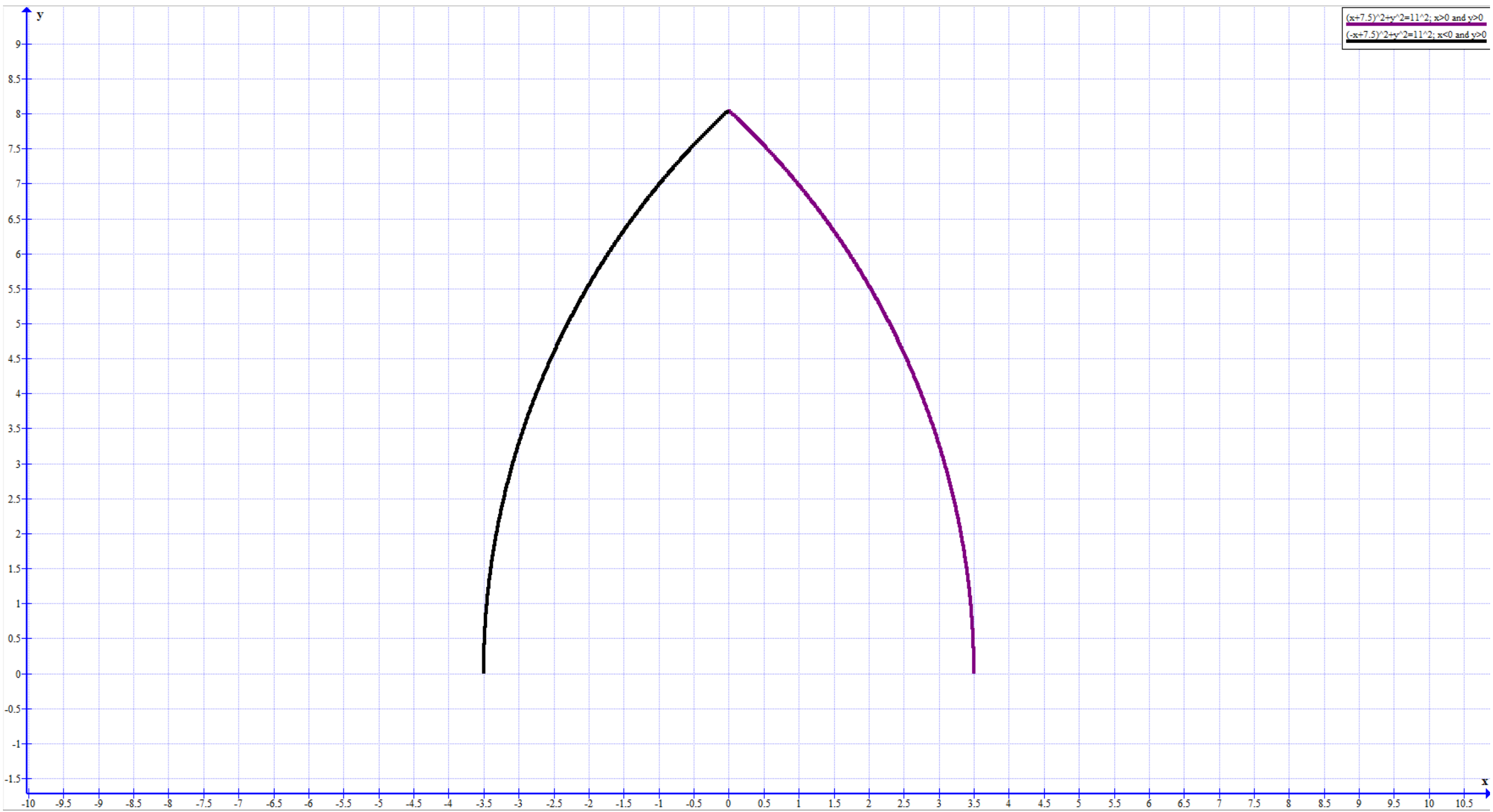
Csúcsívek rajzolása

Előző dolgozatunk kapcsán – melynek címe: ***Íves nyeregtető főbb számítási képleteiről*** – találkoztunk a csúcsívvel, mint az építészetben igen gyakran előforduló *vonalidom*mal. Most egy másik oldalról közelítjük meg ezt a témakört: a rajzi technika oldaláról.

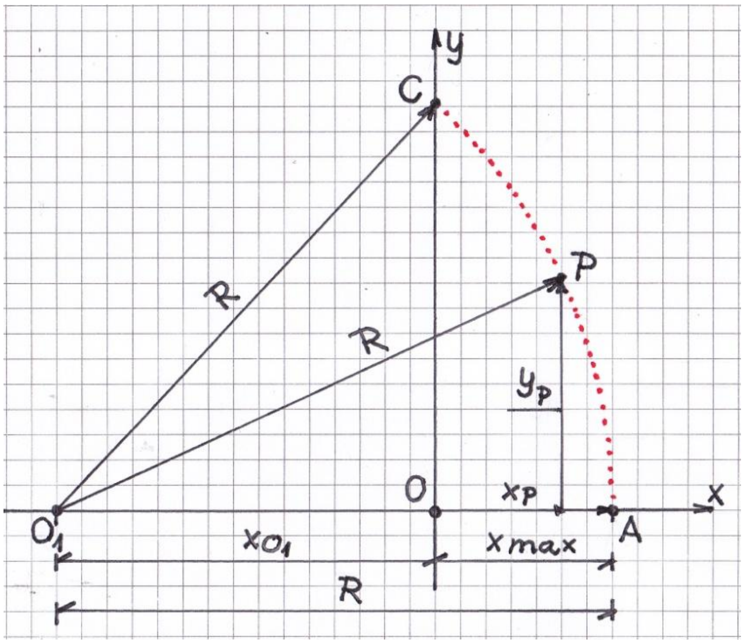
A Szakrajz tanára az órai munka kapcsán nem mindenféle, hanem inkább csak a neveze - tesebb esetekkel foglalkozhat, így van helye az önálló felfedező / feldolgozó munkának, tanár és diák esetében is. Az alábbiak ezt is segíthetik.

Kezdjük egy általános csúcsív rajzolásával! Ehhez tekintsük az 1. ábrát!



1. ábra

Ez egy képernyő - kép, amit ide bemásoltunk. Az ábrát pedig a ***Graph*** ingyenes szoftver alkalmazásával készítettük. Jelen dolgozatunk valójában az itt alkalmazotthoz hasonló szoftverek alkalmazását kívánja elősegíteni.
Az 1. ábra két, csúcsban metsződő körívet mutat; ezek képezik a *csúcsív*et.
(Vannak másként nevezett, csúcsban metsződő körívek is, pl.: *tudorív* – [1].)
Célunk a csúcsívek megrajzolása számítógéppel. Ehhez fel kell írnunk néhány egyenletet, hiszen a számítógép kéri az ábrázolandó görbe egyenletét. Most ez jön – 2. ábra.



2. ábra

Felírjuk a kör egy tetszőleges ***P*** futópontjának egyenletét:

$(x_P - x_{O_1})^2 + y_P^2 = R^2$; (1)

most a kör ***R*** sugarára:

$R = x_{max} - x_{O_1}$. (2)

Majd (1) és (2) - vel:

$(x_P - x_{O_1})^2 + y_P^2 = (x_{max} - x_{O_1})^2$. (3)

A (3) egyenlet az ábrázolandó körív i*mplicit* (nem kifejtett) *egyenlet*e.
Az 1. ábra jobb oldali körívének megrajzolásához a felvett adatok:
x_{max} = 3,5 cm ; x_{O1} = − 7,5 cm . (A)

Most (3) és (A) szerint a mondott ív egyenlete:

$\underline{(x_P + 7{,}5)^2 + y_P^2 = 11^2 \text{ (cm}^2\text{)}}$. (4)

Az ennek megfelelő, lila színű ív megrajzolásához kiegészítő feltételek:

$\underline{x > 0,\ y > 0}$. (5)

Az implicit függvény grafikonját a ***Graph*** szoftver *Függvény / Egyenlet beszúrása* menüpontjainak alkalmazásával végeztük el.

Az 1. ábra bal oldali ívének más az egyenlete és mások a rajzolási feltételei.
A bal oldali ív egyenletéhez úgy jutunk, hogy a jobb oldali ív egyenletében elvégezzük az $\boldsymbol{x} \rightarrow -\boldsymbol{x}$ helyettesítést. Ekkor – a ***P*** indexet már elhagyva – (4) - ből:

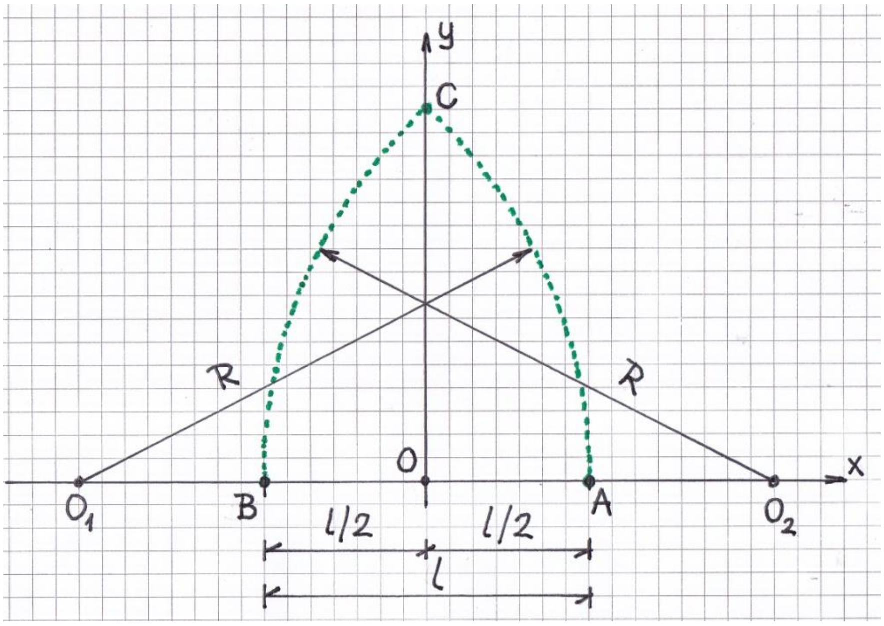
$(-x + 7{,}5)^2 + y^2 = 11^2$ (cm^2). (6)

A fekete ív megrajzolásához szükséges korlátozó feltételek:

$x < 0,\ y > 0$. (7)

Az aláhúzott összefüggések az 1. ábra jobb felső sarkában olvashatók (kinagyítás után).

Ez volt az előkészítés a csúcsívek rajzolásához. Ugyanis az építészeti csúcsívek általában nem a fentiekhez hasonló általános esetbe tartoznak, hanem komoly megkötésekkel bír - nak; ezek bizonyos előírásokat fogalmaznak meg a rajzi paraméterek között.
Ehhez tekintsük a 3. ábrát is!



3. ábra

A gyakorlati esetekben az $\boldsymbol{R} / \boldsymbol{l} = \boldsymbol{\alpha}$ arány rögzített, ahol $\boldsymbol{l}$ a csúcsív *nyílásköz*e.
Most vessük össze a 2. és a 3. ábrát! Felírhatók az alábbi összefüggések:

$x_{max} = \frac{l}{2}$, (8)

$R = \alpha \cdot l$, (9)

ahol $\boldsymbol{\alpha}$ adott pozitív szám.
Most (2), (8) és (9) - ből a jobb oldali ívre:

$\alpha \cdot l = \frac{l}{2} - x_{O_1} \rightarrow x_{O_1} = \frac{l}{2} - \alpha \cdot l = l \cdot \left(\frac{1}{2} - \alpha\right)$, tehát:

$$x_{O_1} = \left(\frac{1}{2} - \alpha\right) \cdot l \,. \qquad (10)$$

A jobb oldali körív egyenlete ezekkel:

$$\left[x - \left(\frac{1}{2} - \alpha\right) \cdot l\right]^2 + y^2 = (\alpha \cdot l)^2 \,. \qquad (11)$$

A (11) egyenletet nevezhetjük a csúcsívek általános egyenletének.
Ez a jobb oldali ívé, amiből a bal oldaliét a fentebb is alkalmazott ***x* → − *x*** helyettesítéssel nyerhetjük. Most nézzük meg az ismertebb speciális eseteket!

S1. Normál csúcsív egyenlete

Ekkor (9) - ben [1] szerint:

$$\alpha = 1 \,; \qquad (12)$$

majd (11) és (12) - vel:

$$\left(x + \frac{1}{2} \cdot l\right)^2 + y^2 = l^2 \,. \qquad (13)$$

Felvett adat:

l* = *7,00 m . (A1)

Az ennek megfelelő csúcsív - kép a 4. ábrán szemlélhető.

S2. Emelt csúcsív egyenlete

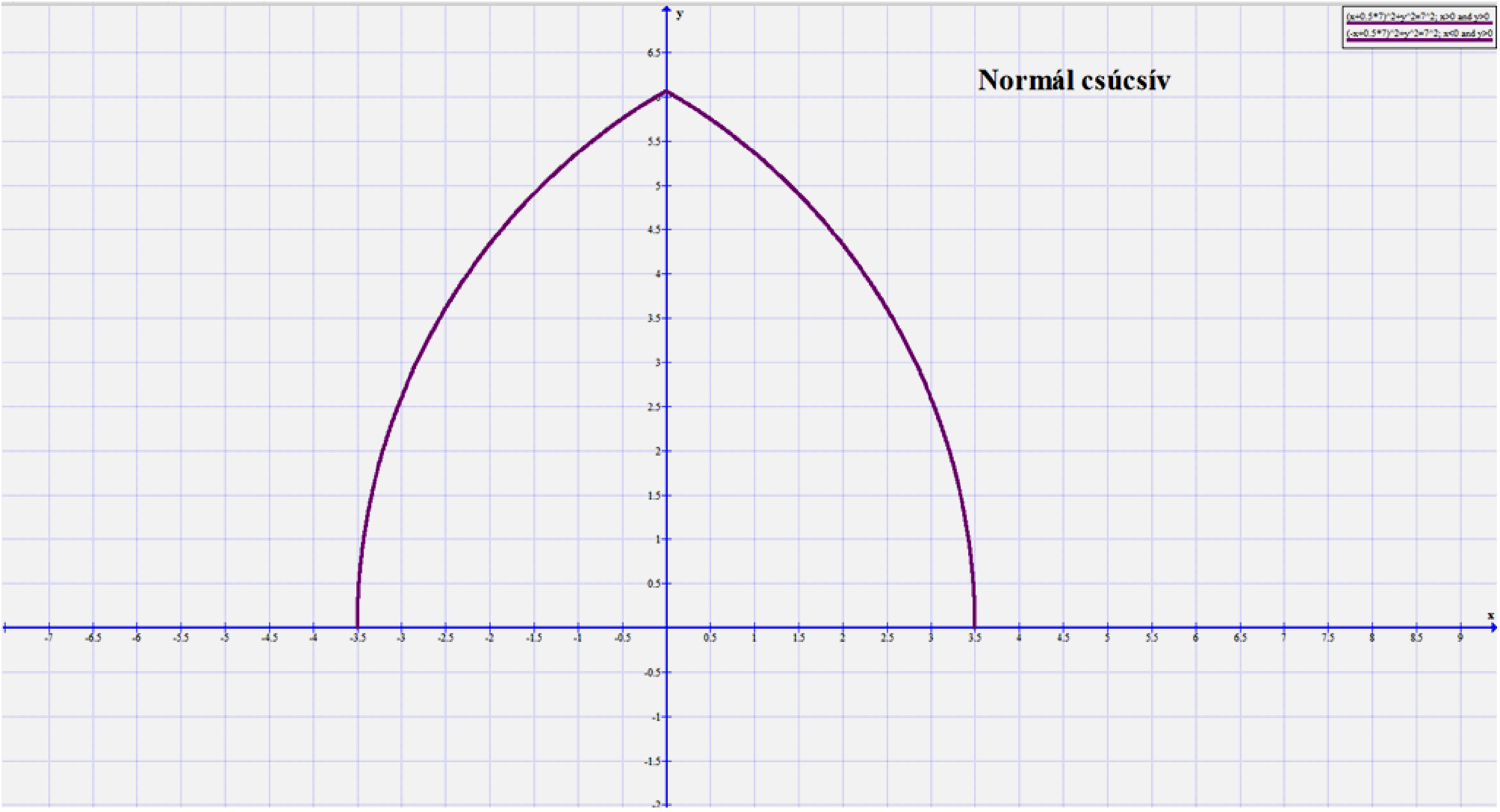
Ekkor (9) - ben [1] szerint:

$$\alpha = \frac{4}{3} \,; \qquad (14)$$

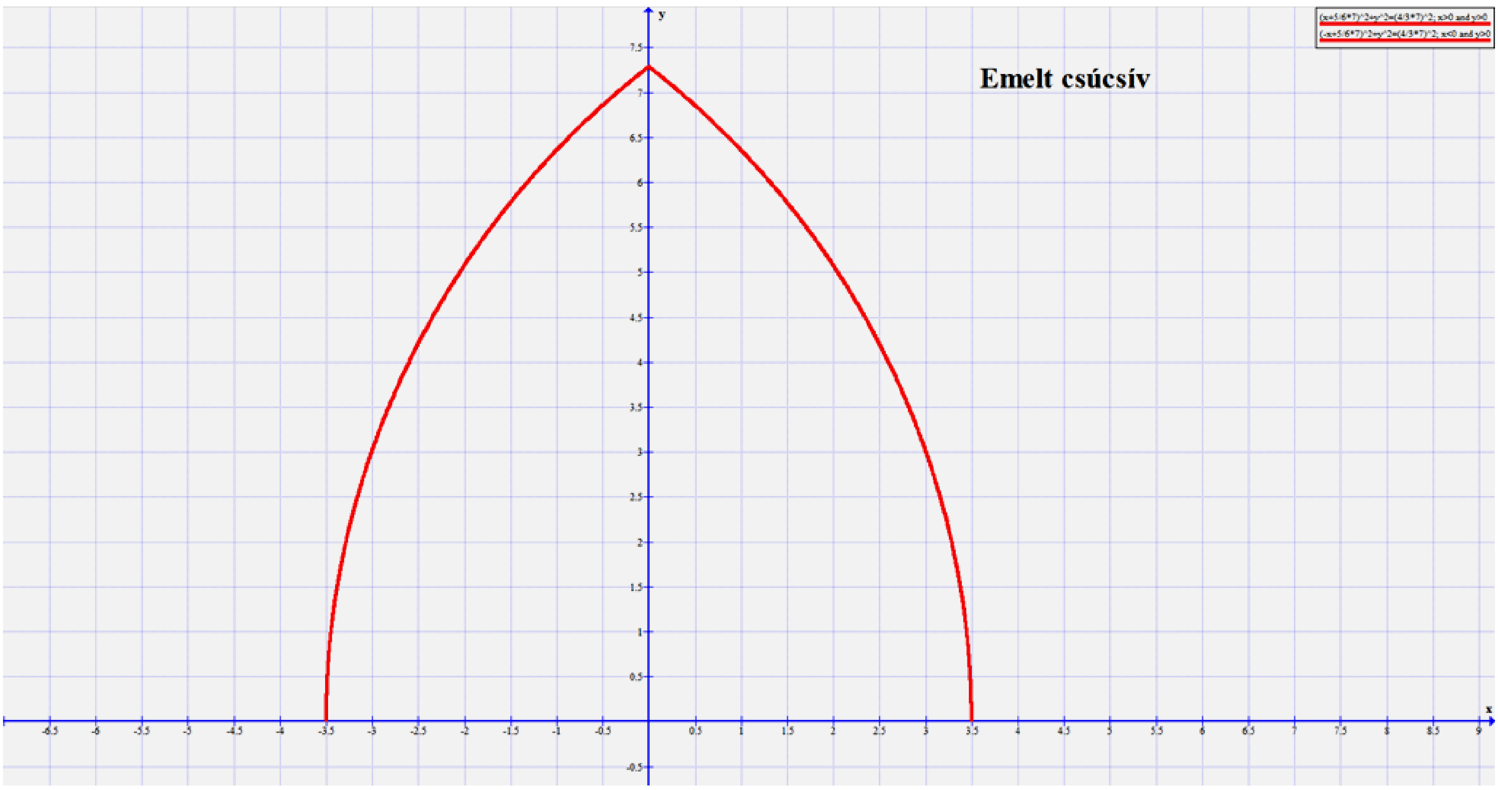
majd (11) és (14) - gyel:

$$\left(x + \frac{5}{6} \cdot l\right)^2 + y^2 = \left(\frac{4}{3} \cdot l\right)^2 \,. \qquad (15)$$

Az (A1) és (15) - nek megfelelő kép az 5. ábrán látható.


(x+0.5*7)^2+y^2=7^2; x>0 and y>0
(-x+0.5*7)^2+y^2=7^2; x<0 and y>0
Normál csúcsív
y
x

4. ábra


(x+5/6*7)^2+y^2=(4/3*7)^2; x>0 and y>0
(-x+5/6*7)^2+y^2=(4/3*7)^2; x<0 and y>0
Emelt csúcsív
y
x

5. ábra

S3. Nyomott csúcsív egyenlete

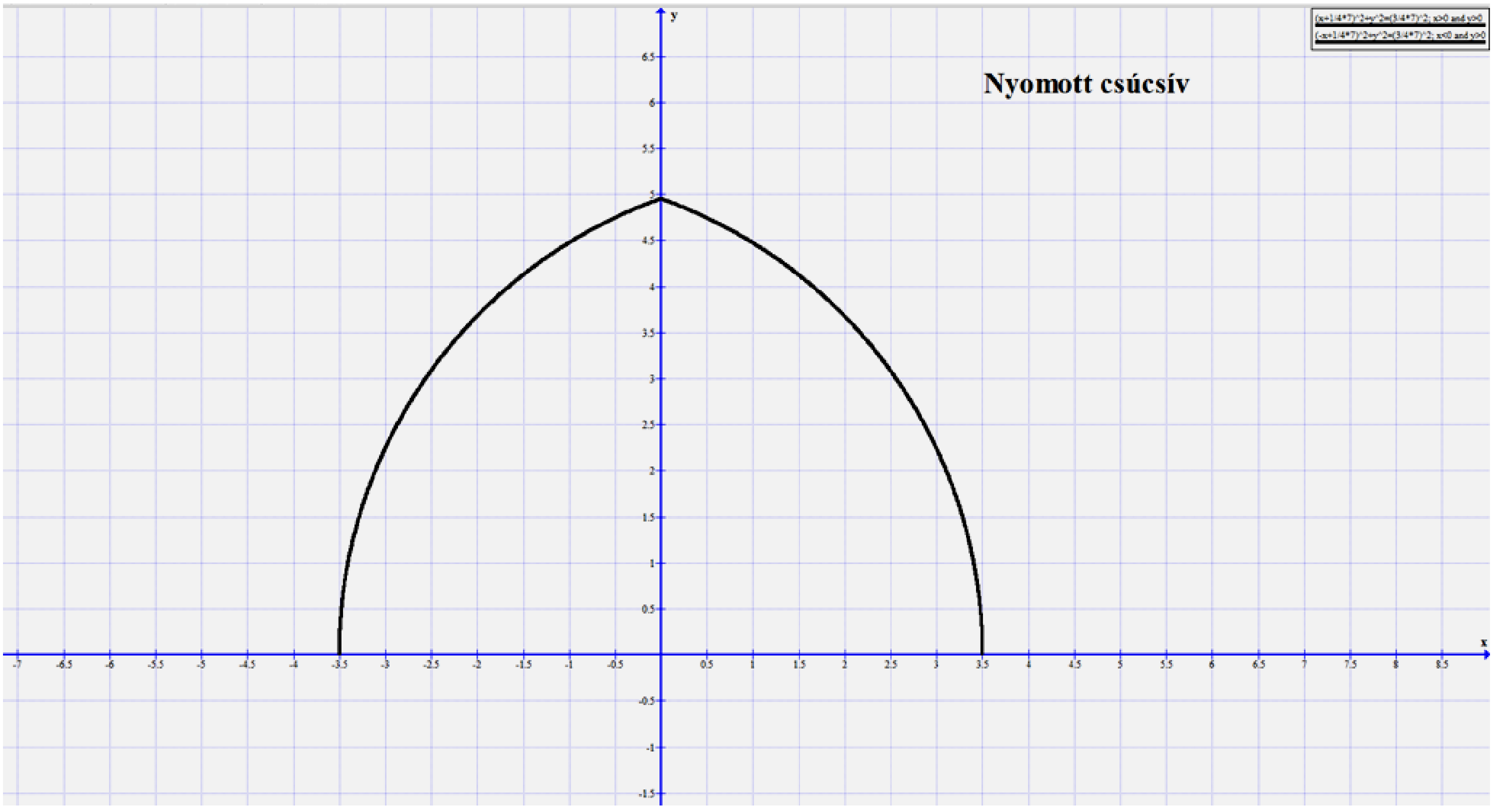
Ekkor (9) - ben [1] szerint:

$$\alpha = \frac{3}{4}\ ; \qquad (16)$$

majd (11) és (16) - tal:

$$\underline{\left(x + \frac{1}{4} \cdot l\right)^2 + y^2 = \left(\frac{3}{4} \cdot l\right)^2 .} \qquad (17)$$

Az (A1) - nek és (17) - nek megfelelő kép a 6. ábrán szemlélhető.



6. ábra

Látjuk, hogy

~ a tárgyalt csúcsívek közös jellemzője, hogy a két körív középpontjai egy közös vízszin - tes egyenesen helyezkednek el;

~ nem ördöngősség a mondott síkidomok ábrázolása, akár tanulóknak sem.

Érdekes megfigyelni a (9) egyenlet szerinti viszonyok alakulását a valóságos építmé - nyeknél – 7. ábra.

7. ábra – forrása:
https://de.wikipedia.org/wiki/Spitzbogen#/media/File:Corridor_to_Toilet_tower_in_Malbork.jpg

Megjegyzés:

Meglehet, a tudorív – [1] - ben is alkalmazott alakja – helyett a ***Tudor - ív*** egy szeren - csésebb írásmód lehet.

Forrás:

[1] – ***Szerényi István***: Építőipari műszaki rajz
Szega Books Kft, Pécs, 2012.

Összeállította: ***Galgóczi Gyula***
mérnöktanár

Sződliget, 2015. 09. 01.