



**HAL**  
open science

# Egalisation aveugle par méthodes à noyaux et techniques de classification automatique de modulations

Souhaila Fki

► **To cite this version:**

Souhaila Fki. Egalisation aveugle par méthodes à noyaux et techniques de classification automatique de modulations. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Télécom Bretagne; Université de Bretagne Occidentale, 2015. Français. NNT: . tel-01217519

**HAL Id: tel-01217519**

**<https://hal.science/tel-01217519>**

Submitted on 19 Oct 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**THÈSE / Télécom Bretagne**  
sous le sceau de l'Université européenne de Bretagne  
pour obtenir le grade de Docteur de Télécom Bretagne  
En accréditation conjointe avec l'Ecole doctorale Sicma  
Mention : Sciences et Technologies de l'Information et de la Communication

présentée par

**Souhaila Fki**

préparée dans le département Signal et communications  
Laboratoire Labsticc

# Égalisation aveugle par méthodes à noyaux et techniques de classification automatique de modulations

Thèse soutenue le 8 janvier 2015

Devant le jury composé de :

Maryline Hélard

Professeur, INSA - Rennes / président

Marie-Laure Boucheret

Professeur, Enseieht - Toulouse / rapporteur

Fatma Abdelkefi

Maître de Conférences (HDR), SUPCOM Tunis - Tunisie / rapporteur

Emanuel Radoi

Professeur, Université de Bretagne Occidentale / examinateur

Abdeljalil Aissa-El-Bey

Maître de Conférences (HDR), Télécom Bretagne / examinateur

Thierry Chonavel

Professeur, Télécom Bretagne / directeur de thèse

N° d'ordre : 2015telb0350

SOUS LE SCEAU DE L'UNIVERSITÉ EUROPÉENNE DE BRETAGNE

TÉLÉCOM BRETAGNE

En accréditation conjointe avec l'Ecole Doctorale Sicma

---

# Égalisation aveugle par méthodes à noyaux et techniques de classification automatique de modulations

---

THÈSE DE DOCTORAT

Mention : Sciences et technologies de l'information et de la communication

Présentée par *Souhaila Fki*

Département : Signal et communications

Laboratoire : Lab-STICC UMR CNRS 6285 Pôle : CACS/COM

Directeur de thèse : Thierry Chonavel

Thèse soutenue le 8 Janvier 2015

**devant le jury composé de :**

Mme. Marie-Laure Boucheret, Professeur à ENSEEIHT Toulouse (Rapporteur)

Mme. Fatma Abdelkefi, Maître de Conférences HDR à SUPCOM Tunis (Rapporteur)

M. Emanuel Radoi, Professeur à UBO (Examineur)

Mme. Maryline Helard, Professeur à INSA Rennes (Examineur)

M. Thierry Chonavel, Professeur à Télécom Bretagne (Directeur de thèse)

M. Abdeldjalil Aïssa-El-Bey, Maître de Conférences HDR à Télécom Bretagne  
(Encadrant de thèse)



## Dédicaces

À mes parents,  
À ma grand-mère et à ma famille,  
À mon fiancé et à ma belle famille,  
Je dédie ce travail.



---

# Remerciements

Le travail de recherche présenté dans ce mémoire a été effectué au sein du département Signal et Communications de Télécom Bretagne. Je tiens à remercier toute personne qui a contribué dans la réalisation de cette thèse.

Je remercie tout d'abord mes encadrants, M. Thierry Chonavel et M. Abdeldjalil Aïssa-El-Bey, de m'avoir fait confiance en me proposant ce projet de thèse. Je les remercie également, pour la qualité de leur encadrement de ces travaux de recherche, leur disponibilité, leur patience, leurs encouragements, leurs conseils très précieux et leur soutien permanent tout au long de cette thèse.

Je tiens à remercier Mme. Maryline Helard, de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse ainsi que Mme. Fatma Abdelkefi et Mme. Marie-Laure Boucheret pour l'honneur qu'elles m'ont fait d'examiner ce mémoire en qualité de rapporteuses et pour les remarques constructives soulignées dans leurs rapports. Mes remerciements s'adressent aussi à M. Emanuel Radoi d'avoir participé à mon jury de thèse en qualité d'examineur et pour ses intéressantes suggestions.

J'adresse mes remerciements aussi à M. Ramesh Pyndiah, de m'avoir accueillie au sein du département Signal et Communications et pour tous les échanges que j'ai eu avec lui dans le cadre de la Branche IEEE de Télécom Bretagne, du bureau des doctorants à l'école et en tant que représentante des doctorants au département.

Je remercie chaleureusement tous mes collègues et mes amis qui m'ont accompagnée tout au long de ma thèse, ils ont rendu ma vie à Brest plus agréable et moins difficile.

Mes remerciements s'adressent aussi à Malek Messai pour son sérieux dans le travail d'une partie de ma thèse dans le cadre de son projet de fin d'études.

Un grand merci du fond du cœur à mes chers parents, pour leur soutien permanent tout au long de ma vie et en particulier tout au long de ma thèse. Leur amour et leur confiance en moi me donnent toujours la force et renforcent chez moi la volonté de réussir. Merci aussi à ma sœur Amina et à mes cousines Maryem et Mayssa pour

leur encouragements et leurs soutiens. Je remercie également tous les membres de ma famille, en particulier ma grand-mère, mes tantes et mes oncles pour leurs prières pour moi et leur présence affective.

Je remercie amoureusement, mon cher fiancé Amine qui m'a beaucoup encouragée et soutenue surtout dans ma troisième année, l'année la plus dure dans une thèse. Merci d'avoir eu confiance en moi et de me pousser tout le temps pour réussir. Je remercie également mes beaux parents et mes beaux frères pour leur sympathie et leurs prières pour moi.

Je remercie enfin, mon cher pays, la Tunisie qui m'a offert les moyens pour faire mes études d'ingénieur en France et qui m'a donc offert l'opportunité de y continuer mes études pour devenir Docteur en sciences et technologies de l'information et de la communication.

Merci Beaucoup.

---

# Table des matières

<b>Abréviations</b>	<b>xix</b>
<b>Notations</b>	<b>xxi</b>
<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>Publications</b>	<b>5</b>
<b>1 Aperçu sur l'égalisation</b>	<b>7</b>
1.1 Introduction . . . . .	7
1.2 La chaîne de transmission . . . . .	7
1.2.1 Le canal de transmission . . . . .	9
1.2.2 Modèles de canaux de transmission . . . . .	10
1.3 Modèles du signal et d'égaliseur . . . . .	12
1.4 Architectures des égaliseurs . . . . .	13
1.4.1 Filtres numériques . . . . .	13
1.4.2 Égaliseurs linéaires . . . . .	14
1.4.3 Égaliseurs non linéaires . . . . .	15
1.5 Égalisation supervisée du canal . . . . .	15
1.5.1 Égaliseur par le critère du maximum de vraisemblance (MV) . .	16
1.5.2 Égaliseur par le critère de forçage à zéro (Zero Forcing (ZF)) . .	17
1.5.3 Égaliseur par le critère du minimum d'erreur quadratique moyenne (MEQM) (Minimum mean square error (MMSE)) . . .	18
1.6 Égalisation aveugle ou autodidacte . . . . .	21

1.6.1	Algorithme de Sato : première technique d'égalisation aveugle . . .	21
1.6.2	Algorithmes de Godard . . . . .	22
1.6.3	Algorithme CMA normalisé ("Normalized-CMA" (NCMA)) . . .	23
1.6.4	Algorithme Multi-Modulus ("Multi-Modulus Algorithm" (MMA))	24
1.6.5	Algorithmes hybrides d'égalisation aveugle . . . . .	25
1.7	Simulations . . . . .	28
1.7.1	Modèles de canaux de transmission . . . . .	28
1.7.2	Résultats de simulations . . . . .	30
1.8	Conclusion . . . . .	37
<b>2</b>	<b>Égalisation aveugle basée sur l'ajustement de densité de probabilité</b>	<b>39</b>
2.1	Introduction . . . . .	39
2.2	Égalisation aveugle basée sur les fonctions de densité de probabilité . .	40
2.2.1	Utilisation de densité de probabilité en égalisation aveugle des canaux de transmission . . . . .	40
2.2.2	Estimateur à noyau de densités de probabilité (DDP) . . . . .	41
2.3	Techniques d'égalisation aveugle basées sur l'ajustement de DDP . . . .	43
2.3.1	Égalisation aveugle avec l'entropie de Renyi [1] . . . . .	43
2.3.2	Égalisation aveugle basée sur le critère de la divergence de Kullback-Leibler (DKL) [2] . . . . .	45
2.3.3	Ajustement de la DDP par l'algorithme Stochastique de la Dis- tance Quadratique (SQD) [3] . . . . .	46
2.3.4	Ajustement de DDP par l'algorithme LCSQD (Low Complexity SQD) . . . . .	47
2.4	Nouvelle approche basée sur l'algorithme SQD : l'algorithme AR- LCSQD [4] [5] . . . . .	49
2.4.1	Amélioration de l'algorithme LCSQD . . . . .	49
2.4.2	L'algorithme AR-LCSQD (Adaptive Radius-LCSQD) . . . . .	50
2.5	Les algorithmes MSQD [6] [7] . . . . .	52
2.5.1	La famille des algorithmes MSQD- $\ell_p$ . . . . .	52

2.5.2	Les algorithmes MSQD- $\ell_2$ et MSQD- $\ell_1$ . . . . .	57
2.6	Résultats de simulations . . . . .	58
2.6.1	Simulations avec l'égaliseur AR-LCSQD . . . . .	58
2.6.2	Simulations avec les égaliseurs MSQD- $\ell_2$ et MSQD- $\ell_1$ . . . . .	62
2.7	Conclusion . . . . .	70
<b>3</b>	<b>Analyse de performances de l'algorithme MSQD-<math>\ell_1</math></b>	<b>73</b>
3.1	Introduction . . . . .	73
3.2	Algorithmes adaptatifs pour l'égalisation de canaux de transmission . .	73
3.2.1	Algorithmes adaptatifs en égalisation . . . . .	73
3.2.2	Algorithme du gradient stochastique . . . . .	74
3.2.3	Algorithme de Newton . . . . .	75
3.3	Méthode de l'ODE . . . . .	76
3.3.1	Hypothèses requises . . . . .	77
3.3.2	Convergence des algorithmes stochastiques . . . . .	77
3.3.3	Variance asymptotique . . . . .	78
3.3.4	Points stationnaires stables de l'ODE . . . . .	78
3.4	Analyse de performance de l'algorithme MSQD- $\ell_1$ [7] . . . . .	79
3.4.1	Points stationnaires stables de l'ODE . . . . .	79
3.4.2	Analyse de l'EQM asymptotique . . . . .	83
3.5	Simulations : validation de l'étude théorique . . . . .	86
3.6	Conclusion . . . . .	86
<b>4</b>	<b>Égaliseur aveugle générique et classification automatique de modulations</b>	<b>89</b>
4.1	Introduction . . . . .	89
4.2	Égaliseur aveugle générique [8] . . . . .	90
4.2.1	Critère d'égalisation . . . . .	90
4.2.2	Constellations obtenues en sortie de l'égaliseur générique . . . . .	91
4.3	Techniques de CAM dans la littérature . . . . .	99

4.3.1	Approches de CAM basées sur des statistiques du signal reçu . . .	99
4.3.2	Approches basées sur la fonction de vraisemblance du signal reçu	100
4.4	Nouvelles Techniques de CAM pour les modulations MAQ [8] . . . . .	106
4.4.1	Maximum de vraisemblance sur la DDP des parties réelle et imaginaire du signal égalisé : MVReIm . . . . .	106
4.4.2	Maximum de vraisemblance sur la DDP des valeurs absolues des parties réelle et imaginaire du signal égalisé : MVAbsReIm . . .	108
4.4.3	Utilisation de la distance de Bhattacharyya ou la distance quadratique entre DDPs : DB, DQ . . . . .	108
4.4.4	Utilisation d'un dictionnaire de DDPs : SP . . . . .	110
4.4.5	Utilisation d'un modèle de mélange gaussien . . . . .	110
4.5	Nouvelles Techniques de CAM pour les modulations MDP . . . . .	113
4.5.1	Approche basée sur le MV de la DDP de la phase du signal égalisé : MV-Ph . . . . .	113
4.5.2	Approche basée sur la distance de Bhattacharyya ou la distance quadratique entre DDPs : DB-Ph, DQ-Ph . . . . .	115
4.6	Résultats de simulations . . . . .	115
4.7	Conclusion . . . . .	125
<b>Conclusion et perspectives</b>		<b>128</b>
<b>A Calcul de la plage maximale des valeurs possibles pour <math>\mu</math> pour l'algorithme MSQD<math>\ell</math>1</b>		<b>129</b>
<b>B Diagonalisation de <math>R_g</math> dans la base <math>U^*</math></b>		<b>131</b>
<b>C Complexité de l'algorithme MSQD-<math>\ell</math>1</b>		<b>133</b>
<b>Annexe</b>		<b>133</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>135</b>

---

## Liste des figures

1.1	Schéma basique d'une chaîne de transmission numérique. . . . .	8
1.2	Schéma de base d'un système d'égalisation . . . . .	12
1.3	Schéma d'un égaliseur linéaire . . . . .	14
1.4	Schéma d'un égaliseur à retour de décision (DFE) . . . . .	15
1.5	Canal de Proakis A . . . . .	29
1.6	canal dont le profil décroît en exponentiel . . . . .	29
1.7	Canal complexe . . . . .	30
1.8	Canal référencé dans [3] . . . . .	31
1.9	TES obtenu avec les égaliseurs LMS et RLS avec le canal $H_r$ et une modulation MAQ-16. . . . .	31
1.10	TES obtenu avec les égaliseurs LMS et RLS avec le canal de Proakis A et une modulation MAQ-16. . . . .	32
1.11	Egaliseur MMSE, résultats obtenus pour une modulation MAQ-16 dans le cas d'un canal de Proakis A et RSB= 15 dB. . . . .	33
1.12	Egaliseur MMSE, résultats obtenus pour une modulation MAQ-16 dans le cas d'un canal de Proakis A et RSB= 25 dB. . . . .	33
1.13	Egaliseur MMSE, résultats obtenus pour une modulation MAQ-16 dans le cas d'un canal complexe [9] et RSB= 15 dB. . . . .	34
1.14	Egaliseur MMSE, résultats obtenus pour une modulation MAQ-16 dans le cas d'un canal complexe [9] et RSB= 25 dB. . . . .	34
1.15	Egaliseurs CMA, MMA, $\min\ell_1$ -MMA et MGauss-MMA, résultats obtenus pour une modulation MAQ-16 dans le cas du canal de Proakis A et RSB= 20 dB. . . . .	35

1.16	Egaliseurs CMA, MMA, $\min\ell_1$ -MMA et MGauss-MMA, résultats obtenus pour une modulation MAQ-16 dans le cas du canal $H_r$ et RSB= 20 dB. . . . .	36
1.17	Comparaison des vitesses de convergence des algorithmes CMA, MMA, $\min\ell_1$ -MMA et MGauss-MMA dans le cas d'une modulation MAQ-16 pour RSB= 20 dB. . . . .	36
2.1	L'idée derrière l'égalisation aveugle basée sur l'ajustement de DDPs . . .	41
2.2	Régions de décision locale pour une constellation MAQ-64 : les croix représentent les valeurs de $y(n)$ alors que les cercles pleins représentent ses voisins sélectionnés. . . . .	49
2.3	Régions omises avec l'algorithme LCSQD. . . . .	50
2.4	DDPs sur deux dimensions : $M = 16$ modes pour l'algorithme SQD . . .	52
2.5	DDPs sur les axes réel et imaginaire : $2\sqrt{M} = 8$ modes pour les algorithmes MSQD- $\ell_p$ . . . . .	53
2.6	Constellations transformées pour les normes $\ell_1$ , ( $p = 1$ ), en bas à droite et $\ell_2$ ( $p = 2$ ), en haut à droite des parties réelle et imaginaire des données émises pour une modulation MAQ-16 . . . . .	53
2.7	MAQ-16 à RSB= 30dB. . . . .	54
2.8	MAQ-16 à RSB= 20dB. . . . .	54
2.9	MAQ-16 à RSB= 10dB. . . . .	55
2.10	IIS (dB) pour la MAQ-16, RSB = 30 dB et canal $H_{Comp}$ . . . . .	59
2.11	IIS (dB) pour la MAQ-64, RSB = 30 dB et canal $H_{Comp}$ . . . . .	59
2.12	IIS (dB) pour la MAQ-16, RSB = 30 dB et canal $H_{Exp}$ . . . . .	60
2.13	IIS (dB) pour la MAQ-64, RSB = 30 dB et canal $H_{Exp}$ . . . . .	60
2.14	EQM (dB) pour la MAQ-16, RSB = 30 dB et canal $H_{Comp}$ . . . . .	60
2.15	EQM (dB) pour la MAQ-64, RSB = 30 dB et canal $H_{Comp}$ . . . . .	61
2.16	TES pour les algorithmes SQD, LCSQD et AR-LCSQD dans le cas d'une MAQ-16 transmise à travers $H_{Comp}$ . . . . .	61
2.17	Évolution du facteur de compensation $Q(\sigma)$ pour l'algorithme MSQD- $\ell_1$ . . . . .	64
2.18	EQM (dB) pour la MAQ-16, RSB = 30 dB et canal $H_r$ . . . . .	64
2.19	EQM (dB) pour la MAQ-64, RSB = 30 dB et canal $H_r$ . . . . .	65

2.20	EQM (dB) pour la MAQ-256, RSB = 30 dB et canal $H_r$ .	66
2.21	EQM (dB) pour la MAQ-16, RSB = 30 dB et canal $H_r$ .	66
2.22	EQM (dB) pour la MAQ-64, RSB = 30 dB et canal $H_r$ .	66
2.23	TES pour les algorithmes SQD, MMA et MSQD- $\ell_1$ dans le cas d'une MAQ-16 transmise à travers $H_r$ .	67
2.24	EQM (dB) pour la MAQ-16, RSB = 30 dB et canal $H_{Comp}$ .	67
2.25	EQM (dB) pour la MAQ-64, RSB = 30 dB et canal $H_{Comp}$ .	68
2.26	EQM (dB) pour la MAQ-16, RSB = 30 dB et canal $H_{exp}$ .	68
2.27	EQM (dB) pour la MAQ-64, RSB = 30 dB et canal $H_{exp}$ .	68
2.28	Nombre de multiplications par itération pour les modulations MAQ- $\{16, 64, 256\}$ .	70
2.29	Nombre de multiplications nécessaires pour la convergence des égaliseurs pour les modulations MAQ- $\{16, 64\}$ .	70
3.1	EQM du MSQD- $\ell_1$ , EQM de l'erreur résiduelle de l'égaliseur et EQM du MSQD- $\ell_1$ théorique dans le cas de MAQ-16 à RSB=30dB, canal $H_{Comp}$ .	86
3.2	EQM du MSQD- $\ell_1$ , EQM de l'erreur résiduelle de l'égaliseur et EQM du MSQD- $\ell_1$ théorique dans le cas de MAQ-64 à RSB=30dB, canal $H_{Exp}$ .	87
3.3	EQM du MSQD- $\ell_1$ , EQM de l'erreur résiduelle de l'égaliseur et EQM du MSQD- $\ell_1$ théorique dans le cas de MAQ-256 à RSB=30dB, canal $H_r$ .	87
4.1	Résultats obtenus avec la modulation MAQ-16 et le canal $H_r$ à RSB = 20dB	92
4.2	Résultats obtenus avec la modulation MAQ-32 et le canal $H_r$ à RSB = 20dB	93
4.3	Résultats obtenus avec la modulation MAQ-128 et le canal $H_r$ à RSB = 35dB	93
4.4	Résultats obtenus avec la modulation MAQ-16 et le canal $H_{Comp}$ à RSB = 20dB	94
4.5	Résultats obtenus avec la modulation MAQ-128 et le canal $H_{Comp}$ à RSB = 35dB	95
4.6	Résultats obtenus avec la modulation MDP-8 et le canal $H_r$ à RSB = 20dB	95

4.7	Résultats obtenus avec la modulation MDP-8 et le canal $H_r$ à $RSB = 20\text{dB}$	96
4.8	Résultats obtenus avec la modulation MDP-8 et le canal $H_{Comp}$ à $RSB = 20\text{dB}$	96
4.9	Résultats obtenus avec la modulation MDP-16 et le canal $H_{Comp}$ à $RSB = 20\text{dB}$	97
4.10	Résultats obtenus avec la modulation MDP-8 et le canal BBGA à $RSB = 15\text{dB}$	97
4.11	Résultats obtenus avec la modulation MAQ-16 et le canal BBGA à $RSB = 15\text{dB}$	98
4.12	IIS du CMA générique et du MSQD- $\ell_{2_{gen}}$ pour une modulation MAQ-16 et $H_r$ à $RSB = 15\text{dB}$ .	104
4.13	IIS du CMA générique et du MSQD- $\ell_{2_{gen}}$ pour une modulation MAQ-16 et $H_{Comp}$ à $RSB = 20\text{dB}$ .	104
4.14	IIS du CMA générique et du MSQD- $\ell_{2_{gen}}$ pour une modulation MAQ-32 et $H_r$ à $RSB = 25\text{dB}$ .	105
4.15	IIS du CMA générique et du MSQD- $\ell_{2_{gen}}$ pour une modulation MDP-8 et $H_{Comp}$ à $RSB = 15\text{dB}$ .	105
4.16	Architecture d'un classifieur au sens du maximum de vraisemblance.	106
4.17	Approche de CAM basée sur les distances de Bhattacharyya ou quadratique entre DDP.	109
4.18	Pcc pour une modulation MAQ-16 et le canal BBGA avec $N = 10000$ .	116
4.19	Pcc pour une modulation MAQ-16 et le canal BBGA avec $N = 5000$ .	117
4.20	Pcc pour une modulation MAQ-16 et le canal BBGA avec $N = 1000$ .	117
4.21	Pcc pour une modulation MAQ-32 et le canal BBGA avec $N = 10000$ .	118
4.22	Pcc pour une modulation MAQ-32 et le canal BBGA avec $N = 5000$ .	118
4.23	Pcc pour une modulation MAQ-32 et le canal BBGA avec $N = 1000$ .	118
4.24	Pcc pour une modulation MAQ-64 et le canal BBGA avec $N = 10000$ .	119
4.25	Pcc pour une modulation MAQ-64 et le canal BBGA avec $N = 5000$ .	119
4.26	Pcc pour une modulation MAQ-64 et le canal BBGA avec $N = 1000$ .	119
4.27	Pcc pour une modulation MAQ-128 et le canal BBGA avec $N = 10000$ .	120
4.28	Pcc pour une modulation MAQ-128 et le canal BBGA avec $N = 5000$ .	120

4.29	Pcc pour une modulation MAQ-128 et le canal BBGA avec $N = 1000$ .	120
4.30	Pcc pour une modulation MAQ-16 et le canal $H_{Comp}$ avec $N = 10000$ .	121
4.31	Pcc pour une modulation MAQ-16 et le canal $H_{Comp}$ avec $N = 5000$ .	121
4.32	Pcc pour une modulation MAQ-32 et le canal $H_{Comp}$ avec $N = 10000$ .	122
4.33	Pcc pour une modulation MAQ-32 et le canal $H_{Comp}$ avec $N = 5000$ .	122
4.34	Pcc pour une modulation MAQ-64 et le canal $H_{Comp}$ avec $N = 10000$ .	122
4.35	Pcc pour une modulation MAQ-64 et le canal $H_{Comp}$ avec $N = 5000$ .	123
4.36	Pcc pour une modulation MDP-4 et le canal $H_{Comp}$ avec $N = 5000$ .	123
4.37	Pcc pour une modulation MDP-8 et le canal $H_{Comp}$ avec $N = 5000$ .	124
4.38	Pcc pour une modulation MDP-16 et le canal $H_{Comp}$ avec $N = 5000$ .	124
4.39	Pcc pour une modulation MDP-4 et le canal $H_{Comp}$ avec $N = 10000$ .	124
4.40	Pcc pour une modulation MDP-8 et le canal $H_{Comp}$ avec $N = 10000$ .	125
4.41	Pcc pour une modulation MDP-16 et le canal $H_{Comp}$ avec $N = 10000$ .	125



---

# Liste des tableaux

2.1	Valeurs des paramètres considérés dans les simulations . . . . .	58
2.2	Complexité des algorithmes SQD, LCSQD et AR-LCSQD. $N_s = 16$ pour une modulation MAQ-16 et $N_s = 64$ pour une modulation MAQ-64. . .	62
2.3	Valeurs des paramètres considérés dans les simulations . . . . .	65
2.4	Complexité calculatoire des algorithmes CMA, SQD et MSQD- $\ell_1$ pour une itération . . . . .	69



---

# Abréviations

IIS	Interférence Inter-Symbole
CAM	Classification Automatique de Modulation
MAQ	Modulation d'Amplitude en Quadrature
DDP	Densité De Probabilité
SQD	Stochastic Quadratic Distance
AR-LCSQD	Adaptive Radius Low Complexity SQD
MSQD- $\ell_p$	Multimodulus-SQD- $\ell_p$
ODE	Ordinary Differential Equation
MMSE	Minimum Mean Square Error
MV	Maximum de Vraisemblance
EQMM	Erreur Quadratique Moyenne Minimale
MDP	Modulation par Déplacement de Phase
CMA	Constant Modulus Algorithm
MMA	Multi-Modulus Algorithm
BBGA	Bruit Blanc Gaussien Additif
RSB	Rapport Signal à Bruit
TES	Taux d'Erreur Symbole
DQ	Distance Quadratique
AIC	Akaike Information Criterion
BIC	Bayesian Information Criterio



---

# Notations

$\boldsymbol{v}$	vecteur
$\boldsymbol{M}$	matrice
$(.)^T$	transposé
$(.)^*$	conjugué
$(.)^H$	conjugué transposé
$*$	convolution
$\mathbb{E}\{.\}$	espérance mathématique
$\Re$	partie réelle
$\Im$	partie imaginaire
$ \cdot $	module
$\ \cdot\ $	norme
$\hat{(\cdot)}$	estimateur d'un paramètre
$\text{diag}(\boldsymbol{v})$	matrice diagonale construite à partir du vecteur $\boldsymbol{v}$
$\text{Tr}(\cdot)$	trace d'une matrice



---

# Introduction

La transmission numérique consiste à faire transiter de l'information sous forme de signaux numériques sur un support physique de communication appelé canal de transmission. Nous pouvons citer par exemple la transmission de données entre mobiles sous forme d'ondes électromagnétiques à travers l'atmosphère et les transmissions acoustiques sous marines. Malheureusement, les canaux de transmission ne sont pas parfaits. Ils ont une bande passante limitée, supportent divers bruits et présentent de ce fait une capacité limitée à transmettre les signaux. Un autre phénomène néfaste qui peut se présenter sur les canaux de transmission est la sélectivité en fréquence. En effet, dans ce cas le signal peut être fortement atténué dans certaines bandes de fréquences. De plus, le signal qui se propage dans un canal parcourt généralement des trajets multiples provoqués par des réflexions et des diffractions sur les différents obstacles rencontrés sur son chemin.

Toutes ces perturbations introduites par le canal dégradent le signal émis de sorte qu'à la réception on observe plusieurs versions bruitées du signal transmis différemment atténuées et retardées. Cela conduit au phénomène d'interférence inter-symboles (IIS) introduit par un canal multi-trajets sélectif en fréquence. Cette IIS rend difficile voire impossible la récupération des données émises sans l'emploi de techniques de traitement de signal au niveau du récepteur.

Dans cette thèse, nous nous intéressons plus particulièrement aux techniques d'égalisation qui permettent de réduire l'IIS introduite par le canal de transmission. Un égaliseur est un filtre placé au niveau du récepteur d'une chaîne de transmission dont la fonction est d'ajuster au mieux sa sortie au signal émis au sens d'un certain critère dit critère d'égalisation. Le but de l'égalisation est de déterminer les coefficients du filtre qui optimise le critère choisi. Parmi les critères envisageables, on peut envisager des critères supervisés pour lesquels on se sert d'une séquence d'apprentissage connue au niveau du récepteur pour chercher les coefficients de l'égaliseur et des critères aveugles qui exploitent des caractéristiques statistiques du signal émis connues du récepteur.

Dans ce manuscrit, nous nous focalisons sur l'égalisation aveugle de canaux de transmission.

### **Motivations**

Les premières techniques d'égalisation aveugle sont apparues dans les années 70 [10]. Elles se basent sur la connaissance des propriétés statistiques du signal émis. Le critère d'égalisation est construit de façon à imposer à l'égaliseur de reproduire un signal dont certaines propriétés statistiques se rapprochent au mieux de celles du signal émis. Au cours de la dernière décennie, de nouvelles approches ont été proposées. Elles se basent sur la distribution des données émises plutôt que sur des caractéristiques statistiques plus restrictives. Cela permet de mieux exploiter l'information disponible sur le signal émis. Avec ces méthodes, le critère d'égalisation est construit de façon à permettre à l'égaliseur d'ajuster la densité de probabilité du signal à sa sortie à celle du signal émis. Les travaux de la littérature sur ces techniques nous ont motivés pour les étudier de façon détaillée.

Cette thèse a pour premier objectif d'étudier ces techniques d'égalisation aveugle basées sur l'ajustement de densité de probabilité par méthodes à noyau, de proposer de nouvelles approches plus performantes en termes de vitesse de convergence et d'erreur résiduelle et d'appuyer leur importance par une étude théorique.

Par ailleurs, en vue de répondre aux nouveaux défis scientifiques liés principalement à la construction de récepteurs de plus en plus intelligents et d'émetteurs capables de s'adapter aux conditions de transmission, on s'intéresse dans un deuxième temps à l'étude des techniques de classification automatique de modulation (CAM). Ces techniques sont importantes pour les systèmes de radio cognitive où le récepteur ne dispose ni de la connaissance du canal ni de celle de la modulation émise. Elles sont très utiles également dans le contexte des modulations adaptatives où l'émetteur doit adapter la modulation émise aux conditions de transmission. Nous proposons ainsi de nouvelles approches pour classer en particulier les modulations MAQ et MDP.

Si le récepteur ne dispose plus d'une connaissance à priori sur la modulation émise, la construction d'un critère d'égalisation aveugle basé sur des caractéristiques statistiques particulières ou sur la densité de probabilité du signal émis devient impossible. D'où l'utilité de construire un critère d'égalisation générique aveugle même par rapport à la modulation émise et capable de réduire l'IIS pour différentes familles de modulations. Nous avons donc étudié les techniques.

### **Plan du document**

Ce mémoire de thèse comporte quatre chapitres organisés comme suit.

**Dans le chapitre 1**, nous énonçons le problème de l'égalisation de canaux de transmission et nous détaillons la démarche de construction d'un égaliseur. Dans ce cadre, le choix du critère d'égalisation constitue une étape importante. Ce chapitre donne un aperçu sur les critères d'égalisation supervisés et non supervisés qui sont employés et que l'on trouve dans la littérature. Nous nous concentrons en particulier sur les critères aveugles.

**Dans le chapitre 2**, nous commençons par expliquer le principe sur lequel repose l'emploi de densité de probabilité (DDP) dans l'égalisation aveugle des canaux de transmission. Nous présentons les techniques d'estimation de densité au moyen d'estimateurs à noyaux. Puis, nous présentons quelques égaliseurs basés sur l'ajustement de DDPs qui existent dans la littérature. Nous nous intéressons particulièrement à une approche appelée SQD (Stochastic Quadratic Distance), dont le critère d'égalisation est basé sur la distance quadratique entre la DDP du signal en sortie de l'égaliseur et la DDP d'une constellation cible bruitée. Nous présentons dans ce contexte nos contributions sous forme d'un nouvel algorithme que nous appelons AR-LCSQD (Adaptive Radius Low Complexity SQD) et une famille d'algorithmes que nous appelons MSQD- $\ell_p$  (Multimodulus-SQD- $\ell_p$ ). Nous mettons en évidence l'intérêt particulier de l'algorithme MSQD- $\ell_1$ .

**Dans le chapitre 3** et afin de compléter l'étude de l'algorithme MSQD- $\ell_1$ , nous en proposons une analyse de performance. Cette analyse est basée sur la méthode de l'équation différentielle moyenne (ODE : pour Ordinary Differential Equation). Nous montrons que l'égaliseur MMSE (minimum mean square error) est le seul point stationnaire stable de l'égaliseur MSQD- $\ell_1$  et que l'erreur quadratique moyenne de ce dernier converge asymptotiquement vers celle du MMSE.

**Dans le chapitre 4**, nous nous intéressons au problème de l'égalisation aveugle générique qui se pose lorsqu'on ne dispose pas d'une connaissance à priori de la modulation émise, ainsi qu'au problème de la classification automatique de modulations (CAM). Nous présentons dans la première partie du chapitre une nouvelle famille d'égaliseurs aveugles génériques, MSQD- $\ell_{p_{gen}}$ , dont le critère est basé sur celui de la famille MSQD- $\ell_p$ . La deuxième partie de ce chapitre est consacrée aux techniques de CAM qui existent dans la littérature et celles proposées dans cette thèse. Nous comparons leurs performances en terme de probabilité de classification correcte (Pcc) et nous nous concentrons plus particulièrement sur la classifications des modulations MAQ et MDP.



# Publications

Ces travaux de thèse ont fait l'objet de publications d'un article de journal, trois articles de conférence présentés et de l'acceptation d'un article de conférence.

- S. Fki, M. Messai, A. Aïssa-El-Bey and T. Chonavel, "New Criteria for Blind Equalization Based on PDF Fitting", *15th IEEE International Symposium on Signal Processing Advances in Wireless Communications Spawc*, pp. 489-493, Toronto, Canada, 22-25 June 2014.
- S. Fki, M. Messai, A. Aïssa-El-Bey and T. Chonavel, "Blind equalization based on pdf fitting and convergence analysis", *Signal processing*, vol. 101, n° 266, pp. 266-277, august 2014.
- S. Fki, M. Messai, A. Aïssa-El-Bey and T. Chonavel, "Implémentation de complexité réduite d'un égaliseur aveugle par méthodes à noyaux", *24ème colloque du Groupement de Recherche en Traitement du Signal et des Images, GRETSI*, Brest, France, 03-06 septembre 2013.
- M. Messai, S. Fki, T. Chonavel and A. Aïssa-El-Bey, "An adaptive radius blind equalization algorithm based on pdf fitting", *21st European Signal Processing conference EUSIPCO*, pp. 1-5, Marrakech, Morocco, 09-13 september 2013.
- S. Fki, A. Aïssa-El-Bey and T. Chonavel, "Blind equalization and automatic modulation classification based on PDF fitting", à apparaître à ICASSP 2015.



# CHAPITRE 1 Aperçu sur l'égalisation

## 1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous introduisons la problématique de l'égalisation des canaux de transmission. Nous discutons ses principes et nous présentons quelques approches adoptées dans la littérature pour réaliser cette opération. On se place dans le contexte d'une transmission mono capteur (Single Input Single Output (SISO)) et mono-porteuse (single-carrier).

Dans la section 1.2, nous introduisons les éléments de la chaîne de transmission. Ensuite, dans la section 1.3, nous présentons les modèles de signal et d'égaliseur à considérer. Dans la section 1.4, nous discutons les architectures possibles des égaliseurs. Nous étudions par la suite, dans la section 1.5, quelques critères d'égalisation non aveugle, puis dans la section 1.6 nous nous concentrons sur les critères d'égalisation aveugle. Enfin, nous illustrons, dans la section 1.7, les performances de quelques égaliseurs présentés dans ce chapitre sur des canaux de transmission tests.

## 1.2 La chaîne de transmission

Le schéma basique d'une chaîne de transmission numérique est représenté sur la figure 1.1.

$$|y_{r,i}|^2 \tag{1.1}$$

$$|y_{r,i}| \tag{1.2}$$

La source d'information génère un message dans l'objectif d'être transmis au récepteur via le canal de transmission. En général, les caractéristiques du message dépendent de la nature de la source qui le produit. Dans une chaîne de communication numérique, le

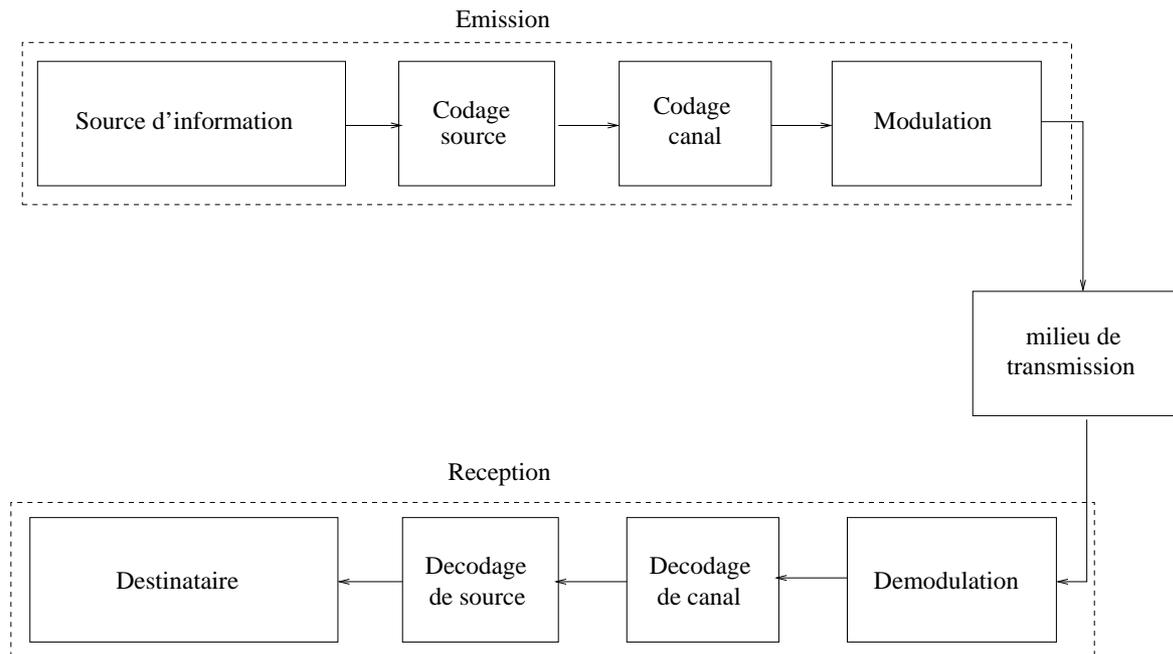


Figure 1.1 — Schéma basique d'une chaîne de transmission numérique.

message produit par la source est converti en une séquence binaire. Idéalement, ce message doit être représenté par la séquence binaire la plus courte possible. Pour ce faire, un codeur de source est utilisé pour convertir efficacement (avec peu ou pas de redondance) le message en une séquence binaire. Afin d'améliorer la fiabilité des données transmises via le canal et d'augmenter la robustesse au phénomène perturbateur (bruit), il est nécessaire d'introduire une redondance de manière contrôlée sur le message issu du codeur de source. Cette opération est assurée par le bloc "codage canal". Par la suite, la séquence binaire en sortie du codeur de canal est reçue par le modulateur numérique. L'objectif fondamental de ce dernier est de mapper la séquence d'information binaire en des signaux de formes d'onde qui s'adaptent au canal de transmission. il existe deux types de modulations :

- modulation binaire où on associe au bit 0 l'onde  $s_0(t)$  et au bit 1 l'onde  $s_1(t)$ .
- modulation M-aire telle que  $M > 2$ , où on envoie  $M = 2^b$  formes d'onde distinctes :  $s_i(t), i = 0, \dots, M - 1$ . Le modulateur dans ce cas transmet  $b$  bits d'information codée à la fois.

Le canal de transmission, qui va être présenté plus en détails dans la suite, constitue le support physique qui est utilisé pour transmettre le signal de l'émetteur au récepteur. Une fois le signal transmis via le canal au récepteur, le rôle de ce dernier consiste à estimer les bits émis à partir du signal reçu. Pour cela, il effectue des traitements en commençant par la démodulation jusqu'au décodage de source tout en prenant en compte l'effet du canal. Ainsi, le bloc "Démodulation" (Fig.1.1) a pour but de

ramener le signal en bande de base, après avoir résolu le problème de récupération de la porteuse. Le décodeur de canal détecte et corrige certaines erreurs présentes dans le signal démodulé. Le nombre d'erreurs corrigées et détectées dépend du nombre de bits ajoutés au signal lors du codage de canal. Finalement le décodeur de source décompresse le signal en sortie du décodeur de canal pour retrouver le signal émis par la source.

### 1.2.1 Le canal de transmission

Le canal représente le milieu de transmission avec un bruit additif. Le milieu de transmission peut être :

- **un câble bifilaire** à bande passante faible réservé pour les transmissions à bas débit.
- **un câble coaxial** de bande passante plus importante qui permet de réaliser des transmissions avec un débit relativement élevé (jusqu'à 565 Mbits/s sur le réseau téléphonique).
- **une fibre optique** de bande passante très élevée (plusieurs dizaines de Gbits/s) et de faible atténuation (0.2 dB/Km pour une longueur d'onde de 1550 nm). Contrairement aux communications filaires et radioélectriques, les fibres optiques sont insensibles aux perturbations électromagnétiques externes puisque ces dernières ne peuvent s'y coupler. Elles subissent peu d'échauffement par rapport aux liaisons filaires électriques ce qui améliore leur fiabilité. Cependant, elles sont fragiles ainsi que leurs connecteurs et ont un coût d'installation et d'entretien élevé.
- **l'atmosphère** qui est généralement réservé aux transmissions par satellite ou par faisceaux hertziens ainsi qu'aux communications mobiles. Les antennes constituent le dispositif de base pour transmettre ou recevoir un signal à travers ce type de canal. Sa bande passante s'étend sur un spectre très large (de plusieurs KHz à plusieurs GHz). Son avantage par rapport aux autres supports de communications précédemment cités est lié principalement au faible coût d'installation d'un réseau à grande échelle. Toutefois, il constitue le milieu le plus soumis aux perturbations extérieures. Les radiocommunications subissent de très nombreuses perturbations qui rendent la propagation très complexe et difficilement maîtrisable dont nous citons les réflexions multiples dues aux obstacles, les diffractions sur les arêtes des bâtiments et l'absorption atmosphérique. Elles subissent également trois types d'atténuations qui sont l'atténuation de parcours connu sous le nom de "Path loss" qui caractérise de façon déterministe la diminution

de la puissance du signal émis dus à l'éloignement, l'effet de masque connu sous le nom de "Shadowing" qui constitue un phénomène plus local aléatoire dû aux atténuations successives et l'évanouissement qui traduit les variations rapides de l'amplitude du signal.

- **Le canal acoustique sous-marin** présente à la fois des effets de réflexion/réfraction générant de la dispersion temporelle, une atténuation fortement croissante avec la fréquence qui restreint la bande-passante disponible, ainsi qu'une forte variabilité du milieu. La propagation du signal acoustique dans un environnement sous-marin est caractérisée par une dispersion énergétique qui atténue son niveau de puissance en fonction de la distance parcourue et de la fréquence porteuse. La propagation est aussi effectuée à travers des trajets multiples suite aux réflexions sur le fond et la surface ce qui provoque une dispersion temporelle du signal et engendre de l'IIS. Le canal est aussi variant dans le temps. Cette variation temporelle est justifié principalement par les mouvements des vagues.

Le bruit quant à lui est un signal parasite aléatoire, le plus souvent d'origine thermique. Il vient du milieu de transmission sous forme d'interférence générée par les utilisateurs du même canal ou des dispositifs électroniques utilisés au niveau du récepteur.

## 1.2.2 Modèles de canaux de transmission

La modélisation du milieu de transmission, qui tient compte de ses caractéristiques les plus importantes, est nécessaire dans le désign des systèmes de communications. En effet, elle est utilisée dans la conception du codeur de canal et du modulateur au niveau de l'émetteur ainsi que dans la conception du démodulateur et du décodeur de canal au niveau du récepteur. Il est à noter qu'au cours du dimensionnement d'un canal de transmission, il faudra tenir compte du niveau du bruit afin de définir la sensibilité du récepteur. Généralement, nous trouvons dans la littératures trois modèles de canaux que nous présentons ci-dessous [11].

### Canal de bruit additif

C'est le modèle le plus simple d'un canal de transmission où le signal transmis est corrompu par un bruit additif aléatoire  $b(t)$ . Le bruit provient des composantes électroniques et des amplificateurs au niveau du récepteur ou des interférences rencontrée au cours de la transmission. Généralement, on considère que le bruit provient principalement des composantes électronique et qui est donc de nature thermique. Le

bruit additif est dans ce cas un bruit gaussien et le canal est dit canal à bruit gaussien additif. Quand un signal  $s(t)$  parcourt un canal de ce type, on reçoit un signal  $r(t)$  tel que :

$$r(t) = s(t) + b(t). \quad (1.3)$$

### Canal à filtre linéaire

Dans ce cas, le canal de transmission est un canal multitrajet caractérisé par sa bande passante. Il est nécessaire ainsi d'assurer que les signaux transmis ne dépassent pas la bande qui leur est réservée afin d'éviter l'interférence avec d'autres signaux. Cela est possible par l'utilisation de filtres. Dans ce cas, le canal est généralement représenté par un filtre linéaire et un bruit additif. L'effet du canal est alors modélisé par l'action d'un filtre de réponse impulsionnelle  $h(t)$  et d'un bruit additif  $b(t)$  tel que

$$r(t) = s(t) * h(t) + b(t). \quad (1.4)$$

où  $*$  représente l'opération de convolution.

### Canal à filtre linéaire variant dans le temps

Le signal transmis à travers des canaux acoustiques sous marins où des canaux radio subit des trajets multiples de propagation variant dans le temps. L'action d'un tel canal sur le signal peut être caractérisée mathématiquement par un filtre linéaire variant dans le temps. Ce filtre est représenté par une réponse impulsionnelle variante dans le temps  $h(\tau; t)$ , où  $h(\tau; t)$  est la réponse du canal à l'instant  $t$  due à une impulsion appliquée à l'instant  $(t - \tau)$ . Le canal reçu en sortie de ce canal est donnée par l'équation suivante :

$$r(t) = s(t) * h(\tau; t) + b(t). \quad (1.5)$$

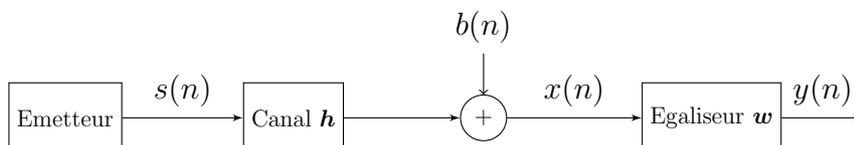
Dans notre travail, nous nous sommes focalisés sur le deuxième modèle de canaux de transmission qui se caractérise par l'action d'un filtre linéaire et l'ajout d'un bruit blanc gaussien. A travers ce canal, on récupère au niveau du récepteur plusieurs versions du signal émis avec des amplitudes, des phases différentes et des retards plus ou moins espacés. La présence de toutes ces perturbations ne permet pas de récupérer correctement le message émis sans aucun traitement préalable du signal au niveau du récepteur. D'où la nécessité d'introduire un bloc de traitement nommé égaliseur dans le but de réduire l'effet introduit par le canal de transmission.

Dans ce manuscrit, nous nous intéressons plus particulièrement au bloc d'égalisation dans la chaîne de transmission. Ainsi, dans la suite de ce chapitre nous allons plus spécifiquement présenter le modèle du signal observé et les techniques d'égalisation usuelles rencontrées dans la littérature pour en extraire l'information transmise.

### 1.3 Modèles du signal et d'égaliseur

Dans ce manuscrit, nous nous intéressons particulièrement au problème d'égalisation dans la chaîne de transmission. Nous traiterons alors le signal en bande de base après démodulation et nous supposons que le récepteur connaît parfaitement le rythme symbole et la fréquence porteuse et que donc les problèmes de synchronisation sont résolus par un traitement préalable fait par le récepteur. Ce traitement de récupération de ces deux paramètres, nécessaires pour la synchronisation des symboles, est assuré généralement par l'approche de type Maximum de vraisemblance (MV). Dans [11], les techniques de synchronisation sont étudiées plus en détails.

Une fois les problèmes de synchronisation traités, la chaîne de transmission peut être simplifiée comme décrit sur la figure 1.2 :



**Figure 1.2** — Schéma de base d'un système d'égalisation

Dans la chaîne de transmission de la figure 1.2,  $\{s(n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$  est une séquence de symboles complexes indépendants et identiquement distribués (i.i.d) qui appartiennent à une constellation de modulation et de variance  $\sigma_s^2$ . Le canal est modélisé par sa réponse impulsionnelle  $\mathbf{h} = [h_0, h_1, \dots, h_{L_h-1}]^T$ , où  $(.)^T$  représente l'opérateur transposé.  $b = \{b(n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$  est un bruit blanc gaussien additif (BBGA), complexe circulaire, indépendant de  $s$  et de variance  $\sigma_b^2 = \mathbb{E}[|b(n)|^2]$ ,  $x = \{x(n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$  est l'entrée de l'égaliseur,  $\mathbf{w} = [w_0, w_1, \dots, w_{L_w-1}]^T$  est la réponse impulsionnelle de l'égaliseur, de taille  $L_w$  et  $y(n)$  est le signal égalisé à l'instant  $n$ .  $x(n)$  et  $y(n)$  sont modélisés comme suit :

$$x(n) = \sum_{i=0}^{L_h-1} h_i s(n-i) + b(n) \quad (1.6)$$

et

$$y(n) = \sum_{i=0}^{L_w-1} w_i x(n-i) = \mathbf{w}^T \mathbf{x}(n) \quad (1.7)$$

où  $\mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-L_w+1)]^T$ .

Les coefficients  $w_i$  de l'égaliseur doivent être choisis de telle sorte que sa sortie ressemble le plus possible au symbole émis  $s(n)$ . Il existe deux approches à l'égalisation à savoir l'égalisation en mode supervisé ou non aveugle et l'égalisation en mode aveugle. Pour ces deux approches, les coefficients de l'égaliseur sont généralement calculés comme l'optimum d'un certain critère nommé fonction de coût de l'égaliseur. On peut par exemple citer le critère du maximum de vraisemblance (MV) et le critère de l'erreur quadratique moyenne minimale (EQMM) entre le signal reçu et celui émis. Puis, une fois le critère fixé, la deuxième étape consiste à choisir l'algorithme à utiliser pour l'optimisation du critère d'égalisation. Le choix de l'algorithme est lié au choix du critère. On implémente, par exemple, le critère MV par l'algorithme de Viterbi alors qu'on peut implémenter le critère de l'EQMM par un algorithme adaptatif de type gradient stochastique. Enfin, dans la dernière étape, se fait le choix de l'architecture de l'égaliseur qui est lié au choix du critère et de l'algorithme d'optimisation. Nous différencions entre une architecture linéaire basée sur des filtres qui respectent un certain critère d'égalisation et une architecture non linéaire qui associe à ces filtres une boucle de décision.

## 1.4 Architectures des égaliseurs

Un égaliseur est un filtre introduit au niveau du récepteur dans la chaîne de transmission, dont la fonction principale est d'ajuster, au maximum, le signal à sa sortie à celui qui a été émis. Cela est possible par la mise en place d'un critère qui régit la relation entre l'entrée et la sortie du filtre. Avant de présenter les deux architectures linéaire et non linéaire des égaliseurs, nous commençons par un petit rappel sur les filtres numériques.

### 1.4.1 Filtres numériques

On parle d'un filtre à réponse impulsionnelle finie (RIF) ou transverse lorsque sa sortie ne dépend que d'un nombre fini de symboles du signal d'entrée. Si on note  $\{x(n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$  la séquence d'entrée de ce filtre,  $\{y(n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$  la séquence de sortie et  $w_k$  les

coefficients du filtre alors la sortie du filtre est liée à son entrée par l'équation suivante :

$$y(n) = \sum_{k=0}^{L_w-1} w_k x(n-k). \quad (1.8)$$

Tout filtre RIF est causal et stable. Étant à nombre limité de coefficients, causaux et stables, les filtres RIF sont faciles à réaliser et très souvent utilisés dans les systèmes d'égalisation.

On parle d'un filtre à réponse impulsionnelle infinie (RII) ou récursif lorsque sa sortie dépend à la fois des symboles du signal d'entrée et des symboles précédents du signal de sortie. Il conserve donc une trace des échantillons qui lui ont été appliqués pendant une durée infinie ce qui consomme une mémoire infinie de stockage des échantillons.

La fonction de transfert de tout filtre RII causal ou anticausal dont les pôles sont à l'intérieur du cercle unité peut être développée en série. Un filtre RII pourra ainsi être théoriquement réalisé sous forme d'un filtre transverse de longueur infinie. En pratique un filtre RII ne pourra être approximé que par un filtre RIF et sa sortie  $y$  s'exprime en fonction de son entrée  $x$  par :

$$y(n) = \sum_{k=0}^{L_w-1} w_k x(n-k) - \sum_{k=1}^N a_k y(n-k). \quad (1.9)$$

Un moyen de réalisation des filtres RII consiste à utiliser des structures récursives par une boucle de réaction de la sortie sur l'entrée.

### 1.4.2 Égaliseurs linéaires

Un égaliseur linéaire est un filtre RIF à coefficients ajustables suivi d'un circuit de décision à seuils. La figure 1.3 illustre le principe de l'égaliseur linéaire où ses coefficients peuvent être optimisés par l'un des critères d'égalisation que nous allons présenter tout au long de ce manuscrit.  $H(z)$  et  $W(z)$  représentent les transformées en  $z$  du filtre canal et du filtre égaliseur respectivement.

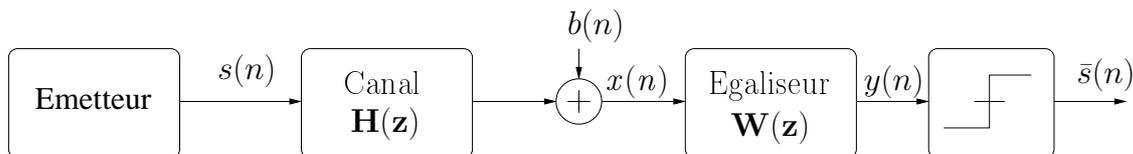


Figure 1.3 — Schéma d'un égaliseur linéaire

### 1.4.3 Égaliseurs non linéaires

Un exemple d'égaliseur non linéaire est l'égaliseur à retour de décision DFE. Il est constitué d'un filtre transverse et d'un filtre récuratif. L'entrée de ce filtre représente les symboles décidés antérieurement et qui servent à éliminer l'IIS de l'estimation courante. Le schéma de principe de l'égaliseur à retour de décision est donné par la figure 1.4 suivante :

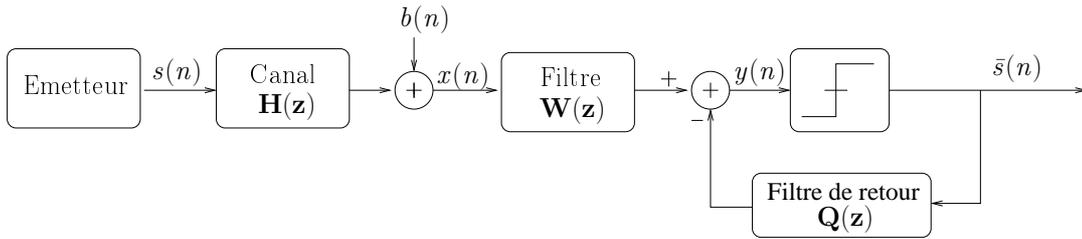


Figure 1.4 — Schéma d'un égaliseur à retour de décision (DFE)

Dans cette structure,  $W(z)$  sert principalement à minimiser l'IIS sur le symbole courant causée par les symboles futurs, alors que la partie récurative  $Q(z)$  synthétise l'IIS causée par les symboles passés et la soustrait du signal avant la décision. Il est à noter ici que la soustraction d'IIS par la partie récurative est basée sur l'hypothèse que les décisions sont correctes. Cependant, à faible rapport signal à bruit (RSB), le nombre d'erreurs de décision devient important et il en résulte un phénomène de propagation d'erreurs dans la boucle de réaction. Ce phénomène dégrade alors les performances du DFE et il est préférable dans ce cas d'utiliser un égaliseur linéaire.

Il est à noter que dans nos travaux de thèse nous nous sommes intéressés aux égaliseurs linéaires.

Dans la section suivante, nous allons étudier quelques critères d'égalisation rencontrés dans la littérature.

## 1.5 Égalisation supervisée du canal

Elle consiste à inclure dans le message émis une séquence pseudo-aléatoire connue du récepteur. Pour ce type d'égalisation, on peut citer la technique d'égalisation par préambule où on insère une séquence de données connues par le récepteur au début de chaque trame et la technique par pilotes répartis où des symboles de référence connus du récepteur sont placés dans certains endroits de la trame à émettre. Ces références permettent de retrouver la réponse du canal sur certaines composantes temps-fréquence

du signal. Cette dernière méthode est surtout utilisée dans le cas des modulations multi-  
porteuses.

Dans la suite, nous présentons les trois critères les plus connus dans le domaine de  
l'égalisation non aveugle.

### 1.5.1 Égaliseur par le critère du maximum de vraisemblance (MV)

Ce critère consiste à choisir à partir de la séquence reçue, la séquence émise la plus  
vraisemblable. Le critère à optimiser est donné par l'équation (1.10) [12] :

$$\{\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_N\}^{MV} = \arg \max_{\{a_1, a_2, \dots, a_N\} \in M^N} P_r(\hat{s}_1 = a_1, \dots, \hat{s}_N = a_N | x_1, \dots, x_N) \quad (1.10)$$

tels que  $\{a_i\}_{i=1..N}$  sont des points d'un alphabet de taille  $M^N$  : pour une séquence reçue  
de longueur  $N$  et un alphabet  $M$ -aire de symboles émis, on a  $M^N$  séquences possibles  
d'information. Une recherche exhaustive, qui consiste à calculer la distance entre la  
séquence reçue et chacune des  $M^N$  séquences possibles, permet de retrouver la séquence  
la plus vraisemblable qui a été envoyée. Cependant, quand  $N$  ou  $M$  deviennent grands,  
la recherche exhaustive devient alors très coûteuse en terme de complexité calculatoire.  
Afin de réduire cette complexité calculatoire, l'algorithme de Viterbi a été employé  
pour optimiser le critère d'égalisation. Toutefois, cet algorithme a une complexité qui  
est linéaire vis-à-vis du nombre d'échantillons  $N$  et qui augmente exponentiellement  
avec le degré  $L_h$  du canal de transmission [13]. Aussi, cette méthode est principalement  
utilisée pour les canaux de transmission à réponse impulsionnelle suffisamment courte,  
bien qu'elle constitue une approche optimale au sens de la minimisation de la probabi-  
lité d'erreur symbole. Par conséquent, il est préférable généralement d'opter pour des  
approches d'égalisation sous optimales et moins complexes.

Dans la suite, nous décrivons deux critères qui ont trouvé une large popularité. Ce  
sont le critère du forçage à zéro et le critère de l'erreur quadratique moyenne minimale.

### 1.5.2 Égaliseur par le critère de forçage à zéro (Zero Forcing (ZF))

Notons  $c = \{c_n\}$  la réponse impulsionnelle du système comprenant le canal discret et l'égaliseur tel que :

$$c_n = \sum_j w_j h_{n-j}. \quad (1.11)$$

On peut donc écrire la sortie de l'égaliseur  $y(k)$  sous la forme suivante :

$$y(k) = c_0 s(k) + \sum_{j \neq 0} c_j s(k-j) + v(k). \quad (1.12)$$

Dans cette expression, le premier terme représente le signal utile qu'on cherche à retrouver, le deuxième terme représente l'IIS qu'on souhaite éliminer par le biais de l'égaliseur et le troisième terme représente le bruit en sortie de l'égaliseur. Une façon de faire pour retrouver le signal émis consiste à ramener le coefficient  $c_0$  à 1 et à chercher les coefficients  $w_j$  qui forcent le terme de l'IIS à zéro. D'où le nom de l'égaliseur par forçage à zéro. Il a été démontré dans [11] que la transformée en  $z$  du filtre égaliseur qui permet d'annuler l'IIS, est obtenue en inversant directement la transformée en  $z$  de la réponse impulsionnelle du canal :

$$W(z) = \frac{1}{H(z)}. \quad (1.13)$$

En absence de bruit, (1.13) donne l'expression de l'égaliseur ZF idéal en terme de probabilité d'erreur. Toutefois, en présence de bruit l'égaliseur décrit par (1.13) n'est plus optimal dans la mesure où il ne garantit pas une erreur de probabilité minimale en sortie du bloc de détection après l'égalisation. En effet, si le bruit additif en sortie du canal est supposé être blanc de variance  $\sigma_b^2$ , alors il peut être démontré que la variance du bruit  $\sigma_v^2$  en sortie de l'égaliseur s'exprime par [11] :

$$\sigma_v^2 = \frac{\sigma_b^2 T^2}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{T}}^{\frac{\pi}{T}} \frac{df}{\sum_{k=-\infty}^{\infty} |H(f - \frac{2\pi k}{T})|^2} \quad (1.14)$$

où  $T$  représente la durée symbole. Cette expression montre que le bruit en sortie de l'égaliseur ZF peut être significativement amplifié si la réponse fréquentielle du canal  $H(f)$  est très petite dans certaines bandes de fréquences.

Certes, ce critère est moins complexe à mettre en œuvre que le critère du MV. Toutefois, il nécessite une bonne estimation du canal et il souffre de deux problèmes majeurs. D'abord,  $H(z)$  peut avoir des zéros de module supérieur à 1, ce qui donne des pôles instables pour  $W(z)$ . Ensuite, cet égaliseur peut augmenter le niveau du bruit à

sa sortie ce qui entraîne une détérioration des performances obtenues.

### 1.5.3 Égaliseur par le critère du minimum d'erreur quadratique moyenne (MEQM) (Minimum mean square error (MMSE))

A la différence du critère du ZF, cet égaliseur intègre l'effet du bruit dans le critère qu'il vise à optimiser. Son but est de minimiser l'erreur quadratique moyenne (EQM) entre le signal égalisé à l'instant  $n$ ,  $y(n)$ , et le signal désiré  $d(n)$  qui est le symbole émis avec un retard  $\delta$  tel que  $d(n) = s(n - \delta)$ . Le critère peut être donc exprimé par  $J_{EQM}$  qui est une fonction quadratique des coefficients de l'égaliseur :

$$J_{EQM} = \mathbb{E}\{|e(n)|^2\} = \mathbb{E}\{|y(n) - d(n)|^2\}. \quad (1.15)$$

Avec cet égaliseur, on ne cherche pas à éliminer complètement l'IIS mais on cherche à trouver un compromis entre le niveau d'IIS et le niveau du bruit en sortie de l'égaliseur. C'est l'égaliseur optimal au sens de l'EQM :

$$\mathbf{w}_{MMSE} = \arg \min_w \{J_{EQM}\}. \quad (1.16)$$

La solution de (1.16) est le vecteur  $\mathbf{w}$  tel que [14] :

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{MMSE} &= \mathbf{R}_x^{-1} \mathbf{R}_{dx^*} \\ &= \sigma_s^2 e_\delta \tilde{\mathbf{H}}^H [\sigma_s^2 \tilde{\mathbf{H}} \tilde{\mathbf{H}}^H + \sigma_s^2 I_{L_W}]^{-1} \end{aligned} \quad (1.17)$$

où  $\mathbf{R}_x = \mathbb{E}\{\mathbf{x}^* \mathbf{x}\} > 0$  représente la matrice de covariance de  $\mathbf{x}$  qui est définie positive et  $\mathbf{R}_{dx^*}$  représente le vecteur de corrélation croisée entre  $\mathbf{d}$  et  $\mathbf{x}^*$ , la matrice  $\tilde{\mathbf{H}}$  est donnée par

$$\tilde{\mathbf{H}} = \begin{pmatrix} h_0 & h_1 & \cdots & h_{L_h-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_0 & h_1 & \cdots & h_{L_h-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & h_0 & h_1 & \cdots & h_{L_h-1} & \vdots & \\ 0 & \vdots & & h_0 & h_1 & \cdots & h_{L_h-1} & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & h_0 & h_1 & \cdots & h_{L_h-1} \end{pmatrix}, \quad (1.18)$$

$\mathbf{e}_\delta = (0, \dots, 1, \dots, 0)^T$  avec  $e_\delta(i) = \delta_{i,\delta}$ , la matrice  $I_{L_W}$  est la matrice identité de dimension  $L_W$  et  $(\cdot)^H$  représente l'opérateur transposé conjugué. Cette solution représente la solution dite en bloc où pour chaque bloc de données reçu, on calcule la nouvelle valeur

de  $\mathbf{w}$ . Pour le domaine en  $z$ , l'égaliseur qui minimise l'EQM est donné par :

$$W_{MMSE}(z) = \frac{\sigma_s^2 H^*(z^{-1})}{\sigma_s^2 H(z)H^*(z^{-1}) + \sigma_b^2}. \quad (1.19)$$

Du point de vue des performances, en présence de bruit, l'égaliseur minimisant l'EQM est plus performant que celui qui se base sur le critère du ZF puisqu'il minimise l'effet conjoint de l'IIS et du bruit additif. Cependant, en absence de bruit, on note à partir des équations (1.13) et (1.19) que les deux égaliseurs sont identiques.

Dans certains cas où le canal de transmission varie au cours du temps, il peut être intéressant de mettre à jour l'égaliseur à chaque instant pour chaque symbole reçu. Dans ce cas, les coefficients de l'égaliseur peuvent être estimés en minimisant l'EQM sur une période de temps. C'est ce qu'on appelle un algorithme adaptatif qui cherche à ajuster itérativement l'égaliseur en minimisant le critère de l'EQM. Une classe particulière d'algorithmes qui permettent de résoudre ce problème est basée sur la méthode du gradient. Cette méthode consiste à adapter les coefficients de l'égaliseur en les faisant évoluer itérativement dans la direction opposée à celle du gradient du critère. L'implémentation du critère EQM par cette méthode donne un algorithme de type gradient stochastique connu sous le nom de LMS pour Least Mean Square Algorithm [14]. Il est obtenu en dérivant le critère  $J_{EQM}$  par rapport aux coefficients de l'égaliseur et en adaptant leurs valeurs dans la direction opposée du gradient. En remplaçant  $\mathbf{R}_x = \mathbb{E}\{\mathbf{x}^* \mathbf{x}\}$  et  $\mathbf{R}_{dx^*}$  par leurs estimations instantanées, les coefficients de l'égaliseur sont adaptés par

$$\mathbf{w}_{LMS}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \mu(-\nabla_{\mathbf{w}} J_{EQM}) = \mathbf{w}(n-1) + \mu(d(n) - \mathbf{x}^T(n)\mathbf{w}(n-1))\mathbf{x}^*(n) \quad (1.20)$$

Où  $\mu$  est une constante positive, appelée pas de l'algorithme. Pour que l'algorithme converge, il a été démontré dans [14] que  $\mu$  doit satisfaire la condition suivante :

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{max}} \quad (1.21)$$

où  $\lambda_{max}$  est la valeur propre maximale de  $\mathbf{R}_x$ .

L'approximation faite pour l'implémentation de l'algorithme LMS permet d'obtenir un algorithme simple à mettre en œuvre, robuste et réactif vis à vis de la variation du système. Cependant les performances de cet algorithme dépendent de la valeur fixée pour son pas  $\mu$ . En effet, plus la valeur du pas est grande plus la vitesse de convergence de l'algorithme est importante alors qu'il est nécessaire d'avoir une petite valeur de  $\mu$  pour obtenir une faible erreur quadratique en sortie de l'égaliseur LMS. La difficulté

avec cet algorithme consiste ainsi au choix d'une valeur optimale du pas  $\mu$  qui assure un compromis entre la vitesse de convergence de l'égaliseur et son erreur quadratique moyenne. Une analyse de convergence et de performance plus complète est décrite dans [14].

Une implémentation adaptative du critère de l'EQM peut se faire également par l'algorithme de Newton. Ce qui donne l'algorithme des moindres carrés récursif (recursive least squares (RLS)). La technique utilisée est le développement de Taylor d'ordre deux du critère d'égalisation au voisinage d'un point donné. La relation entre deux états consécutifs de l'égaliseur s'exprime alors par [14] :

$$\mathbf{w}_{RLS}(n) = \mathbf{w}(n-1) - \nabla^2(J)^{-1} \nabla(J) \quad (1.22)$$

où  $\nabla^2(J)^{-1} = [\epsilon I + \mathbf{R}_x]^{-1}$  est la matrice Hessienne obtenue après avoir rajouté un terme de régularisation  $\epsilon I$ . Cette matrice, nommée  $\mathbf{P}$ , est approximée récursivement. Ce qui donne l'algorithme suivant pour chaque itération :

$$\mathbf{P}_n = \lambda^{-1} \left[ \mathbf{P}_{n-1} - \frac{\mathbf{P}_{n-1} \mathbf{x}(n)^* \mathbf{x}(n) \mathbf{P}_{n-1}}{\lambda + \mathbf{x}(n) \mathbf{P}_{n-1} \mathbf{x}(n)^*} \right] \quad (1.23)$$

et

$$\mathbf{w}_{RLS}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \mathbf{P}_n (d(n) - \mathbf{x}(n)^T(n) \mathbf{w}(n-1)) \mathbf{x}(n)^*(n) \quad (1.24)$$

où on initialise  $\mathbf{P}$  par  $\mathbf{P}_0 = \epsilon^{-1} I$  et  $\lambda$  est choisi tel que  $0 \ll \lambda \leq 1$ . L'algorithme RLS permet d'accélérer la vitesse de convergence de l'algorithme LMS avec un coût de calcul supplémentaire.

Avec ces méthodes d'égalisation supervisées, l'égaliseur est construit par des envois périodiques de signaux connus du récepteur soit pour estimer le canal soit pour adapter les coefficients de l'égaliseur. Dans certains cas, on souhaite se passer de cette phase d'apprentissage comme dans le cas des communications non coopératives où l'écoute est passive et le cas où on désire éviter de consacrer des ressources à la transmission de symboles pilotes pour gagner ainsi en efficacité spectrale et en débit. L'égalisation aveugle constitue donc une solution qui permet de pallier les défauts du système de transmission, introduits par le canal, sans avoir à émettre un signal connu du récepteur. Dans la suite, nous nous intéressons à ce type d'approche pour éliminer l'IIS.

## 1.6 Égalisation aveugle ou autodidacte

On parle d'une égalisation aveugle quand le canal de transmission n'est pas connu du côté du récepteur et quand on ne dispose d'aucune séquence pilote pour l'estimer. Il existe plusieurs méthodes d'égalisation aveugle dans la littérature. Ces méthodes sont basées sur l'utilisation des caractéristiques statistiques du signal reçu. En effet, le signal de communication présente des caractéristiques statistiques connues et les symboles émis appartiennent à un alphabet fini qui définit la constellation de la modulation. Dans la suite, nous illustrons les approches d'égalisation aveugle les plus citées dans la littérature.

### 1.6.1 Algorithme de Sato : première technique d'égalisation aveugle

L'algorithme de Sato a été proposé par Y. Sato [10] en 1975 et il a été conçu dans sa forme originale pour les signaux réels modulés en amplitude (PAM : Pulse-amplitude modulation). Avec son algorithme, Y. Sato cherche à minimiser la fonction de coût suivante :

$$J_{Sato}(y(n)) = \mathbb{E}\{(y(n) - R \text{sign}[y(n)])^2\} \quad (1.25)$$

où  $R = \frac{\mathbb{E}\{|s(n)|^2\}}{\mathbb{E}\{|s(n)|\}}$  et  $\text{sign}[\cdot]$  représente la fonction signe telle que

$$\begin{aligned} \text{sign}[y(n)] &= 1 \text{ si } y(n) > 0 \\ \text{sign}[y(n)] &= 0 \text{ si } y(n) = 0 \\ \text{sign}[y(n)] &= -1 \text{ si } y(n) < 0 \end{aligned} \quad (1.26)$$

Les coefficients de l'égaliseur sont adaptés par un algorithme de type gradient stochastique comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(n) &= \mathbf{w}(n-1) + \mu(-\nabla_{\mathbf{w}} J_{Sato}) \\ \mathbf{w}(n) &= \mathbf{w}(n-1) + \mu(R \text{sign}(y(n-1)) - y(n-1)) \mathbf{x}(n-1). \end{aligned} \quad (1.27)$$

L'idée derrière cet algorithme est d'utiliser un dispositif de décision binaire à la place d'un dispositif de décision à plusieurs niveaux comme avec l'algorithme de décision dirigée (Directed Decision algorithm) [15], où on cherche l'égaliseur qui minimise le critère suivant :

$$J_{DD}(y(n)) = \mathbb{E}\{|\text{dec}(y(n)) - y(n)|^2\} \quad (1.28)$$

avec  $\text{dec}(y(n))$  est le symbole de l'alphabet le plus proche de  $y(n)$ .

Dans [10], une forme plus générale de l'algorithme de Sato a été proposée. Elle constitue l'algorithme de Sato Généralisé ( Generalized Sato Algorithm (GSA)) qui obéit au critère suivant [10] [16] :

$$J_{GSato}(y(n)) = \mathbb{E}\{|y(n) - R_g \text{csign}(y(n))|^2\} \quad (1.29)$$

où  $\text{csign}(\cdot)$  représente la fonction du signe d'un nombre complexe telle que  $\text{csign}(r_R + jr_I) = \text{sign}(r_R) + j \text{sign}(r_I)$  et

$$R_g = \frac{\mathbb{E}\{s_r(n)^2 + s_i(n)^2\}}{\mathbb{E}\{|s_r(n)| + |s_i(n)|\}} = \frac{\mathbb{E}\{s_r(n)^2\}}{\mathbb{E}\{|s_r(n)|\}} \quad (1.30)$$

où  $s_r(n) = \Re\{s(n)\}$  désigne la partie réelle de  $(s(n))$  et  $s_i(n) = \Im\{s(n)\}$  désigne sa partie imaginaire. L'égalité à droite de (1.30) vient du fait que les symboles  $s_r(n)$  et  $s_i(n)$  sont supposés avoir les mêmes statistiques. Cette approche est plus adaptée aux modulations MAQ. Avec cette fonction de coût, la mise à jour de l'égaliseur se fait aussi par un algorithme de type gradient stochastique qui minimise  $J_{GSato}$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(n) &= \mathbf{w}(n-1) + \mu(-\nabla_{\mathbf{w}}(J_{GSato})) \\ \mathbf{w}(n) &= \mathbf{w}(n-1) + \mu(R_g \text{csign}(y(n-1)) - y(n-1))\mathbf{x}^*(n-1). \end{aligned} \quad (1.31)$$

Une classe d'algorithmes encore mieux adaptée aux signaux complexes de type MAQ a été proposée en 1980 par D. Godard [17] qui a introduit une famille de fonctions de coût non convexes afin d'égaliser de façon aveugle les canaux de transmission indépendamment de la phase de la porteuse. Dans la suite nous détaillons cette famille de critères d'égalisation.

## 1.6.2 Algorithmes de Godard

Le critère qui a été minimisé par ces algorithmes est le suivant [17] :

$$J_{Godard}^p = \mathbb{E}\{(|y(n)|^p - R_p)^2\} \quad (1.32)$$

où  $p \geq 1$  et  $R_p = \frac{\mathbb{E}\{|s_k|^{2p}\}}{\mathbb{E}\{|s_k|^p\}}$  représente un rayon moyen de la constellation émise. L'idée derrière ce critère consiste à pénaliser la déviation des symboles, en sortie de l'égaliseur, par rapport à  $R_p$ . Il est clair qu'avec ces algorithmes, on impose aux symboles égalisés d'avoir le même module, ce qui rend leur utilisation plus évidente avec les modulations

à module constant comme la PAM, la MAQ-4 ou encore les M-MDP. Toutefois, ils donnent de bonnes performances même dans un contexte de modulations dont les symboles ont différents modules. La mise à jour de l'égaliseur avec ce type d'approche se fait aussi au moyen d'un algorithme de type gradient stochastique :

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(n) &= \mathbf{w}(n-1) + \mu_p (-\nabla_{\mathbf{w}} J_{Godard}^p) \\ \mathbf{w}(n) &= \mathbf{w}(n-1) + \mu_p |y(n-1)|^{p-2} (R_p - |y(n)|^p) y(n-1) \mathbf{x}^*(n-1). \end{aligned} \quad (1.33)$$

Godard a montré dans ses travaux [17] que la plage dynamique de l'erreur  $|y(n-1)|^{p-2} (R_p - |y(n)|^p) y(n-1)$  est une fonction croissante en  $p$ . Ainsi, la difficulté de choisir un pas  $\mu_p$  qui assure la convergence avec des petites fluctuations de gain augmente avec  $p$ . En plus, la précision de la mise à jour des coefficients de l'égaliseur selon (1.33) diminue quand  $p$  augmente. Pour ces raisons Godard a décidé de se limiter dans son analyse de (1.32) aux cas  $p = 1$  et  $p = 2$ . Il a montré après que l'algorithme converge plus vite dans le cas où  $p = 2$  avec une simple implémentation et s'est concentré finalement sur ce cas pour donner l'algorithme CMA (Constant modulus Algorithm) qui est très populaire en égalisation aveugle :

$$J_{CMA} = J_{Godard}^2 = \mathbb{E}\{(|y(n)|^2 - R_2)^2\}. \quad (1.34)$$

L'analyse de convergence et de performance des algorithmes de Godard est détaillée dans [17]. L'analyse du CMA est présentée dans [18].

Les algorithmes précédemment cités arrivent à égaliser de manière aveugle le canal de transmission. Cependant, ils nécessitent une longue séquence de données pour converger vers une erreur résiduelle assez élevée. Pour dépasser ces limites, plusieurs approches ont été proposées dans la littérature comme celles qui vont être présentées dans la suite.

### 1.6.3 Algorithme CMA normalisé ("Normalized-CMA" (NCMA))

La valeur du pas  $\mu$  dans l'algorithme CMA influe sur sa vitesse de convergence et son erreur résiduelle. Son optimisation à chaque itération donne l'algorithme NCMA dont la vitesse de convergence est plus importante que celle du CMA [19]. Avec l'algorithme NCMA, les coefficients de l'égaliseur sont adaptés par la relation suivante :

$$w(n) = w(n-1) - 4\mu(n-1)(|y(n-1)|^2 - R_2)y(n-1)\mathbf{x}^*(n-1) \quad (1.35)$$

où  $\mu(n-1) = \alpha \frac{|y(n-1)|^2 - \sqrt{R_2}|y(n-1)|}{4|y(n-1)|^2(|y(n-1)|^2 - R_2) + \|\mathbf{x}(n-1)\|^2 + \sigma}$ , avec  $0 < \alpha < 1$  et  $\sigma$  une variable réelle positive.  $\mu(n-1)$  est choisi à chaque instant tel qu'on obtienne un égaliseur qui, appliqué au signal d'entrée  $\mathbf{x}(n-1)$ , permet d'obtenir un signal égalisé avec le module  $R_2$  désiré. Cela veut dire qu'on choisit  $\mu(n-1)$  qui permet de garantir  $|\mathbf{w}^T(n)\mathbf{x}(n-1)|^2 = R_2$ . Il a été montré dans [19] que l'algorithme NCMA présente de meilleure performance en terme de vitesse de convergence.

#### 1.6.4 Algorithme Multi-Modulus ("Multi-Modulus Algorithm" (MMA))

Il est connu que le critère CMA est invariant par rotation (il égalise à une phase près) ce qui peut conduire à une erreur de phase dans le signal égalisé à la convergence [18]. Pour éviter cet inconvénient, l'algorithme MMA a été proposé dans [20]. Il permet d'égaliser le canal de transmission de façon aveugle tout en corrigeant un éventuel décalage de phase introduit par le canal. L'idée derrière cet algorithme consiste à séparer la sortie de l'égaliseur en une composante en phase  $y_r$  et une composante en quadrature  $y_i$  et de pénaliser la dispersion de chacune autour d'un rayon moyen. Ce qui donne la fonction de coût suivante :

$$J_{MMA}(\mathbf{w}) = \mathbb{E}\{|y_r^2(n) - R_m|^2 + |y_i^2(n) - R_m|^2\} \quad (1.36)$$

où  $y_r(n) = \Re\{y(n)\}$ ,  $y_i(n) = \Im\{y(n)\}$  et  $R_m = \frac{\mathbb{E}\{|s_{kr}|^4\}}{\mathbb{E}\{|s_{kr}|^2\}} = \frac{\mathbb{E}\{|s_{ki}|^4\}}{\mathbb{E}\{|s_{ki}|^2\}}$  avec  $\{s_k = s_{kr} + js_{ki}\}_{k=1,\dots,M}$  les symboles de l'alphabet de la constellation émise de taille  $M$ . Les coefficients de l'égaliseur sont mis à jour par un algorithme de gradient stochastique :

$$\begin{aligned} \mathbf{w}(n) &= \mathbf{w}(n-1) + \mu(-\nabla_{\mathbf{w}} J_{MMA}) \\ &= \mathbf{w}(n-1) - \mu[(y_r^2(n-1) - R_m)y_r(n-1) + j(y_i^2(n-1) - R_m)y_i(n-1)]\mathbf{x}^*(n-1). \end{aligned} \quad (1.37)$$

En vu d'améliorer davantage les performances des égaliseurs aveugles, plusieurs critères hybrides d'égalisation autodidacte ont été proposés. Dans la suite nous détaillons quelques uns.

### 1.6.5 Algorithmes hybrides d'égalisation aveugle

Les approches hybrides consistent à combiner les fonctions de coût existantes pour améliorer les performances de l'égaliseur en augmentant sa vitesse de convergence, en diminuant l'erreur résiduelle ou encore en garantissant une meilleure stabilité. Ils présentent certainement une complexité calculatoire plus importante et ils ont par conséquent un coût d'implémentation plus élevé. Dans la suite nous présentons quelques exemples de ce type d'approches.

#### Algorithme de Benveniste-Goursat (BG)

Dans la conception de leur algorithme, Benveniste et al [21] ont raisonné sur l'erreur  $\epsilon(n)$  de mise à jour de l'égaliseur dans l'équation (1.38) :

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \mu \mathbf{x}^*(n) \epsilon(n) \quad (1.38)$$

Ils ont proposé de considérer une erreur qui combine celle de l'algorithme de la décision dirigée (1.28) et celle de Sato Généralisé (1.29) telle que

$$\epsilon(n) = k_1 e_{DD}(n) + k_2 |e_{DD}(n)| e_{GSato}(n) \quad (1.39)$$

Ainsi, les coefficients de l'égaliseur sont déterminés par (1.40) :

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \mu (k_1 e_{DD}(n-1) + k_2 |e_{DD}(n-1)| e_{GSato}(n-1)) \mathbf{x}^*(n) \quad (1.40)$$

où

$$e_{DD}(n-1) = (\hat{s}_r(n-1) - y_r(n-1)) + j(\hat{s}_i(n-1) - y_i(n-1)) \quad (1.41)$$

et

$$e_{GSA} = (R \operatorname{sign}(y_r(n-1)) - y_r(n-1)) + j(R \operatorname{sign}(y_i(n-1)) - y_i(n-1)). \quad (1.42)$$

$k_1$  et  $k_2$  sont des constantes positives qui sont choisies d'une manière ad hoc. Quand l'égaliseur est loin de la phase de convergence, la valeur de  $\mathbb{E}\{e_{DD}(n-1)\}$  est grande ce qui permet une adaptation de  $\mathbf{w}$  dominée par le critère de Sato généralisé. Par contre, quand l'égaliseur atteint la convergence,  $\mathbb{E}\{e_{DD}(n-1)\}$  tend vers zéro ce qui permet d'adapter  $\mathbf{w}$  principalement par le critère de la décision dirigée. Cela permet de réduire au mieux l'erreur résiduelle obtenue par rapport au cas où on applique le critère de Sato généralisé uniquement. Cette approche permet d'obtenir un compromis entre la

vitesse de convergence de l'algorithme et la valeur de l'erreur quadratique moyenne à l'état stationnaire. Ce compromis est contrôlé par le choix des valeurs de  $k_1$  et  $k_2$ .

### Algorithme CMA-MMA

Cet algorithme utilise les fonctions de coût du CMA et du MMA conjointement pour la partie réelle et la partie imaginaire du signal égalisé respectivement [22]. Le critère selon la partie en phase de  $y(n)$  et sa partie en quadrature est donné par les équations (1.43) et (1.44) respectivement :

$$J_{CMA-MMA_I} = \mathbb{E}\{(|y(n)|^2 - R_{CMA}^2)^2\} \quad (1.43)$$

$$J_{CMA-MMA_Q} = \mathbb{E}\{(y_i(n)^2 - R_{MMA}^2)^2\} \quad (1.44)$$

L'adaptation de l'égaliseur par cette approche se fait sur ses composantes en phase et en quadrature telle que

$$\mathbf{w}_I(n) = \mathbf{w}_I(n-1) + \mu_{CMA} y_r(n)(R_{CMA}^2 - |y(n)|^2)\mathbf{x}^*(n) \quad (1.45)$$

$$\mathbf{w}_Q(n) = \mathbf{w}_Q(n-1) + \mu_{MMA} y_i(n)(R_{MMA}^2 - y_i(n)^2)\mathbf{x}^*(n). \quad (1.46)$$

Défini de cette façon, l'algorithme CMA-MMA profite à la fois des avantages de l'algorithme CMA et de l'algorithme MMA. En effet, le critère CMA augmente la fiabilité sur la convergence alors que le critère MMA règle le problème de déphasage de la constellation à l'état stationnaire [22].

### Algorithme $\min\ell_1$ -MMA

C'est un algorithme qui combine le critère du MMA avec un terme de pénalisation qui a pour but de faire correspondre le signal égalisé à l'alphabet émis et qui est connu en anglais par le critère de "Alphabet-Matching (AM)". Ce critère d'AM doit être construit de façon à ce qu'il soit périodique et symétrique autour des points de la constellation [23]. Il doit s'annuler également en ces points. La fonction d'AM qui a été proposée dans [24] et [25], est donnée par :

$$f_{\min\ell_1}(y(n)) = \min_{s_k} (|y_r(n) - s_{kr}| + |y_i(n) - s_{ki}|). \quad (1.47)$$

Par conséquent, la fonction de coût qui a été associée à  $f_{\min\ell_1}$  est :

$$J_{\min\ell_1} = \mathbb{E}\{|y_r(n) - s_{kr}(n)| + |y_i(n) - s_{ki}(n)|\} \quad (1.48)$$

où  $s_k(n) = \arg \min_{s_k} (|y_r(n) - s_{kr}| + |y_i(n) - s_{ki}|)$ . Une combinaison de ce critère avec le critère du MMA conduit à un nouveau critère de l'égalisation hybride connu sous le nom de  $\min\ell_1$ -MMA [24]

$$J_{\min\ell_1\text{-MMA}}(\mathbf{w}) = J_{\text{MMA}}(\mathbf{w}) + \beta J_{\min\ell_1}(\mathbf{w}). \quad (1.49)$$

L'égaliseur est mis à jour par un algorithme de type gradient stochastique comme suit :

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \mu(-\nabla_{\mathbf{w}} J_{\text{MMA}} - \beta \nabla_{\mathbf{w}} J_{\min\ell_1}) \quad (1.50)$$

où  $\nabla_{\mathbf{w}} J_{\text{MMA}}$  peut être déduit à partir de (1.37) et  $\nabla_{\mathbf{w}} J_{\min\ell_1}$  s'exprime par :

$$\nabla_{\mathbf{w}} J_{\min\ell_1} = \{\text{sign}(y_r(n-1) - s_{k_r}(n-1)) - j \text{sign}(y_i(n-1) - s_{k_i}(n-1))\} \mathbf{x}^*(n-1). \quad (1.51)$$

Le paramètre  $\beta$  est choisi de sorte à limiter l'influence de la pénalité rajoutée au MMA pour ne pas diminuer la vitesse de convergence de l'algorithme dans la phase d'apprentissage. Ainsi,  $\beta$  est fixé de façon à fournir une valeur maximale de  $\beta J_{\min\ell_1}(\mathbf{w})$  plus petite ou proche du maximum de  $J_{\text{MMA}}(\mathbf{w})$  à l'état stationnaire. D'après [24],  $\beta$  peut être fixé par la valeur suivante :

$$\beta \approx \frac{1}{2} \max_{s_k} |(s_{k_r}^2 - R_{\text{MMA}})s_{k_r} - j(s_{k_i}^2 - R_{\text{MMA}})s_{k_i}|. \quad (1.52)$$

Nous montrons dans la section suivante, par des simulations, que cet algorithme est plus performant que le MMA en termes de vitesse de convergence et d'erreur résiduelle.

### Algorithme MGauss-MMA

Cet algorithme suit le même principe que l'algorithme  $\min\ell_1$ -MMA avec une fonction d'AM différente. En effet pour cet algorithme la fonction d'AM est la suivante [24]

$$f_{\text{MGauss}}y(n) = (1 - \sum_{k=1}^M e^{-\frac{(y_r(n) - s_{k_r})^2}{2\sigma^2}}) + (1 - \sum_{k=1}^M e^{-\frac{(y_i(n) - s_{k_i})^2}{2\sigma^2}}). \quad (1.53)$$

Le critère de l'égalisation est alors donné par :

$$J_{\text{MGauss-MMA}}(\mathbf{w}) = J_{\text{MMA}}(\mathbf{w}) + \beta J_{\text{MGauss}}(\mathbf{w}) \quad (1.54)$$

où  $J_{\text{MGauss}}(\mathbf{w}) = \mathbb{E}\{f_{\text{MGauss}}(y(n))\}$ ,  $\sigma$  est une constante qui contrôle la largeur des zéros dans l'argument de l'exponentiel et  $\beta$  est un paramètre de pénalisation qui

contrôle la pondération entre les deux critères. L'égaliseur est donc mis à jour par un algorithme adaptatif de type gradient stochastique comme suit :

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \mu(-\nabla_{\mathbf{w}} J_{MMA} - \beta \nabla_{\mathbf{w}} J_{MGauss}). \quad (1.55)$$

Cet algorithme est plus performant que le MMA en termes de vitesse de convergence et d'erreur résiduelle alors qu'il présente des performances très proches de l'algorithme  $\min \ell_1$ -MMA .

## 1.7 Simulations

Dans cette partie, nous présentons les modèles de canaux de transmission que nous avons utilisés dans nos travaux de thèse. Nous discutons également les performances de quelques égaliseurs référencés dans la littérature et que nous avons détaillés précédemment.

### 1.7.1 Modèles de canaux de transmission

#### Canal de Proakis A

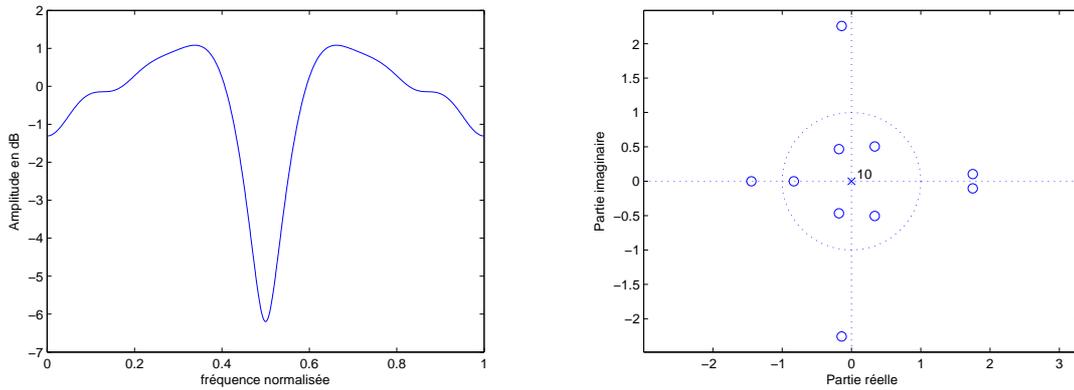
C'est un canal à 11 coefficients ayant dix zéros dont cinq à l'intérieur du cercle unité et cinq à l'extérieur. Sa réponse impulsionnelle présente un évanouissement moyen et elle est donnée par :

$$H_{Proa} = [0.04, -0.05, 0.07, -0.21, -0.5, 0.72, 0.36, 0.21, 0.03, 0.07]^T. \quad (1.56)$$

Dans les figures suivantes, on trace la réponse du canal en fréquences normalisées ainsi que les positions de ses zéros par rapport au cercle unité.

#### Canal réel à profil décroissant exponentiellement

Pour illustrer les résultats de nos travaux, nous avons aussi utilisé un canal sélectif en fréquence dont le profil de la réponse impulsionnelle décroît exponentiellement. Ses coefficients  $h_{Exp}(l)$  sont choisis aléatoirement tels que  $h_{Exp}(l) \sim \mathcal{N}(0, Ge^{-\rho l})$  où  $l = 0, \dots, L_h - 1$  et  $G$  est choisi tel que  $\sum_{l=0}^{L_h-1} \mathbb{E}[|h_2(l)|^2] = 1$ . Pour les simulations, nous avons choisi  $L_h = 10$  et  $\rho = 0.7$ . Ce canal a servi pour tester la fiabilité des égaliseurs proposés vis à vis d'un canal aléatoire. Dans la figure ci dessous, on représente la réponse

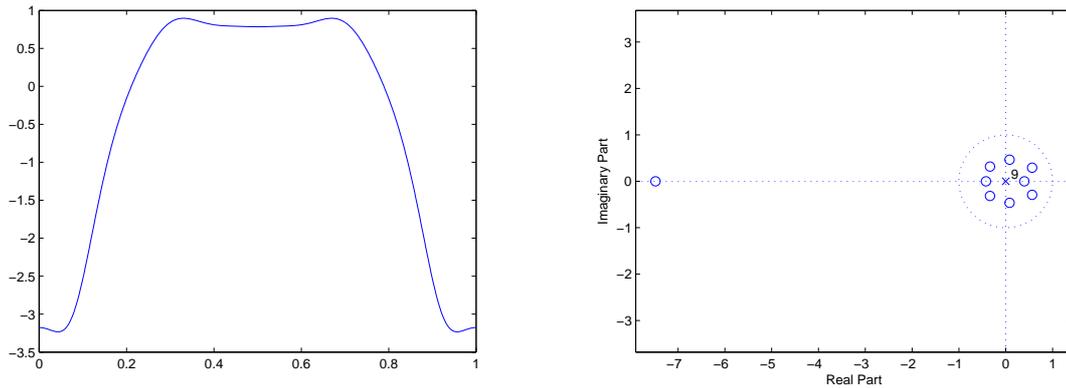


(a) Réponse en fréquences normalisées du canal

(b) Zéros du canal

**Figure 1.5** — Canal de Proakis A

en fréquences normalisées d'une réalisation du canal utilisé ainsi que les positions de ses zéros. La figure 1.6 montre des évanouissement à l'extrémité de la bande.



(a) Réponse en fréquences normalisées du canal

(b) Zéros du canal

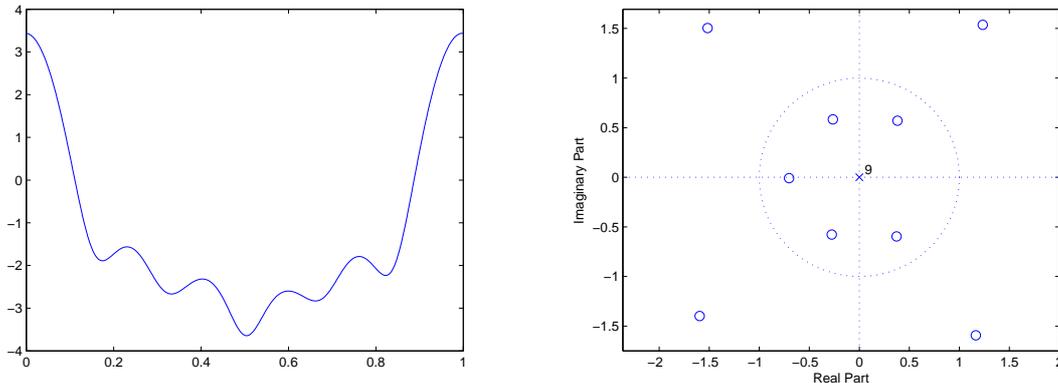
**Figure 1.6** — canal dont le profil décroît en exponentiel

### Canal complexe [9]

Pour étudier le comportement de nos algorithmes avec un canal complexe, nous avons utilisé un canal complexe dont la réponse impulsionnelle est donnée par :

$$\begin{aligned}
 H_{Comp}(z) = & 10^{-2}[(4.1 + 1.09i) + (4.95 + 1.23i)z^{-1} + (6.72 + 1.7i)z^{-2} + (9.19 + 2.35i)z^{-3} \\
 & + (79.2 + 12.81i)z^{-4} + (39.6 + 8.71i)z^{-5} + (27.15 + 4.98i)z^{-6} \\
 & + (22.91 + 4.14i)z^{-7} + (12.87 + 1.54i)z^{-8} + (10.32 + 1.19i)z^{-9}].
 \end{aligned}
 \tag{1.57}$$

Ce canal est considéré comme un canal radio typique selon [26]. Il a été utilisé pour tester la fiabilité de l'égaliseur proposé dans [9] à qui nous allons apporter une amélioration de performance en terme d'IIS. La réponse en fréquences normalisées de ce canal est donnée par la figure 1.7 ainsi que les positions de ses zéros par rapport au cercle unité.



(a) Réponse en fréquences normalisées du canal

(b) Zéros du canal

*Figure 1.7* — Canal complexe

### Canal réel [3]

Enfin nous avons utilisé le canal réel qui a été utilisé dans [3], pour comparer les performances de nos algorithmes avec celles de l'algorithme proposé dans [3]. Sa réponse impulsionnelle est donnée par :

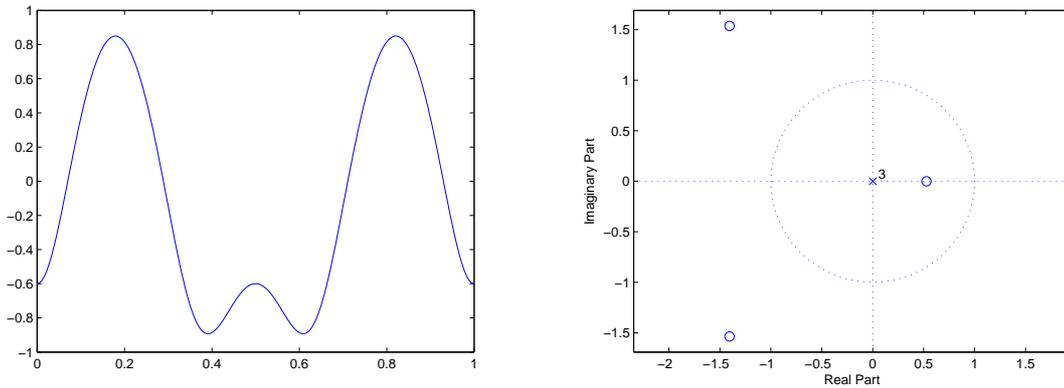
$$H_r = [0.2258, 0.5161, 0.6452, -0.5161]^T. \quad (1.58)$$

Sur la figure 1.8, nous traçons la réponse en fréquences normalisées de ce canal et nous montrons les positions de ses zéros par rapport au cercle unité.

## 1.7.2 Résultats de simulations

### Résultats obtenus avec des égaliseurs non aveugles

Dans cette partie nous comparons les performances des égaliseurs présentés précédemment. Dans un premier temps, nous considérons les égaliseurs aveugles, en particulier l'égaliseur par forçage à zéro, l'égaliseur MMSE à travers la solution linéaire, l'égaliseur MMSE avec une implémentation adaptative via l'algorithme du gradient



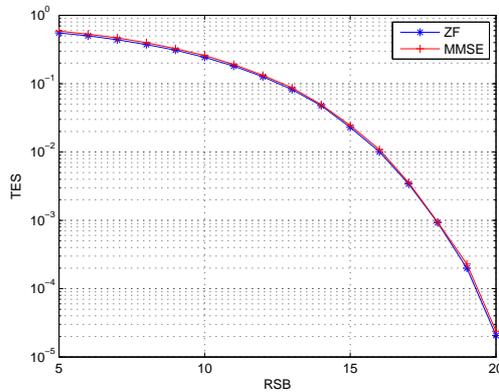
(a) Réponse en fréquences normalisées du canal

(b) Zéros du canal

**Figure 1.8** — Canal référencé dans [3]

stochastique LMS et l'égaliseur MMSE avec une implémentation adaptative via l'algorithme de Newton RLS.

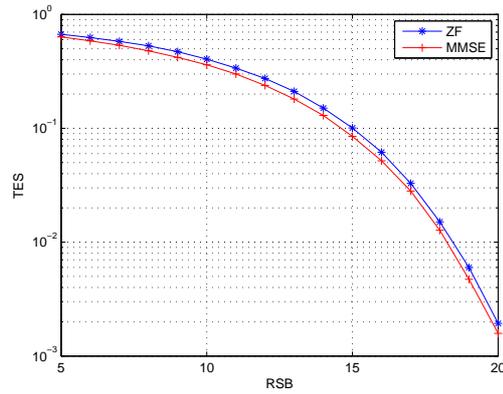
Dans les figures 1.9 et 1.10, nous traçons les courbes du taux d'erreur symbole (TES) obtenues avec les égaliseurs ZF et MMSE dans le cas d'une modulation MAQ-16 transmise à travers le canal réel  $H_r$  et le canal de Proakis A respectivement.



**Figure 1.9** — TES obtenu avec les égaliseurs LMS et RLS avec le canal  $H_r$  et une modulation MAQ-16.

La figure 1.9 montre que les deux égaliseurs ont la même performance en termes de TES alors que la figure 1.10 montre que l'égaliseur MMSE est légèrement plus performant que celui du ZF. Cela peut être expliqué par l'évanouissement du canal de Proakis A qui fait du MMSE un égaliseur plus adapté à ce genre de canal que le ZF.

Une implémentation adaptative du critère MMSE donne les deux algorithmes LMS et RLS discutés auparavant. Les figures 1.11, 1.12, 1.13 et 1.14 représentent le niveau d'IIS obtenu en fonction des itérations, la constellation à l'entrée des égaliseurs et les



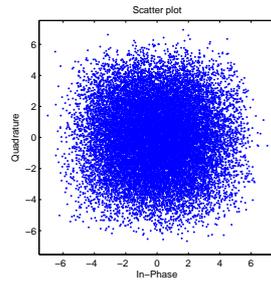
**Figure 1.10** — TES obtenu avec les égaliseurs LMS et RLS avec le canal de Proakis A et une modulation MAQ-16.

constellations obtenues après convergence à leurs sorties. L'IIS est définie par l'équation 1.59 [3] :

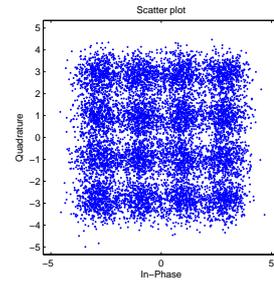
$$IIS(n) = \frac{\sum_n |\mathbf{h} * \mathbf{w}(n)|^2 - \max |\mathbf{h} * \mathbf{w}(n)|^2}{\max |\mathbf{h} * \mathbf{w}(n)|^2} \quad (1.59)$$

où  $\mathbf{h} * \mathbf{w}(n)$  représente la réponse impulsionnelle du système canal+égaliseur.

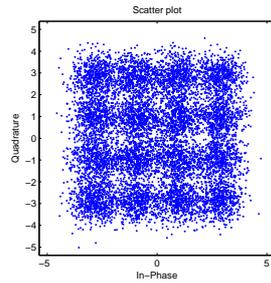
La modulation utilisée est une MAQ-16. Les simulations ont été faites avec le canal de Proakis A et le canal  $H_{Comp}$  pour deux valeurs de RSB : RSB= 15dB et RSB= 25dB. Ces figures confirment que l'algorithme RLS converge plus rapidement que l'algorithme LMS.



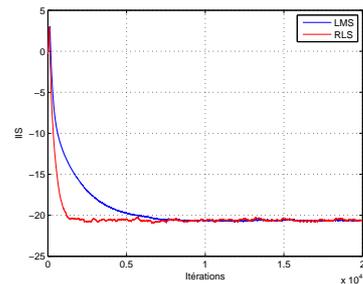
(a) Constellation avant égalisation



(c) Constellation après égalisation par le RLS

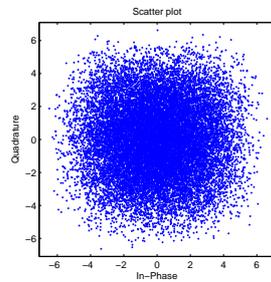


(b) Constellation après égalisation par le LMS

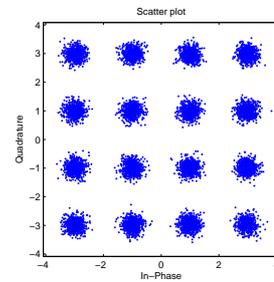


(d) Interférence Inter-symboles

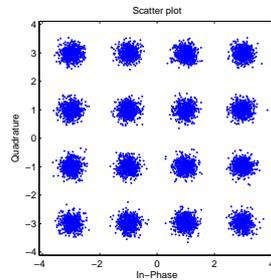
**Figure 1.11** — Egaliseur MMSE, résultats obtenus pour une modulation MAQ-16 dans le cas d'un canal de Proakis A et RSB= 15 dB.



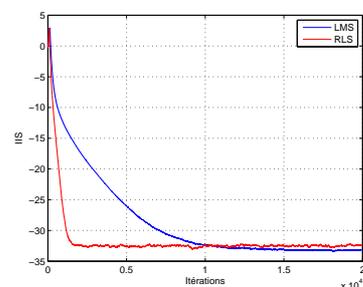
(a) Constellation avant égalisation



(c) Constellation après égalisation par le RLS

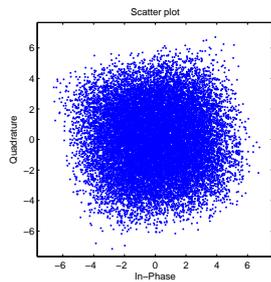


(b) Constellation après égalisation par le LMS

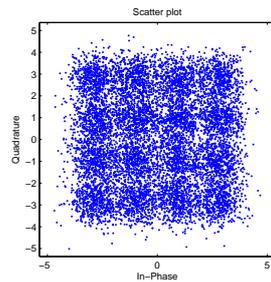


(d) Interférence Inter-symboles

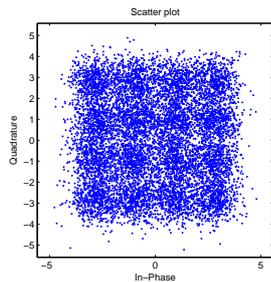
**Figure 1.12** — Egaliseur MMSE, résultats obtenus pour une modulation MAQ-16 dans le cas d'un canal de Proakis A et RSB= 25 dB.



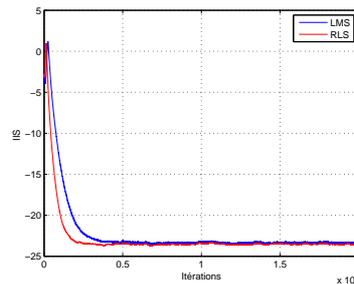
(a) Constellation avant égalisation



(c) Constellation après égalisation par le RLS

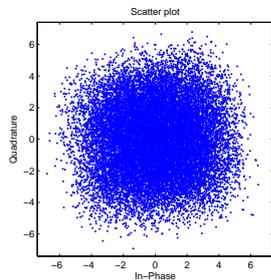


(b) Constellation après égalisation par le LMS

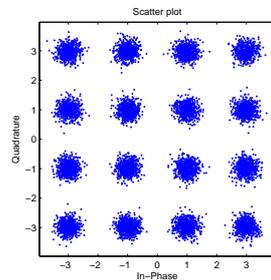


(d) Interférence Inter-symboles

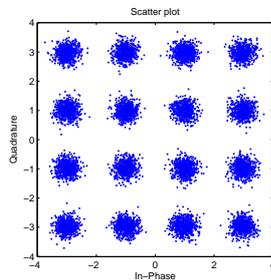
**Figure 1.13** — Egaliseur MMSE, résultats obtenus pour une modulation MAQ-16 dans le cas d'un canal complexe [9] et RSB= 15 dB.



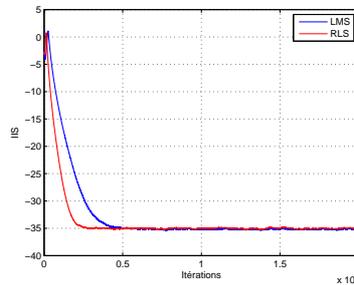
(a) Constellation avant égalisation



(c) Constellation après égalisation par le RLS



(b) Constellation après égalisation par le LMS

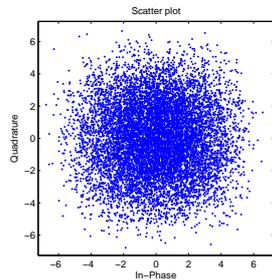


(d) Interférence Inter-symboles

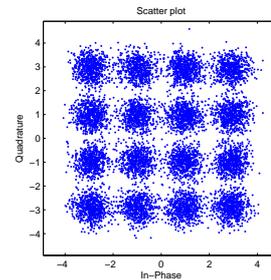
**Figure 1.14** — Egaliseur MMSE, résultats obtenus pour une modulation MAQ-16 dans le cas d'un canal complexe [9] et RSB= 25 dB.

## Résultats obtenus avec des égaliseurs aveugles

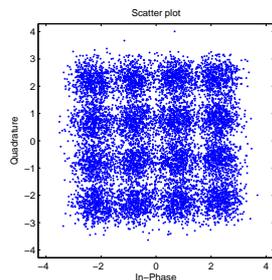
Dans cette partie, nous illustrons les résultats que nous avons obtenus avec les égaliseurs du CMA, MMA,  $\min\ell_1$ -MMA et MGauss-MMA. La modulation MAQ-16 a été transmise une fois à travers un canal de Proakis A et une fois avec le canal  $H_r$ . Nous représentons sur les figures suivantes le niveau de l'IIS obtenu en sortie de ces égaliseurs en fonction des itérations, la constellation à l'entrée de ces égaliseurs, la constellation en sortie de l'égaliseur CMA et la constellation en sortie de l'égaliseur  $\min\ell_1$ -MMA. Nous pouvons noter que les algorithmes  $\min\ell_1$ -MMA et MGauss-MMA arrivent mieux à égaliser le signal reçu que les algorithmes CMA et MMA en permettant d'atteindre un niveau d'IIS plus bas. La figure 1.16 (b) montre que la constellation obtenue en sortie de l'égaliseur CMA est tournée ce qui montre que le CMA ne permet pas de corriger un déphasage introduit par le canal sur le signal transmis. Cependant la constellation en sortie de l'égaliseur  $\min\ell_1$ -MMA représentée par la figure 1.16 (c) montre bien que le  $\min\ell_1$ -MMA arrive à corriger un éventuel décalage de phase présent dans le signal reçu.



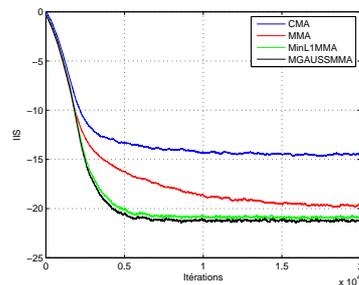
(a) Constellation avant égalisation



(c) Constellation en sortie du  $\min\ell_1$ -MMA

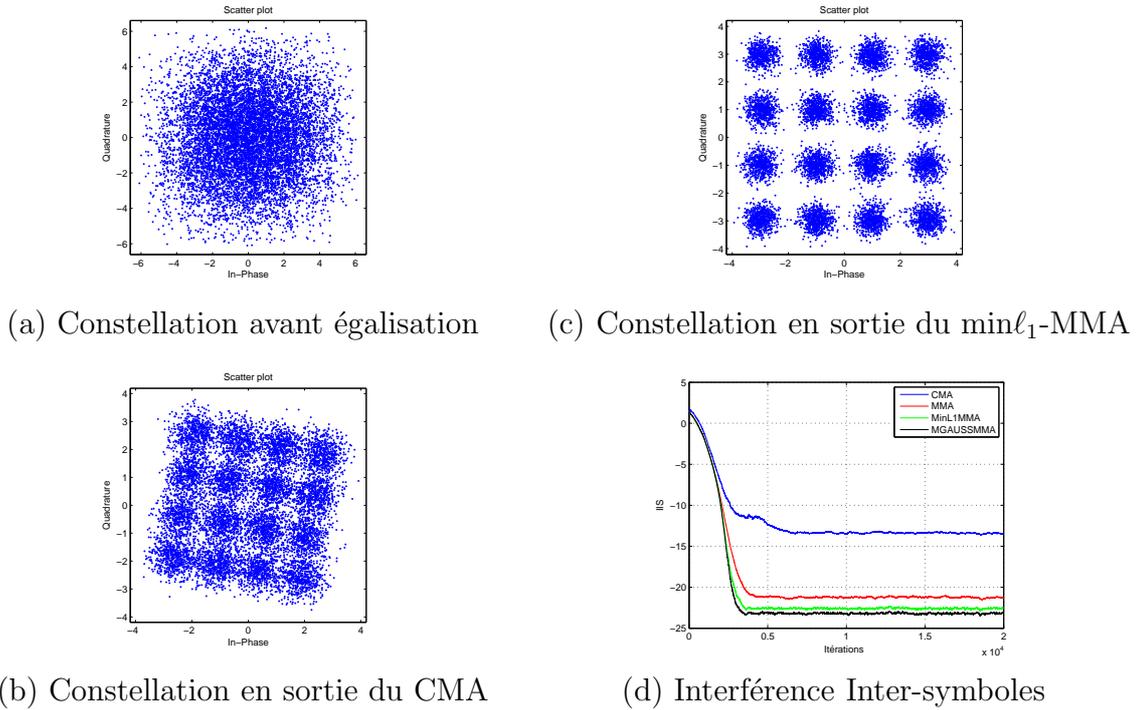


(b) Constellation en sortie du CMA



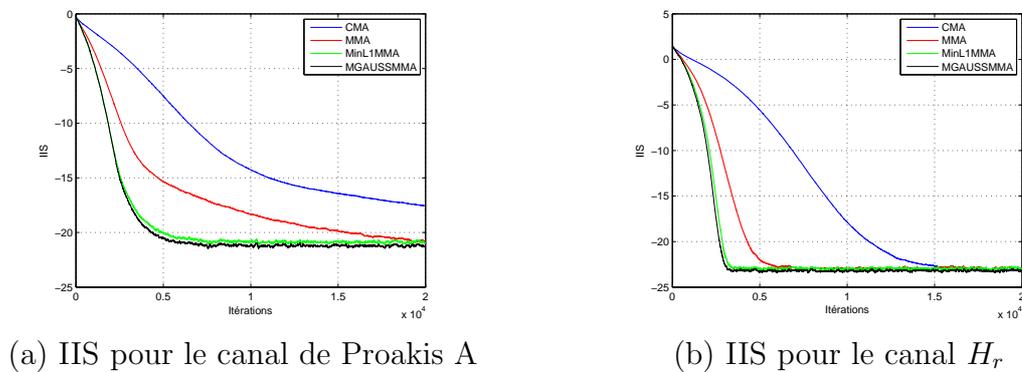
(d) Interférence Inter-symboles

**Figure 1.15** — Egaliseurs CMA, MMA,  $\min\ell_1$ -MMA et MGauss-MMA, résultats obtenus pour une modulation MAQ-16 dans le cas du canal de Proakis A et RSB= 20 dB.



**Figure 1.16** — Egaliseurs CMA, MMA, min $\ell_1$ -MMA et MGauss-MMA, résultats obtenus pour une modulation MAQ-16 dans le cas du canal  $H_r$  et RSB= 20 dB.

Pour comparer les vitesses de convergence de ces différents algorithmes, nous les avons fait converger vers le même niveau d'IIS. Nous avons obtenus les résultats de la figure 1.17 dans le cas où une MAQ-16 est transmise à travers les canaux de Proakis A et  $H_r$  pour RSB= 20dB. Ces courbes montrent que les algorithmes min $\ell_1$ -MMA et MGauss-MMA convergent plus vite que les algorithmes CMA et MMA.



**Figure 1.17** — Comparaison des vitesses de convergence des algorithmes CMA, MMA, min $\ell_1$ -MMA et MGauss-MMA dans le cas d'une modulation MAQ-16 pour RSB= 20 dB.

## 1.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit la problématique de l'égalisation et donné un spectre des différentes approches rencontrées dans la littérature pour la résoudre. Afin de compléter la discussion théorique sur les égaliseurs existants, nous avons étudié et comparé leurs performances par des simulations sur des canaux tests que nous avons considérés dans nos travaux de thèse. Dans le chapitre suivant, nous illustrons d'autres approches liées à l'égalisation aveugle qui n'exploitent plus des caractéristiques statistiques du signal reçu mais plutôt sa fonction de densité de probabilité. Nous présentons également nos contributions dans cet axe de recherche.



CHAPITRE

2

---

Égalisation aveugle  
basée sur l'ajustement  
de densité de  
probabilité

## 2.1 Introduction

Nous avons vu dans le chapitre précédent que les approches d'égalisation aveugle se basaient essentiellement sur les statistiques du signal émis et sur la connaissance à priori de l'alphabet fini auquel appartiennent les symboles transmis.

Au cours de la dernière décennie, de nouvelles techniques d'égalisation aveugle, fondées sur des critères de la théorie de l'information et sur l'estimation de densités de probabilité (DDP) associées aux données égalisées ont été proposées. Ces critères sont souvent optimisés au moyen d'algorithmes de type gradient stochastique.

Dans ce chapitre, nous détaillons, dans la section 2.2, les principes de l'utilisation de DDPs dans l'égalisation aveugle des canaux de transmission. Par la suite, nous étudions dans la section 2.3 quelques égaliseurs basés sur l'ajustement de DDPs que l'on trouve dans la littérature. Dans la section 2.5, nous présentons nos contributions dans le domaine de l'égalisation aveugle par l'ajustement de DDPs. Enfin dans la section 4.6, nous discutons des résultats de simulations obtenus.

## 2.2 Égalisation aveugle basée sur les fonctions de densité de probabilité

### 2.2.1 Utilisation de densité de probabilité en égalisation aveugle des canaux de transmission

La plupart des méthodes d'égalisation aveugle exploitent des informations statistiques sur les symboles émis. L'objectif est de trouver une fonction de coût qui permette d'adapter l'égaliseur de façon à ce qu'il produise un signal qui a les mêmes propriétés statistiques que le signal émis. Afin d'extraire plus d'information statistique ou idéalement toute l'information statistique sur le signal d'intérêt, l'égaliseur doit utiliser des statistiques d'ordre élevé (higher-order statistics (HOS)). Cependant, une bonne estimation des HOS n'est pas garantie à partir d'un ensemble limité de données. Ce problème est particulièrement sensible dans un contexte non stationnaire. Pour cette raison, un ordre, inférieur ou égal à quatre, des statistiques est souvent considéré dans les critères d'égalisation. Pour une séquence de données IID l'ensemble des statistiques d'un signal est fourni par la connaissance de la loi de probabilité. Comme par ailleurs, les données transmises sont IID les égaliseurs cherchent en général à ajuster des paramètres de la loi instantanée en sortie d'égaliseur même si ces paramètres instantanés sont calculés à partir d'observations successives. On peut donc espérer exploiter de façon assez complète l'information statistique en considérant des critères d'égalisation basés sur l'adéquation de la densité de probabilité en sortie d'égaliseur avec la répartition des points de la constellation émise. L'idée derrière l'égalisation aveugle de canaux de transmission basée sur les DDPs est simple : en connaissant la DDP cible des données émises (DDP de la constellation émise supposée connue par le récepteur) dans le cas idéal où le signal émis est corrompu uniquement par un BBGA, l'égaliseur est construit de sorte à ce qu'il produise en sortie un signal qui a la même DDP que la constellation émise bruitée. Dans le cas d'un canal BBGA où les symboles émis sont indépendants et identiquement distribués, la DDP cible est supposée être un mélange de modes gaussiens équiprobables, concentrés sur les points de la constellation émise. La figure 2.1 suivante résume le principe de l'égalisation aveugle basée sur l'ajustement de DDPs.

Les symboles émis ont une distribution discrète. Cependant, puisqu'ils sont affectés par un bruit additif gaussien, au niveau du récepteur, on peut supposer, qu'après la réduction de l'IIS par l'égaliseur, on obtient sensiblement un mélange de gaussiennes en sa sortie de moyennes les points de la constellation et de variance égale à celle du bruit.

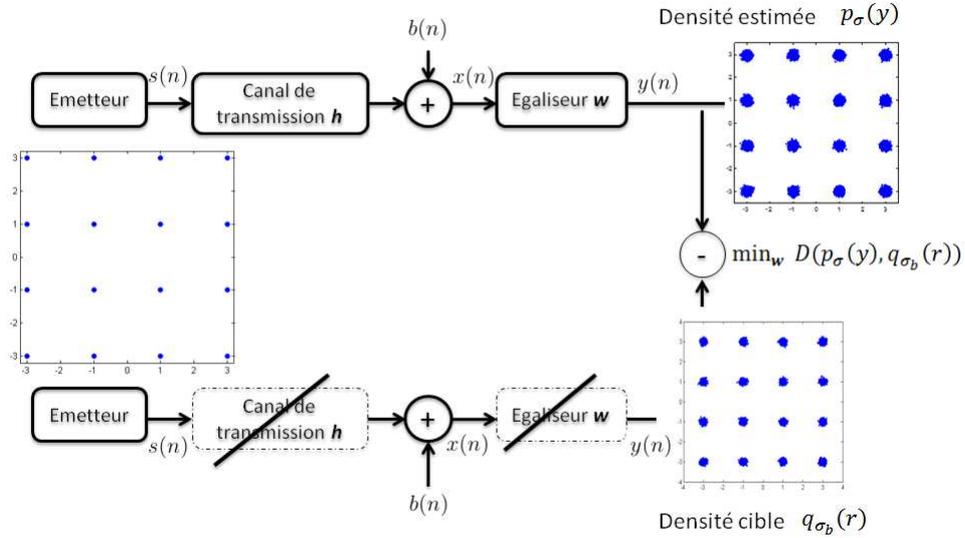


Figure 2.1 — L'idée derrière l'égalisation aveugle basée sur l'ajustement de DDPs

Ainsi, une distribution cible de cette forme peut être envisagée pour forcer l'égaliseur à la reproduire en sa sortie.

Dans la section suivante, nous évoquons certaines méthodes d'égalisation aveugle basées sur l'ajustement de fonctions de DDP qui ont été proposées dans la littérature. Mais, on va d'abord rappeler la construction des estimateurs à noyau de densité qui a été utilisée pour estimer les DDPs.

### 2.2.2 Estimateur à noyau de densités de probabilité (DDP)

Dans cette partie, nous donnons un aperçu sur l'estimateur à noyau de densités de probabilité ou encore connu par l'estimateur de Parzen.

Considérons une variable aléatoire qui possède une DDP notée  $f$ . Lorsque nous n'avons pas d'idée a priori sur l'allure de la densité  $f$ , construire un estimateur de  $f$  ne se résume pas à l'estimation de moments, comme c'est le cas pour des lois gaussiennes. Il s'agit de reconstruire une fonction et le problème est alors dit non-paramétrique. L'estimateur à noyau constitue une approche qui permet de reconstruire  $f$  à partir des observations

$x_1, \dots, x_N$  générées suivant la densité  $f$  comme suit [27] :

$$\begin{aligned}\hat{f}(x) &= \frac{1}{Nh} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) \\ &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N K_h(x-x_i)\end{aligned}\tag{2.1}$$

où,  $K_h(t) = h^{-1}K(h^{-1}t)$ ,  $K$  est le noyau considéré et  $h$  un paramètre nommé fenêtre, qui régit le degré de lissage de l'estimation. Le noyau contrôle l'allure des bosses alors que le paramètre  $h$  contrôle leurs largeurs.

### Noyau de l'estimateur

**Définition 1.** Soit  $K : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  une fonction telle que  $\int K(u)du = 1$ .  $K$  est appelé noyau. Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , on appelle  $h > 0$  la fenêtre et  $\hat{f}$  l'estimateur à noyau de  $f$ , défini pour tout  $x \in R$  par

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{Nh} \sum_{i=1}^N K\left(\frac{x-x_i}{h}\right)\tag{2.2}$$

Un noyau est dit positif si  $K \geq 0$  : l'estimateur à noyau est alors une densité quelles que soient les valeurs des observations  $x_1, \dots, x_N$ . Un noyau est dit symétrique si, pour tout  $u$  dans son ensemble de définition, on a  $K(u) = K(-u)$ .

On peut choisir différentes fonctions noyaux pour estimer  $f$ . Cela dépend de l'a priori qu'on a sur cette densité. Parmi les noyaux qui peuvent être utilisés, on peut citer :

**le noyau rectangulaire :**  $K(u) = \frac{1}{2}1_{|u| \leq 1}$ , il donne un poids plus grand aux points proches qu'aux points éloignés des pics.

**le noyau gaussien :**  $K(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}exp(-\frac{u^2}{2})$ , il prend en compte tous les points de l'aire d'étude et il est souvent utilisé.

### Fenêtre du noyau

Le problème du choix de la fenêtre du noyau est capital dans l'estimation de la DDP. En effet, une grande valeur de  $h$  peut conduire à une DDP lisse plus que nécessaire ce qui peut masquer la structure des données. Alors qu'une petite valeur de  $h$  peut conduire à une densité chahutée qui est difficile à interpréter. L'objectif est de trouver

la valeur de  $h$  qui minimise l'intégrale de l'erreur quadratique moyenne entre la DDP estimée et la vraie densité :

$$\hat{h} = \arg \min_h \mathbb{E} \left\{ \int (f(\hat{x}) - f(x))^2 dx \right\} \quad (2.3)$$

Si on suppose que la vraie distribution  $f$  est une gaussienne d'écart type  $\sigma$  et qu'on utilise un noyau gaussien pour l'estimer, il peut être démontré que la valeur optimale de  $h$  est la suivante [27] :

$$\hat{h} = \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{5}} \sigma N^{-\frac{1}{5}} = 1.06 \sigma N^{-\frac{1}{5}}. \quad (2.4)$$

Dans ce manuscrit, les DDPs sont estimées par l'estimateur de Parzen [28] [27] à noyau gaussien qui est le plus couramment utilisé.

## 2.3 Techniques d'égalisation aveugle basées sur l'ajustement de DDP

### 2.3.1 Égalisation aveugle avec l'entropie de Renyi [1]

Dans cette approche et contrairement à la technique du CMA qui cherche à minimiser la déviation des symboles reçus par rapport à un rayon moyen de la constellation émise (1.28), les auteurs de [1] ont proposé de minimiser l'entropie de cette déviation. L'entropie de la déviation fait intervenir sa DDP. Ainsi en minimisant l'entropie, on ne minimise pas que les moments d'ordre 4 comme avec le CMA, mais on minimise la totalité des moments d'ordre supérieur. La définition la plus connue de l'entropie est celle de Shannon qui, pour une variable aléatoire continue  $x$  de DDP  $f(x)$ , est définie par :

$$H_S(x) = - \int f(x) \log(f(x)) dx \quad (2.5)$$

Cependant, il y a d'autres définitions de l'entropie qui sont plus faciles à manipuler [29] appelées entropies de Renyi d'ordre  $\alpha$  et elles s'expriment par :

$$H_\alpha(x) = \frac{1}{1-\alpha} \log \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)^\alpha dx \quad (2.6)$$

Dans [1], une famille de fonctions de coût basées sur l'entropie de Renyi d'ordre  $\alpha$  a été proposée comme suit :

$$J_{\alpha}^p(\mathbf{w}) = H_{\alpha}(y(n)^p - R_p) \quad p = 1, 2, \dots \quad (2.7)$$

Comme l'entropie est clairement invariante par translation, les critères suivants ont été utilisés d'une manière équivalente :

$$J_{\alpha}^p(\mathbf{w}) = H_{\alpha}(y(n)^p) \quad p = 1, 2, \dots \quad (2.8)$$

Les auteurs de [1] se sont concentrés sur le cas particulier où  $p = 2$ . Il a été démontré dans [1] que la minimisation de  $J_{\alpha}^2(\mathbf{w})$ , pour  $\alpha > 1$  est équivalente à la maximisation de ce que les auteurs de [1] ont appelé l'information potentielle,  $V_{\alpha}(\mathbf{w}) = \mathbb{E}\{f(|y(n)|^2)^{\alpha-1}\}$ . En utilisant une fenêtre de  $L$  symboles qui inclut le symbole courant et les  $L - 1$  symboles précédents en sortie d'égaliseur, l'information potentielle peut être estimée par la substitution de l'espérance par une simple moyenne :

$$V_{\alpha}(\mathbf{w}) \approx \frac{1}{L} \sum_{j=k+1-L}^k \left( f(|y(j)|^2) \right)^{\alpha-1}. \quad (2.9)$$

Si la DDP de  $|y(j)|^2$  est estimée par l'estimateur de Parzen à noyau gaussien, on obtient l'expression de la fonction objective  $V_{\alpha}(\mathbf{w})$  à maximiser par rapport aux coefficients de l'égaliseur et qui est donnée par :

$$V_{\alpha}(\mathbf{w}) \approx \frac{1}{L^{\alpha}} \sum_{j=k+1-L}^k \sum_{i=k+1-L}^k \left( K_{\sigma}(|y(j)|^2 - |y(i)|^2) \right)^{\alpha-1}. \quad (2.10)$$

Ainsi, les coefficients de l'égaliseur sont mis à jour par

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu \frac{\partial V_{\alpha}(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}} \quad (2.11)$$

où  $\mu$  est le pas de l'algorithme. Les auteurs de [1] ont montré que l'utilisation d'une entropie quadratique ( $\alpha = 2$ ) et une petite fenêtre de taille  $L = 2$  est recommandée puisqu'on obtient dans ce cas un algorithme de même complexité que le CMA, mais qui converge beaucoup plus vite. Cependant, pour certains canaux de transmission et surtout avec l'utilisation des modulations MAQ, il a été noté que l'égaliseur a tendance à se piéger dans les minima locaux dont le nombre augmente avec les modulations à niveaux multiples. Cela rend cette approche plus adaptée et utilisée pour l'égalisation de modulations à module constant. Pour palier cet inconvénient, un critère alternatif a

été proposé. Il consiste à forcer l'égaliseur à produire un signal dont la DDP s'approche au mieux de la DDP de la constellation émise, supposée connue au niveau récepteur [30]. Cet égaliseur utilise la divergence de Kullback-Leibler entre les DDPs, comme fonction de coût.

### 2.3.2 Égalisation aveugle basée sur le critère de la divergence de Kullback-Leibler (DKL) [2]

Cette approche est basée sur la minimisation de la divergence de KL entre la DDP des observations et la DDP cible. Si l'égaliseur est optimal et linéaire, alors le symbole  $y_{opt}(n)$  à sa sortie peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} y_{opt}(n) &= \mathbf{w}_{\text{ideal}}^T (\mathbf{H} \mathbf{s}(n) + \mathbf{b}(n)) \\ &= \mathbf{c}_{\text{ideal}}^T \mathbf{s}(n) + b_{\mathbf{w}}(n) \\ &= s(n - \delta) + b_{\mathbf{w}}(n) \end{aligned} \quad (2.12)$$

où,  $\mathbf{c}_{\text{ideal}}$  est la réponse idéale du système représenté par le canal et l'égaliseur,  $\delta$  est le retard introduit par le système,  $s(n - \delta)$  est le symbole émis à l'instant  $n - \delta$  et  $\mathbf{b}(n)$  est un BBGA. A partir de la dernière équation (2.12), il est clair que la DDP idéale du signal en sortie de l'égaliseur optimal est un mélange de distributions gaussiennes de mêmes poids centrées sur les  $s(n - \delta)$  avec la même variance que celle du bruit  $\sigma_b^2 = \mathbb{E}\{|b_{\mathbf{w}}(n)|^2\}$ . Ainsi, la DDP cible est définie par un mélange de gaussiennes équiprobables.

$$p_{Y,\text{ideal}}(y) = \frac{1}{N_s \sqrt{2\pi\sigma_b^2}} \sum_{i=1}^{N_s} e^{-\frac{|y_{opt}(n) - s_i|^2}{2\sigma_b^2}} \quad (2.13)$$

où,  $N_s$  est le nombre de symboles complexes dans la constellation émise. Ainsi, le critère d'égalisation est construit de sorte à forcer le filtre adaptatif à reproduire un signal qui présente la même DDP donnée par (2.13). Afin d'utiliser le critère de la DKL, les auteurs de [2] ont proposé un modèle paramétrique constitué d'un mélange gaussien, comme exprimé par l'équation (2.13). Ainsi, la DDP observée est estimée par le modèle paramétrique suivant, comme expliqué dans [2] :

$$\phi(y, \sigma_r^2) = \frac{1}{N_s \sqrt{2\pi\sigma_r^2}} \sum_{i=1}^{N_s} e^{-\frac{|y(n) - s_i|^2}{2\sigma_r^2}} \quad (2.14)$$

où,  $\sigma_r^2$  est la variance de chaque gaussienne dans le modèle jouant un rôle important dans la convergence de l'algorithme [2]. Ainsi, on a l'expression suivante de la DKL :

$$\begin{aligned} D_{p_{Y,\text{ideal}(y)}|\phi(y,\sigma_r^2)} &= \int_{-\infty}^{+\infty} p_{Y,\text{ideal}(y)} \ln \left( \frac{p_{Y,\text{ideal}(y)}}{\phi(y,\sigma_r^2)} \right) dy. \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} p_{Y,\text{ideal}(y)} \ln p_{Y,\text{ideal}(y)} dy - \int_{-\infty}^{+\infty} p_{Y,\text{ideal}(y)} \ln \phi(y,\sigma_r^2) dy \end{aligned} \quad (2.15)$$

où la dépendance de  $D_{p_{Y,\text{ideal}(y)}|\phi(y,\sigma_r^2)}$  aux coefficients de l'égaliseur  $\mathbf{w}$  est implicite dans  $y(n)$ . Le premier terme de (2.15) représente l'opposé de l'entropie de Shannon. Pour simplifier, les auteurs de [2] ont minimisé, de façon équivalente, l'espérance du terme lié à  $\phi(y,\sigma_r^2)$  uniquement puisque c'est le seul terme qui dépend de  $\mathbf{w}$ . Ils ont alors considéré la fonction de coût suivante :

$$\begin{aligned} J_{FP}(\mathbf{w}) &= -\mathbb{E} \{ \ln[\phi(y,\sigma_r^2)] \} \\ &= -\mathbb{E} \left\{ \ln \left[ \frac{1}{N_s \sqrt{2\pi\sigma_r^2}} \sum_{i=1}^{N_s} e^{-\frac{|y(n)-a_i|^2}{2\sigma_r^2}} \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.16)$$

et l'égaliseur est mis à jour par un algorithme adaptatif de type gradient stochastique :

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu \nabla_{\mathbf{w}} J_{FP}(\mathbf{w}) \quad (2.17)$$

### 2.3.3 Ajustement de la DDP par l'algorithme Stochastique de la Distance Quadratique (SQD) [3]

Comme il a été mentionné dans la section précédente, un mauvais choix des paramètres de l'algorithme et notamment la variance  $\sigma_r^2$  menace la convergence de l'égaliseur basé sur le critère de DKL. Ainsi, les auteurs de [3] ont remplacé le critère de la DKL par le critère de la distance quadratique entre la DDP des observations et celle de la constellation émise bruitée. La fonction de coût qui est minimisée est alors donnée par [3] :

$$J_{SQD}(\mathbf{w}) = \int_{-\infty}^{+\infty} (f_{Y^p}(z) - f_{S^p}(z))^2 dz \quad (2.18)$$

où,  $Y^p = \{|y(n)|^p\}$ ,  $S^p = \{|s(n)|^p\}$  et  $f_X(z)$  désigne la DDP de  $X$  en  $z$ . Pour estimer la DDP des données courantes, une fenêtre de Parzen à noyau gaussien a été utilisée. En utilisant cet estimateur non paramétrique de DDP avec les  $L$  symboles précédents,

les estimées des DDPs à l'instant  $n$  sont données par :

$$\begin{aligned}\hat{f}_{Y^p}(z) &= \frac{1}{L} \sum_{j=0}^{L-1} K_{\sigma_0}(z - |y(n-j)|^p) \\ \hat{f}_{S^p}(z) &= \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} K_{\sigma_0}(z - |s(k)|^p)\end{aligned}\quad (2.19)$$

où,  $N_s$  est le nombre de symboles complexes dans la constellation et  $K_{\sigma_0}$  est un noyau gaussien de variance  $\sigma_0$ .  $\sigma_0$  est connu aussi comme la largeur du noyau.

$$K_{\sigma_0}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_0}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_0^2}}. \quad (2.20)$$

Selon [3], pour  $p = 2$  et  $L = 1$ , l'expression de la fonction de coût est donnée par

$$J_{SQD}(\mathbf{w}) = \frac{1}{N_s^2} \sum_{k=1}^{N_s} \sum_{l=1}^{N_s} K_{\sigma}(|s(l)|^2 - |s(k)|^2) - \frac{2}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} K_{\sigma}(|y(n)|^2 - |s(k)|^2) + \text{Cst} \quad (2.21)$$

où,  $\sigma = \sqrt{2}\sigma_0$ . Ainsi, le gradient de  $J_{SQD}(\mathbf{w})$  par rapport aux coefficients de l'égaliseur est donné par

$$\nabla_{\mathbf{w}} J_{SQD}(\mathbf{w}) = -\frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} K'_{\sigma}(|y(n)|^2 - |s(k)|^2) y(n) \mathbf{x}^*(n) \quad (2.22)$$

où  $K'_{\sigma}(x) = -\frac{x}{\sqrt{2\pi\sigma^3}} \exp(-\frac{x^2}{2\sigma^2})$  est la dérivée de  $K_{\sigma}(x)$ . Ainsi, les coefficients de l'égaliseur sont mis à jour, à chaque temps symbole, par un algorithme adaptatif de type gradient stochastique :

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \mu(-\nabla_{\mathbf{w}} J_{SQD}(\mathbf{w})) \quad (2.23)$$

### 2.3.4 Ajustement de DDP par l'algorithme LCSQD (Low Complexity SQD)

En vu de réduire la complexité de l'algorithme SQD, les auteurs de [9] ont proposé l'algorithme LCSQD. En effet, avec l'algorithme LCSQD [9], au lieu d'utiliser tous les symboles de la constellation, pour calculer le critère (2.21), comme avec l'algorithme SQD, seuls les symboles situés dans un voisinage, de rayon fixe  $R$ , du symbole égalisé sont considérés pour mettre à jour les coefficients de l'égaliseur. Ces symboles sont choisis comme le montre la figure 2.2. Plus précisément :

- Si  $\max(|y_r(n)|, |y_i(n)|) < A_{max} + R$ , où  $R > 0$  est une constante fixée,  $A_{max}$  désigne l'amplitude maximale de la constellation,  $y_r(n) = \Re\{y(n)\}$  et  $y_i(n) = \Im\{y(n)\}$ , alors les symboles de la constellation pris en compte dans le critère de l'égalisation sont ceux de l'ensemble

$$S = \{s_k : \|y(n) - s_k\| < R\} \quad (2.24)$$

- Si  $\min(|y_r(n)|, |y_i(n)|) \geq A_{max} + R$ , alors les symboles choisis sont ceux qui vérifient le système suivant :

$$\mathcal{S} = \left\{ \begin{array}{l} s_{k,r} = \text{sign}(y_r(n))(A_{max} - ld) \\ s_{k,i} = \text{sign}(y_i(n))(A_{max} - ld) \end{array} \right\}_{\substack{l=0,1 \\ k=1,\dots,4}} \quad (2.25)$$

où,  $d$  est la distance minimale entre deux symboles de la constellation. En général, quatre symboles de la constellation situés dans le coin le plus proche de  $y(n)$  sont sélectionnés par le système précédent [9].

- Si  $\max(|y_r(n)|, |y_i(n)|) \geq A_{max} + R$  :
  - Si  $|y_r(n)| < A_{max} + R$ , alors les symboles sélectionnés appartiennent au système suivant :

$$\mathcal{S} = \left\{ \begin{array}{l} s_{k,r} : \|\text{sign}(y_r(n))s_{k,r} - [y_r(n)]\| < R \\ s_{k,i} : \text{sign}(y_i(n))(A_{max} + ld) \end{array} \right\}_{l=-1,0} \quad (2.26)$$

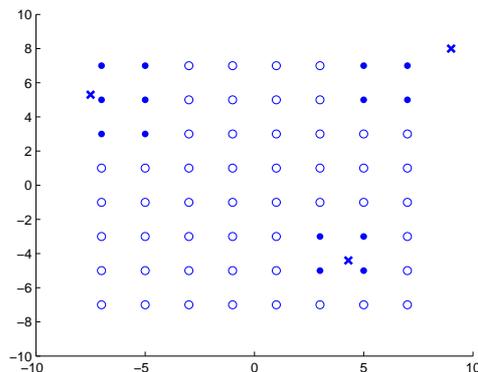
- Si  $|y_i(n)| < A_{max} + R$ , alors :

$$\mathcal{S} = \left\{ \begin{array}{l} s_{k,r} : \text{sign}(y_r(n))(A_{max} + ld) \\ s_{k,i} : \|\text{sign}(y_i(n))s_{k,i} - [y_i(n)]\| < R \end{array} \right\}_{l=-1,0} \quad (2.27)$$

où  $[\cdot]$  désigne la partie entière.

L'algorithme LCSQD a été proposé pour diminuer la complexité calculatoire de l'algorithme SQD en diminuant le nombre de symboles pris en compte pour la mise à jour du gradient de la fonction de coût et ainsi de l'égaliseur. A part le gain en complexité, cet algorithme permet d'améliorer aussi la performance de l'algorithme SQD en termes de vitesse de convergence et d'erreur résiduelle [9]. En effet, un nombre plus petit de symboles permet de réduire encore la valeur du gradient du critère ce qui réduit par conséquence l'IIS et l'EQM résiduelles.

Dans cette section, nous avons introduit plusieurs algorithmes d'égalisation aveugle basés sur l'ajustement de DDPs. Dans la section suivante, nous allons introduire nos



**Figure 2.2** — Régions de décision locale pour une constellation MAQ-64 : les croix représentent les valeurs de  $y(n)$  alors que les cercles pleins représentent ses voisins sélectionnés.

contributions dans ce domaine de recherche. Plus précisément, nous allons présenter des égaliseurs qui se basent sur les principes des algorithmes SQD et LCSQD et qui permettent d'atteindre de meilleures performances en termes de vitesse de convergence et d'erreur résiduelle.

## 2.4 Nouvelle approche basée sur l'algorithme SQD : l'algorithme AR-LCSQD [4] [5]

### 2.4.1 Amélioration de l'algorithme LCSQD

Lors de la mise en œuvre de l'algorithme LCSQD, nous avons observé qu'avec des grandes constellations comme la constellation MAQ-64 où encore à faibles valeurs de RSB, typiquement inférieures où égales à 20 dB, nous pouvons rencontrer un problème de convergence. Cela résulte d'un scénario qui a été omis lorsque le premier test  $(\max(|y_r(n)|, |y_i(n)|) < A_{max} + R)$  est positif. Ce scénario surgit quand nous obtenons un symbole égalisé qui vérifie la première condition et qui est très proche des bornes du carré dont les arêtes sont limités par  $\pm(A_{max} + R)$ . Dans ce cas, il n'y a aucun symbole de la constellation considérée qui vérifie l'inégalité  $\|y(n) - s_k\| < R$ . En effet, quand  $y(n)$  se trouve dans la zone ombrée de la figure 2.3, la distance entre le symbole égalisé et le symbole de la constellation le plus proche est toujours supérieure à  $R$ . Ces cas, omis par l'algorithme LCSQD, peuvent entraîner un problème de convergence. Pour résoudre ce problème, une valeur plus grande du rayon peut être utilisée lorsque  $S = \{s_k : \|y(n) - s_k\| < R\}$  est vide. Nous proposons ainsi de rajouter un sous test

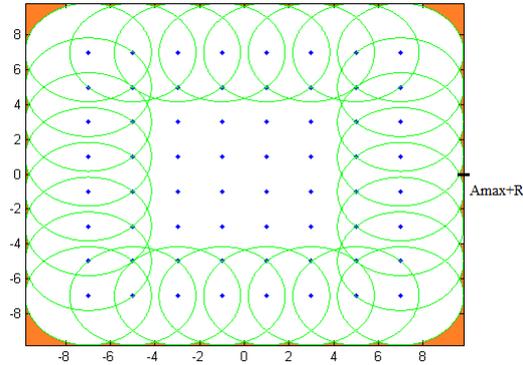


Figure 2.3 — Régions omises avec l'algorithme LCSQD.

dans le premier test de l'algorithme LCSQD :

- Si  $\max(|y_r(n)|, |y_i(n)|) < A_{max} + R$ , alors les points sélectionnés de la constellation sont les points qui vérifient :

$$S = \{s_k : \|y(n) - s_k\| < R\}. \quad (2.28)$$

- Si  $S$  est vide, alors l'ensemble de points sélectionnés est :

$$S = \{s_k : \|y(n) - s_k\| < \sqrt{2}R\}. \quad (2.29)$$

Nous pouvons aussi utiliser la valeur  $\sqrt{2}R$  pour les deux cas. Cependant, cela peut entraîner une décroissance des performances de l'algorithme en termes d'IIS résiduelle puisque quand le symbole égalisé se trouve à l'intérieur de la constellation, le nombre de symboles sélectionnés pour la mise à jour de l'égaliseur est alors plus grand que nécessaire.

## 2.4.2 L'algorithme AR-LCSQD (Adaptive Radius-LCSQD)

Le point faible de l'algorithme LCSQD est de travailler à rayon  $R$  fixe. Ainsi, lors des premières itérations, quand l'égaliseur est loin de sa valeur optimale, le nombre de symboles de la constellation sélectionnés pour mettre à jour l'égaliseur peut être insuffisant pour calculer la fonction de coût. Cela diminue par la suite la vitesse de convergence de l'algorithme. De plus, à la convergence, quand on atteint l'égaliseur optimal, le nombre de symboles choisis est inutilement grand. Pour éviter ces inconvénients, nous proposons l'algorithme AR-LCSQD qui permet d'employer un rayon adaptatif au cours des

itérations avec une valeur assez grande dans la phase d'apprentissage. Ce qui conduit à une accélération de la vitesse de convergence de l'algorithme. Puis, nous faisons diminuer  $R$  au cours des itérations pour réduire le nombre de symboles de la constellation pris en compte dans le calcul de la fonction de coût pour mettre à jour l'égaliseur. A la convergence, la valeur de  $R$  obtenue permet l'interaction du symbole égalisé avec seulement le symbole de la constellation le plus proche pour réduire alors au mieux l'IIS résiduelle. Ainsi, avec l'algorithme AR-LCSQD, nous sélectionnons à chaque instant  $n$  un ensemble de points de la constellation de la forme :

$$S(n) = \{s_k : \|y(n) - s_k\| \leq R(n)\}. \quad (2.30)$$

La stratégie d'adaptation de  $R$  que nous proposons est basée sur la fonction de dispersion suivante :

$$f_d = | \mathbb{E}\{|y(n)|^2\} - R_2 | \quad (2.31)$$

où,  $R_2 = \frac{\mathbb{E}\{|s_n|^4\}}{\mathbb{E}\{|s_n|^2\}}$ . Il a été démontré dans [31] que la minimisation de  $R_2 \times f_d$ , sous la contrainte  $\mathbb{E}\{|y(n)|^4\} = R_2 \mathbb{E}\{|y(n)|^2\}$ , est équivalente, à la minimisation de la fonction de coût de l'algorithme du CMA donnée par :

$$J_{\text{CMA}} = \mathbb{E}\{(|y(n)|^2 - R_2)^2\}. \quad (2.32)$$

$f_d$  se comporte comme un critère d'égalisation, elle prend de grandes valeurs dans la phase d'apprentissage et décroît au cours des itérations jusqu'à atteindre une valeur minimale à l'état stationnaire. Ainsi, elle offre un bon critère pour adapter le rayon de l'algorithme AR-LCSQD. Ce choix du critère est validé par les résultats des simulations présentés à la fin de ce chapitre. Puisque  $f_d$  varie dans le temps, nous proposons de l'adapter itérativement comme suit :

$$f_d^s(n) = \lambda f_d^s(n-1) + (1-\lambda)f_d(n) \quad (2.33)$$

où  $f_d^s$  est la valeur lissée de  $f_d$  et  $0 < \lambda < 1$  est un facteur d'oubli. A l'instant  $n$ , nous définissons la relation entre la valeur instantanée de  $R(n)$  et la valeur de  $f_d^s(n)$  par :

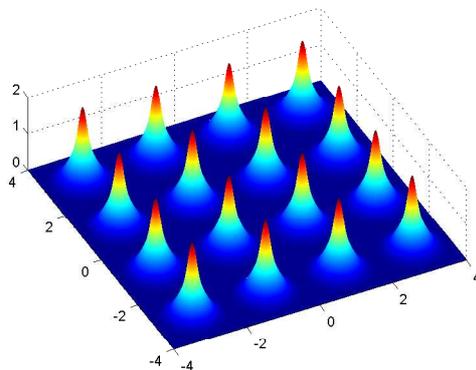
$$R(n) = \alpha f_d^s(n) + \beta = \lambda R(n-1) + (1-\lambda)(\alpha f_d(n) + \beta) \quad (2.34)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont fixés empiriquement et invariants par rapport au canal de transmission choisi. Ainsi, nous utilisons cette valeur de  $R(n)$  pour déterminer l'ensemble  $S(n)$  des symboles à considérer dans la mise à jour de l'égaliseur selon (2.30).

## 2.5 Les algorithmes MSQD [6] [7]

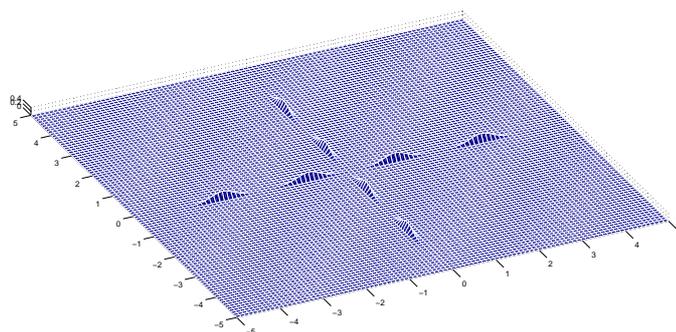
### 2.5.1 La famille des algorithmes MSQD- $\ell_p$

Il est bien connu que les approches de type MMA [32], qui décomposent le critère d'égalisation en une composante en phase et une composante en quadrature, sont plus efficaces que les critères de type CMA [18], qui traitent les termes en phase et en quadrature ensemble, vis à vis d'un décalage de phase introduit par le canal de transmission. Ainsi, nous proposons dans le même esprit de décomposer le critère SQD en deux termes un pour la partie en phase et un second quadrature. Cela conduira à des critères que nous nommons, Multimodulus-SQD- $\ell_p$  (MSQD- $\ell_p$ ). Plus particulièrement, pour  $p = 1$  et  $p = 2$ , nous obtenons les égaliseurs MSQD- $\ell_1$  et MSQD- $\ell_2$  respectivement. Un autre avantage qui peut être tiré du découplage du critère en partie en phase et une en quadrature réside dans le fait que les distributions qui sont ainsi obtenues ont moins de modes, ce qui conduit à réduire la complexité calculatoire tout en récupérant le décalage de phase introduit par le canal. En outre, nous bénéficions du fait que les DDPs de dimension 1 peuvent être estimées de manière précise avec moins de données que les DDPs de dimension 2 comme le montrent les figures 2.4 et 2.5. En effet, avec l'algorithme SQD, il y a  $M$  modes impliqués dans l'estimation de la DDP cible alors qu'il y a  $2\sqrt{M}$  modes seulement avec les algorithmes MSQD- $\ell_p$ , dans le cas d'une modulation MAQ. Si nous supposons estimer la DDP d'une trame à  $N$  symboles égalisés, nous avons  $\frac{N}{M}$  et  $\frac{N}{2\sqrt{M}}$  symboles impliqués dans l'estimation de la DDP des données avec les algorithmes SQD et MSQD- $\ell_p$  respectivement, ce qui conduit à plus de précision sur l'estimation de la DDP des données en utilisant l'algorithme MSQD- $\ell_p$ .



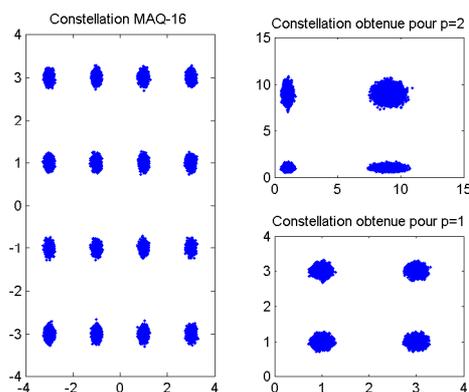
**Figure 2.4** — DDPs sur deux dimensions :  $M = 16$  modes pour l'algorithme SQD

Dans [3], le module des symboles au carré, qui représente le cas  $p = 2$  a été considéré pour calculer  $J_{SQD}(\mathbf{w})$ . Cependant, quand on élève au carré le module des symboles,



**Figure 2.5** — DDPs sur les axes réel et imaginaire :  $2\sqrt{M} = 8$  modes pour les algorithmes MSQD- $\ell_p$

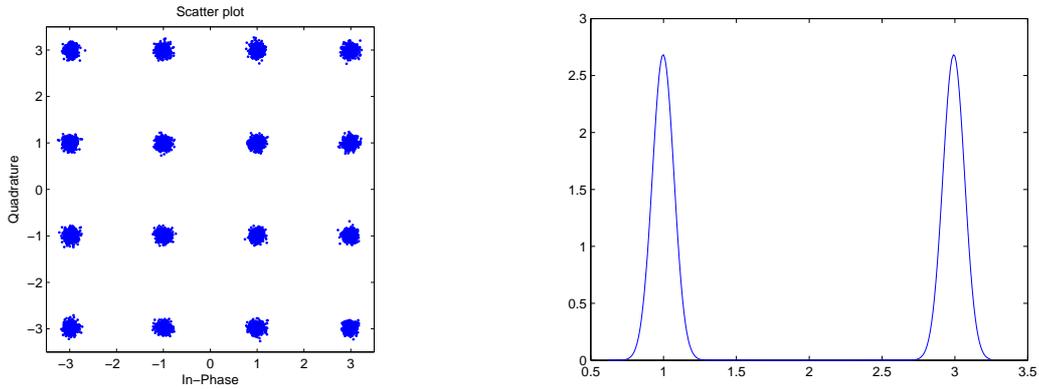
on ne préserve plus la gaussianité des distributions autour des points de la constellation bruitée. Par conséquent, l'hypothèse d'un mélange de gaussiennes centrées sur les points de la constellation pour la distribution des observations en sortie d'égaliseur n'est plus vraiment justifiée. Sur la figure 2.6, nous présentons à gauche une constellation MAQ-16 bruitée par un BBGA. Nous présentons en haut à droite la constellation obtenue quand on applique la norme  $\ell_2$  aux parties réelles et imaginaires de la constellation MAQ-16 alors qu'en bas à droite, nous présentons la constellation obtenue en appliquant la norme  $\ell_1$ . Nous illustrons donc bien sur cette figure, le fait qu'avec la norme  $\ell_2$  la distribution gaussienne de la constellation bruitée autour des points de la constellation n'est pas conservée alors qu'elle est bien maintenue avec la norme  $\ell_1$ .



**Figure 2.6** — Constellations transformées pour les normes  $\ell_1$ , ( $p = 1$ ), en bas à droite et  $\ell_2$  ( $p = 2$ ), en haut à droite des parties réelle et imaginaire des données émises pour une modulation MAQ-16

Ainsi, nous nous sommes essentiellement attachés à étudier le critère MSQD- $\ell_1$ . En effet, quand nous prenons  $p = 1$  et pour des valeurs de RSB suffisants qui assurent que les composantes du mélange ne sont pas repliées par la transformation  $y \rightarrow |y|$ , la distribution de  $|y_{r,i}(n)|$  est très proche d'un mélange gaussien dont les modes sont

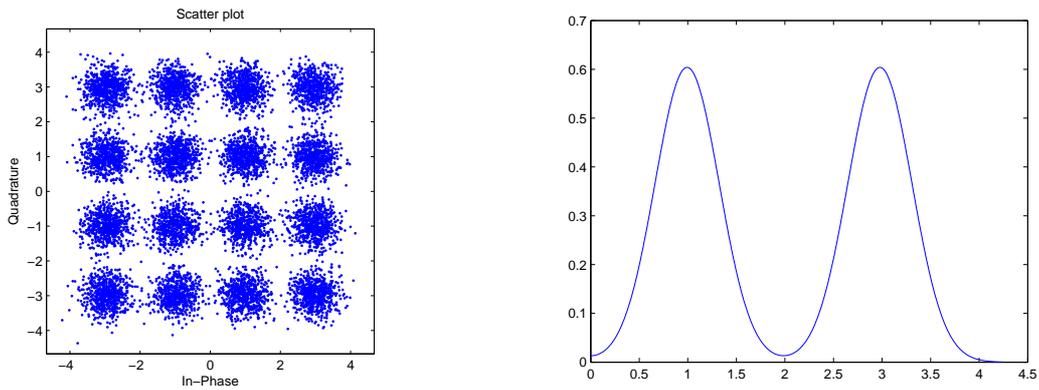
situés sur les points de la constellation du quadrant positif du plan complexe. Cela est vrai tant que la valeur du RSB reste dans la plage des valeurs qui assurent la bonne réception des modulations MAQ. Sur les figures 2.7, 2.8 et 2.9 nous représentons la constellation d'une modulation MAQ-16 et la DDP de sa partie réelle positive pour des valeurs de RSB égales à 30dB, 20dB et 10 dB respectivement. Nous pouvons noter d'après ces figures que la distribution de  $|y_{r,i}(n)|$  devient plus proche d'un mélange gaussien, de moyennes les parties réelles des points de la constellation, quand la valeur du RSB augmente.



(a) Constellation d'une MAQ-16.

(b) DDP de la partie réelle.

**Figure 2.7** — MAQ-16 à RSB= 30dB.



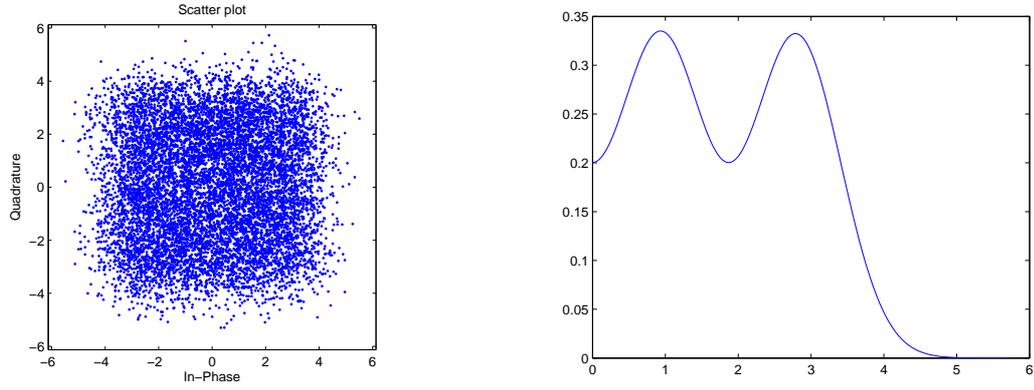
(a) Constellation d'une MAQ-16.

(b) DDP de la partie réelle positive.

**Figure 2.8** — MAQ-16 à RSB= 20dB.

Dans ce qui suit, nous présentons la fonction de coût du MSQD- $\ell_p$ . Ce critère est défini par (2.35) :

$$J_{M\ell_p}(\mathbf{w}) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{f}_{|y_r|^p}(z) - \hat{f}_{|s_r|^p}(z))^2 dz + \int_{-\infty}^{+\infty} (\hat{f}_{|y_i|^p}(z) - \hat{f}_{|s_i|^p}(z))^2 dz \quad (2.35)$$



(a) Constellation d'une MAQ-16.

(b) DDP de la partie réelle positive.

**Figure 2.9** — MAQ-16 à RSB= 10dB.

où les DDPs estimées sont données par l'équation suivante :

$$\hat{f}_x(z) = \frac{1}{N_x} \sum_{k=1}^{N_x} K_{\sigma_0}(z - x_k). \quad (2.36)$$

$x$  est égal à  $|s_r|^p$ ,  $|s_i|^p$ ,  $|y_r|^p$  ou  $|y_i|^p$ .  $N_x = N_s$  pour  $x = |s_{r,i}|^p$  et  $N_x = L$  pour  $x = |y_{r,i}|^p$ . En développant l'équation (2.35), nous obtenons

$$\begin{aligned} J_{M\ell p}(\mathbf{w}) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}_{|y_r|^p}(z)^2 dz - 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}_{|y_r|^p}(z) \hat{f}_{|s_r|^p}(z) dz + \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}_{|s_r|^p}(z)^2 dz \\ &+ \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}_{|y_i|^p}(z)^2 dz - 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}_{|y_i|^p}(z) \hat{f}_{|s_i|^p}(z) dz + \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}_{|s_i|^p}(z)^2 dz. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Ainsi, selon (2.36), nous obtenons l'expression suivante de  $J_{M\ell p}(\mathbf{w})$  :

$$\begin{aligned}
J_{M\ell p}(\mathbf{w}) &= \frac{1}{L^2} \sum_{k=0}^{L-1} \sum_{l=0}^{L-1} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\sigma_0}(z - |y_r(n-k)|^p) K_{\sigma_0}(z - |y_r(n-l)|^p) dz \\
&- \frac{2}{N_s L} \sum_{k=1}^{N_s} \sum_{l=0}^{L-1} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\sigma_0}(z - |y_r(n-l)|^p) K_{\sigma_0}(z - |s_r(k)|^p) dz \\
&+ \frac{1}{N_s^2} \sum_{k=1}^{N_s} \sum_{l=1}^{N_s} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\sigma_0}(z - |s_r(k)|^p) K_{\sigma_0}(z - |s_r(l)|^p) dz \\
&+ \frac{1}{L^2} \sum_{k=0}^{L-1} \sum_{l=0}^{L-1} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\sigma_0}(z - |y_i(n-k)|^p) K_{\sigma_0}(z - |y_i(n-l)|^p) dz \\
&- \frac{2}{N_s L} \sum_{k=1}^{N_s} \sum_{l=0}^{L-1} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\sigma_0}(z - |y_i(n-l)|^p) K_{\sigma_0}(z - |s_i(k)|^p) dz \\
&+ \frac{1}{N_s^2} \sum_{k=1}^{N_s} \sum_{l=1}^{N_s} \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\sigma_0}(z - |s_i(k)|^p) K_{\sigma_0}(z - |s_i(l)|^p) dz. \tag{2.38}
\end{aligned}$$

Dans une approche d'optimisation de type gradient stochastique, les statistiques mises en oeuvre dans le critère sont en général estimées sur la base des seules valeurs instantanées des observations. Ainsi, nous considérons une fenêtre de taille  $L = 1$  comme dans [3]. Par la suite, nous utilisons la propriété suivante des noyaux gaussiens :

$$\int_{-\infty}^{\infty} K_{\sigma_0}(y - C_1) K_{\sigma_0}(y - C_2) dy = \frac{1}{2} K_{\sigma_0 \sqrt{2}}(C_1 - C_2) \tag{2.39}$$

Par conséquent,  $J_{M\ell p}(\mathbf{w})$  peut s'écrire comme suit :

$$J_{M\ell p}(\mathbf{w}) = -\frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} K_{\sigma}(|y_r(n)|^p - |s_r(k)|^p) - \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} K_{\sigma}(|y_i(n)|^p - |s_i(k)|^p) + Cst \tag{2.40}$$

En outre,  $y(n) = \mathbf{w}(n)^T \mathbf{x}(n)$  peut s'écrire sous la forme

$$y(n) = [\mathbf{w}_r^T \mathbf{x}_r(n) - \mathbf{w}_i^T \mathbf{x}_i(n)] + j[\mathbf{w}_r^T \mathbf{x}_i(n) + \mathbf{w}_i^T \mathbf{x}_r(n)] \tag{2.41}$$

ce qui nous donne  $\frac{\partial y(n)}{\partial \mathbf{w}_r} = \mathbf{x}(n)$  et  $\frac{\partial y(n)}{\partial \mathbf{w}_i} = j \mathbf{x}(n)$ .

Ainsi, la dérivé de  $J_{M\ell p}(\mathbf{w})$  par rapport aux coefficients de l'égaliseur est

$$\begin{aligned}
\nabla_{\mathbf{w}} J_{M\ell p}(\mathbf{w}) &= \frac{\partial J(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}_r} + j \frac{\partial J(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}_i} \\
&= \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial J(\mathbf{w})}{\partial y_r(n)} \frac{\partial y_r(n)}{\partial \mathbf{w}_r} + \frac{\partial J(\mathbf{w})}{\partial y_i(n)} \frac{\partial y_i(n)}{\partial \mathbf{w}_r} + j \left( \frac{\partial J(\mathbf{w})}{\partial y_r(n)} \frac{\partial y_r(n)}{\partial \mathbf{w}_i} + \frac{\partial J(\mathbf{w})}{\partial y_i(n)} \frac{\partial y_i(n)}{\partial \mathbf{w}_i} \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[ \frac{\partial J}{\partial y_r(n)} \mathbf{x}_r(n) + \frac{\partial J}{\partial y_i(n)} \mathbf{x}_i(n) + j \left( \frac{-\partial J}{\partial y_r(n)} \mathbf{x}_i(n) + \frac{\partial J(\mathbf{w})}{\partial y_i(n)} \mathbf{x}_r(n) \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial J}{\partial y_r(n)} + j \frac{\partial J}{\partial y_i(n)} \right) \mathbf{x}^*(n) \right] \\
&= \frac{p}{2\sqrt{2\pi}N_s\sigma^3} \sum_{k=1}^{N_s} \left( \text{sign}(y_r(n)) |y_r(n)|^{p-1} (|y_r(n)|^p - |s_r(k)|^p) e^{-\frac{(|y_r(n)|^p - |s_r(k)|^p)^2}{2\sigma^2}} \right. \\
&\quad \left. + j \text{sign}(y_i(n)) |y_i(n)|^{p-1} (|y_i(n)|^p - |s_i(k)|^p) e^{-\frac{(|y_i(n)|^p - |s_i(k)|^p)^2}{2\sigma^2}} \right) \mathbf{x}^*(n).
\end{aligned} \tag{2.42}$$

Dans la suite, nous nous concentrons sur les cas  $p = 2$  et  $p = 1$ .

### 2.5.2 Les algorithmes MSQD- $\ell 2$ et MSQD- $\ell 1$

Pour  $p = 2$ , nous obtenons à partir de l'équation (2.42)

$$\begin{aligned}
\nabla_{\mathbf{w}} J_{M\ell 2}(\mathbf{w}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}N_s\sigma^3} \sum_{k=1}^{N_s} \left( y_r(n)(|y_r(n)|^2 - |s_r(k)|^2) e^{-\frac{(|y_r(n)|^2 - |s_r(k)|^2)^2}{2\sigma^2}} \right. \\
&\quad \left. + j y_i(n)(|y_i(n)|^2 - |s_i(k)|^2) e^{-\frac{(|y_i(n)|^2 - |s_i(k)|^2)^2}{2\sigma^2}} \right) \mathbf{x}^*(n).
\end{aligned} \tag{2.43}$$

Pour  $p = 1$ , nous obtenons le gradient du critère du MSQD- $\ell 1$  suivant :

$$\begin{aligned}
\nabla_{\mathbf{w}} J_{M\ell 1}(\mathbf{w}) &= \left[ \frac{1}{2\sqrt{2\pi}N_s\sigma^3} \sum_{k=1}^{N_s} \left( \text{sign}(y_r(n)) (|y_r(n)| - |s_r(k)|) e^{-\frac{(|y_r(n)| - |s_r(k)|)^2}{2\sigma^2}} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + j \text{sign}(y_i(n)) (|y_i(n)| - |s_i(k)|) e^{-\frac{(|y_i(n)| - |s_i(k)|)^2}{2\sigma^2}} \right) \right] \mathbf{x}^*(n) \\
&= \phi(y(n)) \mathbf{x}^*(n)
\end{aligned} \tag{2.44}$$

Dans la section suivante, nous allons présenter des résultats de simulations obtenus avec les égaliseurs proposés à savoir AR-LCSQD, MSQD- $\ell 2$  et MSQD- $\ell 1$ .

## 2.6 Résultats de simulations

### 2.6.1 Simulations avec l'égaliseur AR-LCSQD

Dans cette section, nous souhaitons évaluer les performances de l'égaliseur AR-LCSQD basé sur le critère SQD. Pour ce faire, nous avons considéré le canal de radio communication qui a été utilisé dans [9] à savoir :

$$\begin{aligned}
 H_{Comp}(z) = & 10^{-2}[(4.1 + 1.09i) + (4.95 + 1.23i)z^{-1} + (6.72 + 1.7i)z^{-2} + (9.19 + 2.35i)z^{-3} \\
 & + (79.2 + 12.81i)z^{-4} + (39.6 + 8.71i)z^{-5} + (27.15 + 4.98i)z^{-6} \\
 & + (22.91 + 4.14i)z^{-7} + (12.87 + 1.54i)z^{-8} + (10.32 + 1.19i)z^{-9}]. \quad (2.45)
 \end{aligned}$$

Nous avons aussi considéré un égaliseur de taille  $L_w = 31$  initialisé à 0 avec seulement la composante centrale à 1. Comme indice de performance, nous avons choisi la mesure d'IIS [3] définie par :

$$IIS(n) = \frac{\sum_n |\mathbf{h} * \mathbf{w}(n)|^2 - \max |\mathbf{h} * \mathbf{w}(n)|^2}{\max |\mathbf{h} * \mathbf{w}(n)|^2} \quad (2.46)$$

où  $\mathbf{h} * \mathbf{w}(n)$  représente la réponse impulsionnelle du système canal+égaliseur. Le paramètre  $\sigma$  du noyau  $K_\sigma(x)$  est mis à jour comme décrit dans [3]. Les performances de l'algorithme AR-LCSQD ont été comparées à celles des algorithmes SQD et LCSQD pour une valeur de RSB= 30dB et pour les modulations MAQ-16 et MAQ-64. Les paramètres utilisés dans les simulations sont résumés dans le tableau 2.1. Les courbes

**Tableau 2.1** — Valeurs des paramètres considérés dans les simulations

MAQ-16			
	SQD	LCSQD	AR-LCSQD
$\mu$	$3 \times 10^{-4}$	$1.7 \times 10^{-4}$	$3 \times 10^{-4}$
$(1 - \lambda)$			$5 \times 10^{-3}$
$\alpha$			0.5
$\beta$			-1.5
$R$			$2\sqrt{2}$
MAQ-64			
$\mu$	$8.5 \times 10^{-6}$	$2 \times 10^{-5}$	$8 \times 10^{-6}$
$(1 - \lambda)$			$5 \times 10^{-2}$
$\alpha$			0.1
$\beta$			-1
$R$			$2\sqrt{2}$

d'IIS obtenues pour les trois algorithmes sont représentées sur les figures 2.10 et 2.11.

Nous pouvons noter d'après ces figures que l'algorithme AR-LCSQD proposé est plus performant que les algorithmes SQD et LCSQD en termes de vitesse de convergence et d'IIS résiduelle.

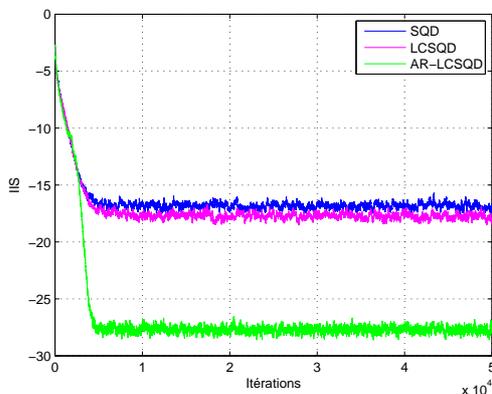


Figure 2.10 — IIS (dB) pour la MAQ-16, RSB = 30 dB et canal  $H_{Comp}$ .

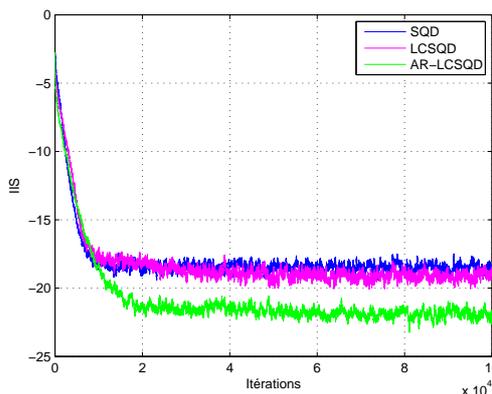


Figure 2.11 — IIS (dB) pour la MAQ-64, RSB = 30 dB et canal  $H_{Comp}$ .

Nous avons aussi comparé les performances de ces algorithmes en utilisant un autre type de canal sélectif en fréquence  $H_{Exp}$ , qui a été présenté dans le chapitre précédent. Les figures 2.12 et 2.13 montrent aussi que l'algorithme AR-LCSQD est plus performant que les algorithmes SQD et LCSQD en termes d'IIS.

Pour étudier les performances de l'égaliseur AR-LCSQD en termes d'erreur quadratique moyenne, nous avons tracé sur les figures 2.14 et 2.15, les courbes d'EQM obtenues avec les algorithmes SQD, LCSQD et AR-LCSQD pour une valeur de RSB = 30 dB et pour les modulations MAQ-16 et MAQ-64 transmises à travers le canal  $H_{Comp}$ . Ces figures montrent qu'à la même vitesse de convergence, l'égaliseur AR-LCSQD permet d'atteindre une valeur d'EQM plus faible que celles obtenues avec les égaliseurs SQD et LCSQD.

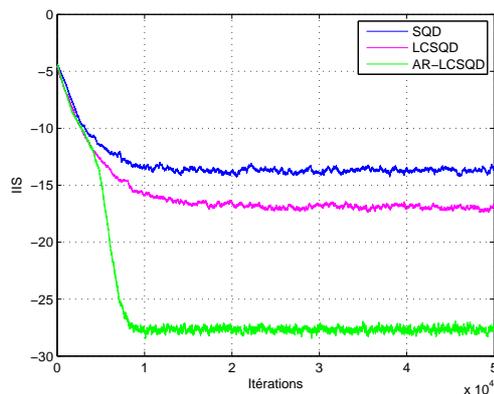


Figure 2.12 — IIS (dB) pour la MAQ-16, RSB = 30 dB et canal  $H_{Exp}$ .

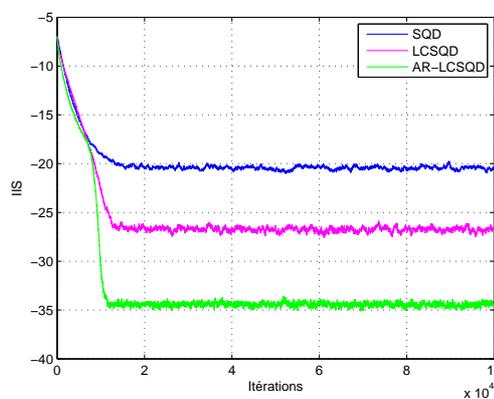


Figure 2.13 — IIS (dB) pour la MAQ-64, RSB = 30 dB et canal  $H_{Exp}$ .

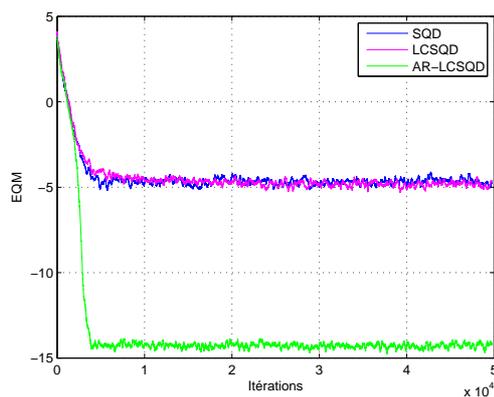
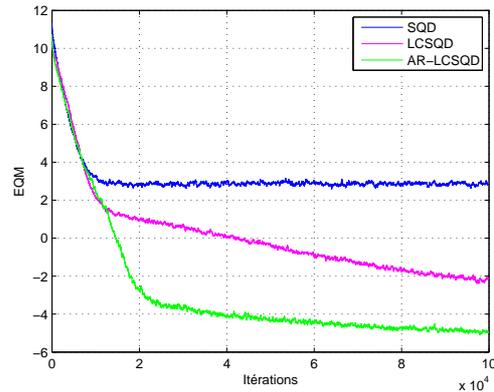


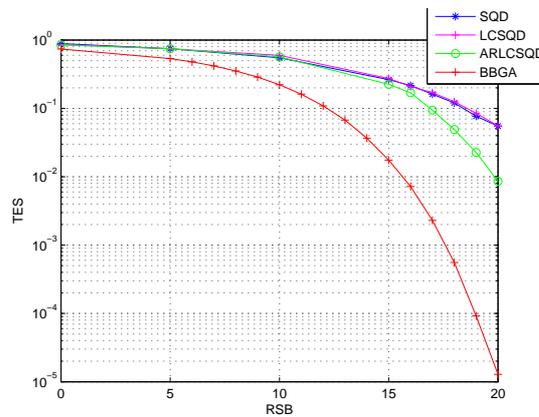
Figure 2.14 — EQM (dB) pour la MAQ-16, RSB = 30 dB et canal  $H_{Comp}$ .

Afin d'évaluer les performances de l'algorithme AR-LCSQD en fonction du RSB, nous avons tracé sur la figure 2.16 le TES pour les algorithmes SQD, LCSQD, AR-LCSQD et pour le canal BBGA entre RSB = 0 dB et RSB = 20 dB dans le cas de la MAQ-16 transmise à travers le canal  $H_{Comp}$ . Afin de tracer ces courbes, nous avons



**Figure 2.15** — EQM (dB) pour la MAQ-64, RSB = 30 dB et canal  $H_{Comp}$ .

considéré l'égaliseur optimal obtenu pour chaque algorithme avec la même vitesse de convergence. Il est clair à partir de la figure 2.16 que l'algorithme AR-LCSQD est plus performant que les autres algorithmes en termes de TES.



**Figure 2.16** — TES pour les algorithmes SQD, LCSQD et AR-LCSQD dans le cas d'une MAQ-16 transmise à travers  $H_{Comp}$ .

La complexité de ces algorithmes dépend du nombre de symboles utilisés dans le calcul du critère pour la mise à jour de l'égaliseur. Pour l'algorithme AR-LCSQD, ce nombre décroît d'une itération à une autre dans la phase de convergence jusqu'à ne conserver qu'un seul symbole à l'état stationnaire. Ce symbole est le symbole de la constellation le plus proche du symbole égalisé. Pour calculer la complexité des algorithmes, nous avons moyenné le nombre de symboles utilisés sur le nombre d'itérations dans la phase d'apprentissage. Le tableau 2.2 montre le gain de complexité apporté par l'algorithme AR-LCSQD.

**Tableau 2.2** — Complexité des algorithmes SQD, LCSQD et AR-LCSQD.  $N_s = 16$   
pour une modulation MAQ-16 et  $N_s = 64$  pour une modulation MAQ-64.

	Multiplications	Exponentielles	Multiplications complexes
SQD	$2(N_s + 1)$	$N_s$	$2N_s + L_w$
LCSQD	$2(K + 1)$	$K_s \approx 6$	$2K + L_w$
AR-LCSQD	$2(C + 1)$	$C_s \approx 2$	$2C + L_w$

## 2.6.2 Simulations avec les égaliseurs MSQD- $\ell 2$ et MSQD- $\ell 1$

Avant de présenter les résultats obtenus avec les égaliseurs MSQD- $\ell 2$  et MSQD- $\ell 1$ , nous commençons par détailler la façon avec laquelle nous ajustons la taille du noyau gaussien. Ce noyau est utilisé dans l'estimation de la DDP des observations et de celle de la constellation cible.

### Ajustement adaptatif de la taille du noyau

La taille du noyau  $\sigma$  de la fenêtre de Parzen influe sur la vitesse de convergence de l'algorithme et son erreur résiduelle. Dans la phase d'apprentissage, il est nécessaire de choisir une taille assez large du noyau pour assurer un bon recouvrement entre la DDP estimée et la DDP cible. En revanche, à l'état stationnaire, quand on s'approche de l'égaliseur optimal, un noyau de petite taille devrait être considéré pour ne mener l'interaction du symbole égalisé qu'avec le symbole le plus proche, de la constellation émise. Comme dans [3], la taille du noyau est contrôlée d'une manière adaptative en adoptant une relation linéaire entre  $\sigma$  et l'erreur de décision sur le symbole égalisé :

$$\sigma(n) = a G(n) + b \quad (2.47)$$

où,  $G(n) = \alpha G(n - 1) + (1 - \alpha) \underbrace{\min}_{k=1, \dots, N_s} ( (|y(n)|^2 - |s(k)|^2)^2 )$ ,  $\alpha$  est un facteur d'oubli et  $(a, b)$  sont des constantes fixées empiriquement.

Comme il a été mentionné dans [3], le minimum de la fonction de coût est une version décalée de la constellation désirée. Ainsi, les symboles originaux  $|s(k)|^2$  dans (2.21) sont substitués par  $|s(k)^c|^2$  comme suit :

$$|s(k)^c|^2 = Q(\sigma) |s(k)|^2 \quad (2.48)$$

où  $Q(\sigma)$  est un facteur de compensation qui dépend de la taille du noyau. Il est calculé en supposant que la valeur minimale de  $\mathbb{E}[J(\mathbf{w})]$  est obtenue quand on n'a plus d'IIS

( $y(n) = s(k_n)$ ) :

$$\mathbb{E}\{\nabla_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w})\} = \frac{1}{N_s} \sum_{k=1}^{N_s} \mathbb{E} \left[ K'_\sigma(|s(k_n)|^2 - Q(\sigma)|s(k)|^2) s(k_n) \mathbf{x}^*(n) \right] = 0. \quad (2.49)$$

Pour MSQD- $\ell_2$  et MSQD- $\ell_1$ , nous adoptons la même approche afin de déterminer les valeurs adéquates de  $Q(\sigma)$  pour chaque algorithme :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\nabla_{\mathbf{w}} J_{\text{MSQD-}\ell_2}(\mathbf{w})\} &= 0 \rightarrow Q_{\text{MSQD-}\ell_2}(\sigma) \\ \mathbb{E}\{\nabla_{\mathbf{w}} J_{\text{MSQD-}\ell_1}(\mathbf{w})\} &= 0 \rightarrow Q_{\text{MSQD-}\ell_1}(\sigma). \end{aligned}$$

La fonction  $Q(\sigma)$  est calculée numériquement pour chaque modulation. La figure 2.17 représente le facteur de compensation  $Q_{\text{MSQD-}\ell_1}(\sigma)$  obtenu avec les modulations MAQ-16, MAQ-64 et MAQ-256 pour l'algorithme MSQD- $\ell_1$ .

Ainsi, nous remplaçons  $|s_r(k)|^2$  et  $|s_i(k)|^2$  par  $Q_{\text{MSQD-}\ell_2}(\sigma)|s_r(k)|^2$  et  $Q_{\text{MSQD-}\ell_2}(\sigma)|s_i(k)|^2$  respectivement dans (2.43) et nous remplaçons  $|s_r(k)|$  et  $|s_i(k)|$  par  $Q_{\text{MSQD-}\ell_1}(\sigma)|s_r(k)|$  et  $Q_{\text{MSQD-}\ell_1}(\sigma)|s_i(k)|$  respectivement dans (3.16)

Les étapes de l'algorithme MSQD- $\ell_p$  sont résumées dans le tableau suivant :

---

**Algorithm 1** Algorithme MSQD- $\ell_p$

---

Initialiser  $\mu$ ,  $G(0)$ ,  $\alpha$  et  $\mathbf{w}(0)$

**pour**  $k = 1 : N$  **faire**

1) Évaluer  $\sigma(k)$  par (4.6)

2) Calculer la valeur  $Q_{\text{MSQD-}\ell_p}(\sigma(k))$

3) Calculer  $|s_r(k)|^c|s_i(k)|^p = Q_{\text{MSQD-}\ell_p}(\sigma(k))|s_r(k)|^p$  et  $|s_i(k)|^c|s_r(k)|^p = Q_{\text{MSQD-}\ell_p}(\sigma(k))|s_i(k)|^p$

4) Mettre à jour le gradient du critère  $\nabla_{\mathbf{w}} J_{\text{MSQD-}\ell_p}(\mathbf{w})$  par (2.43) en utilisant  $|s_r(k)|^c|s_i(k)|^p$  et  $|s_i(k)|^c|s_r(k)|^p$

5) Mettre à jour l'égaliseur  $\mathbf{w}(k+1)$

6) Calculer  $G(k+1)$

**fin de la boucle**

---

## Résultats numériques

Pour comparer les approches d'égalisation aveugle que nous avons proposées dans ce chapitre aux autres méthodes de la littérature, nous avons d'abord choisi le même canal que celui utilisé dans [3] :

$$H_r = [0.2258, 0.5161, 0.6452, -0.5161]^T. \quad (2.50)$$

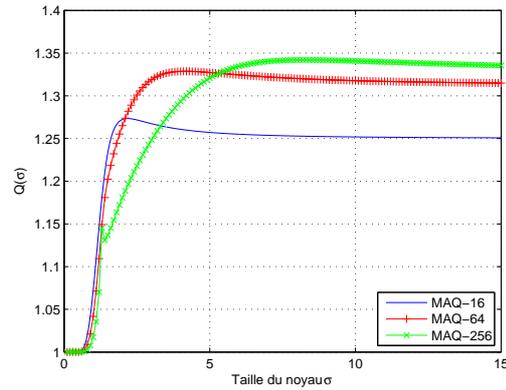


Figure 2.17 — Évolution du facteur de compensation  $Q(\sigma)$  pour l'algorithme MSQD- $\ell_1$ .

Les performances des algorithmes MSQD- $\ell_2$  et MSQD- $\ell_1$  proposés sont comparées à celles du CMA, MMA et SQD. Pour les simulations, nous avons utilisé un égaliseur de taille  $L_w = 21$  initialisé à zéro avec le coefficient central à 1. Le tableau 2.3 résume les paramètres qui ont été utilisés pour tracer les courbes des figures 2.18, 2.19 et 2.20. Ces paramètres sont fixés empiriquement ce qui a nécessité plusieurs expériences pour optimiser les performances des égaliseurs. La valeur optimale du pas  $\mu$  de chaque algorithme d'égalisation varie en fonction du canal et de la modulation transmise. L'initialisation de  $G(0)$  varie aussi avec le canal utilisé. En effet, une valeur de  $G(0)$  plus grande permet pour certains canaux d'augmenter la vitesse de convergence. Dans nos simulations, nous avons fixé les paramètres optimaux pour le canal  $H_r$  puis nous avons fait varier le pas  $\mu$  uniquement pour les autres canaux.

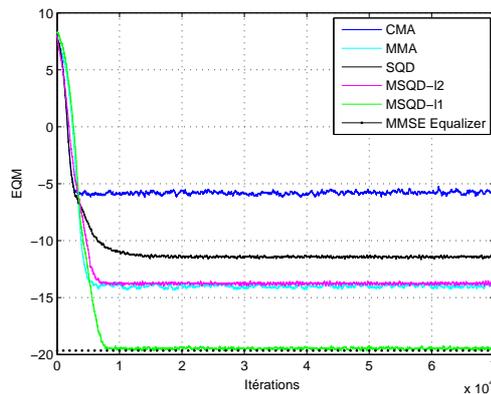
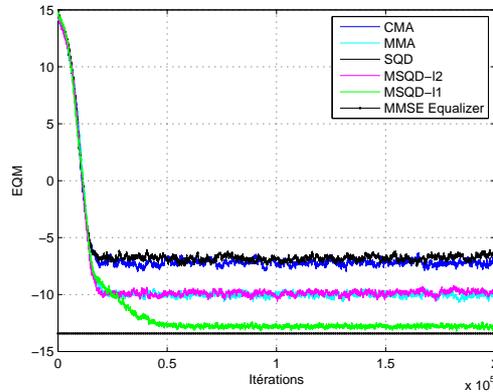


Figure 2.18 — EQM (dB) pour la MAQ-16, RSB = 30 dB et canal  $H_r$ .

Pour comparer les performances des algorithmes proposés en termes d'erreur résiduelle, nous avons fixé la valeur du pas  $\mu$  de chaque algorithme de manière à ce qu'ils convergent avec la même vitesse. Ainsi, à partir des figures 2.18, 2.19 et 2.20,

**Tableau 2.3** — Valeurs des paramètres considérés dans les simulations

16 QAM	CMA	SQD	MSQD- $\ell 2$	MSQD- $\ell 1$
$\mu$	$3.5 \times 10^{-5}$	$10^{-4}$	$1.3 \times 10^{-4}$	$7.7 \times 10^{-4}$
$a$	-	3.5	3.5	1.5
$b$	-	-9.5	-9.5	-1
$1 - \alpha$	-	$5 \times 10^{-3}$	$5 \times 10^{-3}$	$5 \times 10^{-3}$
$G(0)$	-	7	7	5
64 QAM				
$\mu$	$3.3 \times 10^{-7}$	$1.2 \times 10^{-6}$	$9 \times 10^{-7}$	$4.7 \times 10^{-5}$
$a$	-	3.5	3	2
$b$	-	-2	-18	-10
$1 - \alpha$	-	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-3}$
$G(0)$	-	5	7	6.5
256 QAM				
$\mu$	$4 \times 10^{-8}$	$1.5 \times 10^{-7}$	$1.5 \times 10^{-7}$	$7 \times 10^{-5}$
$a$	-	3.5	2.5	4
$b$	-	-4.5	-15	-1
$1 - \alpha$	-	$5 \times 10^{-5}$	$10^{-4}$	$2 \times 10^{-4}$
$G(0)$	-	7	20	7



**Figure 2.19** — EQM (dB) pour la MAQ-64, RSB = 30 dB et canal  $H_r$ .

nous pouvons clairement noter que les algorithmes MSQD- $\ell 2$  et MSQD- $\ell 1$  sont plus performants que les algorithmes SQD, MMA et CMA en termes d'erreur résiduelle pour les modulations MAQ-16, MAQ-64 et MAQ-256. D'un autre côté, quand nous fixons les valeurs de  $\mu$  des algorithmes de façon à ce qu'ils convergent vers la même valeur d'EQM et que nous traçons leurs performances sur les figures 2.21 et 2.22, nous notons que MSQD- $\ell 2$  et MSQD- $\ell 1$  convergent plus rapidement.

Pour étudier les performances de l'algorithme MSQD- $\ell 1$  en fonction du RSB, nous avons tracé sur la figure 2.23 le TES pour les algorithmes MMA, SQD, MSQD- $\ell 1$  et

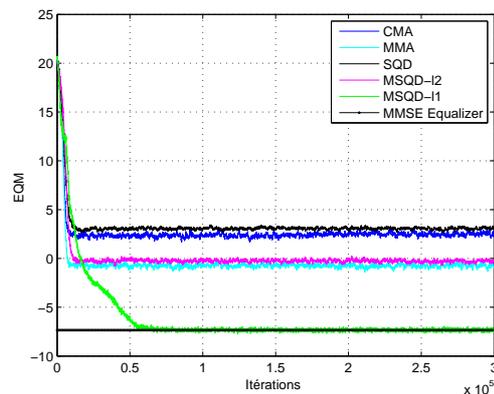


Figure 2.20 — EQM (dB) pour la MAQ-256, RSB = 30 dB et canal  $H_r$ .

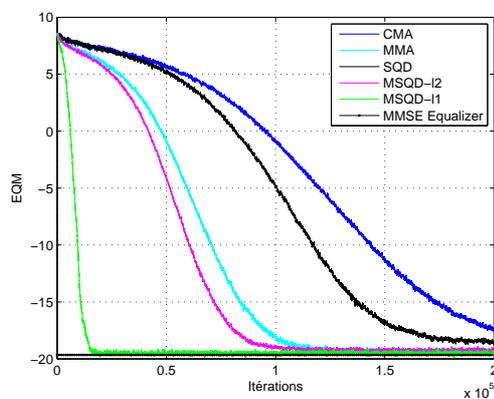


Figure 2.21 — EQM (dB) pour la MAQ-16, RSB = 30 dB et canal  $H_r$ .

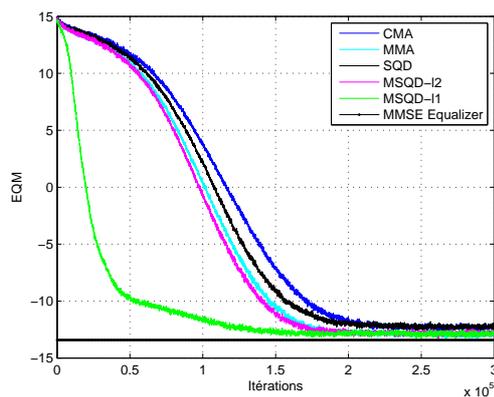
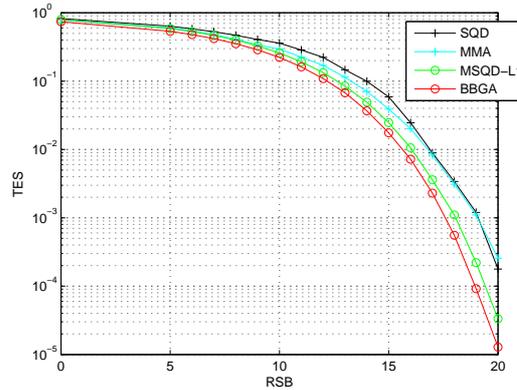


Figure 2.22 — EQM (dB) pour la MAQ-64, RSB = 30 dB et canal  $H_r$ .

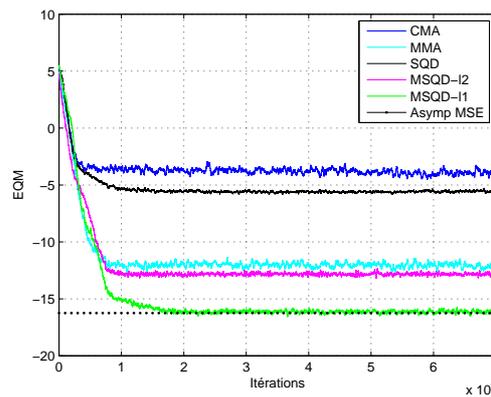
pour le canal BBGA entre RSB = 0 dB et RSB = 20 dB dans le cas de la MAQ-16 transmise à travers le canal  $H_r$ . Afin de tracer ces courbes, nous avons considéré l'égaliseur optimal obtenu pour chaque algorithme avec la même vitesse de convergence. Il est clair à partir de cette figure que l'algorithme MSQD- $l_1$  est plus performant que

les autres algorithmes en termes de taux d'erreur symbole (TES). Nous pouvons aussi noter que pour une valeur de TES égale à  $10^{-2}$ , le MSQD- $\ell_1$  a un gain de 1.2 dB comparé au SQD. En plus, sa performance est très proche de celle obtenue avec un canal BBGA quelque soit la valeur du RSB.



**Figure 2.23** — TES pour les algorithmes SQD, MMA et MSQD- $\ell_1$  dans le cas d'une MAQ-16 transmise à travers  $H_r$ .

Les méthodes proposées ont aussi été testées avec deux autres canaux de transmission. Les figures 2.24 et 2.25 sont obtenues quand nous utilisons le canal complexe  $H_{comp}$  qui a été présenté dans le premier chapitre. D'après ces deux figures, il est clair que l'égaliseur MSQD- $\ell_1$  est plus performant que les autres égaliseurs.



**Figure 2.24** — EQM (dB) pour la MAQ-16, RSB = 30 dB et canal  $H_{Comp}$ .

Dans les figures 2.26 et 2.27, nous montrons les performances des méthodes proposées dans le cas où nous utilisons le canal  $H_{exp}$ . Nous pouvons vérifier qu'avec ce canal aussi, l'algorithme MSQD- $\ell_1$  est plus performant que les autres algorithmes en termes d'erreur résiduelle.

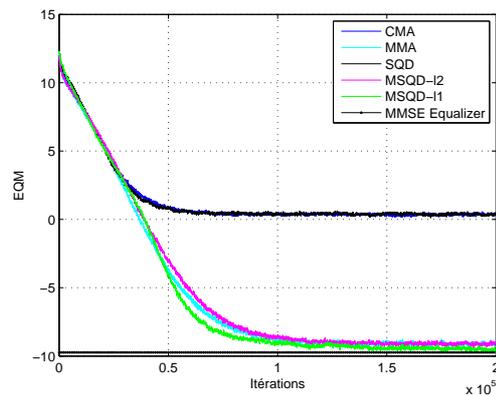


Figure 2.25 — EQM (dB) pour la MAQ-64, RSB = 30 dB et canal  $H_{Comp}$ .

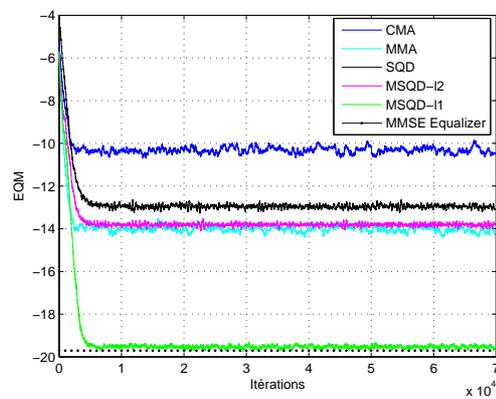


Figure 2.26 — EQM (dB) pour la MAQ-16, RSB = 30 dB et canal  $H_{exp}$ .

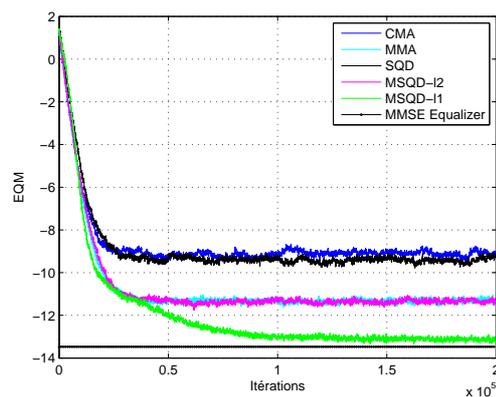


Figure 2.27 — EQM (dB) pour la MAQ-64, RSB = 30 dB et canal  $H_{exp}$ .

Toutes les figures qui ont été présentées précédemment montrent que l'algorithme MSQD- $\ell_1$  converge en moins de 10000 itérations environ. Ce nombre d'itérations, que nécessite l'égaliseur pour converger, est raisonnable en pratique. En effet, dans plusieurs applications, la transmission ne peut être établie qu'après des milliers de symboles

envoyés. Quelques millisecondes ou plus sont nécessaires pour la synchronisation et la convergence de l'égaliseur du côté récepteur. En outre, dans les applications réelles, l'algorithme du CMA est souvent utilisé comme égaliseur aveugle et les figures 2.21 et 2.22 montrent que les algorithmes proposés ont besoin de moins d'itérations que le CMA pour converger. Ainsi, nous pensons que l'algorithme MSQD- $\ell_1$  est utile dans les applications du monde réel. En plus, si nous souhaitons récupérer les symboles perdus dans la phase d'apprentissage, nous pouvons utiliser des techniques, qui peuvent être retrouvées dans la littérature, et qui permettent de reconstruire le début de la trame de données émise. Parmi ces techniques, l'approche qui consiste à utiliser l'égaliseur obtenu à la convergence pour ré-égaliser le début de la trame de données émise, constitue une solution efficace.

### Analyse de la complexité calculatoire

Pour une modulation M-MAQ carrée, la complexité calculatoire est résumée dans le tableau 2.4 où  $N_r = \frac{\frac{\sqrt{M}}{2}!}{2!(\frac{\sqrt{M}}{2}-2)!} + \frac{\sqrt{M}}{2}$  et  $N'_r = \frac{\sqrt{M}}{2}$  dans le cas où  $M > 4$  et  $N_r = N'_r$  dans le cas où  $M = 4$  (voir annexe C). D'après ce tableau, nous pouvons conclure que

**Tableau 2.4** — Complexité calculatoire des algorithmes CMA, SQD et MSQD- $\ell_1$  pour une itération

	Multiplications	Exponentielles
CMA	$8L_w + 4$	0
SQD	$4N_r + 8L_w + 4$	$N_r$
MSQD $\ell_1$	$6N'_r + 8L_w + 2$	$2N'_r$

l'égaliseur MSQD- $\ell_1$  est moins complexe que l'égaliseur SQD et un peu plus complexe que l'égaliseur CMA. Cependant, il nécessite beaucoup moins d'itérations pour converger vers la même valeur d'EQM ou même vers une valeur plus petite. Dans les figures 2.21 et 2.22, nous pouvons noter que le MSQD- $\ell_1$  converge environ 10 fois plus rapidement que le CMA. Ce qui rend l'algorithme MSQD $\ell_1$ , en moyenne, moins complexe que le CMA.

La figure 2.28 montre le nombre de multiplications nécessaires pour chaque algorithme au cours d'une itération et la figure 2.29 montre le coût calculatoire global nécessaire pour converger selon les figures 2.21 et 2.22. Nous pouvons noter que la complexité calculatoire globale du MSQD- $\ell_1$  est inférieure à celles du SQD et du CMA.

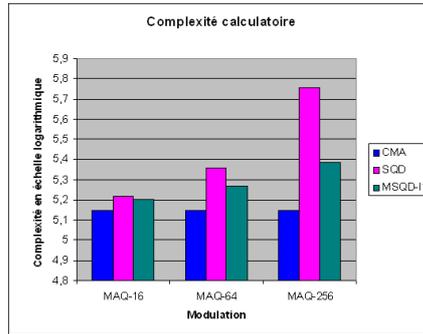


Figure 2.28 — Nombre de multiplications par itération pour les modulations MAQ- $\{16, 64, 256\}$ .

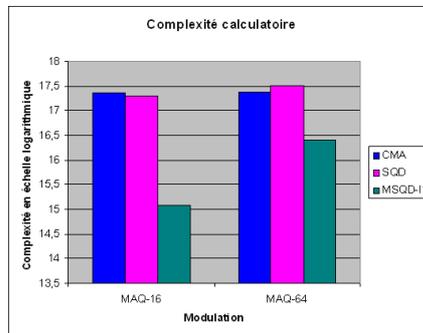


Figure 2.29 — Nombre de multiplications nécessaires pour la convergence des égaliseurs pour les modulations MAQ- $\{16, 64\}$ .

## 2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé de nouveaux critères d'égalisation aveugle basés sur une minimisation de l'écart entre la densité de probabilité en sortie d'égaliseur, estimée par une méthode à noyau, et une distribution cible donnée par celle de la constellation émise bruitée. Avec l'algorithme AR-LCSQD, nous avons introduit une implémentation à constellation réduite de l'égaliseur adaptatif LCSQD proposé dans la littérature en limitant le nombre de symboles considérés pour le calcul du critère. Nous avons montré que cela permet d'apporter un gain de complexité, d'améliorer la vitesse de convergence et de réduire l'IIS résiduelle par rapport aux travaux existants. Nous avons également introduit une nouvelle famille d'algorithmes : les algorithmes MSQD- $\ell_p$  qui forcent les DDPs des parties réelle et imaginaire du signal en sortie de l'égaliseur à s'approcher au mieux de celles de la vraie constellation émise bruitée. L'estimation des DDPs des données observées et de la constellation émise bruitée est obtenue par l'estimateur de Parzen à noyau gaussien. Les performances des égaliseurs MSQD- $\ell_2$  et MSQD- $\ell_1$  ont été comparées avec celles du CMA, MMA et SQD. Nous avons montré qu'ils convergent plus rapidement avec une erreur résiduelle plus faible.

Ces approches d'égalisation aveugle par méthodes à noyau sont très intéressantes d'autant plus que nous allons montrer dans le chapitre suivant que l'algorithme aveugle MSQD- $\ell_1$ , que nous avons proposé, converge vers l'égaliseur MMSE non aveugle à une erreur résiduelle près liée au pas  $\mu$  de l'adaptation stochastique de l'algorithme.



CHAPITRE

**3**

---

**Analyse de  
performances de  
l'algorithme MSQD- $\ell_1$** **3.1 Introduction**

En vue de compléter notre travail, nous nous intéressons dans ce chapitre à l'analyse de performance de l'égaliseur MSQD- $\ell_1$  que nous avons proposé et présenté dans le chapitre précédent. Cette analyse sera basée sur la méthode de l'équation différentielle moyenne (ODE : pour Ordinary Differential Equation). Nous commençons tout d'abord dans la section 3.2, par présenter plus en détail l'implémentation adaptative de l'égaliseur. Ensuite, dans la section 3.3 nous donnons un aperçu sur la méthode de l'ODE. Enfin, dans la section 3.4, nous appliquons cette méthode pour analyser les performances de l'algorithme MSQD- $\ell_1$  par la détermination de ses points stationnaires et le calcul de son erreur quadratique moyenne asymptotique.

**3.2 Algorithmes adaptatifs pour l'égalisation de canaux de transmission****3.2.1 Algorithmes adaptatifs en égalisation**

En égalisation, les algorithmes adaptatifs servent à déterminer les coefficients d'un égaliseur par l'optimisation itérative d'une fonction de coût  $J(\mathbf{x}, \zeta)$ , où  $\mathbf{x}$  représente le signal observé et  $\zeta$  l'ensemble des connaissances partagées entre l'émetteur et le récepteur. Plus précisément, il s'agit d'adapter l'égaliseur à chaque nouvelle donnée reçue en partant d'un état initial. Un tel algorithme fournit un ensemble de valeurs

$\{\mathbf{w}(n)\}_{n \in \mathbb{Z}}$  qui permettent à la fonction  $J$  de converger vers un minimum local ou idéalement globale.

La mise à jour de l'égaliseur se fait par l'équation suivante :

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \underbrace{J(\mathbf{w}(n-1), \mathbf{x}(n), \zeta, P)}_{\text{terme correctif}} \quad (3.1)$$

Le terme correcteur dépend de l'ancien état du système  $\mathbf{w}(n-1)$ , d'une nouvelle donnée  $\mathbf{x}(n)$ , de l'ensemble des connaissances  $\zeta$  et d'un jeu de paramètres  $P$  comme le pas d'adaptation  $\mu$ . Il inclut généralement la dérivée de la fonction de coût par rapport à  $\mathbf{w}(n-1)$ ,  $\nabla J_{\mathbf{w}}$ , dans le but de se déplacer dans le sens qui minimise l'erreur représentée par le critère de l'égalisation  $J$ .

Il existe plusieurs types d'algorithmes adaptatifs parmi lesquels, on cite les algorithmes du gradient stochastique et les algorithmes de Newton.

### 3.2.2 Algorithme du gradient stochastique

Dans le cadre de la problématique de l'égalisation, nous cherchons l'égaliseur qui minimise une fonction de coût de la forme  $\mathbb{E}\{J_n(\mathbf{w}, \mathbf{x})\}$ . Souvent, les statistiques mises en jeu dans un tel critère varient au cours du temps. De plus, on souhaite souvent être capable d'estimer  $\mathbf{w}$  avant que toutes les données transmises ne soient disponibles au niveau du récepteur. Dans ces situations, nous n'avons, dans la plupart du temps, ni une connaissance exacte de la moyenne du critère ni des estimateurs fiables de cette moyenne. Nous sommes alors amenés à remplacer la moyenne du critère par sa valeur instantanée. Ce point de vue conduit à l'algorithme du gradient stochastique qui permet de suivre l'évolution du minimum de  $J_n(\mathbf{w}, \mathbf{x})$  par la construction itérative d'une séquence d'estimateurs de  $\mathbf{w}(n)$  :

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) - \mu_n \nabla J_n(\mathbf{w}(n-1), \mathbf{x}(n)) \quad (3.2)$$

Le pas de l'algorithme  $\mu$  peut varier dans le temps, de façon à décroître au cours des itérations vers 0 dans le cas où les statistiques des observations sont stationnaires, ou peut être constant en vue de suivre l'effet de leurs variations dans le cas de canaux non stationnaires. Dans le cas où  $\mu$  est constant, la convergence de l'algorithme n'est pas évidente vu la nature stochastique du terme  $\nabla J_n(\mathbf{w}(n-1), \mathbf{x}(n))$ . De plus, lorsqu'elle peut être établie par un algorithme, il faut préciser la plage de valeurs de  $\mu$  pour lesquelles elle peut être assurée.

### 3.2.3 Algorithme de Newton

L'algorithme de Newton est basé sur la minimisation de l'approximation au second ordre du critère d'égalisation  $J(\mathbf{w}(n))$  au voisinage de  $\mathbf{w}(n-1)$ , donné par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} J(\mathbf{w}(n)) &= J(\mathbf{w}(n-1)) + \nabla J(\mathbf{w}(n-1))^T (\mathbf{w}(n) - \mathbf{w}(n-1)) \\ &+ \frac{1}{2} (\mathbf{w}(n) - \mathbf{w}(n-1))^T \nabla^2 J(\mathbf{w}(n-1)) (\mathbf{w}(n) - \mathbf{w}(n-1)) + \partial \mathbf{w}(n) \end{aligned} \quad (3.3)$$

où  $\nabla J_{\mathbf{w}}$  et  $\nabla^2 J_{\mathbf{w}}$  représentent le gradient et le Hessian du critère  $J$ . Pour minimiser ce critère, on cherche l'état qui annule le gradient de (3.3) qui s'exprime par :

$$\nabla J(\mathbf{w}(n-1))^T + (\mathbf{w}(n) - \mathbf{w}(n-1))^T \nabla^2 J(\mathbf{w}(n-1)) = 0. \quad (3.4)$$

Ainsi, la relation, entre les états  $\mathbf{w}(n)$  et  $\mathbf{w}(n-1)$ , de l'égaliseur qui est donnée par l'algorithme de Newton s'exprime par :

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) - (\nabla^2 J_{\mathbf{w}}(\mathbf{w}(n-1)))^{-1} \nabla J_{\mathbf{w}}(\mathbf{w}(n-1)). \quad (3.5)$$

Notons que dans l'équation (3.5), la direction et le pas d'adaptation sont fixés. Une propriété intéressante de la méthode est qu'elle converge en une seule itération quand elle est appliquée à une fonction quadratique strictement convexe. Cependant, lorsqu'elle est utilisée sur une fonction quelconque, la méthode peut ne pas converger, si le point de départ est très loin de la solution cherchée, vu qu'elle ne possède pas la propriété de la convergence optimal [33]. Comme solution à ce problème, un pas de déplacement peut être introduit dans l'équation de mise à jour de  $\mathbf{w}(n)$  (3.5). Nous obtenons par la suite cette forme modifiée d'adaptation de  $\mathbf{w}(n)$  par la méthode de Newton :

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) - \lambda_k (\nabla^2 J_{\mathbf{w}}(\mathbf{w}(n-1)))^{-1} \nabla J_{\mathbf{w}}(\mathbf{w}(n-1)). \quad (3.6)$$

La façon avec laquelle  $\lambda_k$  peut être choisi est décrite dans [33].

Un autre problème peut apparaître avec cette méthode lorsque le Hessian  $\nabla^2 J_{\mathbf{w}}(\mathbf{w}(n-1))^{-1}$  n'est pas défini positif. Dans ce cas, la convergence globale de la méthode n'est pas assurée vu que la direction de déplacement peut ne pas être une direction de descente. Comme solution à ce problème, une perturbation légère du Hessian peut être introduite de façon à obtenir une matrice  $\mathbf{M}_{n-1}$  définie positive. L'équation

de mise à jour de  $\mathbf{w}(n)$  devient alors :

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) - \lambda_k \mathbf{M}_{n-1}^{-1} \nabla J_{\mathbf{w}}(\mathbf{w}(n-1)). \quad (3.7)$$

$\mathbf{M}_{n-1}$  peut être construite à partir de  $\nabla^2 J_{\mathbf{w}}(\mathbf{w}(n-1))$  selon (3.8)

$$\mathbf{M}_{n-1} = a\mathbf{I} + \nabla^2 J_{\mathbf{w}}(\mathbf{w}(n-1)) \quad (3.8)$$

où  $a > 0$  est la plus petite valeur positive qui permet d'avoir toutes les valeurs propres de  $\mathbf{M}_{n-1}$  soient supérieures ou égales à une constante  $\delta > 0$ . Il est à noter que l'actualisation du vecteur  $\mathbf{w}$  nécessite le calcul de l'inverse du Hessien de  $J$  à chaque instant, ce qui rend l'algorithme de Newton très complexe à implémenter. Pour réduire la complexité de cet algorithme  $\mathbf{M}_{n-1}$  peut être approximé récursivement par :

$$\mathbf{M}_{n-1} = \lambda^{-1} \left[ \mathbf{M}_{n-2} - \frac{\mathbf{M}_{n-2} \mathbf{x}^*(n-1) \mathbf{x}(n-1) \mathbf{M}_{n-2}}{\lambda + \mathbf{x}(n-1) \mathbf{M}_{n-2} \mathbf{x}^*(n-1)} \right] \quad (3.9)$$

où  $\mathbf{M}_0$  peut être initialisée par  $a\mathbf{I}$  et  $0 \ll \lambda \leq 1$ .

Dans la section suivante, nous introduisons la méthode de l'ODE qui constitue une approche permettant d'analyser les performances des algorithmes de type gradient stochastique.

### 3.3 Méthode de l'ODE

Une partie de l'analyse des performances de l'algorithme MSQD- $\ell_1$  est basée sur la méthode de l'ODE dont nous rappelons le principe dans ce qui suit. Par la méthode de l'ODE, nous souhaitons examiner le comportement des algorithmes de type gradient stochastique qui prennent la forme suivante :

$$\boldsymbol{\theta}(n) = \boldsymbol{\theta}(n-1) + \mu_n H(\boldsymbol{\theta}(n-1), \mathbf{x}(n)) \quad (3.10)$$

où,  $\boldsymbol{\theta}(n)$  est la séquence des paramètres que nous cherchons à estimer adaptativement en fonction des observations  $\{\mathbf{x}(n)\}_{n \in \mathbb{N}}$ , de la fonction de coût  $H(\boldsymbol{\theta}(n-1), \mathbf{x}(n))$  et de la série des petits gains scalaires  $\{\mu_n\}_{n \in \mathbb{N}^*}$ .

Nous étudions la convergence de cet algorithme dans le cas où le processus observé  $\{\mathbf{x}(n)\}$  est stationnaire. Nous allons rappeler comment nous pouvons caractériser les points vers lesquels l'algorithme est susceptible de converger. Nous allons également rappeler les formules à utiliser pour évaluer la variance asymptotique de la séquence

d'estimateurs du paramètre  $\theta$  fournie par l'algorithme. Mais commençons tout d'abord par une présentation des hypothèses qui fixent les conditions d'utilisation de la méthode de l'ODE.

### 3.3.1 Hypothèses requises

Nous supposons que le processus  $\{\mathbf{x}(n)\}$  est un processus Markovien qui admet la représentation suivante :

$$\begin{aligned} P(\xi_n \in A | \xi_{n-1}, \xi_{n-2}, \dots; \boldsymbol{\theta}_{n-1}, \boldsymbol{\theta}_{n-2}, \dots) &= P(\xi_n \in A | \xi_{n-1}, \boldsymbol{\theta}_{n-1}) \\ &= \int_A \pi_{\boldsymbol{\theta}_{n-1}}(\xi_{n-1}, dx) \\ \mathbf{x}(n) &= g(\xi_n) \end{aligned} \quad (3.11)$$

où  $g(\xi_n)$  représente une variable aléatoire dont la distribution est paramétrée par  $\boldsymbol{\theta}$  et  $\pi_{\boldsymbol{\theta}}$  représente la probabilité de transition dans la chaîne de Markov  $\xi_n$  qui est contrôlée par  $\boldsymbol{\theta}$ .  $\boldsymbol{\theta}$  est estimé de façon adaptative via l'équation (3.10) ou nous supposons de plus qu'il existe une fonction  $h(\boldsymbol{\theta})$  telle que

$$h(\boldsymbol{\theta}) = \lim_{n \rightarrow +\infty} \mathbb{E}\{H(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}(n)) | \boldsymbol{\theta}\} \quad (3.12)$$

Nous définissons alors l'équation différentielle associée à l'algorithme (3.10), nommée ODE (Ordinary Differential Equation) par

$$\frac{d\boldsymbol{\theta}}{dt} = \dot{\boldsymbol{\theta}} = h(\boldsymbol{\theta}). \quad (3.13)$$

### 3.3.2 Convergence des algorithmes stochastiques

Dans ce qui suit,  $\boldsymbol{\theta}(t)$  représentera la solution de l'ODE à partir de l'état initial  $\boldsymbol{\theta}(0) = \boldsymbol{\theta}_0$ . Dans le but d'étudier le comportement asymptotique de la trajectoire de l'ODE, nous commençons par rappeler la définition suivante :

**Définition 2** : Un point  $\boldsymbol{\theta}_*$  est un point stationnaire de l'ODE si  $h(\boldsymbol{\theta}_*) = 0$ .  $\boldsymbol{\theta}_*$  est dit :

- stable si  $\forall \epsilon > 0, \exists \nu > 0, |\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_*| < \nu \Rightarrow \forall t \in \mathbb{R}_+, |\boldsymbol{\theta}(t) - \boldsymbol{\theta}_*| < \epsilon$ ;
- asymptotiquement stable si  $\exists \nu > 0, |\boldsymbol{\theta}_0 - \boldsymbol{\theta}_*| < \nu \Rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} \boldsymbol{\theta}(t) = \boldsymbol{\theta}_*$ ;
- globalement asymptotiquement stable si  $D(\boldsymbol{\theta}_*) = \{\boldsymbol{\theta}_0; \lim_{n \rightarrow +\infty} \boldsymbol{\theta}(t) = \boldsymbol{\theta}_*\}$  coïncide avec l'ensemble de toutes les valeurs possibles de  $\boldsymbol{\theta}_0$ .  $D(\boldsymbol{\theta}_*)$  est dit le domaine d'attraction de  $\boldsymbol{\theta}_*$ .

En outre, nous dirons qu'un ensemble  $E$  de points stationnaires est globalement asymptotiquement stable si toutes les trajectoires de l'ODE convergent vers  $E$ .

**Algorithmes à pas constant** : dans l'implémentation de l'algorithme MSQD- $\ell 1$ , nous n'avons considéré que le cas d'un pas  $\mu_n = \mu$  constant. Pour ce cas particulier, il peut être démontré que si l'ODE a un unique point  $\boldsymbol{\theta}_*$  qui est globalement asymptotiquement stable, alors sous quelques hypothèses, notamment que  $H(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}_n) - h(\boldsymbol{\theta})$  a au plus une croissance polynomiale en  $x_n$  [34], nous obtenons le théorème central limite suivant : si nous désignons par  $\boldsymbol{\theta}_n^\mu$  les valeurs de  $\boldsymbol{\theta}_n$  associées à l'algorithme à pas constant  $\mu$  et  $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_n^\mu = \frac{\boldsymbol{\theta}_n^\mu - \boldsymbol{\theta}_*}{\sqrt{\mu}}$ , alors quand  $\mu$  tend vers 0 et  $n$  tend vers l'infini,  $\tilde{\boldsymbol{\theta}}_n^\mu$  tend vers une variable aléatoire centrée de distribution gaussienne.

### 3.3.3 Variance asymptotique

D'après [34], la matrice de covariance asymptotique de l'erreur résiduelle  $\boldsymbol{\theta}_n - \boldsymbol{\theta}_*$  définie par  $\Sigma_\infty = \mathbb{E}\{(\boldsymbol{\theta}_n - \boldsymbol{\theta}_*)(\boldsymbol{\theta}_n - \boldsymbol{\theta}_*)^T\}$  peut être approximée par la solution de l'équation matricielle suivante, connue sous le nom de l'équation de Lyapunov :

$$G\Sigma_\infty + \Sigma_\infty G^T + \mu R = 0 \quad (3.14)$$

où  $G = \frac{dh(\boldsymbol{\theta}_*)}{d\boldsymbol{\theta}}$  et  $R = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \mathbb{E}\{[H(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}_n) - h(\boldsymbol{\theta})][H(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}_0) - h(\boldsymbol{\theta})]^T | \boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}_*\}$  avec  $[\frac{dh(\boldsymbol{\theta})}{d\boldsymbol{\theta}}]_{ij} = \frac{\partial [h(\boldsymbol{\theta})]_i}{\partial \theta_j}$ .

### 3.3.4 Points stationnaires stables de l'ODE

Pour caractériser les points stationnaires stables de l'ODE, nous nous basons sur le théorème suivant :

**Théorème 1.** *Si  $h(\boldsymbol{\theta}) = -\nabla J(\boldsymbol{\theta})$ , où  $J(\boldsymbol{\theta})$  est une fonction scalaire positive alors toutes les trajectoires de l'ODE convergent vers l'ensemble des points stationnaires stables de l'ODE.*

Ainsi, quand  $h(\boldsymbol{\theta}) = -\nabla J(\boldsymbol{\theta})$ , et  $J(\boldsymbol{\theta}) \geq 0$ , il apparait que si l'ensemble de points stationnaires stables de l'ODE est discret, alors chaque trajectoire de l'ODE converge vers un tel point. Si cela n'est pas le cas, la convergence de chaque trajectoire vers un point précis de cet ensemble n'est pas garantie.

La stabilité du point stationnaire  $\boldsymbol{\theta}_*$  est étudiée en fonction des valeurs propres de

$\frac{dh(\boldsymbol{\theta}_*)}{d\theta}$ . En effet, d'après le théorème suivant [35] :

**Théorème 2.** *Soit  $\boldsymbol{\theta}_*$  un point stationnaire de l'ODE, et  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{L_p}$  les valeurs propres de  $\frac{dh(\boldsymbol{\theta}_*)}{d\theta}$ .*

- Si  $\forall i \in \{1, \dots, p\}, \Re(\lambda_i) < 0$  alors  $\boldsymbol{\theta}_*$  est asymptotiquement stable ;
- Si  $\exists i \in \{1, \dots, p\}, \Re(\lambda_i) > 0$  alors  $\boldsymbol{\theta}_*$  est instable ;
- Si  $\forall i \in \{1, \dots, p\}, \Re(\lambda_i) \leq 0$  et  $\Re(\lambda_{i_0}) = 0$  pour  $i_0 \in \{1, \dots, p\}$  alors nous ne pouvons pas conclure.

Après avoir donné un aperçu sur la méthode de l'ODE, nous allons maintenant appliquer cette approche pour analyser les performances de l'algorithme MSQD-ℓ1 en cherchant ses points stationnaires stables et en calculant son erreur résiduelle asymptotique.

## 3.4 Analyse de performance de l'algorithme MSQD-ℓ1 [7]

### 3.4.1 Points stationnaires stables de l'ODE

#### Points stationnaires

Considérons l'algorithme adaptatif MSQD-ℓ1 basé sur la méthode du gradient stochastique :

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) - \mu \nabla_{\mathbf{w}} J_{MSQD-\ell 1}(\mathbf{w}(n-1), \mathbf{x}(n)). \quad (3.15)$$

où

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{w}} J_{MSQD-\ell 1}(\mathbf{w}(n-1), \mathbf{x}(n)) &= \left[ \frac{1}{2\sqrt{2\pi}N_s\sigma^3} \sum_{k=1}^{N_s} \left( \text{sign}(y_r(n)) (|y_r(n)| - |s_r(k)|) e^{-\frac{(|y_r(n)| - |s_r(k)|)^2}{2\sigma^2}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + j \text{sign}(y_i(n)) (|y_i(n)| - |s_i(k)|) e^{-\frac{(|y_i(n)| - |s_i(k)|)^2}{2\sigma^2}} \right) \right] \mathbf{x}^*(n) \\ &= \phi(y(n)) \mathbf{x}^*(n) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Par identification de l'équation (3.15) à l'équation (3.10), nous obtenons

$$\begin{aligned} H(\boldsymbol{\theta}(n-1), \mathbf{x}(n)) &= -\nabla_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}(n-1), \mathbf{x}(n)) \\ &= -\nabla_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}, y_{r,i}(n)) \\ &= -\phi(y_{r,i}(n)) \mathbf{x}^*(n). \end{aligned} \quad (3.17)$$

Ainsi, d'après (3.12) et (3.13), l'ODE est définie par

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{w}}{dt} = h(\mathbf{w}) &= \lim_{n \rightarrow +\infty} \mathbb{E}[H(\mathbf{w}, \mathbf{x}(n)) | \mathbf{w}] \\ &= \lim_{n \rightarrow +\infty} -\mathbb{E}[\nabla_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}, y_{r,i}(n)) | \mathbf{w}] \end{aligned} \quad (3.18)$$

Les points stationnaires  $\mathbf{w}_*$  de l'ODE sont les solutions de  $h(\mathbf{w}_*) = 0$ . Ainsi, nous commençons par calculer  $h(\mathbf{w})$ .

$$\begin{aligned} h(\mathbf{w}) &= \lim_{n \rightarrow +\infty} -\mathbb{E}[\nabla_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}, y_{r,i}(n)) | \mathbf{w}] \\ &= - \int_{\mathbb{R}^+} \nabla_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}, y_{r,i}) p_{|Y_{r,i}|}(y_{r,i}) dy_{r,i} \end{aligned} \quad (3.19)$$

où,  $y_{r,i}$  représente la sortie réelle ou imaginaire de l'égaliseur et  $p_{|Y_{r,i}|}(y_{r,i})$  est la DDP de  $|y_{r,i}|$ . Pour calculer  $h(\mathbf{w})$ , nous calculons préalablement  $F_{|Y_{r,i}| | s_{r,i}(k)}(y_{r,i})$  la fonction de répartition de  $|Y_{r,i}|$  sachant  $s_{r,i}(k)$ . On a alors pour une valeur  $s_{r,i}(k)$  du symbole transmis, on notera  $s_{r,i}(k) + \varepsilon$  la valeur correspondante de  $y_{r,i}$  où  $\varepsilon$  représente l'écart entre  $y_{r,i}$  et  $s_{r,i}(k)$ .

$$\begin{aligned} F_{(|Y_{r,i}| | s_{r,i}(k))}(y_{r,i}) &= P(|Y_{r,i}| \leq y_{r,i} | s_{r,i}(k)) \\ &= P(-y_{r,i} \leq Y_{r,i} \leq y_{r,i} | s_{r,i}(k)) \\ &= P\left(\frac{-y_{r,i} - s_{r,i}(k)}{\sigma_\varepsilon} \leq \frac{Y_{r,i} - s_{r,i}(k)}{\sigma_\varepsilon} \leq \frac{y_{r,i} - s_{r,i}(k)}{\sigma_\varepsilon} | s_{r,i}(k)\right) \\ &= F_{Y_{r,i}}\left(\frac{y_{r,i} - s_{r,i}(k)}{\sigma_\varepsilon}\right) - F_{Y_{r,i}}\left(\frac{-y_{r,i} - s_{r,i}(k)}{\sigma_\varepsilon}\right) \end{aligned} \quad (3.20)$$

où  $F$  représente la fonction caractéristique de la distribution  $\mathcal{N}(0, 1)$ . En effet, selon [31] l'IIS en sortie de l'égaliseur peut être modélisée par une distribution gaussienne. Ainsi,  $Y_{r,i} | s_{r,i}(k) \sim \mathcal{N}(s_{r,i}(k), \sigma_\varepsilon^2)$  où  $\sigma_\varepsilon^2$  est la variance de  $\varepsilon$ . Ainsi, à partir de l'équation (3.20) et pour  $y_{r,i} \geq 0$ , nous obtenons

$$\begin{aligned} p_{(|Y_{r,i}| | s_{r,i}(k))}(y_{r,i}) &= \frac{1}{2\sigma_\varepsilon} \left[ \mathcal{N}\left(\frac{y_{r,i} - s_{r,i}(k)}{\sigma_\varepsilon}; 0, 1\right) + \mathcal{N}\left(\frac{y_{r,i} + s_{r,i}(k)}{\sigma_\varepsilon}; 0, 1\right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[ \mathcal{N}\left(y_{r,i} - s_{r,i}(k); 0, \sigma_\varepsilon^2\right) + \mathcal{N}\left(y_{r,i} + s_{r,i}(k); 0, \sigma_\varepsilon^2\right) \right]. \end{aligned} \quad (3.21)$$

où  $\mathcal{N}(y_{r,i}; m, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(y_{r,i}-m)^2}{2\sigma^2}}$ . En sommant sur tous les symboles possibles  $s_{r,i}(k)$ , nous trouvons l'expression suivante de  $p_{|Y_{r,i}|}(y_{r,i})$  :

$$p_{|Y_{r,i}|}(y_{r,i}) = \frac{1}{2N_s} \sum_{k=0}^{N_s-1} [\mathcal{N}(y_{r,i} - s_{r,i}(k); 0, \sigma_\varepsilon^2) + \mathcal{N}(y_{r,i} + s_{r,i}(k); 0, \sigma_\varepsilon^2)]. \quad (3.22)$$

Ainsi, nous obtenons l'expression de  $h(\mathbf{w})$  après avoir remplacé  $J(\mathbf{w}, y_{r,i})$  par son expression et en prenant en compte les propriétés symétriques de  $J_{MSQD-\ell 1}(\mathbf{w}, y_{r,i})$  et  $p_{|Y_{r,i}|}(y_{r,i})$ ,

$$h(\mathbf{w}) = \frac{1}{2\pi N_s^2 \sigma \sigma_\varepsilon} \left[ \nabla_{\mathbf{w}} \int_{\mathbb{R}^+} \sum_{k=1}^{N_s} e^{-\frac{(y_r - |s_r(k)|)^2}{2\sigma^2}} \sum_{l=1}^{N_s} \left( e^{-\frac{(y_r - |s_r(l)|)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}} + e^{-\frac{(y_r + |s_r(l)|)^2}{2\sigma_\varepsilon^2}} \right) \right] dy_r. \quad (3.23)$$

Par la suite, après avoir calculé l'intégral donnée par l'équation (3.23), nous obtenons la valeur suivante de  $h(\mathbf{w})$

$$\begin{aligned} h(\mathbf{w}) &= \frac{1}{2N_s^2 \sqrt{2\pi}(\sigma^2 + \sigma_\varepsilon^2)} \\ &\left[ \nabla_{\mathbf{w}} \sum_{k=1}^{N_s} \sum_{l=1}^{N_s} e^{-\frac{(|s_r(k)| - |s_r(l)|)^2}{2(\sigma^2 + \sigma_\varepsilon^2)}} \left( 1 - \operatorname{erfc}\left(\frac{-|s_r(k)|\sigma_\varepsilon^2 - |s_r(l)|\sigma^2}{\sigma \sigma_\varepsilon \sqrt{\sigma_\varepsilon^2 + \sigma^2 \sqrt{2}}}\right) \right) \right. \\ &+ \left. e^{-\frac{(|s_r(k)| + |s_r(l)|)^2}{2(\sigma^2 + \sigma_\varepsilon^2)}} \left( 1 - \operatorname{erfc}\left(\frac{-|s_r(k)|\sigma_\varepsilon^2 + |s_r(l)|\sigma^2}{\sigma \sigma_\varepsilon \sqrt{\sigma_\varepsilon^2 + \sigma^2 \sqrt{2}}}\right) \right) \right] \\ &= \nabla_{\mathbf{w}} A(\sigma_\varepsilon^2) \\ &= \frac{dA(\sigma_\varepsilon^2)}{d\sigma_\varepsilon^2} \nabla_{\mathbf{w}} \sigma_\varepsilon^2. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Calculons maintenant  $\sigma_\varepsilon^2$  afin de pouvoir évaluer  $\nabla_{\mathbf{w}} \sigma_\varepsilon^2$ .

Le symbole égalisé  $y(n)$  peut s'exprimer par

$$y(n) = \mathbf{w}^T \widetilde{\mathbf{H}} \mathbf{s}(n) + \mathbf{w}^T \mathbf{b}(n) \quad (3.25)$$

où,

$$\widetilde{\mathbf{H}} = \begin{pmatrix} h_0 & h_1 & \cdots & h_{L-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & h_0 & h_1 & \cdots & h_{L-1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & h_0 & h_1 & \cdots & h_{L-1} & \vdots & \\ 0 & \vdots & & h_0 & h_1 & \cdots & h_{L-1} & 0 \\ 0 & & \cdots & 0 & h_0 & h_1 & \cdots & h_{L-1} \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

et  $\mathbf{s}(n) = [s(D-1), \dots, s(k_n), \dots, s(D-L-L_w+1)]^T$  avec  $D$  le retard introduit par l'égaliseur. Ainsi, la variance de l'erreur entre  $y(n)$  et le symbole  $s(k_n)$  qui est reçu à l'instant  $n$  est calculée comme suit :

$$\begin{aligned} \sigma_\varepsilon^2 &= \mathbb{E} \left[ \left( y(n) - s(k_n) \right) \left( y(n) - s(k_n) \right)^H \right] \\ &= \mathbb{E} \left[ \left( (\mathbf{w}^T \widetilde{\mathbf{H}} - \mathbf{e}_D) \mathbf{s}(n) + \mathbf{w}^T \mathbf{b}(n) \right) \left( (\mathbf{w}^T \widetilde{\mathbf{H}} - \mathbf{e}_D) \mathbf{s}(n) + \mathbf{w}^T \mathbf{b}(n) \right)^H \right] \end{aligned} \quad (3.27)$$

où,  $\mathbf{e}_D = (0, \dots, 1, \dots, 0)^T$  et  $e_D(i) = \delta_{i,D}$ . Ainsi,

$$\sigma_\varepsilon^2 = \sigma_s^2 \mathbf{w}^T \widetilde{\mathbf{H}} \widetilde{\mathbf{H}}^H \mathbf{w}^* - \sigma_s^2 \mathbf{w}^T \widetilde{\mathbf{H}} \mathbf{e}_D - \sigma_s^2 \mathbf{e}_D^T \widetilde{\mathbf{H}}^H \mathbf{w}^* + \sigma_s^2 + \sigma_b^2 \|\mathbf{w}\|^2. \quad (3.28)$$

D'où,

$$h(\mathbf{w}) = 2 \frac{dA(\sigma_\varepsilon^2)}{d\sigma_\varepsilon^2} \left[ \mathbf{w}^T [\sigma_s^2 \widetilde{\mathbf{H}} \widetilde{\mathbf{H}}^H + \sigma_b^2 \mathbf{I}_{L_w}] - \sigma_s^2 \mathbf{e}_D^T \widetilde{\mathbf{H}}^H \right]^T \quad (3.29)$$

Puisqu'en pratique  $|s_r(k_n)| \gg \sigma^2 + \sigma_\varepsilon^2$ , du fait qu'à la convergence la taille du noyau  $\sigma^2$  et la variance de l'erreur  $\sigma_\varepsilon^2$  devraient être très petites, seuls les termes dont l'argument de l'exponentiel vaut 0 vont être non négligeable, ce qui donne

$$A(\sigma_\varepsilon^2) \approx \frac{1}{2N_s^2 \sqrt{2\pi(\sigma^2 + \sigma_\varepsilon^2)}} \sum_{k=1}^{N_s} \left( 1 + \operatorname{erfc} \left( \frac{|s_r(k_n)|}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{\sigma^2} + \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2}} \right) \right) \quad (3.30)$$

Comme à la convergence,  $\frac{1}{\sigma^2} \gg 1$  et  $\frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} \gg 1$ , il est facile de vérifier que  $\frac{dA(\sigma_\varepsilon^2)}{d\sigma_\varepsilon^2} < 0$ . En effet,

$$\frac{dA(\sigma_\varepsilon^2)}{d\sigma_\varepsilon^2} = -\frac{3}{2(\sigma^2 + \sigma_\varepsilon^2)} - \frac{1}{\sqrt{2\pi} N_s \sqrt{\sigma^2 + \sigma_\varepsilon^2}} \sum_{k=1}^{N_s} \frac{|s_r(k_n)| \left( \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} \right)}{2\sqrt{2} \sqrt{\frac{1}{\sigma^2} + \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2}}} e^{-\frac{|s_r(k_n)|^2 \left( \frac{1}{\sigma^2} + \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} \right)}{2}} \quad (3.31)$$

Ainsi, nous établissons le théorème suivant

**Théorème 3.** *L'égaliseur MMSE est le seul point stationnaire de l'égaliseur MSQD- $\ell 1$*

$$\mathbf{w}_*^T = \sigma_s^2 \mathbf{e}_D^T \widetilde{\mathbf{H}}^H [\sigma_s^2 \widetilde{\mathbf{H}} \widetilde{\mathbf{H}}^H + \sigma_b^2 \mathbf{I}_{L_w}]^{-1} \quad (3.32)$$

Ce qui est très intéressant ici, c'est que  $\mathbf{w}_*$  correspond au filtre obtenu par le critère MMSE. Ainsi, nous avons prouvé que l'algorithme MSQD- $\ell 1$  possède un seul point stationnaire, et que ce point est le filtre MMSE. Cela est dans le cas où les valeurs de  $\sigma^2$  et  $\sigma_\varepsilon^2$  sont beaucoup plus petites que les amplitudes des points de la constellation émise.

### Analyse de la stabilité des points stationnaires

Rappelons que si  $\mathbf{w}_*$  est un point stationnaire de l'ODE et  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{L_w}$  sont les valeurs propres de  $\frac{dh(\mathbf{w})}{d\mathbf{w}}|_{\mathbf{w}=\mathbf{w}_*}$ , la stabilité de  $\mathbf{w}_*$  peut être établie si les valeurs propres de  $\frac{dh(\mathbf{w})}{d\mathbf{w}}|_{\mathbf{w}=\mathbf{w}_*}$  ont des parties réelles strictement négatives. Pour cela, nous commençons par calculer  $\frac{dh(\mathbf{w})}{d\mathbf{w}}|_{\mathbf{w}=\mathbf{w}_*}$ .

$$\begin{aligned} \frac{dh(\mathbf{w})}{d\mathbf{w}} &= \frac{d}{d\mathbf{w}} \left[ \frac{d}{d\sigma_\varepsilon^2} A(\sigma_\varepsilon^2) \nabla_{\mathbf{w}} \sigma_\varepsilon^2 \right] \\ &= \frac{d^2 A(\sigma_\varepsilon^2)}{d(\sigma_\varepsilon^2)^2} (\nabla_{\mathbf{w}} \sigma_\varepsilon^2) (\nabla_{\mathbf{w}} \sigma_\varepsilon^2)^T + \frac{dA(\sigma_\varepsilon^2)}{d\sigma_\varepsilon^2} \frac{d(\nabla_{\mathbf{w}} \sigma_\varepsilon^2)}{d\mathbf{w}}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Ici, nous nous intéressons à la stabilité du point stationnaire  $\mathbf{w}_* = \sigma_s^2 [\sigma_s^2 \widetilde{\mathbf{H}}^* \widetilde{\mathbf{H}}^T + \sigma_b^2 \mathbf{I}_{L_w}]^{-1} \widetilde{\mathbf{H}}^* \mathbf{e}_D$ . Ainsi,

$$\frac{dh(\mathbf{w})}{d\mathbf{w}}|_{\mathbf{w}=\mathbf{w}_*} = \frac{dA(\sigma_\varepsilon^2)}{d\sigma_\varepsilon^2} [\sigma_s^2 \widetilde{\mathbf{H}} \widetilde{\mathbf{H}}^H + \sigma_b^2 \mathbf{I}_{L_w}]^T < 0 \quad (3.34)$$

puisque  $(\sigma_s^2 \widetilde{\mathbf{H}} \widetilde{\mathbf{H}}^H + \sigma_b^2 \mathbf{I})$  est une matrice définie positive et  $\frac{dA(\sigma_\varepsilon^2)}{d\sigma_\varepsilon^2} < 0$  (3.31). Ainsi, nous énonçons le théorème suivant :

**Théorème 4.** *L'égaliseur MMSE est le seul point stationnaire stable de l'algorithme MSQD- $\ell 1$ .*

### 3.4.2 Analyse de l'EQM asymptotique

#### Convergence en moyenne

L'analyse par la méthode de l'ODE est valable pour des petites valeurs du pas  $\mu$ . Dans cette section, nous étudions comment il devrait être sélectionné pour garantir la convergence de l'algorithme MSQD- $\ell 1$ . En pratique,  $\mu$  devrait être choisi suffisamment petit. La page

maximale de valeurs possibles de  $\mu$  dépend du canal considéré et son calcul est détaillé dans l'annexe (A). Il peut être résumé comme suit :

**Théorème 5.** Pour les pas  $0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{max}}$  où  $\lambda_{max}$  est la valeur propre maximale de la matrice

$$\widetilde{\mathbf{H}}^* \mathbb{E} [\mathbf{s}(n)^* \phi'(\mathbf{w}_* \mathbf{x}(n)) \mathbf{s}(n)^T] \widetilde{\mathbf{H}}^T + \sigma_b^2 \mathbb{E} [\phi'(\mathbf{w}_* \mathbf{x}(n))] \mathbf{I}_{L_w},$$

l'algorithme MSQD- $\ell 1$  converge vers la solution MMSE, indépendamment de l'initialisation de l'égaliseur.

### Analyse de l'EQM de l'égaliseur

Nous notons la matrice de covariance asymptotique de l'erreur résiduelle  $\boldsymbol{\epsilon}(n) = (\mathbf{w}_n - \mathbf{w}_*)$  par  $\boldsymbol{\Sigma}_w(\infty)(n) = \mathbb{E}[\boldsymbol{\epsilon}(n)\boldsymbol{\epsilon}(n)^H]$ . Pour de petites valeurs du pas  $\mu$ , nous avons  $\bar{y}(n+D) \approx s(k_n)$  et selon [34] (p.102 p.103), la valeur asymptotique de  $\boldsymbol{\Sigma}_w$  peut être approximée par la solution de l'équation matricielle suivante, nommée équation de Lyapunov :

$$\mathbf{R}_f \boldsymbol{\Sigma}_w(\infty) + \boldsymbol{\Sigma}_w(\infty) \mathbf{R}_f^H = \mu \mathbf{R}_g \quad (3.35)$$

où,  $\mathbf{R}_f = \left. \frac{dh(\mathbf{w})}{d\mathbf{w}} \right|_{\mathbf{w}=\mathbf{w}_*}$  et

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_g &= -\mathbb{E} [H(\mathbf{w}_*, \mathbf{x}(n)) H(\mathbf{w}_*, \mathbf{x}(n))^H] \\ &= -\mathbb{E} [|\phi(\bar{y}(n+D))|^2 \mathbf{x}^*(n) \mathbf{x}^T(n)]. \end{aligned} \quad (3.36)$$

D'après l'équation (3.34), nous avons

$$\mathbf{R}_f = \left( \frac{dA(\sigma_\epsilon^2)}{d\sigma_\epsilon^2} \right) [\sigma_s^2 \widetilde{\mathbf{H}} \widetilde{\mathbf{H}}^H + \sigma_b^2 \mathbf{I}_{L_w}]^T. \quad (3.37)$$

Soit

$$\begin{aligned} R_x &= \mathbb{E}[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}(n)^H] \\ &= \sigma_s^2 \widetilde{\mathbf{H}} \widetilde{\mathbf{H}}^H + \sigma_b^2 \mathbf{I}_{L_w} \\ &= \mathbf{U} \boldsymbol{\Lambda}_x \mathbf{U}^H \end{aligned}$$

la décomposition en valeurs propres de  $\mathbb{E}[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}(n)^H]$ , où  $\boldsymbol{\Lambda}_x = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{L_w})$ ,  $\mathbf{U}$  est une matrice unitaire et  $\mathbf{U}^H$  est la matrice transposée conjuguée de  $\mathbf{U}$ . nous pouvons facilement vérifier que

$$\mathbf{R}_f = \mathbf{U}^* \boldsymbol{\Lambda}_f \mathbf{U}^T \quad (3.38)$$

où

$$\boldsymbol{\Lambda}_f(i, i)_{i=1..L_w} \simeq \frac{-\lambda_i}{2N_s \sqrt{2\pi} (\sigma^2 + \sigma_\epsilon^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (3.39)$$

Nous en déduisons qu'on peut aussi écrire

$$\mathbf{R}_g \simeq \mathbf{U}^* \mathbf{\Lambda}_g \mathbf{U}^T \quad (3.40)$$

et nous détaillons le calcul des éléments diagonaux de  $\mathbf{\Lambda}_g$  dans l'annexe (B). Ainsi, l'équation (3.35) devient :

$$\mathbf{\Lambda}_f (\mathbf{U}^T \mathbf{\Sigma}_{\mathbf{w}}(\infty) \mathbf{U}^*) + (\mathbf{U}^T \mathbf{\Sigma}_{\mathbf{w}}(\infty) \mathbf{U}^*) \mathbf{\Lambda}_f = \mu \mathbf{\Lambda}_g \quad (3.41)$$

ce qui montre que  $\mathbf{U}^T \mathbf{\Sigma}_{\mathbf{w}}(\infty) \mathbf{U}^*$  est aussi diagonale.

**Théorème 6.** *La matrice de covariance,  $\mathbf{\Sigma}_{\mathbf{w}}(\infty)$ , de l'erreur résiduelle sur l'égaliseur MSQD- $\ell_1$  est diagonale et elle s'écrit sous la forme  $\mathbf{\Sigma}_{\mathbf{w}}(\infty) = \mathbf{U}^* \mathbf{\Lambda}_{\mathbf{w}} \mathbf{U}^T$  avec  $\mathbf{\Lambda}_{\mathbf{w}} = \text{diag}\{\lambda_{w_1}, \lambda_{w_2}, \dots, \lambda_{w_{L_w}}\}$  et*

$$\lambda_{w_i} \simeq \mu \frac{\Lambda_g(i, i)}{\Lambda_f(i, i)} \simeq 2\mu N_s \sqrt{2\pi} (\sigma^2 + \sigma_\varepsilon^2)^{\frac{3}{2}} \mathbb{E} [|\phi(s(k_n))|^2]. \quad (3.42)$$

## EQM

A ce stade, nous pouvons calculer la valeur de l'EQM en sortie de l'égaliseur. En considérant l'hypothèse classique sur les coefficients de l'égaliseur  $\mathbf{w}(n)$  qui sont supposés indépendants de son entrée  $\mathbf{x}(n)$  [36] et en supposant que les symboles  $s(n)$  sont indépendants du bruit de transmission  $b(n)$ , l'EQM peut être développée comme suit :

$$\begin{aligned} \sigma_\varepsilon^2(\infty) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E} [ |y(n) - s(k_n)|^2 ] \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{E} [ |\mathbf{w}^T(n) \mathbf{x}(n) - s(k_n)|^2 ] \\ &= \mathbb{E} [ |\boldsymbol{\epsilon}(\infty)^T \mathbf{x}(\infty) + \mathbf{w}_*^T \mathbf{x}(\infty) - s(k_\infty)|^2 ] \\ &= \mathbb{E} [ \boldsymbol{\epsilon}(\infty)^T \mathbf{x}(\infty) \mathbf{x}(\infty)^H \boldsymbol{\epsilon}(\infty)^* ] + \mathbf{w}_*^T \mathbb{E} [ \mathbf{x}(\infty) \mathbf{x}(\infty)^H ] \mathbf{w}_*^* \\ &+ \sigma_s^2 + 2\Re \left[ \mathbb{E} [ \boldsymbol{\epsilon}(\infty)^T ] \mathbb{E} [ \mathbf{x}(\infty) \mathbf{x}(\infty)^H ] \mathbf{w}_*^* - \sigma_s^2 (\mathbb{E} [ \boldsymbol{\epsilon}(\infty) ] + \mathbf{w}_*)^T \widetilde{\mathbf{H}} \mathbf{e}_D \right] \end{aligned} \quad (3.43)$$

Comme  $\mathbb{E}[\boldsymbol{\epsilon}(\infty)] = 0$  et en utilisant encore l'indépendance entre  $\mathbf{w}_*$  et  $\mathbf{x}(\infty)$ , on établit le théorème suivant :

**Théorème 7.** *L'erreur quadratique moyenne de l'égaliseur MSQD- $\ell_1$  est donnée par l'équation (3.44) suivante*

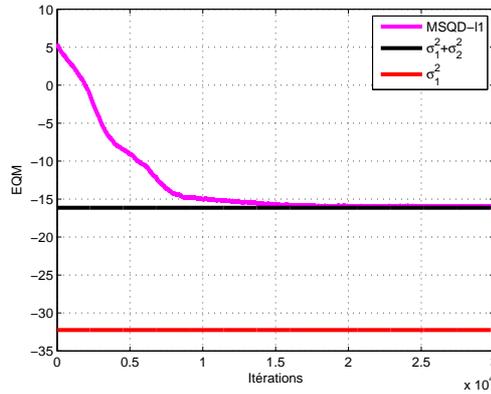
$$\sigma_\varepsilon^2(\infty) = \text{Tr}(\mathbf{\Lambda}_x \mathbf{\Lambda}_w) + \mathbf{w}_*^T \mathbf{R}_x \mathbf{w}_*^* + \sigma_s^2 - 2\sigma_s^2 \Re[\mathbf{w}_*^T \widetilde{\mathbf{H}} \mathbf{e}_D] \quad (3.44)$$

où  $\sigma_1^2 = \text{Tr}(\mathbf{\Lambda}_x \mathbf{\Lambda}_w)$  représente l'erreur résiduelle de l'égaliseur qui dépend bien du pas de

l'algorithme  $\mu$  et  $\sigma_2^2 = \mathbf{w}_*^T R_x \mathbf{w}_*^* + \sigma_s^2 - 2\sigma_s^2 \Re[\mathbf{w}_*^T \widetilde{\mathbf{H}} \mathbf{e}_D]$  représente le terme d'erreur MMSE [14].

### 3.5 Simulations : validation de l'étude théorique

Pour valider l'étude théorique que nous avons menée. Nous traçons sur la figure 3.1, la courbe de l'EQM de l'égaliseur MSQD- $\ell 1$  obtenue avec le canal complexe  $H_{Comp}$  à travers lequel une modulation MAQ-16 est transmise à  $RSB = 30\text{dB}$ . Nous traçons sur la même figure, la valeur de  $\sigma_1^2$  qui représente l'erreur due à la fluctuation du MSD- $\ell 1$  autour de sa valeur optimale et la valeur de  $\sigma_1^2 + \sigma_2^2$  qui représentent l'EQM théorique calculée selon (3.43). Nous notons d'après la figure 3.1 que l'erreur résiduelle de l'égaliseur est très négligeable devant l'erreur MMS vers laquelle le MSQD- $\ell 1$  converge.

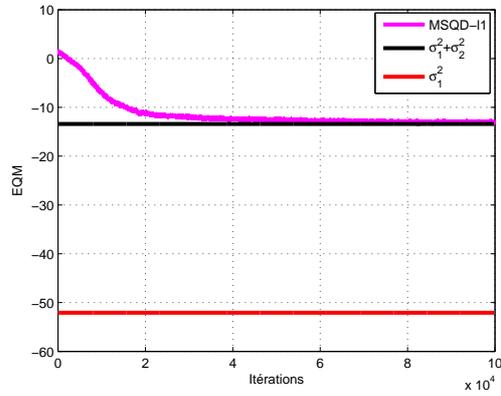


**Figure 3.1** — EQM du MSQD- $\ell 1$ , EQM de l'erreur résiduelle de l'égaliseur et EQM du MSQD- $\ell 1$  théorique dans le cas de MAQ-16 à  $RSB=30\text{dB}$ , canal  $H_{Comp}$ .

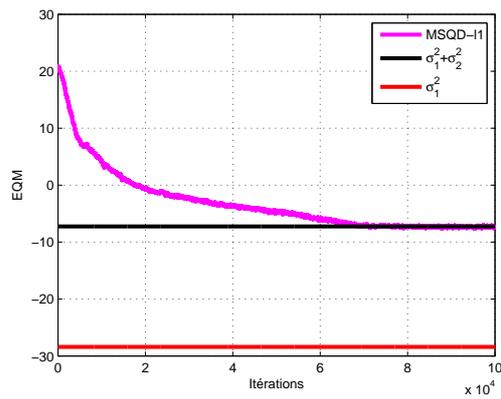
Dans le cas d'une modulation MAQ-64 transmise à travers le canal  $H_{Exp}$  à  $RSB=30\text{dB}$ , nous obtenons la figure 3.2 et dans le cas d'une modulation MAQ-256 transmise à travers le canal  $H_r$  à  $RSB=30\text{dB}$  nous obtenons la figure 3.3. Ces figures montrent aussi que l'EQM du MSQD- $\ell 1$  converge vers l'EQM du MMSE.

### 3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons démontré la convergence de l'égaliseur aveugle MSQD- $\ell 1$ , que nous avons proposé, vers l'égaliseur non aveugle MMSE. Ce résultat intéressant a été fondé en rapportant le mouvement des erreurs d'estimation des paramètres du MSQD- $\ell 1$  à une équation différentielle déterministe (ODE), et a été validée par des simulations. Il prouve encore l'intérêt des méthodes d'ajustement de DDP dans l'égalisation aveugle de canaux de transmission.



**Figure 3.2** — EQM du MSQD- $\ell_1$ , EQM de l'erreur résiduelle de l'égaliseur et EQM du MSQD- $\ell_1$  théorique dans le cas de MAQ-64 à RSB=30dB, canal  $H_{Exp}$ .



**Figure 3.3** — EQM du MSQD- $\ell_1$ , EQM de l'erreur résiduelle de l'égaliseur et EQM du MSQD- $\ell_1$  théorique dans le cas de MAQ-256 à RSB=30dB, canal  $H_r$ .



CHAPITRE

---

# 4

## Égaliseur aveugle générique et classification automatique de modulations

### 4.1 Introduction

Nous avons présenté dans le chapitre 2 la famille des égaliseurs MSQD- $\ell_p$  qui exploite la connaissance à priori de la constellation émise. En effet, leurs critères d'égalisation s'expriment en fonction de l'alphabet de la constellation envoyée. Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la classification des modulations et proposons pour cela l'emploi d'une nouvelle famille d'égaliseurs aveugles génériques, que nous appelons MSQD- $\ell_{p_{gen}}$  et dont le critère ne dépend pas de la constellation transmise. Il peut être utilisé même dans le cas où le récepteur n'a pas de connaissance à priori sur l'alphabet auquel appartiennent les symboles émis. Si la connaissance de la constellation transmise par l'utilisateur n'est pas nécessaire pour l'égalisation du signal reçu, elle est en revanche indispensable pour effectuer la prise de décision et récupérer les données émises. Ainsi, une fois le signal égalisé, un traitement supplémentaire est effectué afin de détecter automatiquement la modulation émise. Pour cela, nous envisageons dans ce chapitre d'une part le problème de la construction d'un égaliseur générique et d'autre part celui de la classification automatique de modulations (CAM).

Nous introduisons tout d'abord dans la section 4.2 l'égaliseur aveugle générique que nous proposons. Ensuite, nous donnons dans la section 4.3 un aperçu sur les méthodes de CAM qui existent dans la littérature. Puis nous détaillons, dans la section 4.4.4, les nouvelles méthodes que nous proposons pour réaliser la CAM. Enfin, nous présentons dans la section 4.6 les résultats des simulations et nous terminerons par une conclusion dans la section 4.7.

## 4.2 Égaliseur aveugle générique [8]

### 4.2.1 Critère d'égalisation

Le modèle de base d'un système de transmission avec un égaliseur aveugle adaptatif qui est considéré dans ce chapitre est le même que celui décrit au chapitre 1 (figure 1.2). Rappelons que la fonction de coût des égaliseurs MSQD- $\ell_p$  (chapitre 2, eq.(2.35)) dépend des symboles de la constellation émise qui est supposée connue par le récepteur. Pour éviter l'utilisation de cette information a priori sur la constellation envoyée et permettre malgré tout à l'égaliseur de réduire l'IIS, nous avons proposé un nouveau critère d'égalisation aveugle, proche des critères MSQD- $\ell_p$  mais qui est générique pour tout type de constellation. Cela évite de devoir mettre en œuvre en parallèle une batterie d'égaliseurs adaptés aux diverses modulations que doit pouvoir traiter le récepteur comme dans [37]. A nos connaissances, il y a peu de travaux dans la littérature qui traitent le problème de l'égaliseur générique. Dans [38], Qinghua a proposé un égaliseur générique qui s'appuie sur le critère CMA (équation (1.34 au chapitre 1) avec un rayon égal à 1.

Comme avec les égaliseurs MSQD- $\ell_p$ , notre but est de retrouver une constellation émise dont la distribution en sortie de l'égaliseur est un mélange de gaussiennes mais sans connaissance a priori de la position des modes. Nous rappelons qu'en sortie de l'égaliseur, ces modes sont sensiblement centrés sur les points de la constellation. Notre objectif consiste principalement à récupérer la forme de la modulation envoyée qui est liée en particulier au nombre de ses modes.

Ici, nous proposons d'utiliser les critères MSQD- $\ell_p$  adapté au cas d'une modulation MAQ-4, quelque soit la constellation envoyée. Dans ce cas, la distance calculée en sortie de l'égaliseur est systématiquement obtenue en comparant la constellation estimée à ce que devrait être celle de la MAQ-4. Un avantage lié à l'utilisation de la modulation MAQ-4 est qu'on peut la voir comme une modulation MAQ ou une modulation MDP. Cela justifie intuitivement l'utilisation du critère pour ces deux types de modulation.

Le critère que nous proposons est donc obtenu en développant le MSQD- $\ell_p$  (2.40) dans le cas où  $|s_r|^2 = 1$ ,  $|s_i|^2 = 1$ ,  $N_s = 1$  et  $L = 1$  :

$$J_{MSQD-\ell_{p_{gen}}}(\mathbf{w}) = -K_\sigma(|y_r(n)|^p - 1) - K_\sigma(|y_i(n)|^p - 1) + Cst. \quad (4.1)$$

Par la suite, les coefficients de l'égaliseur sont adaptés par l'algorithme de type gradient stochastique suivant

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu \nabla_{\mathbf{w}} J_{MSQD-\ell_{p_{gen}}}(\mathbf{w}) \quad (4.2)$$

où  $\mu$  est le pas de l'algorithme, supposé fixe, et

$$\begin{aligned} \nabla_{\mathbf{w}} J_{MSQD-\ell_{p_{gen}}}(\mathbf{w}) &= \frac{p}{2\sqrt{2\pi}\sigma^3} \left( \text{sign}(y_r(n)) |y_r(n)|^{p-1} (|y_r(n)|^p - 1) e^{-\frac{(|y_r(n)|^p - 1)^2}{2\sigma^2}} \right. \\ &\quad \left. + j \text{sign}(y_i(n)) |y_i(n)|^{p-1} (|y_i(n)|^p - 1) e^{-\frac{(|y_i(n)|^p - 1)^2}{2\sigma^2}} \right) \mathbf{x}^*(n). \end{aligned} \quad (4.3)$$

Nous allons montrer dans la suite que l'égaliseur générique proposé permet de réduire l'IIS et d'avoir une constellation concentrée au voisinage de 1 du fait de l'utilisation d'un seul symbole dans le critère (4.1). Nous allons montrer également que cet égaliseur fonctionne bien dans le cas d'un canal BBGA ou d'un canal multi-trajets.

## 4.2.2 Constellations obtenues en sortie de l'égaliseur générique

Dans cette partie, nous illustrons les performances de l'égaliseur générique en termes d'IIS et nous présentons les constellations obtenues à sa sortie. Pour vérifier la fiabilité de l'égaliseur, nous l'avons testé avec différents canaux de transmission sélectifs en fréquence. La figure 4.1(a) montre les résultats obtenus en terme d'IIS avec une modulation MAQ-16 transmise à travers le canal réel  $H_r$  ( $H_r = [0.2258, 0.5161, 0.6452, -0.5161]^T$ ) à  $RSB = 20\text{dB}$ . La taille de l'égaliseur est fixée à 21, il est initialisé à 0 avec la composante centrale à 1. Les pas des algorithmes adaptatifs de mise à jour des égaliseurs sont définis par

$$\mu_2 = \frac{\mu_2^{cst}}{P_{\mathbf{x}}} \quad (4.4)$$

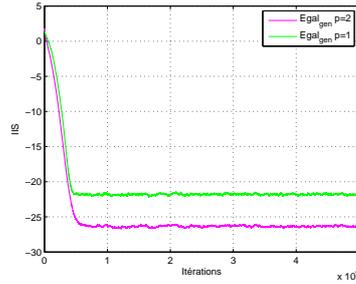
$$\mu_1 = \frac{\mu_1^{cst}}{P_{\mathbf{x}}} \quad (4.5)$$

pour  $p = 2$  et  $p = 1$  respectivement où  $\mu_2^{cst} = 4 \times 10^{-3}$  et  $\mu_1^{cst} = 6 \times 10^{-3}$  et  $P_{\mathbf{x}}$  représente la puissance de l'entrée  $\mathbf{x}$  de l'égaliseur. Les valeurs de  $\mu_2^{cst}$  et  $\mu_1^{cst}$  ont été fixées après avoir testé les deux égaliseurs avec la modulation MAQ-16 et différents canaux de transmission. L'utilisation de  $P_{\mathbf{x}}$  permet d'adapter les égaliseurs génériques de façon aveugle aux différents types de modulations émises. La mise à jour de la taille du noyau gaussien,  $\sigma(n)$ , pour l'estimation des DDPs est nécessaire avec cet égaliseur pour les mêmes raisons que celles discutées dans le chapitre 2. Puisque, nous n'avons aucun a priori sur la constellation émise, nous proposons de mettre à jour la taille du noyau au moyen des équations suivantes :

$$\sigma(n) = aG(n) + b \quad (4.6)$$

$$G(n) = \alpha G(n-1) + (1-\alpha) \min_{k=1, \dots, N} (|y(n)|^2 - |s_k|^2)^2, \quad (4.7)$$

où  $0 < \alpha < 1$  est un facteur d'oubli et  $(a, b)$  sont des constantes fixées empiriquement.  $N$  représente ici le nombre de points de la plus grande constellation supposée observable par le récepteur. Dans notre cas, nous avons pris  $N = 256$  du fait que nous n'avons considéré que des constellations d'ordre au plus égal à 256. On a vérifié que ce choix reste valable même pour les modulations MDP. Ainsi, nous utilisons la même mise à jour de la taille du noyau pour cette famille de modulation.



(a) IIS en sortie de MSQD- $\ell_{p_{gen}}$  dans les cas  $p = 2$  et  $p = 1$



(b) Entrée de l'égaliseur MSQD- $\ell_{2_{gen}}$

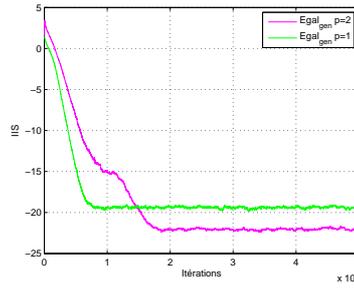
(c) Sortie de l'égaliseur MSQD- $\ell_{2_{gen}}$

**Figure 4.1** — Résultats obtenus avec la modulation MAQ-16 et le canal  $H_r$  à  $RSB = 20\text{dB}$

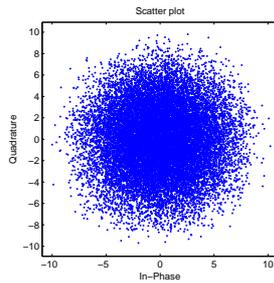
D'après la figure 4.1(a), nous pouvons noter que l'égaliseur générique appliqué au signal reçu dans le cas où  $p = 2$  donne des performances meilleures que celles obtenues dans le cas où  $p = 1$ . Les figures 4.1(b) et 4.1(c) montrent les constellations de données en entrée de l'égaliseur générique dans le cas où  $p = 2$  et à sa sortie. Nous pouvons noter à partir de ces figures, que l'IIS est réduite par l'égaliseur et que les modes de la constellation sont bien séparés.

Cependant, l'amplitude de la constellation obtenue est sensiblement contenue dans un carré  $[-1, 1] \times [-1, 1]$  du fait de l'utilisation d'un critère d'égalisation adapté à la constellation MAQ-4, ce qui ramène les modes de la modulation émise (MAQ-16) à son voisinage. Nous allons expliquer dans la suite comment calculer le facteur d'échelle afin de ramener les points de la constellation aux positions standards, c'est à dire autour des points  $(2k + 1, 2l + 1)$ ,  $k, l \in \mathbb{Z}$ .

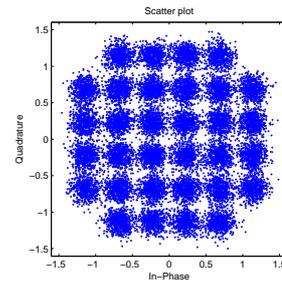
Sur la figure 4.2, nous présentons les résultats obtenus avec une constellation MAQ-32, dans les mêmes conditions de transmission que celles détaillées précédemment et en appliquant les mêmes égaliseurs.



(a) IIS en sortie de MSQD- $\ell p_{gen}$  dans les cas  $p = 2$  et  $p = 1$



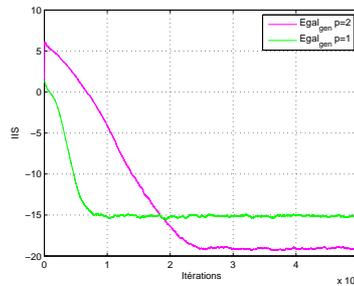
(b) Entrée de l'égaliseur MSQD- $\ell 2_{gen}$



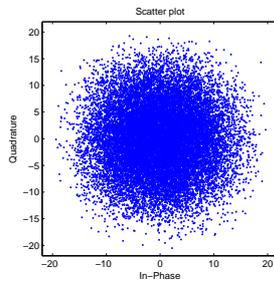
(c) Sortie de l'égaliseur MSQD- $\ell 2_{gen}$

**Figure 4.2** — Résultats obtenus avec la modulation MAQ-32 et le canal  $H_r$  à  $RSB = 20\text{dB}$

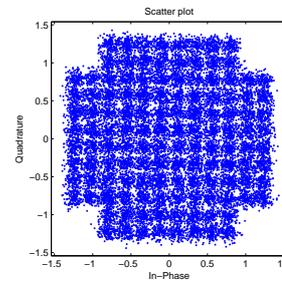
Les résultats obtenus pour une modulation MAQ-128, sont représentés sur la figure 4.3.



(a) IIS en sortie de MSQD- $\ell p_{gen}$  dans les cas  $p = 2$  et  $p = 1$



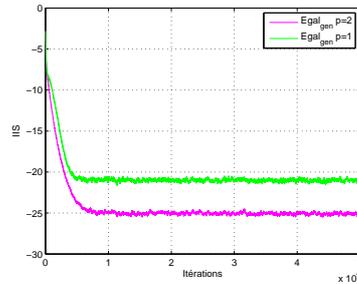
(b) Entrée de l'égaliseur MSQD- $\ell 2_{gen}$



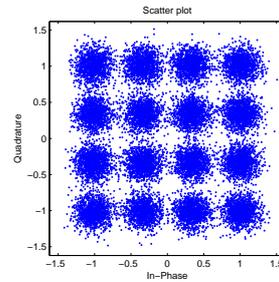
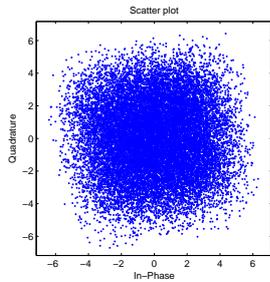
(c) Sortie de l'égaliseur MSQD- $\ell 2_{gen}$

**Figure 4.3** — Résultats obtenus avec la modulation MAQ-128 et le canal  $H_r$  à  $RSB = 35\text{dB}$

Nous obtenons les résultats sur les figures 4.4 et 4.5 avec le canal complexe  $H_{Comp}$  (2.45) dans le cas des modulations MAQ-16 et MAQ-128 et pour des valeurs de  $RSB = 20\text{dB}$  et  $RSB = 35\text{dB}$  respectivement en utilisant les mêmes égaliseurs que pour le canal  $H_r$ . Ces figures montrent que même avec le canal  $H_{Comp}$ , les égaliseurs proposés parviennent à réduire l'IIS et que les performances sont meilleures lorsque  $p = 2$ .



(a) IIS en sortie de MSQD- $\ell_{p_{gen}}$  dans les cas  $p = 2$  et  $p = 1$



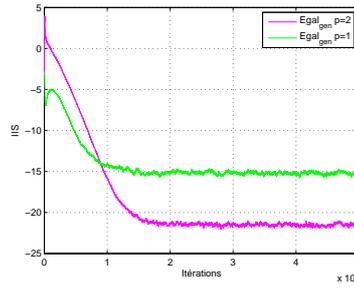
(b) Entrée de l'égaliseur MSQD- $\ell_{2_{gen}}$

(c) Sortie de l'égaliseur MSQD- $\ell_{2_{gen}}$

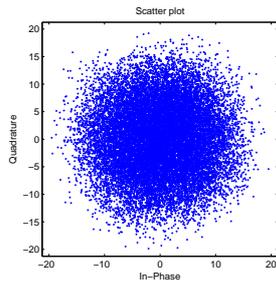
**Figure 4.4** — Résultats obtenus avec la modulation MAQ-16 et le canal  $H_{Comp}$  à  $RSB = 20\text{dB}$

Les figures 4.6 et 4.7 montrent les résultats obtenus avec le canal réel  $H_r$  à  $RSB = 20\text{dB}$  pour les modulations MDP-8 et MDP-16 respectivement. Avec le canal complexe  $H_{Comp}$ , nous obtenons les résultats sur les figures 4.8 et 4.9 pour les modulations MDP-8 et MDP-16 respectivement. D'après ces figures, nous notons là encore que l'égaliseur MSQD- $\ell_{2_{gen}}$  est plus performant que l'égaliseur MSQD- $\ell_{1_{gen}}$  en terme d'IIS, comme pour les modulations MAQ. Nous pouvons noter aussi un décalage de phase introduit dans la constellation égalisée. Ce décalage peut être déterminée en cherchant la valeur de  $\phi \in [0, \frac{2\pi}{M_j}]$  pour chaque modulation MDP- $M_j$  qui permet d'éliminer le biais de phase qui n'est pas pris en charge par l'égaliseur générique pour les modulations MDP. Notons que pour les modulations MAQ, la phase de la constellation est récupérée par l'égaliseur générique à  $\frac{k\pi}{2}$  près, ce qui ne constitue pas un problème dès lors qu'on utilise un codage différentiel.

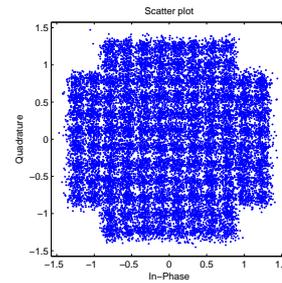
On a vérifié que l'égaliseur générique proposé n'introduit pas une perturbation dans le cas d'une transmission à travers un canal BBGA. Ce qui le rend utilisable même dans ce cas particulier de système de communication. Les figures 4.10, 4.11 illustrent cet aspect de l'égaliseur MSQD- $\ell_{p_{gen}}$ .



(a) IIS en sortie de MSQD- $\ell p_{gen}$  dans les cas  $p = 2$  et  $p = 1$

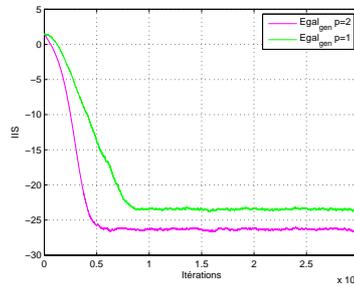


(b) Entrée de l'égaliseur MSQD- $\ell 2_{gen}$

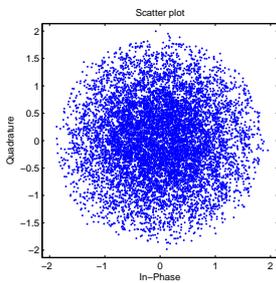


(c) Sortie de l'égaliseur MSQD- $\ell 2_{gen}$

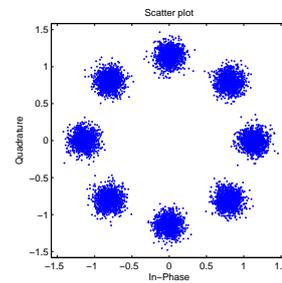
**Figure 4.5** — Résultats obtenus avec la modulation MAQ-128 et le canal  $H_{Comp}$  à  $RSB = 35\text{dB}$



(a) IIS en sortie de MSQD- $\ell p_{gen}$  dans les cas  $p = 2$  et  $p = 1$

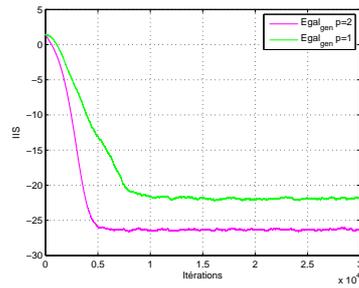


(b) Entrée de l'égaliseur MSQD- $\ell 2_{gen}$

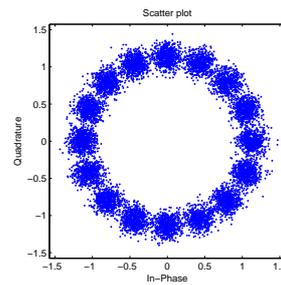
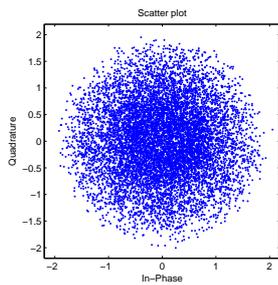


(c) Sortie de l'égaliseur MSQD- $\ell 2_{gen}$

**Figure 4.6** — Résultats obtenus avec la modulation MDP-8 et le canal  $H_r$  à  $RSB = 20\text{dB}$



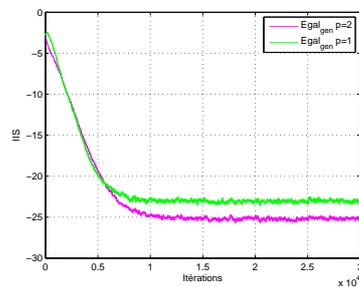
(a) IIS en sortie de MSQD- $\ell_{p_{gen}}$  dans les cas  $p = 2$  et  $p = 1$



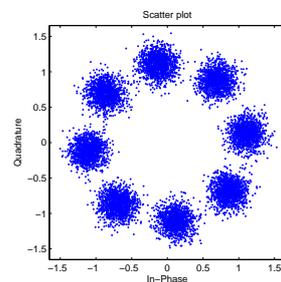
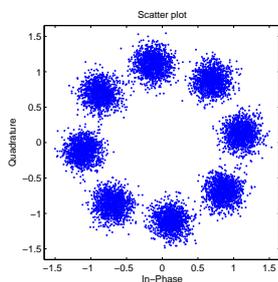
(b) Entrée de l'égaliseur MSQD- $\ell_{2_{gen}}$

(c) Sortie de l'égaliseur MSQD- $\ell_{2_{gen}}$

**Figure 4.7** — Résultats obtenus avec la modulation MDP-8 et le canal  $H_r$  à  $RSB = 20\text{dB}$



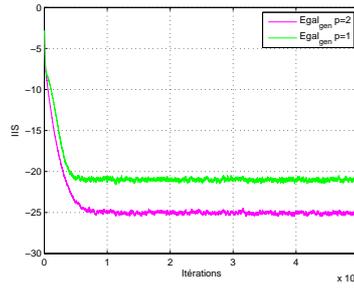
(a) IIS en sortie de MSQD- $\ell_{p_{gen}}$  dans les cas  $p = 2$  et  $p = 1$



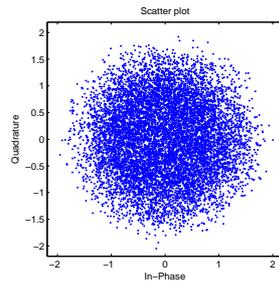
(b) Entrée de l'égaliseur MSQD- $\ell_{2_{gen}}$

(c) Sortie de l'égaliseur MSQD- $\ell_{2_{gen}}$

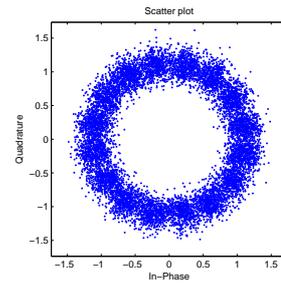
**Figure 4.8** — Résultats obtenus avec la modulation MDP-8 et le canal  $H_{Comp}$  à  $RSB = 20\text{dB}$



(a) IIS en sortie de  $MSQD-lp_{gen}$  dans les cas  $p = 2$  et  $p = 1$

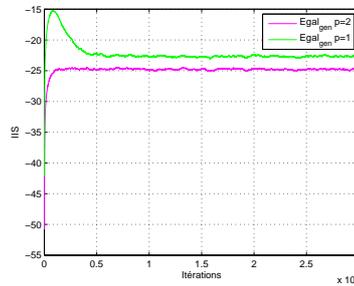


(b) Entrée de l'égaliseur  $MSQD-l2_{gen}$

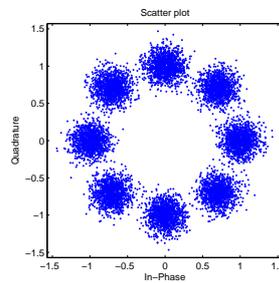


(c) Sortie de l'égaliseur  $MSQD-l2_{gen}$

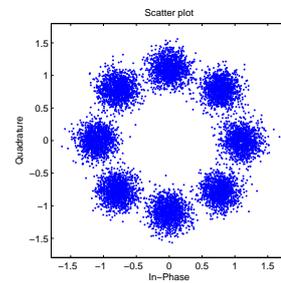
**Figure 4.9** — Résultats obtenus avec la modulation MDP-16 et le canal  $H_{Comp}$  à  $RSB = 20\text{dB}$



(a) IIS en sortie de  $MSQD-lp_{gen}$  dans les cas  $p = 2$  et  $p = 1$

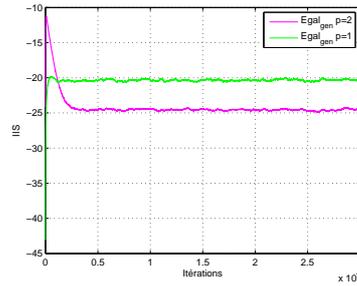


(b) Entrée de l'égaliseur  $MSQD-l2_{gen}$



(c) Sortie de l'égaliseur  $MSQD-l2_{gen}$

**Figure 4.10** — Résultats obtenus avec la modulation MDP-8 et le canal BBGA à  $RSB = 15\text{dB}$



(a) IIS en sortie de MSQD- $\ell_{p_{gen}}$  dans les cas  $p = 2$  et  $p = 1$



(b) Entrée de l'égaliseur MSQD- $\ell_{2_{gen}}$

(c) Sortie de l'égaliseur MSQD- $\ell_{2_{gen}}$

**Figure 4.11** — Résultats obtenus avec la modulation MAQ-16 et le canal BBGA à  $RSB = 15\text{dB}$

On peut se demander pourquoi le choix  $P = 2$  pour l'égaliseur MSQD- $\ell_{p_{gen}}$  s'avère plus performant que le choix  $P = 1$ , alors qu'on a vu au chapitre 2 que pour l'égalisation à modulation connue le choix  $P = 1$  était préférable. On peut expliquer ce phénomène par le fait que pour  $P = 1$  les petits écarts de  $|y_r(n)|$  et  $|y_i(n)|$  au voisinage de 1 sont plus pénalisants que pour  $P = 2$ . La normalisation de puissance réalisée par le critère conduit précisément à des valeurs  $||y_r(n)| - 1| < 1$  et  $||y_i(n)| - 1| < 1$ . Dans ce cadre, le choix  $P = 1$  est un peu trop pénalisant lorsqu'on applique le critère pour une modulation MAQ-M lorsque  $M \neq 4$ . Rappelons que les critères  $J_{MSQD-\ell_{p_{gen}}}(\mathbf{w})$  sont en fait au départ des critères d'égalisation pour les modulations MAQ-4.

Après la réduction de l'IIS par l'égaliseur, il est nécessaire de connaître le type de modulation émise afin de décider quels symboles ont été envoyés et récupérer l'information transmise. Cela peut se faire par l'emploi d'une méthode de classification automatique de modulations (CAM).

Dans la suite, nous donnons un aperçu sur les approches de CAM trouvées dans la littérature et nous présentons les nouvelles méthodes que nous avons proposées.

## 4.3 Techniques de CAM dans la littérature

Les systèmes de communication, que se soit dans le domaine civil ou le domaine militaire, sont de plus en plus intelligents. Ils tentent de réduire au maximum l’envoi d’information inutile voire même essayent de rendre les récepteurs suffisamment ”intelligents” pour deviner les stratégies mises en œuvre à l’émission, comme le choix du type de la modulation émise ou celui de la porteuse. Pour extraire ces informations, les récepteurs doivent intégrer des blocs de traitement supplémentaires. Nous nous intéressons ici au bloc de traitement qui réalise la CAM après l’égalisation du signal reçu par l’égaliseur générique.

La CAM est d’une grande importance dans les communications radio cognitive où le récepteur ne dispose ni de la connaissance du canal de transmission ni de celle de la modulation émise. Elle est très utile aussi dans le contexte de modulations adaptatives, où l’émetteur doit adapter la modulation envoyée aux conditions de transmission. La référence [39] donne un aperçu sur les techniques développées dans le domaine de la CAM. On peut distinguer deux familles de méthodes pour réaliser cette opération. La première s’appuie sur des caractéristiques statistiques particulières du signal reçu et la seconde exploite la densité de probabilité et les fonctions de vraisemblance.

### 4.3.1 Approches de CAM basées sur des statistiques du signal reçu

Les techniques de CAM basées sur les caractéristiques statistiques du signal reçu utilisent ces dernières pour la représentation des données et la prise de décision sur le type de modulation envoyée. Parmi ces caractéristiques, nous citons la variance de l’amplitude de la transformée en ondelettes de Haar (TOH) du signal reçu qui a été considérée comme critère de CAM dans [40] [41] [42]. L’utilité de la TOH est de localiser le changement de fréquences, modules et phases instantanés du signal reçu. Le comportement différent de l’amplitude de la TOH selon la famille à laquelle appartient la modulation transmise permet d’identifier cette famille. En particulier, l’amplitude de la TOH d’une modulation MDP est une constante sauf en un certain nombre de points où elle présente des pics qui correspondent aux instants des sauts de la phase alors que pour les modulations MAQ et MDF, c’est une fonction en escalier qui présente également des pics (pour les sauts de la phase). Cependant, quand un signal MAQ est normalisé ( $\mathbb{E}\{|\mathbf{y}|^2\} = 1$ ), l’amplitude de sa TOH n’est plus variable mais présente plutôt une allure semblable à celle de la MDP. La normalisation des signaux MDP et MDF n’a pas d’effet sur l’amplitude de leur TOH. Il a été démontré dans [40] [41] [42] que la distinction entre les signaux MAQ, MDP et MDF peut être basée sur les variances des amplitudes des TOH des signaux reçus avant et après leur normalisation. Notons que l’utilisation de la variance de la TOH permet de distinguer uniquement entre les différentes familles de

modulation mais elle ne permet pas de déterminer l'ordre de la modulation au sein d'une même famille. De plus, en sortie de l'égaliseur générique, les signaux obtenus tendent à être normalisés ce qui risque de limiter la capacité de discrimination de cette approche par la TOH.

D'autres statistiques qui ont été largement utilisées sont les cumulants du signal reçu. Les cumulants d'ordre 4 ( $C_{42,\mathbf{y}} = \mathbb{E}\{|\mathbf{y}|^4\} - |\mathbb{E}\{\mathbf{y}^2\}|^2 - 2\mathbb{E}^2\{|\mathbf{y}|^2\}$ ), par exemple, ont été considérés pour discriminer les ordres des modulations MDA, MDP et MAQ [43]. Dans [44] [45], une combinaison entre les amplitudes des cumulants cycliques d'ordre 4 et d'ordre 2 a été proposée comme nouvelle technique pour classer les signaux MAQ4 et MDP4. Par la suite, Spooner [46] a employé les cumulants cycliques jusqu'au sixième ordre pour classer les signaux MAQ et MDP et a considéré un ordre maximal de modulation MAQ égal à 64 ( $M = 64$ ). Dans [47], les cumulants cycliques jusqu'au huitième ordre ont été utilisés pour classer des constellations MAQ d'ordre élevé atteignant 256.

L'utilisation des cumulants comme critère de CAM est avantageux puisque ceux-ci sont invariants par rotation de la constellation et ont une complexité calculatoire faible. Cependant, ces méthodes nécessitent une estimation précise de la variance du bruit de transmission pour réduire au mieux la probabilité de fausse classification des modulations. Aussi, dans [48], Thomas et *al.* ont utilisé la phase de la fonction caractéristique (FC) du signal reçu comme métrique alternative pour la CAM. L'intérêt de cette approche est que la phase de la FC contient plus d'information sur la constellation émise que les cumulants. Cela permet d'obtenir une classification plus précise des constellations d'ordre supérieur comme cela a été montré dans [48]. L'idée est basée sur le calcul de la FC de la constellation MAQ reçue, d'ordre inconnu au niveau du récepteur, et sa comparaison aux valeurs idéales des FC des éventuelles constellations MAQ qui peuvent être émises. Cette comparaison est réalisée en un ensemble de points fixés. La distance quadratique moyenne minimale entre la métrique estimée et l'ensemble de valeurs théoriques permet de prendre une décision sur la constellation qui a été émise. Le problème avec cette méthode est qu'elle est sensible au choix des points de calcul de la phase de la FC et à l'intervalle sur lequel ces points sont choisis.

Dans la section suivante, nous présentons des approches, de la littérature, basées sur le maximum de vraisemblance pour réaliser la CAM.

### 4.3.2 Approches basées sur la fonction de vraisemblance du signal reçu

Ces approches sont plus anciennes que celles évoquées précédemment. Avec elles, la CAM est un problème de test d'hypothèses multiples sur toutes les modulations possibles. La modulation sélectionnée  $j$  est celle qui maximise la vraisemblance du signal reçu, obtenue sous l'hypothèse  $H_j$  [49] [50]. Dans la littérature, il existe principalement, trois approches basées

sur la vraisemblance : test du rapport de vraisemblance moyen [51] [52], test du rapport de vraisemblance généralisé [53] [54] et test du rapport de vraisemblance hybride [55]. Dans [51] [52], les quantités inconnues, qui représentent principalement l'alphabet de la constellation émise, sont traitées comme des variables inconnues aléatoires possédant une certaine DDP dans le cadre d'un test du rapport de vraisemblance moyen. tandis que dans [53] [54], les paramètres inconnus sont traités comme des grandeurs déterministes exploitées dans le cadre d'un test GLR (Generalized Likelihood Ratio). Finalement le test du rapport de vraisemblance hybride [55] représente une combinaison des deux approches précédentes.

### Maximum de la vraisemblance sur la DDP de la phase du signal reçu bruité

Dans [56], Qinghua et *al.* ont considéré la DDP de la phase du signal reçu. La constellation décidée est celle qui maximise la vraisemblance de la phase. Afin de réduire la complexité calculatoire de la CAM, la DDP de la phase a été approximée en utilisant les formules de quadrature de Gauss-Hermite ou de Gauss-Legendre pour donner respectivement  $\tilde{p}_H$  et  $\tilde{p}_L$ . Elles sont données par les équations suivantes [56] :

$$\begin{aligned} \tilde{p}_H(\varphi_n|\rho_n, \theta_n) &\approx \frac{e^{-\gamma_n}}{2\pi} + \sqrt{\frac{\gamma_n}{\pi}} \cos(\varphi_n - \theta_n) e^{-\gamma_n \sin^2(\varphi_n - \theta_n)} \frac{1}{2} [1 - \text{sign}(|\varphi_n - \theta_n| - \frac{1}{2})] \\ &- \frac{e^{-\gamma_n}}{\pi} \sqrt{\gamma_n} |\cos(\varphi_n - \theta_n)| \sum_{l=1}^{L_h} w_{h_l} e^{-2x_{h_l} \gamma_n |\cos^2(\varphi_n - \theta_n)|}, \\ &| \varphi_n - \theta_n | < \pi ; n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} \tilde{p}_L(\varphi_n|\rho_n, \theta_n) &\approx \frac{e^{-\gamma_n}}{2\pi} + \sqrt{\frac{\gamma_n}{\pi}} \cos(\varphi_n - \theta_n) e^{-\gamma_n \sin^2(\varphi_n - \theta_n)} \times \\ &\frac{1}{2} [1 + \sqrt{\frac{\gamma_n}{\pi}} \cos(\varphi_n - \theta_n) \sum_{l=1}^{L_l} w_{l_l} e^{-\frac{1}{4}(x_{l_l} + 1)^2 \gamma_n} \cos^2(\varphi_n - \theta_n)], \\ &| \varphi_n - \theta_n | < \pi ; n = 1, 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (4.9)$$

où  $\varphi_n$  est la phase du signal reçu,  $s_n = \rho_n e^{j\theta_n}$  est un point d'une constellation donnée et  $\gamma_n = \gamma \rho_n^2$  avec  $\gamma$  le RSB du signal reçu.  $L_l$  est le nombre de points utilisés pour la quadrature de Gauss-Legendre,  $\{w_{l_l}\}_{l=1}^{L_l}$  et  $\{x_{l_l}\}_{l=1}^{L_l}$  sont les poids et les abscisses associés.  $L_h$  est le nombre de points utilisés pour la quadrature de Gauss-Hermite et  $\{w_{h_l}\}_{l=1}^{L_h}$  et  $\{x_{h_l}\}_{l=1}^{L_h}$  sont les poids et les abscisses associés.

Une fois la DDP de la phase du signal reçu ainsi approchée par quadrature de Gauss-Legendre ou de Gauss-Hermite, la fonction de vraisemblance est calculée sous chaque hy-

pothèse par :

$$f(\varphi_n|H_j) = \frac{1}{M_j} \sum_{\rho_n e^{j\theta_n} \in C_j} \tilde{p}_{L,H}(\varphi_n|\rho_n, \theta_n), n = 1, 2, 3, \dots; 1 \leq j \leq K \quad (4.10)$$

où  $C_j$  représente la constellation  $j$  et  $K$  représente le nombre total de constellations que l'émetteur peut communiquer (nombre d'hypothèses). Ainsi, le logarithme de la fonction de vraisemblance d'une séquence de  $N$  symboles prend la forme :

$$\tau_j = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \ln f(\varphi_n|H_j) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \tau_{j,n}. \quad (4.11)$$

où  $\tau_{j,n} = \ln f(\varphi_n|H_j)$ .

Par la suite, une décision sur la modulation émise est prise au sens du MV comme suit :

$$\hat{j} = \arg \max_{1 \leq j \leq K} \tau_j. \quad (4.12)$$

Bien que cette méthode ne se base que sur la phase du signal reçu pour faire la CAM, il a été démontré dans [56] qu'elle pouvait être utilisée pour classer les modulations de phase ainsi que les modulations en amplitude, par opposition aux méthodes qui se basent uniquement sur l'amplitude du signal reçu et qui ne réussissent pas à distinguer les constellations MDP-M entre elles.

### Maximum de vraisemblance sur la DDP du signal reçu bruité : MV

Dans [50], Wein a appliqué la méthode du maximum de vraisemblance sur la DDP des données reçues pour classer les modulations MAQ. Avec cette approche, la classification est plus robuste que celle proposée dans [56] et qui est basée sur la DDP de la phase. Ce résultat s'explique par une prise en compte plus complète de la loi des données. Selon la théorie de décision de Bayes, si tous les types de modulation sont identiquement vraisemblables, ce qui est généralement le cas, alors le classifieur optimal au sens du maximum de vraisemblance est celui qui maximise  $p(r_n|H_j)$  où  $r_n$  est le signal reçu à travers un canal gaussien,  $H_j$  est l'hypothèse de recevoir le type de modulation  $j = 1, 2, \dots, K$  et  $K$  est le nombre d'hypothèses prises en compte. La DDP de  $r_n$  est supposée être un mélange gaussien dont les moyennes sont situées aux points de la constellation et la variance de chaque composante est prise égale à celle du bruit de transmission :

$$p(r_n|H_j) = \frac{1}{M_j} \sum_{l=1}^{M_j} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_b} e^{-\frac{|r_n - s_l|^2}{2\sigma_b^2}}. \quad (4.13)$$

Ainsi, la décision est prise au sens du MV comme suit :

$$\hat{j} = \arg \max_{1 \leq j \leq K} \sum_{n=1}^N \ln p(r_n | H_j). \quad (4.14)$$

Dans la plupart des travaux cités précédemment, il est supposé que la transmission est établie à travers un canal BBGA [39] [56] [50]. Cependant, dans le monde réel, les signaux se propagent à travers un canal multi-trajets ce qui introduit de l'IIS et rend la CAM difficile à réaliser. Ainsi, avant de procéder à la CAM, il faut d'abord étudier comment traiter l'effet du canal. Dans ce cadre, une méthode a été proposée dans [57] où le canal de transmission est estimé de façon aveugle par des statistiques d'ordre supérieur. Une fois le canal estimé, les cumulants du signal transmis sont calculés en fonction de ceux du signal reçu afin de les comparer avec les cumulants théoriques et pouvoir ainsi effectuer la CAM.

Au lieu d'estimer le canal, Qinghua Shi a proposé dans [38], de l'égaliser de façon aveugle. Il a utilisé le CMA comme égaliseur générique (1.34), avec un rayon de dispersion identique  $R_2 = 1$  pour toute constellation MAQ émise (puisqu'on suppose que le récepteur n'a pas une information à priori sur la modulation émise). Puis, il a utilisé le module de la fonction caractéristique du signal égalisé pour effectuer la CAM :

$$|\Phi_y(f_1, f_2)| \triangleq |\mathbb{E}\{e^{f_1 \text{Re}[y(n)] + f_2 \text{Im}[y(n)]}\}|. \quad (4.15)$$

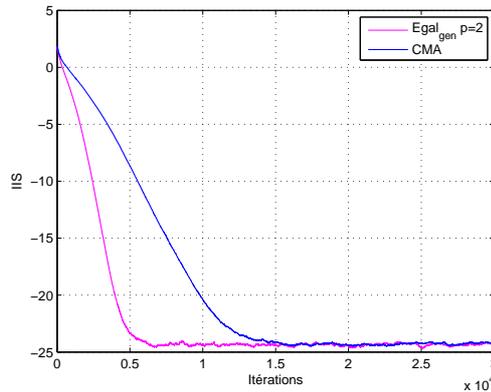
La décision est prise en minimisant la distance de Bhattacharyya entre le module de la FC de la constellation bruitée et de celle du signal égalisé :

$$\hat{j} = \arg \min_{1 \leq j \leq K} D_j \quad (4.16)$$

où

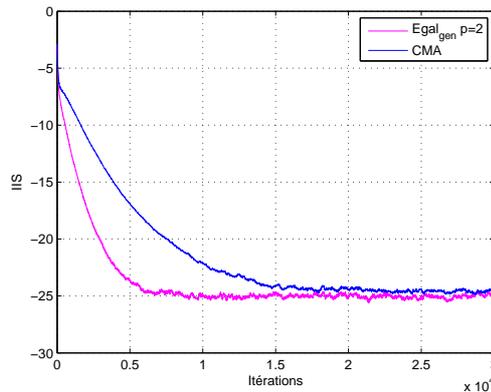
$$D_j = -\ln \left( \sum_{f_1=0}^{f_{max}} \sum_{f_2=1}^{f_{max}} \sqrt{|\Phi_y(f_1, f_2)| \times |\Phi_{s_{j_b}}(f_1, f_2)|} \right) \quad (4.17)$$

et  $\Phi_{s_{j_b}}(f_1, f_2)$  représente la FC de la constellation  $j$ , bruitée qui est supposée émise. Bien que cette approche permette de réaliser la CAM tout en égalisant le canal de transmission, elle souffre des limites de l'égaliseur CMA discutées dans le chapitre 1 et du fait que la qualité de la mesure d'écart  $D_j$  est sensible au choix des fréquences prises en compte dans le calcul des variables de décision  $D_j$ . La figure 4.12 montre les performances du CMA générique et celle du MSQD- $\ell 2_{gen}$ . Le pas du CMA est égal à  $\mu_{CMA} = \frac{\mu^{cst}}{P_x}$  où  $P_x$  est la puissance à l'entrée de l'égaliseur et  $\mu^{cst} = 10^{-3}$ , fixé de façon à faire converger le CMA vers l'IIS résiduelle du MSQD- $\ell 2_{gen}$  pour une modulation MAQ-16 transmise à travers le canal  $H_r$  à RSB= 15dB. La figure 4.12 montre que le MSQD- $\ell 2_{gen}$  converge plus rapidement que le CMA générique.



**Figure 4.12** — IIS du CMA générique et du MSQD- $\ell_{2_{gen}}$  pour une modulation MAQ-16 et  $H_r$  à RSB= 15dB.

Si on change le canal de transmission en gardant les mêmes paramètres des égaliseurs, nous obtenons la figure 4.13 pour une modulation MAQ-16, le canal  $H_{Comp}$  à RSB= 20dB. Elle montre également que le MSQD- $\ell_{2_{gen}}$  nécessite moins de symboles pour converger vers un niveau de IIS légèrement plus bas que celui du CMA.

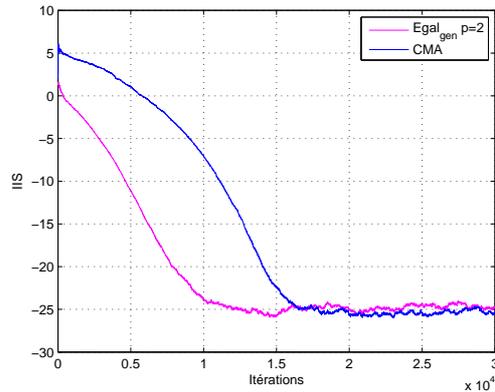


**Figure 4.13** — IIS du CMA générique et du MSQD- $\ell_{2_{gen}}$  pour une modulation MAQ-16 et  $H_{Comp}$  à RSB= 20dB.

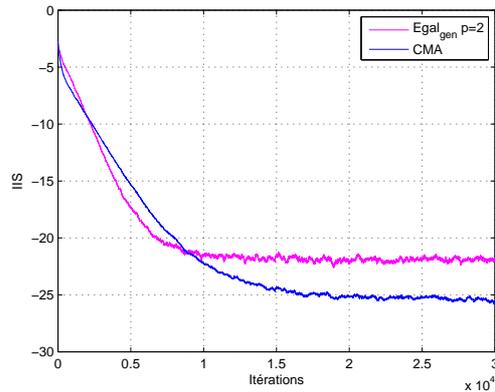
Si, on change la modulation, nous obtenons la figure 4.14 pour une modulation MAQ-32 et le canal  $H_r$  à RSB= 25dB. Cette figure montre aussi que le MSQD- $\ell_{2_{gen}}$  est plus performant que le CMA en termes de vitesse de convergence.

Pour une modulation MDP-8 transmise à travers le canal  $H_{Comp}$  à RSB= 15dB, nous obtenons la figure 4.15. Elle montre que le CMA est plus performant que le MSQD- $\ell_{2_{gen}}$  en terme d'IIS mais converge moins rapidement. Cela est prévisible puisque le CMA est plus adapté aux modulations à amplitude constante.

Dans ce chapitre, nous proposons d'utiliser le nouvel égaliseur générique, MSQD- $\ell_{2_{gen}}$ , qui a été introduit dans 4.2 et nous nous concentrons sur le cas  $p = 2$  puisque dans ce cas, l'IIS est mieux réduite. Une fois le signal égalisé, nous pouvons appliquer n'importe quelle méthode de



**Figure 4.14** — IIS du CMA générique et du  $\text{MSQD-}\ell_{2_{gen}}$  pour une modulation MAQ-32 et  $H_r$  à  $\text{RSB}= 25\text{dB}$ .



**Figure 4.15** — IIS du CMA générique et du  $\text{MSQD-}\ell_{2_{gen}}$  pour une modulation MDP-8 et  $H_{Comp}$  à  $\text{RSB}= 15\text{dB}$ .

CAM, citée précédemment, pour déterminer la modulation du signal émis. Dans nos travaux, nous nous sommes intéressés particulièrement à l'approche du MV pour la classification des modulations MAQ [50] (voir 4.3.2) dont les performances vont être comparées à celles des méthodes que nous avons proposées et que nous allons présenter dans la section suivante. Par contre, nous nous sommes référés à la méthode proposée dans [56] (voir 4.3.2) pour la classification des modulations MDP.

## 4.4 Nouvelles Techniques de CAM pour les modulations MAQ [8]

### 4.4.1 Maximum de vraisemblance sur la DDP des parties réelle et imaginaire du signal égalisé : MVReIm

Nous considérons un groupe  $G$  de  $K$  modulations possibles à identifier :

$$G = \{C_1, C_2, \dots, C_K\} \text{ où } C_j = \{s_{j1}, s_{j2}, \dots, s_{jM_j}\}_{j=1,2,\dots,K}$$

$M_j$  est la taille de la constellation  $C_j$ .

La classification des modulations au sens du maximum de vraisemblance est un problème de test d'hypothèses comme le montre la figure 4.16.

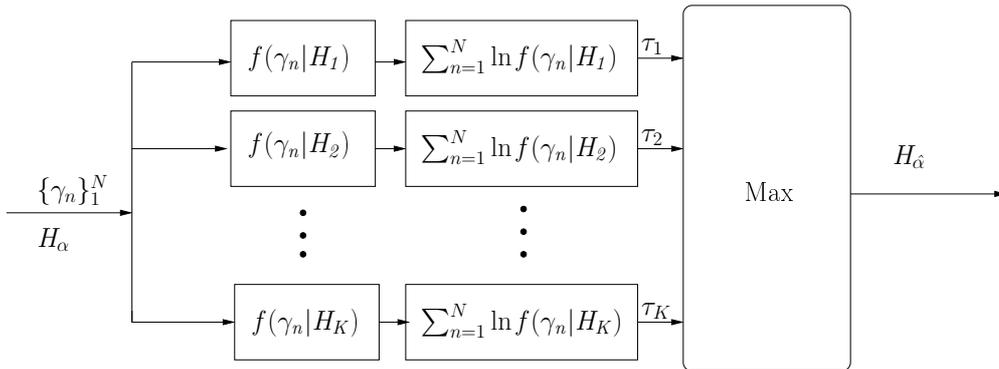


Figure 4.16 — Architecture d'un classifieur au sens du maximum de vraisemblance.

Avec cette approche, nous considérons le vecteur  $\gamma$  tel que

$$\gamma = [\Re\{\mathbf{y}_1\}, \dots, \Re\{\mathbf{y}_N\}, \Im\{\mathbf{y}_1\}, \dots, \Im\{\mathbf{y}_N\}]. \quad (4.18)$$

Sous l'hypothèse  $H_j$ , nous supposons que la DDP de  $\mathbf{y}$  est un mélange de gaussiennes de dimension 1 de moyennes centrées sur les points,  $\alpha_j s_{R_{jk}}$ , de la constellation réduite obtenue en sortie de l'égaliseur MSQD- $\ell_{p_{gen}}$ .  $\alpha_j$  représente le facteur de contraction de la constellation introduit par l'égalisation générique. La DDP des données de  $\gamma$  est donc un mélange de lois gaussiennes de dimension 1 que nous notons  $f(\gamma_n | H_j)$  ( $1 \leq n \leq 2N$ ) telle que :

$$f(\gamma_n | H_j) = \sum_{i=1}^{I_j} p_i \frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\gamma_n - \alpha_j s_{R_{ji}})^2}{2\sigma_j^2}} \quad (4.19)$$

où  $I_j$  est le nombre des différentes parties réelles des symboles de la constellation  $C_j$ , les  $s_{R_{ji}}$  sont leurs valeurs et les  $p_i$  sont leurs probabilités :  $\sum_{i=1}^{I_j} p_i = 1$ . Notons que pour les

modulations non carrées comme la MAQ-32, les poids  $p_i$  ne sont pas uniformes. Dans la somme de l'expression (4.19), il est suffisant de se limiter aux parties réelles des modes gaussiens, les  $\gamma_n$  représentant les parties imaginaires  $\Im\{\mathbf{y}_n\}$  étant distribués de façon identique du fait de la symétrie des constellations MAQ. L'écart type  $\sigma_j$  mesure la dispersion autour les points de la constellation sous chaque hypothèse et il est estimé selon (4.20) :

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{2N} \sum_{n=1}^{2N} |\gamma_n - d_j(n)|^2 \quad (4.20)$$

où  $d_j(n)$  est la valeur de la partie réelle, du symbole de  $C_j$ , la plus proche de  $\gamma_n$ . Notons que l'on travaille ici dans les zones de RSB cohérentes avec le fonctionnement des modulations envisagées. En d'autres termes, l'erreur introduite dans (4.20) par les erreurs de décisions reste relativement modeste.

Le facteur  $\alpha_j$  est estimé en fonction de la moyenne absolue estimée,  $m_{\text{est}} = \mathbb{E}\{|\gamma|\}$  et de l'abscisse absolue moyenne de la constellation  $C_j$  :

$$\hat{\alpha}_j = \frac{(2N)^{-1} \sum_{n=1}^{2N} |\gamma_n|}{\sum_{k=1}^{M_j} p_k |\Re\{s_{jk}\}|} \quad (4.21)$$

où  $p_k$  est le poids du mode  $s_{jk}$ . Nous sommes alors en mesure de calculer le logarithme de la fonction de vraisemblance pour une séquence de  $N$  symboles consécutifs :

$$\begin{aligned} \tau_j &= \ln \prod_{n=1}^{2N} f(\gamma_n | H_j) \\ &= \sum_{n=1}^{2N} \ln f(\gamma_n | H_j). \end{aligned} \quad (4.22)$$

L'hypothèse qui est retenue est celle qui maximise  $\tau_j$  :

$$\hat{j} = \arg \max_{1 \leq j \leq K} \tau_j. \quad (4.23)$$

Afin d'augmenter le nombre de données par mode, nous proposons dans ce qui suit une autre approche qui traite le MV sur la DDP des valeurs absolues des parties réelles et imaginaires du signal égalisé, ce qui permet de prendre en compte la symétrie des la constellation par rapport à l'origine pour la partie réelle et la partie imaginaire.

#### 4.4.2 Maximum de vraisemblance sur la DDP des valeurs absolues des parties réelle et imaginaire du signal égalisé : MVAbsReIm

Dans cette section, nous utilisons la DDP des valeurs absolues des parties réelle et imaginaire du signal en sortie de l'égaliseur :

$$\boldsymbol{\chi} = |\boldsymbol{\gamma}| = [|\Re\{\mathbf{y}_1\}|, \dots, |\Re\{\mathbf{y}_N\}|, |\Im\{\mathbf{y}_1\}|, \dots, |\Im\{\mathbf{y}_N\}|] \quad (4.24)$$

Sous l'hypothèse  $H_j$ , la DDP de  $\boldsymbol{\gamma}$  est sensiblement un mélange de gaussiennes donné par l'équation (4.19). La DDP de  $\boldsymbol{\chi}$  est donc un mélange de lois normales repliées que nous notons  $f(\boldsymbol{\chi}_n|H_j)$ , ( $1 \leq n \leq 2N$ ) :

$$f(\boldsymbol{\chi}_n|H_j) = \sum_{i=1}^{I_j} p_i \left( \frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\boldsymbol{\chi}_n + \alpha_j |s_{R_{ji}}|)^2}{2\sigma_j^2}} + \frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\boldsymbol{\chi}_n - \alpha_j |s_{R_{ji}}|)^2}{2\sigma_j^2}} \right), 1_{\{\boldsymbol{\chi}_n \geq 0\}} \quad (4.25)$$

L'écart type  $\sigma_j$  est ici calculé par :

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{2N} \sum_{n=1}^{2N} |\boldsymbol{\chi}_n - d_j(n)|^2 \quad (4.26)$$

où  $d_j(n)$  est la valeur absolue de la partie réelle du symbole de  $C_j$  la plus proche de  $\boldsymbol{\chi}_n$ . Le facteur d'échelle  $\alpha_j$  est calculé par (4.21) comme précédemment. Enfin le logarithme de la fonction de vraisemblance pour une séquence de  $N$  symboles consécutifs est donné par (4.27) :

$$\tau_j = \ln \prod_{n=1}^{2N} f(\boldsymbol{\chi}_n|H_j) = \sum_{n=1}^{2N} \ln f(\boldsymbol{\chi}_n|H_j). \quad (4.27)$$

L'hypothèse qui est retenue est celle qui maximise  $\tau_j$  :

$$\hat{j} = \arg \max_{1 \leq j \leq K} \tau_j. \quad (4.28)$$

#### 4.4.3 Utilisation de la distance de Bhattacharyya ou la distance quadratique entre DDPs : DB, DQ

Avec cette méthode, nous raisonnons sur le même vecteur  $\boldsymbol{\gamma}$  que dans la section 4.4.1 (4.18). Le facteur d'échelle  $\alpha_j$  et l'écart type  $\sigma_j$  sont estimés, sous chaque hypothèse  $H_j$ , par (4.21) et (4.20) respectivement. La DDP de  $\boldsymbol{\gamma}$  est estimée par un estimateur à noyau gaussien :

$$\hat{f}_{\boldsymbol{\gamma}}(x|H_j) = \frac{1}{2N h_j} \sum_{k=1}^{2N} K\left(\frac{x - \boldsymbol{\gamma}(k)}{h_j}\right) \quad (4.29)$$

où  $h_j$  est la fenêtre du noyau choisie telle que  $h_j = 1.06\sigma(2N)^{-\frac{1}{5}}$  [27]. La DDP théorique est calculée en supposant qu'idéalement, quand nous réduisons l'IIS par l'égaliseur générique, nous obtenons la distribution d'un mélange gaussien de la constellation émise bruitée. La DDP théorique est alors donnée par :

$$f_\gamma(x|H_j) = \sum_{k=1}^{M_j} \frac{1}{M_j} K_{\hat{\sigma}_j}(x - \alpha_j \Re\{s_{jk}\}) \quad (4.30)$$

La décision sur la modulation émise est prise en se basant sur la distance de Bhattacharyya ou la DQ entre  $\hat{f}_\gamma(x|H_j)$  et  $f_\gamma(x|H_j)$  tel que

$$\hat{j}_{DB} = \arg \min_{1 \leq j \leq K} D_B(\hat{f}_\gamma(x|H_j), f_\gamma(x|H_j)) \quad (4.31)$$

$$\hat{j}_{DQ} = \arg \min_{1 \leq j \leq K} D_Q(\hat{f}_\gamma(x|H_j), f_\gamma(x|H_j)) \quad (4.32)$$

où

$$D_B(p, q) = -\ln\left(\sum_{x \in X} \sqrt{p(x)q(x)}\right) \quad (4.33)$$

et

$$D_Q(p, q) = \sum_{x \in X} (p(x) - q(x))^2. \quad (4.34)$$

La figure 4.17 illustre cette approche de façon schématique. Il est à noter que nous avons choisi la distance de Bhattacharyya comme métrique de CAM parce qu'elle est largement utilisée pour mesurer la similarité entre DDPs [58]. On verra plus loin que la distance quadratique permet d'avoir des performances de classification meilleures que la distance de Bhattacharyya.

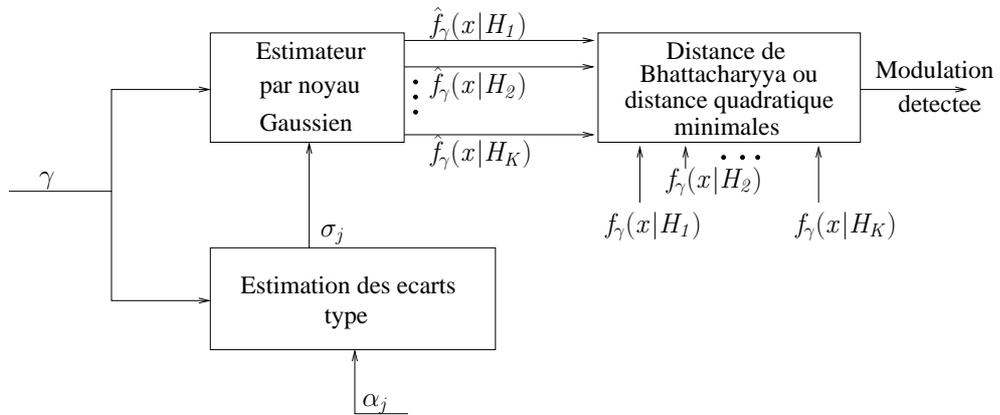


Figure 4.17 — Approche de CAM basée sur les distances de Bhattacharyya ou quadratique entre DDP.

#### 4.4.4 Utilisation d'un dictionnaire de DDPs : SP

Avec cette approche, nous définissons un dictionnaire  $\mathbf{A}$  de DDP théoriques de toutes les constellations potentiellement émises :  $f_\gamma(x|H_j)$ . Ces DDP sont calculées selon (4.30). Le dictionnaire  $\mathbf{A}$  est une matrice telle que chaque colonne  $j$  contient la DDP  $f_\gamma(x|H_j)$  échantillonnée. L'idée de cette approche consiste à minimiser le critère pénalisé suivant :

$$\hat{\mathbf{v}} = \arg \min_{\mathbf{v}} (\|\hat{f}_\gamma(x) - \mathbf{A}\mathbf{v}\|_2^2 + \lambda\|\mathbf{v}\|_1) \quad (4.35)$$

où  $\hat{f}_\gamma(x)$  représente la DDP des données estimée par un estimateur à noyau gaussien. Avec cette méthode, la fenêtre du noyau est calculée en fonction de la variance du bruit qui est supposée connue ( $h_j = 1.06\sigma_b(2N)^{-\frac{1}{5}}$ ). Le minimum  $\hat{\mathbf{v}}$  dans (4.35) devrait être parcimonieux en raison du terme de pénalité  $\ell_1$ . Idéalement, nous obtenons un vecteur  $\hat{\mathbf{v}}$  qui possède un seul élément à 1 et tous les autres à 0. L'indice  $j$  auquel se trouve la valeur 1 dans  $\hat{\mathbf{v}}$  indique l'hypothèse  $H_j$  qu'il faudrait retenir pour la modulation émise.

#### 4.4.5 Utilisation d'un modèle de mélange gaussien

Puisque la constellation émise est caractérisée par ses modes  $M_j$ , nous avons cherché à identifier directement un modèle de mélange gaussien pour la constellation des données en sortie d'égaliseur.

Nous supposons, comme nous l'avons évoqué précédemment, que le signal égalisé est un mélange comportant un nombre fini de gaussiennes centrées sur les points de la constellation et de variances identiques. Dans cette approche, nous nous limitons au quadrant supérieur droit d'une constellation MAQ qui représentent les valeurs absolues des parties réelles et imaginaires en sortie d'égaliseur. Nous raisonnons ainsi sur le vecteur de données suivant :

$$\mathbf{V} = \{(|\Re\{\mathbf{y}(i)\}|, |\Im\{\mathbf{y}(i)\}|)\} \quad (4.36)$$

Sous l'hypothèse  $H_j$ , la DDP des données égalisées est un mélange de  $G_j$  gaussiennes bi-dimensionnelles où  $G_j$  est le nombre de modes dont les parties réelles et imaginaires sont positives dans la constellation MAQ- $M_j$  et qui est égal à  $\frac{M_j}{4}$  ( $G_j = \frac{M_j}{4}$ ). Ainsi, la DDP de  $\mathbf{V}$  est donnée par :

$$f_{\mathbf{V}}(x|\Phi_j) = \sum_{k=1}^{G_j} p_k f_k(x; \theta_k) \quad (4.37)$$

où  $\Phi_j = (p_1, \dots, p_{G_j}, \theta_1, \dots, \theta_{G_j})$ ,  $\{0 < p_k < 1\}_{1 < k < G_j}$  représentent les poids des gaussiennes dans le mélange, avec  $\sum_{k=1}^{G_j} p_k = 1$  et  $\theta_k = (\mu_k, \Sigma_k)_{1 < k < G_j}$  sont les paramètres des gaussiennes  $f_k$ , avec  $\mu_k$  la moyenne de  $f_k$  et  $\Sigma_k$  sa matrice de covariance. Il est à noter ici que nous avons choisi de travailler uniquement avec les symboles du quadrant supérieur droit des constellations

MAQ-M pour réduire le nombre de modes dans les modèles de mélanges gaussiens et réduire par la suite la complexité de l'implémentation de l'algorithme, en notant qu'une constellation MAQ-M peut être classée par le nombre de ses symboles dont les parties réelles et imaginaires sont positives.

L'objectif avec cette approche est de déterminer le nombre  $G_j$  de gaussiennes dans  $\mathbf{V}$  afin d'en déduire la modulation qui a été transmise. Mais avant tout, il faut estimer les paramètres du mélange sous chaque hypothèse  $H_j$ . Nous utilisons pour ce faire, l'algorithme *Expectation Maximization* (EM) [59] qui permet d'estimer les poids, les moyennes et les matrices de covariance au sens du maximum de vraisemblance. L'algorithme EM [59] consiste à itérer deux étapes, à partir de valeurs initiales des paramètres à estimer, jusqu'à la convergence qui est atteinte lorsque la vraisemblance des données sous le modèle considéré est maximale. Dans notre cas, nous initialisons les moyennes par celles de la constellation MAQ-M<sub>j</sub>, normalisée, sous chaque hypothèse  $H_j$  et nous considérons leurs poids dans la modulation. La matrice de covariance  $\Sigma_k$  quand à elle est supposée être diagonale, vu que les symboles sont supposés affectés par un bruit gaussien circulaire en sortie d'égaliseur. Nous supposons aussi que  $\Sigma_k$  est identique pour toutes les gaussiennes du mélange.

On note  $t_{ik}$  la variable qui vaut 1 si l'élément  $\mathbf{V}(i)$  appartient à la composante  $G_k$  du mélange et 0 sinon. On définit  $\gamma(t_{ik})$  par

$$\gamma(t_{ik}) = \mathbb{E}\{t_{ik} | \mathbf{V}, \Phi_j^C\} \quad (4.38)$$

où  $\Phi_j^C$  désigne les paramètres courants du mélange. Les étapes de l'algorithme EM sont rappelés ci-dessous [59] :

**Étape E** *Expectation* : estimation des  $\gamma(t_{ik})$  en utilisant les paramètres courants  $\Phi_j^C$  :

$$\gamma(t_{ik}) = \frac{p_k^C f_k(\mathbf{V}(i); \theta_k^C)}{\sum_{j=1}^{G_j} p_k^C f_j(\mathbf{V}(i); \theta_j^C)} \quad (4.39)$$

**Étape M** *Maximization* : Ré-estimation des paramètres en utilisant les  $\gamma(t_{ik})$

$$\mu_k = \frac{\sum_{i=1}^{L_V} \gamma(t_{ik}) \mathbf{V}(i)}{\sum_{i=1}^{L_V} \gamma(t_{ik})} \quad (4.40)$$

$$\Sigma_k = \frac{\sum_{i=1}^{L_V} \gamma(t_{ik}) (\mathbf{V}(i) - \mu_k)(\mathbf{V}(i) - \mu_k)^T}{\sum_{i=1}^{L_V} \gamma(t_{ik})} \quad (4.41)$$

$$p_k = \frac{\sum_{i=1}^{L_V} \gamma(t_{ik})}{L_V} \quad (4.42)$$

Une fois les paramètres du mélange estimés sous chaque hypothèse  $H_j$ , le problème devient un problème de sélection d'un modèle parmi  $K$  modèles possibles par la minimisation d'un certain critère pénalisé. En effet, le maximum de la vraisemblance augmentant avec la taille

du modèle, on doit corriger cet effet par une pénalisation appropriée de celle-ci. Les premiers critères apparaissant dans la littérature sont l'Akaike Information Criterion (AIC) [60], le Bayesian Information Criterion (BIC) [61] et le Minimum Description Length (MDL) [62]. Parmi ces critères, nous nous intéressons particulièrement aux critères AIC et BIC qui ont été largement utilisés et étudiés dans la littérature [63] [64] [65] [66].

### Critère AIC [60]

Si nous notons  $f_{\mathbf{V}}(x)$  la DDP cherchée et que nous souhaitons retrouver en appliquant le critère AIC, l'objectif de ce dernier est de choisir le modèle  $G$  correspondant au nombre de modes de l'hypothèse vraie et qui minimise le critère  $G_{AIC}$  suivant :

$$G_{AIC} = \arg \min_{G_j} -2\log(f_{\mathbf{V}}(x|H_j)) + 2P_j \quad (4.43)$$

où  $P_j$  représente le nombre de paramètres libres du modèle à  $G_j$  composantes.

Le critère AIC a été conçu de telle sorte qu'asymptotiquement le modèle sélectionné présente la divergence de Kullback-Leibler (KL) la plus petite pour le vrai modèle [67]. Une brève étude des propriétés de ce critère [66] montre que le AIC n'est pas consistant dans le sens où il peut sur-estimer le nombre de modes dans le mélange. Toutefois, il est efficace dans le sens où il permet de sélectionner le modèle qui offre le meilleur compromis biais-variance [66]. Le biais mesure la distance de  $f_{\mathbf{V}}(x)$  au modèle  $G_j$  et la variance mesure la difficulté à estimer  $f_{\mathbf{V}}(x|H_j)$ .

$$variance = \mathbb{E}\left\{\int_{\Omega} \log\left(\frac{g_{M_j}(x, \bar{\theta}_j)}{g_{M_j}(x, \hat{\theta}_j)}\right) f(x) dx\right\} \quad (4.44)$$

$$biais = d_{KL}(f_{\mathbf{V}}, g_{M_j}) \quad (4.45)$$

où  $g_{M_j}$  est la DDP du modèle  $G_j$  et

$$\bar{\theta}_j = \arg \min_{\theta_j} d_{KL}(f_{\mathbf{V}}, g_{M_j}) \quad (4.46)$$

$$\hat{\theta}_j = \arg \max_{\theta_j} \frac{1}{L_{\mathbf{V}}} g_{M_j} \quad (4.47)$$

### Critère BIC [61]

Avec le critère BIC, nous cherchons à trouver le modèle  $G_j$  le plus vraisemblable au vu des données, en maximisant la probabilité à postériori  $p(G_j|\mathbf{V})$  :

$$G_{BIC} = \arg \max_{G_j} p(G_j|\mathbf{V}) \quad (4.48)$$

Dans [66], après avoir approximé  $p(G_j|\mathbf{V})$ , les auteurs ont montré que  $G_{BIC}$  est obtenu en minimisant  $BIC_j$  tel que

$$\begin{aligned} G_{BIC} &= \arg \min_{G_j} BIC_j \\ &= \arg \min_{G_j} (-2\log(f_{\mathbf{V}}(x|H_j)) + P_j \log(L_V)) \end{aligned} \quad (4.49)$$

où  $P_j$  représente le nombre de paramètres dans le mélange à  $G_j$  composantes et  $L_V$  est la taille du vecteur de données  $\mathbf{V}$ . Il a été démontré dans [66] que le critère BIC est consistant dans le sens où il converge toujours vers le vrai modèle lorsque  $L_V$  tend vers l'infini. Cette consistance résulte de l'intégration du paramètre  $L_V$  dans le critère BIC.

### Remarque

Dans les simulations, ces approches n'ont pas donné de bons résultats. En effet, la probabilité de classification correcte ne dépasse pas 50% pour des valeurs de RSB où les autres approches atteignent pratiquement 100% de décisions correctes. Le critère BIC a tendance à sous estimer le nombre de modes dans le modèle gaussien alors que le critère AIC a tendance à les sur estimer. La sélection du vrai modèle pour ces deux critères dépend à la fois de la taille des données et de sa complexité [66]. L'étude d'autres critères de sélection de modèles est envisageable pour ce type d'approche comme par exemple des critères qui représentent des extensions du critère AIC [67].

## 4.5 Nouvelles Techniques de CAM pour les modulations MDP

Pour les modulations MDP, notre approche est basée sur la DDP de la phase  $\theta_{\mathbf{y}_n}$  du signal  $\mathbf{y}_n$  égalisé par le MSQD- $\ell_{2gen}$ . Nous supposons qu'après la réduction de l'IIS par l'égaliseur générique, la DDP de  $\theta_{\mathbf{y}_n}$  est un mélange de gaussiennes centrées sur les phases des points d'une constellation MDP- $M_j$  sous l'hypothèse  $H_j$ .

### 4.5.1 Approche basée sur le MV de la DDP de la phase du signal égalisé : MV-Ph

Pour respecter l'hypothèse d'une distribution d'un mélange gaussien des phases du signal égalisé, on a fixé la constellation sur les points  $\frac{\pi}{M} + \frac{2k\pi}{M}$ . Il suffit pour cela d'ajuster la phase de la constellation en sortie de l'égaliseur. Nous considérons par la suite le vecteur de phases

$\theta_{\mathbf{y}}$  du signal égalisé  $\mathbf{y}$  tel que :

$$\theta_{\mathbf{y}} = \{\arg(y_r + i|y_i|)\} \quad (4.50)$$

La restriction au demi plan supérieur permet d'exploiter la symétrie des modulations MDP. En raisonnant sur le demi cercle supérieur de la constellation, on augmente le nombre de points par mode dans le mélange gaussien. Cela permet d'améliorer l'estimation de la DDP de  $\theta_{\mathbf{y}}$ .

La DDP de  $\theta_{\mathbf{y}_n}$  sous chaque hypothèse  $H_j$  est donnée par l'équation (4.51) :

$$f(\theta_{\mathbf{y}_n}|H_j)_{1 \leq n \leq N} = \sum_{k=1}^{\frac{M_j}{2}} \frac{2}{M_j} \frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\theta_{\mathbf{y}_n} - \arg(\alpha_j s_{jk}))^2}{2\sigma_j^2}} ; 0 \leq \theta_{\mathbf{y}_n} \leq \pi \quad (4.51)$$

où  $s_{jk}$  est un symbole appartenant au demi cercle supérieur de la constellation MDP- $M_j$ , décalée de  $\frac{\pi}{M}$ .  $\alpha_j$  est un facteur d'échelle introduit pour tenir compte de l'effet de l'égaliseur générique qui augmente la taille des modulations MDP. Il est calculé en fonction de la puissance du signal égalisé  $\mathbf{y}$  comme suit :

$$\hat{\alpha}_j = \frac{1}{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |y(n)|^2} \quad (4.52)$$

L'écart type  $\sigma_j$  mesure la dispersion autour des phases dans le demi cercle supérieur de la modulation MDP- $M_j$ . Il est estimé selon (4.53) :

$$\hat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |\theta_{\mathbf{y}_n} - d_j(n)|^2 \quad (4.53)$$

où  $d_j(n)$  est l'argument du symbole de la modulation MDP- $M_j$  qui a la valeur la plus proche de  $\theta_{\mathbf{y}_n}$ . Nous calculons ensuite le logarithme de la fonction de vraisemblance d'une trame de phases de  $N$  symboles consécutifs :

$$\begin{aligned} \tau_j &= \ln \prod_{n=1}^N f(\theta_{\mathbf{y}_n}|H_j) \\ &= \sum_{n=1}^N \ln f(\theta_{\mathbf{y}_n}|H_j) \end{aligned} \quad (4.54)$$

L'hypothèse retenue est celle qui maximise  $\tau_j$  :

$$\hat{j} = \arg \max_{1 \leq j \leq K} \tau_j \quad (4.55)$$

## 4.5.2 Approche basée sur la distance de Bhattacharyya ou la distance quadratique entre DDPs : DB-Ph, DQ-Ph

Pour cette approche, nous considérons toujours le vecteur  $\theta_{\mathbf{y}}$  donné par (4.50). Étant sensiblement un mélange de gaussiennes, la DDP de  $\theta_{\mathbf{y}}$  est estimée par un estimateur à noyau gaussien :

$$\hat{f}_{\theta_{\mathbf{y}}}(\theta|H_j) = \frac{2}{Nh_j} \sum_{k=1}^N K_{\hat{\sigma}}\left(\frac{\theta - \theta_{\mathbf{y}}(k)}{h_j}\right) \quad (4.56)$$

où  $h_j$  est la fenêtre du noyau telle que  $h_j = 1.06\sigma N^{-\frac{1}{5}}$ . L'écart type  $\sigma_j$  et le facteur d'échelle  $\alpha_j$  sont estimés par (4.53) et (4.52) respectivement.

La DDP théorique est calculée en supposant qu'idéalement, après l'élimination de l'effet du canal, nous obtenons une distribution d'un mélange gaussien de la constellation émise bruitée. Elle est calculée par (4.57) :

$$f_{\theta_{\mathbf{y}}}(\theta|H_j) = \sum_{k=1}^{\frac{M_j}{2}} \frac{2}{M_j} K_{\hat{\sigma}_j}(\theta - \arg(\alpha_j s_{jk})) \quad (4.57)$$

où  $s_{jk}$  est un symbole qui appartient au demi cercle supérieur de la constellation MDP- $M_j$ , décalée de  $\frac{\pi}{M}$ .

La décision sur la modulation émise est prise en se basant sur la distance de Bhattacharyya ou la distance quadratique entre  $\hat{f}_{\theta_{\mathbf{y}}}(\theta|H_j)$  et  $f_{\theta_{\mathbf{y}}}(\theta|H_j)$  telle que :

$$\hat{j}_{DB} = \arg \min_{1 \leq j \leq K} D_B(\hat{f}_{\theta_{\mathbf{y}}}(\theta|H_j), f_{\theta_{\mathbf{y}}}(\theta|H_j)) \quad (4.58)$$

$$\hat{j}_{DQ} = \arg \min_{1 \leq j \leq K} D_Q(\hat{f}_{\theta_{\mathbf{y}}}(\theta|H_j), f_{\theta_{\mathbf{y}}}(\theta|H_j)) \quad (4.59)$$

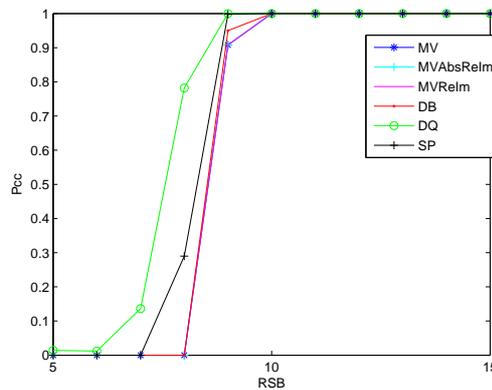
où  $D_B(p, q)$  et  $D_Q(p, q)$  sont définies par (4.33) et (4.34) respectivement.

## 4.6 Résultats de simulations

### Classification des modulations MAQ

Nous présentons dans cette partie les résultats que nous avons obtenus pour la classification des signaux MAQ en présence d'un canal BBGA. Nous comparons les performances des approches proposées, MVReIm, MVAbsReIm, DB, DQ et SP à celles de la méthode MV en terme de probabilité de classification correcte (Pcc). Les figures 4.18, 4.19 et 4.20 montrent les Pcc obtenues avec chaque méthode de CAM pour une modulation MAQ-16 transmise à travers un canal BBGA et pour un nombre de symboles égal à 10000, 5000 et

1000 respectivement. Le signal est classifié après la réception de  $\frac{10^4}{4}$  symboles nécessaires pour la convergence de l'égaliseur. Le nombre d'hypothèses  $K$  est égal à 5 et correspondent aux modulation MAQ- $\{4, 16, 32, 64, 128\}$ , et le nombre d'expériences est égal à 500. D'après ces figures, nous pouvons noter que la méthode basée sur la DQ entre DDPs est la plus performante en terme de Pcc pour  $N = 10000$  et  $N = 5000$  alors que les méthodes basées sur le MV sont plus performantes pour  $N = 1000$ . Cela s'explique par l'emploi de l'estimateur à noyau, pour les méthodes DB et DQ qui s'appuient sur les mesures de distance entre DDP. En effet, les méthodes à noyau ont besoin d'un nombre de symboles assez élevé pour donner de bonnes estimations des DDPs. La méthode, DL, basée sur l'apprentissage par un dictionnaire de DDPs, quant à elle permet d'avoir de bonne performance (proche de celle basée sur la DQ) pour  $N = 10000$  et  $N = 5000$ . Mais, comme avec la méthode basée sur la DQ et pour la même raison, elle est moins performante que les méthodes du MV pour  $N = 1000$ . Ces figures montrent aussi que l'augmentation du nombre de symboles par mode obtenue avec les approches MVReIm et MVAbsReIm, tout en diminuant le nombre de modes dans le mélange gaussien, n'a pas un effet notable sur les performances comparativement à la méthode MV classique. En effet, elles présentent pratiquement la même Pcc pour les différentes valeurs de  $N$ . Cependant, les deux méthodes que nous avons proposées ont une complexité calculatoire plus faible que la méthode MV proposée dans [50] (section 4.3.2) puisque tout d'abord nous traitons des DDPs 1D au lieu de DDPs 2D et nous restreignons le calcul de la DDP à l'axe réel (4.4.1) ou à l'axe réel positif (4.4.2), ce qui permet pour un nombre de symboles observé fixé d'obtenir plus de points par mode sur les DDPs considérées.



**Figure 4.18** — Pcc pour une modulation MAQ-16 et le canal BBGA avec  $N = 10000$ .

Les résultats obtenus avec une modulation MAQ-32 sont représentés sur les figures 4.21, 4.22 et 4.23. Avec cette modulation, nous remarquons que les méthodes basées sur le MV sont plus performantes que celles basées sur les distances entre DDPs ou sur l'apprentissage par un dictionnaire de DDPs et que le traitement conjoint à partir des parties réelles et imaginaires du signal égalisé (DDP (4.13)) permet d'améliorer la performance de classification de cette modulation par rapport aux traitements basés sur la DDP des parties réelles et imaginaires

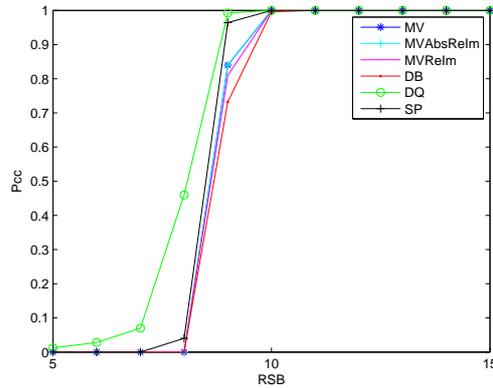


Figure 4.19 — Pcc pour une modulation MAQ-16 et le canal BBGA avec  $N = 5000$ .

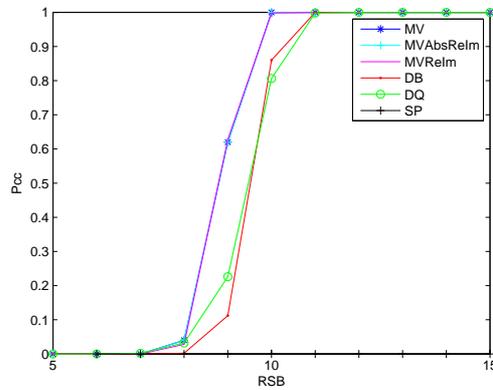


Figure 4.20 — Pcc pour une modulation MAQ-16 et le canal BBGA avec  $N = 1000$ .

(4.19) ou de celle de leurs valeurs absolues (4.25). Cela peut être expliqué par une meilleure prise en compte de la géométrie particulière de la constellation MAQ-32 en 2D. L'écart de performance entre ces deux types de méthode augmente lorsque le nombre de symboles considérés diminue. Nous notons aussi que la méthode basée sur la distance de Bhattacharyya devient plus performante que celle basée sur la DQ quand  $N$  diminue.

Pour la modulation MAQ-64, nous obtenons les courbes représentées sur les figures 4.24, 4.25 et 4.26. Ces figures montrent que pour  $N = 10000$ , les performances des méthodes basées sur le MV collent presque à celles de la méthode basée sur la DQ. Les méthodes basées sur la distance de Bhattacharyya et sur l'apprentissage par un dictionnaire sont les moins performantes en terme de Pcc. Quand  $N$  diminue les performances des méthodes basées sur les distances entre DDPs se dégradent considérablement. Cela peut être expliqué par le fait que le nombre de symboles tend à devenir insuffisant, quand l'ordre de la modulation augmente, pour une estimation précise des DDPs.

Pour la modulation MAQ-128, nous obtenons les figures 4.27, 4.28 et 4.29. Ces résultats montrent que comme avec la modulation MAQ-32, les méthodes basées sur le MV sont plus

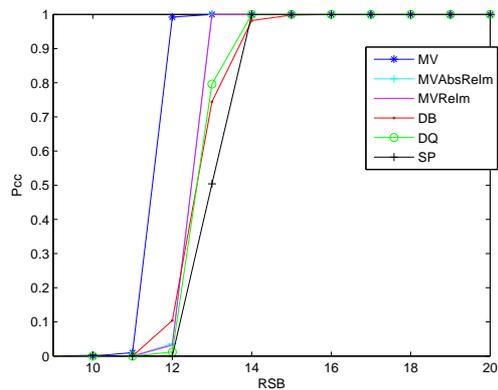


Figure 4.21 — Pcc pour une modulation MAQ-32 et le canal BBGA avec  $N = 10000$ .

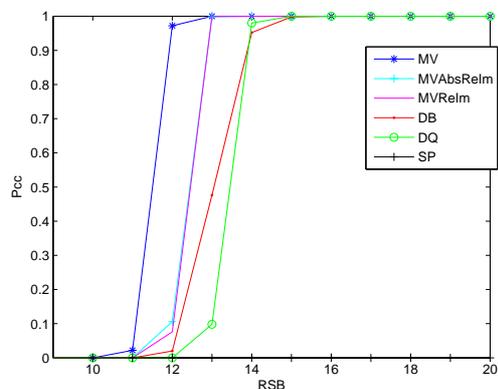


Figure 4.22 — Pcc pour une modulation MAQ-32 et le canal BBGA avec  $N = 5000$ .

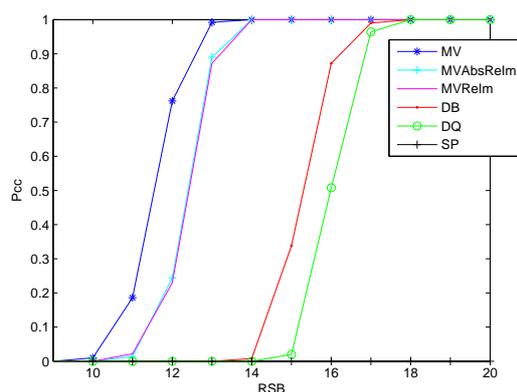


Figure 4.23 — Pcc pour une modulation MAQ-32 et le canal BBGA avec  $N = 1000$ .

performantes. Cependant, avec la modulation 128-MAQ, nous notons que les méthodes du MV proposées dans (4.4.1) et (4.4.2) sont plus performantes que celle de la littérature (4.3.2).

Pour tester les algorithmes de CAM en présence de canaux de propagation multi-trajets,

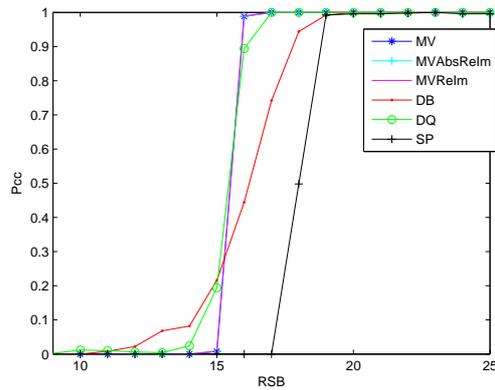


Figure 4.24 — Pcc pour une modulation MAQ-64 et le canal BBGA avec  $N = 10000$ .

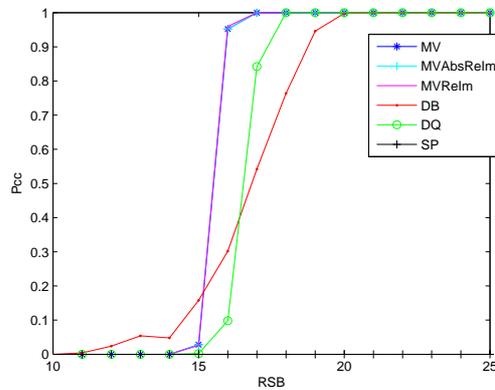


Figure 4.25 — Pcc pour une modulation MAQ-64 et le canal BBGA avec  $N = 5000$ .

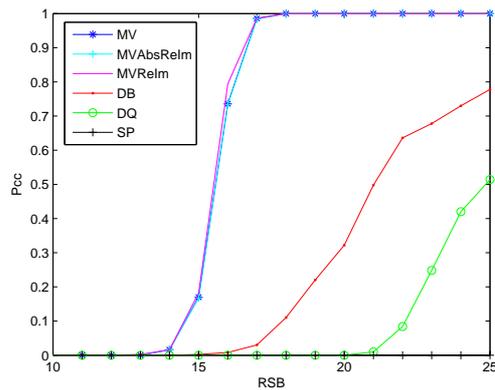


Figure 4.26 — Pcc pour une modulation MAQ-64 et le canal BBGA avec  $N = 1000$ .

on considère le canal complexe  $H_{Comp}$ . Nous obtenons les résultats représentés sur les figures 4.30, 4.31 pour une modulation MAQ-16 et pour des valeurs de  $N = 10000$  et  $N = 5000$  respectivement. Nous rappelons que l'égaliseur a dans ce cas besoin de  $10^4$  symboles pour converger. D'après les figures 4.30 et 4.31, nous pouvons noter que la méthode basée sur la

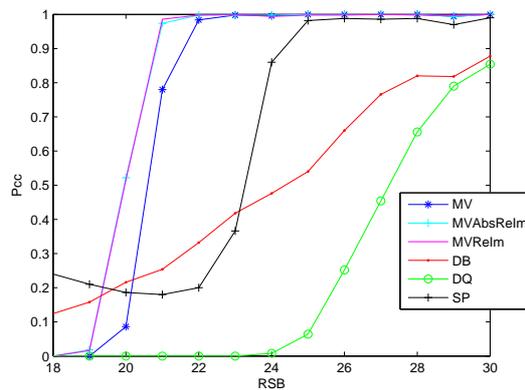


Figure 4.27 — Pcc pour une modulation MAQ-128 et le canal BBGA avec  $N = 10000$ .

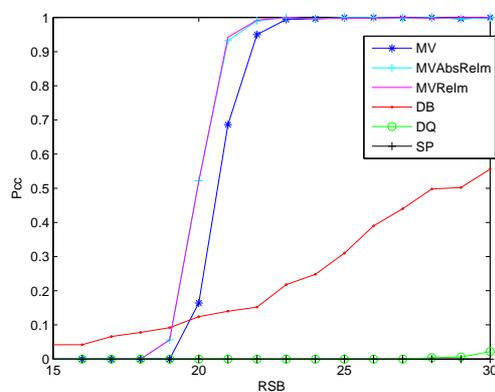


Figure 4.28 — Pcc pour une modulation MAQ-128 et le canal BBGA avec  $N = 5000$ .

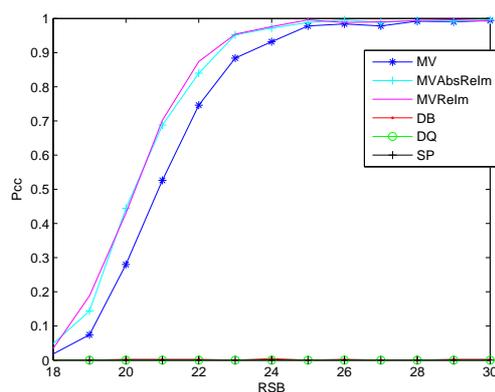
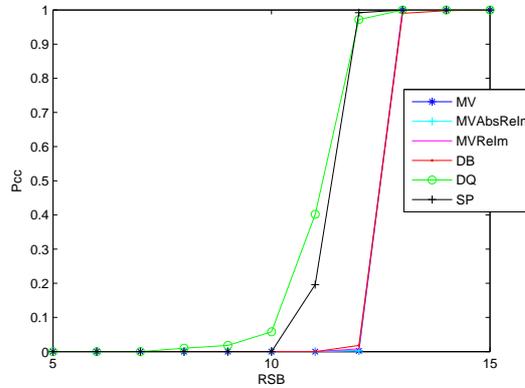


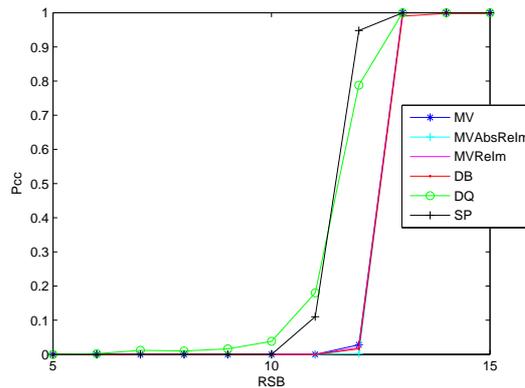
Figure 4.29 — Pcc pour une modulation MAQ-128 et le canal BBGA avec  $N = 1000$ .

DQ entre DDPs et celle basée sur l'apprentissage par un dictionnaire de DDPs sont plus performantes que les méthodes basées sur le MV et sur la distance de Bhattacharyya entre DDPs. La méthode basée sur l'apprentissage par un dictionnaire est ici légèrement plus

performante que celle basée sur la DQ pour  $N = 5000$ .



**Figure 4.30** — Pcc pour une modulation MAQ-16 et le canal  $H_{Comp}$  avec  $N = 10000$ .



**Figure 4.31** — Pcc pour une modulation MAQ-16 et le canal  $H_{Comp}$  avec  $N = 5000$ .

Pour la modulation MAQ-32, nous obtenons les courbes sur les figures 4.32 et 4.33. Elles montrent, tout comme avec le canal BBGA, que la méthode de la littérature basée sur le MV est la plus performante pour cette modulation et que les performances de la méthode basée sur l'apprentissage par un dictionnaire leurs sont proches. L'écart entre les performances des différentes méthodes augmente quand  $N$  diminue.

Pour la modulation MAQ-64, nous obtenons les résultats sur les figure 4.34 et 4.35 qui montrent que la méthode basée sur la distance de Bhattacharyya a de performances meilleures que les autres méthodes en terme de Pcc à faibles valeurs de RSB mais qui croissent lentement en fonction du RSB. Les autres méthodes offrent un bon compromis entre performance de classification et pente de détection. Nous notons aussi que les méthodes basées sur le MV sont plus performantes lorsque  $N$  diminue.

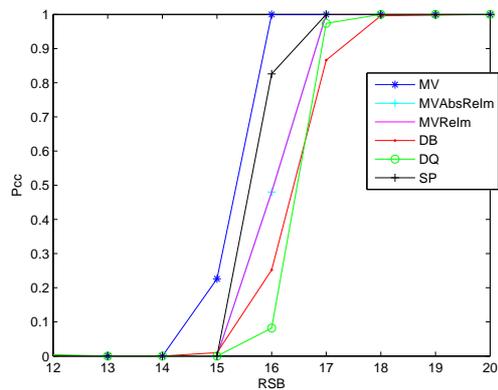


Figure 4.32 — Pcc pour une modulation MAQ-32 et le canal  $H_{Comp}$  avec  $N = 10000$ .

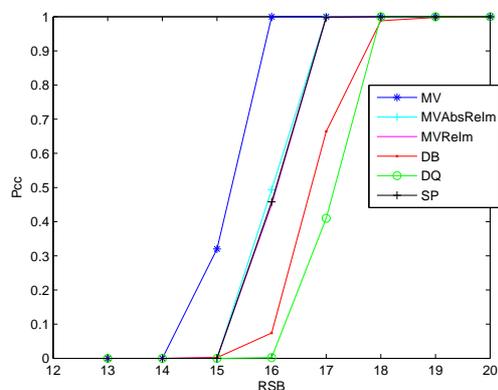


Figure 4.33 — Pcc pour une modulation MAQ-32 et le canal  $H_{Comp}$  avec  $N = 5000$ .

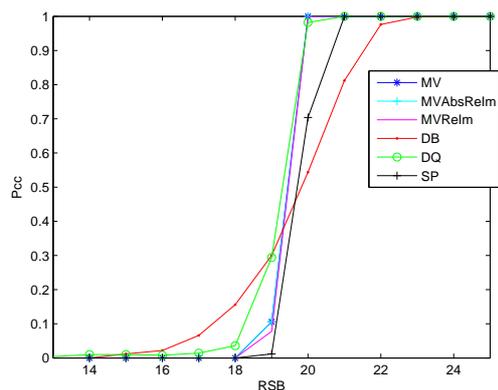
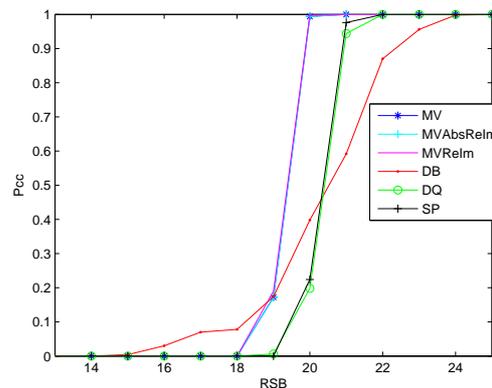


Figure 4.34 — Pcc pour une modulation MAQ-64 et le canal  $H_{Comp}$  avec  $N = 10000$ .

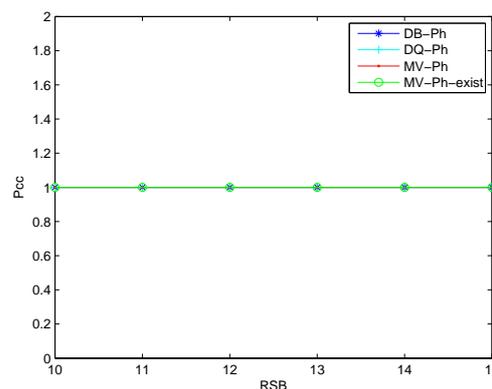
### Classification des modulations MDP

Pour cette famille de modulation, nous avons considéré trois hypothèses qui représentent les modulation MDP-4, MDP-8 et MDP-16. Nous montrons les résultats obtenus en terme de



**Figure 4.35** — Pcc pour une modulation MAQ-64 et le canal  $H_{Comp}$  avec  $N = 5000$ .

Pcc dans le cas où on utilise le canal  $H_{Comp}$  et l'égaliseur MSQD- $\ell_2_{gen}$ . Nous comparons les performances des méthodes que nous avons proposées, MV-Ph, DB-Ph et DQ-Ph avec celle de la littérature [56]. Les figures 4.36, 4.37 et 4.38 montrent les résultats obtenus pour les modulations MDP-4, MDP-8 et MDP-16 respectivement avec  $N = 5000$ .



**Figure 4.36** — Pcc pour une modulation MDP-4 et le canal  $H_{Comp}$  avec  $N = 5000$ .

D'après ces figures, nous pouvons noter que toutes les méthodes détectent à 100% la modulation MDP-4. Nous notons aussi que la méthode basée sur le maximum de vraisemblance de la DDP de la phase estimée par Gauss Legendre détecte à 100% la modulation MDP-8 alors que la méthode MV-Ph que nous avons proposée dans 4.5.1 détecte à 100% la modulation MDP-16. Ces figures montrent également que les méthodes DB-Ph DQ-Ph basées sur les distances entre DDP ont tendance à sous estimer l'ordre de la modulation. En effet, leurs performances se dégradent en augmentant l'ordre.

Avec  $N = 10000$ , nous obtenons les résultats représentés sur les figures 4.39, 4.40 et 4.41 pour les modulations MDP-4, MDP-8 et MDP-16 respectivement.

Ces figures montrent qu'une augmentation de la taille des données permet d'améliorer la détection de la modulation émise des méthodes basées sur la distance de Bhattacharyya et

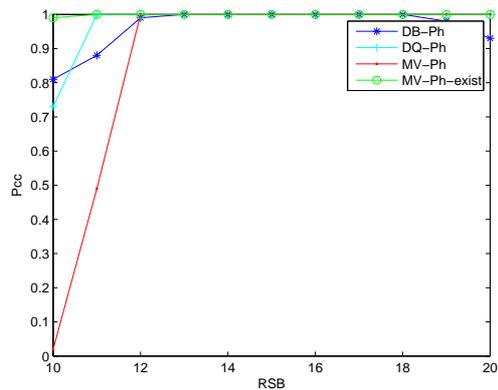


Figure 4.37 — Pcc pour une modulation MDP-8 et le canal  $H_{Comp}$  avec  $N = 5000$ .

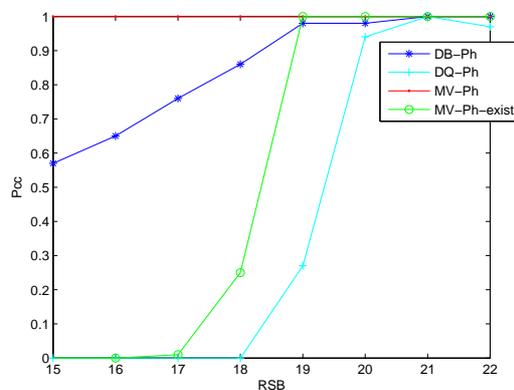


Figure 4.38 — Pcc pour une modulation MDP-16 et le canal  $H_{Comp}$  avec  $N = 5000$ .

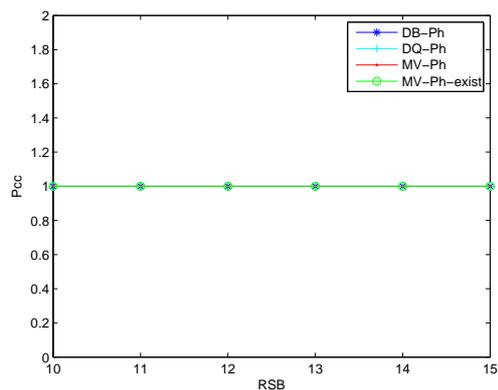


Figure 4.39 — Pcc pour une modulation MDP-4 et le canal  $H_{Comp}$  avec  $N = 10000$ .

la DQ. En effet, ces méthodes reposent sur l'estimation à noyau de la DDP du signal égalisé dont la fiabilité augmente avec le nombre de données prises en compte. En augmentant le nombre de données, les performances de la méthode DQ-Ph en terme de Pcc sont nettement améliorées et dépassent celles de la méthode basée sur la DDP de la phase estimée par Gauss

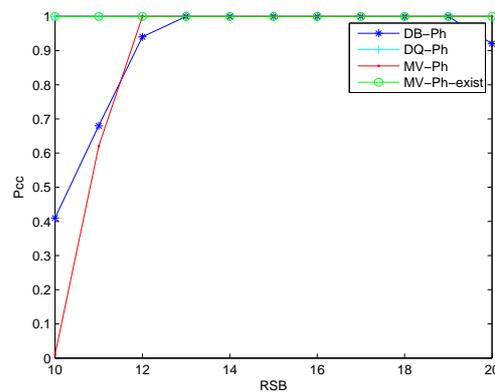


Figure 4.40 — Pcc pour une modulation MDP-8 et le canal  $H_{Comp}$  avec  $N = 10000$ .

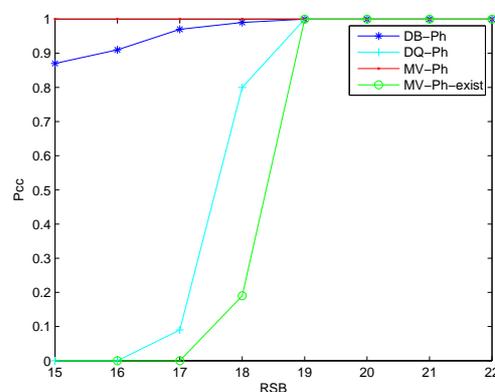


Figure 4.41 — Pcc pour une modulation MDP-16 et le canal  $H_{Comp}$  avec  $N = 10000$ .

Legendre pour la modulation MDP-16 (Fig.4.41).

## 4.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un égaliseur aveugle générique dont le critère n'intègre pas l'information a priori sur la modulation émise. Nous avons montré que cet égaliseur présente de bonnes performances pour différents types de canaux de transmission et différentes modulations. Pour un canal égalisé, nous avons proposé des méthodes pour détecter la modulation du signal émis. Nous nous sommes limités dans cette thèse à la classification des modulations MAQ et MDP et nous avons montré que les approches basées sur le MV n'ont pas toujours les meilleures performances en termes de probabilité de classification correcte. En effet, les performances en terme de Pcc des méthodes basées sur la DQ entre DDPs et sur l'apprentissage par un dictionnaire de DDPs peuvent parfois dépasser celles des méthodes basées sur le MV. Cependant ces dernières deviennent plus efficaces lorsque l'ordre

de la modulation augmente et que le nombre de symboles impliqués dans la CAM diminue.

---

# Conclusion et perspectives

Cette thèse est consacrée aux problèmes d'égalisation aveugle de canaux de transmission sélectifs en fréquence. Dans la première partie, elle propose un nouvel algorithme appelé AR-LCSQD et une famille d'algorithmes que l'on a nommé MSQD- $\ell_p$ . Le critère d'égalisation, pour ces deux types d'algorithmes, vise à ajuster la densité de probabilité du signal égalisé à celle d'une constellation cible qui représente la constellation émise bruitée. Nous avons montré par des simulations que les algorithmes proposés permettent d'atteindre des performances meilleures que celles des algorithmes trouvés dans la littérature en termes d'erreur résiduelle.

Nous avons montré dans cette thèse, par la méthode de l'équation différentielle moyenne (ODE), que l'égaliseur MSQD- $\ell_1$  que nous avons proposé possède un seul point stationnaire stable qui est l'égaliseur MMSE. Nous avons déterminé également l'intervalle de valeurs du pas  $\mu$  de l'algorithme MSQD- $\ell_1$  pour lequel l'égaliseur converge quelque soit son initialisation. Finalement, nous avons fourni les expressions théoriques de la matrice de covariance de l'erreur résiduelle du MSQD- $\ell_1$  et de l'erreur quadratique moyenne (EQM) à sa sortie. Afin de valider notre analyse de performance du MSQD- $\ell_1$ , nous avons présenté des résultats de simulations qui montrent que l'EQM en sortie du MSQD- $\ell_1$  converge sensiblement vers l'EQM en sortie de l'égaliseur MMSE, l'écart étant lié à la variance résiduelle sur les coefficients de l'égaliseur.

Dans la deuxième partie de cette thèse, nous nous sommes intéressés au problème de la classification automatique de modulations (CAM) et de l'égalisation aveugle générique. Nous avons proposé dans ce contexte, un nouvel algorithme appelé MSQD- $\ell_{p_{gen}}$  dont le critère est basé sur celui du MSQD- $\ell_p$  mais qui ne dispose pas de la connaissance à priori de la constellation émise. Nous avons montré ses bonnes performances pour différents canaux de transmission et différentes modulations.

Nous avons proposé de nouvelles approches de CAM qui exploitent la densité de probabilité (DDP) du signal égalisé où la DDP de sa phase pour les modulations MAQ et MDP respectivement. Pour certaines des méthodes développées, la CAM met en œuvre le critère du

maximum de vraisemblance (MV), tandis que pour d'autres, on a choisi un critère de distance entre DDP estimée et DDP théorique. Les résultats que nous avons obtenus montrent que le critère MV ne conduit pas toujours aux meilleures performances en terme de probabilité de classification correcte. Cela dépend principalement de l'ordre de la modulation et du nombre de symboles impliqués dans l'estimation de la DDP.

En perspectives, nous proposons en premier lieu d'automatiser la détermination des paramètres nécessaires pour les algorithmes AR-LCSQD, MSQD- $\ell_2$  et MSQD- $\ell_1$  qui dépendent du canal de transmission et qui ont été fixés empiriquement dans cette thèse. Ces paramètres sont résumés dans les tableaux 2.1 et 2.3 du chapitre 2. Ils servent à mettre à jour la taille du noyau gaussien utilisé pour estimer la DDP du signal égalisé et de la constellation cible et ils influent sur la vitesse de convergence et sur l'erreur résiduelle des algorithmes.

Si dans cette thèse, nous nous sommes limités aux égaliseurs linéaires, il est cependant envisageable d'étudier les critères proposés, en particulier ceux de la famille MSQD- $\ell_p$ , dans le cas non linéaire. Plus particulièrement, on pourra chercher à adapter le critère d'égalisation dans le cadre d'une structure de type DFE (Decision Feedback Equalizer). Les performances de l'égaliseur DFE sont conditionnées par le niveau du rapport signal à bruit qui doit être assez élevé pour garantir des décisions correctes en entrée du filtre de retour. Le DFE permet alors d'obtenir des gains de performance très significatifs.

Dans l'approche de sélection de modèles de mélanges gaussiens, les critères AIC et BIC n'ont pas donné de bonnes performances de classifications des modulations MAQ. L'étude d'autres critères de sélection de modèles comme le MDL (Minimum description length) ou des extensions du critère AIC sont envisageables [67]. Nous pensons que ce type d'approches pourrait être très utile pour la classification de constellations quelconques inconnues qui n'appartiennent pas à des classes usuelles. Dans un tel contexte, le nombre de modes dans le modèle, leurs moyennes et leurs matrices de covariance sont tous à estimer.

ANNEXE

**A**

# Calcul de la plage maximale des valeurs possibles pour $\mu$ pour l'algorithme MSQD $\ell$ 1

On note  $\bar{y}(n) = \mathbf{w}_* \mathbf{x}(n)$ . A la convergence,  $y(n) - \bar{y}(n)$  est une valeur petite et nous pouvons appliquer le développement de Taylor à la fonction  $\phi(y(n))$  (voir l'équation (3.17)) en  $\bar{y}(n)$ . Ainsi,

$$\begin{aligned} \phi(y_n) &= \phi(\bar{y}(n)) + \phi'(\bar{y}(n))(y(n) - \bar{y}(n)) + \circ(y(n) - \bar{y}(n)) \\ &= \phi(\bar{y}(n)) + \phi'(\bar{y}(n))(\widetilde{\mathbf{H}} \mathbf{s}(n) + \mathbf{b}(n))^T \boldsymbol{\epsilon}(n) + \circ(y(n) - \bar{y}(n)) \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

où  $\boldsymbol{\epsilon}(n) = \mathbf{w}(n) - \mathbf{w}_*$  et  $\widetilde{\mathbf{H}} \mathbf{s}(n) + \mathbf{b}(n) = \mathbf{x}(n)$ . De plus, nous avons

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu \phi(y(n)) \mathbf{x}(n)^*. \quad (\text{A.2})$$

Ainsi, en soustrayant  $\mathbf{w}_*$  des deux côtés de l'équation (A.2) et en utilisant l'équation (A.1), nous trouvons que

$$\boldsymbol{\epsilon}(n+1) = \boldsymbol{\epsilon}(n) - \mu \left( \phi(\bar{y}(n)) \mathbf{x}(n)^* + \phi'(\bar{y}(n)) (\widetilde{\mathbf{H}} \mathbf{s}(n) + \mathbf{b}(n))^T \boldsymbol{\epsilon}(n) (\widetilde{\mathbf{H}}^* \mathbf{s}^*(n) + \mathbf{b}^*(n)) \right) \quad (\text{A.3})$$

Prenons l'espérance des deux termes de l'équation (A.3) et utilisons l'indépendance entre  $\bar{y}(n)$  et  $\boldsymbol{\epsilon}(n)$ , qui est une hypothèse simplificatrice généralement admise dans la littérature [36]. Nous obtenons

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\boldsymbol{\epsilon}(n+1)] &= \mathbb{E}\{\boldsymbol{\epsilon}(n)\} - \mu \left( \mathbb{E}\{\phi(\bar{y}(n)) \mathbf{x}^*(n)\} \right. \\ &\quad \left. + \mathbb{E}\{(\widetilde{\mathbf{H}}^* \mathbf{s}^*(n) + \mathbf{b}^*(n)) \phi'(\bar{y}(n)) (\widetilde{\mathbf{H}} \mathbf{s}(n) + \mathbf{b}(n))^T\} \mathbb{E}\{\boldsymbol{\epsilon}(n)\} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Dans [68], les auteurs ont prouvé que  $E\{\phi(\bar{y}(n))\mathbf{x}^*(n)\} = 0$  pour les algorithmes de la forme (A.2) quand la fonction de coût se rapproche de l'un de ses minima. Ainsi, l'équation (A.4) peut être simplifiée comme suit :

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\epsilon}(n+1)] = \left( \mathbf{I}_{Lw} - \mu(\sigma_s^2 \widetilde{\mathbf{H}}^* \widetilde{\mathbf{F}} \widetilde{\mathbf{H}}^T + \sigma_b^2 \mathbb{E}[\phi'(\bar{y}_n)] \mathbf{I}_{Lw}) \right) \mathbb{E}[\boldsymbol{\epsilon}(n)] \quad (\text{A.5})$$

où

$$\widetilde{\mathbf{F}} = \frac{1}{\sigma_s^2} \mathbb{E}[\mathbf{s}^*(n) \phi'(\bar{y}(n)) \mathbf{s}(n)^T]. \quad (\text{A.6})$$

Par conséquent,

$$\mathbb{E}[\boldsymbol{\epsilon}(n+1)] = \left( \mathbf{I}_{Lw} - \mu(\sigma_s^2 \widetilde{\mathbf{H}}^* \widetilde{\mathbf{F}} \widetilde{\mathbf{H}}^T + \sigma_b^2 \mathbb{E}\{\phi'(\bar{y}(n))\} \mathbf{I}_{Lw}) \right)^n \mathbb{E}[\boldsymbol{\epsilon}(0)] \quad (\text{A.7})$$

Ce qui conduit à la condition suivante sur le pas de l'algorithme afin d'assurer la convergence de l'erreur moyenne :

$$0 < \mu < \frac{2}{\lambda_{max}} \quad (\text{A.8})$$

où  $\lambda_{max}$  est la plus grande valeur de  $\sigma_s^2 \widetilde{\mathbf{H}}^* \widetilde{\mathbf{F}} \widetilde{\mathbf{H}}^T + \sigma_b^2 \mathbb{E}[\phi'(\bar{y}(n))] \mathbf{I}_{Lw}$ .

# ANNEXE **B** --- Diagonalisation de $\mathbf{R}_g$ dans la base $U^*$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_g &= -\mathbb{E} [H(\mathbf{w}_*, \mathbf{x}(n))H(\mathbf{w}_*, \mathbf{x}(n))^H] \\
 &= -\mathbb{E} [\phi(s(n_k))\mathbf{x}^*(n)\mathbf{x}^T(n)\phi(s(n_k))^*] \\
 &= -\mathbf{H}^*\mathbb{E} [|\phi(s(n_k))|^2\mathbf{s}(n)\mathbf{s}^T(n)] \mathbf{H}^T - \mathbb{E} [|\phi(s(n_k))|^2\mathbf{b}^*(n)\mathbf{b}^T(n)] \\
 &= -\mathbf{H}^*\mathbf{D}\mathbf{H}^T - \sigma_b^2\mathbb{E} [|\phi(s(n_k))|^2]
 \end{aligned} \tag{B.1}$$

où,  $\mathbf{D} = \text{diag}(d_1, \dots, d_1, d_2, d_1, \dots, d_1)$  avec

$$d_1 = \sigma_s^2\mathbb{E} [|\phi(s(n_k))|^2] \tag{B.2}$$

et

$$d_2 = \mathbb{E} [|s(n_k)|^2|\phi(s(n_k))|^2] \tag{B.3}$$

Dans nos simulations, pour les différents canaux cités dans le chapitre 2, nous avons calculé les valeurs de  $d_1$  et  $d_2$  et nous avons vérifié numériquement que  $|\frac{d_2-d_1}{d_1}|^2$  est très petite (environ  $10^{-4}$ ). Ainsi, nous pouvons considérer que  $\mathbf{D} \simeq d_1\mathbf{I}_{L+L_w-1}$  et nous obtenons l'approximation suivante de  $\mathbf{R}_g$  :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{R}_g &\simeq -d_1\mathbf{H}^*\mathbf{I}_{L+L_w-1}\mathbf{H}^T - \sigma_b^2\mathbb{E} [|\phi(s(n_k))|^2] \\
 &\simeq -\mathbb{E} [|\phi(s(n_k))|^2] (\sigma_s^2\mathbf{H}^*\mathbf{H}^T + \sigma_b^2\mathbf{I}_{L_w}) \\
 &\simeq -\mathbb{E} [|\phi(s(n_k))|^2] (\mathbf{U}^*\mathbf{\Lambda}_x\mathbf{U}^T) \\
 &\simeq (\mathbf{U}^*\mathbf{\Lambda}_g\mathbf{U}^T)
 \end{aligned} \tag{B.4}$$

où  $\mathbf{\Lambda}_g(i, i) \simeq -\mathbb{E} [|\phi(s(n_k))|^2] \lambda_i$ .



# ANNEXE **C** --- Complexité de l'algorithme MSQD-ℓ1

Le nombre d'exponentielles impliquées dans le calcul du gradient du critère de l'égaliseur MSQD pour une modulation de type MAQ est égal au nombre de rayons différents dans la constellation. Sachant que les constellations MAQ-M, où M représente le nombre de symboles dans la constellation, sont symétriques, il suffit de raisonner sur le quadrant correspondant aux symboles de parties réelle et imaginaire positives. Pour une modulation MAQ-M, nous avons  $\frac{\sqrt{M}}{2}$  parties réelles positives et  $\frac{\sqrt{M}}{2}$  parties imaginaires positives. Le nombre de rayons distincts pour une modulation MAQ-M est alors égal à :

$$\begin{aligned} N_s &= C_{\frac{\sqrt{M}}{2}}^2 + \frac{\sqrt{M}}{2} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{M}}{2}!}{2!(\frac{\sqrt{M}}{2} - 2)!} + \frac{\sqrt{M}}{2}. \end{aligned} \tag{C.1}$$

où  $C$  est l'opérateur de combinaison.

Pour l'égaliseur MSQD-ℓ1, seules les parties réelles et imaginaires positives des symboles d'une constellation MAQ-M sont impliqués dans le calcul du gradient du critère. Le nombre d'exponentielles est dans ce cas égal à  $N'_s = \frac{\sqrt{M}}{2}$ .

Il est clair que lorsque  $M = 4$ , nous avons  $N_s = N'_s$ .



---

# Bibliographie

- [1] I. Santamaria, C. Pantaleon, L. Vielva, and J. C. Principe. A fast algorithm for adaptive blind equalization using order- $\alpha$  renyi's entropy. *ICASSP*, 2002.
- [2] Charles C. Cavalcante, F. Rodrigo, P. Cavalcanti, and João Cesar M. Mota. A pdf estimation-based blind criterion for adaptive equalizaion. *International Telecommunications Symposium*, 2002.
- [3] M. Lazaro, I. Santamaria, D. Erdogmus, K.E. Hild, C. Pantaleon, and J.C. Principe. Stochastic blind equalization based on pdf fitting using parzen estimator. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 53(2) :696 – 704, february 2005.
- [4] M. Messai, S. Fki, T. Chonavel, and A. Aïssa-El-Bey. An adaptive radius blind equalization algorithm based on pdf fitting. *21st European Signal Processing conference EUSIPCO*, pages 1–5, Marrakech, Morocco, 09-13 september 2013.
- [5] S. Fki, M. Messai, A. Aïssa-El-Bey, and T. Chonavel. Implémentation de complexité réduite d'un égaliseur aveugle par méthodes à noyaux. *24ème colloque du Groupement de Recherche en Traitement du Signal et des Images, GRETSI*, Brest, France, 03-06 September 2013.
- [6] S. Fki, M. Messai, A. Aïssa-El-Bey, and T. Chonavel. New criteria for blind equalization based on pdf fitting. *15th IEEE International Symposium on Signal Processing Advances in Wireless Communications Spawc*, pages 489–493, Toronto, Canada, 22-25 June 2014.
- [7] S. Fki, M. Messai, A. Aïssa-El-Bey, and T. Chonavel. Blind equalization based on pdf fitting and convergence analysis. *Signal processing*, 101 :266–277, august 2014.
- [8] S. Fki, A. Aïssa-El-Bey, and T. Chonavel. Blind equalization and automatic modulation classification based on pdf fitting. *submitted to ICASSP*, 2015.
- [9] C. Zhang, B. Lin, R. Liu, and B. Wang. Low complexity blind equalization based on parzen window method. *5th International Conference on wireless Communications, Networking and Mobile Computing*, pages 1–4, September 2009.
- [10] Y. Sato. A method of self-recovering equalization for multilevel amplitude-modulation systems. *IEEE Transactions on Communications*, 23(6) :679 – 682, June 1975.

- [11] John G. Proakis. *Digital Communications*. McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 2000.
- [12] G.D. Forney. Maximum-likelihood sequence estimation of digital sequences in the presence of intersymbol interference. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 18(3) :363–378, May 1972.
- [13] Jr. Forney, G.D. The viterbi algorithm. *Proceedings of the IEEE*, 61(3) :268–278, March 1973.
- [14] Ali H. Sayed. *Adaptive filters*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2008.
- [15] G. Picchi and G. Prati. Blind equalization and carrier recovery using a "stop-and-go" decision-directed algorithm. *IEEE Transactions on Communications*, 35(9) :877–887, Sep 1987.
- [16] John J. Shynk, Richard P. Gooch, Giridhar Krishnamurthy, and Christina K. Chan. A comparative performance study of several blind equalization algorithms. *Proc. SPIE*, 1565 :102–117, 1991.
- [17] D. Godard. Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems. *IEEE Transactions on Communications*, 28(11) :1867 – 1875, November 1980.
- [18] J. Treichler and B. Agee. A new approach to multipath correction of constant modulus signals. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 31(2) :459 – 472, April 1983.
- [19] D.L. Jones. A normalized constant-modulus algorithm. In *Conference Record of the Twenty-Ninth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, volume 1, pages 694 –697, November 1995.
- [20] Kil Nam Oh and Yong Ohk Chin. New blind equalization techniques based on constant modulus algorithm. In *Global Telecommunications Conference, GLOBECOM, IEEE*, volume 2, pages 865 –869, November 1995.
- [21] A. Benveniste and M. Goursat. Blind equalizers. *IEEE Transactions on Communications*, pages 871–883, August 1984.
- [22] J. Yang, J. J. Werner, and G. A. Dumont. The multimodulus blind equalization and its generalized algorithms. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 20(5) :997–1015, June 2002.
- [23] Lin He, M.G. Amin, Jr. Reed, C., and R.C. Malkemes. A hybrid adaptive blind equalization algorithm for qam signals in wireless communications. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 52(7) :2058–2069, July 2004.
- [24] Abdenour Labeled, Thierry Chonavel, Abdeldjalil Aïssa-El-Bey, and Adel Belouchrani. Min-norm based alphabet-matching algorithm for adaptive blind equalisation of high-order qam signals. *Transactions on Emerging Telecommunications Technologies*, 24(6) :552–556, 2013.

- [25] Abdenour Labeled, Abdeldjalil Aissa-El-Bey, Thierry Chonavel, and Adel Belouchrani. New hybrid adaptive blind equalization algorithms for qam signals. In *ICASSP*, pages 2809–2812, 2009.
- [26] Cheolwoo You and Daesik Hong. Nonlinear blind equalization schemes using complex-valued multilayer feedforward neural networks. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 9(6) :1442–1455, Nov 1998.
- [27] David W. Scott. *Multivariate density estimation theory, practice, and visualization*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1992.
- [28] C. Archambeau, M. Valle, A. Assenza, and M. Verleysen. Assessment of probability density estimation methods : Parzen window and finite gaussian mixtures. In *International Symposium on Circuits, Systems and Proceedings*, May 2006.
- [29] I Santamaria, D. Erdogmus, and J.C. Principe. Entropy minimization for supervised digital communications channel equalization. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 50(5) :1184–1192, May 2002.
- [30] J. Sala-Alvarez and G. Vazquez-Grau. Statistical reference criteria for adaptive signal processing in digital communications. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 45(1) :14–31, january 1997.
- [31] C. Laot and N. Le Josse. A closed-form solution for the finite length constant modulus receiver. *Information Theory. ISIT. International Symposium on Proceedings*, pages 865–869, September 2005.
- [32] Jian Yang, J.-J. Werner, and G.A. Dumont. The multimodulus blind equalization and its generalized algorithms. *IEEE Journal on Communications*, 20(5) :997–1015, June 2002.
- [33] Michel Minoux. *Programmation mathématique théorie et algorithmes*. Collection technique et scientifique des télécommunications, 1983.
- [34] A. Benveniste, M. Metivier, P. Priouret, and S.S Wilson. *Adaptive algorithms and stochastic approximations*. Berlin ; New York : Springer, cop, 1990.
- [35] Thierry Chonavel. *Statistical Signal Processing*. Springer, 2003.
- [36] L.M. Garth. A dynamic convergence analysis of blind equalization algorithms. *IEEE Transactions on Communications*, 49(4) :624–634, April 2001.
- [37] Sergio Barbarossa, Ananthram Swami, Brian M. Sadler, and G. Spadafora. Classification of digital constellations under unknown multipath propagation conditions. *Proc. SPIE*, 4045 :175–186, 2000.
- [38] Qinghua Shi. Blind equalization and characteristic function based robust modulation recognition. In *Advanced Communication Technology (ICACT), 2012 14th International Conference on*, pages 660–664, 2012.

- [39] O.A. Dobre, A. Abdi, Y. Bar-Ness, and W. Su. Survey of automatic modulation classification techniques : classical approaches and new trends. *Communications, IET*, 1(2) :137–156, 2007.
- [40] K.C. Ho, W. Prokopiw, and Y.T. Chan. Modulation identification by the wavelet transform. In *Military Communications Conference, 1995. MILCOM '95, Conference Record, IEEE*, volume 2, pages 886–890 vol.2, Nov 1995.
- [41] K.C. Ho, W. Prokopiw, and Y.T. Chan. Modulation identification of digital signals by the wavelet transform. *IEE Proceedings - Radar, Sonar and Navigation*, 147 :169–176(7), August 2000.
- [42] Liang Hong and K.C. Ho. Identification of digital modulation types using the wavelet transform. In *Military Communications Conference Proceedings, 1999. MILCOM 1999. IEEE*, volume 1, pages 427–431 vol.1, 1999.
- [43] A Swami and B.M. Sadler. Hierarchical digital modulation classification using cumulants. *Communications, IEEE Transactions on*, 48(3) :416–429, Mar 2000.
- [44] P. Marchand, C. Le Martret, and J. L Lacoume. Classification of linear modulations by a combination of different orders cyclic cumulants. In *Higher-Order Statistics, 1997., Proceedings of the IEEE Signal Processing Workshop on*, pages 47–51, Jul 1997.
- [45] P. Marchand, J. L Lacoume, and C. Le Martret. Multiple hypothesis modulation classification based on cyclic cumulants of different orders. In *Acoustics, Speech and Signal Processing, 1998. Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on*, volume 4, pages 2157–2160 vol.4, May 1998.
- [46] C.M. Spooner. On the utility of sixth-order cyclic cumulants for rf signal classification. In *Signals, Systems and Computers, 2001. Conference Record of the Thirty-Fifth Asilomar Conference on*, volume 1, pages 890–897 vol.1, Nov 2001.
- [47] O.A Dobre, Y. Bar-Ness, and Wei Su. Higher-order cyclic cumulants for high order modulation classification. In *Military Communications Conference, 2003. MILCOM '03. 2003 IEEE*, volume 1, pages 112–117 Vol.1, Oct 2003.
- [48] T.A. Drumright and Zhi Ding. A new algorithm for qam signal classification in awgn channels. In *Circuits and Systems, 2002. ISCAS 2002. IEEE International Symposium on*, volume 1, pages I–849–I–852 vol.1, 2002.
- [49] J.A. Sills. Maximum-likelihood modulation classification for psk/qam. In *Military Communications Conference Proceedings, 1999. MILCOM 1999. IEEE*, volume 1, pages 217–220 vol.1, 1999.
- [50] Wen Wei and J.M. Mendel. Maximum-likelihood classification for digital amplitude-phase modulations. *Communications, IEEE Transactions on*, 48(2) :189–193, Feb 2000.
- [51] Chung-Yu Huan and A Polydoros. Likelihood methods for mpsk modulation classification. *Communications, IEEE Transactions on*, 43(2/3/4) :1493–1504, Feb 1995.

- [52] Wen Wei and J.M. Mendel. Maximum-likelihood classification for digital amplitude-phase modulations. *Communications, IEEE Transactions on*, 48(2) :189–193, Feb 2000.
- [53] P. Panagiotou, A Anastasopoulos, and A Polydoros. Likelihood ratio tests for modulation classification. In *MILCOM 2000. 21st Century Military Communications Conference Proceedings*, volume 2, pages 670–674 vol.2, 2000.
- [54] Liang Hong and K.C. Ho. Antenna array likelihood modulation classifier for bpsk and qpsk signals. In *MILCOM 2002. Proceedings*, volume 1, pages 647–651 vol.1, Oct 2002.
- [55] O.A. Dobre, J. Zarzoso, Y. Bar-Ness, and W. Su. On the classification of linearly modulated signals in fading channels. In *Proc. CISS Conf., Princeton*, March 2004.
- [56] Qinghua Shi and Y. Karasawa. Automatic modulation identification based on the probability density function of signal phase. *Communications, IEEE Transactions on*, 60(4) :1033–1044, April 2012.
- [57] Hsiao-Chun Wu, M. Saquib, and Zhifeng Yun. Novel automatic modulation classification using cumulant features for communications via multipath channels. *Wireless Communications, IEEE Transactions on*, 7(8) :3098–3105, August 2008.
- [58] T. Kailath. The divergence and bhattacharyya distance measures in signal selection. *Communication Technology, IEEE Transactions on*, 15(1) :52–60, February 1967.
- [59] A. P. Dempster, N. M. Laird, and D. B. Rubin. Maximum likelihood from incomplete data via the em algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 39(1) :1–38, 1977.
- [60] H. Akaike. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. *B. N. Petrov and F. Csaki (eds.), 2nd International Symposium on Information Theory*, pages 267–281, 1973.
- [61] G. Schwarz. Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics*, 6(2) :461–464, 03 1978.
- [62] J. Rissanen. Modeling by shortest data description. *Automatica*, 14(5) :465 – 471, 1978.
- [63] K. P. Burnham and D. R. Anderson. Multimodel inference : Understanding aic and bic in model selection. *Sociological Methods Research*, 33(2) :261–304, November 2004.
- [64] A. E Raftery. Bayesian model selection in social research. *Sociological Methodology*, 25 :111–163, 1995.
- [65] E. Reschenhofer. Prediction with vague prior knowledge. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 25(3) :601–608, 1996.
- [66] E. Lebarbier and T. Mary-Huard. Le critère bic : fondements théoriques et interprétation. Rapport de recherche RR-5315, INRIA, 2004.
- [67] Hamparsum Bozdogan. Model selection and akaike’s information criterion (aic) : the general theory and its analytical extensions. *Psychometrik*, 52(3) :345–370, 1987.

- [68] Ye Li and K.J.R. Liu. Static and dynamic convergence behavior of adaptive blind equalizers. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 44(11) :2736 –2745, November 1996.

## Résumé

La thèse vise l'analyse de mesures de températures de surface de mer (SST) issues de différents capteurs, de résolutions et principes de mesures différents, embarqués sur différents satellites. L'objectif est d'analyser, caractériser et exploiter l'aspect multi-échelle de la SST observée et essayer de mieux interpréter la dynamique petite échelle (1-50 km). Les deux premiers chapitres présentent les observations utilisées. Les chapitres suivants présentent trois analyses. La première concerne les analyses spectrales de SST et une analyse conjointe de SST et hauteur de mer (SSH). Des cartes globales de pentes spectrales sont estimées à partir de jeux d'observations différents et une relation entre valeurs de pentes et variances de SST est mise en évidence. Un accord entre les valeurs obtenues en SST (à partir des données micro-ondes) et en SSH sur des échelles spatiales communes est montré. L'analyse conjointe SST/SSH présentent des cartes globales et saisonnières des coefficients de corrélation entre SST et SSH montrant de fortes corrélations dans les zones fortement énergétiques. L'analyse présentée au chapitre 4 s'intéresse à la caractérisation de l'organisation du détail haute résolution relativement à la basse résolution. Un jeu de données de SST colocalisées de résolutions spatiales différentes est exploité pour la caractérisation du détail haute résolution et une méthode de reconstruction est proposée. La dernière partie présente une analyse de la géométrie des contours de SST.

**Mots-clés :** Egalisation aveugle, Méthodes à noyaux, Estimateur de Parzen, ODE, Classification automatique de modulations, Radio cognitive, Distance de Bhattacharyya, Apprentissage par un dictionnaire

## Abstract

In transmissions, multipath propagation introduces intersymbols interference (ISI) that can make it difficult to recover transmitted data. Thus, an equalizer can be used to reduce the ISI.

Among the equalization techniques, blind equalization approaches have been developed to retrieve symbols transmitted through an unknown channel by only using received data and some knowledge upon the statistics of the original sequence.

In the last decade, new blind equalization techniques, based on information theoretic criteria and probability density functions (pdf) estimation of transmitted data, have been proposed. These criteria consider the whole data distribution and are optimized adaptively, in general by means of stochastic gradient techniques.

The objective of this thesis is to propose new blind equalization techniques, based on pdf fitting using kernel methods that are more efficient than the existing ones in terms of convergence speed and residual error.

We have proposed new equalizers fulfilling these requirements and we have shown that the performance of the most powerful among proposed methods are close to those of the minimum mean square error equalizer (MMSE).

Furthermore, in order to tackle the new challenges related to the construction of systems that are intelligent and able to adapt to the transmission conditions, we studied the automatic modulation classification techniques. These techniques are useful in particular for adaptive modulation or for cognitive radio systems where the receiver has no idea neither about the channel nor about the transmitted modulation. We have proposed new approaches for the classification of modulations especially for QAM and PSK modulations.

**Keywords :** Blind equalization, Pdf, Kernel methods, Parzen estimator, ODE, AMC, Cognitive radio, Bhattacharyya distance, Dictionary learning.