MATERIA: MATEMÁTICAS FINANCIERAS
SEMANA 5

TEMAS:

a) **Amortización**
b) **Concepto de amortización**
c) **Diversos tipos de amortización**
d) **Gradual**
e) **Constante**

- **¿Qué es una amortización?**

Es un proceso financiero con el cual se cancela una deuda de forma gradual mediante pagos periódicos. Existen diferentes tipos de amortización, entre los cuales se encuentran *la amortización gradual (o sistema francés)* y *la amortización constante (o sistema alemán)*.

La **amortización gradual** es aquella en la cual la deuda **se liquida mediante pagos iguales**, de los cuales una parte corresponde a intereses y el resto es la cantidad que se abona a la deuda para ir reduciéndola. En este tipo de amortizaciones **el abono de la deuda es mayor en cada pago** (y por lo tanto gradual), mientras que el interés va disminuyendo.

La **amortización constante** es aquella en la que la deuda **se liquida con pagos decrecientes**, es decir, el valor de los pagos va disminuyendo, y en este caso **el abono a la deuda es constante**.

El tipo de amortización más utilizado es el gradual. Debido a que en las amortizaciones graduales los pagos son iguales y se realizan en el mismo lapso de tiempo, estaríamos en el caso de la aplicación de una anualidad, es decir de una amortización con pagos vencidos, anticipados o diferidos.

Ejemplo:

Los **ejemplos de amortizaciones** más claros, los tenemos en las **grandes empresas y entidades financieras,** ya que *la definición de "amortizar"* algo (generalmente suele hablarse de amortizar bienes o dinero líquido, cosas con valor en definitiva) implica el que hayas recuperado el valor del producto adquirido (ya sea tuyo o ajeno) de una forma u otra.

Pensemos en un préstamo de $10,000 pesos, el cual nos otorgan a una tasa de interés nominal del 12% anual convertible mensualmente, por un plazo de 12 años, mediante pagos iguales sobre saldos insolutos.

En este ejercicio, dado que son pagos iguales, se trata de una amortización del tipo sistema francés, el mas usado.

La tasa de interés mensual entonces es de 0.12/12=0.01, es decir 1% efectiva mensual. Recordemos que el período de la tasa, así como el período de los pagos deben estar homologados, por lo que entonces debemos usar un plazo de 12 años * 12 meses / año = 144 períodos mensuales de pago.

El cálculo de los pagos nos queda:

$$R = \frac{Ci}{1-(1+i)^{-n}}$$

Donde:

R es la renta

C es el valor actual de la anualidad

i es la tasa por periodo de capitalización

n es el número de pagos

R = (10000 * 0.01) / (1 – $(1.01)^{(-144)}$)= 100 / (1 – 0.238628) = 100 / 0.761371 = 131.341914

En el período de pago inicial nuestro saldo insoluto es de $10,000 pesos

Al final del primer período de pago, dado que se trata de una anualidad vencida, el pago es de $131.34 pesos. El interés insoluto es de $10,000 * 0.01 = $100. El abono a capital es de $131.34 - $100 = $31.34 pesos. Quedándonos un saldo insoluto de $9,968.66 pesos.

Al final del segundo período de pago, el pago es de $131.34 pesos. El interés insoluto es de $9,968.66 * 0.01 = $99.69. El abono a capital es de $131.34 - $99.69 = $31.65 pesos. Quedándonos un saldo insoluto de $9,937.01 pesos.

Y así sucesivamente hasta el período número 144, momento en el que se amortiza totalmente el adeudo. Quedándonos un saldo insoluo de $0.00.

Cálculos que podemos observar en la siguiente tabla de amortización simplificada:

				PAGOS A REALIZAR O RENTA FIJA POR CADA PERÍODO
PERIODO	INTERES INSOLUTO	ABONO A CAPITAL	SALDO INSOLUTO	ABONO + INTERES
0			$ 10,000.00	
1	$ 100.00	$ 31.34	$ 9,968.66	$ 131.34
2	$ 99.69	$ 31.65	$ 9,937.01	$ 131.34
3	$ 99.37	$ 31.97	$ 9,905.04	$ 131.34
...	...	...	...	...
...	...	...	...	...
142	$ 3.87	$ 127.47	$ 259.39	$ 131.34
143	$ 2.59	$ 128.75	$ 130.64	$ 131.34
144	$ 1.31	$ 130.03	$ 0.61	$ 131.34

Existen ocasiones, en las que el saldo insoluto nos arroja diferencias de centavos, debido al número de los decimales utilizados en el cálculo. En el ejercicio mostrado, utilizamos cálculos únicamente con dos decimales, y es por eso que en el último pago, queda un saldo insoluto de $0.61; pero la práctica utilizada es añadirlos al último abono a capital, por lo que el deudor haría un pago final de $131.34 + $0.61 = $131.95, con un abono a capital de $130.03 + $0.61 = $130.64, que corresponde con el saldo insoluto del período número 143.

- **¿Qué es una tabla de amortización y para qué sirve?**

Un cuadro de amortización es una tabla donde se muestra el calendario de pagos (principal e intereses) que se tiene que afrontar al concederse un préstamo.

Es decir, la tabla de amortización es un resumen de todos los pagos que tiene que realizar el prestatario (la persona que disfruta del préstamo) durante la vida del préstamo. Por ejemplo, en el cuadro estará cuánto tendremos que pagar de intereses, el pago del principal y cuál es la deuda pendiente en cada periodo.

También se define como un instrumento o herramienta financiero que nos permite conocer de forma visual, cuánto corresponde al pago de interés, cuánto al abono a capital, de cada uno de los pagos iguales hechos para extinguir la deuda contraída en un préstamo, por ejemplo una hipoteca, un crédito bancario personal o un crédito automotriz.

Ejemplo:

Monto del crédito:	$8,300,000.00
Tasa de interés (anual):	1%
Número de pagos (mensuales):	300
Pago (mensual):	$32,037.58

# Pago	Pago Interés	Pago Capital	Saldo
1	$8,300.00	$23,737.58	$8,276,262.42
2	$8,276.26	$23,761.32	$8,252,501.09
3	$8,252.50	$23,785.08	$8,228,716.01
4	$8,228.72	$23,808.87	$8,204,907.14
5	$8,204.91	$23,832.68	$8,181,074.47
6	$8,181.07	$23,856.51	$8,157,217.96
7	$8,157.22	$23,880.37	$8,133,337.59
8	$8,133.34	$23,904.25	$8,109,433.35
9	$8,109.43	$23,928.15	$8,085,505.19
10	$8,085.51	$23,952.08	$8,061,553.12

- **¿Por qué los intereses generados cuando calculamos una tabla de amortización para pagar una deuda en valor presente, no son los mismos cuando calculamos una tabla de amortización para pagar una deuda en valor futuro?**

Cuando calculamos los pagos de una anualidad a partir de un valor presente, lo que estamos haciendo, es encontrar la serie de pagos con la que agotaremos el valor presente o adeudo original, con abonos a capital y el pago de los debidos intereses generados por el adeudo período a período.

Mientras que cuando calculamos los pagaos de una anualidad a partir de un valor futuro, lo que estamos haciendo, es encontrar la serie de pagos con la que alcanzaremos el valor futuro o adeudo total incluyendo los intereses, con abonos a capital que incluyen la capitalización de los intereses generados, para acumular período a período el total del adeudo, apoyándonos en los intereses de los intereses generados.

De ahí entonces que no sea posible, bajo las mismas condiciones de interés, períodos de pago y plazo, que los intereses de un cálculo sean iguales a los del otro cálculo, a pesar de que los pagos mensuales sean los mismos.

Ejemplo:

Calcular los intereses generados durante el pago de 12 mensualidades de $1,467.63 pesos, para amortizar un adeudo en valor presente de $10,000 pesos, a una tasa de interés del 10% mensual. Adicionalmente, calcular los intereses generados durante el pago de 12 mensualidades de $1,467.63 pesos, para amortizar un adeudo en valor futuro de $31,384.28 pesos incluyendo intereses, a una tasa de interés del 10% mensual. Comparar los acumulados de pago de intereses y explicar las diferencias.

Construyendo tanto la tabla de amortización como la tabla de capitalización tenemos los siguiente:

	Tabla de capitalización Fondo de amortización			Tabla de amortización				Tabla suma de diferencias		
Período	Interés	Abono a capital o Pago mensual	Saldo acumulado	Interés insoluto	Abono a capital	Saldo insoluto	Pago mensual	Interés	Abono a capital o Pago mensual	Saldo
0	$ -	$ -	$ -			$ 10,000.00		$ -	$ -	$10,000.00
1	$ -	$ 1,467.63	$ 1,467.63	$ 1,000.00	$ 467.63	$ 9,532.37	$ 1,467.63	$ 1,000.00	$ 1,935.27	$11,000.00
2	$ 146.76	$ 1,467.63	$ 3,082.03	$ 953.24	$ 514.40	$ 9,017.97	$ 1,467.63	$ 1,100.00	$ 1,982.03	$12,100.00
3	$ 308.20	$ 1,467.63	$ 4,857.87	$ 901.80	$ 565.84	$ 8,452.13	$ 1,467.63	$ 1,210.00	$ 2,033.47	$13,310.00
4	$ 485.79	$ 1,467.63	$ 6,811.29	$ 845.21	$ 622.42	$ 7,829.71	$ 1,467.63	$ 1,331.00	$ 2,090.05	$14,641.00
5	$ 681.13	$ 1,467.63	$ 8,960.05	$ 782.97	$ 684.66	$ 7,145.05	$ 1,467.63	$ 1,464.10	$ 2,152.29	$16,105.10
6	$ 896.00	$ 1,467.63	$ 11,323.69	$ 714.51	$ 753.13	$ 6,391.92	$ 1,467.63	$ 1,610.51	$ 2,220.76	$17,715.61
7	$ 1,132.37	$ 1,467.63	$ 13,923.69	$ 639.19	$ 828.44	$ 5,563.48	$ 1,467.63	$ 1,771.56	$ 2,296.07	$19,487.17
8	$ 1,392.37	$ 1,467.63	$ 16,783.69	$ 556.35	$ 911.28	$ 4,652.20	$ 1,467.63	$ 1,948.72	$ 2,378.92	$21,435.89
9	$ 1,678.37	$ 1,467.63	$ 19,929.69	$ 465.22	$1,002.41	$ 3,649.79	$ 1,467.63	$ 2,143.59	$ 2,470.05	$23,579.48
10	$ 1,992.97	$ 1,467.63	$ 23,390.29	$ 364.98	$1,102.65	$ 2,547.13	$ 1,467.63	$ 2,357.95	$ 2,570.29	$25,937.42
11	$ 2,339.03	$ 1,467.63	$ 27,196.96	$ 254.71	$1,212.92	$ 1,334.21	$ 1,467.63	$ 2,593.74	$ 2,680.55	$28,531.17
12	$ 2,719.70	$ 1,467.63	$ 31,384.28	$ 133.42	$1,334.21	$ 0.00	$ 1,467.63	$ 2,853.12	$ 2,801.85	$31,384.28
Total de pagos	$ 13,772.69	$ 17,611.60		$ 7,611.60			$ 17,611.60	$21,384.28	$ 27,611.60	

En estas tablas podemos observar, que el total de intereses generados en la tabla de amoritización sobre saldo insolutos, el total de intereses generados es de $7,611.60; mientras que el total de intereses generados en la tabla de capitalización son $13,772.69

Esta diferencia se debe a que en el caso de la tabla de capitalización, tanto el capital acumulado en cada uno de los pagos, como los intereses capitalizados derivados del saldo acumulado, permanecen todo el tiempo invertidos hasta concretarse los doce meses. Mientras que en el caso de la tabla de amortización, en cada pago se reduce el adeudo, a través de el capital aportado correspondiente y los intereses generados derivado del saldo insoluto; los intereses no se capitalizan, sino que se utilizan para cubrir los mismos.

Y finalmente, en la tabla de diferencias, construida al sumar las columnas de ambas tablas correspondientes a interés, abono a capital y saldo. Podemos observar que si partieramos de un saldo de $10,000 pesos (valor presente de las mensualidades) y acumuláramos los intereses período a período; llegaríamos al saldo de $31,384.28 pesos (valor futuro de las mensualidades). Por lo que podemos concluir entonces, que ambos intereses se complementan y por lo mismo no puden dar totales iguales, en las tablas en cuestión.

- **¿Cuál es la fórmula para calcular el número de pagos para una tabla de amortización o una de capitalización, cuando nos dan el valor presente o el valor futuro de un adeudo?, ¿es la misma?**

Dada la naturaleza del cálculo del valor presente y el valor futuro para una anualidad, las fórmulas correspondientes, no son las mismas como se puede corroborar en la siguiente figura:

ANUALIDADES	M = Valor futuro	C = Valor presente
Vencidas	$M=R\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right]$	$C=R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$
n = Períodos de pag	$n=\frac{Log\left[\frac{iM}{R}+1\right]}{Log(1+i)}$	$n=-\frac{Log\left[1-\frac{iC}{R}\right]}{Log(1+i)}$

La fórmula para valor futuro nos lleva a un cálculo para los períodos diferente a la del cálculo para los mismos cuando partimos de la fórmula para valor presente. Por lo que entonces, no es posible calcular los períodos necesarios para construir una tabla de amortización, en función al valor futuro; o calcularlos para construir una tabla de capitalización, en función al valor presente.

Ejemplos:

1) ¿Cuántos depósitos de $25,000 pesos debe hacer una empresa cada trimestre, para obtener $750,000 pesos, considerando una tasa de interés del 15% anual capitalizable trimestralmente?

$$n=\frac{Log\left[\frac{iM}{R}+1\right]}{Log(1+i)}=\frac{\log\left[\frac{750{,}000*(0.15/4)}{25{,}000}+1\right]}{\log(1+(0.15/4))}=20.47516 \text{ trimestres}$$

Los trimestres se pueden ajustar a enteros, o calcular el pedazo restante de pago correspondiente a los decimales de los trimestres calculados.

2) ¿Cuántos pagos de $120,000 pesos debe hacer una empresa cada mes para cancelar una deuda de $690,000 pesos, considerando un tasa de interés de 18% capitalizable mensualmente?

$$n = -\frac{\operatorname{Log}\left[1-\frac{iC}{R}\right]}{\operatorname{Log}(1+i)} = -\frac{\log\left[1-\frac{690{,}000*(0.18/12)}{25{,}000}\right]}{\log(1+(0.18/12))} = 133.4206 \text{ meses}$$

Los meses se pueden ajustar a enteros, o calcular el pedazo restante de pago correspondiente a los decimales de los meses calculados.