

Universidade Federal de Goiás – UFG
Departamento de Engenharia de Minas – Campus Catalão

**ANÁLISE DE RESISTÊNCIA DE PILARES DE SEÇÃO
QUADRADA E RETANGULAR**

RAFAEL GONÇALVES ARAÚJO

CATALÃO, GO

2013

RAFAEL GONÇALVES ARAÚJO

**ANÁLISE DE RESISTÊNCIA DE PILARES DE SEÇÃO
QUADRADA E RETANGULAR**

CATALÃO, GO

2013

RAFAEL GONÇALVES ARAÚJO

**ANÁLISE DE RESISTÊNCIA DE PILARES DE SEÇÃO
QUADRADA E RETANGULAR**

Trabalho apresentado ao departamento de Engenharia de Minas da Universidade Federal de Goiás, Campus Catalão, como requisito parcial para a obtenção do título de Graduado em Engenharia de Minas.

Orientador: Prof. Alcides E. Cano Nunez

CATALÃO, GO

2013

RAFAEL GONÇALVES ARAÚJO

ANÁLISE DE RESISTÊNCIA DE PILARES DE SEÇÃO

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
BSCAC/UFG

A663a Araújo, Rafael Gonçalves.
Análise de resistência de pilares de seção quadrada e retangular
[manuscrito] / Rafael Gonçalves Araújo. - 2013.
41 f. : il., figs., tabs.

Orientador: Prof^o. Alcides E. Cano Nunez.
Monografia (Graduação) – Universidade Federal de Goiás, Campus
Catalão, Departamento de Engenharia de Minas, 2013.

Bibliografia.
Inclui figuras e tabelas.

1. Análise – resistência. 2. Câmara – pilares. 3. Seção – pilar. 4.
Mineração – subterrânea. 5. Fator – segurança. I. Título.

CDU: 624.012.45

CATALÃO, GO

2013

ANÁLISE DE RESISTÊNCIA DE PILARES DE SEÇÃO QUADRADA E RETANGULAR

AUTOR: RAFAEL GONÇALVES ARAÚJO

Esta dissertação foi apresentada em sessão publica e aprovada em _____ de _____ de 2013, pela Banca Examinadora composta pelos seguintes membros.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Vidal Félix Navarro Torres

Prof. Dr. Alcides Eloi Cano Nunez

Prof^ª. Dr^ª. Maria Tereza da Silva Melo

RESUMO

Um dos métodos aplicados em mineração subterrânea é “CÂMARAS E PILARES”; O método é flexível e passível de mecanização, mas exige elevado conhecimento geotécnico do material. A relevância de uma seção deve-se ao fato que o pilar seja capaz de se manter estável à solicitação de carregamento. A resistência de um pilar é função de suas dimensões, das amplitudes dos vãos e do tipo de rocha. Para escolher um pilar devemos entender os critérios de ruptura, os quais envolvem o estado de tensões de um pilar. Um pilar de seção quadrada uniformemente distribuída pode garantir estabilidade. Para que isso aconteça, os parâmetros geotécnicos do maciço deverão ser considerados, juntamente com as condições dos contatos na base e no topo, com fins de atribuir as variáveis adequadas. Um pilar de seção retangular se caracteriza pela boa capacidade de suporte devido à distribuição da carga numa seção com predomínio de comprimento permitindo uniformizar a carga em contraste com o pilar de seção quadrada com carga concentrada. Mesmo assim deverá satisfazer certos critérios de resistência que são diferentes do pilar de seção quadrada. As equações de Overt & Duvall que seguem o critério de ruptura de Mohr Coulomb serão adaptadas para dimensionar pilares com seção retangular. É necessário conhecer as principais respostas de um pilar quando exposto à um carregamento uniaxial, para isso devemos conhecer também as principais fases de deterioração de um pilar de modo que seja possível detectar o problema antes do colapso do pilar.

Palavras-chave: análise de resistência, câmaras e pilares, seção do pilar, mineração subterrânea, fator de segurança.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Desenho esquemático do método Câmaras e Pilares	6
Figura 2 - Ciclo de uma lavra pelo método Câmaras e Pilares	9
Figura 3 - Arranjo espacial dos pilares e dos stopes de produção.....	11
Figura 4 - Redistribuição de tensões em um pilar.....	12
Figura 5 - Deterioração progressiva de um pilar.....	13
Figura 6 - Principais modos de resposta de um pilar	14
Figura 7 - Design de um Pilar Barreira.....	15
Figura 8 - Desenho esquemático da área tributária de um pilar.....	17
Figura 9 - Principais módulos de tensão vertical em função da profundidade em diversas regiões do mundo.....	18
Figura 10 - Ábaco usado para definir o fator K.	19
Figura 11 - Gráfico do Fator de Segurança em função do espaçamento entre os pilares	30

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Dados provenientes das propriedades das rochas	26
Tabela 2 – Resistência à compressão uniaxial a partir do efeito escala	26
Tabela 3 – Dados de entrada no dimensionamento do fator de segurança de um pilar retangular	27
Tabela 4 - Dados de entrada no dimensionamento do fator de segurança de um pilar quadrado	27
Tabela 5 – Fator de Segurança para pilar quadrado e retangular a partir do espaçamento entre os pilares.....	28

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	OBJETIVOS.....	3
2.1	Objetivos Gerais	3
2.2	Objetivos Específicos	3
3	JUSTIFICATIVA	4
4	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	5
4.1	Método Câmaras e Pilares.....	5
4.1.1	Definição	5
4.1.2	Aplicabilidade.....	6
4.1.3	Desenvolvimento	7
4.1.4	Lavra	7
4.1.5	Vantagens	9
4.1.6	Desvantagens	9
4.2	Componentes de uma estrutura suportada por pilares	10
4.3	Principais resposta dos pilares à tensões.....	11
4.3.1	Pilar carregado de forma uniaxial.....	11
4.3.2	Pilar de seção retangular.....	15
4.4	Técnicas de dimensionamento de pilares.....	16
4.4.1	Método da área tributária.....	16
5	APLICAÇÃO PRÁTICA.....	26
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	31
7	REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	33

1 INTRODUÇÃO

O método câmaras e pilares é um método de lavra subterrânea que visa extrair a maior quantidade de minério possível, deixando pilares de rocha como forma de sustentação dos painéis.

O dimensionamento dos pilares demanda estudos de campo, testes laboratoriais e o dimensionamento propriamente dito, através de equações já consolidadas que estimam as tensões in situ, tensões aplicadas no pilar e tensão de resistência com embasamento na disciplina de mecânica das rochas.

Os pilares são dimensionados para não entrar em colapso, mesmo assim apresentam aspectos físicos de cada fase da deterioração do pilar. Além disso, é possível perceber os diferentes modos de resposta que um pilar apresenta frente ao esforço ao qual é submetido.

A legislação brasileira para mineração subterrânea exige que as estruturas de sustentação permaneçam intactas não somente durante a lavra oferecendo segurança aos trabalhadores e equipamentos, mas também durante longo prazo com o intuito de evitar subsidência e maiores impactos ambientais.

No Brasil, ainda são poucas as obras publicadas na área de geotecnia, contando com obras publicadas por profissionais formados do ramo da obra civil e alguns engenheiros de minas e geólogos.

Por outro lado, a exploração de jazidas cada vez mais profundas associada ao incremento da necessidade de segurança, tem levado as empresas mineradoras a investir maiores quantidades de recursos em estudos de caracterização geomecânica de maciços.

É necessária uma conscientização por parte das mineradoras e instituições de ensino que o fomento aos estudos geotécnicos é fundamental para a mineração do futuro, pois a tendência é buscar os métodos de exploração subterrâneos, visto que as jazidas se encontram cada vez mais profundas e acarretam em menor impacto ambiental diante da pequena movimentação de material quando comparado aos

métodos de lavra superficial, diminuição do impacto visual e melhor aproveitamento do espaço.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVOS GERAIS

O Trabalho de Conclusão de Curso a ser realizado tem o objetivo de realizar uma revisão bibliográfica do método “Câmaras e Pilares” juntamente com o estudo das características geomecânicas de um maciço rochoso, bem como o comportamento dos pilares conforme a sua disposição geométrica.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os objetivos específicos deste trabalho baseiam-se em diferenciar as vantagens da seção adequada para um pilar de modo que se experimentarão as seções quadrada e retangular, considerando as variáveis necessárias e os fatores de desenho com o objetivo de não atingir o esforço de ruptura, para o qual se pressupõe um maciço isotrópico.

A diferenciação do comportamento dos pilares através de suas disposições geométricas se dará através de gráficos, equações e métodos já conhecidos.

3 JUSTIFICATIVA

Os métodos de lavra subterrânea têm tido uma atenção especial nos últimos anos, principalmente no que diz respeito à redução de impactos ambientais, mas o principal problema desses métodos, dentre eles o de “Câmaras e Pilares”, é o custo elevado para desenvolvimento do método.

Diante de tal afirmativa, é dada a importância do estudo do comportamento de pilares, pois este irá apresentar qual o tipo de pilar apresenta a melhor resistência ao esforço de escoamento. A partir da escolha do melhor pilar pelo fator de segurança, obtêm-se melhores resultados de recuperação de minério a menores custos.

4 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

4.1 MÉTODO CÂMARAS E PILARES

4.1.1 DEFINIÇÃO

No método câmaras e pilares, o desmonte é feito com avanço de várias aberturas paralelas, convenientemente espaçadas, deixando-se porções do minério para formar pilares, de dimensões e formas adequadas, que limitam os vãos das aberturas e promovem a sustentação do teto. Apesar de parte do minério deixado em pilares pode ser extraída (“robbing”) como operação final de lavra, esse minério usualmente é considerado como não recuperável. O método é econômico e produtivo quando comparado a outros métodos (corte e enchimento e shrinkage), facilmente mecanizado e relativamente fácil de desenvolver. (Hustrulid, 1982)

O método câmaras e pilares aplica-se à corpos de minério na horizontal ou com baixo ângulo de mergulho. É desenvolvido em aberturas em formas de stopes, e em rochas razoavelmente competentes, onde o teto é suportado inicialmente por pilares.

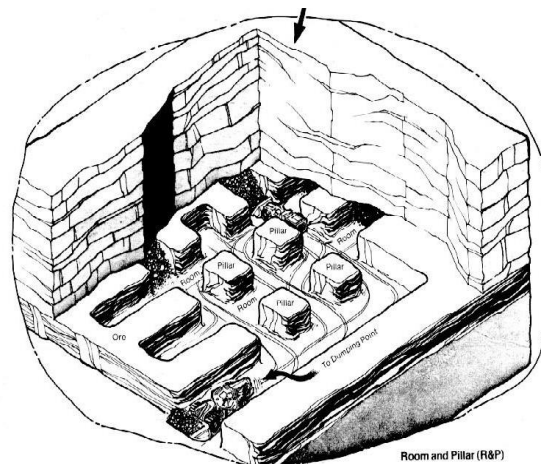
Mais comumente usado em minas com mergulho de 0 a 25 graus, o método “longwall” é uma derivação do método câmaras e pilares e é muito comum, onde o carvão ou outro minério é extraído de câmaras regularmente retangulares ou entradas no corpo de minério, deixando partes de minério entre as entradas em forma de “pilares” suportando a capa. (Hartman, 1996)

Os pilares são arranjados de forma padrão ou em uma malha, para simplificar o planejamento e operação conforme figura 1. Podem ser de qualquer forma, mas geralmente são retangulares ou quadrados. As dimensões das câmaras e pilares dependem de vários fatores, que serão considerados posteriormente. Entre eles incluímos a estabilidade da capa, a resistência do minério nos pilares, a espessura do depósito e a profundidade da mina. O objetivo do desenho é extrair a máxima quantidade de minério com condições seguras de trabalho. (Hartman, 1996)

O minério remanescente nos pilares é geralmente considerado como irre recuperável ou recuperável apenas com existência de enchimento em minas que não

sejam de carvão. Neste caso, o enchimento pode se tornar inviável pelo alto custo em minas de profundidade elevada. Em minas de carvão, os pilares que serão recuperados passam por nova inspeção geotécnica antes de serem recuperados, permitindo que o teto sofra subsidência, de modo a aliviar a tensão evitando a probabilidade de colisões inesperadas. (Hartman, 1996)

Figura 1 - Desenho esquemático do método Câmaras e Pilares



Fonte: Hartman.

4.1.2 APLICABILIDADE

- Minério e rocha encaixantes relativamente competentes, uma vez que o próprio minério funciona como pilar;
- Depósito tabular, de pequeno mergulho (inferior a 30°, preferencialmente plano); (Hartman, 1996)
- Minério uniforme;
- Profundidade média: até cerca de 450m para carvão e 600m para outros minérios; (Hustrulid, 1982).
- Grande extensão de jazida, mas espessura limitada (menor que 4,5m);

- Carvão, evaporitos (gipsita, trona, sal-gema, silvinita), manganês, chumbo, zinco, esmeralda, ouro e rochas ornamentais. (Hustrulid, 1982)

4.1.3 DESENVOLVIMENTO

Neste método, o desenvolvimento (preparação para a lavra) se confunde com a própria lavra e também é chamado de desenvolvimento produtivo (onde o desenvolvimento extrai minério). É constituído por galerias interligadas por travessas perpendiculares ao corpo de minério. Deve existir um número de aberturas que atendam à vazão de pessoal, equipamentos, ventilação etc. (Hustrulid, 1982)

4.1.4 LAVRA

A lavra pode ser convencional (através de minerador contínuo) ou cíclica (perfuração, desmonte, carregamento, transporte, tratamento), mas sempre com arranjo regular dos pilares. As dimensões das unidades de lavra dependem da competência do minério e das encaixantes, da potência do corpo e do estado de tensões. Até 12° de inclinação, é passível de mecanização com rodas. (Hustrulid, 1982)

Os principais parâmetros a serem controlados são: dimensão dos vãos, dimensão dos pilares e a quantidade de painéis com seus respectivos números de frentes.

Em relação à dimensão das galerias, têm-se as principais observações:

- Condicionam o escoramento de teto;
- Interferem em aspectos operacionais e de segurança;
- Usados no cálculo de recuperação de lavra.

No que tange o escoramento de teto, temos os principais métodos preventivos a serem usados: escoramento com arcos metálicos; escoramento com madeira; escoramento com parafusos de teto.

Em relação às dimensões dos pilares, temos as principais variantes:

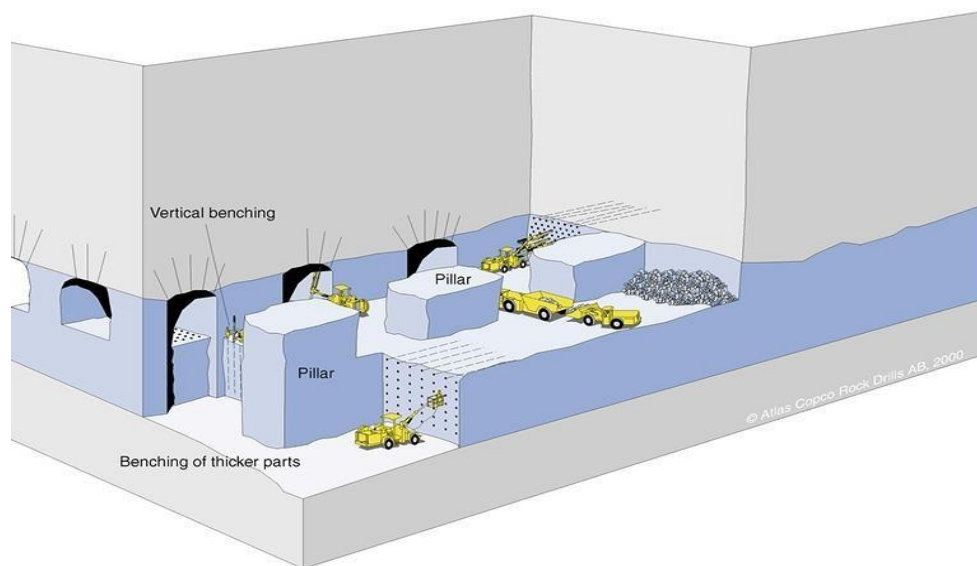
- Influência em aspectos operacionais;
- Influência em aspectos de segurança (Risco do colapso de pilares).

Os principais tipos de pilares são quadrados e retangulares, de modo que é feito um comparativo entre os dois para ver qual irá apresentar uma maior recuperação em condições seguras de trabalho.

O avanço do painel é feito através de diversas galerias paralelas (5 ou mais) ligadas por travessões. Um maior número de frentes implica em maior utilização dos equipamentos e consequente aumento da produção. Segundo Hustrulid, em 1982, o ciclo convencional, ilustrado na figura 2 se divide basicamente em:

1. Corte (rafadeira ou cortadeira) para gerar face livre;
2. Perfuração (jumbo, ou carreta de perfuração ou perfuração manual);
3. Carregamento dos furos (carregadeira de braços coletores);
4. Detonação;
5. Ventilação;
6. Carregamento (LHD's ou rastelos);
7. Segurança do teto (escoramentos);
8. Transporte (caminhões ou trens)

Figura 2 - Ciclo de uma lavra pelo método Câmaras e Pilares



Fonte: Acervo pessoal.

4.1.5 VANTAGENS

Para Hustrulid (1982) o método possui as seguintes vantagens:

- Moderada a alta produtividade (30 a 70 t/homem/turno);
- Custo de lavra moderado a baixo (equipara-se a uma mina a céu aberto de pequeno porte);
- Alta taxa de produção;
- Alto grau de flexibilidade (o método é facilmente modificável e pode trabalhar em vários níveis simultaneamente);
- Permite alto grau de mecanização;
- Método seletivo, pois permite deixar estéril no local;
- Não requer muito desenvolvimento antecipado;
- Recuperação razoável (50-65%) e baixa diluição (10-20%).

4.1.6 DESVANTAGENS

Segundo Hustrulid (1982) as desvantagens do método são:

- Requer contínua manutenção de teto, e eventualmente dos pilares. A tensão nos espaços abertos aumenta com a profundidade;
- Significativo investimento de capital para mecanização extensiva;
- Perda de minério nos pilares;
- Pode haver dificuldade para executar a ventilação, já que os grandes espaços abertos diminuem a vazão do vento;
- Requer bom suporte técnico e de engenharia.

4.2 COMPONENTES DE UMA ESTRUTURA SUPORTADA POR PILARES

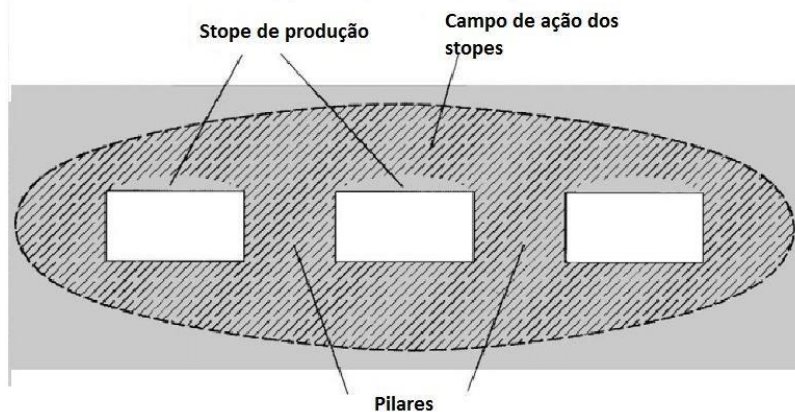
Um método de lavra com suporte em pilares tem o objetivo principal de controlar o deslocamento de rochas na zona de influência da lavra enquanto a mesma procede. O que implica manutenção da estabilidade dos painéis de produção e do seu campo de ação.

Primeiramente devemos considerar campo de ação da lavra e painel de produção como variáveis separadas conforme figura 3, sendo que o campo de ação da lavra deve ser desenvolvido para que seja auto sustentável, enquanto que o painel de produção deve suportar-se com mecanismos de suporte de carga, como cavilhas e tirantes, ou apenas através dos pilares entre os stopes de produção. (Brady & Brown, 2004)

A performance efetiva do sistema de suporte por pilares pode ser esperada através da relação da dimensão dos pilares e sua localização geométrica no corpo de minério. Esses fatores vão influenciar na capacidade de carga dos pilares e na carga imposta sobre os mesmos. . (Brady & Brown, 2004)

Métodos suportados por pilares resultam na esterilização, permanente ou temporária, de uma reserva provada e desenvolvida. A lavra deve ser assegurada com uma maior recuperação de minério possível. Deste modo é preciso conhecer o comportamento e a performance dos pilares encontrando o máximo potencial econômico seguro de um corpo de minério.

Figura 3 - Arranjo espacial dos pilares e dos stopes de produção



Fonte: Brady & Brown.

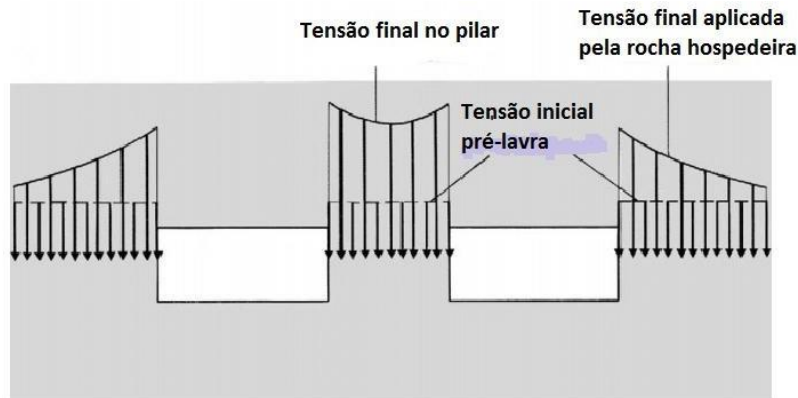
4.3 PRINCIPAIS RESPOSTA DOS PILARES À TENSÕES

4.3.1 PILAR CARREGADO DE FORMA UNIAXIAL

A atividade intensa de lavra em um corpo de minério causa redistribuição da tensão pela rocha hospedeira e conseqüente aumento da carga no pilar conforme figura 4. Para estados de tensão no pilar menor do que a resistência da massa de rocha *in situ*, o pilar permanece intacto e responde elasticamente ao aumento da tensão.

Inicialmente devemos nos concentrar no pico da capacidade de carga do pilar pré-lavra e depois nos interessa o pico de carga posterior à tensão inicial aplicada, ou comportamento da carga final de deslocamento do pilar, que é a tensão existente no pilar após uma atividade de lavra. (Brady and Brown, 2004)

Figura 4 - Redistribuição de tensões em um pilar



Fonte: Brady & Brown.

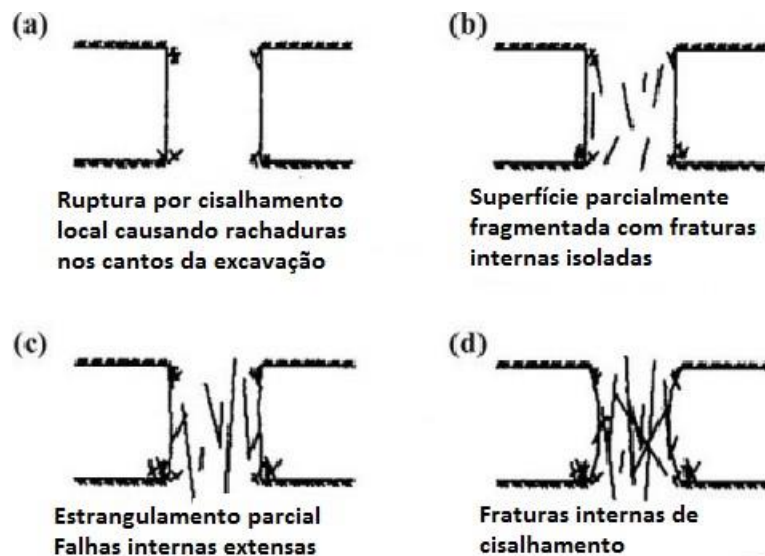
A resposta estrutural de um pilar de carga induzida é determinada pelas propriedades do material da rocha, da estrutura geológica, as dimensões relativas e absolutas do pilar e a natureza das restrições aplicadas pela rocha hospedeira. Seguem abaixo os principais comportamentos de um pilar quando a tensão no pilar se aproxima da resistência da rocha. (Brady & Brown, 2004)

Lunder & Pakalnis, apud Brady & Brown (2004) descreveram os estágios progressivos de degradação de um pilar, nos modos de deformação representados na figura 5. Embora os sinais iniciais de tensão da rocha são ruptura local por cisalhamento, associado com a geometria reentrante representada na figura 5(a), a formação de lascas na superfície (ilustradas na figura 5(b)) é o maior indicativo de estado de tensão, que confirma as condições do início de um fraturamento e danos em um pilar de volume significativo. Nessas condições, o pilar está parcialmente deteriorado, mas o seu núcleo permanece intacto, no que tange os modelos de fraturamento e falhas em rochas.

Altos estados de tensão levam ao acúmulo de danos através da iniciação de fissuras internas e extensões, e a interação de uma rede de fissuras, conforme figura 5(c). Quando o atrito entre a população de rachaduras totalmente desenvolvidas é

completamente nulo, o pilar atinge o pico de resistência, que é mecanicamente um estado de deterioração, conforme figura 5(d). (Brady & Brown, 2004)

Figura 5 - Deterioração progressiva de um pilar



Fonte: Brady & Brown

Em rochas relativamente maciças, o sinal mais óbvio de tensão no pilar é a fragmentação da superfície do pilar conforme figura 6(a). Fricção e estrangulamento do pilar também acontecem.

O efeito das dimensões relativas dos pilares nos modos de falhas está ilustrado na figura 6(b). Para um corpo de minério regular, uma alta relação altura/espessura de pilar pode provocar a formação de fraturas de cisalhamento inclinadas cortando o pilar de modo transversal. Esses são fatores cinemáticos claramente promovidos pelo desenvolvimento de zonas de cisalhamento localizadas interiormente.

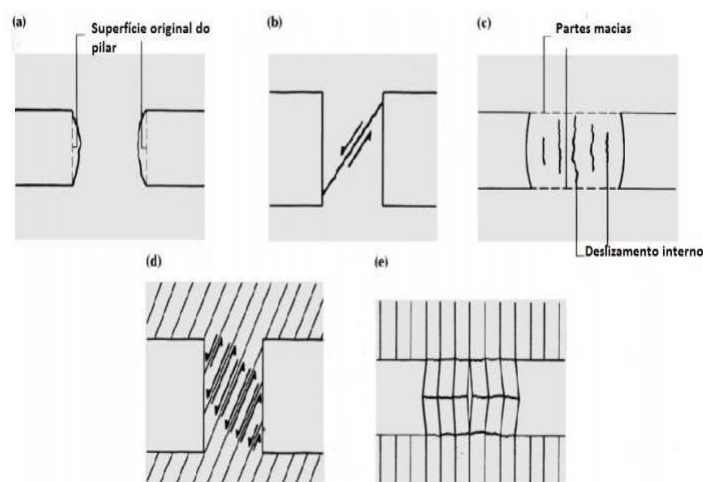
O terceiro maior modo de resposta de um pilar é expresso em um corpo de minério com altos planos deformáveis de fraqueza formando interfaces entre o pilar e

a rocha hospedeira adjacente. A existência de camadas de baixa resistência gera trações transversais ao longo da superfície do pilar final e promove a divisão uniaxial interna do pilar. Condições geomecânicas favorecendo esse modo de resposta podem ocorrer em corpos de minério estratiformes, onde os planos de camadas de baixa resistência definem a capa e a lapa do corpo de minério. Essa condição de falha está indicada na figura 6 (c). (Brady & Brown, 2004)

Outros modos específicos de resposta do pilar podem ser relatados diretamente com a geologia estrutural do mesmo. Por exemplo, um pilar com um conjunto natural de fraturas transgressivas conforme figura 6(d), espera-se uma falha se o ângulo de inclinação das fraturas com o plano do pilar principal (que é perpendicular ao eixo principal do pilar) exceder o ângulo de atrito efetivo do pilar. (Brady & Brown, 2004)

A quantidade de deslizamentos nas fraturas requeridas para que ocorra uma resposta, e subsequente aumento do estado elástico da tensão do pilar, necessita apenas ser de uma magnitude de ordem elástica. Um pilar com uma foliação bem desenvolvida ou com xistosidade paralela ao eixo principal de carga vai responder em modo de flambagem, conforme figura 6(e). (Brady & Brown, 2004)

Figura 6 - Principais modos de resposta de um pilar

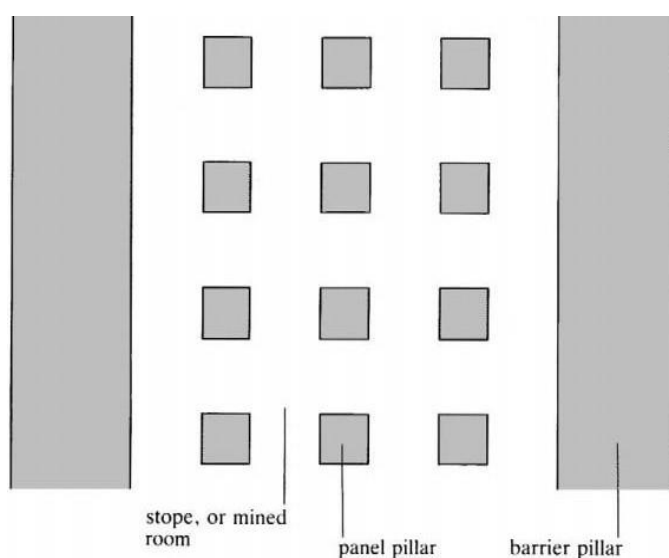


Fonte: Brady & Brown

4.3.2 PILAR DE SEÇÃO RETANGULAR

O método câmaras e pilares geralmente é desenvolvido em uma série de painéis retangulares ou quadrados separados por pilares barreira, conforme a figura 7. Não há um modelo específico para estes pilares, mas ele assume grande importância em locais onde não há pilares ou onde o teto desabou.

Figura 7 - Design de um Pilar Barreira



Fonte: Hartman

Segundo Hartman em 1996, sabemos que o esforço no pilar não é necessariamente distribuído de forma uniforme, e onde a rocha do teto e a do piso é mais rígida do que a rocha dos pilares do painel, a tensão nos pilares pode ser transferida para a rocha hospedeira. Dessa maneira, aumenta-se a probabilidade de deterioração ou sobre-excavação: os pilares com alto nível de esforço podem levar a redução da capacidade de carga individual ou de um grupo de pilares, de modo que o pilar sobrecarregado transfere a carga para os outros pilares podendo levar a uma reação em cadeia de rompimento de todos os pilares do painel. Essa é uma das

causas mais comuns de colapso extensivo de pilares, onde pilar barreira pode ser a solução controlando este colapso progressivo.

4.4 TÉCNICAS DE DIMENSIONAMENTO DE PILARES

Existem vários métodos de dimensionamento de pilares de rocha. De uma forma geral, para fazer um dimensionamento de pilares é necessário conhecer as propriedades da rocha encaixante e minério, esforço de compressão e esforço de resistência.

Um pilar é dimensionado através do cálculo do fator de segurança e o objetivo do dimensionamento é desenhar um pilar que suporte o esforço de carregamento sem entrar em colapso e comprometer a lavra.

Uma maneira de conhecer o esforço de resistência do maciço é através de estudos laboratoriais, para assim obter parâmetros que irão ponderar o efeito escala para o maciço.

Para dimensionar um pilar é necessário conhecer o estado de tensões in situ, assim como os esforços aos quais o pilar ficara solicitado; a equação que governa o critério de resistência de um pilar tem embasamento na equação de Mohr Coulomb.

4.4.1 MÉTODO DA ÁREA TRIBUTÁRIA

Para estimar a resistência de um pilar, o método da área tributária se mostra bastante eficiente, pois através deste método é possível estimar os esforços atuantes no pilar, a qual irá permitir desenhar a largura e comprimento da seção, considerando as propriedades geomecânicas do maciço, tais como: módulo de elasticidade, coeficiente de poisson, resistência à compressão simples, etc.

Este método está baseado no princípio do equilíbrio de forças, onde para cada ação coexiste uma reação. No caso dos pilares, a ação é feita pelo peso que a rocha sobrejacente exerce sobre o pilar, a qual iremos chamar de força peso. Para esta força

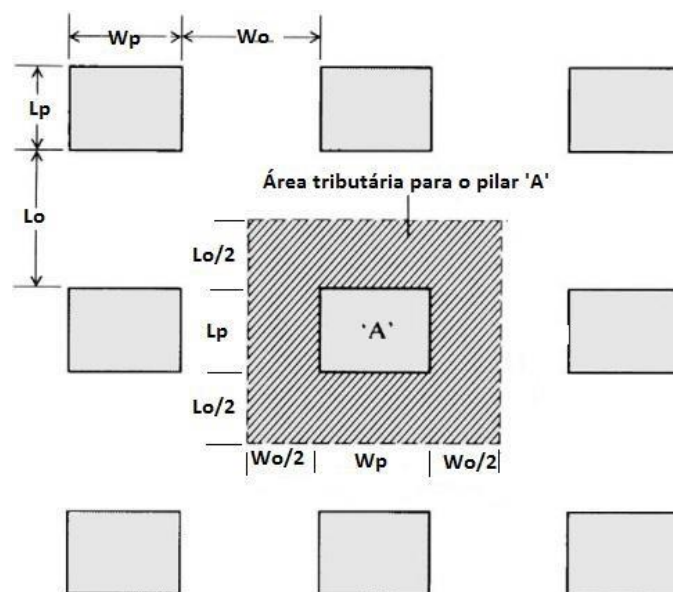
de compressão atuante, surge uma reação denominada força normal, que é a força de resistência que o pilar irá exercer como resposta ao peso da rocha sobrejacente.

A magnitude da força que irá atuar no pilar é função direta das dimensões dos vãos, altura e peso específico, e a área a ser suportada é denominada área tributária (Ver figura 8). Desse modo, se considera a seção adequada do pilar para responder às solicitações do esforço aplicado pela rocha sobrejacente. A relação das áreas a ser suportada e do pilar, é o acréscimo do valor de tensão in situ.

Dessa maneira, conheceremos a tensão total aplicada no pilar e a tensão de resistência à compressão do pilar. Esta última irá denominar a intensidade a partir da qual o pilar será esmagado pela rocha hospedeira ou irá sofrer flambagem.

Tendo-se as duas tensões é necessário calcular o fator de segurança, que será a razão entre a carga total aplicada e a carga de resistência à compressão do pilar.

Figura 8 - Desenho esquemático da área tributária de um pilar

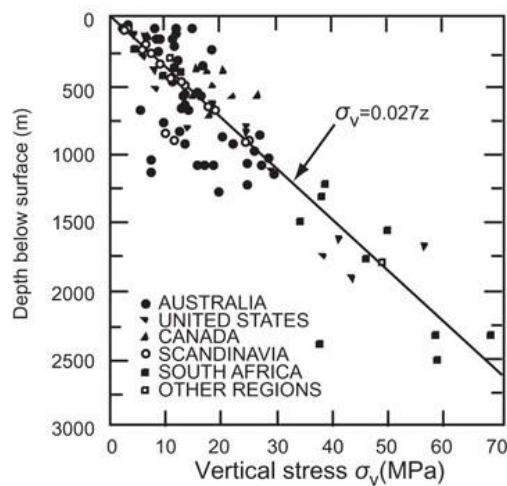


Fonte: Brady & Brown

• ESFORÇOS IN SITU

Estes esforços são estimados a partir do conhecimento do peso específico da rocha e da sua profundidade. Esta teoria é válida considerando uma superfície horizontal e a profundidades relativas de modo que o esforço horizontal fica definido por uma relação proporcional ao esforço vertical (Hoek & Brown 1980).

Figura 9 - Principais módulos de tensão vertical em função da profundidade em diversas regiões do mundo



Fonte: Hoek & Brown

Então, as equações correspondentes para o esforço vertical e horizontal *in situ* ficam definidas da seguinte maneira;

$$\sigma_v = \gamma Z \quad (1)$$

$$\sigma_h = K\sigma_v \quad (2)$$

Onde:

γ , peso específico da rocha sobrejacente;

Z, altura de coluna de rocha;

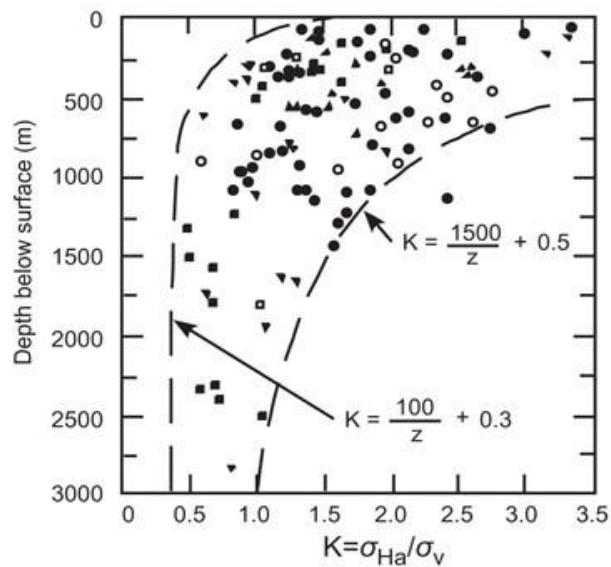
σ_v , tensão vertical;

σ_h , tensão horizontal

K, constante de proporcionalidade ao esforço vertical.

Para definir o valor de K, iremos usar a distribuição que relaciona os esforços verticais e horizontais com a profundidade (Hoek & Brown 1980), seguindo o ábaco seguinte mostrado na figura 10:

Figura 10 - Ábaco usado para definir o fator K.



Fonte: Hoek & Brown.

• **ESFORÇO APLICADO NO PILAR PELA ROCHA SOBREJACENTE**

Se a força aplicada no pilar refere-se ao peso da rocha agindo sobre a área tributária, a tensão vertical que irá agir no pilar pode ser representada da seguinte forma:

$$\sigma_v = \frac{W}{A_{total}} \quad (3)$$

$$W = A_{total} \sigma_v \quad (4)$$

Onde:

σ_v , tensão vertical aplicada no pilar;

W, peso da rocha sobrejacente;

A_{total} , área tributária do pilar.

- ESFORÇO DE REAÇÃO DO PILAR

Devido ao esforço à compressão aplicada no pilar, está associada uma força de reação contrária ao esforço de compressão. Iremos apresentar a equação 5 para entender.

$$F_p = \sigma_p A_p \quad (5)$$

$$\sigma_p = \frac{F_p}{A_p} \quad (6)$$

Onde:

σ_p , esforço no pilar;

F_p , força aplicada no pilar;

A_p , área do pilar.

Para se calcular a tensão total aplicada no pilar pelo peso da rocha sobrejacente, Hartman assumiu a ideia de que a tensão é distribuída uniformemente

no pilar. Pelo princípio de equilíbrio de forças de ação e reação, temos a força exercida pelo peso descrito na equação (4) e a força de reação definido na equação (5). Igualando estas duas equações, iremos ter:

$$F_p = W \quad (7)$$

Onde:

F_p , força de reação;

W , peso exercida pela rocha sobrejacente.

Da equação 7 tem-se:

$$\sigma_p = \sigma_v \frac{A_{total}}{A_{pilar}} \quad (8)$$

De acordo com a figura (8), sabemos que a área total, ou área tributária, é “ $(L_p+L_o)(W_p+W_o)$ ” e a área do pilar corresponde a “ $L_p W_p$ ”, onde:

W_p ; largura do pilar;

L_p ; comprimento do pilar;

W_o ; espaçamento longitudinal dos pilares;

L_o ; espaçamento transversal dos pilares.

Sabemos ainda que o esforço vertical é definido pelo peso específico e a profundidade; então, podemos assim definir:

$$\sigma_v = \gamma Z, \quad (9)$$

Onde:

γ , peso específico da rocha;

Z , profundidade da coluna de rocha até o pilar.

Inserindo a equação (8) na equação (9), teremos o esforço aplicado no pilar da seguinte maneira:

$$\sigma_p = \gamma Z \frac{(L_p + L_o)(W_p + W_o)}{L_p W_p} \quad (10)$$

• EFEITO ESCALA

O efeito escala foi definido através do critério de ruptura de Hoek & Brown. Este critério foi adotado para estimar os esforços de resistência para um maciço rochoso conhecendo seus parâmetros como RQD, qualidade da superfície das fraturas, presença de água, entre outros. Conhecidos os parâmetros do maciço rochoso e a resistência à compressão simples de um corpo de prova é estimada a resistência a compressão para o maciço.

A resistência de um pilar é menor do que a resistência à compressão de um testemunho. Este fato pode ser explicado devido a um pilar de um volume significativo apresentar planos de fraqueza que influenciam diretamente na resistência à compressão de um pilar, a qual difere de um corpo de prova, pois neste a probabilidade de possuir planos de descontinuidades é menor.

A equação usada para encontrar a resistência de um maciço é definida pela equação de Hoek & Brown:

$$\sigma_{1m} = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \quad (11)$$

Em um ensaio de compressão uniaxial não há confinamento lateral, portanto $\sigma_3 = 0$. Deste modo o esforço de resistência do maciço rochoso será calculado da seguinte forma:

$$\sigma_{1m} = \sigma_{ci} S^a \quad (12)$$

onde:

σ_{ci} , resistência a compressão uniaxial de um corpo de prova;

mb, s e a são parâmetros para maciço rochoso, os quais são funções das suas características geotécnicas, dado pelas seguintes equações:

$$s = \exp \left(\frac{GSI-100}{9-3D} \right) \quad (13)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left(e^{-\frac{GSI}{15}} - e^{-\frac{20}{3}} \right) \quad (14)$$

D é um fator que depende do grau de dano no maciço rochoso produzido pela qualidade do desmonte.

O GSI (Geological Strength Index) é um parâmetro que determina a qualidade do maciço a partir de uma inspeção simples, o qual fica definido pelo grau de faturamento, descontinuidades, bem como as características que estes planos apresentam como rugosidade, alteração e presença de água.

• EFEITO DA FORMA

A resistência do pilar é função de suas dimensões “Wp” e “Hp” e do esforço à compressão uniaxial (σ_c^d) para uma amostra com dimensões unitárias, conhecida também como resistência à compressão simples de uma amostra de volume unitário. A relação “Wp/Hp” define a variação da resistência do pilar; pode-se deduzir que a resistência do pilar é diretamente proporcional a seu comprimento e inversa a sua altura. Para avaliar a resistência de um pilar, primeiramente deve se encontrar a resistência “ σ_c^d ”, para uma amostra com dimensões equivalentes à escala de um pilar, a qual é adquirida através da equação do efeito forma, considerando uma relação Wp/Hp = 1/2 e $\sigma_{rp} = \sigma_{1m}$ (resistência à compressão do maciço).

Após todos os dados definidos, o pilar de tamanho real e forma definida é dimensionado pela equação (15). Segundo Obert e Duvall (1967), a resistência à compressão de um pilar é determinada pela seguinte equação:

$$\sigma_{rp} = \sigma_c^{d_{h=1}} \left(a + b \frac{W_p}{H_p} \right) \quad (15)$$

Onde:

σ_{rp} , tensão de resistência do pilar;

$\sigma_c^{d_{h=1}}$, resistência à compressão do pilar;

H_p , altura do pilar;

W_p , largura do pilar;

a e b , constantes adimensionais.

Como a resistência a compressão do material é feita a partir de testes, para se aplicar em um pilar de tamanho real é preciso seguir um critério para que a equação seja válida, tal que $h < h_{\text{critico}}$, onde o h é a altura dos cilindros de teste de compressão e o h_{critico} é a mínima altura de uma amostra cúbica de material de pilar de modo que um aumento na dimensão da amostra não irá produzir uma maior redução da força. Em experimentos conduzidos por Bieniawski o h_{critico} foi definido como 1m. (Goodman, 1989)

- RELAÇÃO DE DESENHO DO PILAR CONSIDERANDO O FATOR DE SEGURANÇA

O fator de segurança de um pilar é definido como a razão entre os esforços admissíveis e esforços aplicados no pilar. Já conhecemos ambos conforme descrito acima, sendo o primeiro caracterizado pelo efeito tamanho e o outro pelo esforço vertical aplicado pela rocha sobrejacente.

Temos que:

$$FS = \sigma_{adm} / \sigma_{aplicado} \quad (16)$$

Onde:

σ_{adm} , resistência à compressão do pilar,

$\sigma_{aplicado}$, esforço aplicado sobre o pilar.

O esforço à resistência é caracterizado pelo efeito da forma e está descrito na equação (15) e o esforço aplicado é referente ao peso da rocha sobrejacente conforme equação (10). Ao aplicarmos as equações (10) e (15) na equação (16), teremos o fator de segurança calculado pela seguinte equação:

$$FS = \frac{\sigma_c (a+b \frac{W_p}{H_p})}{\gamma Z \frac{(L_p + L_o)(W_p + W_o)}{L_p W_p}} \quad (17)$$

- AVALIAÇÃO DE RESISTÊNCIA DE UM PILAR DE SEÇÃO RETANGULAR

Para dimensionar um pilar de forma segura, ou seja, com um fator de segurança maior do que 1, sabemos que o esforço aplicado terá de ser menor do que a resistência a compressão do pilar. Portanto podemos expressar da seguinte forma, conforme equação (18):

$$\gamma Z \frac{(L_p + L_o)(W_p + W_o)}{L_p W_p} < \frac{\sigma_c (a+b \frac{W_p}{H_p})}{FS} \quad (18)$$

- AVALIAÇÃO DE RESISTÊNCIA DE UM PILAR DE SEÇÃO QUADRADA

Para um pilar de seção quadrada seguiremos a mesma premissa, com uma exceção. A característica principal é que os lados são iguais, logo teremos que “ $L_p=W_p$ ” e “ $L_o=W_o$ ”. Substituindo esses valores na equação (17), teremos a equação da seguinte forma:

$$\gamma Z \left[\frac{(W_p + W_o)}{W_p} \right]^2 < \frac{\sigma_c (a+b \frac{W_p}{H_p})}{FS} \quad (19)$$

5 APLICAÇÃO PRÁTICA

Supomos uma situação hipotética em uma mina onde o minério é o quartzito e a rocha sobrejacente é o xisto. Sabemos ainda que o maciço permanece inalterado e a camada de minério é horizontal, a qual está 150 metros de profundidade, sabendo que o xisto apresenta um peso específico de $0,027\text{MN/m}^3$. Temos os seguintes dados:

Tabela 1- Dados provenientes das propriedades das rochas

Rocha Intacta	Resistência à compressão (Mpa)	GSI
Quartzito	201	65
Xisto	65	65

Fonte: Goodman, 1989.

A partir dos dados contidos na tabela 1 para um corpo de prova e aplicando as equações (12) (13) e (14), definidas pelo critério de ruptura de Hoek & Brown, iremos conhecer a resistência à compressão do maciço “ σ_{1m} ”.

Sabendo o “ σ_{1m} ”, calcularemos o “ $\sigma_c^{\frac{h}{=1}}$ ” da rocha quartzito através do efeito da forma, definido na equação (15). O σ_{1m} será usado no efeito da forma como o “ σ_{rp} ” em uma razão espessura/altura de um pra dois. Este procedimento é feito pra encontrar a resistência à compressão de um pilar no maciço e de tamanho real, que é representada por “ $\sigma_c^{\frac{h}{=1}}$ ”. Obtemos os seguintes valores, conforme tabela (2):

Tabela 2 – Resistência à compressão uniaxial a partir do efeito escala

$\sigma_c^{\frac{h}{=1}}$ (MPa)	31,7
σ_{1m} (Mpa)	28,21

Fonte: Autoria própria

Uma vez calculada a resistência à compressão do pilar de tamanho real em um maciço, temos as informações necessárias para calcular o fator de segurança para um pilar retangular (ver tabela 3) e para um pilar quadrado (ver tabela 4) segundo as equações (19) e (20).

Pilar Retangular

Tabela 3 – Dados de entrada no dimensionamento do fator de segurança de um pilar retangular

Esforço aplicado (MPa)	26,036	Resistencia à compressão (MPa)	40,814
Peso específico (N/m³)	27000	A	0,78
Wp (m)	3,5	B	0,22
Lp (m)	5,25	$\sigma_c^{d=1}$ (MPa)	31,7
Wo (m)	3	Wp (m)	3,5
Lo (m)	6	Hp (m)	2
Profundidade (m)	150		

Fonte: Autoria própria

Pilar Quadrado

Tabela 4 - Dados de entrada no dimensionamento do fator de segurança de um pilar quadrado

Esforço aplicado (MPa)	22,564	Resistencia à compressão (MPa)	40,814
Peso específico (MN/m³)	0,027	A	0,78
Wp (m)	3,5	B	0,22
Lp (m)	3,5	$\sigma_c^{d=1}$ (MPa)	31,7
Wo (m)	3	Wp (m)	3,5
Lo (m)	3	Hp (m)	2
Profundidade (m)	150		

Fonte: Autoria própria

Os valores dos fatores de segurança encontrados foram 1,6 e 1,8 para o pilar retangular e para o pilar quadrado respectivamente.

Para melhor mostrar o comportamento dos pilares, foi realizado um gráfico variando o W_o (espaçamento longitudinal entre pilares) com o fator de segurança. Este gráfico foi feito variando o W_o de 3 a 6,45 metros em um incremento de 15 cm (conforme tabela 5).

Tabela 5 – Fator de Segurança para pilar quadrado e retangular a partir do espaçamento entre os pilares

W_o	Pilar Retangular(FS)	Pilar Quadrado(FS)
3	2,53	2,92
3,15	2,48	2,79
3,3	2,42	2,67
3,45	2,37	2,56
3,6	2,32	2,45
3,75	2,27	2,35
3,9	2,22	2,25
4,05	2,18	2,17
4,2	2,14	2,08
4,35	2,10	2,00
4,5	2,06	1,93
4,65	2,02	1,86
4,8	1,98	1,79
4,95	1,95	1,73
5,1	1,91	1,67
5,25	1,88	1,61
5,4	1,85	1,56
5,55	1,82	1,51
5,7	1,79	1,46
5,85	1,76	1,41
6	1,73	1,37
6,15	1,71	1,33
6,3	1,68	1,29
6,45	1,65	1,25

Fonte: Autoria própria

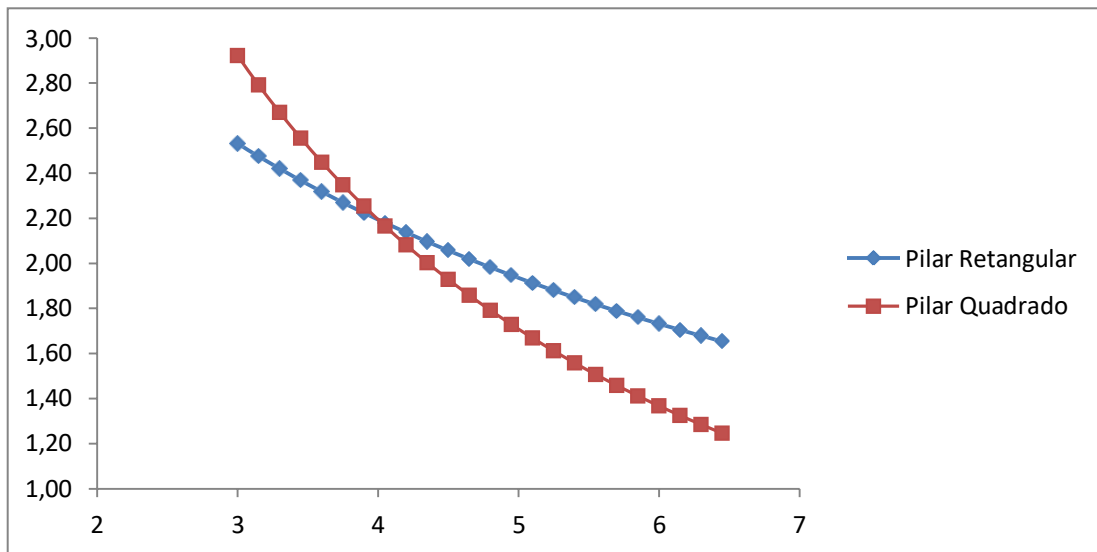
Conforme o gráfico exibido na figura (11), podemos notar que os pilares quadrados decaem exponencialmente com o aumento do espaço entre eles, enquanto que os pilares retangulares apresentam uma curva mais suave diante desse aumento no espaçamento. Portanto, os pilares quadrados são mais seguros quando menos espaçados, enquanto que os pilares retangulares apresentam maior segurança para espaçamentos maiores entre os pilares e também permitem uma melhor regulação do espaçamento sem uma mudança drástica no fator de segurança.

Segundo o gráfico também poderíamos escolher um valor ótimo para usar os dois tipos de pilares conforme a necessidade da mina. Este valor estaria na interseção entre as duas curvas, ou seja, em torno de 4 metros de distância entre um pilar e outro.

O pilar quadrado apresenta boa resistência à compressão quando usado em espaçamentos curtos e regulares, mas notamos que a partir de 4 metros de espaçamento é mais seguro usar o pilar retangular, visto que é o ponto a partir do qual o seu fator de segurança começa a ser maior do que para o pilar quadrado.

Foi visto que o pilar retangular apresenta melhor resistência à compressão em espaços maiores. O melhor comportamento deste tipo de pilar pode ser explicado devido a ele apresentar uma dimensão maior que a outra. Esse fator gera uma melhor distribuição da tensão aplicada ao longo do pilar, de modo que este fica mais susceptível a mudanças no espaçamento entre os pilares, pois é ele que suportará um maior peso.

Figura 11 - Gráfico do Fator de Segurança em função do espaçamento entre os pilares



Fonte: Autoria própria

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O método estudado em questão, “Câmaras e Pilares” é o mais usado no Brasil hoje, principalmente para minas de carvão. Este método apresenta muitas particularidades: É altamente produtivo, flexível e pode ser mecanizado. Em contrapartida, exige bom conhecimento geotécnico, além da perda de minério nos pilares que diminui a recuperação da lavra.

Podemos ver a importância dos pilares, pois estes têm a finalidade de suportar a força exercida pela força peso da rocha enquanto a lavra procede em uma reserva. Mas esse método apresenta muitas particularidades, especialmente ligadas aos pilares exigindo um estudo geotécnico detalhado para garantir a esterilização de qualquer perigo que possa comprometer a lavra.

Um dos estudos mais realizados nas lavras que usam este método é a comparação entre pilares quadrados e retangulares. Este estudo é realizado pelo método da área tributária que permite estimar as tensões de carregamento e de resistência nos pilares através da distribuição espacial e principalmente pela geometria dos pilares neste tipo de lavra. O dimensionamento final de um pilar será feito através da equação (18).

Para executar o método com precisão são necessários estudos de laboratório que irão fornecer a resistência à compressão de cada material conforme suas propriedades. Como sabemos que o esforço medido no laboratório não será o mesmo nos pilares reais calculamos o chamado efeito tamanho, que fornece a resistência do pilar mais próxima do real através de equações já descritas por autores já consagrados nesta área.

O método da área tributária permite o cálculo do esforço vertical aplicado no pilar que é consequente da coluna de rocha sobrejacente. Uma vez estimado o esforço aplicado, o método do efeito tamanho nos permite calcular o esforço admissível na rocha. Tendo em mãos os dois esforços, é possível o cálculo do fator de segurança que nos dará a razão entre os dois esforços permitindo analisar qual o

melhor desenho para que o pilar suporte às tensões solicitadas e permita uma lavra com maior segurança.

Para pilares quadrados, concluímos que o esforço aplicado aumenta quadraticamente e como o FS (fator de segurança) é diretamente proporcional, este irá diminuir na mesma proporção. Foi constatado também que os pilares quadrados apresentam maior segurança quando menos espaçados.

O pilar retangular apresenta uma diminuição do fator de segurança mais suave perante o aumento do espaço entre os pilares, o que configura maior segurança para fazer ajustes no tamanho dos pilares. Este tipo de pilar apresenta maior resistência ao esforço aplicado porque o fato de apresentar uma dimensão maior que a outra faz com que a tensão de compressão seja melhor distribuída ao longo do pilar.

7 REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Brady, B. H. G. & Brown, E. T. Rock Mechanics for Underground Mining. 3ª edição. Publicado em Estados Unidos da América, em 2004. Páginas 370 a 391.
- Goodman, Richard E., Introduction to Rock Mechanics. 2ª edição. Library of Congress Cataloging, em 1989. Páginas 230 a 233.
- Hartman, L. Howard. Society for Mining, Metallurgy and exploration, Inc. 2ª edição. Publicado em Estados Unidos da América, em dezembro de 1996. Volume 2, páginas 1681 a 1692.
- Hoek, E., C. Carranza-Torres, and B. Corkum (2004). El Criterio de Rotura de Hoek-Brown. Edição 2002. Em Carlos López Jimeno (Ed.), IngeoTÚNELES, Capítulo 1, Livro 7, 2003, pp. 35—47.
- Hoek, E. and Brown, E.T. 1980. Empirical strength criterion for rock masses. J. Geotech. Engng Div., ASCE 106 (GT9), 1013-1035. 2002.
- Hustrulid, W. A. Underground Mining Methods Handbook, pp. 90-93. 1982.
- Lunder, P. J. and Pakalnis, R. C. (1997) Determination of the strength of hard-rock mine pillars. *CIM Bull*, **90**(1013): 51-5.