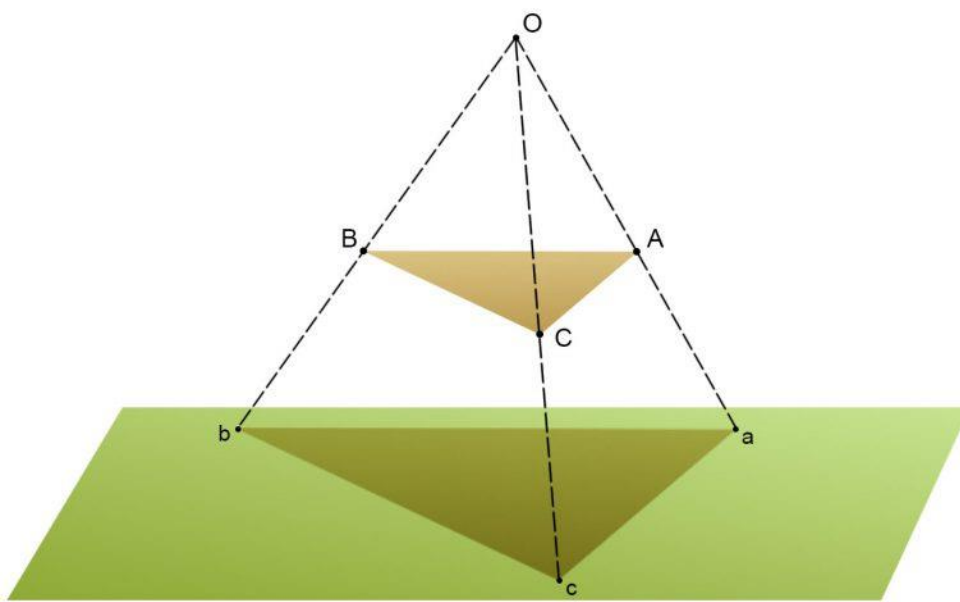


## ¿Qué es la geometría proyectiva?

La geometría plana recoge aquellos problemas cuyos elementos se sitúan todos en el plano. En cambio, la geometría proyectiva estudia la representación de las figuras del espacio, de tres dimensiones, sobre un plano. Del mismo modo estudia la resolución de problemas sobre dicho plano en sustitución de su resolución espacial.

En definitiva, la geometría proyectiva estudia las relaciones entre las figuras tridimensionales del espacio y sus proyecciones sobre un plano.



Por tanto, analiza las propiedades que se conservan en una proyección. No se interesa por medidas de segmentos o ángulos, sino por las posiciones relativas de los elementos en el plano o en el espacio.

Antes de profundizar en nuevos conceptos sería conveniente recordar algunos aspectos estudiados anteriormente en otros temas de transformaciones geométricas.

Se denomina elementos dobles o invariantes a aquellos a los que al aplicarles una transformación se transforman en ellos mismos.

Con la geometría proyectiva se hace muy presente el concepto de infinito, y con el se deberán tener en cuenta los elementos impropios, aquellos situados en el infinito. Estos elementos son:

- **Punto impropio:** Es el punto del infinito común de un conjunto de rectas paralelas. Cualquier recta tiene un único punto impropio.
- **Recta impropia:** Es la recta del infinito común de un conjunto de planos paralelos. Cualquier plano tiene una única recta impropia.
- **Plano impropio:** Es el conjunto de todas las rectas y puntos impropios.

### **Perspectividad.**

Se conoce por perspectividad a la correspondencia existente entre dos secciones o dos proyecciones de una misma forma o entre una forma y su proyección. Los elementos que se corresponden se llaman homólogos. Como ya hemos visto, cuando un elemento y su homólogo coincide se llaman dobles o invariantes.

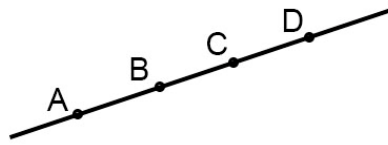
El concepto de proyectividad es el fundamento de los diferentes sistemas de representación que componen la Geometría Descriptiva.

Antes de profundizar en el acto de proyectar será conveniente que veamos la definición y agrupación de las formas geométricas fundamentales.

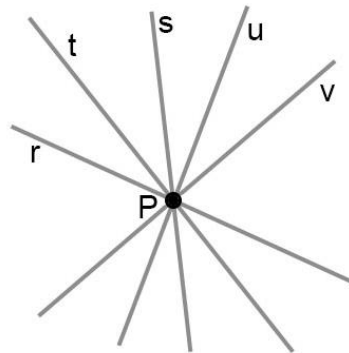
Una forma geométrica es un conjunto de elementos fundamentales agrupados en especies: puntos, rectas y planos. Según se agrupen estos elementos dan lugar a las llamadas formas fundamentales que se clasifican en distintas categorías.

Son formas de primera categoría las formadas por elementos de una misma especie. Se distinguen tres:

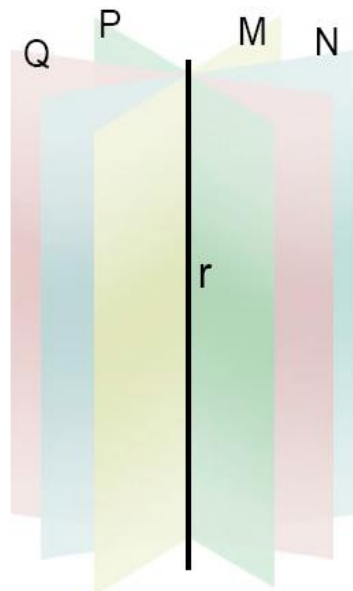
- **Serie rectilínea:** Es el conjunto de puntos que pertenecen a una recta.



- **Haz de rectas:** Es el conjunto de rectas de un plano que pasan por un punto denominado vértice.



- **Haz de planos:** Es el conjunto de planos que pasan por una recta llamada arista.

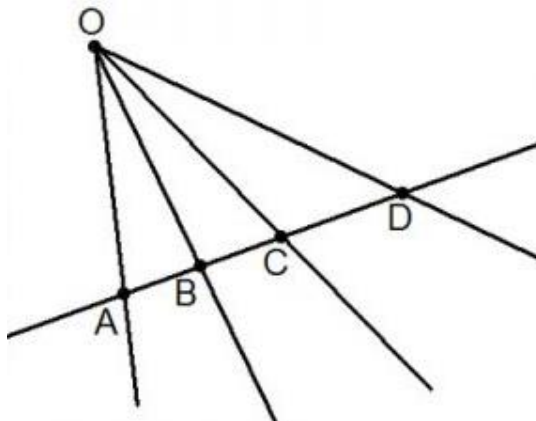


Son formas de segunda categoría aquellas que están formadas por elementos de distinta especie y formas de la primera categoría.

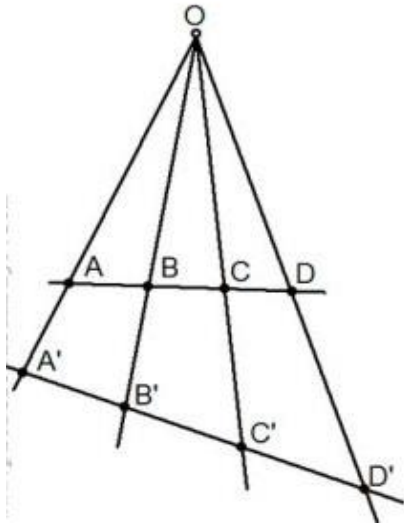
- **Formas planas:** Es el conjunto de todos los puntos y las rectas que constituyen un plano.
- **Radiación de rectas:** Es el conjunto de todas las rectas del espacio que pasan por un punto.
- **Radiación de planos.** Es el conjunto de planos que pasan por un punto.

En cuanto a las formas de primera categoría, deberemos tener en cuenta que siempre se cumplen las siguientes condiciones de perspectiva entre series rectilíneas y haces de rectas:

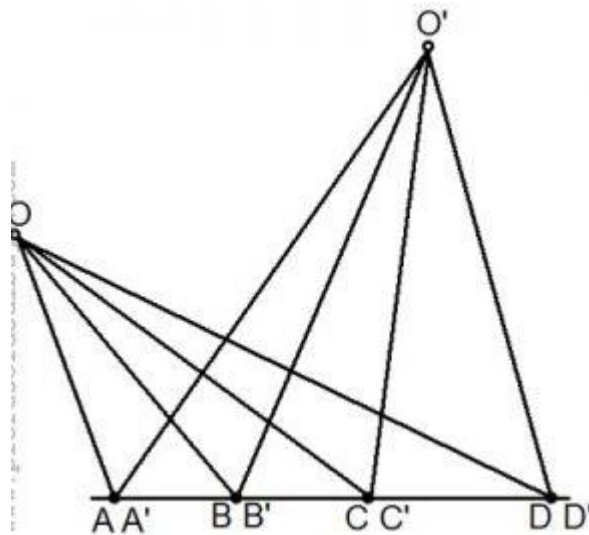
- Una serie rectilínea y un haz de rectas son perspectivas si la serie produce la sección del haz.



- Dos series rectilíneas son perspectivas si ambas son secciones del mismo haz de rectas.



- Dos haces de rectas son perspectivas si ambos son proyecciones de la misma serie rectilínea.



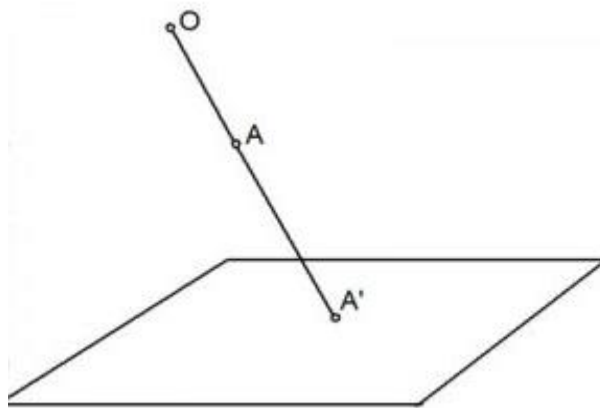
## Projectividad.

Dos formas de primera categoría son proyectivas si la razón doble de cuatro elementos de una de ellas es igual a la de sus puntos homólogos en la otra forma.

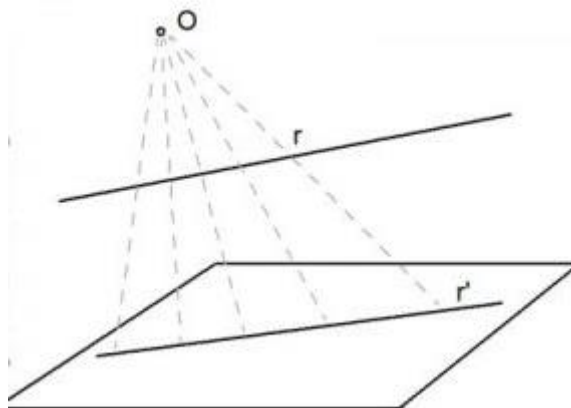
Una proyección consiste en hacer pasar por un elemento cualquiera una recta o plano que definirá la proyección del elemento sobre una superficie de proyección al intersecarla. Esta intersección o proyección se denomina sección.

Se puede proyectar desde un punto o una recta. Si proyectamos desde un punto, este se denomina centro de proyección. Si proyectamos desde una recta, esta se llamará recta de proyección. En ambos casos, por ellos pasarán todas las rectas y planos proyectantes.

- Cuando proyectamos un punto  $A$  desde un centro  $O$  obtenemos un punto  $A'$ , determinado por la recta de proyección que contiene al segmento  $OA$  y que interseca al plano de proyección en el punto  $A'$ .



- Cuando proyectamos una recta  $r$  desde un centro  $O$  obtenemos la recta  $r'$ , determinada por el plano que contiene al centro  $O$  y a la recta  $r$  e interseca al plano de proyección en  $r'$ .



- Cuando proyectamos una recta  $r$  desde la recta de proyección  $s$  obtenemos la recta  $r'$ , determinada por el plano que contiene a las rectas  $r$  y  $s$  e interseca al plano de proyección en la recta  $r'$ .

