

Kántor Sándorné

A TANÍTÁSTÓL A TANULÁSIG PARADIGMAVÁLTÁSOK A MATEMATIKA OKTATÁSÁBAN

Bevezetés

A 21. század az informatika, a technika területén forradalmi változást hozott. Az okos eszközök bekerültek a mindennapi életünkbe. Ez hatással van a felnövekvő új nemzedék oktatására, mind a tananyag, mind a kompetenciák, mind az alkalmazott tanítási módszerek vonatkozásában. Ezt tükrözi az is, hogy a nemzetközi szakmódszertani irodalom nem is a matematikatanítás/oktatás szavakat használja, hanem helyette a matematikai nevelést, illetve a matematikai gondolkodás fogalma mellett megjelent a számítógépes gondolkodás fogalma. A hangsúly megváltozott, a tanításról a tanulásra helyeződött át. Ez egyben jelzi a szemléletváltást is. Cél a matematikai tudás minél jobb átadása a számítógépek alkalmazásával.

Életünkbe beleszólt a pandémia, ami azonnali paradigmaváltást eredményezett az online oktatással. Barabási Albert László 2020 márciusában megfogalmazott jóslatát idézzük: „*Nem fog visszatérni az életünk abba a mederbe, amelyből most kitérítette a járvány. Így ma leginkább arra a jövőre próbálok gondolni, amikor már lesz teszt, oltás és orvosság. Amikor semmi sem akadályoz bennünket abban, hogy visszatérjünk a régi életünkhöz, és amikor ráébredünk arra, hogy az már nem térhet vissza.*”¹ Így újabb paradigmaváltásra kell felkészülnünk és erre fel kell készíteni a tanárokat.

Paradigmaváltása 20. század elején

Magyarországon a matematikaoktatás reformtörekvéseinek és matematikából a szemléletváltásnak hagyományai vannak. A 20. század elején *Beke Manó*, *Mikola Sándor* *akadémikusok és a híres Fasori ev. Gimnázium tanára*, *Rátz László*, kapcsolódott be a *Felix Klein* által vezetett nemzetközi matematikatanítási reformmozgalomba.

Felix Klein reformfelfogásának jellemzői ma is időszerűek, ilyen pl. az, hogy a tanítást egységessé kell tenni az óvodától az egyetemig, elsődleges a szemléltetés és az alkalmazás, fontos a valóság közeli matematika.²

Beke Manó kiemelte, hogy a Nemzetközi Reformbizottság szerint a matematikai oktatás legyen gyakorlati irányú, a természettudományi oktatással szerves kapcsolatban álló, tapasztalati alapon való tanulás. A tanulóknak a dolgok lényegét kell látni, és meg kell tanulni a valóságot megismerni. Ki kell emelni, hogy

¹ BARASBÁSI Albert-László 53. születésnap Facebook bejegyzése (2020. március 30).

² KÁNTOR Sándorné: 150 éve született Felix Klein. Matematikatanárképzés. Matematikatanár-továbbképzés. 6. kötet, 2002. november, Bp. Calibra. 31–42.

a matematika hasznos és gyakorlati értékű tudomány. A heurisztikus módszer alkalmazása sokat tud segíteni az oktatás hatékonyságának növelésében.

A Magyar Reformbizottság a fő hangsúlyt az új függvényközpontú szemléleten alapuló tananyag feldolgozásra, a grafikus ábrázolásra és a differenciál- és integrálszámítás bevezetésére helyezte.

Paradigmaváltása 20. század második felében

A 20. század közepén, a második világháború után is újabb paradigmaváltás zajlott. A politikai változás magával hozta az oktatás újjászervezését, ami matematikából ismét nagynevű matematikusok nevéhez fűződött. Legelsőként *Pólya György* munkásságát emeljük ki, aki a modern heurisztika alapelveit fektette le.³ *Dienes Zoltán* a nagy mágus a felfedeztetés, a játékoság szerepét emelte ki, mint egy olyan eszközt, amivel a matematikát széles rétegekkel meg lehet szeretetni. Hozzájuk csatlakozott *Rényi Alfréd*, *Péter Rózsa*, *Erdős Pál* és *Kalmár László*. A párbeszédes oktatási formát tőlük tanulta *Lakatos Imre*⁴ is. Az általuk meghatározott utat követte *Varga Tamás*. Az oktatási formák cseréje mellett óriási változás következett be a tananyagban, a kor igényének megfelelően bevezetésre kerültek a matematika modern fejezetei: a *halmazok*, a *logika*, a *kombinatorika*, a *gráfok*, a *valószínűségszámítás* témakörei. Lényegében ebben a korszakban változott meg általánosan a Beke Manó által javasolt *függvényközpontú matematikaoktatás*, a függvények ábrázolása, és a függvény transzformáció.

Dienes Zoltán elképzeléseiből nem került be a magyar matematika tananyagba a mai napig sem a modern algebra, a csoportelmélet, amivel kapcsolatosak voltak a kísérletei. Viszont az *Építsük fel a matematikát* (1999) című könyvében kifejtett matematikatanulási alapelveit sokan követik.⁵ Ezek a következők: 1. A dinamika elve; 2. A konstruktivitás elve; 3. A matematikai változatosság elve; 4. A perceptív (észlelési) változatosság elve.

Az 1978-as Varga Tamás-féle általános iskolai tanterv sok új és szükséges változtatási szempontot tartalmazott, de kötelezővé tétele a tanárok ellenállását váltotta ki, mert tanítására nem voltak kellően felkészülve/felkészítve. Erre minden paradigmaváltásnál nagyon oda kell figyelni. Felkészült/felkészített tanárok nélkül nem lehet az oktatásban a paradigmaváltást végrehajtani. Ez ma is aktuális kérdés. *Szendrei János* és *Surányi János* középiskolai matematika tantervi elképzeléseinek fő mottója az volt, hogy egységes legyen a matematika az óvodától az egyetemig. Ezek az elvek beépültek a NAT-ba is.

³ KERÉKES Ferenc 1840-ben a Tudományos Gyűjteményben közölt „A mathesis tanítási módjáról, s a mathesisbeli ellentmondások okáról a Kis Geométerra való különös tekintettel” c. cikkének III. szakasza „A kitaláltató tanításmódról a mathesisben (methodo heuristica)” foglalkozott.

⁴ LAKATOS Imre: *Bizonyítások és cáfolatok*. Bp. 1998. Typotex Kft.

⁵ DIENES Zoltán: *Six Stages in the Process of Learning* (1973) NFER angol nyelvű könyvében a matematika-tanulás 6 szakaszát írta le: szabad játszás, játékok szabályok alapján, közös struktúra keresése, reprezentálás, leírás, formalizálás.

Paradigmaváltás a 21. század első felében

A matematikai nevelés az iskolában három szinten valósul meg: általános iskola alsó és felső tagozat, középiskola. A *Nemzeti Alaptantervben* egységes szempontok szerepelnek mind a három szinten: *a matematikai gondolkodás elemei, alapvető készségek és eljárások, matematikai megértés, matematikai fogalmak és elvek fejlesztése / fejlődése, a matematikának a gyakorlati életben való alkalmazása, kommunikáció és érvelés*. A tananyag szempontjából hangsúlyosabban jelent meg a *kombinatorika* a Gondolkodási módszerek, halmazok, matematikai logika, kombinatorika, gráfok fejezetben.⁶

Fontos lett a *vizualitás*. A GeoGebra, a dinamikus szoftverek és a digitális taneszközök alkalmazása a tanítási/tanulási szokások megváltozásához vezetett. A tanításban felhasznált eszközök változtak, előtérbe került a *digitalizálás*. Van már digitális tábla az osztályokban, a tanár az alsó tagozattól egészen az érettségiig elektronikusan közli a házi feladatokat vagy az elvégzett tananyagot, az érdemjegyeket. Működik a Kréta rendszer. Hangsúlyosabb lett a valós életbe, a társadalmi rendszerbe való beágyazódás.

A tanítási óra menete is változott, tanári irányítás mellett önállóan feladatlapokat oldanak meg a tanulók, vagy kooperatívan csoportokban dolgoznak. A számonkérés elsősorban nem szóbeli feleletessel történik, hanem írásbeli formában, dolgozatokkal, tesztekkel, projekt munkákkal. Itt a gyengén teljesítő, lemaradó tanulók jelentenek nehézséget.

A matematika ma is mumus nagyon sok tanuló számára. Nem szeretik, mert nincsen siker élményük. Ez már az alsó tagozaton elkezdődik, pedig az affektív vonatkozások nagyon fontosak a motiváció szempontjából is. Itt egy olyan ellentmondás van, hogyha játékos módszereket alkalmazunk, érdekességeket tárgyalunk (pl. 100. óra), akkor a tanulók jól érzik magukat a tanítási órán, bizonyos kompetenciáikat fejleszteni tudjuk, de a kötelező tananyagban kevés az előre haladás. Tanítási kísérletünkben ezt így fogalmazták meg a jó tanulók: *„Ezek az órák a többiekhez képest érdekesebbek voltak, de kevésbé hatékonyak.”*⁷ Az IKT eszközök alkalmazásánál, azt tapasztaltuk, hogy szélesebb tanulói réteget szólítottunk meg, nemcsak a matematika iránt érdeklődőket, de *a feldolgozás üteme lassúbb lett.*⁸

Párhuzamba állítjuk a tanítási órán a tanárnak a tanítási, illetve és a tanulóknak a tanulási tevékenységét. (1. ábra)

⁶ Az általános hiedelemmel szemben a Kombinatorika tárgykör iskolai tárgyalása nem új keletű. Találkoztam vele NAGY Károly Kis Számoló(1834) könyvében, amit a tehetséges diákok számára írt és önálló tanulásra szánta, illetve a Debreceni Református Kollégium középiskolás diákjainak az 1860-as években érvényben levő tanterveiben. Igaz nem kombinatorika, hanem kapcsolástan volt a téma neve.

⁷ KÁNTOR Sándorné: *Kooperatív tanulás-egy link a matematika tanulásában*, in: A Magyar Természettudományi Társulat Tudománytörténeti kötetei IV. (Sorozatszerkesztő: Dr. Forrai Judit) (2020) Bp., Magyar Természettudományi Társulat, 283–295.

⁸ KÁNTOR (Sándorné) Tünde–TÓTH Anna: *Teaching of old Historical Problems with ICT tools. Teaching of Mathematics and Computer Science* (2016). 14/1(2) 13–24.

TANÁR a TANÍTÁS során	TANULÓ a TANULÁS során
ismereteket ad át a gondolatokat szigorú rendben közli fegyvelmezett, egyenes úton halad legfőbb összefüggéseket világítja meg oktat téves állításokat cáfol	maga szerez ismereteket maga küzd gondolatainak logikus rendjéért lazább formában dolgozik több oldalról, konkrét példák segítségével ismerkedik meg az összefüggésekkel dolgozik, önálló szellemi munkát végez, előad vitázik, érvel, cáfol

1. ábra

Milyen tanári képességekre van szükség ma a matematika tanárnak a tanítási-tanulási tevékenység megszervezéséhez?

- Kreativitás
- Intelligencia
- Hajlékonyság
- Kritikai érzék
- Magas szintű informatikai ismeretek
- Tárgyi tudás (az iskolai matematika háttere), magas általános műveltség
- Aktív részvétel a tanórák stratégiájának a kidolgozásában (tanári kérdések, mint izgatószerke, milyen problémák várhatók az egyes témaköröknél, hogyan dolgozzák fel az anyagot (csoport, egyéni, közös munka), házi feladat kiválasztása, dolgozatok/tesztek problémáinak alkalmas megválasztása és hozzá a tanulók felkészítése, a tanulók tudásának felbecsülése, a lemaradók felzárkóztatása, a tehetségesek kiválasztása és fejlesztése, foglalkoztatása).
- Problémalátás, problémakitűzési és megoldási képesség
- Modellalkotás képessége
- Alkalmazási képesség.

Melyek azok a matematikai kompetenciák, amelyeket a diáktól várunk el?⁹

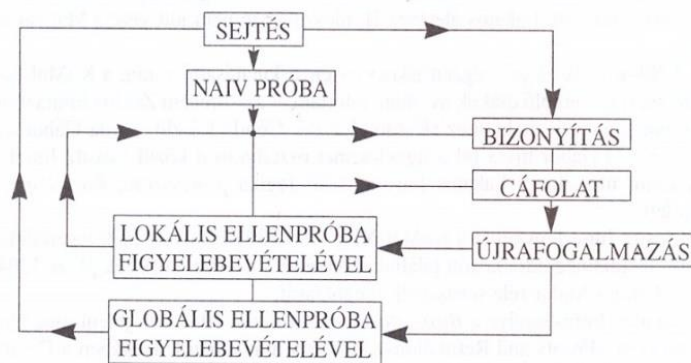
- Matematikai gondolkodás
- Matematikai érvelés
- Matematikai kommunikáció
- Modellelés
- Ábrázolás, a megjelenítések értelmezése
- Szimbolikus, formális, technikai nyelv és művelet használat
- Eszközhasználat.

Megállapíthatjuk, hogy nagyon fontos a tanár szerepe abban, hogy a tanulók hasznosan tanuljanak. A tanár feladata, hogy megtanítsa a diákjait tanulni, és a

⁹ NISS, Mogens (1999).

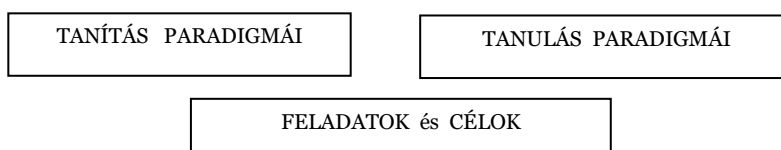
problémamegoldás fortélyaira. Jó taktikával el lehet érni a diákok motiválását és bevonását az önálló tanulásba.

A magyar matematikaoktatás elsősorban problémák megoldására támaszkodik. Itt két modellmódszer is a rendelkezésünkre áll, amit viselkedéstípusunknak megfelelően használunk. Az egyik a *Pólya György*, a másik a *Lakatos Imre heurisztikus modellje*.¹⁰ (lásd 2. ábra)



Lakatos Imre heurisztikus modellje. 2. ábra

Paradigmák



Paradigmaváltás a 2020. évi matematika kerettantervben

<p>tananyaggal való ellátás, tananyag átadása</p> <p>tananyag közvetítése a tanártól a diák felé</p> <p>kiegészítő programok felajánlása</p> <p>tanítás színvonalának javítása</p> <p>siker biztosítása a tanulók számára</p>	<p>tanulási feltételek megteremtése</p> <p>önálló/ irányított tanulói felfedezések</p> <p>gazdag tanulási környezet kialakítása</p> <p>tanulás minőségének a javítása</p> <p>siker biztosítása a tanulók számára</p>
---	--

¹⁰ KÁNTOR Sándorné: *Utószó* In: Lakatos Imre: *Bizonyítások és cáfolatok. A matematikai felfedezés logikája*. Typotex Kft. Bp., 1998, 233.

A digitális forradalom ismét változtatásra kényszerítette a matematikaoktatást. Ez több szintéren folyik. Változik a tananyag, korszerűsödik. Egyes témakörök tartalma csökken, mások bővülnek és a gyakorlati élet követelményeinek megfelelően új témák jelennek meg. Elmaradnak az összetettebb algebrai átalakítások, nincs benne a kéttagú összeg köbre emelése, a szögfüggvények kiterjesztése, a nehezebb exponenciális, logaritmikus, trigonometrikus egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása, csökkent az elemi geometria, nem tanulják a kerületi szög fogalmát, de bejön helyükre a leíró statisztika, az egyenleteknek, egyenlőtlenségeknek, egyenletrendszereknek digitális eszközök segítségével történő grafikus megoldása. Változik a módszer és beépül a digitális eszközök használata. Változatlanul fontos szerepet töltenek be a kompetenciák, kifejezve a társadalom igényeit.

A kerettanterv az általános iskola 1 - 4., 5 - 8. és a középiskola 9 -12. évfolyamai számára, alap óraszámban készült el. Paradigmaváltás történt. A legfontosabbakat kiemeljük.¹¹

„A matematika tanulásának - tanításának egyik fő célja, hogy fejlődjön a tanuló a **mérlegelő gondolkodása**, az adatok elemzését, szintézisét és értékelését lehetővé tevő készségek és képességek rendszere. A matematikai játékok, logikai feladványok fejlesztik a stratégiaalkotást, az **algoritmikus gondolkodást**, a kreativitást és a gondolkodás rugalmasságát. A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységet, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. mérlegeli mind társai, mind a saját véleményét.

A tanuló **digitális eszközöket**, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő **szoftvereket**, **digitális információforrásokat** használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek elősegítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.”

A kulcskompetenciák:

- A tanulás kompetenciái
- A kommunikációs kompetenciák
- A digitális kompetenciák
- A matematikai gondolkodási kompetenciák
- A személyes és társas kapcsolati kompetenciák
- A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái
- Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák.

¹¹ Kerettanterv matematikából. (2020)

Mit jelentenek ezek az alaptantervi elvek konkrétan az egyes évfolyamok számára?

9–12. évfolyam

„Fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló - a lehetőségekhez mérten - a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén magáésszeze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt.

*A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.(9-10.évfolyam)

*A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést és a gyakorlást (11-12. évfolyam)”

A javasolt tevékenységek vegyes érzést keltenek bennem. Van, amit nagyon helyesnek és jól alkalmazhatónak ítélek, de vannak számomra a konkrét tanári gyakorlatom alapján problémás tevékenységek is.

Nyitott kérdések

Felkészült lesz-e az új kihívásokra minden jelenlegi matematikatanár? Mindegyikük tudja/fogja majd alkalmazni a digitális technikát? Meg lesznek-e ehhez minden iskola minden osztálytermében, minden tanuló vagy tanulói csoport számára a feltételek? Egyet értenek-e a paradigmaváltással a matematikatanárok, vagy a beidegzett és megszokott módon szeretnék folytatni a tevékenységüket? Meg lesz-e a paradigmaváltás kellő támogatása részükről?

A matematika tanításának napjainkban már két kihívása is van: a *matematikai gondolkodás* (mathematical thinking), illetve az alkalmazott technológia miatt a *számítógépes gondolkodás* (computational thinking) fejlesztése. Nyilvánvaló, hogy ezen a téren nagyobb tantárgyi koncentrációra van szükség a matematika és az informatika/számítástudomány között, a felhasználáshoz szükséges matematikai és informatikai ismereteket (pl. gráfelmélet, logika, algoritmusok, programozási ismeretek, mesterséges intelligencia) hangsúlyosabban kell elsajátítani a tanulóknak.

Az oktatásban a számítógépes gondolkodás olyan *problémamegoldó módszerek összessége*, amelyek magukban foglalják a problémák és megoldásaik kifejezését olyan módon, ahogyan azt a számítógép is végrehajthatja, a folyamatok automatizálását, de a matematika mellett informatikát is használnak a folyamatok leírására, végrehajtására, elemzésére és megértésére.

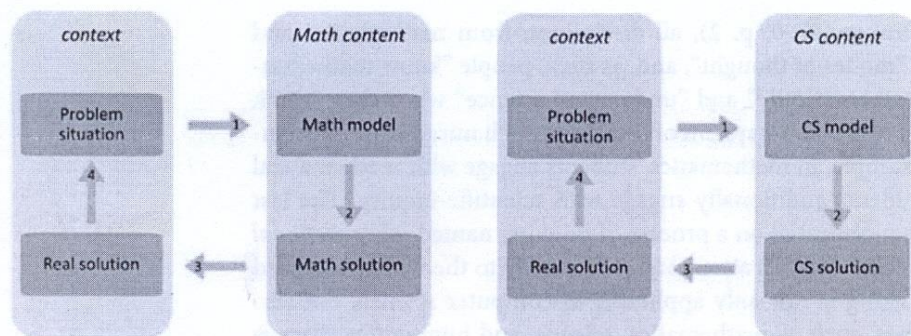
A számítógépes gondolkodás egyre nagyobb figyelmet kap az oktatásban. Wing (2006) szerint a 21. századi tanuló számára az olvasás, írás és számolás elsajátítása mellé be kell illeszteni a számítógépes gondolkodás elsajátítását is. Ennek fő eleme az *algoritmikus gondolkodás és az általánosítás*.

A számítógépes gondolkodást meghatározó jellemzők: a dekompozíció, a mintafelismerés/adatábrázolás, az általánosítás/absztrakció és az algoritmusok. Az általános megoldás egy általánosítás vagy absztrakció, amely a kezdeti probléma sokféle változatának megoldására használható.

A számítógépes gondolkodás három lépésből áll: *absztrakció, automatizálás és elemzés*. Az absztrakció a probléma megfogalmazása, az automatizálás a megoldás kifejtése, az elemzés a megoldás végrehajtása és értékelése.

A 21. századi tanulás négy eleme a *kommunikáció, a kritikai gondolkodás, az együttműködés és a kreativitás*, ami az iskolai tananyag fontos elemeként fokozatosan elfogadottá vált. Ez olyan tanulási formákat hozott be az iskolai oktatásba, mint a kutatás, a projektalapú tanulás, problémamegoldás.

A számítógépes gondolkodás jelenlegi integrálása a tantervbe két formában jelenhet meg: közvetlenül az informatika órákon, vagy a matematika, illetve más tantárgyak számítógépes gondolkodási technikáinak felhasználásával. Alkalmasság pl. a próba szerencse módszerek a probléma megoldásban való alkalmazására. Különösen fontos hangsúlyozni azt a tényt, hogy a számítógépes gondolkodással kapcsolatos tudományos újdonság a *matematikai problémamegoldástól az informatikai problémamegoldás felé történő elmozdulás*.¹² (3. ábra)



3. ábra

Ennek részei az absztrakciók és mintafelismerés, a probléma új és eltérő módon történő megjelenítése, az adatok logikus rendszerezése és elemzése, a probléma kisebb részekre bontása, a probléma megközelítése olyan programozott gondolkodási technikákkal, mint az iteráció, a szimbolikus ábrázolás, logikai műveletek, a probléma újra fogalmazása rendezett lépések sorozatává (algoritmikus gondolkodás), a lehetséges megoldások azonosítása, elemzése és megvalósítása a lépések és erőforrások leghatékonyabb és legeredményesebb kombinációjának elérése érdekében, a problémamegoldó folyamat általánosítása. Van olyan elképzelés, hogy a számítógépes gondolkodást külön tantárgyként kellene tanítani.¹³

A matematikaoktatásban, a számítógép és dinamikus szoftverek mind a tanulásban, mind a problémamegoldásban ígéretes lehetőségek a számítógépes gon-

¹² KALLIA, Maria–BORKULO, Sylvia Patricia van–DRIJVERS, Paul–BARENSEN, Erik–TOLBOOM, Jos: *Characterising Computational thinking in mathematics education: a literature-informed Delphi study*, 2021.

¹³ Ilyen megoldás volt a speciális matematika osztályokban a Matematika gyakorlat tantárgy az 1960-70-es években.

dolgozás előmozdítására, összehangolhatók a meglévő tantervekkel és oktatáspolitikával. Mielőtt bekerülnének az iskolai gyakorlatba szükség van arra, hogy felkészítsék a tanárokat számítógépes gondolkodás során felmerülő kihívásokra. A mai iskolai matematikaoktatásba, a megfelelően felkészült tanárok segítségével, a GeoGebra dinamikus szoftver jól beilleszthető.¹⁴

Utószó

A koronavírus világjárvány paradigmaváltásra kényszerítette az oktatást. Tűzoltásról, azonnali cselekvésről volt szó, haladéktalanul kellett váltani a jelenléti osztályfoglalkoztatásról a digitális távoktatásra, az otthoni, egyéni, digitális tanulásra. A digitális írástudás, a számítógép használat, a digitális úton történő kommunikáció hirtelen fontossá és létkérdéssé vált az alsó tagozattól az egyetemi hallgatókkal bezárólag.

Nagy feladat hárult a tanárookra, az iskolák, és a felsőfokú intézmények vezetésére az átálláshoz. Meg kellett tanulniuk az együtt tanulást, a tudás átadásának új módját, vagyis azt, hogy milyen legyen az új anyag feldolgozása, a gyakorlás, az összefoglalás, a házi feladatok elkészítése, a visszajelzés, a számonkérés. A járvány lecsendesülése után a tapasztalatok tükrében halaszthatatlanul ki kell dolgozni a módszertani megújulás elveit, és biztosítani kell minden tanár és tanuló számára a megvalósításhoz szükséges digitális háttérrel, eszközökkel otthon is, és az iskolában is. Meg kell ismerniük és tudniuk kell használni ezeket a digitális eszközöket, fel kell készülniük erre a kihívásra. A matematika területén pedig mindenképpen erősíteni kell az ehhez szükséges kompetenciákat. A jövő embereinek, pl. mérnökeinek, dolgozóinak, tanárainak, tudósainak feltétlenül szüksége lesz a számítógépes gondolkodásra a gyakorlati élet problémáinak a megoldásához, a tervezéshez és a végrehajtáshoz. De ez még sok előkészítést, kísérletezést és munkát igényel.

¹⁴ KÁNTOR (Sándorné) Tünde–TÓTH Anna: *Teaching of old Historical Problems with ICT tools. Teaching of Mathematics and Computer Science* (2016). 14/1(2), 13–24.

Irodalom

- BEKE Manó–MIKOLA Sándor–RÁTZ László: *A középiskolai matematikai tanítás reformja*. Bp., 1909. Franklin Társulat.
- DIENES Zoltán: *Építsük fel a matematikát*, SHL Hungary, 1999.
- KÁNTOR Sándorné: *150 éve született Felix Klein. Matematikatanár-képzés. Matematikatanár-továbbképzés*. Bp. 6. kötet, 2002. november. Calibra, 31–42.
- KÁNTOR, (Sándorné) Tünde–TÓTH Anna: *Teaching of old Historical Problems with ICT tools*. *Teaching of Mathematics and Computer Science* (2016). 14/1(2)
DOI [10.5485/TMCS.2016.0400](https://doi.org/10.5485/TMCS.2016.0400)
- KÁNTOR Sándorné: *A tantástól a tanulásig-új paradigmák a matematika oktatásában*. In: A Magyar Természettudományi Társulat Tudománytörténeti kötetei V. (Sorozatszerkesztő: Dr. Forrai Judit) Bp., 2021. Magyar Természettudományi Társulat
DOI [10.23716/MTTT.5.2022.02](https://doi.org/10.23716/MTTT.5.2022.02)
- LAKATOS Imre: *Bizonyítások és cáfolatok*. Bp. 1998. Typotex Kft.
- NAT 2020 Matematika Kerettanterv 9-12 évfolyam.
- PÓLYA György: *A problémamegoldás iskolája*. Bp., 1968, Tankönyvkiadó.
- PÓLYA György: *A gondolkodás iskolája* Bp., 1969, Gondolat.
- KALLIA, Maria–BORKULO, Sylvia Patricia van–DRIJVERS, Paul–BARENSEN, Erik–TOLBOOM, Jos: *Characterising Computational thinking in mathematics education: a literature-informed Delphi study*, 2021.
DOI [10.1080/14794802.2020.1852104](https://doi.org/10.1080/14794802.2020.1852104)
- KALLIA, Maria–BORKULO, Sylvia Patricia van–DRIJVERS, Paul, BARENSEN, Erik–TOLBOOM Jos: *Computational Thinking in the Mathematics Classroom: Fostering Algorithmic Thinking and Generalization Skills Using Dynamic Mathematics Software*, October 2021 Article No.:19,
DOI [10.1145/3481312.3481319](https://doi.org/10.1145/3481312.3481319)
- WING, Jeanette: *Computational thinking*. Commun 2006. ACM

Abstract**NEW PARADIGMS IN MATHEMATICS EDUCATION**

The development of science and the social changes implicate new paradigms in education. We discuss in this study the most important paradigm shifts of the field of mathematics education in Hungary from the beginning of the 20th century. The 21st century has brought a revolutionary change in the field of informatics and technology. Smart devices have become part of our daily lives. These facts have an impact on education, in terms of curriculum, competencies and teaching methods. The international methodological literature created a new concept, the concept of computational thinking besides the concept of mathematical thinking. The focus of the teaching has changed, shifting from teaching to learning.