Comparación entre sistemas de préstamos usuales

Tapia, Gustavo N.

I. Sistemas de amortización básicos

Existe una gran cantidad de maneras para amortizar un préstamo, ya que deudores y acreedores pueden pactar libremente las condiciones para la cancelación. Entre ellas podrán considerarse:

* Un pago único al final.
* Pago de intereses periódicamente y pago del capital al final.
* Pago de capital en cuotas iguales e intereses sobre saldos.
* Serie uniforme de pagos.
* Pagos con períodos de gracia.
* Pagos con períodos desiguales.
* Pagos con cuotas extraordinarias.
* Pago en cuotas crecientes o decrecientes en cantidades iguales (gradiente aritmético).
* Pago en cuotas crecientes o decrecientes en porcentaje igual (gradiente geométrico).
* Pagos en moneda extranjera.
* Pagos en unidades de valor real (moneda constante).
* Otros tipos a pactar entre prestamista y prestatario.

Para analizar un poco más este tema y a la vez profundizar un poco más el concepto de equivalencia, se presenta a continuación las tablas de amortización de las cuatro primeras alternativas de pago, en el caso de un préstamo de $1.000.000 al 36% de interés anual capitalizable trimestralmente y con un plazo total de un año.

1. Un pago único al final.

F = P (1 + i) ^ n = 1.000.000(1.09) ^ 4 = $1.411.581.61.

PERIODO	CAPITAL INICIAL $	INTERESES CAUSADOS y CAPITALIZADOS	INTERESES PAGADOS $	CAPITAL PAGADO $	PAGO TOTAL $
1	1.000.000	90.000	0	0	0
2	1.090.000	98.100	0	0	0
3	1.188.100	106.929	0	0	0
4	1.295.029	116.552	411.581	1.000.000	1.411.581
			411.581	**1.000.000**	**1.411.581**

2. Pago de interés trimestral y del capital al final.

I = i% x P = 9% x1.000.000 = $90.000.

Veamos la tabla de pagos:

PERIODO	CAPITAL INICIAL $	INTERESES CAUSADOS	INTERESES PAGADOS $	CAPITAL PAGADO $	PAGO TOTAL $
1	1.000.000	90.000	90.000	0	90.000
2	1.000.000	90.000	90.000	0	90.000
3	1.000.000	90.000	90.000	0	90.000
4	1.000.000	90.000	90.000	1.000.000	1.090.000
			360.000	**1.000.000**	**1.360.000**

3. Pago de capital en cuotas iguales e intereses sobre saldos

Cuotas de capital a pagar: p/n = $1.000.000/4 = 250.000.

I = i% x (Saldo adeudado)

PERIODO	CAPITAL INICIAL $	INTERESES CAUSADOS	INTERESES PAGADOS $	CAPITAL PAGADO $	PAGO TOTAL $
1	1.000.000	90.000	90.000	250.000	340.000
2	750.000	67.500	67.500	250.000	317.500
3	500.000	45.000	45.000	250.000	295.000
4	250.000	22.500	22.500	250.000	272.500
			225.000	**1.000.000**	**1.225.000**

4. Pago de capital e intereses en cuotas uniformes

Se debe calcular en primer lugar el valor de la cuota uniforme de pago.

A = 1.000.000 (A/P, 9%, 4) = 308.668.66.

PERIODO	CAPITAL INICIAL $	INTERESES CAUSADOS	INTERESES PAGADOS $	CAPITAL PAGADO $	PAGO TOTAL $
1	1.000.000	90.000	90.000	218.668	308.668
2	781.331	70.319	70.319	238.348	308.668
3	542.982	48.868	48.868	259.800	308.668
4	283.182	25.486	25.486	283.182	308.668
			234.674	**1.000.000**	**1.234.674**

El siguiente cuadro presenta los pagos totales en moneda corriente hechos en cada período para cada una de las alternativas:

PERIODO	FORMA 1	FORMA 2	FORMA 3	FORMA 4
1	0	90.000	340.000	308.668
2	0	90.000	317.500	308.668
3	0	90.000	295.000	308.668
4	1.411.581	1.090.000	272.500	308.668
	1.411.581	**1.360.000**	**1.225.000**	**1.234.674**

Aunque las alternativas de pago en moneda corriente son diferentes, las cuatro formas de pago son equivalentes de acuerdo con la tasa de interés de capitalización. Si son equivalentes, entonces ¿cuál es la alternativa más apropiada? En términos equivalentes de tasa de interés o valor presente neto, el cambiar un plan por otro no tendría ningún beneficio financiero relacionado exclusivamente con el valor tiempo del dinero, es decir, el valor del préstamo. Sin embargo habrá que considerar otros aspectos, como factores económicos de incidencia, a saber:

- El costo de oportunidad al cual se pueden reinvertir los pagos (por parte del prestamista) o el dinero (por parte del prestatario, según el punto de vista del que se mire).
- La situación de liquidez (conveniencia de pago) del prestatario.

En el primer caso, si la tasa de reinversión es del 24% las alternativas son indiferentes porque siempre se irá a obtener la misma suma total al final del año ($1.411.581). Pero si la tasa de reinversión es diferente al 24%, las propuestas ya no serían equivalentes.

Si la tasa de reinversión es menor al 24%, al prestamista le interesará la alternativa que le mantenga por más tiempo el capital en préstamo, la alternativa 1, y al prestatario todo lo contrario, es decir aquélla en la cual amortice más rápidamente el capital (principal), es decir en nuestro caso sería la alternativa 3.

Si la tasa de reinversión es superior al 24%, ocurrirá todo lo contrario, es decir al prestamista que le pague el capital más rápido para volverlo a reinvertir a una tasa superior y al prestatario lo menos rápido para sacar más rendimiento del capital no pagado.

En el caso de situación de liquidez, muchas veces el prestatario no cuenta con el flujo de caja y es necesario, a expensas de un costo financiero mayor o Tasa Interna de Retorno Modificada (TIRM), plantear sistemas de pago que conllevan a sacrificios financieros.

II. Descomposición de una cuota en capital e interés

Cuando se hace cada pago de un préstamo, generalmente este incluye el principal (capital) e intereses. Cuánto corresponde a cada uno depende del sistema de amortización que se elija, pero basándonos en el principio de equivalencia (recordemos que un valor presente es simplemente el valor equivalente de uno o varios valores futuros equivalentes), tendremos a valor presente todos los valores futuros faltantes por pagar, con el saldo neto a pagar en una fecha específica. Por lo tanto, en período anterior al del pago, tendríamos el monto adeudado en dicho momento, y sobre el mismo se calcularán los intereses causados en ese último período para luego restarlo del monto total pagado, obteniendo el monto de capital amortizado en la cuota pertinente.

Cómo descomponer el valor de una cuota fija (serie uniforme de pagos) en capital e interés

Para descomponer el valor de una cuota específica en una serie uniforme de pagos, se debe calcular el saldo adeudado al final del período anterior al de la cuota a descomponer; esto se hace trayendo a valor presente las cuotas faltantes; al valor determinado se le calculan los intereses del periodo; por último al valor de la cuota se le restan los intereses calculados y la diferencia corresponde al monto de amortización de capital.

Supongamos que se tiene un préstamo de 20 millones de pesos, pagadero en 24 cuotas mensuales iguales, con interés del 24% nominal anual. MV (anual, capitalizable mes vencido). ¿Cuál sería la composición de la cuota 20 en capital e intereses?

P = 20.000.000 i = 24%/12 = 2% MV.

0 1 2 3 4 5........... 19 20 21 22 23 24

A

Valor de las cuotas (A)

A = P(A/P, 2%, 24)

$$A = P \ \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

A = 20.000.000{0.02x(1.02)24/((1.02) 24 - 1)}

A = 1.057.421

Si vamos a descomponer la cuota 20 en capital e intereses calculamos el número de cuotas faltantes: 24 - 19 = 5. Posteriormente calculamos el saldo adeudado después de pagar la cuota anterior, es decir la 19, trayendo a valor presente los valores de las cuotas faltantes.

Si traemos las cuotas faltantes a valor presente al final del período 19 tendríamos:

P19 = A(P/A, 2%, 5)

P19 = 1.057.421 (P/A, 2%, 5)

P19 = 1.057.421{((1.02) 5 - 1) / 0.02 x (1.02)5}

P19 = 4.984.115,52

Al monto anterior le calculamos el valor de los intereses del período 20,

I20 = i% x P19 = 2% x 4.984.115 = 99.682

Calculemos ahora el abono a capital:

Abono a capital = Valor Cuota - Intereses = 1.057.421 - 99.682 = 957.739

El valor de la cuota número 20 en la serie uniforme de pagos de $1.057.421, está compuesto por $ 99.682 de intereses y $ 957.739

de abono a capital.

A continuación se presenta la tabla total de amortización del préstamo en donde se pueden comprobar los valores antes calculados.

Período n	Saldo Inicial	Intereses	Cuota A	Amortización Capital	Saldo Final
0		0	0	0	20.000.000,00
1	20.000.000,00	400.000,00	1.057.421,95	657.421,95	19.342.578,05
2	19.342.578,05	386.851,56	1.057.421,95	670.570,38	18.672.007,67
3	18.672.007,67	373.440,15	1.057.421,95	683.981,79	17.988.025,88
4	17.988.025,88	359.760,52	1.057.421,95	697.661,43	17.290.364,45
5	17.290.364,45	345.807,29	1.057.421,95	711.614,66	16.578.749,80
6	16.578.749,80	331.575,00	1.057.421,95	725.846,95	15.852.902,85
7	15.852.902,85	317.058,06	1.057.421,95	740.363,89	15.112.538,96
8	15.112.538,96	302.250,78	1.057.421,95	755.171,17	14.357.367,79
9	14.357.367,79	287.147,36	1.057.421,95	770.274,59	13.587.093,20
10	13.587.093,20	271.741,86	1.057.421,95	785.680,08	12.801.413,12
11	12.801.413,12	256.028,26	1.057.421,95	801.393,68	12.000.019,44
12	12.000.019,44	240.000,39	1.057.421,95	817.421,56	11.182.597,88
13	11.182.597,88	223.651,96	1.057.421,95	833.769,99	10.348.827,90
14	10.348.827,90	206.976,56	1.057.421,95	850.445,39	9.498.382,51
15	9.498.382,51	189.967,65	1.057.421,95	867.454,29	8.630.928,21
16	8.630.928,21	172.618,56	1.057.421,95	884.803,38	7.746.124,83
17	7.746.124,83	154.922,50	1.057.421,95	902.499,45	6.843.625,38
18	6.843.625,38	136.872,51	1.057.421,95	920.549,44	5.923.075,95
19	5.923.075,95	118.461,52	1.057.421,95	938.960,43	4.984.115,52
20	4.984.115,52	99.682,31	1.057.421,95	957.739,63	4.026.375,89
21	4.026.375,89	80.527,52	1.057.421,95	976.894,43	3.049.481,46
22	3.049.481,46	60.989,63	1.057.421,95	996.432,32	2.053.049,14
23	2.053.049,14	41.060,98	1.057.421,95	1.016.360,96	1.036.688,18
24	1.036.688,18	20.733,76	1.057.421,95	1.036.688,18	0

Cómo descomponer el valor de una cuota creciente en una suma constante en capital e interés

El procedimiento es similar al de la serie uniforme de pagos: en primer lugar se debe determinar el monto de la cuota a descomponer, posteriormente se debe calcular el saldo adeudado al final del período anterior al de la cuota a descomponer (trayendo a valor presente las cuotas faltantes), al valor determinado se le calculan los intereses del periodo; por último al valor de la cuota se le restan los intereses calculados y la diferencia corresponde al monto de amortización de capital.

Supongamos que se tiene un préstamo de 20 millones de pesos, pagadero en 12 cuotas mensuales que se incrementan en $200.000 con relación a la anterior, con interés del 24% A. MV (anual, capitalizable mes vencido). ¿Cuál sería la composición de la cuota 8 en capital e intereses?

Primero determinemos el valor constante de las cuotas (K).

Recordemos que P = K (P/A, i%, n) + g (P/g, i%, n)

Por fórmula matemática tenemos

P = K1 {[(1+i) ^n - 1] / i (1+i) ^n} + (g/i) {[(1+i) ^n - 1] / i(1+i) ^n] - [n/(1+i) ^n}

De donde

K1 = {P - (g/i) {[(1+i)^ n - 1] / i(1+i)^ n] - [n/(1+i)^ n}} / {[(1+i)^ n - 1]/i(1+i)^ n}

K1 = {20.000.000 - (200.000/0.02) {[(1.02)12 - 1] / 0.02 (1.02)12] - [12/(1.02)12}} / {[(1.02)12 - 1]/0.02(1.02)12}

K1 = 838.343.5272

Determinemos ahora el valor de la cuota número 8.

K8 = K1+gx (n'-1) = 838.343.5272+200.000(8-1) = 838.343.5272+200.000x7

K8 = 2.238.343,53

El valor anterior es el que se tiene que descomponer en capital e intereses, para esto determinamos al saldo adeudado a final de la cuota 7, llevando a presente los valores de las cuotas faltantes

P7 = K8 {[(1+i) ^ n - 1] / i (1+i) ^ n} + (g/i) {[(1+i) ^n - 1] / i (1+i) ^ n] - [n/ (1+i) ^ n}

P7 = 2.238.343,53 {[(1.02)5 - 1]/0.02(1.02)5} + (200.000/0.02) {[(1.02)5 - 1] / 0.02 (1.02)5] - [5/(1.02)5}

P7 = 12.398.396,18

Ahora calculamos el monto de los intereses (I) del período 8.

I = i% x P7 = 2% x 12.398.396,18 = 247.967,92

Por último calculamos el valor del abono al principal (capital) restando del valor de la cuota el monto de los intereses.

Abono a capital = K8 - I = 2.238.343,53 - 247.967,92 = 1.990.375,60

Período n	Saldo Inicial	Intereses	Cuota Kn	Amortización Capital	Saldo Final
0		0	0	0	20.000.000,00
1	20.000.000,00	400.000,00	838.343,53	438.343,53	19.561.656,47
2	19.561.656,47	391.233,13	1.038.343,53	647.110,40	18.914.546,08
3	18.914.546,08	378.290,92	1.238.343,53	860.052,61	18.054.493,47
4	18.054.493,47	361.089,87	1.438.343,53	1.077.253,66	16.977.239,81
5	16.977.239,81	339.544,80	1.638.343,53	1.298.798,73	15.678.441,08
6	15.678.441,08	313.568,82	1.838.343,53	1.524.774,71	14.153.666,37
7	14.153.666,37	283.073,33	2.038.343,53	1.755.270,20	12.398.396,18
8	12.398.396,18	247.967,92	2.238.343,53	1.990.375,60	10.408.020,57
9	10.408.020,57	208.160,41	2.438.343,53	2.230.183,12	8.177.837,46
10	8.177.837,46	163.556,75	2.638.343,53	2.474.786,78	5.703.050,68

Período n	Saldo Inicial	Intereses	Cuota Kn	Amortización Capital	Saldo Final
11	5.703.050,68	114.061,01	2.838.343,53	2.724.282,51	2.978.768,16
12	2.978.768,16	59.575,36	3.038.343,53	2.978.768,16	0

Cómo descomponer el valor de una cuota creciente en un porcentaje constante (gradiente geométrico) en capital e interés

El procedimiento es similar a los anteriormente descriptos: en primer lugar se debe determinar el monto de la cuota a descomponer, posteriormente se debe calcular el saldo adeudado al final del período anterior al de la cuota a descomponer, trayendo a valor presente las cuotas faltantes; al valor determinado se le calculan los intereses del periodo; por último al valor de la cuota se le restan los intereses calculados y la diferencia corresponde al monto de amortización de capital.

S tiene un préstamo de 50 millones de pesos, pagadero en 8 cuotas trimestrales que se incrementan en un 3% con relación a la anterior, con interés del 20% A. TV (anual, capitalizable trimestre vencido). ¿Cuál sería la composición de la cuota 5 en capital e intereses?

Primero determinemos el valor de la primera cuota (K).

Recordemos que:

K = P(P/gg, i%, n)	K: Primera cuota
K = P {(i - gg) / (1 - [(1+gg)/(1+i)]^n)}	P:Valor presente (monto inicial del préstamo.
	i: Tasa de interés periódico.
	Gg: Gradiente geométrico (crecimiento porcentual).
	n: Número de períodos.

P = 50.000.000

i = 20%/4 = 5% TV.

gg= 3%

n = 8 trimestres

Calculemos el valor de la primera cuota

K = 50.000.000{(0.05 - 0.03) / [1-(1.03/1.05)8]}

K = 7.012.615,5275

Determinemos ahora el valor de la cuota número 5.

K5 = K x (1 + gg) ^ (n-1) = 7.012.615,53x1.034 = 7.892.760,56

El valor anterior es el que se tiene que descomponer en capital e intereses, para esto determinamos al saldo adeudado a final de la cuota 4, llevando a presente los valores de las cuotas faltantes:

P4 = K5 {(1 - [(1+gg)/(1+i)]^n) / (i - gg)}

P4 = 7.892.760,56 {(1 - [(1.03)/(1.05)]4) / 0.02}

P4 = 29.219.440,24

Ahora calculamos el monto de los intereses (I) del período 5:

I = i% x P4 = 5% x 29.219.440,24 = 1.460.972,01

Por último calculamos el valor del abono al principal (capital) restando del valor de la cuota el monto de los intereses.

Abono a capital = K5 - I = 7.012.615,56 - 1.460.972,01 = 6.431.788,55

Período n	Saldo Inicial	Intereses	Cuota Kn	Amortización Capital	Saldo Final
0		0	0	0	50.000.000,00
1	50.000.000,00	2.500.000,00	7.012.615,53	4.512.615,53	45.487.384,47
2	45.487.384,47	2.274.369,22	7.222.993,99	4.948.624,77	40.538.759,70
3	40.538.759,70	2.026.937,99	7.439.683,81	5.412.745,83	35.126.013,87
4	35.126.013,87	1.756.300,69	7.662.874,33	5.906.573,63	29.219.440,24
5	29.219.440,24	1.460.972,01	7.892.760,56	6.431.788,55	22.787.651,70
6	22.787.651,70	1.139.382,58	8.129.543,37	6.990.160,79	15.797.490,91
7	15.797.490,91	789.874,55	8.373.429,68	7.583.555,13	8.213.935,78
8	8.213.935,78	410.696,79	8.624.632,57	8.213.935,78	0

III. Sistema Alemán y Sistema Francés

En la economía moderna el sistema financiero cumple el rol esencial de la intermediación, canalizando los flujos de fondos entre los acreedores y deudores del sistema e interviniendo activamente en la mayor parte de las transacciones de crédito y préstamo de la economía.

Como mencionásemos, en general, la devolución del préstamo no se efectúa en un solo pago, sino que la misma se realiza en varios a lo largo del tiempo.

El proceso mediante el cual el deudor se compromete a reintegrar periódicamente el capital se denomina "amortización", a una periodicidad acordada entre las partes (anual, semestral, mensual, etc.).

Similitudes y Diferencias

Tanto en el sistema alemán (SA) como en el francés (SF) la cuota que periódicamente abona el deudor a su acreedor tiene dos componentes: una parte destinada a amortización de capital y otra en concepto de interés, por el uso del capital prestado.

En ambos sistemas el cálculo del monto a erogar en concepto de interés es el mismo, ya que se calcula sobre saldos. Para el cálculo de la amortización, en cambio, deben usarse fórmulas diferentes según sea el sistema que se aplica.

La principal característica del sistema alemán (SA) es que en todas las cuotas la parte destinada a amortizar capital es igual, mientras que los intereses son decrecientes. Esto determina que la cuota total sea a su vez decreciente.

En el sistema francés, en cambio, lo que se mantiene constante es la cuota total, variando la proporción de capital e intereses de cada cuota. En las primeras cuotas se amortiza proporcionalmente menos capital que en las últimas, o dicho de otra manera, en general, en las primeras cuotas se paga más intereses que capital. Esto depende del nivel de la tasa de interés pactada: cuanto mayor es la tasa menor será la proporción de capital cancelado en las primeras cuotas.

Descomposición de la cuota en el sistema alemán.

Cuota Total = Amortización de Capital + Interés

Una forma rápida y sencilla de calcular la amortización de capital en el SA es dividir el préstamo total por la cantidad de cuotas en las cuales se lo amortizará:

Amortización de Capital = monto original prestado / cantidad de cuotas

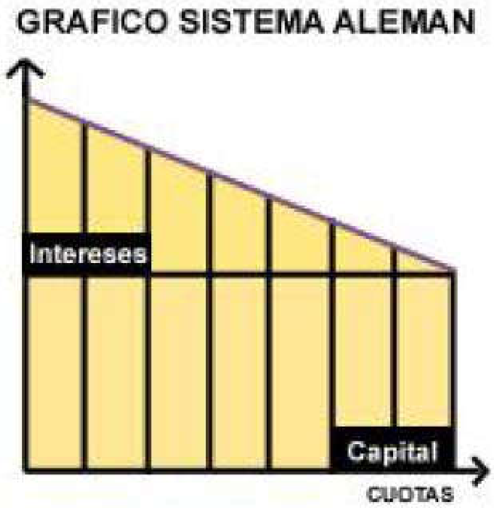
En ausencia de mecanismos indexatorios el monto destinado a amortizar capital se mantendrá constante de la primera a la última cuota, pero si ante un proceso inflacionario se deben aplicar cláusulas indexatorias la fórmula correcta a utilizar es la siguiente:

Amortización de Capital = saldo al final del período n (ajustado) / cantidad de cuotas restantes

Esta segunda fórmula en realidad constituye el "caso general", del cual la primera es un caso particular que puede utilizarse como aproximación. Una vez obtenida la amortización de capital para completar la cuota total debe agregarse el interés que surge de la siguiente fórmula:

Interés = tasa pactada x saldo al final de período anterior

Las cuotas (capital + intereses) son decrecientes y consecutivas. Las cuotas de este sistema van decreciendo a lo largo del crédito, donde el monto del capital a cancelar por cada una de las cuotas se mantiene constante y el de interés va decreciendo a lo largo del período del mismo.



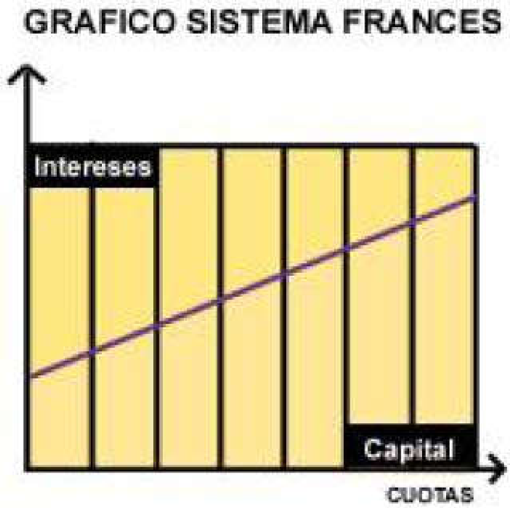
Si se pacta una tasa nominal anual (TNA) y una frecuencia de pago de tipo mensual, habrá que convertir la tasa nominal en una tasa efectiva mensual en este caso.

Descomposición de la cuota en el sistema francés

En el sistema francés de amortización (SF) los cálculos son algo más complejos. Para ello pueden utilizarse los conceptos de renta y sus fórmulas de valor actual y valor futuro ya que existe cierta similitud entre la noción de renta y el concepto de amortización, donde el acreedor entrega una suma de dinero y espera recibir una serie de pagos prefijados.

Una renta financiera es un conjunto de capitales o pagos asociados a períodos de tiempo consecutivos. Se las puede clasificar en base a diferentes criterios (constantes o variables, temporales o perpetuas, prepagables o postpagables, fraccionarias o enteras, etc.). Entre los ejemplos más conocidos de rentas se encuentran las rentas vitalicias, que se utilizan en algunos sistemas de seguridad social en los cuales un agente entrega una suma de dinero a una institución financiera que se compromete a pagarle una suma de dinero hasta la muerte del agente.

Las cuotas -conformadas por una parte de capital y otra parte de intereses- son iguales y consecutivas. Por medio de este sistema, al comienzo del crédito, se paga una proporción mayor de interés y menor de capital, que se invierte a lo largo del mismo.



Un aspecto importante de las rentas es su valoración: existen fórmulas que permiten conocer rápidamente el valor actual de una renta -los pagos futuros a valor de hoy-, así como el valor futuro de una renta (los pagos futuros al valor del día del último pago).

Sus fórmulas son:

Valor Actual = (1-(1 + i)-n) / i

Valor Futuro = ((1 + i)n -1) / i

donde i es la tasa de interés y n, el número de períodos.

Los distintos componentes de la cuota total del SF pueden obtenerse mediante diferentes opciones. En el caso del interés, la fórmula es idéntica a la expuesta para el SA, pero para la amortización de capital y para la cuota total existen dos fórmulas específicas. Sin embargo no es necesario calcularlas a ambas, ya que obteniendo una de las dos, más el interés correspondiente, la restante puede obtenerse por diferencia.

La fórmula para la cuota total es la siguiente:

Cuota Total= Saldo al final del período / [(1 - (1 + i)-n) / i]

donde i es la tasa de interés efectiva del período y n es la cantidad de cuotas pendientes de pago. En el denominador se usa la "fórmula del valor actual".

Para el cálculo de la amortización de capital se usa la siguiente fórmula:

Amortización de Capital= Saldo al final del período / [((1 + i)n - 1) / i]

Implicancias de los distintos sistemas

En los últimos años, en la mayoría de los préstamos hipotecarios otorgados por el sistema financiero en Argentina se utilizó el SF con tasa variable, siendo el SA de uso bastante menos frecuente.

Desde el punto de vista comercial el SF presenta algunas ventajas: dado que en las primeras cuotas se paga proporcionalmente más intereses que capital, para el acreedor resulta más atractivo desde el punto de vista de la presentación contable de los beneficios. Además, dado que las cuotas son iguales resulta intuitivamente atractivo para el deudor. Por otra parte, a iguales tasas y plazos las primeras cuotas del SF son inferiores a las del SA favoreciendo el acceso al crédito, mediante una relación cuota/ingreso más baja. Esto es especialmente importante cuando se evalúa la capacidad de pago del deudor, ya que una cuota más baja resulta más fácil de pagar.

Un aspecto que suele señalarse como una de las ventajas del sistema alemán es que resulta especialmente atractivo para quienes prevén cancelar anticipadamente su préstamo, es decir que desean adelantar el pago de algunas cuotas. Dado que en el SA la amortización de capital es relativamente más acelerada que en el SF, si un deudor supone que dispondrá de mayores ingresos en el futuro el SA le resultará más conveniente.

Desde el punto de vista financiero ambos sistemas son equivalentes. Si bien los flujos de fondos son diferentes tienen iguales tasas internas de retorno, aunque en el SF el deudor paga una suma total de intereses levemente superior que en el SA. En el siguiente cuadro se muestran algunos datos comparativos de préstamos similares bajo diferentes sistemas de amortización.

Comparación de los sistemas de amortización francés y alemán

Préstamo: $40.000 - TNA: 12% - TEM: 1%

Plazo	Cuota n°:	Cuota en $		SA / SF	igualan en cuota n°:	Intereses Pagados en $	
		SF	SA			SF	SA
30	1	1.549,92	1.733,33	+12%	15	6.498	6.200
	30	1.549,92	1.346,67	-13%			
60	1	889,78	1.066,67	+20%	28	13.387	12.200
	60	889,78	673,33	-24%			
120	1	573,88	733,33	+28%	49	28.866	24.200
	120	573,88	336,67	-41%			

Tal como se ya se mencionó, ni el SF ni el SA agotan las posibilidades existentes en materia de sistemas de amortización. También es bastante utilizado en operaciones financieras el denominado sistema americano (particularmente con títulos de deuda emitidos por empresas o gobiernos conocidos como bonos bullet), en el cual los pagos parciales sólo se hacen en concepto de intereses, amortizándose todo el capital en un solo pago al final de período de repago.

Teniendo en cuenta que los intereses se aplican sobre el saldo adeudado, si se toma un crédito bajo el sistema francés a tasa variable, habrá que considerar que las cuotas se modificarán en función de la variación de la tasa, repercutiendo diferente comparando ambos sistemas al calcularse sobre saldos de capital que diferirán (entre el SF y el SA), al momento de producirse este cambio.

Costo real de la operación de préstamo

El costo financiero no depende exclusivamente de la tasa de interés, sino que existen otros rubros que incrementan el costo financiero de las transacciones, tales como los gastos de estudio, de manejo y gastos legales, las comisiones, los saldos mínimos y los avales, entre otros, que son importantes para determinar el costo de financiación o el rendimiento de una inversión y para determinarlo es necesario calcular la tasa de interés que iguale las entradas y salidas de efectivo, es decir que para calcularlo se determina por medio de la Tasa Interna de Retorno (TIR). Esta tasa representará el costo efectivo real del préstamo.

Aun cuando el valor actual de una operación de préstamo por SF o por SA sean iguales, el valor de estos adicionales que se calculen sobre los valores nominales de intereses emergentes de estos sistema financieros podrá arrojar la conveniencia de un sistema sobre otro en virtud de que uno tenga menores costos financieros adicionales.

Efectos de la Inflación

En los créditos a plazos cortos las tasas de interés suelen ser fijas, pero cuando los plazos se alargan en general se utilizan tasas variables. Una tasa de interés variable (suponiendo que las tasas nominales incorporan la inflación esperada, manteniendo constante la tasa de interés real) asegura al acreedor, dentro de ciertos límites, que podrá mantener constante el valor de su capital.

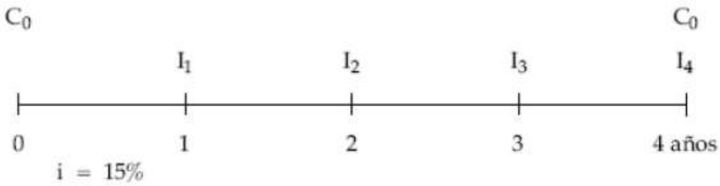
La utilización de las tasas variables no plantea mayores dificultades desde el punto de vista financiero, si bien requiere un mayor "costo de administración" para el acreedor. Donde sí existe una desventaja es que en contextos de alta inflación y / o inestabilidad financiera la variabilidad de las tasas de referencia induce cambios importantes en las cuotas, con la consiguiente incertidumbre de los deudores sobre los niveles futuros de las mismas.

Finalmente, los sistemas de amortización fijos tanto en capital como en intereses son completamente inadecuados si la inflación esperada es significativa, ya que al estar pactados de antemano los pagos en concepto de intereses si la inflación es elevada el acreedor sufrirá una licuación de su capital.

IV. Sistema Americano

En este sistema el interés también se calcula sobre saldos de capital pero se cancela la totalidad del préstamo en la última cuota.

Construir el cuadro de amortización de un préstamo de 1.000 pesos contratado al 15% de interés anual, amortizándose el principal de una sola vez a los 4 años y pagándose anualmente los intereses.



Años	Capital amortizado	Cuota de interés	Cuota de amortización	Total amortizado	Saldo de capital
0					1.000
1	150	150			1.000
2	150	150			1.000
3	150	150			1.000
4	1.150	150	1.000	1.000	
Total	1.600	600	1.000		

En este sistema, dado el repago bajo por parte del deudor, al tener la operación una duration mayor respecto del sistema francés o del sistema alemán, es factible realizar un análisis complementario y particular, sobre el riesgo por insolvencia del tomador a fin de justificar si se mantiene la tasa de interés sobre saldos que se emplean en los sistemas SF y SA y que conforma la estructura temporal de la tasa de interés.

Por otro lado, el valor nominal de los intereses (no el real), en este sistema supera al valor nominal de intereses del francés y del alemán; si bien este aspecto no es de mayor importancia para determinar el valor del dinero -dado que también calcula la cuota sobre saldos pendientes de capital-, desde un punto de vista impositivo podría significar un concepto mayor de deducción por intereses en el Impuesto a las Ganancias, ya que las normativas fiscales operan con el valor nominal (que surge del contrato) y no con el valor tiempo del dinero.

Variante: fondo de amortización (sinking fund)

En este sistema de amortización el deudor, durante el plazo del préstamo, abonará al acreedor el interés simple sobre el total del capital tomado en préstamo en los períodos de tiempo convenido y, al mismo tiempo, deberá depositar en un fondo cantidades periódicas, las cuales junto con sus intereses, formarán el monto que reembolsará, en su vencimiento, la totalidad del capital tomado en préstamo.

Las cantidades que el deudor cancelará al acreedor durante el plazo del préstamo, cubrirán únicamente los intereses del préstamo, el cual será reembolsado, a su vencimiento, con el monto formado por las cantidades ingresadas al fondo de amortización.

Este sistema tiene muy poca aplicación práctica pues el deudor pocas veces cumple con el compromiso de depositar en el fondo de amortización las cantidades periódicas que formarán el monto para reembolsar el préstamo.

En este sistema nos encontramos con dos tipos de tasas, generalmente diferentes, las cuales distinguiremos por:

i = tasa de interés que produce el fondo de amortización.

r = tasa de interés del préstamo.

Anualidad para formar el fondo y cancelar intereses

El principal problema con que nos encontramos en este sistema será del determinar la correspondiente anualidad que, desglosada en dos partes, cancele los intereses correspondientes del préstamo y forme el fondo, el cual, en la época de vencimiento, reembolse monto del préstamo.

La siguiente fórmula nos proporcionará la anualidad R, la cual cancelará el interés simple del préstamo correspondiente a un período t, que formará el fondo de amortización (sistema americano).

$$R = D \quad \frac{1}{\frac{(1+i)^{n}-1}{i}} + r$$

Ejemplo

Se obtiene un préstamo de $ 6.500.000 para ser reembolsado en 6 años a una tasa efectiva anual del 15% con cancelación de intereses por anualidades vencidas. Se exigen depósitos por anualidades vencidas que formarán $ 6.500.000 al finalizar el plazo del préstamo. El fondo produce una tasa efectiva anual del 12%.

D = 6.400.000,00 r = 0,15 i = 0,12 n = 6

$$R = D \frac{1}{\frac{(1+i)^n - 1}{i}} + r$$

$$R = 6.500.000 \frac{1}{\frac{(1{,}12)^6 - 1}{0{,}12}} + 0{,}15$$

$$R = 6.500.000 \frac{1}{\frac{(1+0{,}12)^6 - 1}{0{,}12}} + 0{,}15$$

$$R = 6.500.000 \frac{1}{\frac{1{,}973822685 - 1}{0{,}12}} + 0{,}15$$

$$R = 6.500.000 \ \frac{1}{\frac{0,973822685}{0,12}} + 0,15$$

$$R = 6.500.000 \ \frac{1}{8,11518904} + 0,15$$

$$R = 6.500.000(0,12322571 + 0,15)$$

$$R = 6.500.000(0,27322571)$$

$$R = 6.500.000(0,27322571)$$

$$R = 1.775.967,11$$

Comprobación:

Sabemos que: t = R - D r, por lo tanto:

t = 1.775.967,11 - 6.500.000(0,15)

t = 1.775.967,11 - 975.000

t = 800.967,11

Determinemos si con anualidades vencidas de $ 800.967,11 a una tasa de 12% en 6 años, formaremos un monto de $ 6.500.000 el cual servirá para reembolsar el préstamo.

Aplicando la fórmula:

$$M = t \ \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$M = 800.967,11 \ \frac{(1+0,12)^6 - 1}{0,12}$$

$$M = 800.967,11 \ \frac{(1,12)^6 - 1}{0,12}$$

$$M = 800.967,11 \ \frac{1,973822685 - 1}{0,12}$$

$$M = 800.967,11 \ \frac{0,973822685}{0,12}$$

$$M = 6.499.999,51$$

Deuda en función de anualidad R

La siguiente fórmula nos proporcionará la deuda que podemos contraer en función de la anualidad R, tasa del préstamo, tasa del fondo y tiempo (sistema americano).

$$D = \frac{R}{\dfrac{1}{\dfrac{(1+i)^n - 1}{i}} + r}$$

Ejemplo

Determinar qué capital podemos tomar en préstamo durante 6 años, a una tasa anual efectiva de 15%, si disponemos de anualidades de $ 1.775.967,11 para la cancelación de los intereses periódicos anuales y formación de un fondo de amortización que produce una tasa anual efectiva del 12%.

R = 1.775.967,11 r = 0,15 i = 0,12 n = 6

$$D = \frac{1.775.967,11}{\dfrac{1}{\dfrac{(1+0,12)^6 - 1}{0,12}} + 0,15}$$

$$D = \frac{1.775.967,11}{\dfrac{1}{\dfrac{(1,12)^6 - 1}{0,12}} + 0,15}$$

$$D = \frac{1.775.967,11}{\dfrac{1}{\dfrac{1,973822685-1}{0,12}}+0,15}$$

$$D = \frac{1.775.967,11}{\dfrac{1}{\dfrac{0,973822685}{0,12}}+0,15}$$

$$D = \frac{1.775.967,11}{\dfrac{1}{8,115189042}+0,15}$$

$$D = \frac{1.775.967,11}{(0,123225718 + 0,15)}$$

$$D = \frac{1.775.967,11}{0,273225718}$$

$$D = 6.4999.999,79$$

Cuadro para fondo de amortización de préstamo

Para poder seguir la situación del fondo de amortización se suele preparar un cuadro que representa la formación de una renta de imposición.

Cuadro de un fondo de amortización, para el reembolso de un préstamo por $ 6.500.000 concedido el 01/03/X0 con vencimiento el 01/03/X6.

Intereses del préstamo: 15% anual.

Intereses del fondo: 12% anual efectivo.

Anualidades vencidas.

Fechas	Desembolsos Anual "R"	Intereses sobre el préstamo 15% anual	Anualidad destinada al fondo	Intereses sobre el fondo 12% anual	Total abonado al fondo	Valores del fondo
01/03/X1	1.775.967,11	975.000,00	800.967,11	-	800.967,11	800.967,11
01/03/X2	1.775.967,11	975.000,00	800.967,11	96.116,05	897.083,16	1.698.050,27
01/03/X3	1.775.967,11	975.000,00	800.967,11	203.766,03	1.004.733,14	2.702.783,42
01/03/X4	1.775.967,11	975.000,00	800.967,11	324.334,01	1.125.301,12	3.828.084,54
01/03/X5	1.775.967,11	975.000,00	800.967,11	459.370,14	1.260.337,25	5.088.421,79
01/03/X6	1.775.967,11	975.000,00	800.967,11	610.610,61	1.411.577,72	6.499.999,52
Totales	*10.655.802,66*	*5.850.000,00*	*4.805.802,66*	*1.694.196,86*	*6.499.999,52*	

V. Sistema de interés directo

En este sistema, muy utilizado en el comercio, se calculan los intereses simples sobre el total de la deuda y el importe de las cuotas se obtiene dividiendo el monto por el número de cuotas. De acuerdo con este procedimiento, el interés que paga el deudor es mayor que en el sistema francés porque, obviamente, los saldos son menores que el total de la deuda.

Deuda: n V

Tasa directa: id

Cuota: da

Fórmulas de cálculo y cuadro de amortización:

$$\text{Interés total} = \boxed{V_{\overline{n|}} \cdot i_d \cdot n}$$

$$\text{Total a pagar} = V_{\overline{n|}} + V_{\overline{n|}} \cdot i_d \cdot n = \boxed{V_{\overline{n|}} \cdot (1 + i_d \cdot n)}$$

$$\text{Cuota } (\alpha_d) = \frac{V_{\overline{n|}} \cdot (1 + i_d \cdot n)}{n} = \boxed{V_{\overline{n|}} \cdot \left(\frac{1}{n} + i_d\right)}$$

Ejemplo:

Sean : $V_{\overline{n|}} = 10000$ u.m.

$i_d = 0{,}02$ mensual

$n = 5$ meses

entonces:

$$\alpha_d = 10000 \cdot \left(\frac{1}{5} + 0{,}02\right) = 2200$$

n	Deuda al comienzo	Cuota	Interés	Tasa s/saldo	Amortiz. real	Amortiz. acumulada	R_k
1	10000	2200	200	0,020	2000	2000	8000
2	8000	2200	200	0,025	2000	4000	6000
3	6000	2200	200	0,033	2000	6000	4000
4	4000	2200	200	0,050	2000	8000	2000
5	2000	2200	200	0,100	2000	10000	-
			11000	1000		10000	

Este sistema, al tener cuotas iguales, es comparable puntualmente con el sistema francés. Si proyectásemos el valor del préstamo y de las cuotas en un flujo de fondos, podríamos calcular la tasa de retorno o el costo efectivo que será la tasa que el sistema francés (como también el alemán y eventualmente el americano), emplean para el cálculo sobre saldos.

Lo antedicho implica que habrá una relación de equivalencia entre las tasas del sistema directo y del sistema francés, dependiendo de la cantidad de cuotas.

Como la tasa de interés directo suele ser más baja que la empleada en el mercado financiero, se emplea "marketineramente" para la venta de productos de consumo (líneas blancas, autos) y hasta inmuebles. Al calcular la relación de equivalencia con el sistema francés, la tasa sobre saldos resultante es mayor que la del sistema directo. Esta relación no significa que el sistema de interés directo sea "malo" o "inconveniente" sino que habrá que calcular en cada caso cuál es la tasa sobre saldos ya que ésta es la que guarda relación directa con la tasa financiera del mercado.

En el ejemplo dado, la tasa interna de retorno para un préstamo de $10.000 pagadero en cinco cuotas iguales de $ 2.200 será del 3,26% mensual, habiendo por ende una relación de equivalencia entre la tasa del 2% del sistema directo con el 3,26% de tasa sobre saldos del sistema francés para cinco períodos.

VI. Conclusiones

Cuando los ingresos de un agente económico superan su gasto de consumo, surge el concepto de ahorro, esto es, la parte del ingreso no consumida. Del mismo modo, cuando un agente económico tiene un consumo superior a su ingreso debe recurrir al crédito a fin de financiar la parte de su consumo que supera su ingreso. Así, en el sistema económico algunos agentes resultan acreedores y otros deudores. La interacción de ambos tipos de agentes da lugar a una serie de prestaciones y contraprestaciones, mediante las cuales el agente cuyos deseos de consumir son mayores a sus ingresos recibe de otro agente (directa o indirectamente) un préstamo o crédito y se compromete a pagarlo o devolverlo en el futuro, agregando una compensación por el uso del capital (pago de intereses).

En la economía moderna el sistema financiero cumple el rol esencial de la intermediación, canalizando los flujos de fondos entre los acreedores y deudores del sistema e interviniendo activamente en la mayor parte de las transacciones de crédito y préstamo de la economía.

Los sistemas de amortización pueden resultar más o menos convenientes según las circunstancias particulares, determinadas por factores tales como la capacidad de pago presente o futura del deudor, las perspectivas de aumento de los ingresos futuros, la expectativa de precancelar el préstamo a comienzos de la vida del mismo, el contexto económico general, etc. Estos factores son fundamentales en el análisis de la elección del sistema de amortización de un crédito o préstamo.

Fuentes consultadas

* Casparri, Bernardello y otros. Matemática financiera utilizando Excel. Editorial Omicron. Buenos Aires.2005.

* Murioni Trossero. Manual de cálculo financiero. Ediciones Macchi. Buenos Aires. 1993.

* Apreda Rodolfo. Curso de Matemática Financiera en un contexto inflacionario. Editorial Club de Estudios. Buenos Aires. 1984.
* Tapia Gustavo. Material guías prácticas de Administración Financiera. FCE UBA.