Examen de ELECTROMAGNETISMO **22/12/2016**
Instituto de Física – Facultad de Ingeniería

1. Sea una esfera aislada hueca, de radio interior a y radio exterior b, formada por un material de conductividad g. La densidad volumétrica de carga libre inicial es $\rho(r, t=0) = \rho_0$ (uniforme) en la región $a < r < b$, y las densidades superficiales de carga libre en $r = a$ y $r = b$ son nulas inicialmente.

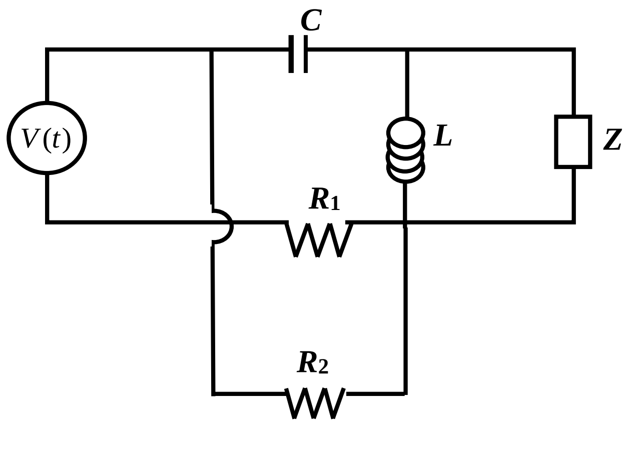
a) Considere que el material tiene una permitividad dieléctrica ε_0. Calcular la densidad volumétrica de carga libre $\rho(r, t)$ y la densidad de corriente $\vec{J}(r,t)$. Calcular la densidad de superficial de carga libre $\sigma(r = a, t)$ y $\sigma(r = b, t)$.

b) Suponga ahora que el material tiene una polarización $\vec{P} = P_0\vec{e}_r$ (siendo $\vec{e}_r$ un versor radial, y P_0 constante). Calcule la densidad volumétrica de carga libre.

2. Considere el circuito mostrado en la figura, el cual está formado por un condensador (C), una inductancia (L), dos resistencias (R_1 y R_2) y una impedancia (Z). El circuito está alimentado por una fuente de fem sinusoidal $V(t)$ de frecuencia w y amplitud V_0.

a) Suponga que la impedancia Z es un condensador de capacidad C'. Hallar el valor de C' para el cual la potencia media disipada en la resistencia R_1 es $\frac{V_0{}^2 R_1}{2(R_1+R_2)^2}$.

b) Suponga ahora que la impedancia Z es una bobina de inductancia L'. Hallar el valor de L' tal que la potencia media disipada en la resistencia R_2 sea nula. (Nota: suponga que $w^2CL > 1$, y desprecie la inducción mutua entre las inductancias).



3. Se considera un cilindro macizo de cobre, de radio R y espesor e, con conductividad g, colocado en el entrehierro (de ancho e) del circuito magnético de la figura. La bobina tiene N espiras y por ella circula una corriente $I(t)=I_0 \cos(\omega t)$. La longitud media del circuito magnético es ℓ y la sección transversal (circular) es uniforme. La permeabilidad del material magnético es μ ($>>\mu_0$), y la permeabilidad del cobre es aproximadamente μ_0. (**Nota**: Realice un esquema indicando dirección y sentido de los campos vectoriales).

a) Hallar el vector inducción magnética ($\vec{B}$) en el circuito magnético. (Desprecie el campo magnético debido a las corrientes inducidas en el cobre).
b) Hallar la densidad de corriente (J) inducida en el cilindro de cobre.
c) Hallar la potencia media disipada en el cobre por efecto Joule debido a las corrientes inducidas.

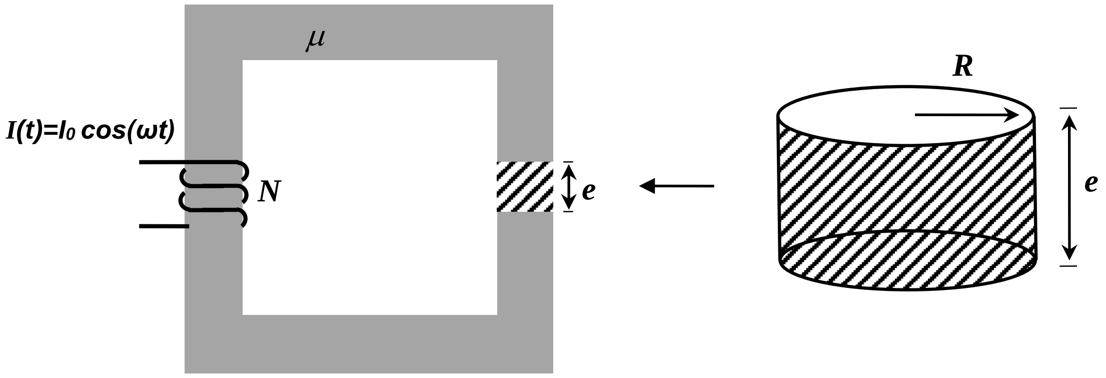


TABLA DE OPERADORES DIFERENCIALES

	Cartesianas	Cilíndricas	Esféricas
$\nabla\psi$	$\frac{\partial\psi}{\partial x}\hat{i}+\frac{\partial\psi}{\partial y}\hat{j}+\frac{\partial\psi}{\partial z}\hat{k}$	$\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\hat{\rho}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\hat{\varphi}+\frac{\partial\psi}{\partial z}\hat{z}$	$\frac{\partial\psi}{\partial r}\hat{r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\hat{\theta}+\frac{1}{r\,sen\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi}\hat{\varphi}$
$\nabla\cdot A$	$\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho A_\rho)}{\partial\rho}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}+\frac{\partial A_z}{\partial z}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2A_r)}{\partial r}+\frac{1}{r\,sen\theta}\frac{\partial(sen\theta A_\theta)}{\partial\theta}+$ $+\frac{1}{r\,sen\theta}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi}$
$\nabla\wedge A$	$\left[\frac{\partial A_z}{\partial y}-\frac{\partial A_y}{\partial z}\right]\hat{i}+$ $+\left[\frac{\partial A_x}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial x}\right]\hat{j}+$ $+\left[\frac{\partial A_y}{\partial x}-\frac{\partial A_x}{\partial y}\right]\hat{k}$	$\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial A_z}{\partial\varphi}-\frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right]\hat{\rho}+$ $+\left[\frac{\partial A_\rho}{\partial z}-\frac{\partial A_z}{\partial\rho}\right]\hat{\varphi}+$ $+\frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial(\rho A_\varphi)}{\partial\rho}-\frac{\partial A_\rho}{\partial\varphi}\right]\hat{k}$	$\frac{1}{r\,sen\theta}\left[\frac{\partial(sen\theta\,A_\varphi)}{\partial\theta}-\frac{\partial A_\theta}{\partial\varphi}\right]\hat{r}+$ $+\left[\frac{1}{r\,sen\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\varphi}-\frac{1}{r}\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}\right]\hat{\theta}+$ $+\frac{1}{r}\left[\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r}-\frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right]\hat{\varphi}$
$\nabla^2\psi$	$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}\left[\rho\frac{\partial\psi}{\partial\rho}\right]+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}$	$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left[r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right]+\frac{1}{r^2\,sen\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[sen\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right]$ $+\frac{1}{r^2\,sen^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}$

Aprobación del Examen: Para la aprobación del examen se requerirá tener 1.5 problemas correctos.