

A cikloisív alakú felületi egyenletlenség adatai közötti összefüggésekről

Bevezetés

A faipari forgácsolásméleti képletek levezetése során több okból is közelítésekkel élünk. Felvetődhet a kérdés, hogy a közelítésektől mentes, a gyakorlatban szinte sosem előálló esetekben hogyan néznének ki az érintett összefüggések. Erről is szól e dolgozat, a címbeli téma vonatkozásában.

A képletek levezetése

Egy korábbi dolgozatunkban – címe: *A késlepés képletének levezetése* – fizikailag korrekt módon tárgyaltuk a késlepés / egy élre jutó előtolás képletének levezetését, forgó főmozgású szerszám – gyalu, maró – esetére. A tan - és szakkönyvekből is ismert eredmény – [1], [2], [3] – :

$$e_z = \frac{e}{z \cdot n}, \quad (a)$$

ahol:

e_z : az egy élre jutó előtolás nagysága;
 z : a működő élek száma;
 n : a szerszám állandó fordulatszáma;
 e : az előtolási sebesség állandó nagysága.

A felületi egyenletlenség mélységére levezetett közelítő képlet, ugyanott:

$$t_1 = \frac{e_z^2}{4 \cdot D}, \quad (b)$$

illetve ebből:

$$e_z = 2 \cdot \sqrt{D \cdot t_1}, \quad (c)$$

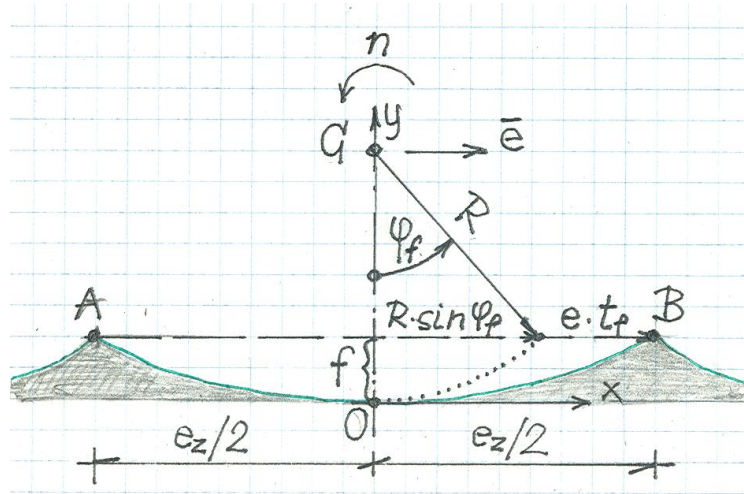
ahol:

t_1 : a felületi egyenletlenség mélysége;
 e_z : az egy élre jutó előtolás nagysága;
 D : a szerszám - élkör átmérője.

Most levezetjük a (c) képlet elvileg pontos megfelelőjét, majd ebből egyéb közelítő összefüggéseket is nyerünk. Persze, az Olvasó felteheti a kérdést, hogy mi szükség erre. Az egyik válasz az, hogy a faiparban alkalmazott forgácsolási eljárások során mérhető paraméter - értékektől eltérő esetekben az itteni közelítő képletek már alkalmatlanok

lennének a helyes számításához. A másik válasz az, hogy kíváncsiak vagyunk.

A számításához tekintsük az 1. ábrát is!



1. ábra

A levezetés során felhasználjuk előző dolgozatunk – címe: **Cikloisgörbék ábrázolása** – eredményeit is. Az 1. ábra szerint – *ellenirányú forgácsolás* esete – :

$$\frac{e_z}{2} = R \cdot \sin \varphi_f + e \cdot t_f, \quad (1)$$

ahol t_f az f mélységű fél - egyenetlenség leírásához szükséges idő nagysága.

Ez idő alatt az n fordulatszámmal forgó szerszám φ_f szöggel fordul el, és $e \times t_f$ úton mozdul el. Az

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n \quad (2)$$

összefüggéssel (ld. F1. Függelék !) megadott szögsebesség - nagyság bevezetésével:

$$\varphi_f = \omega \cdot t_f, \quad (3)$$

innen:

$$t_f = \frac{\varphi_f}{\omega}. \quad (4)$$

Most (1), (3) és (4) - gyel:

$$\frac{e_z}{2 \cdot R} = \sin \varphi_f + \frac{e}{R \cdot \omega} \cdot \varphi_f. \quad (5)$$

vagy a

$$D = 2 \cdot R \quad (6)$$

összefüggéssel is:

$$\frac{e_z}{D} = \sin \varphi_f + \frac{e}{R \cdot \omega} \cdot \varphi_f. \quad (7)$$

Mint hogy a szerszám élkörsebességének nagysága (ld. F2. Függelék !):

$$v = R \cdot \omega, \quad (8)$$

így (7) és (8) szerint:

$$\frac{e_z}{D} = \sin \varphi_f + \frac{e}{v} \cdot \varphi_f. \quad (9)$$

Most ismét az 1. ábra szerint:

$$f = R \cdot (1 - \cos \varphi_f), \quad (10)$$

innen:

$$1 - \cos \varphi_f = \frac{f}{R}. \quad (11)$$

Alkalmazva az

$$1 - \cos \alpha = 2 \cdot \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (12)$$

azonosságot (ld. [4]!), (11) és (12) - vel:

$$\sin^2 \frac{\varphi_f}{2} = \frac{f}{2 \cdot R}, \quad (13)$$

majd (6) és (13) - mal:

$$\sin \frac{\varphi_f}{2} = \sqrt{\frac{f}{D}}. \quad (14)$$

Innen:

$$\varphi_f = 2 \cdot \arcsin \sqrt{\frac{f}{D}}. \quad (15)$$

Mint hogy (9) - ben $\sin \varphi_f$ szerepel, ezért alkalmazzuk a

$$\sin \alpha = 2 \cdot \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \quad (16)$$

azonosságot – ld. [4]! Most (9) és (16) - tal:

$$\frac{e_z}{D} = 2 \cdot \sin \frac{\varphi_f}{2} \cdot \cos \frac{\varphi_f}{2} + \frac{e}{v} \cdot \varphi_f; \quad (17)$$

majd a

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \quad (18)$$

azonosságot is felhasználva – ld. [4]! –, (17) és (18) - cal:

$$\frac{e_z}{D} = 2 \cdot \sin \frac{\varphi_f}{2} \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \frac{\varphi_f}{2}} + \frac{e}{v} \cdot \varphi_f. \quad (19)$$

Most (14), (15) és (19) - cel:

$$\frac{e_z}{D} = 2 \cdot \sqrt{\frac{f}{D}} \cdot \sqrt{1 - \frac{f}{D}} + \frac{2 \cdot e}{v} \cdot \arcsin \sqrt{\frac{f}{D}}, \quad (20)$$

vagy

$$\underline{\underline{e_z = 2 \cdot D \cdot \left(\sqrt{\frac{f}{D}} \cdot \sqrt{1 - \frac{f}{D}} + \frac{e}{v} \cdot \arcsin \sqrt{\frac{f}{D}} \right).}} \quad (21)$$

Speciális esetek

$$S1.) \frac{f}{D} < 1 \text{ eset} \quad (*)$$

Ekkor felhasználva az ebben az esetben fennálló

$$\arcsin x \cong x, \quad \sqrt{1-x} \cong 1 - \frac{1}{2} \cdot x \quad (k)$$

közelítő összefüggéseket – ld. [4] –, (21) és (k) - val:

$$\begin{aligned} e_z^* &\cong 2 \cdot D \cdot \left[\sqrt{\frac{f}{D}} \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{f}{D} \right) + \frac{e}{v} \cdot \sqrt{\frac{f}{D}} \right] = \\ &= 2 \cdot D \cdot \sqrt{\frac{f}{D}} \cdot \left(1 + \frac{e}{v} - \frac{1}{2} \cdot \frac{f}{D} \right); \end{aligned} \quad (22)$$

ha még

$$\frac{f}{D} \ll 1 \quad (**)$$

is fennáll, akkor (22) és (**) - ból:

$$e_z^{**} \cong 2 \cdot D \cdot \sqrt{\frac{f}{D}} \cdot \left(1 + \frac{e}{v} \right) = 2 \cdot \sqrt{D \cdot f} \cdot \left(1 + \frac{e}{v} \right). \quad (23)$$

$$S2.) \frac{f}{D} \ll 1, \quad \frac{e}{v} \ll 1 \text{ eset} \quad (***)$$

Ekkor (23) - ból és (***) - ból:

$$e_z^{***} \cong 2 \cdot \sqrt{D \cdot f}, \quad (24)$$

egyezésben (c) - vel, az $f \equiv t_1$ új jelöléssel.

A faipari gyakorlatra az S2.) eset jellemző.

Zárszó

A fentiekből kiderül, hogy általában nem magától értetődőek a (b), (c) képletek levezetése során tett közelítések. Ez azért is lényeges, mert a közelítő összefüggések további felhasználását is korlátozzák a tett közelítések. Pl.: (a) és (c) kombinálásával:

$$e_z = \frac{e}{z \cdot n} = 2 \cdot \sqrt{D \cdot t_1}, \text{ amiből}$$

$$e = 2 \cdot z \cdot n \cdot \sqrt{D \cdot t_1} \quad (25)$$

ismert képlet adódik – ld. [3]!.

Ha a (**), (***) korlátozó feltételek és a belőlük fakadó közelítések nem érvényesek, akkor a (25) képlet sem érvényes. Erre ügyelni kell a képletek felhasználása során!

Függelék

F1. A (2) képlet levezetése az alábbi.

A szögsebesség nagysága, definíció szerint, ha a fordulatszám állandó értékű:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}. \quad (f1)$$

Ha a szerszám N - szer körbefordul, akkor

$$\varphi = 2 \cdot \pi \cdot N \text{ (rad)}, \quad (f2)$$

így (f1) és (f2) - vel:

$$\omega = \frac{2 \cdot \pi \cdot N}{t} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{N}{t}. \quad (f3)$$

Most bevezetjük az

$$n = \frac{N}{t} \quad (f4)$$

képlettel meghatározott fordulatszám fogalmát, majd (f3) és (f4) - gyel:

$$\underline{\omega = 2 \cdot \pi \cdot n}. \quad (2)$$

F2. A (8) képlet levezetése az alábbi.

A kés forgása során a késél tetszőleges pontja R sugarú körpályán mozog, v élkörsebességgel. Ennek nagysága:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2 \cdot R \cdot \pi}{T} = (2 \cdot R \cdot \pi) \cdot \frac{1}{T}, \quad (f5)$$

ahol T egy teljes körbefordulás ideje.

Most (f4) - ből N = 1, t = T értékekkel:

$$n = \frac{1}{T}, \quad (f6)$$

majd (f5) és (f6) - tal:

$$v = 2 \cdot R \cdot \pi \cdot n = R \cdot (2 \cdot \pi \cdot n); \quad (f7)$$

végül (2) és (f7) képletekkel:

$$\underline{v = R \cdot \omega.} \quad (8)$$

Irodalomjegyzék:

- [1] – Lele Dezső ~ Petri László ~ Zsarnai Szilárd: Faipari gépek és technológiák I.
4. kiadás, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 2005.
- [2] – Lugosi Armand: Faipari szerszámok és gépek kézikönyve
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1987.
- [3] – Szerk. Lugosi Armand: Faipari kézikönyv
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1976.
- [4] – I. N. Bronstejn ~ K. A. Szemengyajev: Matematikai zsebkönyv
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, több kiadásban

Összeállította: Galgóczi Gyula
mérnök tanár

Sződliget, 2008. november 9.