Geodézia számítási segédlet

Vörös Dániel

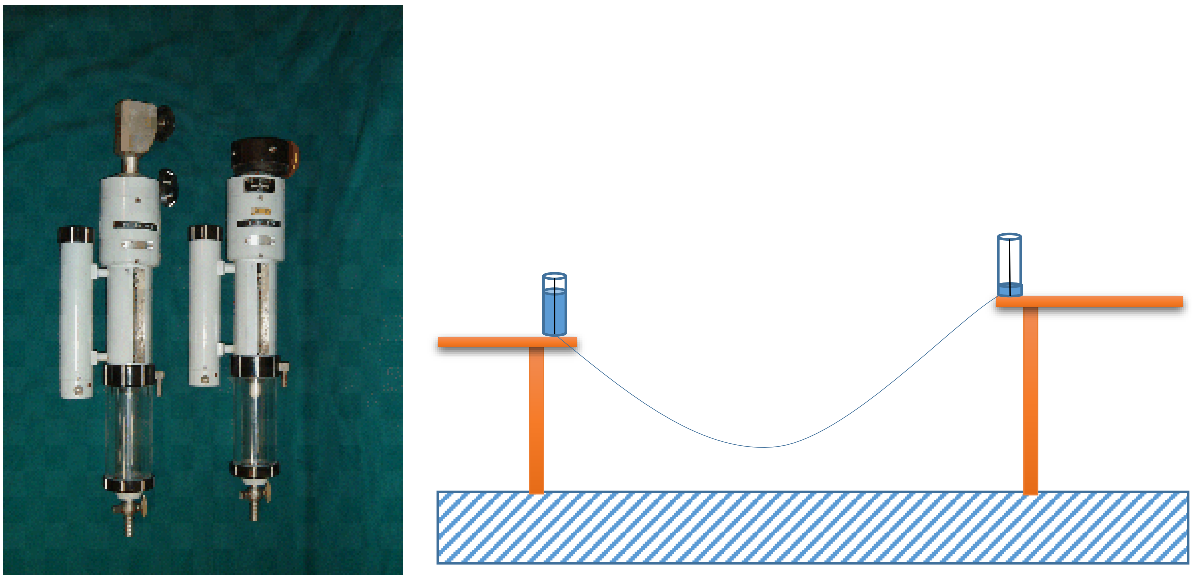
Konzulens: Dr. Rózsa Szabolcs

Szintezés

Szintezés lényege, hogy két pont közelében előállítjuk egy szintfelület elemi darabkáit (hidrosztatikai szintezés) vagy a szintfelület egy érintősíkját (optikai szintezés), és meghatározzuk a pontok távolságát a felületelemektől vagy az érintősíktól.

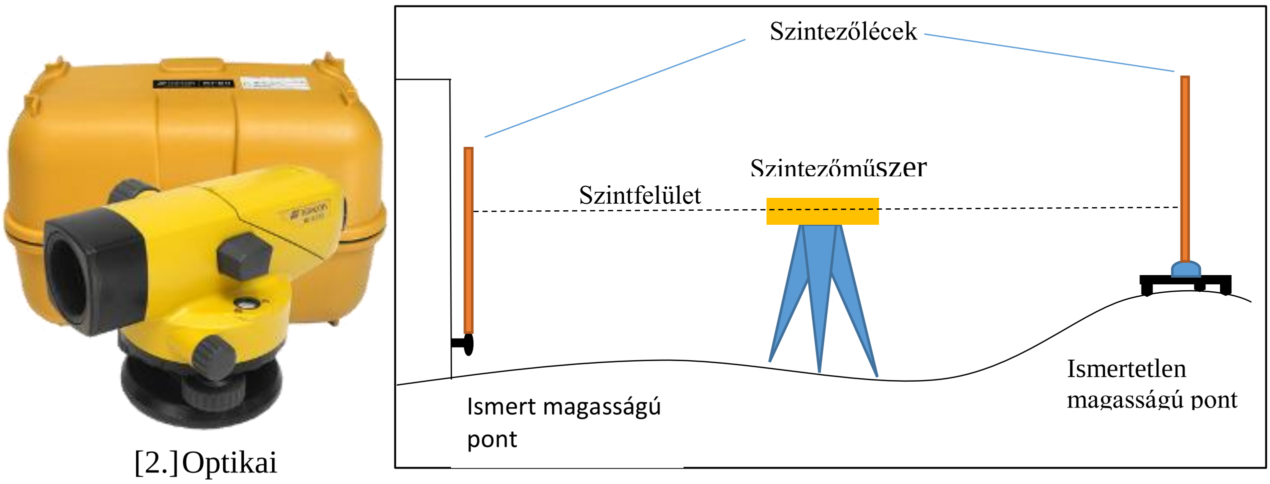
Krauter András: Geodézia I. kötet

Műszerek:



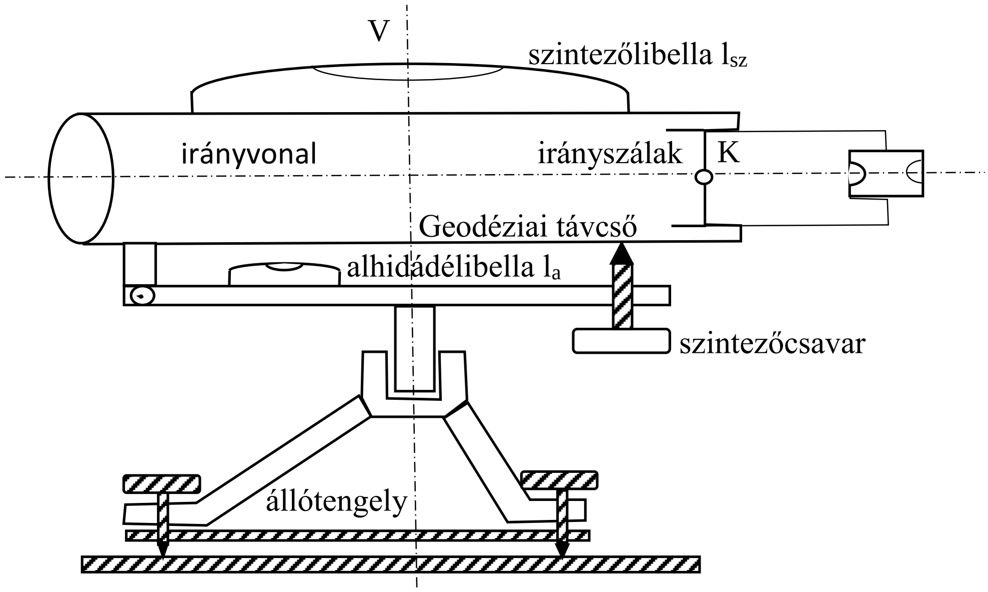
[1.]Hidrosztatikai szintező és a hidrosztatikai szintezés alapelve

A hidrosztatikai szintező két beosztásos szabatos hengerből áll melyet összeköt egy vezeték, amelyben víz van. A magasságkülönbséget úgy tudjuk meghatározni, hogy mindkét hengerről leolvassuk, hogy milyen magasan helyezkedik el a vízszint majd abból a leolvasott értékből, amelyhez viszonyítani szeretnénk, levonjuk a másik értéket így megkapjuk, hogy a viszonyított ponthoz képest hol helyezkedik el a másik pontunk. Ez a megoldás viszonylag kis magasságkülönbségek meghatározására alkalmas, így a geodéziában nem igazán használjuk.



[2.]Optikai szintezőműszer és az optikai szintezés alapelve

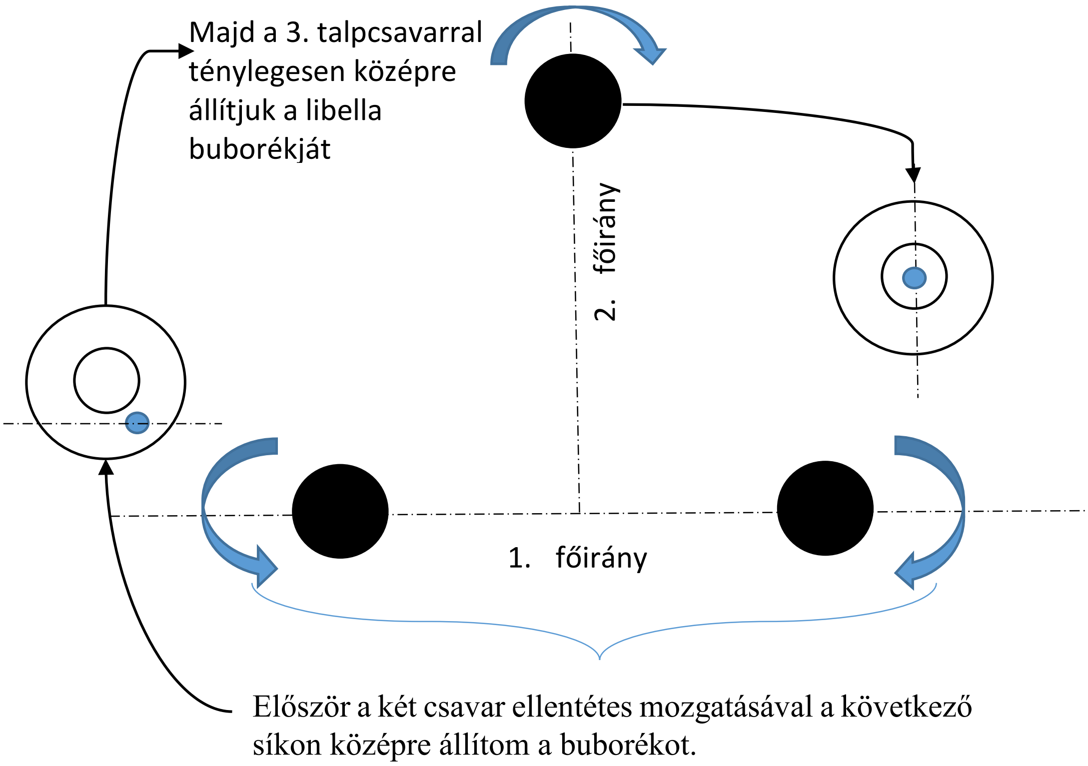
Az optikai szintezés megértéséhez elengedhetetlen megismernünk a szintező felépítését:



[3.]Libellás szintezőműszer felépítése (Krauter, 2002)

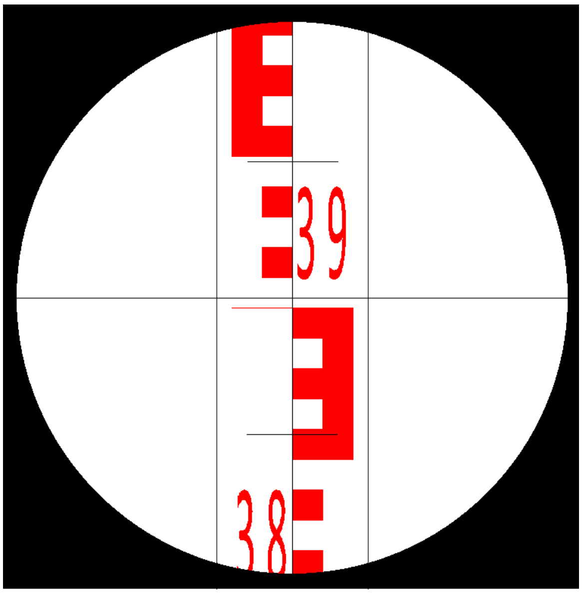
Az optikai szintezéssel meg tudjuk határozni egy pont magasságát egy ismert magasságú ponthoz viszonyítva a következő képen:

A szintezőműszerrel felállunk a két léc között középre, majd az állótengelyt közel függőlegessé tesszük az alhidádélibella és a talpcsavarok segítségével, ezt úgy tesszük meg, hogy a műszer állótengelyét először első (az irányvonal párhuzamos két talpcsavar által alkotott vonallal) majd második (az irányvonal merőleges az előbbi vonallal és átmegy a harmadik talpcsavar pontján) főirányban is függőlegessé tesszük (az alhidádélibellát középre állítjuk. Ennek megértéséhez nézzük a következő ábrát:



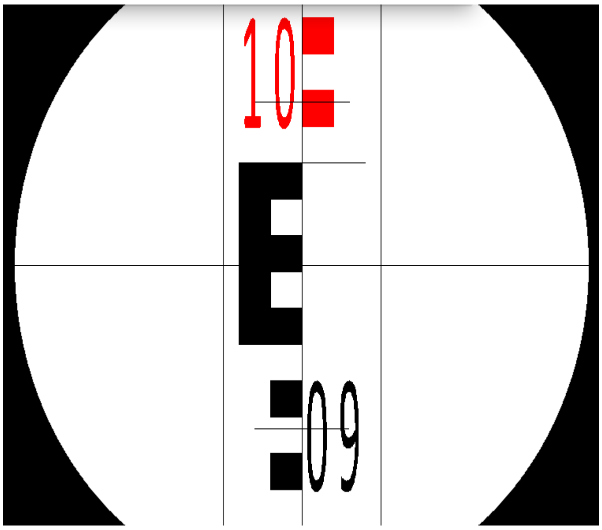
[4.]Szintezőműszer függőlegessé tétele

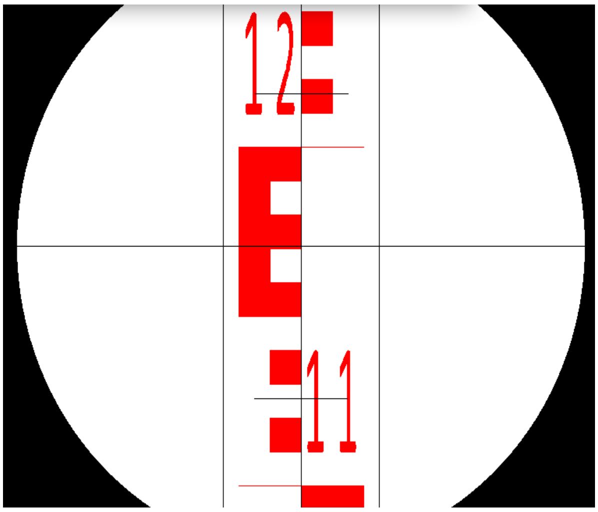
Majd ha a műszerünk közel függőleges elkezdhetjük az irányzást. Először a hátra lécet irányozzuk majd a szintezőlibella és a szintezőcsavar segítségével teljesen vízszintessé tesszük az állótengelyt (kompenzátoros műszereknél ezt egy kis szerkezet elvégzi helyettünk), majd leolvassuk a szintezőlécet (cm értékek rá vannak írva mm értéket becsülnünk kell.



3903 mm

Gyakorlópéldák:



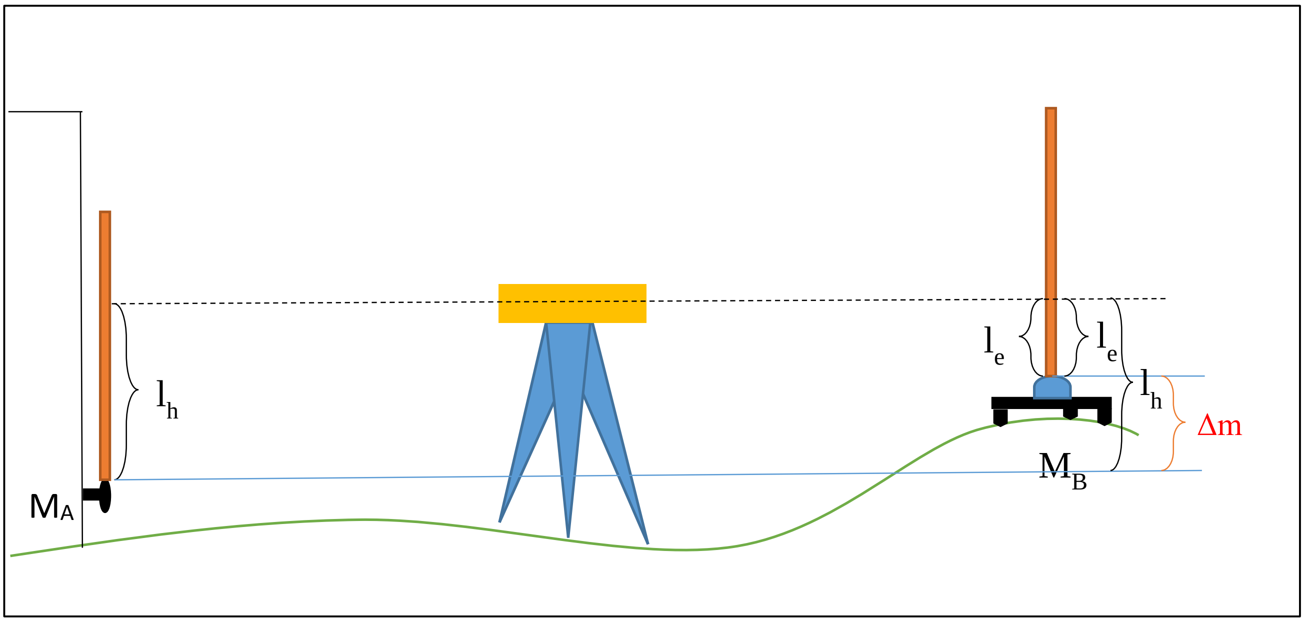


__________ __________

A példák a következő oldalról származnak, ahol további gyakorlás lehetséges:
http://geobeka.uw.hu/gyak/szintezo.html

Megoldás: 0972, 1171

Szintezés alapelve:

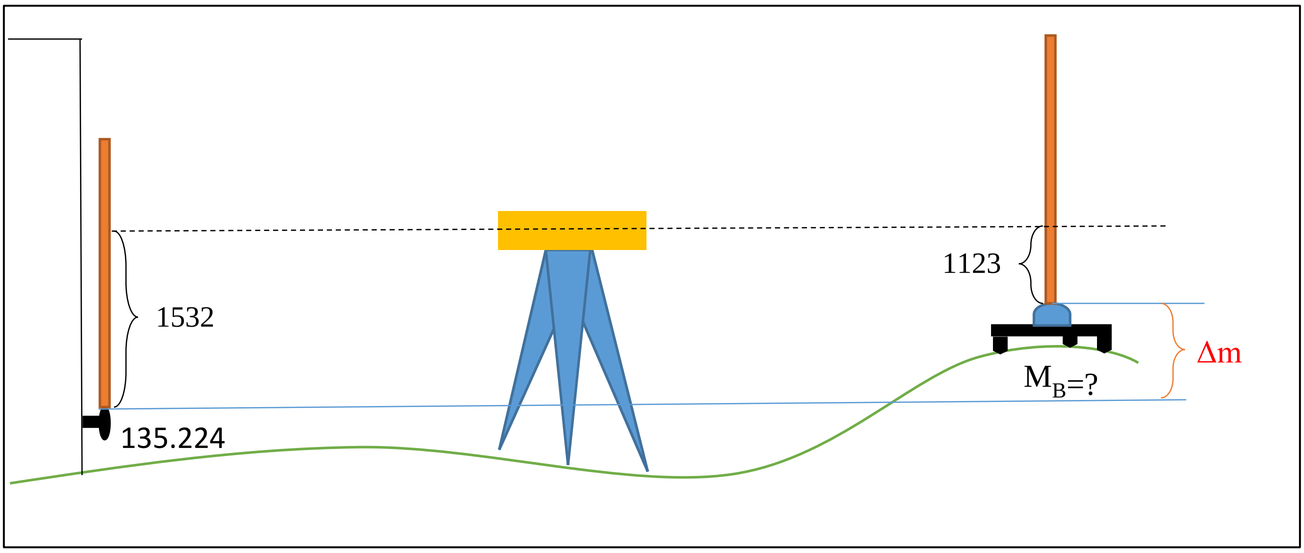


$$M_B = M_A + (l_h - l_e)$$

Az ábrán jól látható, ha a hátra leolvasásából l_h kivonjuk, az előre leolvasását l_e megkapjuk, hogy mennyit kell hozzáadni az ismert magasságú M_A ponthoz, hogy megkapjuk az ismeretlen magasságú M_B pont magasságát. Szóval megkapjuk a magasságkülönbséget Δm.

Példa:

M_a=135,224 l_h=1532 l_e=1123



$\Delta m = 1532 - 1123 = 0409$ Az eredmény mm értékben van mielőtt hozzáadjuk az M_A magassághoz át kell váltanunk m egységbe!! Az érték lehet negatív is!

$\Delta m = 0{,}409\ m$

$$M_B = 135{,}224 + (0{,}409) = 135{,}633\ m$$

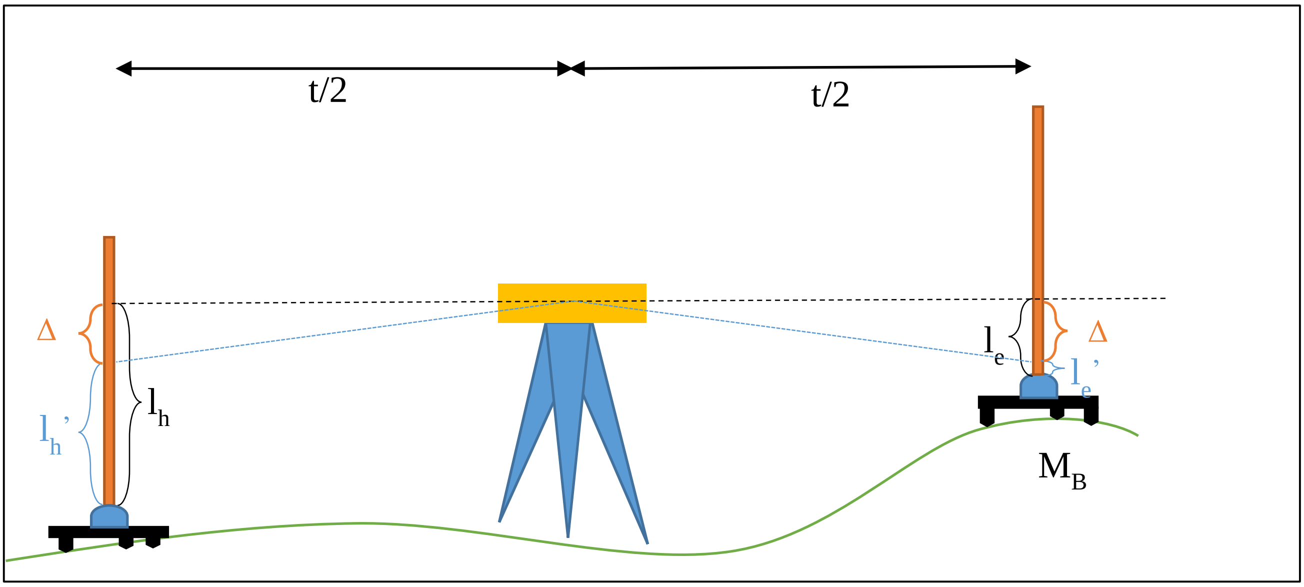
Feladatok:

1. M_a=150,620 l_h=0672 l_e=1321
2. M_a=140,941 l_h=1780 l_e=2313
3. M_a=177,700 l_h=2012 l_e=0113

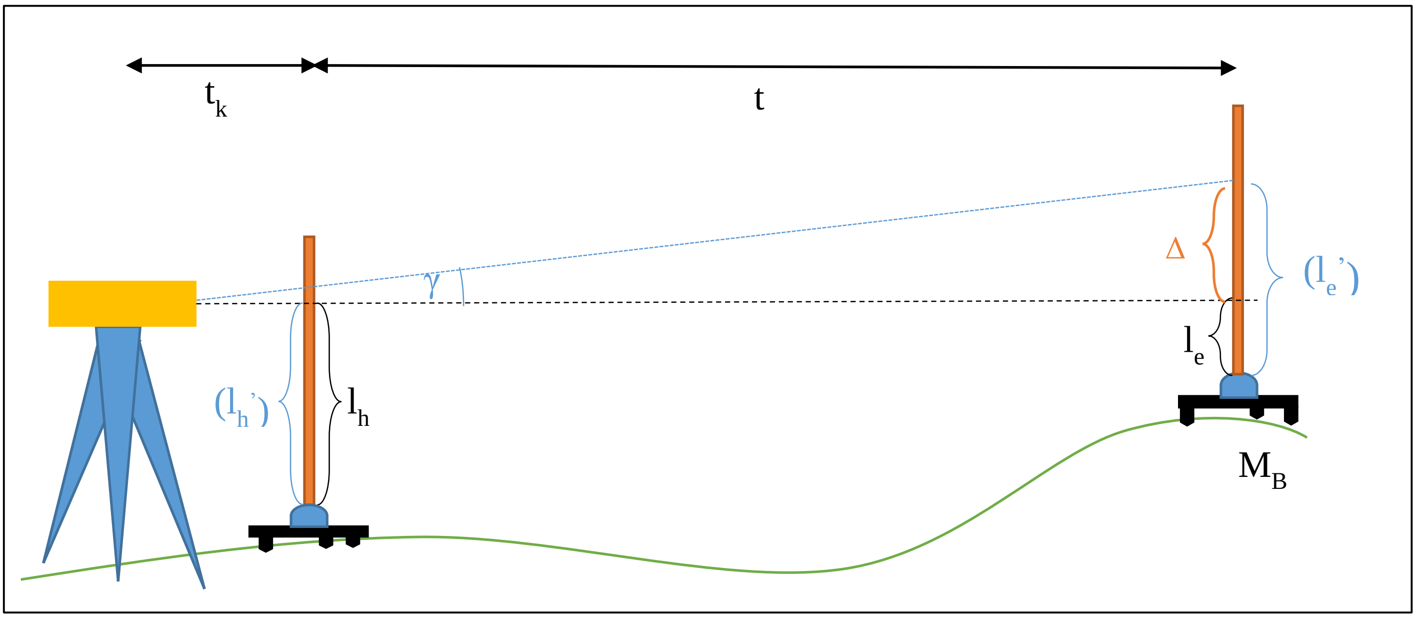
Megoldás:144,13, 135,611, 196,69,

Irányvonal-ferdeség meghatározása:

Ennek az értéknek a meghatározását két műszerállás segítségével végezzük el. Először felállunk két szintezőműszer között megegyező távolságra, mert így az irányvonal-ferdeség ugyanolyan mértékben terheli mind az előre mind a hátra leolvasásunkat. Így megkapjuk a tényleges magasságkülönbséget.



$$\Delta m = l_h{}' - l_e{}'$$



$$\Delta m = (l_h' - l_e') - \Delta$$

$$\Delta m' = (l_h' - l_e')$$

A két képletből következik:

$$\Delta = l'_e + \Delta m + l'_h = \Delta m - (l'_h - l'_e) = \Delta m - \Delta m'$$

$$\gamma = \tan^{-1}\frac{\Delta}{t} = \tan^{-1}\frac{\Delta m - \Delta m'}{t}$$

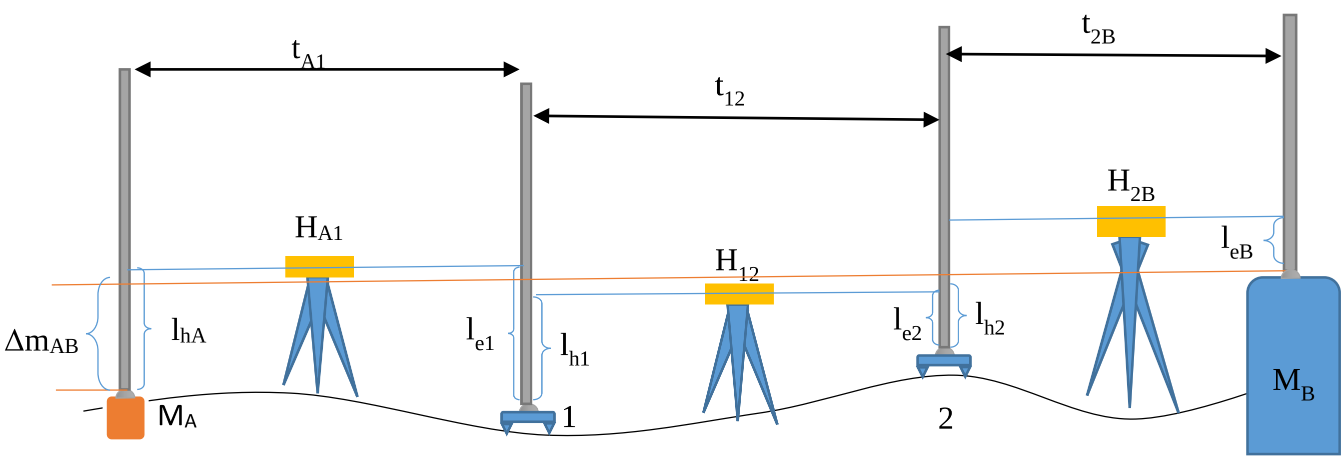
Példa:

Két léc között középen		Két léc mögött		Távolság		
lh	1543	lh'	1652	35 m		
le	1495	le'	1599			
Δm=lh-le=	0048	Δm'=lh'-le'=	0053			
		Δ = Δm- Δm' =	-0,005 m			
		γ=arctan(Δ/t)=	29''			

A példa a geodézia gyakorlati anyagból származik.

Szintezési vonal számítása

Szintezési vonalat akkor létesítünk ha a pont melynek magasságát kívánjuk meghatározni egy adott távolságnál messzebbre található, illetve az ismert magasságú pont nem látszik össze az új ponttal, ilyenkor közel azonos hosszakra osztjuk fel a mérési szakaszt melyeket szabatos szintezésnél pontosan kimérünk, ám alacsonyabb rendű szintezésnél elegendő lépéssel meghatároznunk ezt a távolságot. A vonal másik végét pedig egy másik ismert magasságú ponthoz zárjuk.



[5.]Szintezési vonal

$$M_B = M_A + (l_{hA} - l_{e1}) + (l_{h1} - l_{e2}) + (l_{h2} - l_{eB})$$

A szintezés bizonyos hibáinak kiejtése miatt a szintezést oda-vissza szintezéssel hajtjuk végre (a két értéknek meg kell egyezni csak különböző előjellel állnak) és az így kapott magasságkülönbséget összehasonlítjuk a két ismert magasságú pont számított magasságkülönbségével. A következőben táblázatos formában számítjuk a szintezési vonalat.

Pont	Táv $t_{i-1,i}$	Hátra l_{hi}	Előre l_{ei}	Műszerhorizont $H_{i-1,i}$	Magasságkülönbség $\Delta m_{i-1,i}$	Javítás	Magaság M_i
A	t_{A1}	l_{hA}		$H_{A1}=M_A+l_{hA}$			M_A
1	t_{A1}		l_{e1}		$\Delta m_{A1}=l_{hA}-l_{e1}$	$\Delta_1=\Delta \times t_{A1}$	$M_1= M_A+\Delta m_{A1}+\Delta_1$
1	t_{12}	l_{h1}		$H_{12}=M_1+l_{h1}$			
2	t_{12}		l_{e2}		$\Delta m_{12}=l_{h1}-l_{e2}$	$\Delta_2=\Delta \times t_{12}$	$M_2= M_1+\Delta m_{12}+\Delta_2$
2	t_{2B}	l_{h2}		$H_{2B}=M_2+l_{h2}$			
B	t_{2B}		l_{eB}		$\Delta m_{2B}=l_{h2}-l_{eB}$	$\Delta_B=\Delta \times t_{2B}$	M_B
∑	$\sum t$	$\sum l_h$	$\sum l_b$		$\sum \Delta m=\sum l_h-\sum l_b$		$\Delta m_{AB}=M_B-M_A$
							$\Delta m_{AB}= \Delta m_{A1}+ \Delta m_{12}+\Delta m_{2B}$
							Javítás= $\Delta m_{AB}-\Delta m_{AB}'$
							Δ =Javítás/$\sum t$

1. lépés
2. lépés
3. lépés
4. lépés
5. lépés
6. lépés
7. lépés

Figyeljünk arra, hogy mikor a távolságokat összeadjuk ne adjuk hozzá kétszer ugyanazt a távolságot, illetve mikor műszerhorizontot számolunk figyeljünk, hogy a magasságunk m-ben a leolvasásunk mm mértékben van megadva.

Számítási példa:

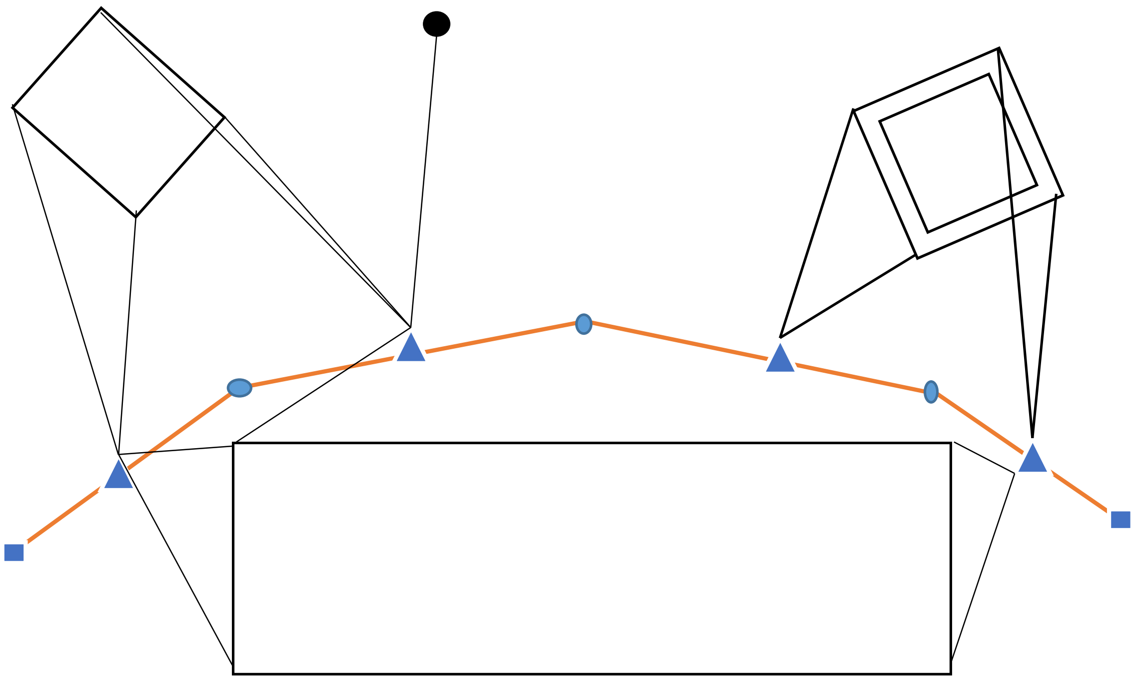
Pont	Táv $t_{i-1,i}$	Hátra l_{hi}	Előre l_{ei}	Műszerhorizont $H_{i-1,i}$	Magasságkülönbség $\Delta m_{i-1,i}$	Javítás	Magasság M_i
A	5	3688	0				752,774
1	5		2417				
1	55	1351					
2	55		3576				
2	64	2763					
3	64		3181				
3	88	936					
B	88		546				752,787
A	5	3688	0				752,774
1	5		2417				

Megoldás:

Pont	Táv $t_{i-1,i}$	Hátra l_{hi}	Előre l_{ei}	Műszerhorizont $H_{i-1,i}$	Magasságkülönbség $\Delta m_{i-1,i}$	Javítás	Magashság M_i
A	5	3688					276,461
1	5		2417	272,773	1,271	1	277,732
1	55	1351					
2	55		3576	276,381	-2,225	2	275,509
2	64	2763					
3	64		3181	272,746	-0,418	2	275,093
3	88	936					
B	88		546	274,157	0,39	3	275,487
	212	8738	9720		-0,982		275,479
							8

Részletpont szintezés

Ez a módszert akkor alkalmazzuk, ha egy viszonylag kis területes sok pont magasságát szeretnénk meghatározni. Ezt úgy tehetjük meg, hogy vezetünk egy szintezési vonalat, és műszerállásokhoz közeli pontokat a vonal vezetése közben megmérjük.



[6.]Részletpont szintezés alapelve

- műszer állások
- ismert magasságú pontok
- kötőpontok
- szintezési vonal
- bemérendő objektumok

A részletpont szintezés számítását szintén táblázatos formában végezzük el. Az előbbihez hasonlóan kiszámítjuk a műszerhorizontokat és azokhoz adjuk hozzá a részletpontokon leolvasott értékeket, de figyelnünk kell arra, hogy ezek az értékek általában cm élességgel vannak megadva.

1. lépés
2. lépés
3. lépés
4. lépés
5. lépés
6. lépés

Szintezett pont	Lécleolvasások			Műszer horizont [m]	Magasságkülönbség	A pont magassága
	hátra	középre	előre			
A	l_{hA}			$H_{A1}=M_A+l_{hA}$		M_A
Kp1			l_{e1}		$\Delta m_{A1}=l_{hA}-l_{e1}$	$Mk_{1}=M_A+\Delta m_{A1}+\Delta$
Kp1	l_{h1}			$H_{12}=M_1+l_{h1}$		
Kp2			l_{e2}		$\Delta m_{12}=l_{h1}-l_{e2}$	$Mk_2=M_1+\Delta m_{12}+\Delta$
1		l_{k1}				$M1=Mk_2+l_{k1}$
2		l_{k2}				$M2=Mk_2+l_{k2}$
3		l_{k3}				$M3=Mk_2+l_{k3}$
4		l_{k4}				$M4=Mk_2+l_{k4}$
5		l_{k5}				$M5=Mk_2+l_{k5}$
Kp2	l_{h2}			$H_{2B}=M_2+l_{h2}$		
B			l_{eB}		$\Delta m_{2B}=l_{h2}-l_{eB}$	M_B
Σ	$\sum l_h$		$\sum l_b$		$\sum\Delta m=\sum l_h-\sum l_b$	$\Delta m_{AB}=M_B-M_A$
						$\Delta m_{AB}=\Delta m_{A1}+\Delta m_{12}+\Delta m_{2B}$
						Javítás= $\Delta m_{AB}-\Delta m_{AB}'$
						Δ = Javítás/kötőpontok száma

7. lépés

Számítási példa:

Szintezett pont	Lécleolvasások			Műszer horizont [m]	Magasságkülönbség	A pont magassága
	hátra	középre	előre			
A	1749					313,643
Kp1			2751			
Kp1	2746					

Kp2			407			
1		239				
2		26				
3		286				
4		229				
5		162				
Kp2	1825					
B			2129			314,694
Σ						

Megoldás:

Szintezett pont	Lécleolvasások			Műszer horizont [m]	Magasságkülönbség	A pont magassága
	hátra	középre	előre			
A	1749			315,392		313,643
Kp1			2751		-1,002	312,647
Kp1	2746			315,393		
Kp2			407		2,339	314,992
1		239				315,632
2		026				315,419
3		286				315,679
4		229				315,622
5		162				315,555
Kp2	1825			316,817		
B			2129		-0,304	314,694
Σ	6320		5287		1,033	1,051
						1,033
						0,018

Teodolit

Teodolit felépítése

A teodolit a vízszintes és magassági szögmérés eszköze.

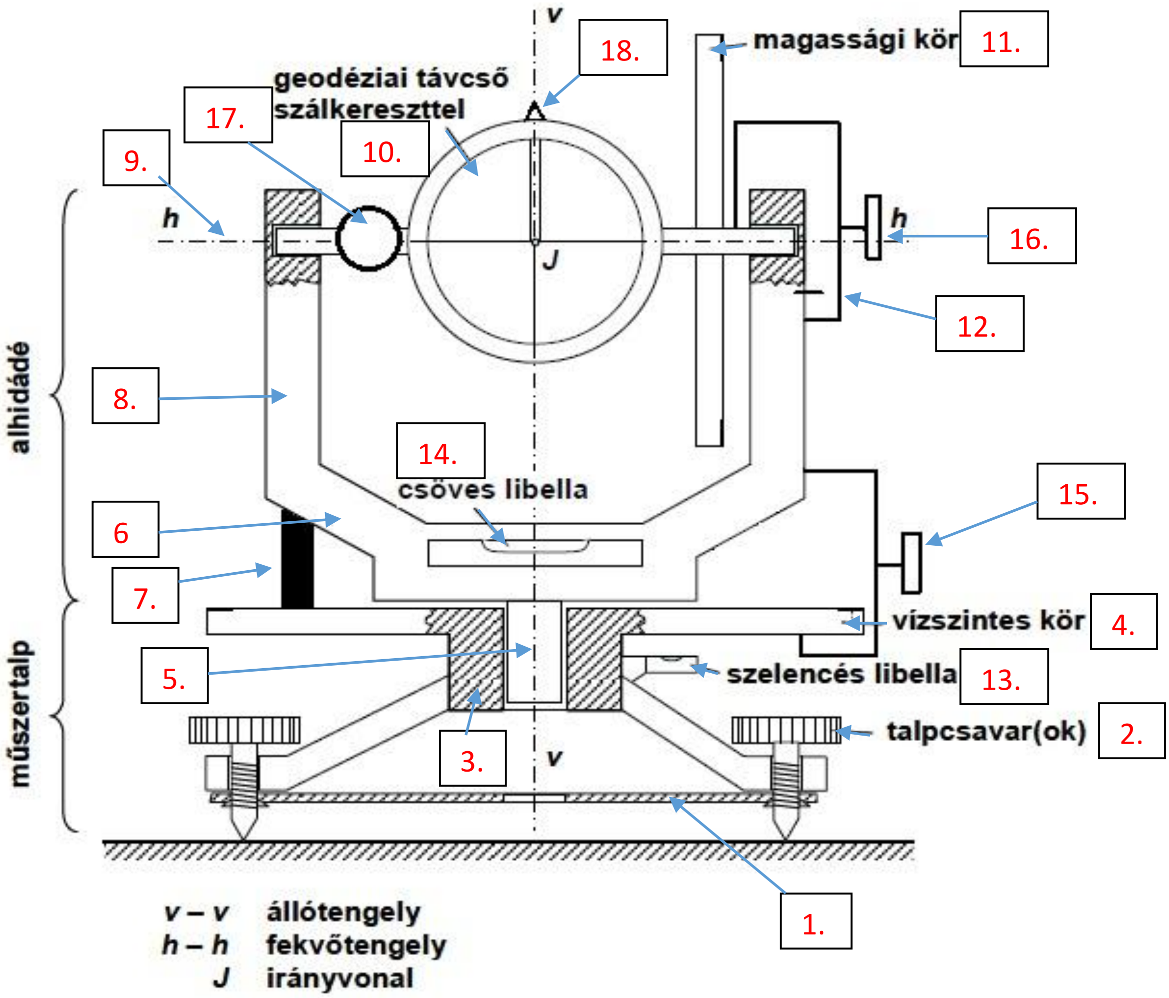
Vízszintes szög: két térbeli irány vízszintes vetülete által bezárt szög.

Magassági szög: egy térbeli irány helyi vízszintessel bezárt szöge a helyi függőlegesben mérve, helyette ma zenitszög: a térbeli irány helyi függőlegessel bezárt szöge.

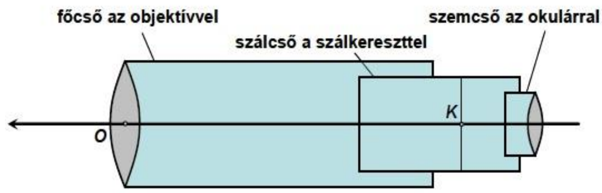
Felépítése:

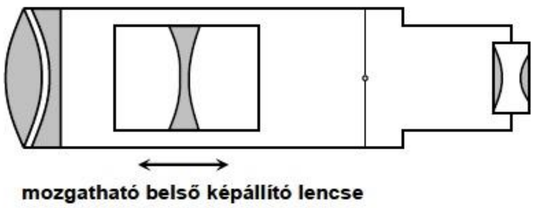
2 fő része:

- A mérés alatt mozdulatlan műszertalp
- A mérés alatt mozgó alhidádé



1. *Talplemez:* 3 szög vagy kör alakú dupla fémlemez- ezzel köthető hozzá a műszer a lábhoz.
2. *Talpcsavar:* velük az állótengelyt tesszük függőlegessé.
3. *Az állótengely perselye:* rövid merőleges henger amelyhez illeszkedik az állótengely.
4. *Vízszintes kör (limbus kör):* osztott kör mely az óra mutató járásával 0-360° vagy 0-400° szög beosztást tartalmaz (üvegkör, régen ezüstkör)
5. *Állótengely:* a teodolit mérés alatt függőleges tengelye mely az alhidádé 360°-os elfordulását lehetővé teszi (ma már csapágyakkal an körülvéve a kopás megakadályozása érdekében).
6. *Középszerkezet* mely tartja az alhidádét
7. *Vízszintes kör indexe*
8. *Két darab tartóoszlop* (oszlopocskák)
9. *Fekvőtengely:* a teodolit mérés alatt vízszintes tengelye mely mindig merőleges az állótengelyre.
10. *Geodéziai távcső:* geodéziai szálkereszt van benne





11. *Magassági kör:* osztott kör melyen a magassági (zenit) szöget olvassuk le, együtt forog a geodéziai távcsővel és a fekvőtengellyel. Beosztása többféle lehet 0-360°ig vagy 0-+-180°-ig …stb.
12. *Magassági kör indexe:* melynek a mérés alatt vízszintesnek kell lennie. Ezt régen egy magassági index libellával, ma kompenzátorral biztosítják.
13. *A teodolit szelencés libellája:* lehet a műszertalpon vagy az alhidádén. Az állótengely közelítő függőlegessé tételének ellenőrzését szolgálja.
14. *Alhidádé csöves libellája:* az állótengely pontos függőlegessé tételének ellenőrzését szolgálja.
15. *Vízszintes kötő és irányító csavar:* az alhidádé műszertalphoz való kötését és finom elmozdulását szolgálja.
16. *Magassági kötő és irányító csavar:* a fekvőtengelyt köti a tartóoszlophoz, finom elmozdítást szolgál.
17. *Leolvasó mikroszkóp*: a vízszintes és magassági körön lehet leolvasni vele.
18. *Irányzó dioptria:* durva irányzásra szolgál

Teodolit működése:

Vízszintes irányérték leolvasása a mozdulatlan limbuszkörön. Az elmozduló alhidádén lévő index helyzetét olvassuk le úgy, hogy a limbusz 0 osztása esetleges.
Magassági (zenit) szög leolvasása a tartóoszlopon lévő vízszintes magassághoz képest, a magassági kör elmozdulását mérjük.

A teodolit vizsgálata

Alapfogalmak:
Állótengely: a teodolit az a képzeletbeli tengelye mely a mérés alatt függőleges.

Fekvőtengely: az a képzeletbeli tengely mely a mérés alatt vízszintes.

Irányvonal (kollimációs tengely): az objektív optikai középpontja és a szálkereszt metszéspontjába eső egyenes vonal.

A teodolit vizsgálatának a teodolittal szemben támasztott geometriai feltételekre irányul.

Geometriai feltételek:

az álló, fekvőtengely és az irányvonal egy pontban metszi egymást-ez a teodolit optikai középpontja.

az állótengely és a fekvőtengely egymásra merőleges, külön nem vizsgáljuk mert az esetleges merőlegességi hiba 2 távcsőállásból való méréssel kiesik.

az irányvonal merőleges a fekvőtengelyre. Az esetleges eltérés (kollimációs hiba) két távcsőállásban való méréssel kiesik.

az állótengely a vízszintes kör közepén halad át és merőleges rá. Ez kettő hibalehetőséget takar. A merőlegesség 2 távcsőállásban való méréssel kiesik, a külpontosság hibájának hatása csak csökkenthető elfordított limbuszkörökkel történő méréssel.

a fekvőtengely merőleges a magassági körre és a közepén halad keresztül UA. mint a 4. nél

az álláspont jelének az állótengely függőlegesébe kell lennie-> fél cm-en kell pontra állni, kényszer központosító berendezést kell használni.

A teodolitot vizsgálatra és igazításra rendszeres időközönként műszerlaborba kell küldeni.
A konkrét vizsgálatok közül csak az alhidádé libella vizsgálatát és a szálkereszt szálainak elmozdulását vizsgáljuk.

Pontraállás

Cél: a műszer (teodolit) állótengelye – illetve annak képzeletbeli meghosszabbítása menjen át az ismert (koordinátákkal rendelkező) pont terepen létesített jelölésén

LÉPÉSEI:

1. A műszerállványt, közel vízszintes fejezettel, közelítőleg az álláspont fölé állítjuk.
2. A teodolit felhelyezzük a műszerállványra, rögzítjük a kötőcsavarral.
3. Belenézünk az optikai vetítőbe, és a talpcsavarokkal beirányozzuk az álláspont megjelölésének képét.
4. A műszerlábak hosszának állításával a szelencés libella buborékját közelítőleg középre hozzuk, ha szükséges a talpcsavarokkal pontosítjuk.
5. Az állótengelyt az alhidádélibellával és a talpcsavarokkal szabatosan függőlegessé tesszük.

6. Ismét belenézünk az optikai vetítőbe és a kötőcsavart meglazítva, a teodolitot önmagával párhuzamosan eltolva (nem szabad elfordítani!) ismét beirányozzuk az álláspont megjelölésének képét. A kötőcsavar rögzítése után – ellenőrzésül – a műszert óvatosan körbeforgatjuk: az optikai vetítő irányvonalának mindenhol az álláspont megjelölésének képére kell mutatnia. Amennyiben lemozdul a pontról (egy kör mentén fordul el), úgy toljuk el a teodolitot, hogy a kör középpontja legyen az álláspont megjelölésének képe.

7. 7. Az 5.5 pont szerint ellenőrizzük az állótengely függőlegességét, hiba esetén az 5.3-5.5. pontban felsoroltakat megismételjük.

8. Pontraállás - normálpont

9. Az állótengelyt az alhidádélibellával és a talpcsavarokkal szabatosan függőlegessé tesszük.

   5.1 A műszert első főirányba forgatjuk, vagyis az alhidádélibellát két tetszőlegesen kiválasztott talpcsavar összeköt ő egyenesének irányába (az ún. első főirányba) állítjuk, majd leolvassuk a pozitív buborékvég (amelyik az igazítócsavar irányába esik) állását.

   5.2 A műszert az állótengely körül 180°-al átforgatjuk, és ismét leolvassuk a pozitív buborékvég állását. A két leolvasás számtani középértéke megadja a pozitív buborékvég normális állását, röviden a normálpontot.

   5.3 A műszert visszaforgatjuk első főirányba, és a két talpcsavar ellentétes irányú, egyenletes forgatásával a pozitív buborékvéget a normálpontra állítjuk. 5.4 A műszert a második főirányba forgatjuk, amely merőleges az első főirányra, vagyis az alhidádélibella a harmadik talpcsavar irányába áll. Ennek a talpcsavarnak a forgatásával a pozitív buborékvéget ismét a normálpontra állítjuk.

   5.4 Ekkor – ellenőrzésül – a műszert óvatosan körbeforgatjuk: a libella buborékja mindenhol a normálponton nyugszik meg.

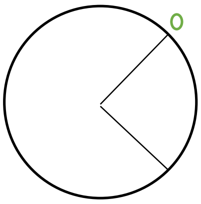
HTTP://USERS3.ML.MINDENKILAPJA.HU/USERS/FERENCZVIKTORIA/UPLOADS/VIZSZINTES_MERESEK.PDF

Mérés teodolittal

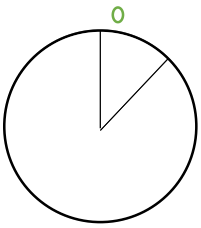
Méréseinket Theo010A műszerrel végezzük, melynek koincidenciás leolvasóberendezése van.

Szögmérés lépései:

1. A mérést először 1. távcsőállásban végezzük el, mely annyit jelent, hogy a főbb kezelőfelületek jobb oldalon találhatóak, illetve a zenitszög leolvasása 0° és 180° közé esik.



Vízszintes szög (limbuszkör 0 osztása és az adott irány által bezárt szög vízszintes vetülete a limbuszkörön, ezt irányértéknek fogjuk nevezni a számítások során)



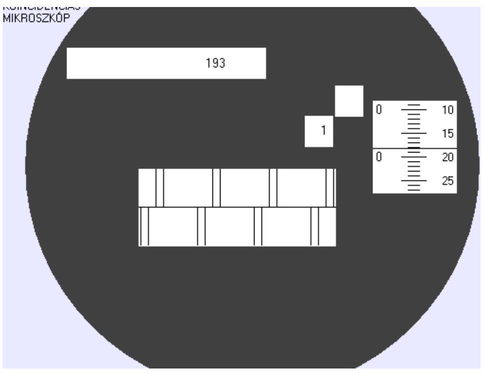
Zenitszög (A magassági kör nulla osztása a helyi függőlegest jelenti, a zenitszög pedig a helyi függőleges és a megirányzott pont magassági körön lévő vízszintes vetülete)

2. A durva irányzék segítségével nagyjából megirányozzuk a pontot.

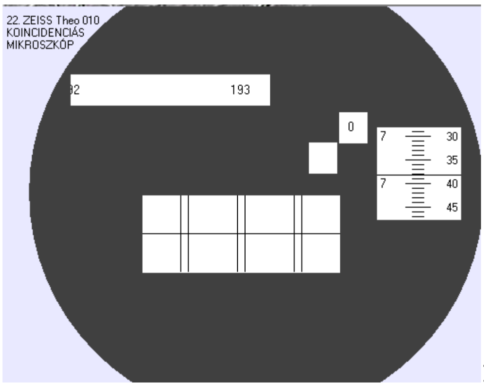
3. Megkötjük a magassági és vízszintes kötőcsavarokat.

4. Belenézünk a műszerbe majd a szálkeresztet és a képet élessé tesszük és a paránycsavarok segítségével pontosan megirányozzuk a pontot.

5. Majd belenézünk a leolvasóberendezésünkbe mely a következő képet fogja mutatni:



6. A koincidencia csavar segítségével az alsó vonalakat addig mozgatjuk, ameddig azok egy egyenesbe nem esnek. Ezután leolvassuk az értéket.

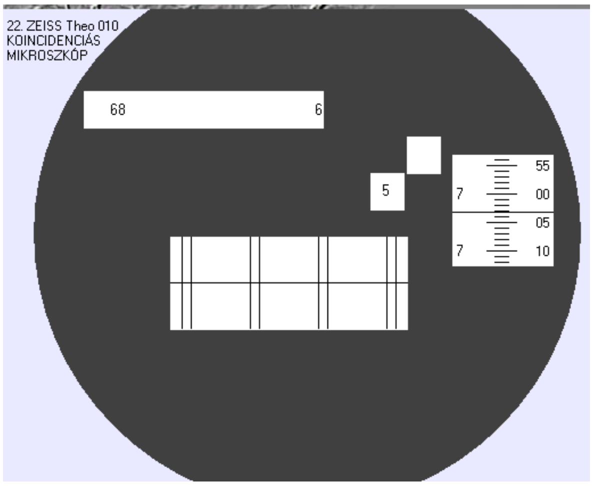


193-07-38

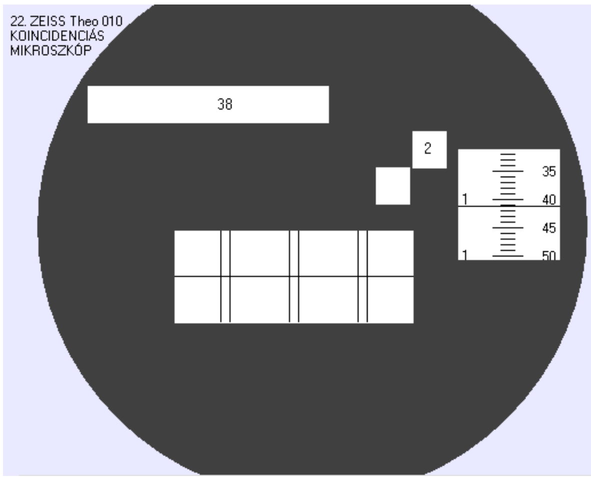
(A zenitszög leolvasása ugyanígy történik csak átváltunk a magassági szög leolvasásra az oldalt található Hz-V kapcsolóval, ahol a V jelenti a Zenitszöget a Hz pedig a vízszintes szöget)

7. A mérést második távcsőállásban megismételjük.

Leolvasások gyakorlása:



68-57-03



38-21-41

Vízszintes iránymérés:

A vízszintes szögméréseinket jellemzően kollimációhiba terheli, de ez két távcsőállásban kiejthető.

Kollimációhiba:

A vízszintes szögmérés egyik szabályos hibája - oka: az irányvonal nem merőleges a fekvőtengelyre - mértéke:$\xi = \frac{(l^{l}-l^{ll})-180°}{2}$, ahol I^{I} adott irányra vonatkozó leolvasás I. távcsőállásban I^{II} adott irányra vonatkozó leolvasás II. távcsőállásban.

A javított leolvasást úgy kapjuk meg, hogy ezt az értéket hozzáadjuk az első távcsőállásban leolvasott értékhez.

Magassági szögmérés:

Magassági szögméréseinket általában magassági indexhiba terheli, de ez 2 távcsőállásban szintén kiejthető.

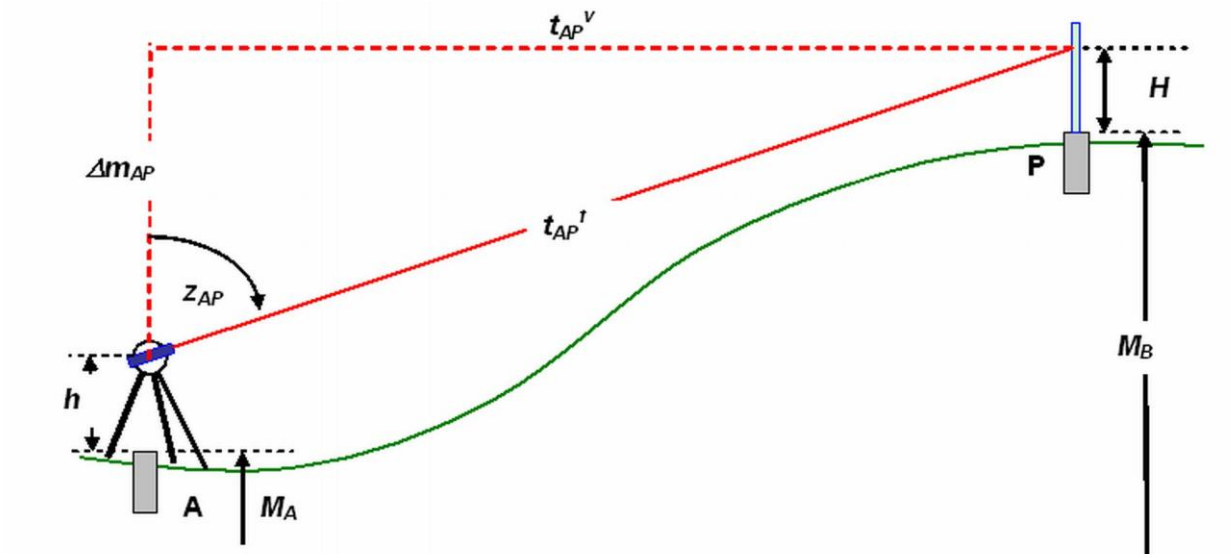
A két távcsőállásban vett mérések összegének 360°-nak kell lennie, a javítás értéke így a következőképpen számítható ki:

$$\Delta = \frac{360° - (Z_1 + Z_2)}{2}$$

Trigonometrikus magasságmérés

„A trigonometria magasságmérés a szintezés mellett a második legfontosabb hagyományos magasságmérési módszer melynek eredményeként az ismeretlen magasságú pont magasságát cm pontossággal tudjuk meghatározni. Napjaink földmérési műszaki gyakorlatának kettő ok miatt is gyakran alkalmazott módszere. Egyrészt a vízszintes alappontok magasságának meghatározása jellemzően egy időben történik a vízszintes koordináta meghatározással és ekkor trigonometriai magasságmérés mérési elemeinek gyűjtése leegyszerűsödik. Másrészt mérőállomással történő alappont koordináta meghatározás gyors korszerű és olcsó, alkalmazási lehetősége sokrétűbb, mint a szintezés esetén.

A trigonometria magasságmérés számítását a következő ábra jelöléseinek értelmezése alapján tudjuk elvégezni.



Adottnak tekintjük az „A” pont tengerszintfeletti magasságát (M_A). Mérjük az „A” ponton felállított teodolittal, mérőállomással a magassági kör beosztásának módja szerint régi műszereken az α magassági szöget, (mely a Z_{AP} szög 90 fokra való kiegészítése), vagy napjaink műszereivel a Z_{AP} zenitszöget. Mérjük továbbá a t_{AP}^f ferde távolságot az „A” és „P” pontok között általában mérőállomással, fizikai távmérővel, valamint egy kézi mérőszalaggal a műszerünk fekvőtengelyének a földmérési kő tetejétől mért magasságát, a műszermagasságot és a H jelmagasságot, amit a reflektor optikai középpontja magasságának tekintünk a „P” pont pontjelének felső síkjától mérve. Számítandó a „P” pont tengerszint feletti magassága az M_P.

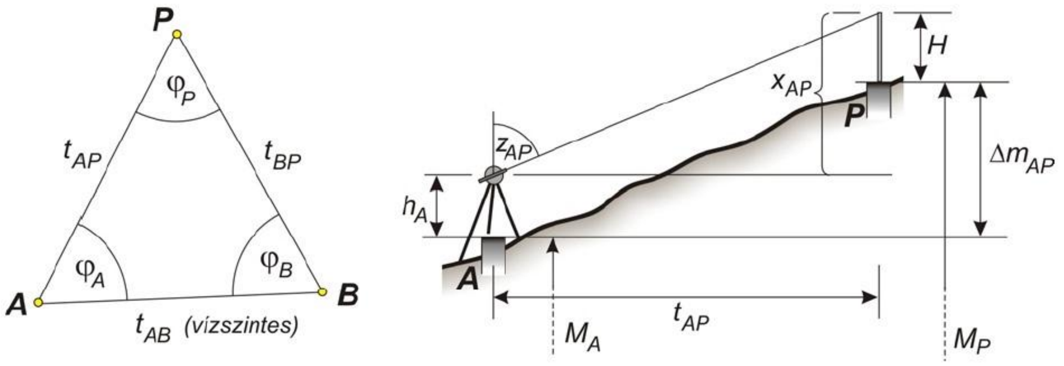
Az ábra alapján leolvasható, hogy a P pont magassága az $M_P = M_A + h + \Delta m - H$ képlettel kiszámítható. Az összefüggés elemei között csak a Δm magasságkülönbség ismeretlen. A Δm számítása t_{AP}^f és α ismeretében: $\Delta m = t_{AP}^f \cdot \sin \alpha$ összefüggéssel számítható, a t_{AP}^f és Z_{AP} ismeretében: $\Delta m = t_{AP}^f \cdot \cos Z_{AP}$ összefüggéssel számítható. Az a rész számítási megoldás is választható, hogy először kiszámítjuk a t_{AP}^v vízszintes távolságot, t_{AP}^f és α ismeretében: $t_{AP}^v = t_{AP}^f / \cos \alpha$ képlettel, a t_{AP}^f és Z_{AP} ismeretében: $t_{AP}^v = t_{AP}^f / \sin Z_{AP}$ képlettel, majd t_{AP}^v és α ismeretében: $\Delta m = t_{AP}^v \cdot \mathrm{tg}\, \alpha$ képlettel, t_{AP}^v és Z_{AP} ismeretében: $\Delta m = t_{AP}^v \cdot \mathrm{ctg}\, Z_{AP}$ képlettel.

A trigonometria magasság számítása az $M_P = M_A + h + \Delta m - H$ képlettel földgörbület és a refrakció együttes hatása miatt csak 400 méter vízszintes távolságig alkalmazható.” 400 m felett a mérésünkhöz hozzá kell adnunk a földgörbület és a refrakció együttes hatásából származó értéket amit a következő képlet segítségével számolhatunk ki:

$$\left(\frac{d^2}{2R}\right) * (1 - k)$$

http://www.kepzesevolucioja.hu/dmdocuments/4ap/20_2246_009_100915.pdf

Trigonometrikus magasságmérés számítása



Ismert: az álláspontunk magassága (M_A)

Mért: zenitszög (Z_{AP}) vagy magassági szög(α_{AP})

ferde távolság (t_{AP}^f) vagy vízszintes távolság (t_{AP}^v)

műszermagasság (h); jelmagasság (H)

Számítandó: M_P

$$M_P = M_A + h + \Delta M_{AP} - H$$
$$\Delta M_{AP} = \tan Z_{AP} * tv_{AP}$$
$$vagy$$
$$\Delta M_{AP} = \cos Z_{AP} * tf_{AP}$$
$$vagy$$
$$\Delta M_{AP} = \text{ctan}\, \alpha_{AP} * tv_{AP}$$
$$vagy$$
$$\Delta M_{AP} = \sin \alpha_{AP} * tf_{AP}$$

400m TÁVOLSÁG FELETT NE FELEJTSÜK EL HOZZÁADNI A FÖLDGÖRBÜLET ÉS A REFRAKCIÓ EGYÜTTES HATÁSÁBÓL SZÁRMAZÓ JAVÍTÁST!!!

$$\left(\frac{d^2}{2R}\right) * (1 - k)$$

Ahol R a föld sugara (6380 km) de számolásnál ezt m értékben kell felhasználni ami 6380000 m, a k pedig egy állandó amely területenként változó értékű Magyarországon ez az érték 0,13. Így 400 m felet a képlet a következő:

$$M_P = M_A + h + \Delta M_{AP} - H + \left(\frac{d^2}{2R}\right) * (1 - k)$$

Feladatok:

$M_A = 148{,}290\ m$ *tf*$_{AN}$*=873,91m* *Z*$_{AB}$*=84°18'29"* *h= 1,28m* *H=2,00m*

$M_A = 200{,}221 m$ *tf*$_{AN}$*=1200,21m* *Z*$_{AB}$*=92°48'09"* *h= 1,48m* *H=2,10m*

$M_A = 400{,}29$ *m* *tf*$_{AN}$*=500,91m* *Z*$_{AB}$*=89°12'30"* *h= 1,40m* *H=2,00m*

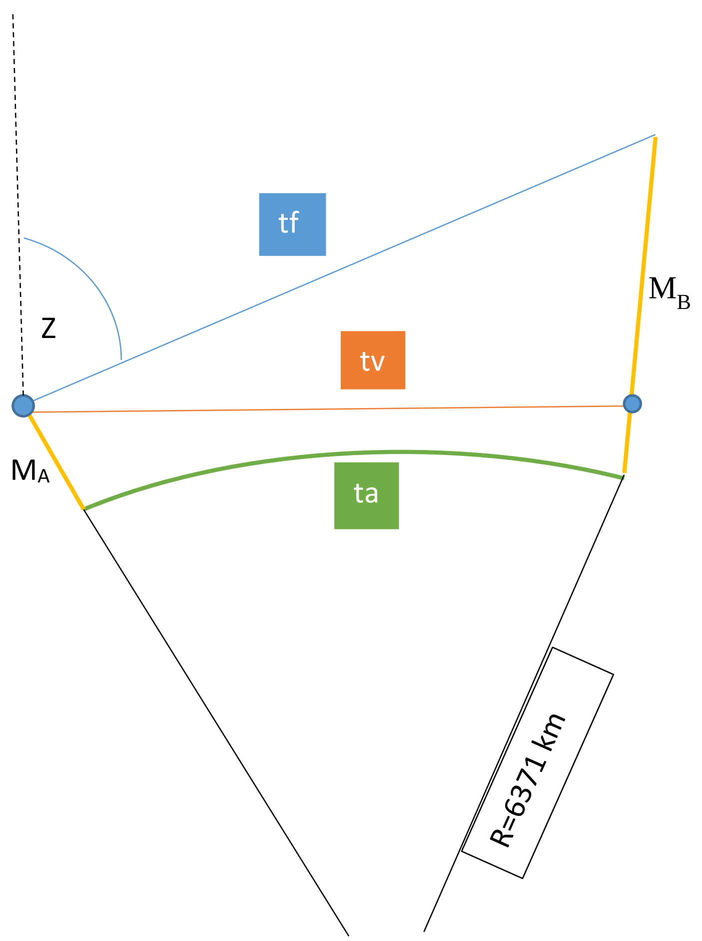
M$_B$*=236.196 m*

M$_B$*=147.747 m*

M$_B$*=407.374 m*

Ferde távolság redukálása az alapfelületre:

tf- ferde távolság, tv- vízszintes távolság, ta- alapfelületi távolság



A ferde távolsággal együtt megmérjük a *Zenit* is mely nem más, mint a függőlegessel bezárt szög, ebből számítható a vízszintes távolság $tv = ta * \sin Z$. A következő lépésen az alapfelületi távolság meghatározása következik. Mivel a távolságok melyeket redukálni szeretnénk nem olyan hosszúak, így a redukálás egy egyszerű aránypárral felírható.

Ismerjük: $M_{A,}$ M_B, R, tv,

Első lépésben a két pont magasságát ki kell közepelnünk majd ezután felírhatjuk az aránypárt.

$$M_k = \frac{M_A + M_B}{2}$$

$\frac{R+M_k}{R} : \frac{tv}{ta}$ ⟶ $\mathbf{t_a = \frac{R}{R+M_k} \times tv}$

Geodéziai alapfeladatok

Irányszög és távolságszámítás

Adottak: Y_A, X_A
Y_B, X_B

Számítandók:
δ_{AB} - két pont összekötő irány irányszöge
t_{AB} – két pont távolsága

$$\tan \delta_{AB} = \frac{\Delta Y_{AB}}{\Delta X_{AB}} = \frac{(Y_B - Y_A)}{(X_B - X_A)}$$

ebből

$$\delta_{AB} = \tan^{-1} \frac{(Y_B - Y_A)}{(X_B - X_A)}$$

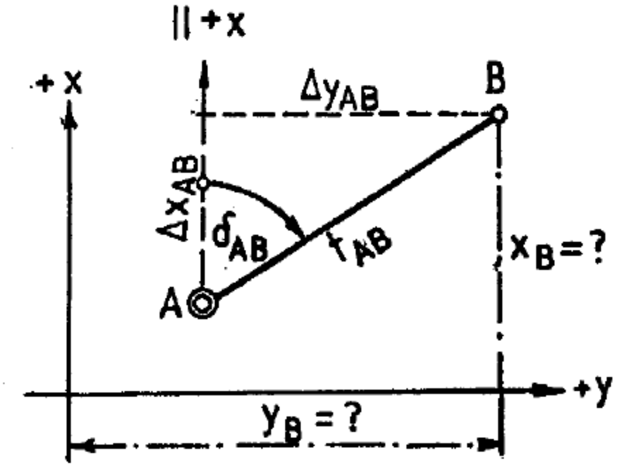
és

$$\delta_{BA} = \delta_{AB} \pm 180°$$

Az arcustangens végtelen sokértékű függvény, az irányszög azonban csak 0° és 360°közötti értéket vehet fel. A helyes érték kiválasztását lehetővé teszi a koordináta-különbségek előjele, amelyekből megállapíthatjuk, hogy az irányszög hányadik szögnegyedben található. Ha az arcustangens első szögnegyedben lévő főértékét ω-val jelöljük, az irányszöget az alábbi táblázat segítségével számíthatjuk ki:

szögnegyed	$(y_B - y_A)$	$(x_B - x_A)$	δ
I.	+	+	ω
II.	+	-	180°-ω
III.	-	-	180°+ω
IV.	-	+	360°-ω

Poláris pontszámítás



Adottak:

y_A , x_A

t_{AB} , δ_{AB} *vagy* δ'_{AB}

ahol a

δ_{AB} irányszög vagy

δ'_{AB} tájékozott irányérték

Számítandók a B pont koordinátái

y_B , x_B.

Az irányszög -és távolságszámítás fordított műveleteként, az ott bemutatott ábra alapján:

$$y_B = y_A + \Delta y_{AB} \quad , \quad ahol \quad \Delta y_{AB} = t_{AB} \cdot \sin\delta_{AB}$$
$$x_B = x_A + \Delta x_{AB} \qquad\qquad\qquad \Delta x_{AB} = t_{AB} \cdot \cos\delta_{AB}$$

így

$$y_B = y_A + t_{AB} \cdot \sin\delta_{AB}$$
$$x_B = x_A + t_{AB} \cdot \cos\delta_{AB}$$

Alapfeladatok elvégzése számológéppel

Számológép segítségével ezek a számítások könnyedén elvégezhetők, ugyanis minden számológépben ezek a számítások alapfunkciókén elérhetőek. Casio típusú számológépeknél a „Pol”(irányszög és távolságszámítás) és „Rec”(poláris pontszámítás) gombok segítségével Sharp típusú számológépeknél pedig „$\rightarrow r\theta$” és „$\rightarrow xy$” gombok segítségével. A program koordinátakülönbségből tudja kiszámítani az irányszöget és a távolságot és visszafelé is irányszögből és távolságból számolja a koordinátakülönbséget. Arra figyeljünk, hogy mindig az X koordinátakülönbséget írjuk előre poláris pontszámítás esetén pedig mindig a távolságot.

Geodéziai pontkapcsolások

1., A tiszta iránymérés lényege, hogy egy teodolittal az alappont sűrítés megoldható. Az 1790-es évekig szinte ez volt az egyetlen módszer.

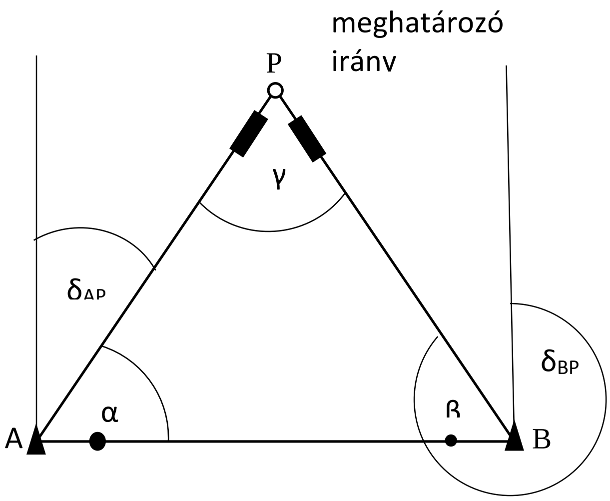
fajtái: Előmetszés
Oldalmetszés
Hátrametszés

Előmetszés:

Egy olyan tiszta irányméréses vízszintes alappont sűrítési módszer melynél legalább két ismert ponton felállunk szögmérő műszerrel, ezeken tájékozó irányokat mérünk és az új pontra meghatározó irányt. A gyakorlatban legalább 3 pontról történik az előmetszés. Optimális esetben az új pontot 4 pontból két független háromszöggel határozzuk meg.

fajtái: belső szöges
tájékozott irányértékes

Belső szöges előmetszés:



Ismert: A (y; x), B (y; x)
Mért: l_{AB}; l_{AP}; l_{BA}; l_{BP}
Számítandó: P (y; x)
Menete:
1, A tájékozása → δ_{AP}
B tájékozása → δ_{BP}

Y_B-Y_A $\xrightarrow{P}$ t_{AB} ; Y_B-Y_P

$\delta_{AB} - l_{AB} = Z_{AB} - l_{AP} = \delta_{AP}$

$\delta_{AB} \pm 180 = \delta_{BA} - l_{BA} = Z_{BA} + l_{BP} \rightarrow \delta_{BP}$

2, t_{AP} számítása sin tétellel

$\alpha = l_{AB} - l_{AP} = \delta_{AB} - \delta_{AP}$

$\beta = l_{BP} - l_{BA} = \delta_{BP} - \delta_{BA}$

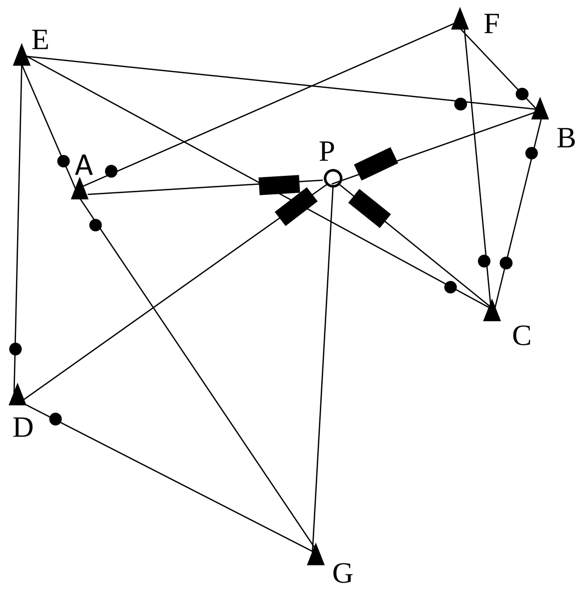
$\gamma = 180° - (\alpha + \beta)$

$\frac{t_{AP}}{t_{AB}} = \frac{\sin\beta}{\sin\gamma} \rightarrow t_{AP}$

3, Y_P, X_P poláris pont

δ_{AP}, t_{AP} $\xrightarrow{R}$ $\Delta Y_{AP} + Y_A = Y_P$; $\Delta X_{AP} + X_A = X_P$

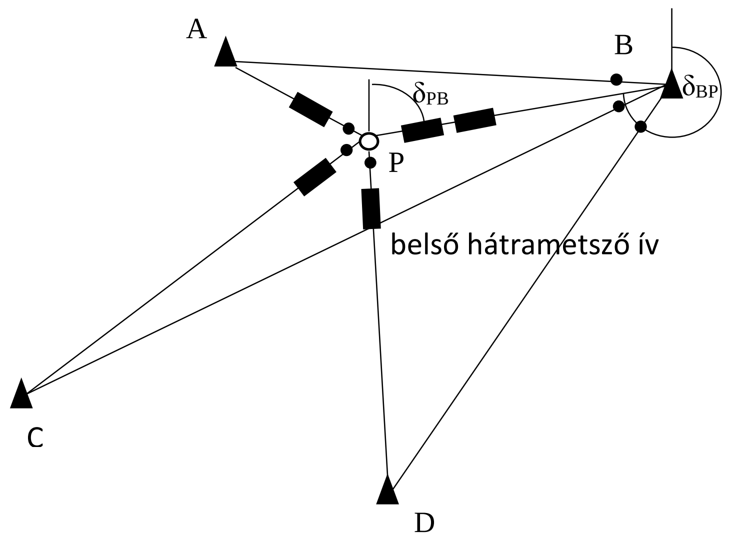
Tájékozott irányértékes előmetszés



Ismert: Y_i, X_i (i =A, B, C, D, E, F, G)
Mért: l_{Ai} (i=E, F, P, G)
l_{Bi} (i=F, E, C, P)
l_{Ci} (i=B, F, E, P)
l_{Di} (i=G, P, E)
Számítandó: Y_P, X_P
Menete: Kiválasztjuk a két ideális metszést adó háromszöget (Az új pontnál lévő szög közel 90°), majd az egyes háromszögekben kiszámítjuk az új pont koordinátáit (lásd: belső szöges előmetszés 1., 2., 3. lépés azzal a különbséggel, hogy az 1. lépésben annyi tájékozási szög lesz, ahány tájékozott irány volt. Súlyozott középtájékozási szöget kell képezni ahol a súly a távolság.
Végleges koordináta: A két háromszögből számított számtani középérték.

Oldalmetszés:

Egy olyan tiszta irányméréses vízszintes alappont sűrítésű módszer, melynél felállunk az ismeretlen ponton és legalább egy ismert ponton, és a mért iránysorozatokban egymásra is mérünk. Ma már ez nem jellemző.



Ismert: Y_i; X_i (i=A;B;C;D)
Mért: l_{BA}, l_{PB}, l_{BD}, l_{PA}, l_{BC}, l_{PC}, l_{BP}, l_{PD}
Számítandó: Y_p, X_P
Számítás menete:
1, $B\ táj \rightarrow \delta_{BP}$
2, δ_{PB}' képzése $180° \pm \delta_{BP}$
Mivel nem irányszögként számoltuk a P pontot a tájékozása szempontjából előzetesnek tekintjük.
3, P előzetes tájékozás

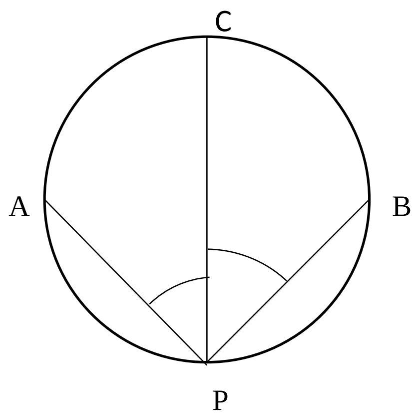
$$\left.\begin{matrix}\delta'_{PA}\\ \delta'_{PC}\\ \delta'_{PD}\end{matrix}\right\}\ \text{előzetes tájékozott irányérték}$$

$$\delta'_{PB} - l_{PB} = Z_{PB}'$$
$$Z_{PB}' - l_{PA} = \delta_{PA}'$$
$$Z_{PB}' - l_{PC} = \delta_{PC}'$$
$$Z_{PB}' - l_{PD} = \delta_{PD}'$$

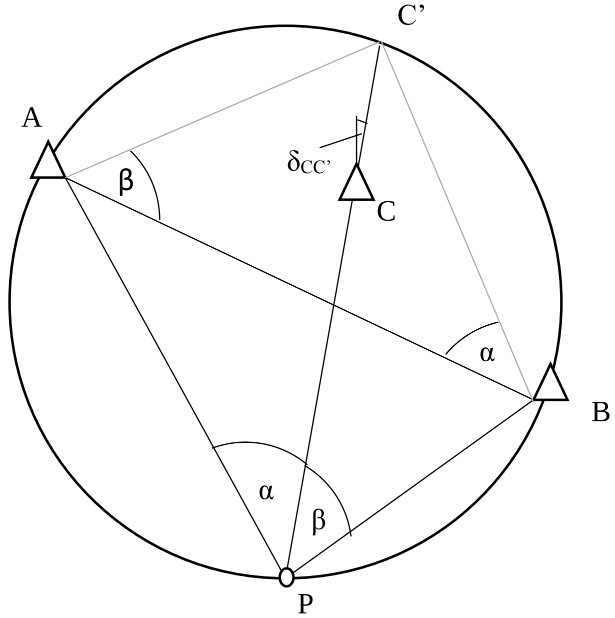
4, δ_{AP}'; δ_{CP}'; δ_{DP}' előzetes tájékozott irányérték képzése
$\delta_{AP}' = \delta_{PA}' \pm 180°$
$\delta_{CP}' = \delta_{PC}' \pm 180°$
$\delta_{DP}' = \delta_{PD}' \pm 180°$
5, A P pont koordinátáinak számítása előmetszéssel két független háromszögből.
6, Ellenőrzés: A P pont végleges tájékozása
1. δ_{PI}; t_{PI} II. geodéziai főfeladat
2. $Z_{PI} = \delta_{PI} - l_{PI}$
3. Z_K súlyozott középértékként
4. e irányeltérések számítása $Z_{PI} - Z_K = e$

Hátrametszés:

Egy olyan tiszta irányméréses vízszintes alappont sűrítésű módszer, ahol csak az ismeretlen ponton állunk fel és irányt mérünk legalább 3 ismert pontra. Az ismert pontok kiválasztásánál ügyelni kell a veszélyes kör közeli helyzetre.



veszélyes kör: az ismeretlen pont és a 3 ismert pont egy körön helyezkedik el. (Ugyanazon a körívhez tartozó kerületi szögek megegyeznek)
kiejtés: a C pont legyen a másik oldalon vagy közel/távol

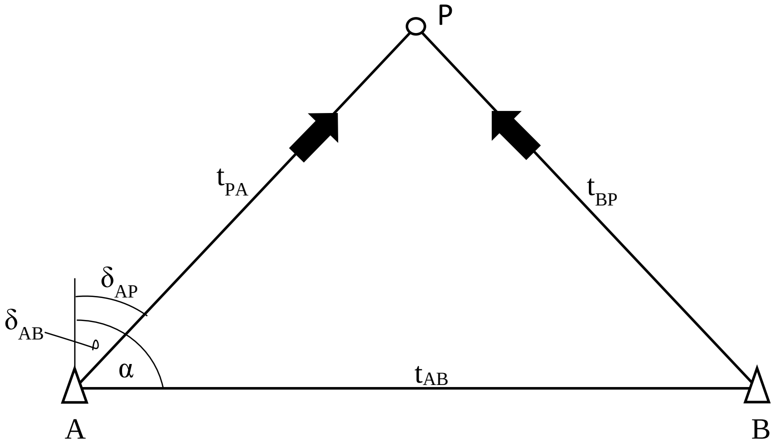


<u>Ismert:</u> $Y_I;X_I$ (i=A;B;C)
<u>Mért:</u> l_{PA}; l_{PC}; l_{PB}
<u>Számított:</u> $Y_P;X_P$

<u>Collins féle hátrametszés:</u>
1, Collins féle kör felvétele (kör az A;B;P ponton)
2, Collins féle segédpont felvétele (ahol a PC egyenes metszi a kört)
C' pont koordinátáinak számítása belső szöges előmetszéssel
3, $\delta_{C\text{-}C'}$ irányszög számítása II. Geodéziai főfeladattal
4, A P pont előzetes tájékozása mert a $\delta_{PC}=\delta_{CC'}$
5, Mert a $\delta_{PC} \rightarrow \delta_{CC'} - l_{PC} = Z_{PC'}$
$Z'_{PC} + l_{PA} = \delta'_{PA}$
$Z'_{PC} + l_{PB} = \delta_{PB}{}'$
6, δ_{AP}', δ_{BP}' képzése irányszögmegfordítással
7, P pont előmetszése két háromszögből
8, P pont végleges tájékozása, irányeltérés kimutatása

Ívmetszés:

Egy olyan tiszta távméréses vízszintes alappont sűrítésű módszer, ahol megmérjük az ismeretlen pont távolságát 2 ismert ponttól. Az 1970-es években terjedt el, ma ritkán használjuk.



<u>Ismert:</u> X_A; Y_A; X_B; Y_B;

<u>Mért:</u> t_{PA}; t_{PB}

<u>Számítandó:</u> X_P; Y_P

<u>Számítás menete:</u>

1, δ_{AB}; t_{AB} II. geodéziai főfeladat

2, α cos tétellel

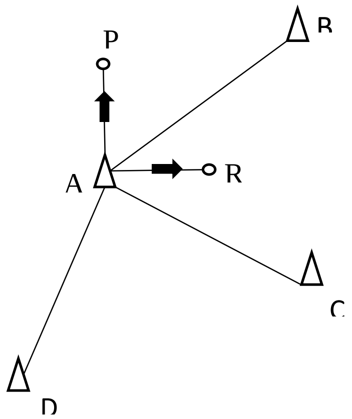
$$\alpha = \cos^{-1}\frac{t_{AP}{}^2 + t_{AB}{}^2 - t_{BP}{}^2}{2t_{AP} \times t_{AB}}$$

3, P pont koordinátáinak meghatározása poláris pontszámítással

$$\begin{matrix} \delta_{AP} = \delta_{AB} - \alpha \\ t_{AP} \end{matrix} \xrightarrow{R} \begin{matrix} \Delta Y_{AP} + Y_A = Y_P \\ \Delta X_{AP} + X_A = X_P \end{matrix}$$

Vegyes eljárások:

1, Poláris pontmeghatározás



<u>Ismert:</u> Y_i; X_i (i=A,B,C,D)

<u>Mért:</u> l_{AB}; l_{AC}; l_{AD}; l_{AP}; l_{AR};
t_{AP}; t_{AR}

<u>Számítandó:</u> Y_P; X_P; Y_R; X_R;

<u>Menete:</u>

1. „A" tájékozása→δ_{AP}; δ_{AR} tájékozott irányérték képzése

$$\left.\begin{matrix} \begin{matrix} Y_B - Y_A \\ X_B - X_A \end{matrix} \xrightarrow{P} \begin{matrix} \delta_{AB} - l_{AB} = Z_{AB} \\ t_{AB} \end{matrix} \\ \\ \begin{matrix} Y_B - Y_A \\ X_B - X_A \end{matrix} \xrightarrow{P} \begin{matrix} \delta_{AB} - l_{AB} = Z_{AB} \\ t_{AB} \end{matrix} \\ \\ \begin{matrix} Y_B - Y_A \\ X_B - X_A \end{matrix} \xrightarrow{P} \begin{matrix} \delta_{AB} - l_{AB} = Z_{AB} \\ t_{AB} \end{matrix} \end{matrix}\right\} \begin{matrix} Z_K \text{ (súly)} \\ Z_K + l_{AP} = \delta_{AP} \\ Z_K + l_{AR} = \delta_{AR} \end{matrix}$$

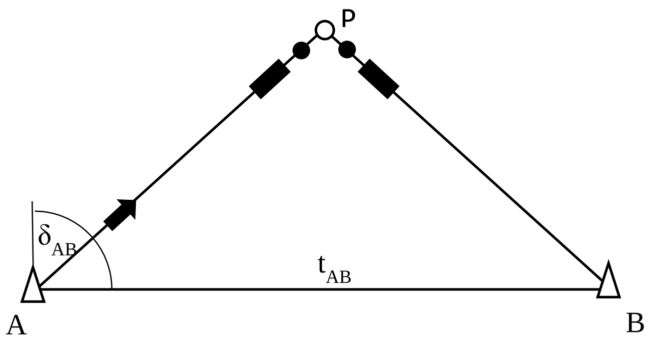
2. P, R pontok koordinátáinak számítása poláris pontként

$$\begin{matrix} \delta_{AP} \\ t_{AP} \end{matrix} \xrightarrow{R} \begin{matrix} \Delta Y_{AP} + Y_A = Y_P \\ \Delta X_{AP} + X_A = X_P \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \delta_{AR} \\ t_{AR} \end{matrix} \xrightarrow{R} \begin{matrix} \Delta Y_{AR} + Y_A = Y_R \\ \Delta X_{AR} + X_A = X_R \end{matrix}$$

Napjaikban a mérőállomással történő pontmeghatározás legjellemzőbb módszere.
Probléma: A P,R pontok megbízhatóságára nincs ellenőrzésünk, ezért mindent kétszer mérünk, számítunk. Továbbá, ha az irányzott pontok száma meghaladja a 20-at, akkor célszerű külön sorozatokba mérni az iránymérést a műszerláb elcsavarodása miatt.

Szabad álláspont meghatározás

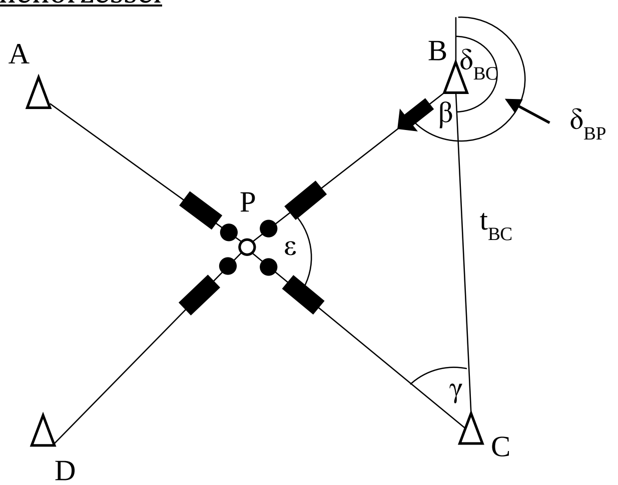


Ismert: Y_A; X_A
Y_B; X_B
Mért: l_{PA}; l_{PB}; t_{PA}
Számítandó: Y_P; X_P
A mérőállomással történő alappont meghatározás a második legjellemzőbb megoldás melynél vízszintes irányt és szöget mérünk vegyesen, általában az ismert pontról. A meghatározás minden esetben ábrafüggő, úgy kell meghatározni, hogy a pont végső meghatározása két háromszögből történjen.

1., δ_{AB}; t_{AB}
2., $\alpha = 180° - (\beta + \gamma)$
$\gamma = l_{PA} - l_{PB}$
$\beta = \sin^{-1} \frac{t_{AP}}{t_{AB}} \times \sin\gamma$
3., Poláris pontszámítás

$$\begin{matrix} \delta_{AB} - \alpha = \delta_{AP} \\ t_{AP} \end{matrix} \xrightarrow{R} \begin{matrix} \Delta Y_{AP} + Y_A = Y_P \\ \Delta X_{AP} + X_A = X_P \end{matrix}$$

Ellenőrzéssel



Ismert: X_i; Y_i (i: A, B, C, D)
Mért: l_{Pi} (i:A, B, C, D)
t_{PA}
Számítandó: X_P; Y_P
Mivel van fölös mérésünk cél a P pont előzetes tájékozása, az ismert pontokra menő előzetes tájékozott irányértékek képzése, majd ezek megfordítása után két háromszögből a pont előmetszése.

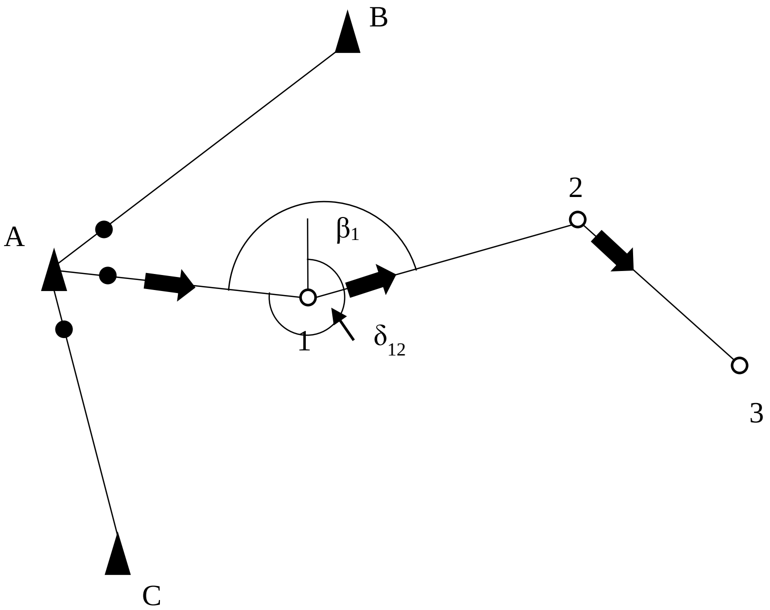
Menete:

1. PBC háromszögben a δ_{PB} (δ_{PC}) számítása
   $$\begin{matrix} Y_C - Y_B \\ X_C - X_B \end{matrix} \xrightarrow{P} \begin{matrix} \delta_{BC} \\ t_{BC} \end{matrix}$$
   $\varepsilon = l_{PC} - l_{PB}$
   $\gamma = \sin^{-1}(\frac{T_{PB}}{T_{BC}} \times \sin\varepsilon)$ $\qquad$ $\beta = 180° - (\gamma + \varepsilon)$
   $\delta_{BP} = \delta_{BC} - \beta$
   $\delta_{BP} \pm 180° = \delta_{BP}$
2. P pont előzetes tájékozása
   δ_{PC}'; δ_{PD}'; δ_{PA}' képzése (ugyanaz mint az oldal- és a hátrametszésnél)
3. δ_{CP}'; δ_{DP}'; δ_{AP}' előzetes tájékozott irányértékek képzése irányszögmegfordítással
4. P pont előmetszése két független háromszögből
5. P pont végleges tájékozása, irányeltérés képzése

Sokszögelés

Olyan vegyes vízszintes alappontsűrítésű módszer, amikor az újpontok koordinátáit egy ismert pontból indulva poláris pontok sorozataként határozzuk meg.
sokszögelés fajtái:

- szabad
- kétszeresen tájékozott sokszögvonal
- egyszeresen tájékozott sokszögvonal
- beillesztett sokszögvonal



Szabad sokszögvonal

Ismert: Y_i; X_i (i: A; B; C)
Mért: l_{AB}; l_{AC}; l_{A1}; t_{A1}
l_{1A}; l_{12}; t_{12}
l_{21}; l_{23}; t_{23}
Számítandó:
Y_1; X_1
Y_2; X_2
Y_3; X_3

Menete:

1. $A \rightarrow táj\ \delta_{A1}$
2. Y_1; X_1 koordinátáinak számítása

$$\begin{matrix} \delta_{A1} & \xrightarrow{R} & \Delta Y_{A1} + Y_A = Y_1 \\ t_{A1} & & \Delta X_{A1} + X_A = X_1 \end{matrix}$$

3. Y_2; X_2 koordinátáinak számítása

$\delta_{1\text{-}2}$

$\beta_1 = l_{12} - l_{1A}$
$\delta_{A1} \pm 180 = \delta_{1A}$
$\delta_{12} = \delta_{1A} + \beta_1$

$$\begin{matrix} \delta_{12} & \xrightarrow{R} & \Delta Y_{12} + Y_1 = Y_2 \\ t_{12} & & \Delta X_{12} + X_1 = X_2 \end{matrix}$$

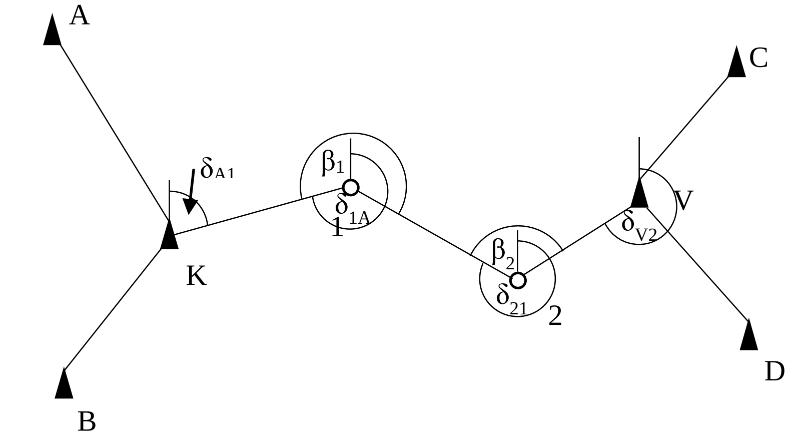
4. Y_3; X_3 koordinátáinak számítása

$\delta_{12} \pm 180 = \delta_{21}$
$\delta_{23} = \delta_{21} + \beta_2$
$\beta_2 = l_{23} - l_{21}$

$$\begin{matrix} \delta_{23} & & \Delta Y_{23} + Y_2 = Y_3 \\ t_{23} & & \Delta X_{23} + X_2 = X_3 \end{matrix}$$

Probléma: A tájékozáson kívül más számításra nincs ellenőrzésünk a hibahalmozódások csökkentése érdekében a szabad sokszögvonalnak legfeljebb 3 karja lehet. Ellenőrzésként mindent kétszer mérünk, vagy a 3-as ponton szögmérőműszerrel felállva ismert pontokra tájékozást végzünk.
A szabad sokszögvonalat kerülni kell!!!

Kétszeresen tájékozott sokszögvonal:



<u>Ismert</u>: Y_i; X_i (i=K; V; A; B; C; D)
<u>Mért</u>: l_{KA}; l_{KB}; l_{K1}; t_{K1}
l_{1K}; l_{12}; t_{12}
l_{21}; l_{23}; t_{23}
l_{V2}; l_{VC}; l_{VD}
<u>Számítandó</u>: X_i; Y_i (i=1; 2)
<u>Menete:</u>

1. K tájékozása δ_{K1}
2. V tájékozása δ_{V2}
3. $\beta = \beta_e - \beta_h$

4. φ szögzáró hiba képzése

(valójában javítás)
(K-V)

$$\varphi = 0 - (\cancel{\delta_{A1} \pm 180 + \beta_1} \pm 180 + \beta_2 + \beta_2 \pm 180 + (360 - \delta_{v2}))$$

δ_{12}

δ_{2V}

5. Szögzáró hiba ráosztása

A δ_{K1}; δ_{12}; δ_{2V}; és a δ_{V2}-re az álláspontok száma szerint maradék nélkül osztjuk el a hibát. (A hibaelosztás elve: Minden állásponton ugyanannyi hibát követhettem el.)

6. Sokszög oldalvetületek képzése I. számú geodéziai főfeladattal

$\delta_i \xrightarrow{R} \Delta Y_i$
$t_i \quad\quad \Delta X_i$

7. Hosszzáró hiba képzése (valójában javítás)

$$d_Y\ \underbrace{(Y_V - Y_K)}_{K} - \underbrace{(\Delta Y_{K1} + \Delta Y_{12} + \Delta Y_{2V})}_{\Sigma Y_i}$$

$$d_X\ \underbrace{(X_V - X_K)}_{K} - \underbrace{(\Delta X_{K1} + \Delta X_{12} + \Delta X_{2V})}_{\Sigma X_i}$$

$$d = \sqrt{{d_Y}^2 + {d_x}^2}$$

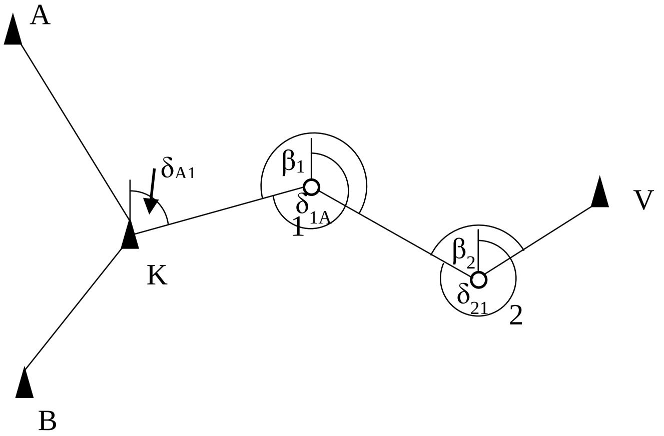
vonalas záró hiba
Azért számítjuk mert a szakmai szabályzat erre ad hibahatárt.

8. A d_Y és a d_X szétosztása maradék nélkül (Hibaelosztás elve: a sokszög oldalhosszak arányában osztjuk szét, mert feltételezzük, hogy hosszabb távon nagyobbat hibáztunk
9. A sokszögpontok végleges koordinátáinak számítása

$$Y_i = Y_{i-1} + \Delta Y_i + d_{Y_j}$$
$$X_i = X_{i-1} + \Delta X_i + d_{X_j}$$

Egyszeresen tájékozott sokszögvonal

Olyan sokszögvonal melynek kezdő és végpontja ismert pont, de csak a kezdőponton mérünk tájékozó irányokat, így szögzáró hiba nem, csak hosszzáró hiba számítható

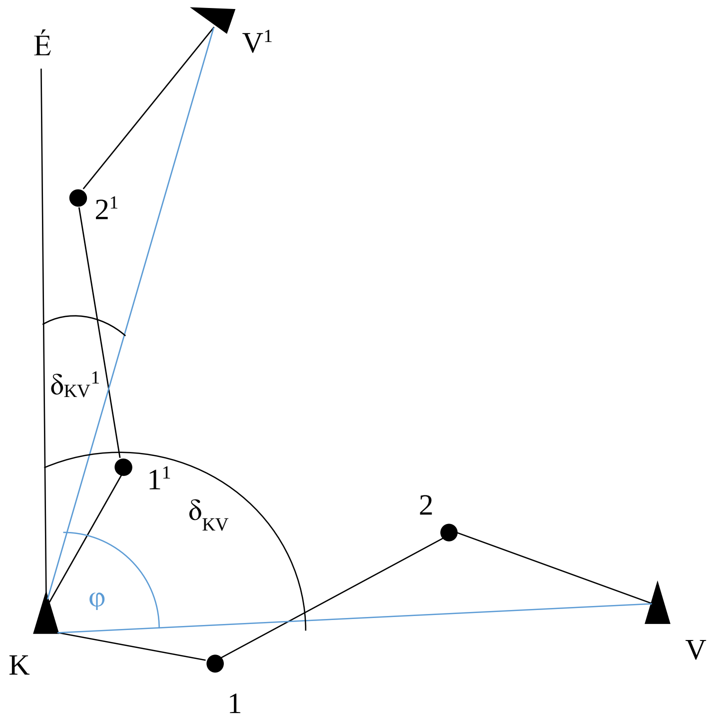


Ismert: Y_i; X_i (i=K,V,A,B)
Mért: l_{KA}; l_{KB}; l_{K1}; t_{K1}
l_{1K}; l_{12}; t_{12}
l_{21}; l_{2V}; t_{2V}
Számítandó: X_i; Y_i (i=1; 2)
Menete:

1. K tájékozása δ_{K1}
2. β törésszögek képzése
3. δ_{12}; δ_{2V} tájékozott irányérték képzése irányszög átvitellel
   $\delta_{12} = \delta_{K1} \pm 180° + \beta_1$
   $\delta_{2V} = \delta_{12} \pm 180° + \beta_2$
4. Sokszög oldalvetületek képzése I. geod. főfeladattal
   $\delta i \xrightarrow{R} \Delta Yi$
   $ti \qquad \Delta Xi$
5. Hosszzáró hiba képzése (valójában javítás)
   $$d_Y\ \underbrace{(Y_V - Y_K)}_{K} - \underbrace{(\Delta Y_{K1} + \Delta Y_{12} + \Delta Y_{2V})}_{\Sigma Y_i}$$
   $$d_X\ \underbrace{(X_V - X_K)}_{K} - \underbrace{(\Delta X_{K1} + \Delta X_{12} + \Delta X_{2V})}_{\Sigma X_i}$$
   $$d = \sqrt{{d_Y}^2 + {d_x}^2}$$
   vonalas záró hiba
6. A d_Y és a d_x szétosztása maradék nélkül (Hibaelosztás elve: a sokszög oldalhosszak arányában osztjuk szét, mert feltételezzük, hogy hosszabb távon nagyobbat hibáztunk
7. A sokszögpontok végleges koordinátáinak számítása
   $$Y_i = Y_{i-1} + \Delta Y_i + d_{Y_j}$$
   $$X_i = X_{i-1} + \Delta X_i + d_{X_j}$$

Beillesztett sokszögvonal

Olyan sokszögvonal melynek kezdő és végpontja ismert, de egyikről se látszik tájékozó irány.



Szögzáró hiba nem hosszzáró hiba számítható.

Ismert: Y_i; X_i (i=K,V)

Mért: l_{1K}; l_{12}; t_{12}; t_{1K}

l_{21}; l_{2V}; t_{2V}

Számítandó: X_i; Y_i (i=1; 2)z

Ha δ_{K1}=0 akkor $\varphi = \delta_{K1}$

δ_{KV}

t_{KV}

$$\begin{matrix} \delta_{K1}' = 0 \\ t_{K1}' = t_k' \end{matrix} \xrightarrow{R} \begin{matrix} \Delta Y_{K1}' + Y_A = Y_1' \\ \Delta X_{K1}' + X_A = X_1' \end{matrix}$$

$\delta_{12} = \delta_{K1}' \pm 180 + \beta$ ... igen a fiktív V pont koordinátái poláris pontok sorozataként kiszámítható.

1. Y_V'; X_V' fiktív végpont koordinátáinak számítása poláris pontok sorozataként úgy, hogy a δ_{K1}'=0 és a β-ákat l_e-l_h képlettel képezzük, a távolságoknál pedig a mért értékeket használjuk.
2. δ_{KV} és δ_{KV}' valamint t_{KV} és t_{KV}' számítása II. geod. főfeladattal.
3. φ elfordulási szög számítása
   $\varphi = \delta_{KV} - \delta_{KV}'$
   $t_{KV} = t_{KV}'$ (A vonal hosszától függően 10-20 cm eltéréssel)
4. Az első lépésben kiszámolt fiktív δ tájékozott irányértékek javítása a φ elfordulási szöggel
5. Sokszög oldalvetületek képzése I. geod. főfeladattal
   $$\begin{matrix} \delta i \\ ti \end{matrix} \xrightarrow{R} \begin{matrix} \Delta Yi \\ \Delta Xi \end{matrix}$$
6. Hosszzáró hiba képzése (valójában javítás)
   $$d_Y\ \underbrace{(Y_V - Y_K)}_{K} - \underbrace{(\Delta Y_{K1} + \Delta Y_{12} + \Delta Y_{2V})}_{\Sigma Y_i}$$
   $$d_X\ \underbrace{(X_V - X_K)}_{K} - \underbrace{(\Delta X_{K1} + \Delta X_{12} + \Delta X_{2V})}_{\Sigma X_i}$$
   $$d = \sqrt{{d_Y}^2 + {d_x}^2}$$
   vonalas záró hiba
7. A d_Y és a d_X szétosztása maradék nélkül (Hibaelosztás elve: a sokszög oldalhosszak arányában osztjuk szét, mert feltételezzük, hogy hosszabb távon nagyobbat hibáztunk
8. A sokszögpontok végleges koordinátáinak számítása
   $Y_i = Y_{i-1} + \Delta Y_i + d_{Y_j}$ $X_i = X_{i-1} + \Delta X_i + d_{X_j}$

Irodalomjegyzék

KRAUTER A.: GEODÉZIA. MŰEGYETEMI KIADÓ, BUDAPEST, 2002.

HTTP://WWW.AGT.BME.HU/BMEEOAFAT08