

QUADRILÁTEROS NOTÁVEIS: UM ESTUDO SOB A LUZ DA TEORIA DE VAN-HIELE

Brenda Luiza de Moura; Pablo Egidio Lisboa da Silva.

Prefeitura de São Lourenço da Mata – PE, e-mail: Brenda_ldm@hotmail.com; Integrante do grupo de pesquisas GREDAM – UFPE, e-mail: Pabloegidio@gmail.com.

Resumo: Os PCN's ditam a importância dos conceitos geométricos, que possibilita o indivíduo entender o mundo em que vive. Sendo assim, é fundamental trabalhar de diferentes maneiras em sala de aula para facilitar o processo de ensino e da aprendizagem. Assim sendo, esta pesquisa teve como objetivo analisar o desempenho de alunos de uma escola pública do município de São Lourenço da Mata-PE com uma turma de 9º ano após terem sido instruídos com base nas fases da aprendizagem de Van-Hiele, identificando em que nível do pensamento geométrico se encontrariam após a intervenção. Este artigo trata-se da continuação de uma pesquisa realizada anteriormente com esses mesmos alunos quando estavam no 8º ano, que na ocasião foi constatado que 65% deles tinha domínio do primeiro nível do modelo de Van-Hiele, 60% tinha domínio do segundo nível, 30% tinha domínio do terceiro nível e apenas 10% tinha domínio do quarto nível. Diante desses resultados muito abaixo do esperado houve a preocupação de fazer intervenções com o intuito de diminuir as dificuldades identificadas. Respaldo-nos em uma metodologia qualitativa, a partir de um estudo de caso, que trouxe subsídios para abordar o conteúdo de quadriláteros notáveis a partir da Teoria de Van-Hiele. Com os resultados observou-se que o ensino de quadriláteros notáveis com o respaldo das Fases de Aprendizagem trazidas por Van-Hiele contribuiu para um melhor desempenho dos alunos comparando ao que se foi identificado quando eles estavam no 8º ano.

Palavras-chave: Quadriláteros Notáveis; Teoria de Van-Hiele; Fases da Aprendizagem.

Introdução

É a partir dos conceitos geométricos que possibilitamos ao aluno progredir em seus pensamentos, o qual tem como propósito fazê-los entender, relatar e representar de maneira ordenada acerca dos espaços e formas do mundo em que vive. (BRASIL, 1997). Nessas condições é importante e fundamental contribuir de diferentes maneiras no processo de ensino e da aprendizagem. O professor se basear em teorias e metodologias diferentes, pode ser positivo para o aluno.

A datar de uma pesquisa feita anteriormente com vinte alunos que estavam no 8º ano, foi possível analisar o desenvolvimento do pensamento geométrico referente ao conteúdo de quadriláteros notáveis. Naquela ocasião a pesquisa teve como foco, analisar em que nível do pensamento geométrico encontravam-se os participantes. Com os resultados obtidos pôde-se constatar que, dos vinte alunos, treze tinha domínio do primeiro nível (Visualização ou Reconhecimento), doze do segundo nível (Análise), seis do terceiro nível (Dedução Informal) e apenas dois do quarto nível (Dedução formal), sendo

o quinto nível não analisado já que é algo que sai da geometria estudada no ensino fundamental. (MOURA e SILVA, 2017)

Da posse deste resultado, sentiu-se a necessidade de fazer algumas intervenções com o objetivo de diminuir as lacunas identificadas. Sendo assim, foi dado início a uma nova pesquisa, tendo esta como objetivo, analisar o desempenho dos alunos do 9º ano após os pesquisadores haverem utilizado as fases da aprendizagem de Van-Hiele como metodologia de ensino de quadriláteros notáveis. Assim houve a possibilidade de identificando em que nível do pensamento geométrico se encontraria os participantes após as intervenções.

Essa é uma pesquisa que utiliza metodologia qualitativa realizada a partir de um estudo de caso que foi feito em uma escola pública do município de São Lourenço da Mata-PE com a participação de vinte alunos que estavam no 9º ano do Ensino Fundamental. O critério utilizado na atual pesquisa para a escolha dos sujeitos foi o de selecionar os mesmo vinte alunos que participaram da pesquisa anteriormente quando cursavam o 8º ano, pois desta forma, já havíamos detectado as dificuldades e lacunas existentes na compreensão desses alunos acerca do conteúdo de quadriláteros notáveis.

Essa pesquisa surgiu com o intuito de apresentar uma experiência ao utilizar a teoria de Van-Hiele para aborda o conteúdo de quadriláteros notáveis. Na ocasião, foram utilizadas as fases de aprendizagem apresentadas por Van-Hiele em sua teoria. De acordo com Kallef, Henriques, Rei e Figueiredo (1994) o ensino baseado a partir da sequência esboçada nas fases da aprendizagem contribui para que haja a aquisição de um nível do pensamento referente ao tópico de geometria que esta sendo trabalhado.

Sendo assim, este artigo foi construído a partir da classificação feita pelos Van-Hiele quando enumeram algumas fases da aprendizagem levando em consideração o pensamento geométrico do modelo cinco níveis de Van-Hiele. Foi elaborado um plano de aula seguindo a sequência apresentada na teoria e trabalhado a partir dela.

No fim, para analisar o desempenho dos participantes da pesquisa foi utilizado como instrumento de coleta de dados um questionário composto por 4 pergunta, que é o mesmo utilizado na pesquisa anterior, o qual em nenhum momento das intervenções foi respondido. A partir deste questionário foi possível analisar o desempenho dos participantes e identificar se as fases da aprendizagem contribuíram para um melhor entendimento do conteúdo de

quadriláteros notáveis, identificando assim se o resultado foi superior ao anterior.

Metodologia

Essa é uma pesquisa qualitativa, metodologicamente aparada como um estudo de caso que foi realizada em uma escola pública do município de São Lourenço da Mata-PE, com a participação de 20 alunos nomeados de A01 a A20 que se encontravam no 9º ano do ensino fundamental. Optou-se por essa escola e esses alunos por se tratar da mesma escola e alunos que foram sujeitos anteriormente de uma pesquisa feita pelos pesquisadores desta quando estavam no 8º ano.

Inicialmente foi estabelecido um plano de aula com as etapas que se pretendia percorrer a partir das fases da aprendizagem trazidas na Teoria de Van-Hiele. Como se sabia os níveis e as dificuldades que os participantes possuíam por ter sido feita uma pesquisa no ano anterior, foi trabalhado com as 5 fases em cada um dos quatro primeiros níveis da teoria (*Visualização ou Reconhecimento; Análise; Dedução Informal ou Ordenação; Dedução Formal*).

Quadro 01: Plano de Aula

| INTERVENÇÕES | | | |
|------------------------------|---|------------------------------|------------------|
| Conteúdo/Intervenções | Desenvolvimento do Pensamento Geométrico | Fases Da Aprendizagem | Objetivos |
| | | | |

| | | | |
|--|---|---|---|
| <p>Quadriláteros Notáveis (Questionário Diagnóstico)</p> | <p>1º; 2º; 3º e 4º Nível</p> | <p>1ª Fase (<i>Informação</i>)</p> | <p>Através de um questionário diagnóstico analisar em qual dos 4 níveis da Teoria de Van-Hiele os alunos se encontram; Identificar as dificuldades e lacunas acerca do conteúdo trabalhado (Pesquisa realizada por Moura e Silva, 2017)</p> |
| <p>Figuras que representam os quadriláteros</p> | <p>1º Nível (<i>Visualização ou Reconhecimento</i>)</p> | <p>2ª Fase (<i>Orientação Dirigida</i>)</p> | <p>Construir quadriláteros notáveis a partir de: canudos, cartolinas, massa de modelar.</p> |
| <p>Elementos comuns dos quadriláteros</p> | <p>2º Nível (<i>Análise</i>)</p> | <p>3ª Fase (<i>Explicitação</i>)</p> | <p>Analisar os quadriláteros construídos identificando os elementos comuns (lados, vértices e ângulos internos).</p> |



| | | | |
|--|--|---|--|
| Propriedades que diferenciam os quadriláteros notáveis | 3º Nível (<i>Dedução Informal</i> ou <i>Ordenação</i>) | 2ª Fase (<i>Orientação Dirigida</i>) 3ª Fase (<i>Explicitação</i>) | GeoGebra: Construir os quadriláteros a partir de suas propriedades; Identificar e especificar o quadrilátero construído por suas propriedades. |
| Soma dos ângulos internos dos quadriláteros | 4º Nível (<i>Dedução Formal</i>) | 2ª Fase (<i>Orientação Dirigida</i>) 3ª Fase (<i>Explicitação</i>) | Identificar a medida dos ângulos internos dos quadriláteros notáveis a traves do transferidor; Analisar os ângulos e ser capaz de identificar que a somas dos ângulos internos de todo quadrilátero é 360° Analisar que nem todos os ângulos dos quadriláteros notáveis são iguais, como o quadrado e o trapézio. |
| Quadriláteros notáveis (Questionário) | 1º; 2º; 3º e 4º Nível | 4ª Fase (<i>Orientação Livre</i>) | O aluno sozinho resolve o questionário sugerido. |

| | | | |
|--------------------------|-----------------------|-------------------------------|--|
| Correção do Questionário | 1º; 2º; 3º e 4º Nível | 5ª Fase (<i>Integração</i>) | Correção do questionário; Análise de todo o processo percorrido com as intervenções. |
|--------------------------|-----------------------|-------------------------------|--|

Fonte: Moura e Silva (2018)

A partir desse plano de aula foi dado seguimento a pesquisa, a partir dessas intervenções, cada momento explicado no quadro anterior. Sendo assim, foi possível trabalhar com as fases da aprendizagem e analisar em que nível do pensamento geométrico se encontrava os participantes após as intervenções.

Como instrumento de coleta de dados para ser possível analisar o desempenho dos alunos do 9º ano após a utilizar as fases da aprendizagem como metodologia no ensino de quadriláteros notáveis identificando em que nível do pensamento geométrica se encontram, foi utilizado um questionário com quatro questões, cada uma delas tinha o objetivo de analisar um nível da Teoria de Van-Hiele. Dessa forma, pôde-se analisar os quatro primeiros níveis da teoria identificando se os aluno conseguiram ter progresso, visto que na pesquisa feito no ano anterior os alunos demonstravam ter muitas dificuldades e lacunas referente aos conteúdo de quadriláteros notáveis.

O questionário utilizado é o mesmo formulado por Moura e Silva (2017). As questões trazidas a seguir se tratam de perguntas formuladas por eles em uma pesquisa anterior. Questão um portou: “Assinale com um *x* apenas as alternativas que se referem a um quadrilátero.” Esta teve o objetivo de analisar se os participantes da pesquisa tinham domínio do primeiro nível da teoria de Van-Hiele (*Visualização ou Reconhecimento*) (MOURA e SILVA, 2017)

Questão dois trazia: “O quadrilátero é um polígono, pois é uma figura fechada formada por segmentos de reta que não se cruzam e são caracterizadas por alguns elementos. Marque um *X* na alternativa que caracteriza os elementos dos quadriláteros”. Teve como objetivo analisar se os participantes da pesquisa tinham domínio do segundo nível da teoria de Van-Hiele (*Análise*). (MOURA e SILVA, 2017)

Questão três se referia a: “A partir dos enunciados abaixo assinale a alternativa correta.

•Todo quadrilátero convexo que têm ângulos opostos

congruentes é um; •Todo Paralelogramo que tem diagonais congruentes é um. a) Retângulo e Quadrado. b) Quadrado e Trapézio. c) Losango e Trapézio. d) Losango e Paralelogramo. e) Paralelogramo e Retângulo. Como objetivo houve a análise do terceiro nível da teoria de Van-Hiele (Dedução Informal ou Ordenação). (MOURA e SILVA, 2017)

Quinta questão expôs: "Um determinado quadrilátero tem um ângulo interno de 72° , o outro ângulo interno de 99° , outro ângulo interno de 100° e por fim, um último ângulo interno de medida desconhecida apresentada com a incógnita X . Descubra a medida de X e a medida da soma dos ângulos internos desse quadrilátero." Tendo como objetivo analisar o quarto nível da teoria de Van-Hiele (Dedução Formal). (MOURA e SILVA, 2017)

Para se ter a possibilidade de analisar o questionário foi utilizado três categorias, foram elas: Desenvolvimento Concluído - DC; Desenvolvimento em Construção - DEC e Não Desenvolvido- ND. Toda vez que o participante acertava a questão solicitada ele era caracterizado em Desenvolvimento Concluído. Quando o participante cometia algum erro na questão ele entrava na categoria de Desenvolvimento em Construção e quando ele errava a questão ou deixava em branco ele entrava na categoria dia Não Desenvolvido.

Fundamentação Teórica

A teoria de Van-Hiele aborda acerca do desenvolvimento do pensamento geométrico, sendo este caracterizado por cinco níveis hierárquicos, visualização ou reconhecimento, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. A partir desse modelo de cinco níveis criado pelo casal Van-Hiele é possível analisar e trabalhar com o pensamento geométrico do indivíduo. (NASSER, 1990)

Sendo que essa pesquisa se respaldara nos quatro primeiros níveis, visto que o quinto nível é algo além das condições de alunos do ensino fundamental. Segundo Nasser (1990), foi estabelecido por Van-Hiele cinco fases da aprendizagem com o intuito do estudante passar por elas no processo de ensino de algum conteúdo de geométrico, para que este possa progredir de um nível do pensamento geométrico para o seguinte, as fases são *informação, orientação dirigida, explicação, orientação livre e Integração*.

A primeira fase classificada como *informação* se refere a "o professor e os alunos envolvem-se em conversas e atividades sobre os objetos de estudo deste nível. Observações são feitas, perguntas são formuladas, e o vocabulário específico do nível é introduzido." (NASSER, 1990, p. 4). Durante essa fase o intuito é que o

professor consiga conhecer as dificuldades e habilidades do aluno, podendo assim traçar estratégias para trabalhar com o conteúdo pretendido, identificando assim, em qual nível este aluno se encontra.

A segunda fase categorizada como *orientação dirigida* se trata de que “os estudantes exploram o tópico de estudo através de materiais que o professor ordenou cuidadosamente. Estas atividades devem revelar gradativamente aos alunos as estruturas características do nível.” (NASSER, 1990, p. 4). Nessa fase, o professor trabalhar com algum nível específico do pensamento geométrico a partir de matérias o quais ele preparou e que tenha como foco ensinar o assunto e as principais características que compõe que o nível trabalhado pretende naquele determinado momento.

A terceira fase, *explicação*, se caracteriza por “acrescentando sobre suas experiências prévias, os alunos expressam e modificam seus pontos de vista sobre as estruturas que foram observadas. O papel do professor é mínimo: apenas auxiliar os alunos a usar a linguagem apropriada.” (NASSER, 1990, p. 4). Nessa fase o aluno tem a possibilidade de aperfeiçoar seu vocabulário através de opiniões, e o professor deve interferir o mínimo, deixando o aluno ser o mais independente possível.

A quarta fase denominada *orientação livre*, se explica por “os alunos procuram soluções próprias para as tarefas mais complicadas, que admitem várias soluções, e para os problemas em aberto.” (NASSER, 1990, p. 4). Esse é o momento das resoluções de problemas, sendo o aluno responsável por criar estratégias e trazer concepções coerentes para chegar ao resultado que se deseja.

E por fim a última fase, *Integração*, se estende por “o aluno revê e resume o que aprendeu, com o objetivo de formar uma visão geral do novo sistema de objetos e relações.” (NASSER, 1990, p. 4). Esse é o momento de reflexão e retrospectiva, o aluno tem a possibilidade de rever todo a sua trajetória, tendo assim a visão global dos objetivos do nível trabalhado.

As fases da aprendizagem não garantem que os aluno serão capazes de compreender tudo o que se propõe, mas tem o intuito de auxiliar o professor durante esse processo de ensino e aprendizagem.

Resultados e Discussão

Tabela 01: Análise Da Primeira e Segunda Questão

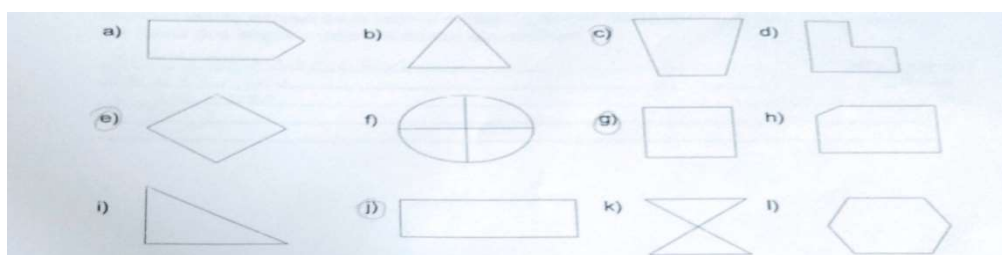
| Primeira Questão | | | | | | Segunda Questão | | | | | |
|------------------|---|----------------|---|----------------|---|-----------------|---|----------------|---|----------------|---|
| DC | | DEC | | ND | | DC | | DEC | | ND | |
| N ^a | % | N ^a | % | N ^a | % | N ^a | % | N ^a | % | N ^a | % |
| 20 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 20 | 0 | 0 | 0 | 00 | |

Fonte: Moura e Silva (2018)

A partir da tabela 01 foi perceptível que todos os alunos da pesquisa quando questionados acerca da aparência geral de um quadrilátero notável e seus elementos comuns todos eles foram capazes de acerca a questão, sendo considerado assim na categoria de Desenvolvimento concluído.

Os vinte participantes da pesquisa mostraram ter domínio do primeiro nível do Modelo de Van-Hiele (*Visualização e Reconhecimento*), isto é a partir de varias figuras que lhe foi apresentado no questionário, eles foram capazes de assinalar todas as alternativas que correspondia aos quadriláteros notáveis, como solicitado. Já na segunda que analisava o segundo nível do Modelo de Van-Hiele (Análise), todos os alunos conseguiram assinalar a alternativa que correspondia aos elementos comuns de todo quadrilátero, quatro vértices, lados e ângulos, demonstrando assim ter domínio desse nível.

Figura 01: Esboço Categorizado como Desenvolvimento Concluído da Primeira Questão



Protocolo 01: Participante A01

Como mostra a figura acima, o participante A1 dentre todas as figuras que lhe foi apresentada conseguiu identificar todas que representavam os quadriláteros notáveis mostrando assim, conhecer a aparência global desse polígono. Visto isto, este participante demonstrou domínio acerca do primeiro nível do Modelo de Van-Hiele (*Visualização ou Reconhecimento*).

Figura 02: Esboço Categorizado como Desenvolvimento Concluído da Segunda Questão

c) 4 Vértices, 4 lados e 4 ângulos

Protocolo 02: Participante A03

Como mostra a figura acima, o participante A3 dentre todas as figuras que lhe foi apresentada conseguiu assinalar a alternativa que correspondia aos elementos comuns de todo quadrilátero notável, ou seja, quatro vértices lados e ângulos, sendo assim ele demonstrou conhecer essa figura sem precisar explicitar suas propriedades, sendo assim, este mostrou domínio acerca do segundo nível do Modelo de Van-Hiele (*Análise*).

Tabela 02: Análise Da Terceira e Quarta Questão

| Terceira Questão | | | | | | Quarta Questão | | | | | |
|------------------|----|----------------|---|----------------|---|----------------|----|----------------|----|----------------|---|
| DC | | DEC | | ND | | DC | | DEC | | ND | |
| N ^a | % | N ^a | % | N ^a | % | N ^a | % | N ^a | % | N ^a | % |
| 19 | 95 | 1 | 5 | 0 | 0 | 16 | 80 | 4 | 20 | 0 | 0 |

Fonte: Moura e Silva (2018)

A partir da tabela 02 foi possível analisar que, noventa e cinco por cento dos participantes mostraram conhecer as propriedades dos quadriláteros, demonstrando assim, saber o que é comum e as especificidades que diferencia um polígono de quatro lados de outro com a mesma quantidade de lados. Apenas um aluno fez uma confusão ao marca que o retângulo e quadrado como sendo a alternativa correta, ao invés de assinalar paralelogramo e retângulo. Por mais que uma das propriedades correspondesse ao retângulo, este participante fez uma confusão acerca de qual propriedade se referia ao retângulo e errou o outro quadrilátero notável, o qual a outra propriedade são se referia a ele.

Já na quarta questão foi possível analisar que oitenta por cento dos participantes conhecias os quadriláteros e eram capazes de descobrir a soma dos ângulos interno e o ângulo desconhecido, e vinte por cento deles, tiveram alguns deslizos em suas resoluções, mostraram conhecer acerca do quadrilátero e de seus ângulo internos porem cometeram erros em operações fundamentais.

Sendo assim foi perceptível que 19 desses participantes tinha domínio do terceiro nível do Modelo de van-Hiele (*Dedução Informal ou Ordenação*), visto que a eles mostraram conhecer as propriedades específicas dos quadriláteros notáveis, e 16 desses alunos mostraram ter domínio do quarto nível do Modelo de Van-Hiele (*Dedução Formal*), ou seja, foram capazes de através

das propriedades dos quadriláteros resolver a questão que envolvia os ângulos internos dessa figura plana.

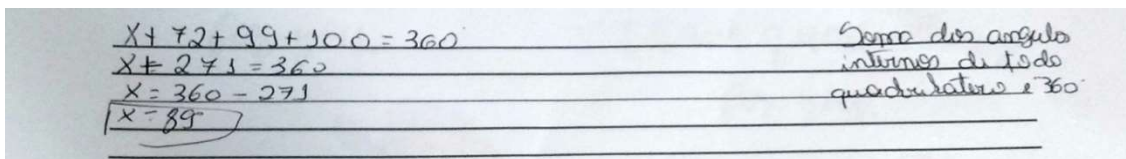
Figura 03: Esboço Categorizado como Desenvolvimento Concluído da Terceira Questão

e) Paralelogramo e Retângulo.

Protocolo 03: Participante A02

A partir do esboço é visto que, o participante A02 entre as duas propriedades que He foi apresentada ele foi capaz de identificar de qual quadrilátero especificamente estava se referindo, mostrando assim ter conhecimento acerca das propriedades específicas desse polígono. Este participante demonstrou domínio acerca do terceiro nível do Modelo de Van-Hiele (*Dedução Informal*).

Figura 04: Esboço Categorizado como Desenvolvimento Concluído da Quarta Questão



$$\begin{aligned}
 x + 72 + 99 + 100 &= 360 \\
 x + 271 &= 360 \\
 x &= 360 - 271 \\
 x &= 89
 \end{aligned}$$

Soma dos ângulos internos de todo quadrilátero é 360

Protocolo 04: Participante A10

A partir da resolução do participante A10 foi possível analisar que este tem domínio acerca do quarto nível do Modelo de Van-Hiele (*Dedução Formal*) já que o participante conseguiu utilizar das propriedades dos quadriláteros e mostrar o ângulo desconhecido e a soma dos ângulos internos dessa figura plana.

Conclusões

Após ter sido identificado que os alunos do 8º ano tinham muitas lacunas e dificuldades referentes ao conteúdo de quadriláteros notáveis, houve a necessidade de se fazer intervenções e montar um plano pedagógico que modificasse essa realidade, visto que, essas dificuldades não eram esperadas por se tratar de um conteúdo que o aluno tinha contato desde o 6º ano. Sendo assim, foi dado início a essa pesquisa que tomou como base a Teoria de Van-Hiele e utilizou as Fases da Aprendizagem como metodologia para as intervenções realizadas.

Com o fim das intervenções realizadas foi possível identificar que as dificuldades e lacunas analisadas com a pesquisa de Moura e Silva (2017)

foram em sua grande maioria trabalhadas e agora os alunos mostraram ter um maior domínio acerca dos quatro primeiros níveis da Teoria de Van-Hiele.

A partir do ensino de quadriláteros notáveis abordado sobre as perspectivas esboçadas nas fases da aprendizagem foi possível identificar que, os participantes obtiveram resultados positivos, visto que, na pesquisa anterior mostraram diversas dificuldades referente aos quadriláteros notáveis e após as intervenções os alunos exibiram compreender os quadriláteros e saber manusear os conceitos, propriedades e procedimentos que foram solicitados com o questionário.

Assim se conseguiu enfatizar a importância e necessidade de se trabalhar com diferentes métodos proporcionando aos alunos uma maior interação e conhecimentos dos conteúdos ensinados.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília : MEC/SEF, 1997.

KALEFF, A. M. ; HENRIQUES, A.S.; REI, D.M.; FIGUEIREDO, L. G. **Desenvolvimento do Pensamento Geométrico - Modelo de van Hiele**. Bolema. Rio Claro, 1994 Disponível em:

<http://www.uff.br/leg/publicacoes/01_18_Desenvolvimento_do_Pensamento_Geom%EA99tricio_-_O_Modelo_de_Van_Hiele.pdf>. Acesso em 07 de fevereiro de 2018.

MOURA, Brenda Luiza de; SILVA, Pablo Egidio Lisboa da. **Quadriláteros notáveis: uma análise do desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos do 8º ano do ensino fundamental**. Disponível em:<

http://epem.sbempe.com.br/anais/2017/PDFs/CC10104995483_101415.pdf>. Acesso em 06 de maio de 2018.

NASSER, Lilian. **O desenvolvimento do raciocínio em Geometria**. Boletim do GEPEN, ano XV, n. 27, p. 93-99, 1990.