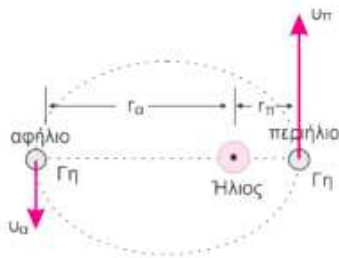


ΘΕΜΑ Β

Ερώτηση 1.

Η Γη στρέφεται σε ελλειπτική τροχιά γύρω από τον Ήλιο. Το κοντινότερο σημείο στον Ήλιο ονομάζεται Περιήλιο (π) και το πιο απομακρυσμένο Αφήλιο (α). Αν θεωρήσουμε τη Γη υλικό σημείο τότε για τις αντίστοιχες αποστάσεις ισχύει $r_\alpha = 2r_\pi$, τότε:



α) Για τις ταχύτητες διέλευσης της Γης από το αφήλιο και το περιήλιο ισχύει $u_\alpha = 2u_\pi$.

β) Για τις κινητικές ενέργειες διέλευσης της Γης από το αφήλιο και το περιήλιο ισχύει $K_\pi = 4K_\alpha$.

Να χαρακτηρίσετε κάθε πρόταση ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ) και να αιτιολογήσετε τους χαρακτηρισμούς.

Ερώτηση 2.

Η Γη, την οποία θεωρούμε ως ομογενή σφαίρα, έχει μάζα M και ακτίνα R και περιστρέφεται γύρω από τον άξονά της με περίοδο 24h. Αν η ακτίνα της Γης γίνει, λόγω συστολής, 5% μικρότερη από αυτήν που έχει σήμερα, διατηρώντας τη μάζα της, να βρείτε τη νέα της περίοδο. Δίνεται η ροπή αδράνειας ομογενούς σφαίρας ως προς άξονα

$$\text{που διέρχεται από το κέντρο της, } I_{cm} = \frac{2MR^2}{5}.$$

Ερώτηση 3.

Ένας ομογενής δίσκος στρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα με γωνιακή ταχύτητα ω_1 . Ένα κομμάτι γύψου μάζας m πέφτει κατακόρυφα και κολλάει στο δίσκο σε απόσταση l από τον άξονα περιστροφής.

α) Ο γύψος ελάχιστα πριν ακουμπήσει στον δίσκο, έχει ως προς τον άξονα περιστροφής του δίσκου στροφορμή ίση με μηδέν.

β) Αμέσως μετά την κρούση η στροφορμή του συστήματος δίσκος-γύψος μειώνεται.

γ) Η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου μειώνεται μετά την κρούση.

δ) Στην κρούση αυτή δεν ισχύει η Αρχή Διατήρησης της Ορμής.

Να χαρακτηρίσετε κάθε πρόταση ως Σωστή (Σ) ή Λάθος (Λ) και να αιτιολογήσετε τους χαρακτηρισμούς.

Ερώτηση 4.

Δυο χορευτές του καλλιτεχνικού πατινάζ πιάνονται αντικριστά με τεντωμένα χέρια και περιστρέφονται. Κάποια στιγμή λυγίζουν τα χέρια τους ώστε τα σώματά τους να πλησιάσουν μεταξύ τους. Ποιό από τα παρακάτω μεγέθη θα αυξηθεί;

- α) Η γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του συστήματος.
- β) Η ροπή αδράνειας του συστήματος.
- γ) Η στροφορμή του συστήματος.
- δ) Η περίοδος περιστροφής.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Ερώτηση 5.

Ένα σωματίο μάζας m περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Αν η απόσταση του σωματίου από τον άξονα διπλασιαστεί, χωρίς να μεταβληθεί η γωνιακή του ταχύτητα, η στροφορμή του ως προς τον άξονα περιστροφής:

- α) διπλασιάζεται.
- β) τετραπλασιάζεται.
- γ) παραμένει σταθερή.
- δ) υποδιπλασιάζεται.

Ποιά είναι η σωστή πρόταση; Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

Ερώτηση 6.

Στα άκρα μιας οριζόντιας αβαρούς ράβδου μήκους l βρίσκονται δύο όμοιες μάζες $m_1=m_2=m$. Το σύστημα περιστρέφεται με συχνότητα f_1 γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της ράβδου. Αν λόγω εσωτερικών δυνάμεων υποδιπλασιαστεί η απόσταση κάθε μάζας από τον άξονα περιστροφής, τότε:

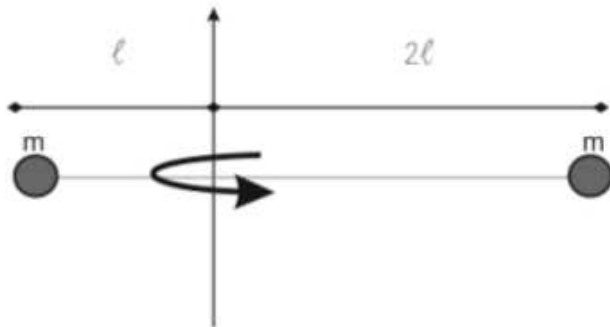
- α) Η ροπή αδράνειας του συστήματος υποδιπλασιάζεται και η στροφορμή του συστήματος υποδιπλασιάζεται.
- β) Η ροπή αδράνειας του συστήματος υποτετραπλασιάζεται και η στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.
- γ) Η ροπή αδράνειας του συστήματος παραμένει σταθερή και η στροφορμή του συστήματος υποδιπλασιάζεται.
- δ) Η ροπή αδράνειας του συστήματος υποδιπλασιάζεται και η στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Άσκηση 1.

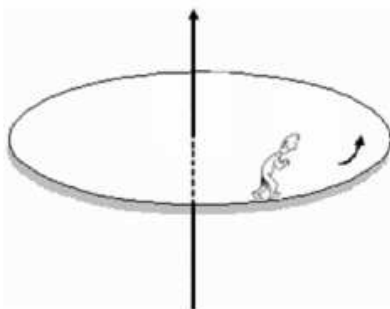
Δύο σημειακές σφαίρες που η καθεμιά έχει μάζα $m = 0,1\text{kg}$ συνδέονται μεταξύ τους με οριζόντια αβαρή ράβδο. Το σύστημα περιστρέφεται γύρω από κατακόρυφο άξονα, ο οποίος τέμνει τη ράβδο σε σημείο που απέχει από τη μία μάζα $\ell = 1\text{m}$ και από την άλλη $\ell' = 2\ell = 2\text{m}$. Το σύστημα στρέφεται με γωνιακή ταχύτητα $\omega = 10\text{rad/s}$ αντίθετα από τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού.

- α) Να βρεθεί η ροπή αδράνειας του συστήματος.
- β) Να υπολογιστεί η στροφορμή του συστήματος.
- γ) Να σχεδιαστεί το διάνυσμα της στροφορμής του συστήματος.



Άσκηση 2.

Ένας άνθρωπος μάζας $m = 60\text{kg}$ στέκεται ακίνητος στην περιφέρεια ακίνητης οριζόντιας πλατφόρμας μάζας $M = 160\text{kg}$ και ακτίνας $R = 1,5\text{m}$. Η πλατφόρμα μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της. Την στιγμή $t=0$, ο άνθρωπος αρχίζει να περπατά πάνω στην περιφέρεια της πλατφόρμας, με ταχύτητα σταθερού μέτρου, $v = 2\text{m/s}$ ως προς το έδαφος, κινούμενος αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού.

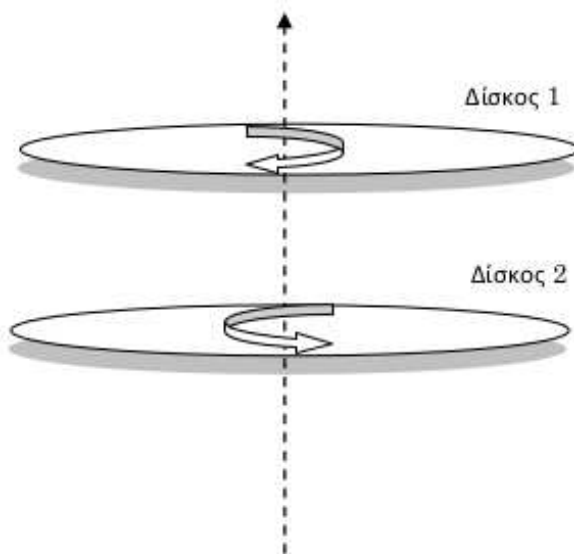


- α) Να βρεθεί το μέτρο και η κατεύθυνση της στροφορμής του ανθρώπου. Να σχεδιαστεί το διάνυσμα της στροφορμής του. Ο άνθρωπος μπορεί να θεωρηθεί σημειακό αντικείμενο.
- β) Θα κινηθεί η πλατφόρμα; Αν ναι, με ποια γωνιακή ταχύτητα και προς ποια κατεύθυνση;
- γ) Μετά από πόσο χρονικό διάστημα ο άνθρωπος θα ξαναβρεθεί στη θέση της πλατφόρμας από την οποία ξεκίνησε;

Δίνεται η ροπή αδράνειας της πλατφόρμας ως προς άξονα που είναι κάθετος σ' αυτήν και διέρχεται από το κέντρο της, $I_{cm} = \frac{MR^2}{2}$.

Άσκηση 3.

Οριζόντιος ομογενής δίσκος (1) μάζας $m = 1\text{kg}$ και ακτίνας $R = 0,1\text{m}$, περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_1 = 10\text{ rad/s}$ κατά τη φορά κίνησης των δεικτών του ρολογιού. Δεύτερος, όμοιος δίσκος (2) περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_2 = 5\text{ rad/s}$ με φορά αντίθετη από αυτήν της κίνησης των δεικτών του ρολογιού, γύρω από τον ίδιο κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από τα κέντρα και των δύο δίσκων και είναι κάθετος σε αυτούς.



α) Να σχεδιάσετε τις στροφορμές των δύο δίσκων ως προς τον κοινό άξονα περιστροφής και να υπολογίσετε τα μέτρα τους.

β) Τη χρονική στιγμή $t=0$ ο δίσκος 1 αφήνεται πάνω στο δίσκο 2, οπότε λόγω τριβών οι δύο δίσκοι αποκτούν την ίδια γωνιακή ταχύτητα. Να υπολογιστεί η κοινή γωνιακή τους ταχύτητα.

γ) Από τη στιγμή που οι δίσκοι έρχονται σε επαφή, μέχρι να αποκτήσουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα πέρασε χρόνος $\Delta t = 0,1\text{s}$. Να υπολογίσετε το μέτρο της σταθερής ροπής της τριβής που ασκήθηκε σε κάθε δίσκο στο χρονικό διάστημα αυτό.

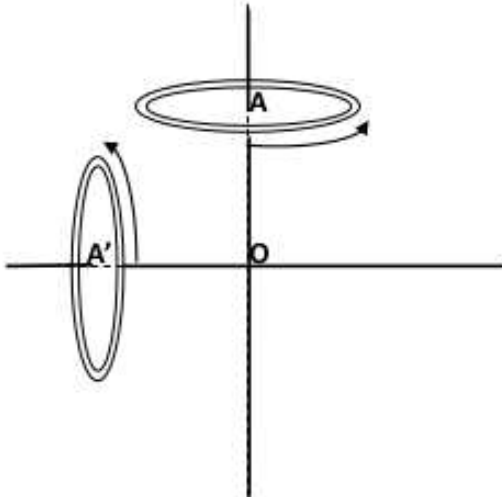
Δίνεται η ροπή αδράνειας ενός δίσκου ως προς άξονα που είναι κάθετος σε αυτόν και διέρχεται από το κέντρο μάζας του, $I_{\text{cm}} = \frac{MR^2}{2}$.

Μηχανική Στερεού - Στροφορμή

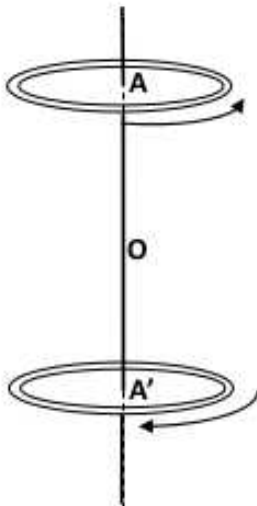
Άσκηση 4.

Ένας τροχός μάζας $m = 2\text{ kg}$ και ακτίνας $R = 0,4\text{ m}$ στρέφεται σε οριζόντιο επίπεδο με γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega = 20\text{ rad/sec}$ γύρω από κατακόρυφο άξονα OA που περνάει από το κέντρο του τροχού (βλέπε σχήμα). Ασκώντας στο σημείο A κατάλληλη δύναμη στρέφουμε τον άξονα περιστροφής αρχικά κατά 90° και στη συνέχεια κατά 180° σε σχέση με την αρχική του θέση χωρίς να μεταβάλλουμε το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας του τροχού.

α) Να βρείτε το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του τροχού για τη γωνία στροφής των 90° .



β) Να βρείτε το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής του τροχού για τη γωνία στροφής των 180° .

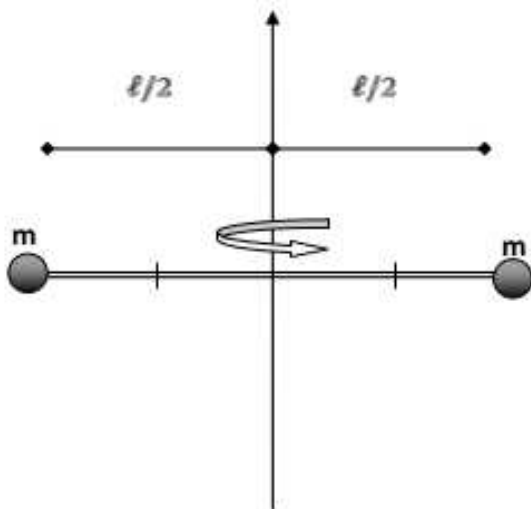


γ) Να σχεδιάσετε και στις δύο περιπτώσεις το διάνυσμα της μέσης ροπής που ασκήθηκε στον τροχό.

Μηχανική Στερεού - Στροφορμή

Άσκηση 5.

Δύο σημειακές μεταλλικές σφαίρες από σιδηρομαγνητικό υλικό, που η καθεμιά έχει μάζα $m = 0,05\text{kg}$ είναι τοποθετημένες σε μια πλαστική κούφια αβαρή ράβδο, μήκους $\ell = 1\text{m}$ με τέτοιο τρόπο ώστε να μπορούν να κινούνται χωρίς τριβές πάνω σε αυτή. Στο μέσον της ράβδου και εσωτερικά είναι τοποθετημένος ένας αβαρής ηλεκτρομαγνήτης τον οποίο μπορούμε να ενεργοποιούμε από απόσταση. Το σύστημα μπορεί να στρέφεται στο οριζόντιο επίπεδο γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της ράβδου. Αρχικά ο ηλεκτρομαγνήτης είναι απενεργοποιημένος, το σύστημα στρέφεται με συχνότητα $f = \frac{10}{\pi}\text{Hz}$ και οι σφαίρες βρίσκονται στα άκρα της ράβδου συγκρατούμενες με λεπτό αβαρές νήμα που διατρέχει την κούφια ράβδο. Ενεργοποιούμε τον ηλεκτρομαγνήτη οπότε οι σφαίρες μετακινούνται ταυτόχρονα και πλησιάζουν σε απόσταση $\frac{\ell}{4}$ η καθεμιά από το μέσον της ράβδου O , όπου και σταματούν με τη βοήθεια κατάλληλου μηχανισμού.

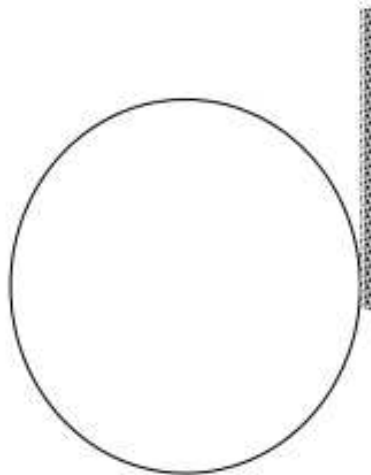


- Να υπολογιστεί η αρχική ροπή αδράνειας του συστήματος.
- Να υπολογιστεί η αρχική στροφορμή του συστήματος.
- Να υπολογιστεί η νέα συχνότητα περιστροφής του συστήματος.
- Πόσο τοις εκατό θα μεταβληθεί η συχνότητα περιστροφής του συστήματος μετά τη μετακίνηση των σφαιρών;

ΘΕΜΑ Δ

Πρόβλημα 1.

Ένα γιο-γιο αποτελείται από κύλινδρο μάζας $m = 0,1\text{kg}$ και ακτίνας $R = \frac{1}{15}\text{m}$, γύρω από τον οποίο είναι τυλιγμένο αβαρές νήμα. Κρατάμε ακίνητο το ελεύθερο άκρο του νήματος και αφήνουμε τον κύλινδρο να πέσει. Αυτός εκτελεί σύνθετη κίνηση κινούμενος κατακόρυφα χωρίς να ολισθαίνει.



Να βρείτε:

- τη γωνιακή επιτάχυνση του κυλίνδρου καθώς κατέρχεται.
- το ρυθμό αύξησης της στροφορμής του κυλίνδρου καθώς κατέρχεται
- την στροφορμή του κυλίνδρου όταν έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους $\ell = 30\text{cm}$.
- την ταχύτητα του χαμηλότερου σημείου του δίσκου, τη στιγμή που έχει ξετυλιχτεί νήμα μήκους $\ell = 30\text{cm}$.

Δίνεται η ροπή αδράνειας ομογενούς κυλίνδρου ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του, $I_{\text{cm}} = \frac{MR^2}{2}$ και $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Πρόβλημα 2.

Συμπαγής και ομογενής τροχός μάζας $m = 10\text{kg}$ και ακτίνας $R = 0,2\text{m}$ κυλίστα ανερχόμενος κατά μήκος κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi = 30^\circ$. Την χρονική στιγμή $t = 0$ το κέντρο μάζας του τροχού έχει ταχύτητα μέτρου $v = 10\text{m/s}$. Να υπολογίσετε:

- το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας και το μέτρο της στροφορμής του τροχού τη χρονική στιγμή $t = 0$.
- την επιτάχυνση του κέντρου μάζας του τροχού καθώς ανέρχεται.
- το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής του τροχού καθώς ανέρχεται.
- την ταχύτητα του κέντρου μάζας του τροχού, όταν αυτός ανερχόμενος έχει διαγράψει $N = \frac{54}{4\pi}$ περιστροφές.

Δίνεται η ροπή αδράνειας του τροχού ως προς άξονα που είναι κάθετος σε αυτόν και διέρχεται από το κέντρο μάζας του, $I_{\text{cm}} = \frac{MR^2}{2}$ και $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Πρόβλημα 3.

Η κυκλική εξέδρα μιας παιδικής χαράς έχει ακτίνα $R = 1\text{m}$, μάζα $M = 80\text{kg}$, είναι ακίνητη και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της. Ένα αγόρι μάζας $m = 20\text{kg}$ ενώ τρέχει στο έδαφος γύρω γύρω έξω από την εξέδρα με ταχύτητα μέτρου $v = 3\text{ m/s}$, ξαφνικά πηδάει στην περιφέρεια της εξέδρας και μένει εκεί χωρίς να ολισθήσει. Να βρείτε:

α) τη γωνιακή ταχύτητα του συστήματος, όταν το αγόρι ανέβει στην περιφέρεια της εξέδρας.

β) τη δύναμη της στατικής τριβής που ασκείται στο αγόρι, αν στέκεται στη περιφέρεια της εξέδρας χωρίς να κρατιέται από τα στηρίγματα.

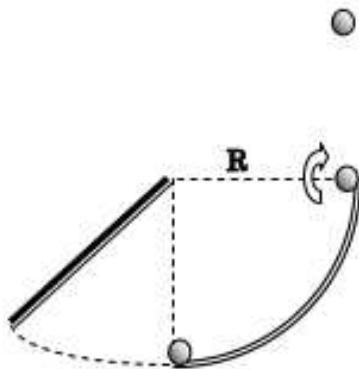
γ) τη σταθερή εξωτερική δύναμη που πρέπει να ασκήσουμε εφαπτομενικά στην εξέδρα, ώστε αυτή να σταματήσει να περιστρέφεται μετά από χρόνο $t=3\text{s}$.

δ) πόσες περιστροφές έκανε η εξέδρα στο χρονικό διάστημα των 3s .

Δίνεται η ροπή αδράνειας της πλατφόρμας ως προς άξονα που είναι κάθετος σ' αυτήν και διέρχεται από το κέντρο μάζας της, $I_{c.m} = \frac{MR^2}{2}$.

Πρόβλημα 4.

Μια κατακόρυφη ράβδος μάζας $M = 3\text{kg}$ και μήκους $\ell = 1\text{m}$, μπορεί να περιστρέφεται στο κατακόρυφο επίπεδο γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το πάνω άκρο της και είναι κάθετος σε αυτή. Εκτρέπουμε τη ράβδο από τη θέση ισορροπίας της και την αφήνουμε ελεύθερη. Τη στιγμή που περνάει από την κατακόρυφη θέση, το κάτω άκρο της συγκρούεται με σφαίρα ακτίνας $r = 0,1\text{m}$ και μάζας $m = 1\text{kg}$ που βρίσκεται ακίνητη στο κατώτατο σημείο τεταρτοκυκλίου ακτίνας $R = 1\text{m}$, του οποίου το κέντρο συμπίπτει με το σημείο εξάρτησης της ράβδου. Το κάτω άκρο της ράβδου την στιγμή της κρούσης έχει ταχύτητα $v_1 = 5\text{ m/s}$. Αμέσως μετά την κρούση η ράβδος ακινητοποιείται.



Η σφαίρα ανέρχεται στο τεταρτοκύκλιο στην αρχή ολισθαίνοντας και μετά κυλιόμενη. Τελικά εγκαταλείπει το ανώτερο άκρο του τεταρτοκυκλίου με γωνιακή ταχύτητα $\omega_3 = 8\text{ rad/s}$. Να βρεθούν:

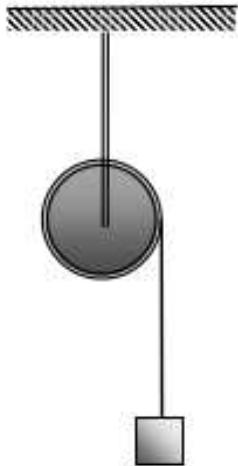
- η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα περιστροφής της.
- η ταχύτητα v_2 της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.
- το ύψος h , πάνω από το τεταρτοκύκλιο, στο οποίο θα φτάσει η σφαίρα.
- η γωνιακή ταχύτητα της σφαίρας στο ανώτατο σημείο της τροχιάς της.

Δίνεται η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που είναι κάθετος σ' αυτήν και διέρχεται από το κέντρο μάζας της, $I_{\text{cm}} = \frac{M\ell^2}{12}$ και $g = 10\text{ m/s}^2$.

Μηχανική Στερεού - Στροφορμή

Πρόβλημα 6.

Μία κατακόρυφη τροχαλία έχει τυλιγμένο γύρω της ένα λεπτό αβαρές σχοινί, στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι δεμένο ένα σώμα (Σ) μάζας $m_{\Sigma} = 1\text{kg}$. Η τροχαλία έχει ακτίνα $R = 0,1\text{m}$, μάζα $M = 2\text{kg}$ και μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα, ο οποίος ταυτίζεται με τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας της τροχαλίας. Τη χρονική στιγμή $t = 0$, αφήνουμε το σύστημα να κινηθεί.



Να βρείτε:

- α) Την επιτάχυνση που θα αποκτήσει το σώμα Σ .
- β) Το μέτρο της δύναμης που ασκεί ο άξονας περιστροφής στην τροχαλία.
- γ) Για τη χρονική στιγμή $t = 2\text{s}$ ζητούνται:
 - 1) Η στροφορμή της τροχαλίας.
 - 2) Ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας.

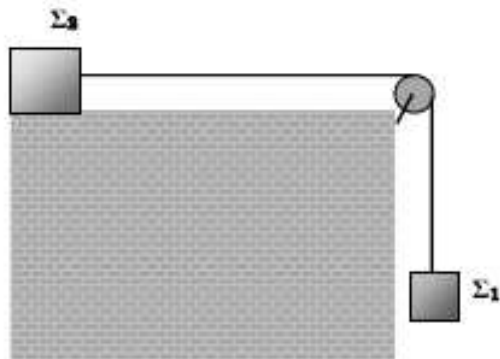
Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι $I_{\text{cm}} = \frac{MR^2}{2}$.

Δίνεται $g = 10\text{ m/s}^2$. Τριβές δεν υπάρχουν.

Μηχανική Στερεού - Στροφορμή

Πρόβλημα 7.

Δύο σώματα Σ_1 και Σ_2 που έχουν μάζες $m_1 = 2\text{kg}$ και $m_2 = 1\text{kg}$ αντίστοιχα, συνδέονται μεταξύ τους με αβαρές νήμα το οποίο διέρχεται από το αυλάκι ομογενούς τροχαλίας μάζας $M = 2\text{kg}$ και ακτίνας $R = 20\text{cm}$. Το σώμα Σ_1 κρέμεται κατακόρυφα και το Σ_2 βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο να κινηθεί.



Να υπολογίσετε:

- το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος Σ_1 .
- τις τιμές των τάσεων T_1 και T_2 των δύο νημάτων.
- το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της.
- τη στροφορμή της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της, την χρονική στιγμή $t = 2\text{s}$.

Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον άξονα περιστροφής της είναι $I_{\text{cm}} = \frac{MR^2}{2}$.

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.