύο πολωτών να βρείτε την ένταση της εξερχόμενης δέσμης.

(β) Εάν γραμμικά πολωμένο φως με άξονα πολώσεως ως προς την κατακόρυφη εισέλθει στο σύστημα των δύο πολωτών να βρείτε την ένταση της εξερχόμενης δέσμης.

## Λύση

Στην περίπτωση του φυσικού φωτός όταν το φως εξέρχεται από τον πρώτο πολωτή θα έχει ένταση  $I_1 = \frac{I_0}{2}$  και το πεδίο θα είναι γραμμικά πολωμένο με άξονα πολώσεως που έχει γωνία

$30^\circ$  με την κατακόρυφη (δηλαδή ως προς τον άξονα  $y$ ). Κατά την έξοδο από την δεύτερο πολωτή, από το νόμο του Malus θα έχουμε  $I_2 = I_1 \cos^2(60^\circ - 30^\circ) = \frac{I_0}{2} \cos^2(30^\circ) = \frac{3I_0}{8}$ .

Στην περίπτωση που στο σύστημα προσπίπτει γραμμικά πολωμένο φως με άξονα πολώσεως ως προς την κατακόρυφη τότε μετά τον πρώτο πολωτή θα έχουμε  $I_1 = I_0 \cos^2(30^\circ) = \frac{3I_0}{4}$ , ενώ μετά

την έξοδο από το δεύτερο πολωτή θα έχουμε  $I_2 = I_1 \cos^2(60^\circ - 30^\circ) = \frac{3I_0}{4} \cos^2(30^\circ) = \frac{9I_0}{16}$ .

## Παράδειγμα 2

Φως με ένταση  $I_0$  διέρχεται από σύστημα που αποτελείται από δύο τέλειους γραμμικούς πολωτές. Ο άξονας πολώσεως του πρώτου πολωτή βρίσκεται σε γωνία  $\theta$  με την κατακόρυφη (δηλαδή ως προς τον άξονα  $y$ ) και του δεύτερου βρίσκεται σε γωνία  $2\theta$  σε σχέση με την κατακόρυφη. Εάν φυσικό φως εισέλθει στο σύστημα των δύο πολωτών τότε η ένταση της εξερχόμενης δέσμης είναι  $3I_0/8$ . Να βρεθεί η γωνία  $\theta$ .

### Λύση

Στην περίπτωση του φυσικού φωτός όταν το φως εξέρχεται από τον πρώτο πολωτή θα έχει ένταση  $I_1 = \frac{I_0}{2}$  και το πεδίο θα είναι γραμμικά πολωμένο με άξονα πολώσεως που έχει γωνία  $\theta$

με την κατακόρυφη (δηλαδή ως προς τον άξονα  $y$ ). Κατά την έξοδο από την δεύτερο πολωτή,

από το νόμο του Malus θα έχουμε  $I_2 = I_1 \cos^2(2\theta - \theta) = \frac{I_0}{2} \cos^2 \theta = \frac{3I_0}{8}$ . Άρα

$$\cos^2 \theta = \frac{3}{4} \Rightarrow \theta = 30^\circ.$$

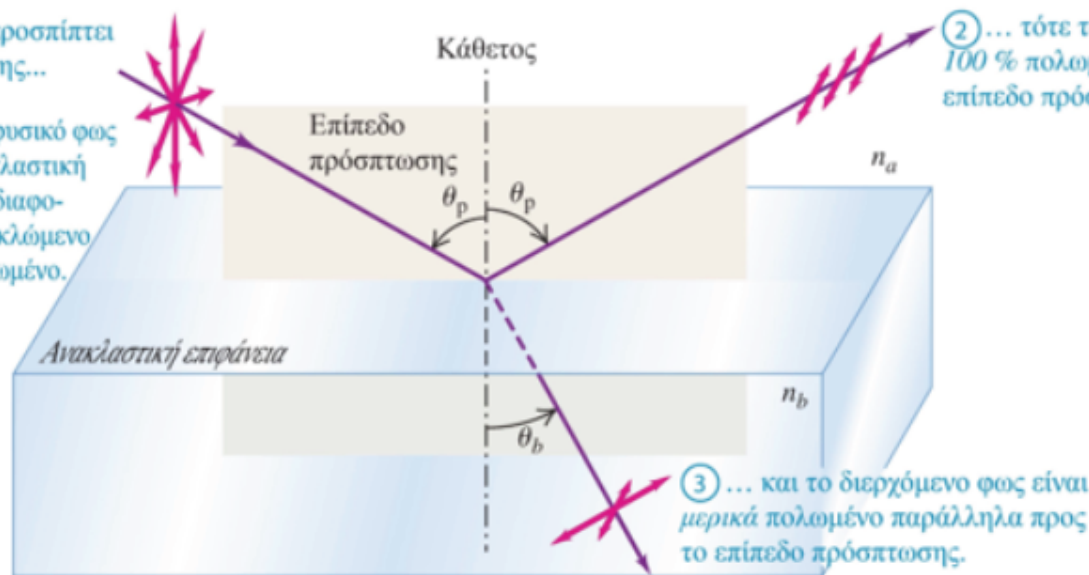
## Πόλωση από Ανάκλαση

Το φυσικό φως μπορεί να πολωθεί, μερικά ή ολικά, με ανάκλαση. Για τις περισσότερες γωνίες πρόσπτωσης, κύματα των οποίων το ηλεκτρικό πεδίο  $E$  είναι κάθετο προς το επίπεδο πρόσπτωσης (δηλαδή είναι παράλληλο προς την ανακλαστική επιφάνεια) ανακλώνται ισχυρότερα από τα κύματα των οποίων το  $E$  βρίσκεται πάνω στο επίπεδο αυτό. Στην περίπτωση αυτή, το ανακλώμενο φως είναι μερικά πολωμένο στη διεύθυνση που είναι κάθετη προς το επίπεδο πρόσπτωσης. Αλλά για μια συγκεκριμένη γωνία πρόσπτωσης, που ονομάζεται **γωνία πόλωσης**  $\theta_p$ , το φως του οποίου το ηλεκτρικό πεδίο  $E$  βρίσκεται πάνω στο επίπεδο πρόσπτωσης δεν ανακλάται καθόλου, αλλά διαθλάται πλήρως. Στην ίδια αυτή γωνία πρόσπτωσης, το φως του οποίου το ηλεκτρικό πεδίο  $E$  είναι κάθετο προς το επίπεδο πρόσπτωσης ανακλάται μερικώς.

**33.26** Όταν φυσικό φως προσπίπτει σε μια ανακλαστική επιφάνεια υπό τη γωνία πόλωσης, το ανακλώμενο φως είναι γραμμικά πολωμένο.

① Αν φυσικό φως προσπίπτει υπό τη γωνία πόλωσης...

④ Εναλλακτικά, αν φυσικό φως προσπίπτει στην ανακλαστική επιφάνεια υπό γωνία διαφορετική της  $\theta_p$ , το ανακλώμενο φως είναι μερικά πολωμένο.



② ... τότε το ανακλώμενο φως είναι 100 % πολωμένο κάθετα προς το επίπεδο πρόσπτωσης...

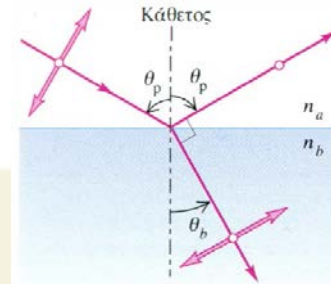
③ ... και το διερχόμενο φως είναι μερικά πολωμένο παράλληλα προς το επίπεδο πρόσπτωσης.



# Πόλωση από Ανάκλαση

Σημαντική συνθήκη: Οι γωνίες ανάκλασης και διάθλασης να είναι κάθετες μεταξύ τους  $\theta_p + \theta_b = 90^\circ$

$$n_a \sin \theta_p = n_b \sin \theta_b = n_b \sin(90^\circ - \theta_p) = n_b \cos \theta_p$$



Γωνία πόλωσης (γωνία πρόσπτωσης για την οποία το ανακλώμενο φως είναι 100 % πολωμένο)

Νόμος του Brewster για τη γωνία πόλωσης:

$$\tan \theta_p = \frac{n_b}{n_a}$$

Δείκτης διάθλασης του δεύτερου υλικού  
Δείκτης διάθλασης του πρώτου υλικού

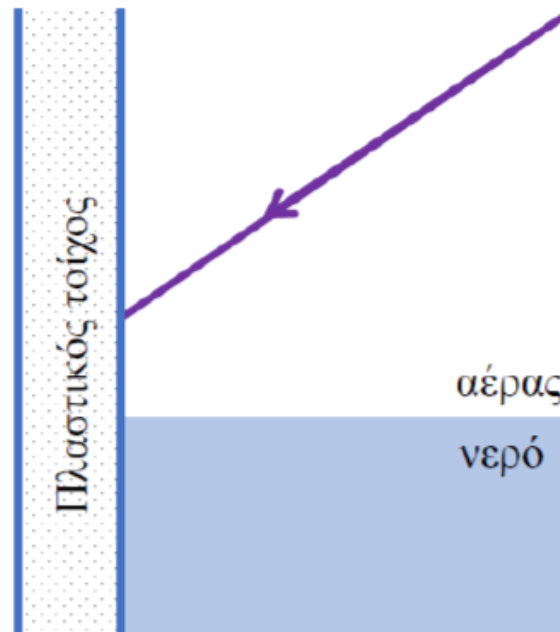
(33.8)

Η σχέση αυτή είναι γνωστή ως **νόμος του Brewster**. Αν και ανακαλύφθηκε πειραματικά, είναι δυνατόν να εξαχθεί και από το κυματικό πρότυπο με χρήση των εξισώσεων του Maxwell.

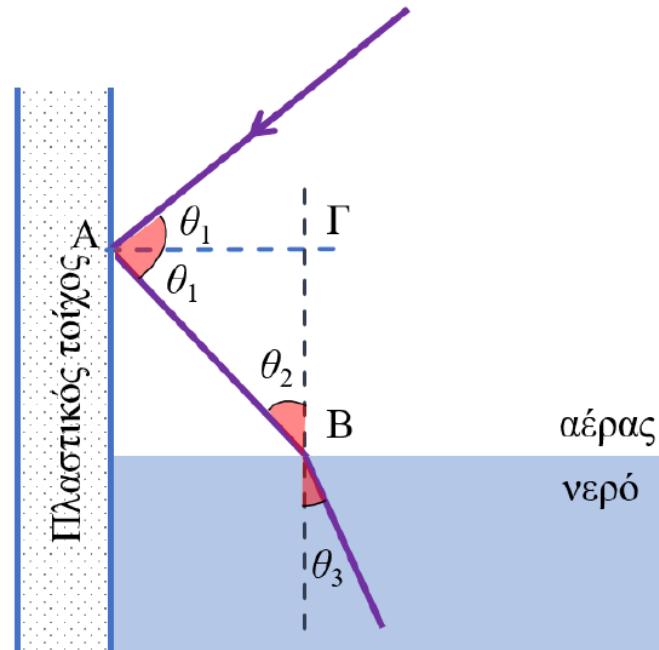
Η πόλωση από ανάκλαση είναι ο λόγος για τον οποίο τα πολωτικά φίλτρα χρησιμοποιούνται ευρέως στα γυαλιά ηλίου

## Παράδειγμα 3

Μη-πολωμένο φως διαδίδεται στον αέρα, προσπίπτει σε πλαστικό τοίχο και μέρος αυτού ανακλάται και προσπίπτει σε επιφάνεια νερού (δείτε παρακάτω σχήμα). Το ανακλώμενο φως από τον πλαστικό τοίχο προς το νερό είναι πλήρως γραμμικά πολωμένο. Να βρεθεί η γωνία διάθλασης της δέσμης φωτός στο νερό. Θεωρήστε ότι ο δείκτης διάθλασης του αέρα είναι 1, του νερού 1.33 και του πλαστικού τοίχου 1.61.



# Παράδειγμα 3: Λύση



Επειδή το ανακλώμενο φως από τον πλαστικό τοίχο είναι πλήρως γραμμικά πολωμένο ενώ το προσπίπτων είναι μη πολωμένο, η γωνία πρόσπτωσης  $\theta_1$  θα είναι η γωνία Brewster. Άρα

$$\tan \theta_1 = \frac{n_{\text{πλαστ}}}{n_{\text{αέρα}}} = 1.61 \rightarrow \theta_1 = 1.015 \text{ rad } \acute{\eta} \theta_1 \approx 58.15^\circ$$

Από το τρίγωνο ABΓ και αφού η γωνία ανάκλασης από τον τοίχο είναι ίδια με την γωνία πρόσπτωσης στον τοίχο  $\theta_1$ , έχουμε τη γωνία πρόσπτωσης στο νερό  $\theta_2$  ως

$$\theta_2 = 90^\circ - \theta_1 \approx 31.85^\circ$$

Για την γωνία  $\theta_2$  θα χρησιμοποιήσουμε το νόμο του Snell

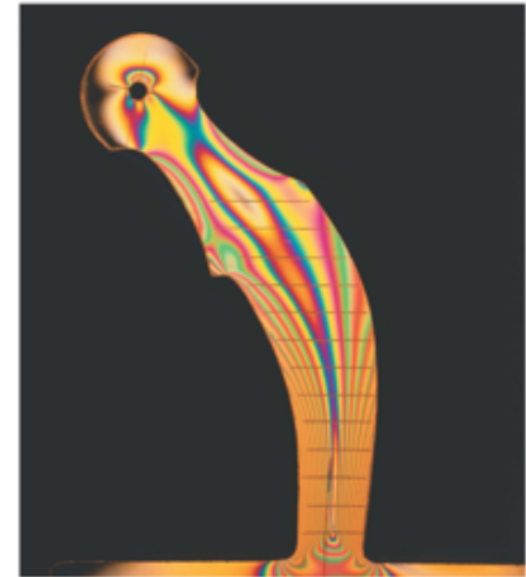
$$n_{\text{αέρα}} \sin \theta_2 = n_{\text{νερό}} \sin \theta_3 \rightarrow \sin \theta_3 = 0.3967 \rightarrow \theta_3 = 0.408 \text{ rad } \acute{\eta} \theta_3 \approx 23.37^\circ .$$

## Διπλοθλαστικότητα – Φωτοελαστικότητα

Για το φως, η διαφορά φάσης μπορεί να εισαχθεί αν χρησιμοποιηθεί ένα υλικό που εμφανίζει *διπλοθλαστικότητα* – δηλαδή παρουσιάζει διαφορετικούς δείκτες διάθλασης για διαφορετικές διευθύνσεις πόλωσης. Όταν δύο κύματα ίσου πλάτους, τα οποία είναι πολωμένα σε κάθετες διευθύνσεις πόλωσης, εισέρχονται σε ένα τέτοιο υλικό, οδεύουν με διαφορετικές ταχύτητες. Αν έχουν την ίδια φάση όταν εισέρχονται στο υλικό, οι φάσεις τους γενικά δεν συμπίπτουν πλέον όταν εξέρχονται από το υλικό. Αν ο κρύσταλλος είχε ακριβώς το απαιτούμενο πάχος, ώστε να επιτυγχάνεται η εισαγωγή διαφοράς φάσης  $\pi/2$  –η οποία αντιστοιχεί σε ένα τεταρτοκύκλιο–, τότε ο κρύσταλλος μετατρέπει γραμμικά πολωμένο φως σε κυκλικά πολωμένο. Ένας τέτοιος κρύσταλλος ονομάζεται *πλακίδιο  $\lambda/4$* .

Μερικά οπτικά υλικά δεν είναι υπό φυσιολογικές συνθήκες διπλοθλαστικά, μπορούν όμως να γίνουν αν υποβληθούν σε μηχανική τάση. Αυτή είναι η βάση της επιστήμης της *φωτοελαστικότητας*. Οι τάσεις που αναπτύσσονται σε δοκούς, στα τοιχώματα ενός λέβητα, στο σύστημα δοντιών ενός γραναζιού, καθώς και στις κολόνες ενός καθεδρικού ναού μπορούν να αναλυθούν ως εξής: κατασκευάζεται ένα διαφανές ομοίωμα του αντικειμένου, συνήθως από ένα πλαστικό υλικό, υποβάλλεται σε μηχανική τάση και στη συνέχεια εξετάζεται μεταξύ ενός πολωτή και ενός αναλυτή με κάθετους τους άξονες πόλωσης τους (διασταυρωμένους). Με τις οπτικές αυτές μεθόδους μπορούν να μελετηθούν ιδιαίτερα πολύπλοκες κατανομές τάσεων.

**33.30** Αυτό το πλαστικό ομοίωμα τεχνητής άρθρωσης ισχίου φωτογραφήθηκε μεταξύ δύο πολωτικών φίλτρων (ενός πολωτή και ενός αναλυτή) με κάθετους άξονες πόλωσης. Η έγχρωμη εικόνα συμβολής αποκαλύπτει τη διεύθυνση και το μέγεθος των τάσεων στο ομοίωμα. Οι μηχανικοί χρησιμοποιούν αυτά τα αποτελέσματα για να βοηθήσουν στον σχεδιασμό της ρεαλιστικής άρθρωσης του ισχίου (που χρησιμοποιείται στη χειρουργική επέμβαση αντικατάστασης ισχίου), η οποία είναι κατασκευασμένη από μέταλλο.

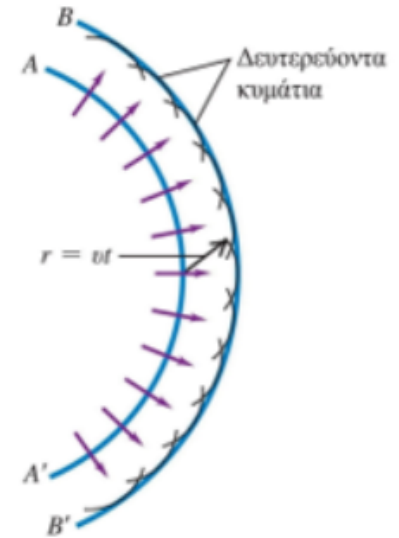


## ΑΡΧΗ ΤΟΥ HUYGENS

Η αρχή αυτή, που διατυπώθηκε αρχικά από τον Ολλανδό επιστήμονα Christiaan Huygens (Κρίστιαν Χόιγκενς) το 1678, αποτελεί μια γεωμετρική μέθοδο εύρεσης, από τη γνωστή μορφή ενός μετώπου κύματος σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή, της μορφής του μετώπου κύματος σε μια μεταγενέστερη χρονική στιγμή. Ο Huygens υπέθεσε ότι **κάθε σημείο ενός μετώπου κύματος μπορεί να θεωρηθεί ως πηγή δευτερευόντων κυματίων που διαδίδονται προς όλες τις κατευθύνσεις με ταχύτητα ίση με την ταχύτητα διάδοσης του κύματος**. Το μέτωπο κύματος, σε κάποια μεταγενέστερη χρονική στιγμή, βρίσκεται αν κατασκευαστεί μια επιφάνεια *εφαπτομένη* στα δευτερεύοντα κυμάτια, ή —όπως ονομάζεται— *περιβάλλουσα των κυματίων*.

Οι νόμοι της ανάκλασης και της διάθλασης των φωτεινών ακτίνων, που εισαγάγαμε στο Εδ. 33.2, ανακαλύφθηκαν πειραματικά πολύ πριν εδραιωθεί με ακλόνητες αποδείξεις η κυματική φύση του φωτός. Εντούτοις, είναι δυνατόν να *εξαγάγουμε* τους νόμους αυτούς χρησιμοποιώντας την κυματική θεώρηση και να δείξουμε ότι είναι συμβατοί με την κυματική φύση του φωτός.

**33.33** Εφαρμογή της αρχής του Huygens στο μέτωπο κύματος  $AA'$  για την κατασκευή ενός νέου μετώπου κύματος  $BB'$ .



## ΣΥΜΒΟΛΗ ΚΑΙ ΣΥΜΦΩΝΕΣ ΠΗΓΕΣ

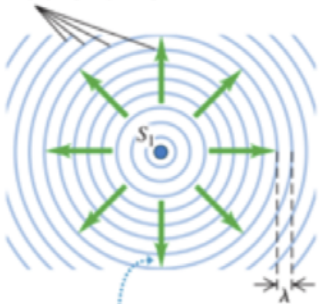
Ο όρος **συμβολή** αναφέρεται σε κάθε περίπτωση στην οποία δύο ή περισσότερα κύματα αλληλεπικαλύπτονται στον χώρο. Όταν συμβαίνει αυτό, το συνολικό κύμα σε κάθε σημείο και ανά πάσα στιγμή καθορίζεται από την **αρχή της επαλληλίας** την οποία έχουμε εισαγάγει στο πλαίσιο των κυμάτων σε μία χορδή.

Όταν δύο ή περισσότερα κύματα αλληλεπικαλύπτονται, η προκύπτουσα μετατόπιση, σε οποιοδήποτε σημείο και οποιαδήποτε χρονική στιγμή, μπορεί να βρεθεί αν προστεθούν οι στιγμιαίες μετατοπίσεις που θα παράγονταν στο σημείο αυτό από τα ξεχωριστά κύματα αν το καθένα από αυτά υφίστατο από μόνο του.

Χρησιμοποιούμε τον όρο «μετατόπιση» με τη γενική έννοια. Αν πρόκειται για κύματα στην επιφάνεια ενός υγρού, εννοούμε την πραγματική μετατόπιση της επιφάνειας πάνω ή κάτω από το κανονικό επίπεδό της. Για ηχητικά κύματα, ο όρος αναφέρεται στην υπερπίεση ή στην υποπίεση. Για τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, εννοούμε συνήθως μια ορισμένη συνιστώσα του ηλεκτρικού ή του μαγνητικού πεδίου.

**35.1** Ένα «στιγμιότυπο» ημιτονοειδών κυμάτων συχνότητας  $f$  και μήκους κύματος  $\lambda$  που απομακρύνονται από την πηγή  $S_1$  προς όλες τις διευθύνσεις.

Μέτωπα κύματος: κορυφές του κύματος (συχνότητα  $f$ ) που διαχωρίζονται από ένα μήκος κύματος  $\lambda$



Τα μέτωπα κύματος απομακρύνονται από την πηγή  $S_1$  με την κυματική ταχύτητα  $v = f\lambda$ .

Τα φαινόμενα συμβολής γίνονται πιο εύκολα αντιληπτά όταν συνδυάζουμε ημιτονοειδή κύματα με μία μόνο συχνότητα  $f$  και μήκος κύματος  $\lambda$ .

Στην Οπτική τα ημιτονοειδή κύματα είναι χαρακτηριστικά του **μονοχρωματικού φωτός** (φως ενός μόνο χρώματος). Ενώ είναι σχετικά εύκολο να κάνουμε υδάτινα ή ηχητικά κύματα μίας μόνο συχνότητας, οι κοινές πηγές φωτός δεν εκπέμπουν μονοχρωματικό (μίας μόνο συχνότητας) φως.

Τα φωτεινά κύματα μπορούν (και το κάνουν) να διαδίδονται σε δύο ή σε τρεις διαστάσεις, όπως μπορεί κάθε είδος κύματος που διαδίδεται σε ένα δισδιάστατο ή τρισδιάστατο μέσο.

## Συμβολή δύο κυμάτων

- Θεωρούμε δύο γραμμικά πολωμένα επίπεδα κύματα, ίδιου μήκους κύματος, της μορφής

$$\vec{E}_1 = \hat{\varepsilon}_1 E_1 \cos(kr_1 - \omega t + \varphi_1)$$

$$\vec{E}_2 = \hat{\varepsilon}_2 E_2 \cos(kr_2 - \omega t + \varphi_2)$$

- Το συνιστάμενο πεδίο θα είναι

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

- Και η ένταση του προκύπτει (με  $I_1, I_2$ , τις αντίστοιχες εντάσεις για τα δύο πεδία)

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi$$

$$\varphi = k(r_2 - r_1) + \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) + \varphi_2 - \varphi_1 \quad \text{Διαφορά φάσης}$$

## Ενισχυτική και καταστρεπτική συμβολή

- Εάν  $\varphi = 2m\pi$ , με  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Τότε παίρνουμε την μέγιστη τιμή του  $I$  ως

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

- Εάν  $\varphi = (2m + 1)\pi$ , με  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Τότε παίρνουμε την ελάχιστη τιμή του  $I$  ως

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

Εάν  $\cos \varphi > 0$  (δίνει  $I > I_1 + I_2$ ),

έχουμε **ενισχυτική** (θετική) **συμβολή**

Εάν  $\cos \varphi < 0$  (δίνει  $I < I_1 + I_2$ ),

έχουμε **καταστρεπτική** (αρνητική) **συμβολή**



## Συμβολή από πηγές με ίδια πλάτη

- Εάν έχουμε πηγές με ίδια ένταση (ίδια πλάτη), τότε

για

$$I_1 = I_2 = \frac{I_0}{4}$$

$$I = I_0 \cos^2 \left( \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$I_{\max} = I_0, \quad I_{\min} = 0$$

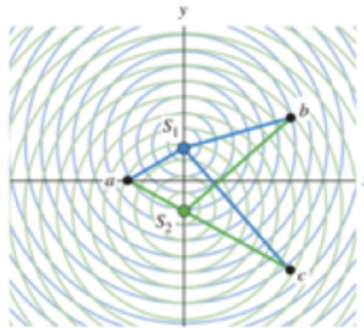
## Ενισχυτική και Καταστρεπτική Συμβολή

Δύο μονοχρωματικές πηγές της ίδιας συχνότητας και με οποιαδήποτε σταθερή σχέση φάσεων (όχι απαραίτητα σε φάση) λέγονται ότι είναι **σύμφωνες**. Χρησιμοποιούμε επίσης τον όρο **σύμφωνα κύματα** (ή για φωτεινά κύματα, σύμφωνο φως) όταν αναφερόμαστε σε κύματα που εκπέμπονται από δύο τέτοιες πηγές. Εάν τα κύματα που εκπέμπονται από τις δύο σύμφωνες πηγές είναι **εγκάρσια**, όπως τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα, τότε θα υποθέσουμε επίσης ότι οι κυματικές διαταραχές που παράγονται και από τις δύο πηγές έχουν την ίδια **πόλωση** (δηλαδή βρίσκονται κατά μήκος της ίδιας γραμμής).

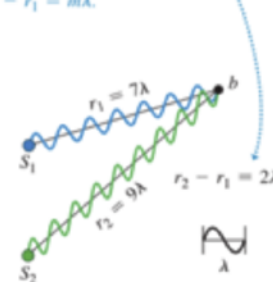
Τότε χρειαζόμαστε μόνο μια απλή βαθμωτή συνάρτηση για να περιγράψουμε το κάθε κύμα· αυτό κάνει την ανάλυση πολύ ευκολότερη.

**35.2** (a) Ένα «στιγμιότυπο» ημιτονοειδών κυμάτων που εξαπλώνονται από δύο σύμφωνες πηγές  $S_1$  και  $S_2$ . Ενισχυτική συμβολή συμβαίνει στο σημείο  $a$  (που ισαπέχει από τις δύο πηγές) και  $b$  στο σημείο  $b$ . (c) Καταστρεπτική (αναιρετική) συμβολή συμβαίνει στο σημείο  $c$ .

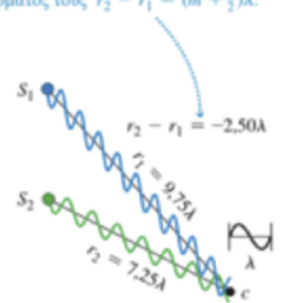
(a) Δύο σύμφωνες πηγές κυμάτων που απέχουν απόσταση μεταξύ τους  $4\lambda$



(b) Συνθήκες για ενισχυτική συμβολή: Τα κύματα συμβάλλουν ενισχυτικά όταν η διαφορά των δρόμων τους είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματός τους:  $r_2 - r_1 = m\lambda$ .



(c) Συνθήκες για καταστρεπτική συμβολή: Τα κύματα συμβάλλουν καταστρεπτικά όταν η διαφορά των δρόμων τους είναι ημιακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματός τους  $r_2 - r_1 = (m + \frac{1}{2})\lambda$ .



Εδώ έχουμε θεωρήσει  $\varphi_1 = \varphi_2$

## Ενισχυτική και Καταστρεπτική Συμβολή

Γενικά, όταν κύματα από δύο ή περισσότερες πηγές φθάνουν σε ένα σημείο σε *φάση*, τότε αλληλενισχύονται: Το πλάτος του προκύπτοντος κύματος είναι το *άθροισμα των πλατών* των επιμέρους κυμάτων. Αυτό ονομάζεται **ενισχυτική (επικοδομητική) συμβολή** (Σχ. 35.2b). Έστω ότι η απόσταση της  $S_1$  από κάποιο σημείο  $P$  είναι  $r_1$  και ότι η απόσταση της  $S_2$  από το  $P$  είναι  $r_2$ . Για να συμβεί ενισχυτική συμβολή στο  $P$ , η διαφορά δρόμου  $r_2 - r_1$  για τις δύο πηγές θα πρέπει να είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος  $\lambda$ :

$$r_2 - r_1 = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \text{ (Ενισχυτική συμβολή, (35.1) πηγές σε φάση)}$$

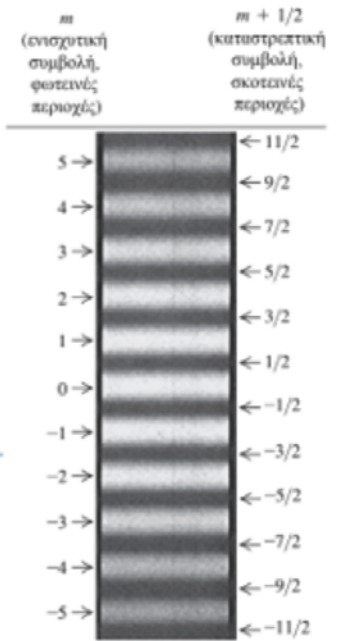
Κάτι διαφορετικό συμβαίνει στο σημείο  $c$  στο Σχ. 35.2a. Στο σημείο αυτό η διαφορά δρόμου είναι  $r_2 - r_1 = -2,50\lambda$ , το οποίο είναι *ημιακέραιος* αριθμός μηκών κύματος. Κύματα από τις δύο πηγές φθάνουν στο σημείο  $c$  ακριβώς μισό κύκλο εκτός φάσης. Μία κορυφή του ενός κύματος φθάνει την ίδια χρονική στιγμή με μια αντεστραμμένη κορυφή (μία κοιλάδα) από το άλλο κύμα (Σχ. 35.2c). Το προκύπτον πλάτος είναι η *διαφορά* μεταξύ των δύο επιμέρους πλατών. Εάν τα επιμέρους πλάτη είναι ίσα, τότε το ολικό πλάτος είναι μηδέν!

Αυτή η αναίρεση ή η μερική αναίρεση των επιμέρους κυμάτων ονομάζεται **καταστρεπτική (αναιρετική) συμβολή**.

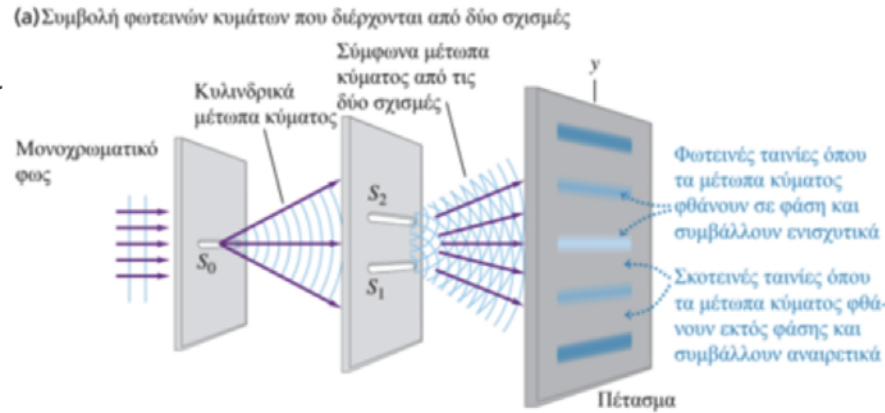
$$r_2 - r_1 = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \text{ (καταστρεπτική συμβολή, πηγές (35.2) σε φάση)}$$

## ΣΥΜΒΟΛΗ ΤΟΥ ΦΩΤΟΣ ΑΠΟ ΔΥΟ ΠΗΓΕΣ

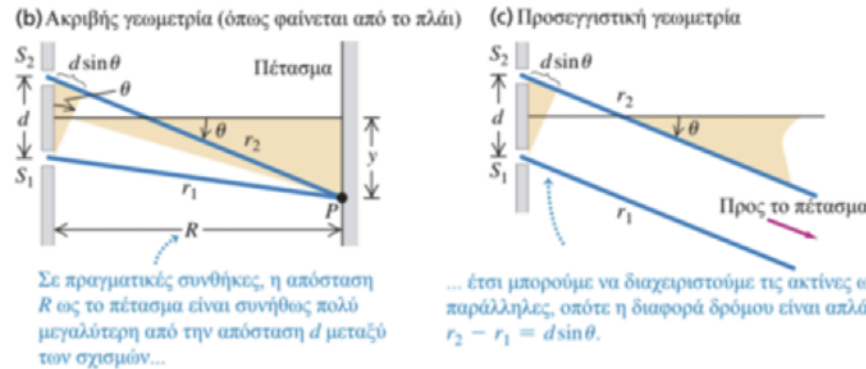
Το Σχ. 35.5a δείχνει ένα από τα πρώτα ποσοτικά πειράματα για την ανάδειξη της συμβολής του φωτός από δύο πηγές, το οποίο πραγματοποιήθηκε για πρώτη φορά το 1800 από τον Άγγλο επιστήμονα Thomas Young (Τόμας Γιανγκ).



**(a)** Το πείραμα του Young, με το οποίο επιδεικνύεται η συμβολή του φωτός που διέρχεται μέσω δύο σχισμών. Μία εικόνα φωτεινών και σκοτεινών περιοχών εμφανίζεται στο πέτασμα (δείτε Σχ. 35.6).



**(b)** Γεωμετρική ανάλυση του πειράματος του Young. Για την περίπτωση που φαίνεται,  $r_2 > r_1$  και αμφότερα τα  $y$  και  $\theta$  είναι θετικά. Εάν το σημείο  $P$  είναι στην άλλη πλευρά –ως προς το κέντρο του πετάσματος–, τότε  $r_2 < r_1$  και αμφότερα τα  $y$  και  $\theta$  είναι αρνητικά.



35.6 Φωτογραφία κροσσών συμβολής που παράγονται σε ένα πέτασμα στο πείραμα των δύο σχισμών του Young.

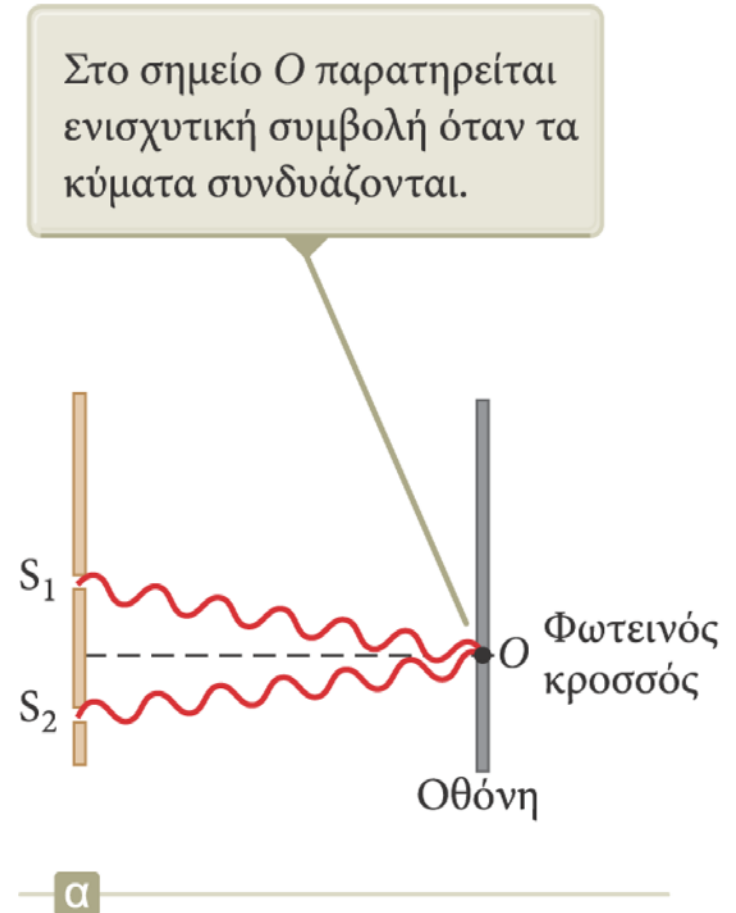
# Εικόνα συμβολής (1)

Στο σημείο  $O$  συμβαίνει ενισχυτική συμβολή.

Τα δύο κύματα διανύουν την ίδια απόσταση.

- Επομένως, φτάνουν στο σημείο  $O$  χωρίς να έχουν διαφορά φάσης.

Έτσι, συμβάλλουν ενισχυτικά και στο σημείο αυτό σχηματίζεται ένας φωτεινός κροσσός.



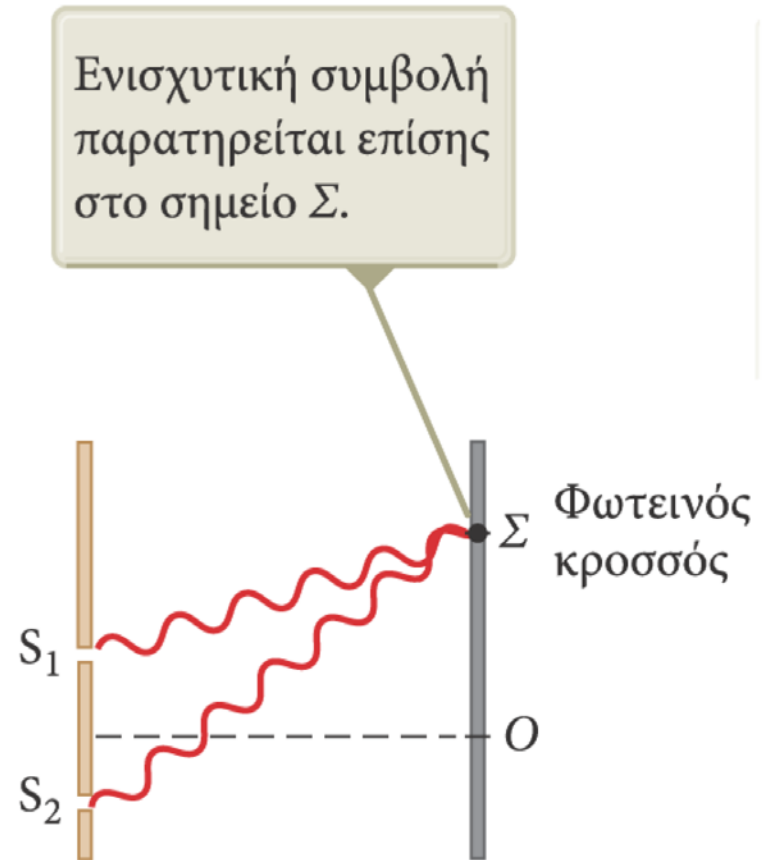
## Εικόνα συμβολής (2)

Το κάτω κύμα πρέπει να διανύσει μεγαλύτερη απόσταση από το επάνω κύμα προκειμένου να φτάσει στο σημείο  $\Sigma$ .

Το κάτω κύμα διανύει μεγαλύτερη απόσταση, η οποία είναι ίση με ένα μήκος κύματος.

- Άρα, τα κύματα φτάνουν χωρίς να έχουν διαφορά φάσης.

Στο σημείο αυτό σχηματίζεται ένας δεύτερος φωτεινός κροσσός.



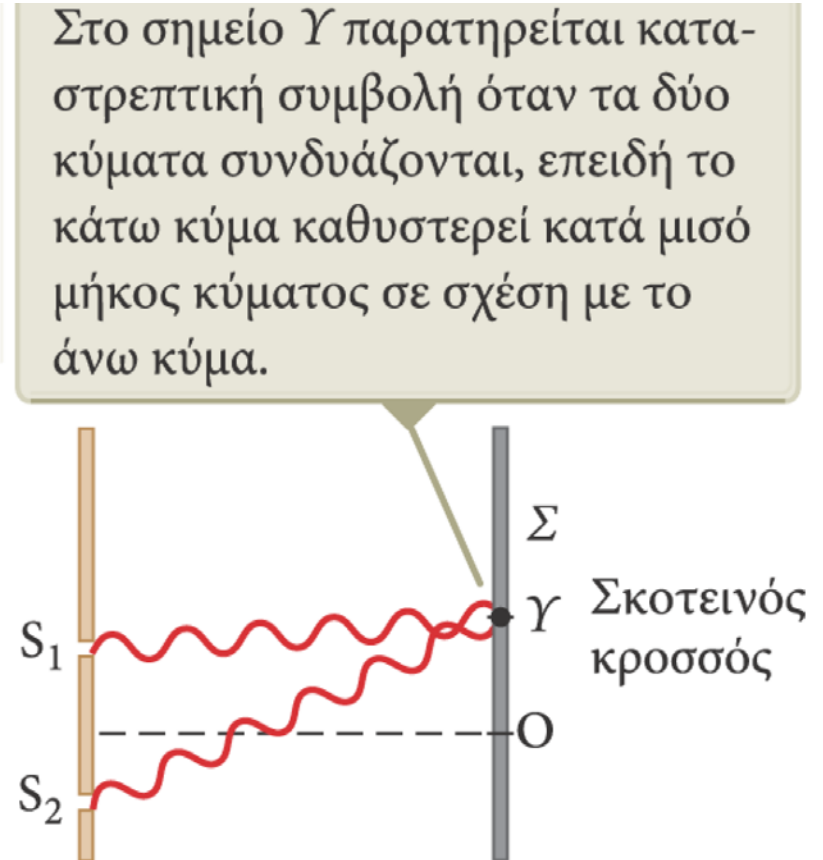
## Εικόνα συμβολής (3)

Το κάτω κύμα πρέπει να διανύσει μισό μήκος κύματος περισσότερο από το πάνω κύμα προκειμένου να φτάσει στο σημείο  $\gamma$ .

Η κοιλάδα του επάνω κύματος επικαλύπτει την κορυφή του κάτω κύματος.

Τα κύματα συμβάλλουν καταστρεπτικά.

- Σχηματίζεται ένας σκοτεινός κροσσός.



## Ενισχυτική και Καταστρεπτική Συμβολή από Διπλή Σχισμή

Ενισχυτική συμβολή (ενίσχυση) συμβαίνει στα σημεία που η διαφορά δρόμου είναι ένας ακέραιος αριθμός μηκών κύματος,  $m\lambda$ , όπου  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$

Παρομοίως, καταστρεπτική συμβολή (αναίρεση) συμβαίνει, σχηματίζοντας σκοτεινές περιοχές στο πέτασμα, στα σημεία για τα οποία η διαφορά δρόμου είναι ημιακέραιος αριθμός μηκών κύματος,  $(m + \frac{1}{2})\lambda$ :

**Ενισχυτική συμβολή, δύο σχισμές:** 35.4

Απόσταση μεταξύ των σχισμών  $d$  Μήκος κύματος  $\lambda$

$$d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Γωνία της γραμμής από τις σχισμές ως τον  $m$ -οστό φωτεινό κροσσό

**Καταστρεπτική συμβολή, δύο σχισμές:** 35.5

Απόσταση μεταξύ των σχισμών  $d$  Μήκος κύματος  $\lambda$

$$d \sin \theta = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Γωνία της γραμμής από τις σχισμές ως τον  $m$ -οστό σκοτεινό κροσσό

Μπορούμε να αποδείξουμε μια έκφραση για τις θέσεις των κέντρων των φωτεινών ταινιών στο πέτασμα.

35.6 Μήκος κύματος

**Ενισχυτική συμβολή, Πείραμα του Young**  
(μόνο για μικρές γωνίες):

$$y_m = R \frac{m\lambda}{d} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Θέση της  $m$ -οστής φωτεινής ταινίας Απόσταση του πετάσματος από τις σχισμές Απόσταση μεταξύ των σχισμών

$$y_m = R \tan \theta_m$$

$$\tan \theta_m \approx \sin \theta_m$$

$$y_m = R \sin \theta_m$$

Μπορούμε να μετρήσουμε την  $R$  και την  $d$ , καθώς επίσης και τις θέσεις  $y_m$  των φωτεινών κροσσών, συνεπώς αυτό το πείραμα μας παρέχει μια άμεση μέτρηση του μήκους κύματος  $\lambda$ . Το πείραμα του Young ήταν πραγματικά η πρώτη άμεση μέτρηση μηκών κύματος του φωτός.

Τα αποτελέσματα που δίνονται στις Εξ. (35.4) και (35.5) ισχύουν για κάθε τύπο κύματος, με την προϋπόθεση ότι το προκύπτον κύμα από δύο σύμφωνες πηγές ανιχνεύεται σε ένα σημείο που είναι πολύ μακρύτερα από την απόσταση  $d$  μεταξύ των πηγών.



# Παράδειγμα 4

Στο πείραμα δύο σχισμών του Young η απόσταση μεταξύ των σχισμών είναι 0.5 mm και χρησιμοποιούμε πηγή μήκους κύματος 600 nm. Πόσο πρέπει να απέχει η οθόνη από τις σχισμές για να έχουμε απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών κροσσών 1 mm στην οθόνη;

## Λύση

Τα μέγιστα συμβολής παρουσιάζονται στα σημεία

$y_m = m \frac{R\lambda}{d}$ ,  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  Η διαφορά δύο διαδοχικών μεγίστων (φωτεινών κροσσών)

δίνεται από τη σχέση

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = (m+1) \frac{R\lambda}{d} - m \frac{R\lambda}{d} \rightarrow$$
$$\Delta y = \frac{R\lambda}{d} \quad (1)$$

Η διαφορά δύο διαδοχικών ελαχίστων (σκοτεινών κροσσών) είναι ίδια με την εξίσωση (1), αφού τα ελάχιστα υπολογίζονται από τη σχέση

$$y'_m = (m + 1/2) \frac{R\lambda}{d}, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

η διαφορά θα είναι

$$\Delta y' = y'_{m+1} - y'_m = (m + 3/2) \frac{R\lambda}{d} - (m + 1/2) \frac{R\lambda}{d} \rightarrow$$
$$\Delta y' = \frac{R\lambda}{d} = \Delta y$$

Από τη σχέση (1) υπολογίζουμε το  $R = \frac{d\Delta y}{\lambda} = 0.833 \text{ m}$ .

## ΚΑΤΑΝΟΜΗ ΤΗΣ ΕΝΤΑΣΗΣ ΣΕ ΕΙΚΟΝΕΣ ΣΥΜΒΟΛΗΣ

### Κατανομή Πλάτους στη Συμβολή από Διπλή Σχισμή

Για να υπολογίσουμε την ένταση, θα υποθέσουμε, ότι τα κύματα από τις δύο πηγές έχουν ίσα πλάτη  $E$  και την ίδια πόλωση.

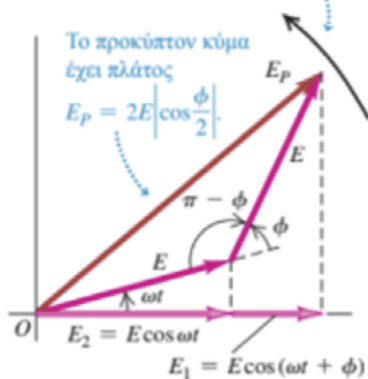
Εάν οι δύο πηγές είναι σε φάση, τότε τα κύματα που φθάνουν στο  $P$  διαφέρουν σε φάση κατά μία ποσότητα  $\varphi$  που είναι ανάλογη προς τη διαφορά των δρόμων τους,  $(r_2 - r_1)$ . Τότε, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις ακόλουθες εκφράσεις για τα δύο ηλεκτρικά πεδία που υπερτίθενται στο  $P$ :

$$E_1(t) = E \cos(\omega t + \phi)$$

$$E_2(t) = E \cos \omega t$$

**35.9** Διάγραμμα περιστρεφόμενων διανυσμάτων φάσης (φασόρων) για την υπέρθεση στο σημείο  $P$  δύο κυμάτων ίσου πλάτους  $E$  με διαφορά φάσης  $\phi$ .

Όλοι οι φασόρες περιστρέφονται αντίθετα προς τους δείκτες του ρολογιού με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ .



[ Σελίδα 1290 ]

Το πλάτος  $E_P$  του προκύπτοντος ημιτονοειδούς κύματος στο  $P$  είναι το μέτρο του σκούρου κόκκινου φασόρα στο διάγραμμα (σημειωμένου με  $E_P$ ). αυτό είναι το διανυσματικό άθροισμα των δύο άλλων φασόρων.

Πλάτος του κύματος από μία πηγή

Πλάτος του ηλεκτρικού πεδίου στη συμβολή από δύο πηγές

$$E_P = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$$

Διαφορά φάσης μεταξύ των κυμάτων

(35.7)

Όταν τα δύο κύματα είναι σε φάση,  $\varphi = 0$  και  $E_P = 2E$ . Όταν είναι ακριβώς μισό κύκλο εκτός φάσης,  $\varphi = \pi \text{ rad} = 180^\circ$ ,  $\cos \varphi/2 = \cos(\pi/2) = 0$  και  $E_P = 0$ .

## Κατανομή Έντασης στη Συμβολή από Διπλή Σχισμή

$$I = S_{\text{av}} = \frac{E_P^2}{2\mu_0 c} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_P^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_P^2$$

Ένταση στη συμβολή από δύο πηγές

Μέγιστη ένταση

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

Διαφορά φάσης μεταξύ των κυμάτων

(35.10)

Η ένταση εξαρτάται από τη διαφορά φάσης  $\phi$  και μεταβάλλεται μεταξύ  $I_0$  και μηδέν. Αν υπολογίσουμε τη μέση τιμή της Εξ. (35.10) για όλες τις δυνατές διαφορές φάσης, το αποτέλεσμα είναι:  $I_0/2 = \epsilon_0 c E^2$

Γνωρίζουμε ότι η  $\phi$  είναι ανάλογη προς τη διαφορά των μηκών των δρόμων από τις δύο πηγές ως το σημείο  $P$ .

### Διαφορά Φάσης και Διαφορά Δρόμου

Διαφορά φάσης στη συμβολή από δύο πηγές

Μήκος κύματος

Απόσταση από την πηγή 2

Απόσταση από την πηγή 1

Διαφορά δρόμου

Κυματαριθμός =  $2\pi/\lambda$

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) = k(r_2 - r_1)$$

(35.11)

[ Σελίδα 1290-1291 ]

copyright @ 2020 ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΑΠΑΖΗΣΗ

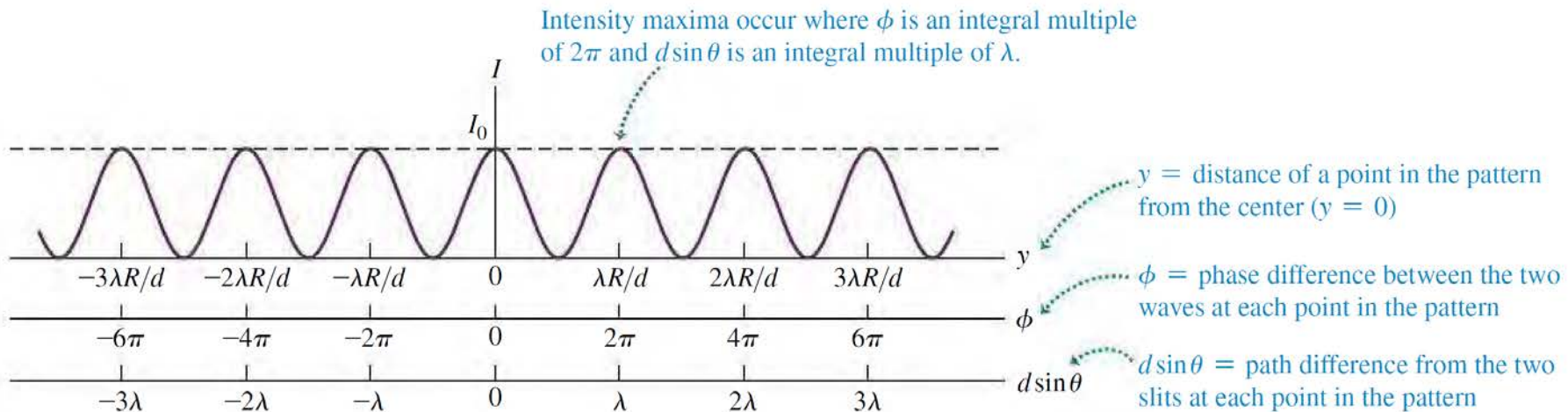
Η. ΚΑΤΣΟΥΦΗΣ

# Κατανομή της έντασης στη συμβολή

$$\phi = k(r_2 - r_1) = kd \sin \theta = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \quad I = I_0 \cos^2\left(\frac{1}{2}kd \sin \theta\right) = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta\right)$$

$$I = I_0 \cos^2\left(\frac{kdy}{2R}\right) = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi dy}{\lambda R}\right)$$

**35.10** Intensity distribution in the interference pattern from two identical slits.



## Παράδειγμα 5

Η ένταση του κεντρικού μεγίστου σε ένα πείραμα δύο σχισμών του Young είναι  $I_0$ , ενώ η ένταση του πρώτου ελάχιστου είναι μηδέν. Σε ποια απόσταση από το κεντρικό μέγιστο στο πρώτο ελάχιστο η ένταση γίνεται  $I_0/4$ ;

### Λύση

Η κατανομή της έντασης της ακτινοβολίας στο πείραμα του Young δίνεται από τη σχέση:

$$I = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi dy}{\lambda R}\right) \quad (1)$$

Για να βρούμε την απόσταση που έχουμε  $I = I_0 / 4$  αντικαθιστούμε στην εξίσωση (1) και έχουμε:

$$\cos^2\left(\frac{\pi dy}{\lambda R}\right) = \frac{1}{4} \Rightarrow \cos\left(\frac{\pi dy}{\lambda R}\right) = \pm \frac{1}{2}$$

Έτσι

$$\frac{\pi dy}{\lambda R} = \pm \arccos\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow y = \pm \frac{\lambda R}{\pi d} \arccos\left(\frac{1}{2}\right) = \pm \frac{\lambda R}{\pi d} \frac{\pi}{3} \Rightarrow y = \pm \frac{\lambda R}{3d}.$$

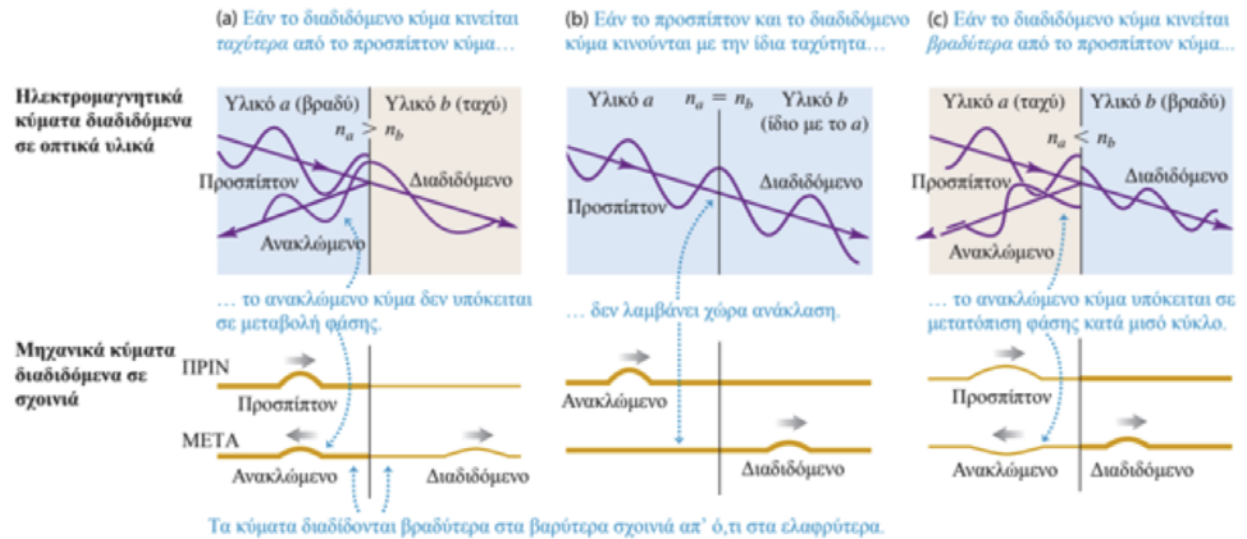
## ΣΥΜΒΟΛΗ ΣΕ ΛΕΠΤΑ ΥΜΕΝΙΑ

Υποθέστε ότι ένα φωτεινό κύμα με πλάτος ηλεκτρικού πεδίου  $E_i$  διαδίδεται σε ένα οπτικό υλικό με δείκτη διάθλασης  $n_a$ . Προσπίπτει, καθέτως, στη διαχωριστική επιφάνεια με ένα άλλο οπτικό υλικό με δείκτη διάθλασης  $n_b$ . Το πλάτος  $E_r$  του κύματος που ανακλάται από τη διεπιφάνεια δίνεται από τη σχέση

$$E_r = \frac{n_a - n_b}{n_a + n_b} E_i \quad (\text{κάθετη πρόσπτωση}) \quad (35.16)$$

Αυτό το αποτέλεσμα δείχνει ότι τα πλάτη του προσπίπτοντος και του ανακλώμενου κύματος έχουν το ίδιο πρόσημο όταν το  $n_a$  είναι μεγαλύτερο από το  $n_b$  και αντίθετα πρόσημο όταν το  $n_b$  είναι μεγαλύτερο του  $n_a$ . Καθώς τα πλάτη θα πρέπει να είναι είτε θετικά είτε μηδέν, μια αρνητική τιμή σημαίνει ότι το κύμα στην πραγματικότητα υπόκειται σε μια μετατόπιση φάσης μισού κύκλου ( $180^\circ$ ). Στο Σχ. 35.13 παρουσιάζονται τρεις περιπτώσεις:

**35.13** Πάνω σχήματα: Ηλεκτρομαγνητικά κύματα που προσπίπτουν καθέτως σε μια διαχωριστική επιφάνεια μεταξύ οπτικών υλικών (η πρόσπτωση φαίνεται να γίνεται υπό μικρή γωνία για να βελτιωθεί η ευκρίνεια του σχήματος). Κάτω σχήματα: Παλμοί μηχανικών κυμάτων σε σχοινιά.



[ Σελίδες 1293 - 1294 ]

copyright @ 2020 ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΑΠΑΖΗΣΗ

H. ΚΑΤΣΟΥΦΗΣ

12

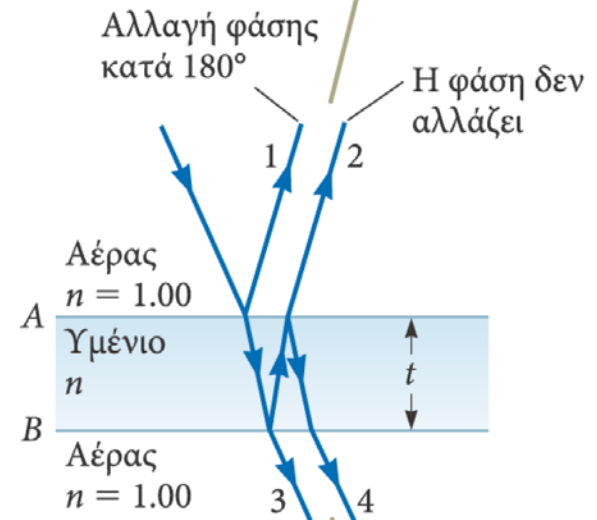
## Συμβολή σε λεπτά υμένια (2)

Υποθέτουμε ότι οι ακτίνες φωτός που διαδίδονται στον αέρα είναι σχεδόν κάθετες στις δύο επιφάνειες του υμενίου.

Η φάση της ακτίνας 1 αλλάζει κατά  $180^\circ$  σε σχέση με την προσπίπτουσα ακτίνα.

Η ακτίνα 2, η οποία ανακλάται στην κάτω επιφάνεια, δεν υφίσταται αλλαγή φάσης σε σχέση με το προσπίπτον κύμα.

Η συμβολή του φωτός που ανακλάται σε ένα λεπτό υμένιο οφείλεται στον συνδυασμό των ακτίνων 1 και 2, οι οποίες ανακλώνται στην άνω και στην κάτω επιφάνεια του υμενίου.



Οι ακτίνες 3 και 4 προκαλούν φαινόμενα συμβολής στο φως που μεταδίδεται μέσω του υμενίου.

## Συμβολή σε λεπτά υμένα (3)

Η ακτίνα 2 διανύει επιπλέον απόσταση  $2t$  προτού τα κύματα συνδυαστούν ξανά.

Συνθήκη ενισχυτικής συμβολής

- $2nt = (m + \frac{1}{2})\lambda$       ( $m = 0, 1, 2 \dots$ )
  - Η συνθήκη αυτή λαμβάνει υπόψη τόσο τη διαφορά στο μήκος της οπτικής διαδρομής των δύο ακτίνων όσο και την αλλαγή φάσης κατά  $180^\circ$ .

Συνθήκη καταστρεπτικής συμβολής

- $2nt = m\lambda$       ( $m = 0, 1, 2 \dots$ )

$\lambda$ : το μήκος κύματος του φωτός στο κενό



---

## Συμβολή σε λεπτά υμένια (4)

Δύο παράγοντες επηρεάζουν τη συμβολή:

- Οι πιθανές αντιστροφές φάσης κατά την ανάκλαση.
- Οι διαφορές των αποστάσεων που διανύονται.

Οι συνθήκες ισχύουν όταν το μέσο το οποίο βρίσκεται ψηλότερα από την άνω επιφάνεια του υμενίου είναι ίδιο με το μέσο που βρίσκεται χαμηλότερα από την κάτω επιφάνεια.

- Αν υπάρχουν διαφορετικά μέσα, οι συνθήκες αυτές ισχύουν με την προϋπόθεση ότι ο δείκτης διάθλασης και των δύο μέσων είναι μικρότερος από  $n$ .

---

## Συμβολή σε λεπτά υμένια (5)

Αν το λεπτό υμένιο βρίσκεται ανάμεσα σε δύο διαφορετικά μέσα, από τα οποία το ένα έχει μικρότερο και το άλλο έχει μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης από το υμένιο, τότε οι συνθήκες ενισχυτικής και καταστρεπτικής συμβολής αντιστρέφονται.

Όταν υπάρχουν διαφορετικά υλικά στις δύο πλευρές του υμενίου, ενδέχεται να έχουμε μια κατάσταση όπου είτε η φάση αλλάζει κατά  $180^\circ$  και στις δύο επιφάνειες είτε δεν αλλάζει σε καμία επιφάνεια.

- Πρέπει πάντα να ελέγχετε τόσο το μήκος διαδρομής όσο και την αλλαγή φάσης.

# Παράδειγμα 6

Δίνεται γυάλινο υμένιο δείκτη διάθλασης 1.5, πάχους 490 nm, που βρίσκεται και από τις δύο του πλευρές στον αέρα. Το υμένιο φωτίζεται σχεδόν κάθετα από πάνω με λευκό φως. Να βρείτε τα μήκη κύματος που η ανάκλαση του φωτός από το υμένιο εμφανίζει μέγιστο στο ορατό φάσμα. Θεωρούμε ότι το ορατό φάσμα είναι από 380 nm έως 750 nm και ότι ο δείκτης διάθλασης του αέρα είναι 1.

## Λύση

Επειδή ο δείκτης διάθλασης του αέρα είναι μικρότερος από του υμενίου, έχουμε αρχική ανάκλαση από οπτικά αραιότερο (αέρας) σε πυκνότερο μέσο (υμένιο) και στη συνέχεια από οπτικά πυκνότερο (υμένιο) σε αραιότερο (αέρας) θα έχουμε στο ένα κύμα μια επιπλέον διαφορά φάσης μισού κύκλου ή  $180^\circ$  (στο κύμα της πρώτης ανάκλασης).

$$\text{Για μέγιστη ανάκλαση } 2nt = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

$$\text{Δηλαδή, } \lambda = \frac{4nt}{2m+1}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \text{ Έτσι } \lambda = \frac{2940}{2m+1} \text{ nm, } m = 0, 1, 2, \dots \text{ και για } m = 0, \lambda = 2940 \text{ nm,}$$

$m = 1, \lambda = 980 \text{ nm, } m = 2, \lambda = 588 \text{ nm, } m = 3, \lambda = 420 \text{ nm}$  και  $m = 4, \lambda = 326.67 \text{ nm}$ . Οπότε στο ορατό οι σωστές απαντήσεις είναι 420 nm και 588 nm.

## Παράδειγμα 7

Ένα λεπτό επίπεδο υμένιο από σαπούνι με δείκτη διάθλασης 1.34 τοποθετείται πάνω σε επίπεδο κομμάτι γυαλιού με δείκτη διάθλασης 1.52. Πάνω από το υμένιο υπάρχει αέρας. Ποιό είναι το ελάχιστο (μη-μηδενικό) πάχος του υμενίου, εάν υπάρχει μέγιστη ανάκλαση σε κόκκινο φως μήκους κύματος 643 nm, όταν το υμένιο φωτίζεται σχεδόν κάθετα από πάνω;

### Λύση

Επειδή και οι δύο ανακλάσεις στο υμένιο γίνονται από μικρότερο σε μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης δεν θα υπάρχει επιπλέον διαφορά φάσης.

Για μέγιστη ανάκλαση  $2nt = m\lambda$ ,  $m = 0, 1, 2, \dots$

Το ελάχιστο (μη μηδενικό) πάχος του υμενίου θα δίνεται για  $m = 1$  και είναι

$$t = \frac{\lambda}{2n} = \frac{643}{2 \times 1.34} \text{ nm} \approx 240 \text{ nm}.$$

---

## Οι δακτύλιοι του Νεύτωνα

Μπορούμε να παρατηρήσουμε συμβολή κυμάτων φωτός τοποθετώντας έναν επιπεδόκυρτο φακό πάνω από μια επίπεδη γυάλινη επιφάνεια.

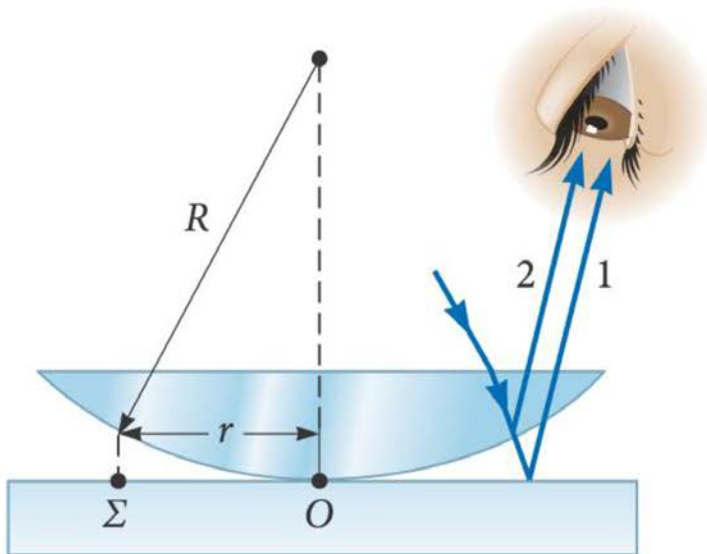
Το πάχος του υμενίου του αέρα που βρίσκεται ανάμεσα στο γυαλί και στην επιφάνεια μεταβάλλεται από μηδέν στο σημείο επαφής μέχρι κάποια τιμή  $t$ .

Παρατηρούμε μια εικόνα συμβολής με φωτεινούς και σκοτεινούς δακτυλίους.

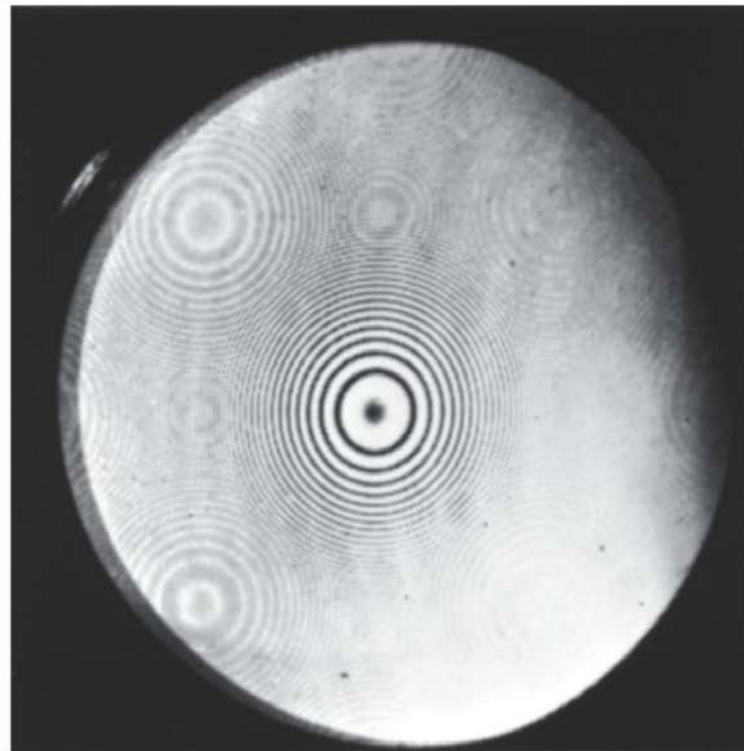
- Αυτοί οι κυκλικοί δακτύλιοι ονομάζονται δακτύλιοι του Νεύτωνα.
- Το σωματιδιακό μοντέλο του φωτός δεν μπορούσε να εξηγήσει την προέλευση των δακτυλίων.

Οι δακτύλιοι του Νεύτωνα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον έλεγχο των οπτικών φακών.

# Δακτύλιοι του Νεύτωνα – Διάταξη και εικόνα συμβολής



α



β

## Αντιανακλαστικές και Ανακλαστικές Επιστρώσεις

**35.18** Μία μη ανακλαστική (αντιανακλαστική) επίστρωση έχει έναν δείκτη διάθλασης ενδιάμεσο μεταξύ εκείνων του αέρα και του γυαλιού.

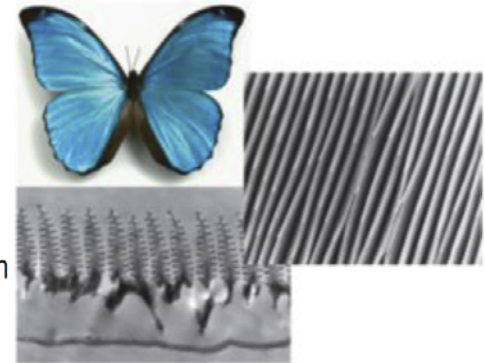
Καταστρεπτική συμβολή λαμβάνει χώρα όταν

- το πάχος του υμενίου είναι περίπου  $\frac{1}{4}\lambda$ , και
- το φως υπόκειται σε μεταβολή φάσης και στις δύο ανακλαστικές επιφάνειες έτσι ώστε τα δύο ανακλώμενα κύματα να αναδύονται από το υμένιο περίπου  $\frac{1}{2}$  του κύκλου εκτός φάσης.



Οι μη ανακλαστικές (αντιανακλαστικές) επιστρώσεις στις επιφάνειες των φακών κάνουν χρήση της συμβολής από λεπτά υμένια. Ένα λεπτό στρώμα ή υμένιο ενός σκληρού διαπερατού υλικού, με δείκτη διάθλασης μικρότερο από τον δείκτη διάθλασης του γυαλιού, εναποτίθεται στην επιφάνεια του φακού, όπως φαίνεται στο Σχ. 35.18. Εάν το πάχος του στρώματος είναι το ένα τέταρτο του μήκους κύματος στο εσωτερικό του (υποθέτοντας κάθετη πρόσπτωση), η ολική διαφορά δρόμου είναι μισό μήκος κύματος. Φως που ανακλάται από την πρώτη επιφάνεια είναι λοιπόν κατά μισό κύκλο εκτός φάσης σε σχέση με το φως που ανακλάται από τη δεύτερη και υπάρχει καταστρεπτική συμβολή. Η συνολική ανάκλαση από μία επιφάνεια φακού ή πρίσματος μπορεί να μειωθεί με αυτόν τον τρόπο από 4-5 % σε λιγότερο από 1 %

Αν ένα υλικό πάχους ενός τετάρτου του μήκους κύματος και δείκτη διάθλασης μεγαλύτερου από εκείνου του γυαλιού εναποτεθεί σε γυαλί, τότε η ανακλαστικότητα αυξάνεται και το εναποτιθέμενο υλικό ονομάζεται **ανακλαστική επίστρωση**. Για παράδειγμα, μια επίστρωση με δείκτη διάθλασης 2,5 προκαλεί την ανάκλαση του 38 % της προσπίπτουσας ενέργειας, ποσοστό που πρέπει να συγκριθεί με το 4 % περίπου αν δεν υπάρχει καθόλου επίστρωση. Με τη χρήση πολλαπλών επιστρώσεων, είναι δυνατόν να επιτύχουμε σχεδόν 100% διέλευση ή ανάκλαση για συγκεκριμένα μήκη κύματος.



**BIO Εφαρμογή Συμβολή στα Φτερά της Πεταλούδας** Πολλά από τα πιο λαμπερά χρώματα στον ζωικό κόσμο δημιουργούνται από συμβολή και όχι από χρωστικές ουσίες. Αυτές οι φωτογραφίες δείχνουν την πεταλούδα *Morpho rhetenor* και τις μικροσκοπικές κλίμακες που καλύπτουν τις πάνω επιφάνειες των φτερών της. Οι κλίμακες φέρουν μια πληθώρα μικροσκοπικών κορυφογραμμών (μεσαία φωτογραφία)- αυτές φέρουν σχηματισμούς σε ίσες αποστάσεις μεταξύ τους (φωτογραφία κάτω) που λειτουργούν ως ανακλαστήρες. Αυτοί είναι τοποθετημένοι έτσι ώστε οι ανακλάσεις να συμβάλλουν ενισχυτικά για το γαλάζιο φως. Η πολυστρωματική δομή ανακλά το 70 % του γαλάζιου φωτός που προσπίπτει σε αυτήν, δίνοντας στα φτερά μια κατοπτρική λάμψη. (Οι κάτω πλευρές των φτερών δεν έχουν αυτές τις δομές και έχουν χρώμα θαμπό καφέ.)

[ Σελίδα 1298 ]

copyright @ 2020 ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΑΠΑΖΗΣΗ

Η. ΚΑΤΣΟΥΦΗΣ

15

---

## ΤΟ ΣΥΜΒΟΛΟΜΕΤΡΟ MICHELSON

Τα **συμβολόμετρα Michelson** χρησιμοποιήθηκαν για μετρήσεις ακριβείας μηκών κύματος και πολύ μικρών αποστάσεων.

Το συμβολόμετρο Michelson λαμβάνει μονοχρωματικό φως από μια μεμονωμένη πηγή και το διαιρεί σε δύο κύματα που ακολουθούν διαφορετικούς δρόμους. Στο πείραμα του Young, αυτό γίνεται στέλνοντας μέρος του φωτός μέσω της μίας σχισμής και μέρος μέσω της άλλης· στο συμβολόμετρο Michelson χρησιμοποιείται ένα στοιχείο που ονομάζεται διαχωριστής δέσμης. Η συμβολή συμβαίνει και στα δύο πειράματα όταν τα δύο φωτεινά κύματα ανασυντίθενται.

Ο σκοπός του αντισταθμιστή  $D$  είναι να εξασφαλίσει ότι οι ακτίνες 1 και 2 διέρχονται μέσω ίσων παχών γυαλιού· το πλακίδιο  $D$  αποκόπτεται από το ίδιο κομμάτι γυαλιού, όπως και το πλακίδιο  $C$ , έτσι τα πάχη τους είναι ακριβώς ίδια με ακρίβεια κλάσματος του μήκους κύματος.

Όλη η διάταξη του Σχ. 35.19 (επόμενη διαφάνεια) τοποθετείται σε ένα πολύ στέρεο υπόβαθρο και η θέση του κατόπτρου  $M_2$  μπορεί να ρυθμίζεται με έναν λεπτό μικρομετρικό κοχλία μεγάλης ακρίβειας.

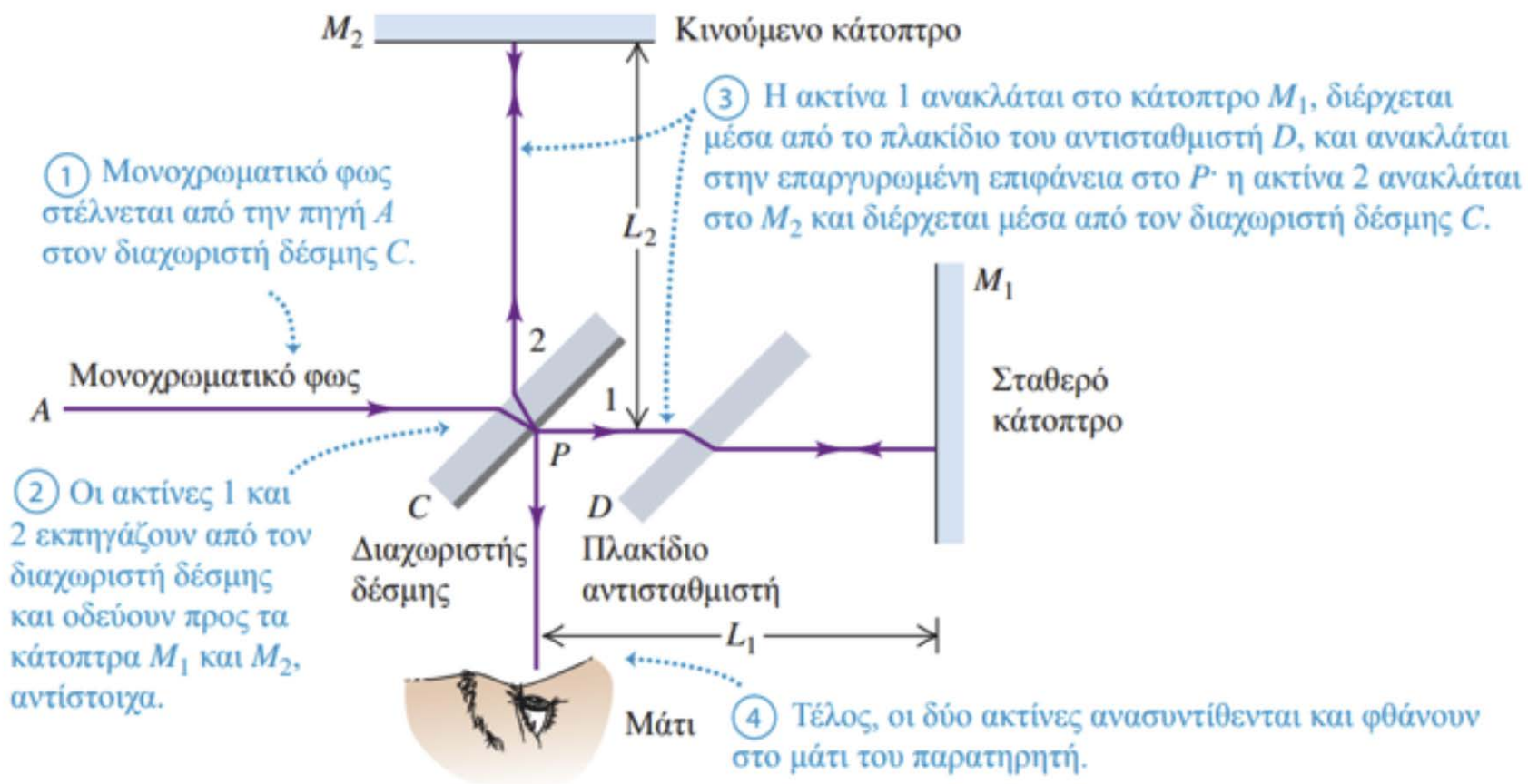
Πριν από την εδραίωση της ηλεκτρομαγνητικής θεωρίας του φωτός, οι περισσότεροι φυσικοί πίστευαν ότι η διάδοση των φωτεινών κυμάτων λάμβανε χώρα σε ένα μέσο που ονομαζόταν αιθέρας, ο οποίος πιστευόταν ότι διαπερνούσε όλο τον χώρο. Το 1887 οι Αμερικανοί επιστήμονες Albert Michelson (Άλμπερτ Μάικελσον) και Edward Morley (Έντουαρντ Μόρλεϊ) χρησιμοποίησαν το συμβολόμετρο Michelson σε μια προσπάθεια να ανιχνεύσουν την κίνηση της Γης διαμέσου του αιθέρα. Υποθέστε ότι το συμβολόμετρο στο Σχ. 35.19 κινείται από τα αριστερά προς τα δεξιά ως προς τον αιθέρα.

Παρά την περιστροφική της κίνηση γύρω από τον Ήλιο, η Γη εμφανιζόταν να βρίσκεται σε ηρεμία ως προς τον αιθέρα. Ο υποτιθέμενος αιθέρας τελικά δεν παίζει κανέναν ρόλο και η ιδέα του εγκαταλείφθηκε.



## ΤΟ ΣΥΜΒΟΛΟΜΕΤΡΟ MICHELSON

35.19 Σχεδιάγραμμα του συμβολόμετρου Michelson. Ο παρατηρητής βλέπει μία εικόνα συμβολής που προκύπτει από τη διαφορά δρόμων των ακτίνων 1 και 2.



---

## Το συμβολόμετρο του Michelson – Εφαρμογές

Το συμβολόμετρο του Michelson χρησιμοποιήθηκε για να απορριφθεί η ιδέα ότι η Γη κινείται μέσα στον αιθέρα.

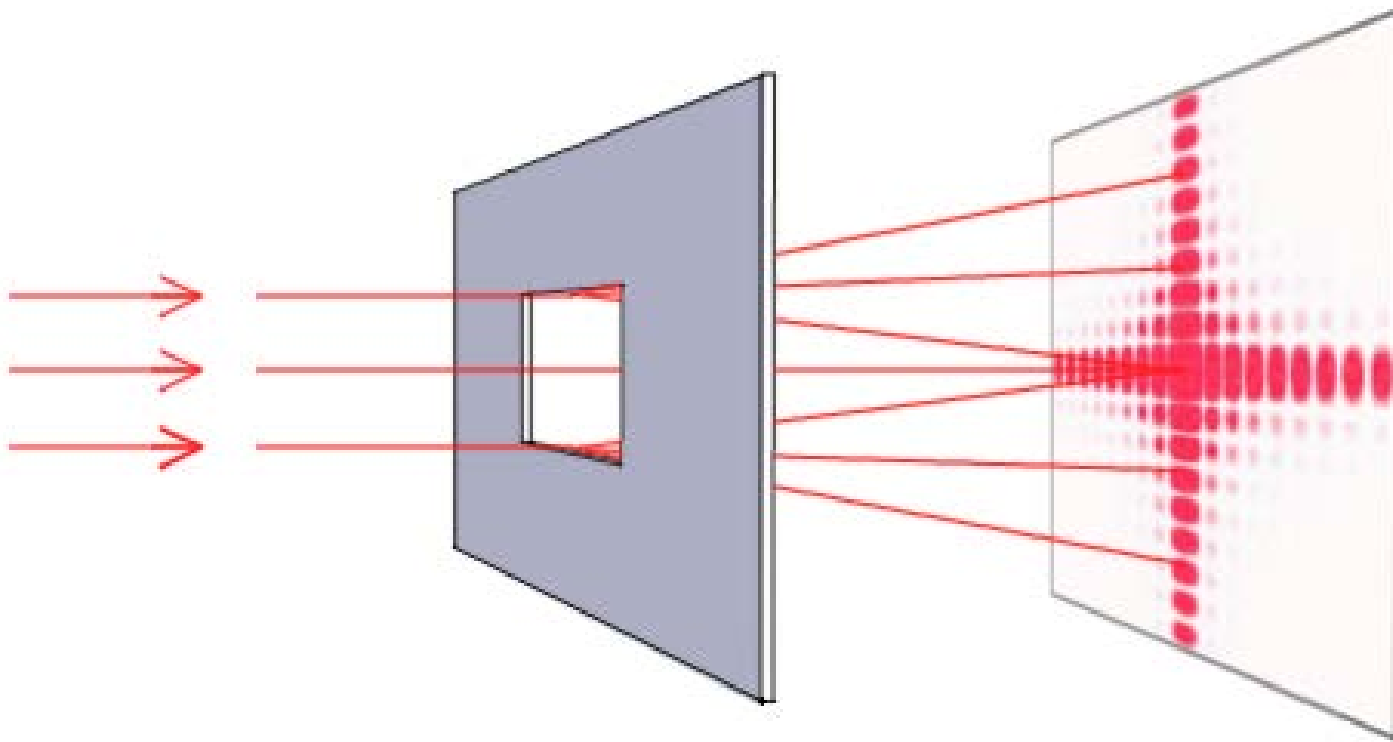
Στις σύγχρονες εφαρμογές του συγκαταλέγονται:

- Η φασματοσκοπία υπερύθρου με μετασχηματισμό Fourier (Fourier Transform Infrared Spectroscopy, FTIR)
- Ο ανιχνευτής κυμάτων βαρύτητας με συμβολόμετρο λέιζερ (Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory, LIGO)

# Περίθλαση

- Περίθλαση μπορούμε να χαρακτηρίσουμε το φαινόμενο της εκτροπής ενός κύματος από την ευθύγραμμη διάδοση, όταν συναντήσει ένα εμπόδιο.
- Αν μία οπή σε ένα αδιαφανές πέτασμα φωτίζεται κάθετα με επίπεδα κύματα μονοχρωματικού φωτός, τότε εμφανίζονται κροσσοί συμβολής σε οθόνη μετά το πέτασμα, που η μορφή τους μεταβάλλεται αρχικά με την απόσταση από το πέτασμα.
- Για αποστάσεις της οθόνης κοντά στο πέτασμα το φαινόμενο ονομάζεται περίθλαση Fresnel ή περίθλαση κοντινού πεδίου.
- Για αποστάσεις της οθόνης μακριά από το πέτασμα, η αλλαγή στη μορφή της εικόνας περίθλασης γίνεται ανεπαίσθητη, και εκτός από μια συνεχή αύξηση του μεγέθους, το σύστημα κροσσών θα παραμένει αναλλοίωτο. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται περίθλαση Fraunhofer ή περίθλαση μακρινού πεδίου.

# Περίθλαση από ορθογώνια σχισμή



## Περίθλαση και Αρχή του Huygens

Για να αναλύσουμε τις εικόνες περίθλασης, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την **αρχή του Huygens**. Η αρχή αυτή αναφέρει ότι κάθε σημείο ενός μετώπου κύματος μπορεί να θεωρηθεί ως πηγή δευτερογενών κυματιών. Αυτά εξαπλώνονται προς όλες τις διευθύνσεις με ταχύτητα ίση με την ταχύτητα διάδοσης του κύματος. Η θέση του μετώπου κύματος για κάθε μεταγενέστερη χρονική στιγμή είναι η περιβάλλουσα των δευτερογενών κυματιών εκείνη τη χρονική στιγμή. Για την εύρεση της συνολικής μετατόπισης σε οποιοδήποτε σημείο χρησιμοποιούμε την αρχή της επαλληλίας για να συνθέσουμε όλες τις μεμονωμένες μετατοπίσεις που παράγονται από αυτά τα δευτερογενή κυμάτια.

Στο Σχ. 36.1 τόσο η σημειακή πηγή όσο και το πέτασμα βρίσκονται σχετικά κοντά στο εμπόδιο που σχηματίζει την εικόνα περίθλασης. Η περίπτωση αυτή αναφέρεται ως περίθλαση κοντινού πεδίου ή **περίθλαση Fresnel** (από το όνομα του Γάλλου επιστήμονα Augustin Jean Fresnel - Αγκουστέν Ζαν Φρενέλ, 1788-1827). Αντίθετα, χρησιμοποιούμε τον όρο **περίθλαση Fraunhofer** (από το όνομα του Γερμανού Φυσικού Joseph von Fraunhofer - Γιόζεφ φον Φραουνχόφερ, 1787-1826) για περιπτώσεις στις οποίες η πηγή, το εμπόδιο και το πέτασμα είναι αρκετά απομακρυσμένα μεταξύ τους, έτσι ώστε να μπορούμε να θεωρήσουμε ότι όλες οι ευθείες γραμμές από την πηγή προς το εμπόδιο είναι παράλληλες, καθώς επίσης και ότι όλες οι ευθείες γραμμές από το εμπόδιο προς κάθε συγκεκριμένο σημείο του πετάσματος είναι παράλληλες.

**Η περίθλαση περιγράφεται μερικές φορές ως «η κάμψη του φωτός γύρω από ένα εμπόδιο».**  
**Εντούτοις, η διαδικασία που προκαλεί τα φαινόμενα περίθλασης ενυπάρχει στη διάδοση κάθε κύματος**

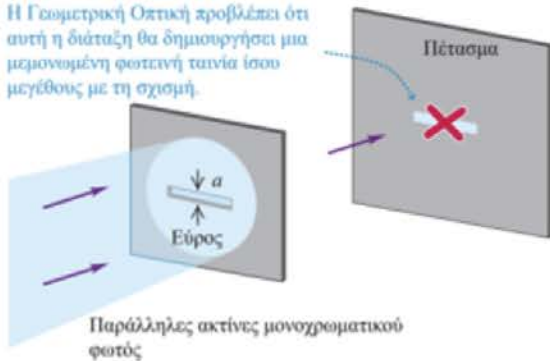
Τέλος, τονίζουμε ότι δεν υπάρχει καμία θεμελιώδης διαφορά ανάμεσα στη συμβολή και την περίθλαση. Στο Κεφ. 35 χρησιμοποιήσαμε τον όρο συμβολή για φαινόμενα που περιλαμβάνουν κύματα από μικρό αριθμό πηγών, συνήθως δύο. Η περίθλαση περιλαμβάνει συνήθως μια συνεχή κατανομή κυματιών του Huygens από όλη την επιφάνεια ενός μικρού ανοίγματος ή από έναν πολύ μεγάλο αριθμό πηγών ή ανοιγμάτων. Παρ' όλα αυτά όμως, τόσο η συμβολή όσο και η περίθλαση είναι συνέπειες της επαλληλίας και της αρχής του Huygens.

## ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΜΙΑ ΑΠΛΗ ΣΧΙΣΜΗ

**36.3** (a) Η «σκιιά» μιας οριζόντιας σχισμής, όπως λανθασμένα προβλέπεται από τη Γεωμετρική Οπτική. (b) Μια οριζόντια σχισμή παράγει στην πραγματικότητα μία εικόνα περίθλασης. Για σαφήνεια, το εύρος της σχισμής έχει παρασταθεί πολύ μεγαλύτερο.

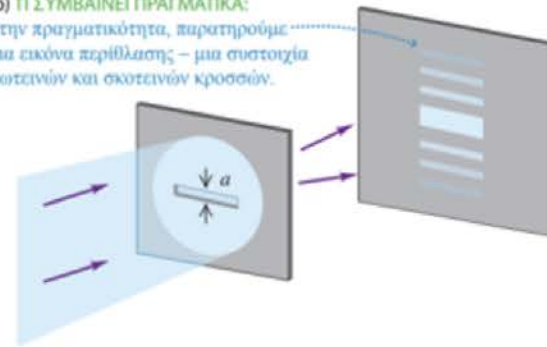
**(a) ΠΡΟΒΛΕΠΟΜΕΝΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ:**

Η Γεωμετρική Οπτική προβλέπει ότι αυτή η διάταξη θα δημιουργήσει μια μεμονωμένη φωτεινή ταινία ίσου μεγέθους με τη σχισμή.



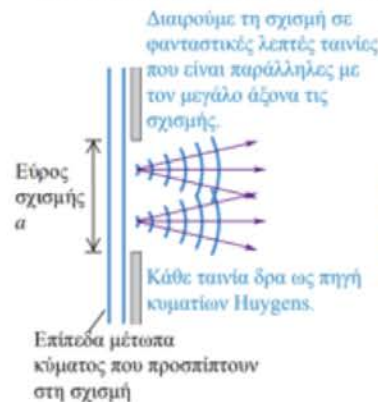
**(b) ΤΙ ΣΥΜΒΑΙΝΕΙ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ:**

Στην πραγματικότητα, παρατηρούμε μια εικόνα περίθλασης – μια συστοιχία φωτεινών και σκοτεινών κροσσών.

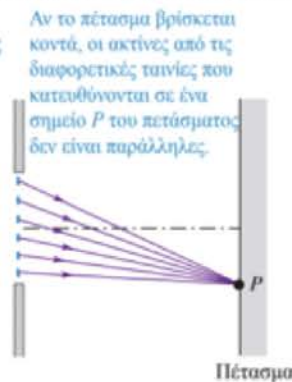


**36.4** Περίθλαση από μια απλή ορθογώνια σχισμή. Οι μεγάλες πλευρές της σχισμής είναι κάθετες στο σχήμα.

**(a) Μία σχισμή ως πηγή κυματιών**



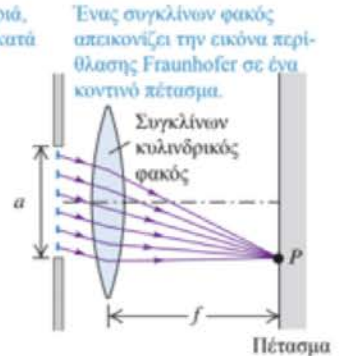
**(b) Περίθλαση Fresnel (κοντινού πεδίου)**



**(c) Περίθλαση Fraunhofer (μακρινού πεδίου)**

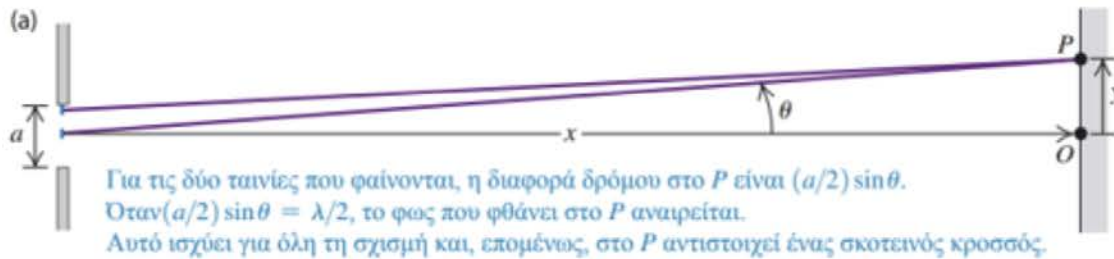


**(d) Απεικόνιση περίθλασης Fraunhofer**

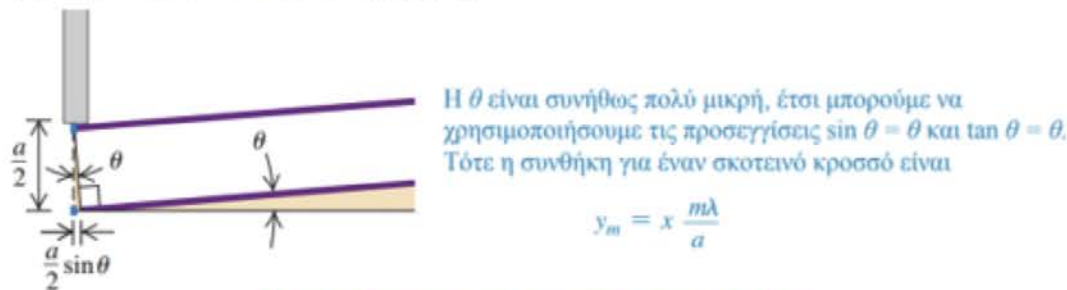


## ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΠΟ ΜΙΑ ΑΠΛΗ ΣΧΙΣΜΗ

**36.5** Πλάγια όψη μιας οριζόντιας σχισμής. Όταν η απόσταση  $x$  της σχισμής από το πέτασμα είναι πολύ μεγαλύτερη από το εύρος της σχισμής  $a$ , οι ακτίνες που εκκινούν από σημεία της σχισμής που απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $a/2$  μπορούν να θεωρηθούν παράλληλες.



(b) Μεγέθυνση του πάνω μισού της σχισμής.



Η συνθήκη για ένα σκοτεινό κροσσό είναι

Σκοτεινοί κροσσοί, περίθλαση από απλή σχισμή:

Γωνία που σχηματίζει η γραμμή από το κέντρο της σχισμής, έως τον  $m$ -οστό σκοτεινό κροσσό στο πέτασμα

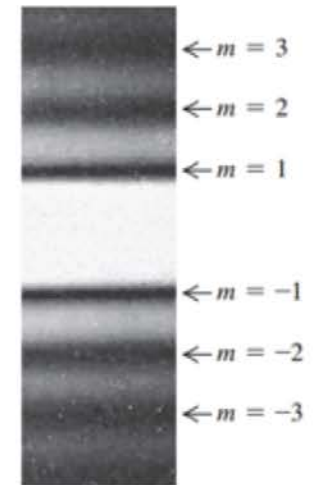
$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{a} \quad (m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \quad (36.2)$$

Εύρος σχισμής      Μήκος κύματος

Αν η κάθετη απόσταση της  $m$ -οστής σκοτεινής ταινίας από το κέντρο της εικόνας είναι  $y_m$  τότε  $\tan \theta = y_m/x$ .

$$y_m = x \frac{m\lambda}{a} \quad (\text{για } y_m \ll x)$$

**36.6** Φωτογραφία της εικόνας περίθλασης Fraunhofer μιας απλής οριζόντιας σχισμής.



## Παράδειγμα 8

Παρατηρούμε περίθλαση Fraunhofer από μία μακρόστενη σχισμή με λευκό φως. Για ποιο μήκος κύματος το δεύτερο ελάχιστο συμπίπτει με το τρίτο ελάχιστο που παράγεται από μήκος κύματος 400 nm;

### Λύση

Η συνθήκη για ελάχιστα είναι:

$$a \sin \theta = m\lambda \quad \text{με } m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Επομένως για να συμπίπτουν τα δύο ελάχιστα θα πρέπει να εμφανίζονται στην ίδια γωνία  $\theta$ , δηλαδή

$$a \sin \theta = 3\lambda, \quad \text{όπου } \lambda = 400nm$$

και

$$a \sin \theta = 2\lambda'$$

$$\text{Άρα διαιρώντας κατά μέλη έχουμε } 3\lambda = 2\lambda' \Rightarrow \lambda' = \frac{3}{2}\lambda \Rightarrow \lambda' = 600nm$$



# Παράδειγμα 9

Παρατηρούμε περίθλαση Fraunhofer με φως μήκους κύματος 632.8 nm που προσπίπτει κάθετα σε σχισμή πλάτους  $a = 0.025$  mm.

(α) Να βρεθεί ο μέγιστος αριθμός σκοτεινών κροσσών στην οθόνη.

(β) Σε ποια γωνία θα εμφανιστεί ο σκοτεινός κροσσός που είναι μακρύτερα από το κέντρο;

## Λύση

(α) Οι σκοτεινοί κροσσοί συμβαίνουν στα ελάχιστα της κατανομής και δίνονται από την

$$\text{σχέση } \sin \theta = \frac{m\lambda}{a}, m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Επειδή η μέγιστη γωνία παρατήρησης  $\theta$  είναι ίση με  $\pm 90^\circ$  έχουμε ότι

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1 \Rightarrow -1 \leq \frac{m\lambda}{a} \leq 1 \Rightarrow -\frac{a}{\lambda} \leq m \leq \frac{a}{\lambda} \Rightarrow -39.507 \leq m \leq 39.507,$$

οπότε οι ακέραιες τιμές του  $m$ , είναι  $2 \cdot 39 = 78$  το πλήθος (τριάντα εννέα θετικές συν τριάντα εννέα αρνητικές). Δηλαδή έχουμε 78 σκοτεινούς κροσσούς πάνω στην οθόνη παρατήρησης.

(β) Ο πιο απομακρυσμένος σκοτεινός κροσσός από το κέντρο αντιστοιχεί στις τιμές  $m = \pm 39$  με βάση το αποτέλεσμα του (α) ερωτήματος. Έτσι για την αντίστοιχη γωνία

$$\text{- έχουμε } \sin \theta = \pm 39 \frac{\lambda}{a} \Rightarrow \sin \theta \approx \pm 0.987 \Rightarrow \theta \approx \pm 1.41 \text{ rad ή } \theta \approx \pm 80.8^\circ.$$

## ΕΝΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΕΙΚΟΝΑ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗΣ ΤΗΣ ΑΠΛΗΣ ΣΧΙΣΜΗΣ

Μπορούμε να φανταστούμε τη διαίρεση της σχισμής σε όλο και λεπτότερες ταινίες. Στο όριο που ο αριθμός των ταινιών τείνει στο άπειρο και αυτές γίνονται απείρως λεπτές, το καμπύλο ίχνος των φασόρων καθίσταται ένα τόξο περιφέρειας κύκλου (Σχ. 36.8d), με μήκος τόξου ίσο με το μήκος  $E_0$  του Σχ. 36.8b. Το συνιστάμενο πλάτος  $E_P$  του ηλεκτρικού πεδίου στο  $P$  ισούται με τη χορδή  $AB$ , που είναι  $2(E_0/\beta) \sin(\beta/2)$ . (Σημειώστε ότι η  $\beta$  θα πρέπει να εκφραστεί σε ακτίνια!)

$$E_P = E_0 \frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \quad (\text{κατανομή πλάτους στην περίθλαση από απλή σχισμή}) \quad \text{όπου} \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin\theta$$

Η ένταση σε κάθε σημείο του πετάσματος είναι ανάλογη προς το τετράγωνο του πλάτους που δίνεται από την Εξ. (36.4). Αν  $I_0$  είναι η ένταση στην ευθεία εμπρός διεύθυνση, όπου  $\theta = 0$  και  $\beta = 0$ , τότε η ένταση  $I$  σε κάθε σημείο είναι:

$$I = I_0 \left[ \frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2 \quad (\text{κατανομή έντασης στην περίθλαση από απλή σχισμή}) \quad (36.5)$$

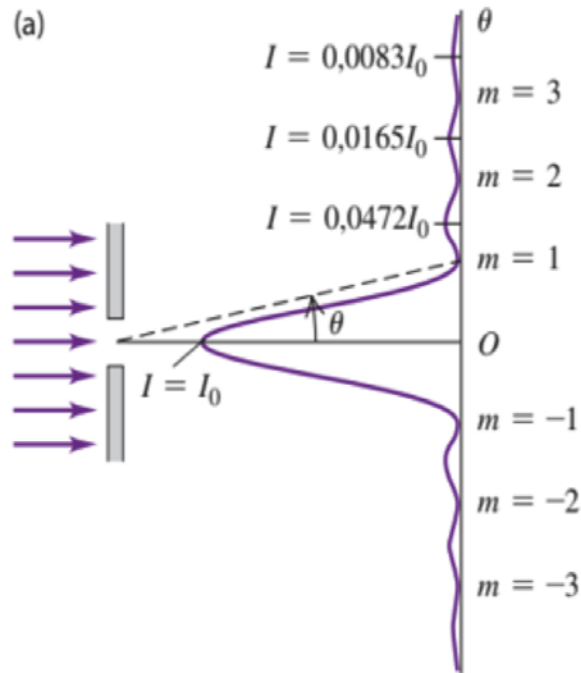
Γωνία που σχηματίζει η γραμμή από το κέντρο της σχισμής στο σημείο του πετάσματος

Ένταση στη περίθλαση από απλή σχισμή

$$I = I_0 \left\{ \frac{\sin[\pi a(\sin\theta)/\lambda]}{\pi a(\sin\theta)/\lambda} \right\}^2 \quad (36.7)$$

Ένταση για  $\theta = 0$     Εύρος της σχισμής    Μήκος κύματος

## ΕΝΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΕΙΚΟΝΑ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗΣ ΤΗΣ ΑΠΛΗΣ ΣΧΙΣΜΗΣ



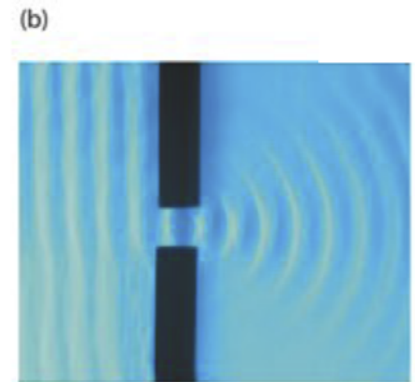
**36.9** (a) Κατανομή της έντασης συναρτήσει της γωνίας για την περίθλαση από απλή σχισμή. Οι τιμές του δείκτη  $m$  για τα ελάχιστα της έντασης δίνονται από την Εξ. (36.8). Το μεγαλύτερο ποσοστό της κυματικής ισχύος καταλαμβάνει την κεντρική κορυφή έντασης (μεταξύ των ελαχίστων  $m = 1$  και  $m = -1$ ).

Οι σκοτεινοί κροσσοί στην εικόνα περίθλασης αφορούν τις θέσεις όπου  $I = 0$ . Αυτό συμβαίνει σε θέσεις όπου μηδενίζεται ο αριθμητής της Εξ. (36.5), δηλαδή όταν:

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{a} \quad (m = \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Η εξισ. 36.5 δίνει απροδιόριστη τιμή όταν  $\theta \rightarrow 0$ . Χρησιμοποιώντας τον κανόνα του L'Hôpital. Βρίσκουμε ότι για  $\theta = 0$ , είναι  $I = I_0$ , που είναι το αναμενόμενο αποτέλεσμα.

(b) Αυτά τα υδάτινα κύματα που διέρχονται μέσα από ένα μικρό άνοιγμα συμπεριφέρονται ακριβώς όπως τα φωτεινά κύματα κατά την περίθλασή τους από μια απλή σχισμή. Διακρίνονται μόνο τα περιθλώμενα κύματα εντός της κεντρικής κορυφής έντασης· τα κύματα σε μεγαλύτερες γωνίες είναι πολύ αμυδρά και δεν διακρίνονται.



## Μέγιστα Έντασης στην Εικόνα Περίθλασης από Απλή σχισμή

Μπορούμε επίσης να χρησιμοποιήσουμε την Εξ. (36.5) για να υπολογίσουμε τις θέσεις των κορυφών, ή των μεγίστων έντασης, καθώς και τις εντάσεις στις κορυφές αυτές. Αυτό δεν είναι τόσο απλό όσο ίσως φαίνεται. Θα αναμέναμε πιθανόν να εμφανίζονται οι κορυφές στα σημεία όπου:

$$\beta \approx \pm(2m + 1)\pi \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (36.9)$$

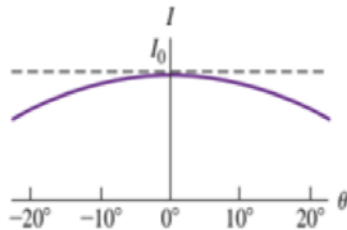
Αυτό είναι μόνο κατά προσέγγιση ορθό επειδή, εξαιτίας του παράγον  $(\beta/2)^2/2$  στον παρονομαστή της Εξ. (36.5). Αν παραγωγίσουμε την Εξ. (36.5) ως προς  $\beta$  και μηδενίσουμε την παράγωγο αυτή ώστε να βρούμε τα μέγιστα και τα ελάχιστα, καταλήγουμε σε μια υπερβατική εξίσωση που μπορεί να λυθεί μόνο αριθμητικά. Στην πραγματικότητα, δεν υπάρχει μέγιστο κοντά στην τιμή  $\beta = \pm\pi$ . Για την εύρεση των εντάσεων των πλευρικών μεγίστων αντικαθιστούμε αυτές τις τιμές της  $\beta$  στην Εξ. (36.5). Οι πραγματικές εντάσεις των πλευρικών μεγίστων φαίνονται στο Σχ.36.9.

## Εύρος της Εικόνας Περίθλασης από Απλή Σχισμή

**36.10** Η εικόνα περίθλασης από απλή σχισμή εξαρτάται από τον λόγο του εύρους της σχισμής  $a$  προς το μήκος κύματος  $\lambda$ .

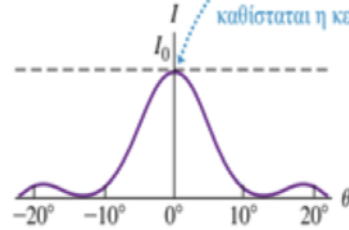
(a)  $a = \lambda$

Όταν το εύρος της σχισμής είναι ίσο ή μικρότερο του μήκους κύματος, τότε σχηματίζεται μόνο ένα διευρυμένο μέγιστο.

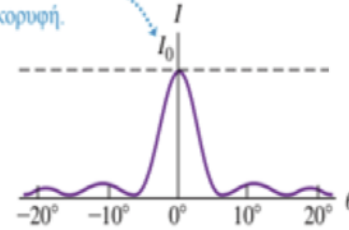


(b)  $a = 5\lambda$

Όσο διευρύνεται η σχισμή (ή όσο ελαττώνεται το μήκος κύματος) τόσο στενότερη και οξύτερη καθίσταται η κεντρική κορυφή.



(c)  $a = 8\lambda$



Οι εντάσεις αυτές μειώνονται ταχύτατα, όπως φαίνεται και από το Σχ. 36.9a. Η ένταση ακόμη και των πρώτων πλευρικών μεγίστων είναι μικρότερη του 5% της έντασης του κεντρικού μεγίστου.

$$\theta_1 = \frac{\lambda}{a}$$

Αυτή η τιμή χαρακτηρίζει το εύρος (γωνιακή έκταση) του κεντρικού μεγίστου· παρατηρούμε ότι αυτό είναι αντιστρόφως ανάλογο του εύρους της σχισμής  $a$ .

[ Σελίδες 1317-1318 ]

copyright @ 2020 ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΑΠΑΖΗΣΗ

Η. ΚΑΤΣΟΥΦΗΣ

11

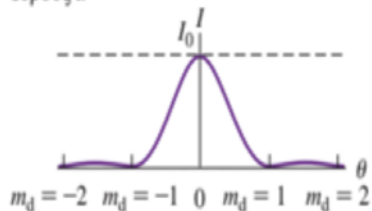
## ΠΟΛΛΑΠΛΕΣ ΣΧΙΣΜΕΣ

### Δύο Σχισμές Πεπερασμένου Εύρους

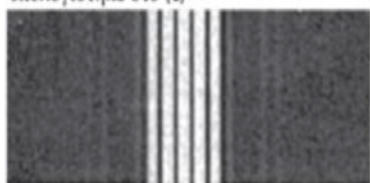
Αν οι σχισμές έχουν πεπερασμένο εύρος, τότε οι κορυφές της εικόνας συμβολής δύο σχισμών διαμορφώνονται από την εικόνα περίθλασης μιας απλής σχισμής, που είναι χαρακτηριστική του εύρους της κάθε σχισμής. Η έκφραση για την ένταση που παρουσιάζεται στο Σχ. 36.12c είναι ανάλογη προς το γινόμενο των εκφράσεων για τη διπλή και την απλή σχισμή, Εξ. (35.10) και Εξ. (36.5):

**36.12** Εύρεση της έντασης του προτύπου δύο σχισμών πεπερασμένου εύρους.

(a) Εικόνα περίθλασης μίας σχισμής εύρους  $a$



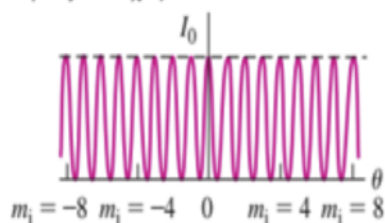
(d) Φωτογραφία της εικόνας που υπολογίστηκε στο (c)



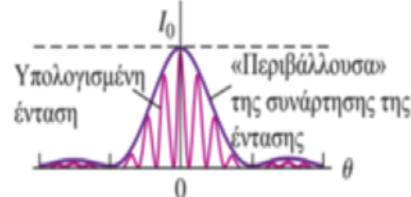
Για  $d = 4a$ , λείπει κάθε τέταρτο πλευρικό μέγιστο συμβολής ( $m_i = \pm 4, \pm 8, \dots$ ).

[ Σελίδα 1320 ]

(b) Εικόνα συμβολής δύο λεπτών σχισμών που βρίσκονται σε απόσταση  $d$  μεταξύ τους, η οποία είναι τέσσερις φορές μεγαλύτερη του εύρους των σχισμών στο (a)



(c) Υπολογισμένη ένταση του προτύπου δύο σχισμών εύρους  $a$  που απέχουν μεταξύ τους απόσταση  $d = 4a$ , λαμβάνοντας υπόψη τόσο το φαινόμενο της συμβολής όσο και αυτό της περίθλασης



$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2} \left[ \frac{\sin(\beta/2)}{\beta/2} \right]^2$$

όπου, όπως και πριν,

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta \quad \beta = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

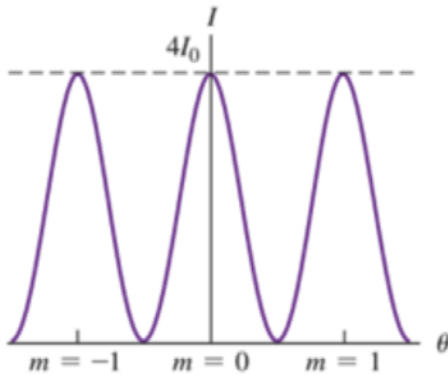
Στο Σχ. 36.12c κάθε τέταρτο πλευρικό μέγιστο συμβολής απουσιάζει διότι αυτά τα μέγιστα συμβολής ( $m_i = \pm 4, \pm 8, \dots$ ) συμπίπτουν με τα ελάχιστα περίθλασης ( $m_d = \pm 1, \pm 2, \dots$ ). Θα υπάρχουν «απόντα» μέγιστα όποτε η  $d$  είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του  $a$ .

Όσο λεπτότερες είναι οι σχισμές τόσο πιο διευρυμένη είναι η εικόνα περίθλασης της απλής σχισμής (όπως στο Σχ. 36.10) και τόσο μικρότερη είναι η ελάττωση της έντασης από το ένα μέγιστο συμβολής στο επόμενο.

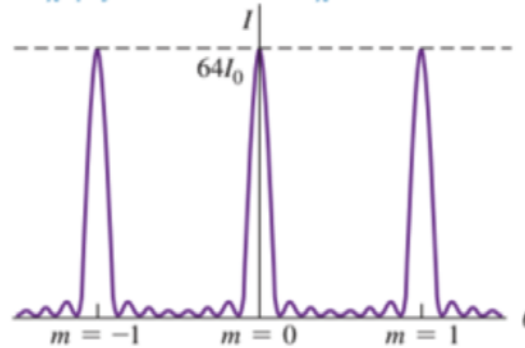
## Πολλές Σχισμές

**36.15** Εικόνες συμβολής για  $N$  πολύ λεπτές σχισμές σε ίση απόσταση μεταξύ τους ανά δύο. (a) Δύο σχισμές. (b) Οκτώ σχισμές. (c) Δεκαέξι σχισμές. Οι κλίμακες των κατακόρυφων αξόνων είναι διαφορετικές σε κάθε διάγραμμα· η μέγιστη ένταση είναι  $I_0$  για μια απλή σχισμή και  $N^2 I_0$  για  $N$  σχισμές. Το εύρος κάθε κορυφής είναι ανάλογο του  $1/N$ .

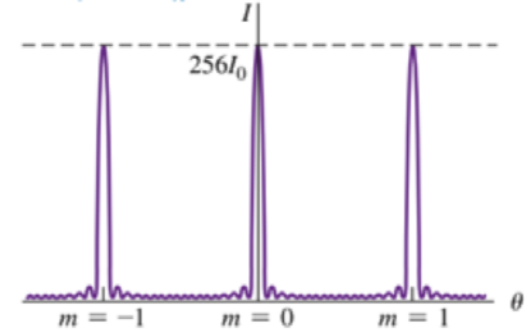
(a)  $N = 2$ : Δύο σχισμές παράγουν ένα ελάχιστο ανάμεσα σε δύο διαδοχικά μέγιστα.



(b)  $N = 8$ : Οκτώ σχισμές παράγουν ισχυρότερα και στενότερα μέγιστα στις ίδιες θέσεις, τα οποία διαχωρίζονται από επτά ελάχιστα.



(c)  $N = 16$ : Για δεκαέξι σχισμές, τα μέγιστα είναι ακόμη πιο ισχυρά και πιο στενά, με περισσότερα ενδιάμεσα ελάχιστα.



Τα κύρια μέγιστα της έντασης για πολλαπλές σχισμές σχηματίζονται στις ίδιες διευθύνσεις όπως και στην εικόνα συμβολής δύο σχισμών.

Απόσταση μεταξύ των σχισμών  $d$       Μήκος κύματος  $\lambda$

Μέγιστα έντασης, πολλαπλές σχισμές:  $d \sin \theta = m \lambda$       ( $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )      (36.13)

Γωνία που σχηματίζει ο  $m$ -οστός φωτεινός κροσσός στο πέτασμα με την κάθετο στην παράταξη των σχισμών.

## ΤΟ ΦΡΑΓΜΑ ΠΕΡΙΘΛΑΣΗΣ

Μια συστοιχία (παράταξη) ενός μεγάλου αριθμού παράλληλων σχισμών του ίδιου πλάτους  $a$  και με σταθερή απόσταση  $d$  μεταξύ των κέντρων δύο διαδοχικών σχισμών ονομάζεται **φράγμα περίθλασης**.

Σε ένα φράγμα, ό,τι ως τώρα ονομάζαμε σχισμές αναφέρονται συχνά ως χαραγές ή ως γραμμές.

Στο Σχ. 36.16, η  $GG'$  είναι μια τομή ενός φράγματος διέλευσης· οι σχισμές είναι κάθετες στο επίπεδο της σελίδας και η εικόνα συμβολής σχηματίζεται από το φως που διέρχεται μέσα από τις σχισμές.

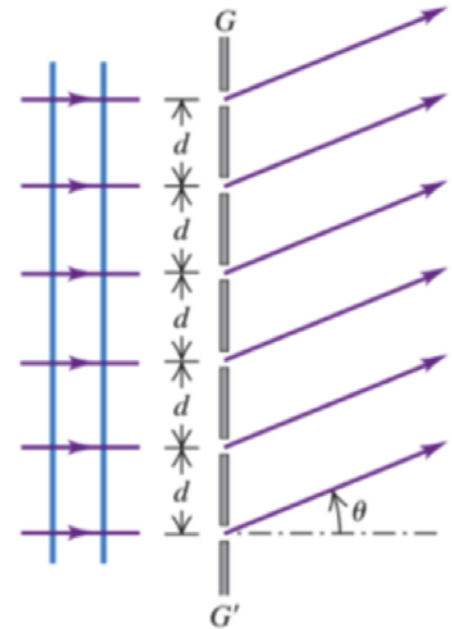
### Κάθετος φωτισμός φράγματος

Απόσταση μεταξύ των σχισμών  
Μέγιστη ένταση, πολλαπλές σχισμές:  $d \sin \theta = m \lambda$  (36.13)  
Μήκος κύματος  
Γωνία που σχηματίζει ο  $m$ -οστός φωτεινός κροσσός στο πέτασμα με την κάθετο στην παράταξη των σχισμών.

Όταν ένα φράγμα που περιέχει εκατοντάδες ή χιλιάδες σχισμές φωτίζεται από μια παράλληλη δέσμη μονοχρωματικού φωτός, η εικόνα συμβολής είναι μια σειρά από οξείες, έντονες γραμμές σε γωνίες που καθορίζονται από την Εξ. (36.13). Οι γραμμές για  $m = \pm 1$  ονομάζονται γραμμές πρώτης τάξης, οι γραμμές για  $m = \pm 2$  ονομάζονται γραμμές δεύτερης τάξης κ.ο.κ.

Σε ένα **ανακλαστικό φράγμα**, η διάταξη των ισαπέχουσών γραμμών που παρουσιάζεται στο Σχ. 36.16 αντικαθίσταται από μια διάταξη από ισαπέχουσες προεξοχές ή χαραγές (αύλακες) πάνω σε μια ανακλαστική επιφάνεια.

**36.16** Τμήμα ενός φράγματος περίθλασης διέλευσης. Η απόσταση μεταξύ των κέντρων δύο διαδοχικών σχισμών είναι  $d$ .



Η απόσταση  $d$  μεταξύ των κέντρων δύο διαδοχικών σχισμών ονομάζεται *σταθερά του φράγματος*.

# Παράδειγμα 10

Φως μήκους κύματος 500 nm φωτίζει κάθετα φράγμα περίθλασης. Παρατηρείτε το μέγιστο τρίτης τάξης του φάσματος περίθλασης Fraunhofer στις  $32^\circ$ .

(α) Να βρείτε την περίοδο του φράγματος.

(β) Καθορίστε το συνολικό αριθμό κυρίων μεγίστων που μπορεί να παρατηρηθούν.

## Λύση

Τα μέγιστα της έντασης παρατηρούνται όταν  $d \sin \theta = m\lambda, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

(α) Το κύριο μέγιστο τρίτης τάξεως δίνεται για  $m = \pm 3$ , αλλά στην περίπτωση μας έχουμε  $m = +3$ , αφού έχουμε θετική γωνία παρατήρησης  $\theta = 32^\circ$ . Έτσι από την προηγούμενη σχέση προκύπτει

$$d \sin 32^\circ = 3\lambda \Rightarrow d = 2.83 \cdot 10^{-6} \text{ m} \Rightarrow d = 2.83 \mu\text{m}$$

(β) Επειδή η μέγιστη γωνία παρατήρησης  $\theta$  είναι ίση με  $\pm 90^\circ$  έχουμε ότι

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1 \Rightarrow -1 \leq \frac{m\lambda}{d} \leq 1 \Rightarrow -\frac{d}{\lambda} \leq m \leq \frac{d}{\lambda} \Rightarrow -5.66 \leq m \leq 5.66,$$

οπότε οι ακέραιες τιμές του  $m$ , είναι  $2 \cdot 5 + 1 = 11$  το πλήθος (πέντε θετικές, πέντε αρνητικές συν το μηδέν).



## Φασματογράφοι Φράγματος

Τα φράγματα περίθλασης χρησιμοποιούνται ευρέως για τη μέτρηση του φάσματος του φωτός που εκπέμπεται από μία πηγή, διαδικασία η οποία ονομάζεται **φασματοσκοπία** ή **φασματομετρία**. Το φως που προσπίπτει σε ένα φράγμα με γνωστή σταθερά αναλύεται σε ένα φάσμα. Στη συνέχεια, μετρούνται οι γωνίες παρέκκλισης των μεγίστων και χρησιμοποιείται η Εξ. (36.13) για τον υπολογισμό του μήκους κύματος με μεγάλη ακρίβεια.

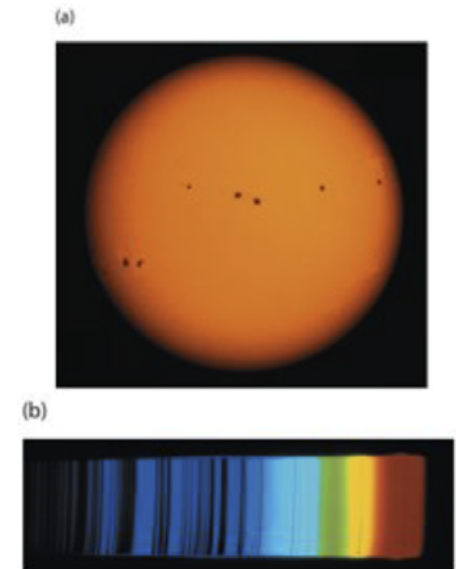
Εργαστηριακά πειράματα δείχνουν ότι διαφορετικοί τύποι ατόμων και ιόντων απορροφούν φως διαφορετικών μηκών κύματος. Συγκρίνοντας αυτά τα εργαστηριακά αποτελέσματα με τα μήκη κύματος των γραμμών απορρόφησης του ηλιακού φάσματος, οι αστρονόμοι μπορούν να εξάγουν συμπεράσματα για τη χημική σύνθεση της ατμόσφαιρας του Ήλιου. Η ίδια τεχνική χρησιμοποιείται για τη χημική ανάλυση γαλαξιών που απέχουν εκατομμύρια έτη φωτός.

Η ελάχιστη διαφορά μηκών κύματος  $\Delta\lambda$  που είναι δυνατόν να γίνει διακριτή από ένα φασματομέτρο περιγράφεται από τη χρωματική διακριτική ικανότητα  $R$ ,

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm \quad \text{Χρωματική διακριτική ικανότητα} \quad (36.15)$$

Όσο περισσότερες είναι οι γραμμές  $N$  του φράγματος τόσο καλύτερη είναι η διακριτικότητα στο παρατηρούμενο φάσμα· επίσης, όσο μεγαλύτερη είναι η τάξη  $m$  του μεγίστου της εικόνας περίθλασης που χρησιμοποιούμε τόσο καλύτερη είναι η διακριτικότητα.

**36.18** (a) Φωτογραφία του Ήλιου στο ορατό φως. (b) Ηλιακό φως που έχει υποστεί ανάλυση σε φάσμα από ένα φράγμα περίθλασης. Συγκεκριμένα μήκη κύματος του ηλιακού φωτός απορροφώνται καθώς αυτό διέρχεται μέσα από την ηλιακή ατμόσφαιρα, αφήνοντας σκοτεινές γραμμές στο φάσμα.



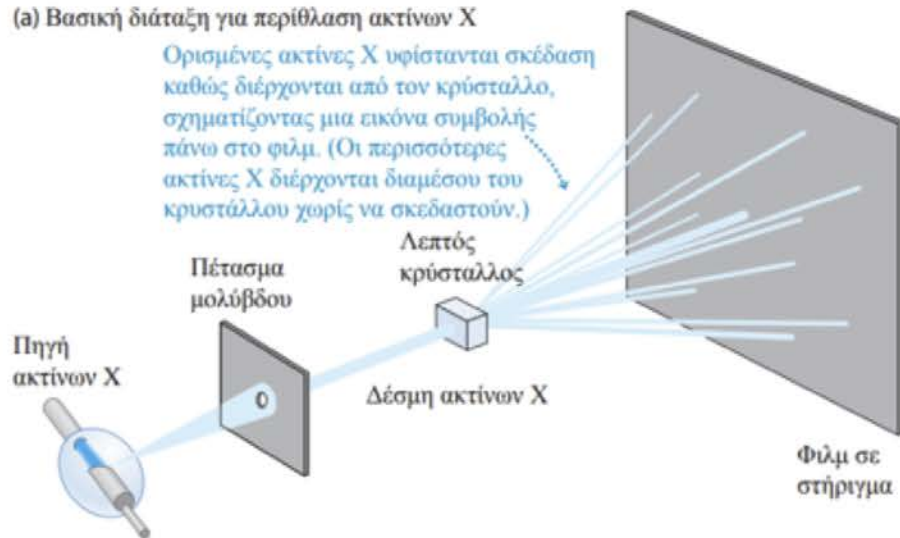
## ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΚΤΙΝΩΝ Χ

Τα πρώτα **πειράματα περίθλασης ακτίνων Χ** πραγματοποιήθηκαν το 1912 από τους Friederich (Φρίντριχ), Knipping (Κνίπινγκ) και φον Λάουε, χρησιμοποιώντας την πειραματική διάταξη που παρουσιάζεται στο Σχ. 36.20α.

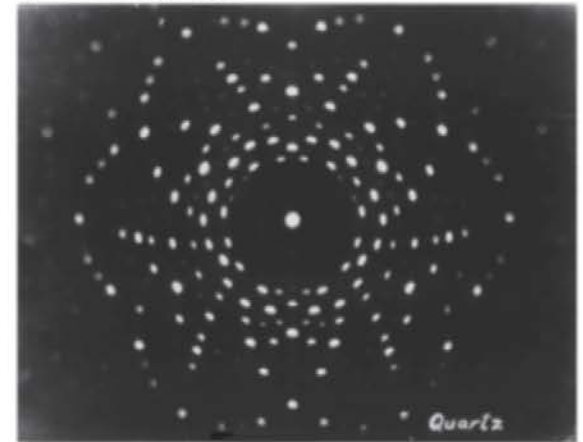
**36.20** (α) Ένα πείραμα περίθλασης ακτίνων Χ. (β) Εικόνα περίθλασης (ή εικόνα Laue) που σχηματίζεται από δέσμη ακτίνων Χ που προσπίπτει σε λεπτό δείγμα κρυσταλλικού χαλαζία.

(α) Βασική διάταξη για περίθλαση ακτίνων Χ

Ορισμένες ακτίνες Χ υφίστανται σκέδαση καθώς διέρχονται από τον κρύσταλλο, σχηματίζοντας μια εικόνα συμβολής πάνω στο φιλμ. (Οι περισσότερες ακτίνες Χ διέρχονται διαμέσου του κρυστάλλου χωρίς να σκεδαστούν.)



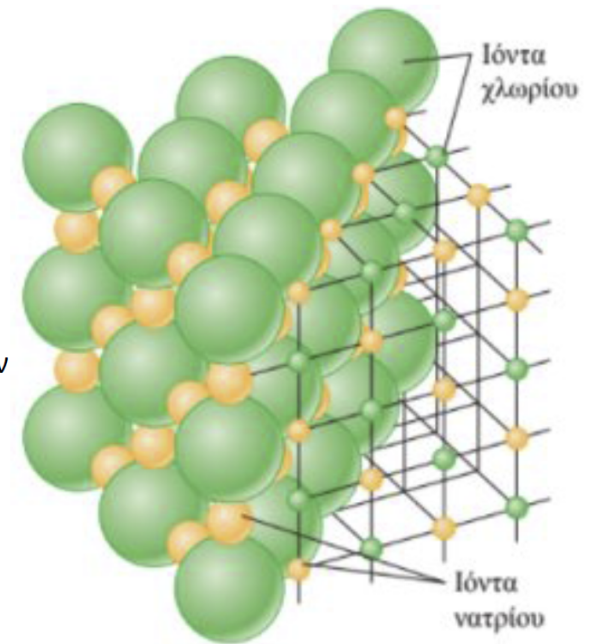
(β) Εικόνα περίθλασης Laue από ένα λεπτό δείγμα κρυσταλλικού χαλαζία.



## ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ ΑΚΤΙΝΩΝ Χ

Οι σκεδαζόμενες ακτίνες Χ *πράγματι* σχημάτισαν μια εικόνα συμβολής, την οποία αποτύπωσαν σε ένα φωτογραφικό φιλμ. Το Σχ. 36.20b εμφανίζει τη φωτογραφία μιας τέτοιας εικόνας. Τα πειράματα αυτά επιβεβαίωσαν ότι οι ακτίνες Χ είναι κύματα, ή ότι τουλάχιστον έχουν κυματικές ιδιότητες, καθώς επίσης και ότι τα άτομα σε ένα κρύσταλλο είναι διευθετημένα σε μια κανονική διάταξη (Σχ. 36.21). Έκτοτε, έχει αποδειχθεί ότι η περίθλαση ακτίνων Χ αποτελεί ανεκτίμητο ερευνητικό εργαλείο τόσο για τη μέτρηση του μήκους κύματος των ακτίνων Χ όσο και για τη μελέτη της δομής των κρυστάλλων και περίπλοκων μορίων.

**36.21** Μοντέλο της διάταξης των ιόντων σε έναν κρύσταλλο NaCl (επιτραπέζιο αλάτι). Η απόσταση μεταξύ παρακείμενων ατόμων είναι 0,282 nm. (Στην πράξη, υπάρχει μια μικρή αλληλεπικάλυψη των ηλεκτρονιακών νεφών των ατόμων).

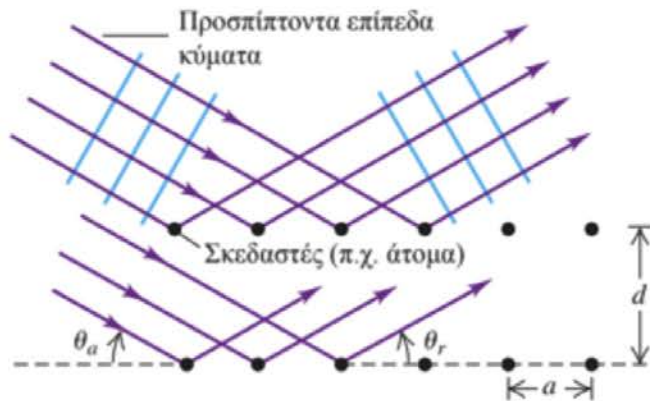


## Ένα Απλό Μοντέλο της Περίθλασης Ακτίνων Χ

Για την καλύτερη κατανόηση της περίθλασης ακτίνων Χ, θεωρούμε κατ' αρχάς τη δισδιάστατη διάταξη σκέδασης του Σχ. 36.22a, όπου ένα επίπεδο κύμα προσπίπτει σε μια ορθογώνια συστοιχία (παράταξη) κέντρων σκέδασης.

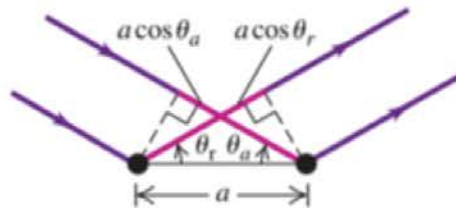
**36.22** Δισδιάστατο μοντέλο σκέδασης από μια ορθογώνια συστοιχία (παράταξη). Η απόσταση μεταξύ διαδοχικών ατόμων σε μια οριζόντια γραμμή είναι  $a$ . Η απόσταση μεταξύ διαδοχικών γραμμών είναι  $d$ . Οι γωνίες στο (b) μετρώνται από την επιφάνεια της συστοιχίας και όχι από την κάθετό της.

(a) Σκέδαση κυμάτων από ορθογώνια συστοιχία

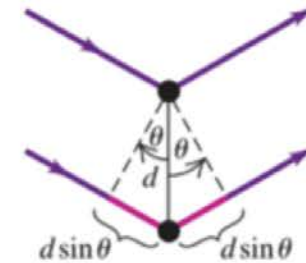


(b) Σκέδαση από διαδοχικά άτομα σε μια σειρά

Η συμβολή κυμάτων από διαδοχικά άτομα σε μια σειρά είναι ενισχυτική αν τα μήκη των δρόμων  $a \cos \theta_a$  και  $a \cos \theta_r$  είναι ίσα, δηλαδή η γωνία πρόσπτωσης  $\theta_a$  είναι ίση με τη γωνία ανάκλασης (σκέδασης)  $\theta_r$ .



(c) Σκέδαση από άτομα σε διαδοχικές σειρές  
Η συμβολή κυμάτων από άτομα σε διαδοχικές σειρές είναι ενισχυτική όταν η διαφορά δρόμου  $2d \sin \theta$  είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος, όπως στην Εξ. (36.16).



Συνθήκη Bragg για ενισχυτική συμβολή από δισδιάστατη συστοιχία:

Απόσταση μεταξύ διαδοχικών σειρών στη διάταξη

$$2d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 1, 2, 3, \dots)$$

Μήκος κύματος

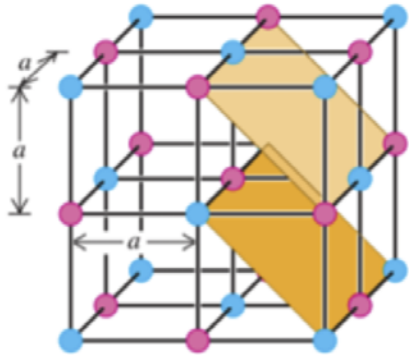
(36.16)

Γωνία που σχηματίζει ο  $m$ -οστός φωτεινός κροσσός στην οθόνη με την επιφάνεια της συστοιχίας

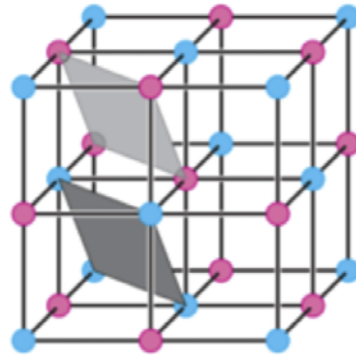
## Ένα Απλό Μοντέλο της Περίθλασης Ακτίνων Χ

Μπορούμε να επεκτείνουμε την ανάλυση αυτή και σε μια τρισδιάστατη συστοιχία (πλέγμα) θεωρώντας **επίπεδα σκεδαστών** αντί για σειρές τους. Το Σχ. 36.23 δείχνει δύο διαφορετικές ομάδες παράλληλων επιπέδων που καλύπτουν το σύνολο των σκεδαστών.

(a) Η απόσταση μεταξύ των επιπέδων είναι  $d = a/\sqrt{2}$ .

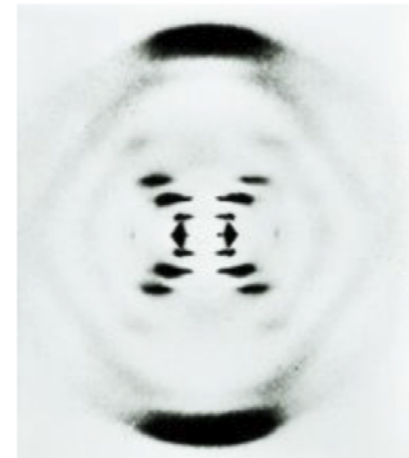


(b) Η απόσταση μεταξύ των επιπέδων είναι  $d = a/\sqrt{3}$ .



**36.23** Ένας κυβικός κρύσταλλος και δύο διαφορετικές οικογένειες κρυσταλλικών επιπέδων. Επιπλέον, υπάρχουν τρεις οικογένειες επιπέδων που είναι παράλληλες με τις έδρες του κύβου, στις οποίες η απόσταση μεταξύ των επιπέδων είναι  $d = a$ .

**36.24** Η Βρετανίδα επιστήμονας Rosalind Franklin (Ρόζαλιντ Φράνκλιν) παρήγαγε αυτήν την καινοτόμο εικόνα περίθλασης ακτίνων Χ του DNA το 1953. Οι διασταυρούμενοι σκοτεινοί κροσσοί έδωσαν την πρώτη ένδειξη για την ελικοειδή δομή του μορίου του DNA.



Κύματα προερχόμενα από όλους τους σκεδαστές ενός επιπέδου συμβάλλουν ενισχυτικά εάν οι γωνίες πρόσπτωσης και σκέδασης είναι ίσες. Υπάρχει επίσης ενισχυτική συμβολή μεταξύ επιπέδων όταν ικανοποιείται η Εξ. (36.16), όπου  $d$  είναι τώρα η απόσταση μεταξύ διαδοχικών επιπέδων. Επειδή υπάρχουν πολλές διαφορετικές ομάδες παράλληλων επιπέδων, υπάρχουν επίσης πολλές τιμές της  $d$  και πολλές ομάδες γωνιών που δίνουν ενισχυτική συμβολή για το σύνολο του κρυσταλλικού πλέγματος. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται **ανάκλαση Bragg**.

**ΠΡΟΣΟΧΗ** Η ανάκλαση Bragg είναι στην πραγματικότητα **συμβολή Bragg**. Οι ανακλάσεις από διάφορα επίπεδα εμφανίζουν απόλυτη αναλογία με τα φαινόμενα συμβολής σε λεπτά υμένα

[ Σελίδα 1328 ]

copyright @ 2020 ΕΚΔΟΣΕΙΣ ΠΑΠΑΖΗΣΗΣ

Η. ΚΑΤΣΟΥΦΗΣ

21

# Παράδειγμα 11

Έστω ότι κατευθύνετε μια δέσμη ακτίνων X μήκους κύματος  $0,154 \text{ nm}$  σε ορισμένα επίπεδα ενός κρυστάλλου πυριτίου. Καθώς αυξάνετε τη γωνία πρόσπτωσης, εκκινώντας από το μηδέν, βρίσκετε το πρώτο έντονο μέγιστο συμβολής από τα επίπεδα αυτά όταν η δέσμη σχηματίζει γωνία  $34,5^\circ$  με τα επίπεδα. α) Ποια είναι η απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών επιπέδων του συνόλου αυτού των παράλληλων επιπέδων; β) Να εξετάσετε αν είναι δυνατό να εντοπίσετε και άλλα μέγιστα συμβολής από τα επίπεδα αυτά σε διαφορετικές, μεγαλύτερες γωνίες.

**ΛΥΣΗ** Για να βρούμε την απόσταση  $d$  μεταξύ δύο γειτονικών επιπέδων, επιλύουμε την εξίσωση Bragg, δηλαδή την Εξ. (38–16), ως προς  $d$ , με  $m = 1$ :

$$d = \frac{m\lambda}{2 \sin \theta} = \frac{(1)(0,154 \text{ nm})}{2 \sin 34,5^\circ} = 0,136 \text{ nm}.$$

Αυτή είναι η απόσταση μεταξύ δύο γειτονικών επιπέδων στο σύνολο αυτό των παράλληλων επιπέδων.

β) Για τον προσδιορισμό και άλλων γωνιών που πληρούν την ίδια σχέση, λύνουμε την Εξ. (38–16) ως προς  $\sin \theta$ :

$$\sin \theta = \frac{m\lambda}{2d} = m \frac{0,154 \text{ nm}}{2(0,136 \text{ nm})} = m(0,566).$$

Τιμές του  $m$  μεγαλύτερες ή ίσες του 2 δίνουν τιμές του  $\sin \theta$  που υπερβαίνουν την μονάδα, πράγμα αδύνατο. Επομένως δεν υπάρχουν άλλες γωνίες στις οποίες εκδηλώνονται μέγιστα συμβολής. Αναφερόμαστε βέβαια πάντα στο συγκεκριμένο σύνολο παράλληλων κρυσταλλικών επιπέδων του παραδείγματος αυτού.

# Σημείωση

- Μέρος από τις διαφάνειες είναι από τις διαφάνειες διδασκαλίας του βιβλίου Πανεπιστημιακή Φυσική με Σύγχρονη Φυσική, Τόμος Β, H. D. Young and R. A. Freedman, 3<sup>η</sup> Ελληνική Έκδοση, Εκδόσεις Παπαζήση.

