AGH

Akademia Górniczo-Hutnicza
im. Stanisława Staszica w Krakowie

Metody obliczeniowe

interpolacja, aproksymacja

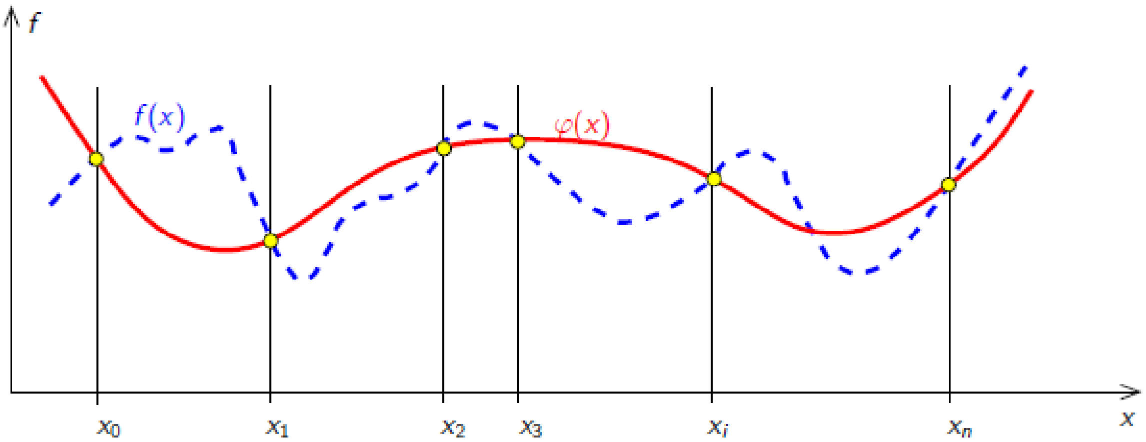
dr Dorota Pawluś

Katedra Geomechaniki Budownictwa i Geotechniki
Wydział Górnictwa i Geoinżynierii

Interpolacja

Interpolacja

Interpolacja – metoda numeryczna polegająca na wyznaczaniu w danym przedziale tzw. funkcji interpolującej, która przyjmuje w nim z góry zadane wartości, w ustalonych punktach nazywanych ***węzłami***.

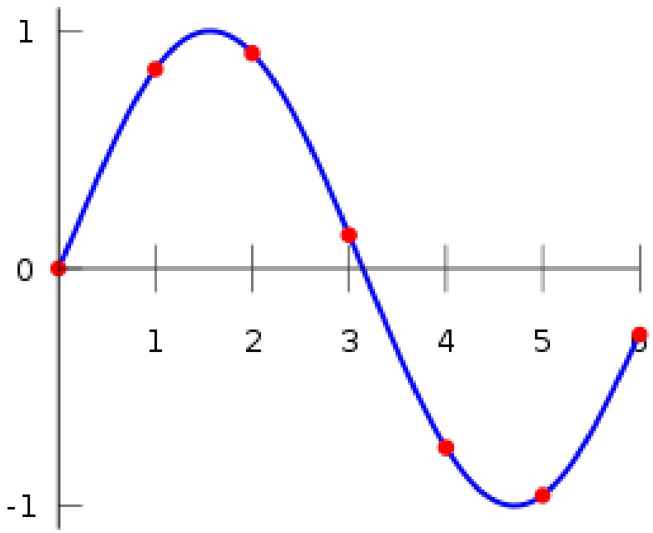


Dane:

- $n+1$ – liczba punktów węzłowych
- $x_1, x_2, \cdots, x_n$ – węzły
- $y_1, y_2, \cdots, y_n$ – wartości w węzłach

Interpolacja

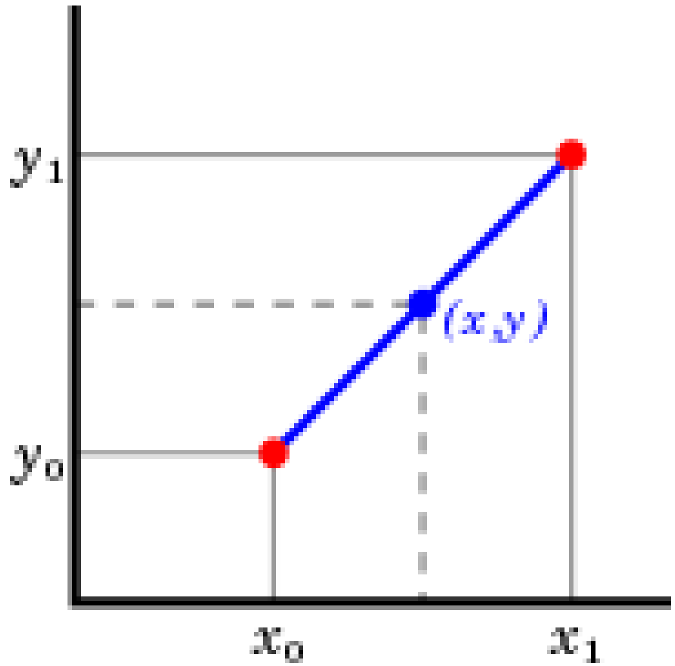
- Wielomianowa – dla n+1 węzłów szukamy współczynników wielomianu stopnia co najwyżej n
  - Lagrange'a
  - Newtona
  - Hermite'a
- Nieliniowa



Interpolacja liniowa

$$y = y_0 + (y_1 - y_0)\frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$$

$$y = y_0\frac{x - x_1}{x_0 - x_1} + y_1\frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$$



Wielomian Lagrange'a

$$W_n(x) = \sum_{j=0}^{n} y_j \frac{(x - x_0)(x - x_1)\cdots(x - x_{j-1})(x - x_{j+1})\cdots(x - x_n)}{(x_j - x_0)(x_j - x_1)\cdots(x_j - x_{j-1})(x_j - x_{j+1})\cdots(x_j - x_n)}$$

Przykład

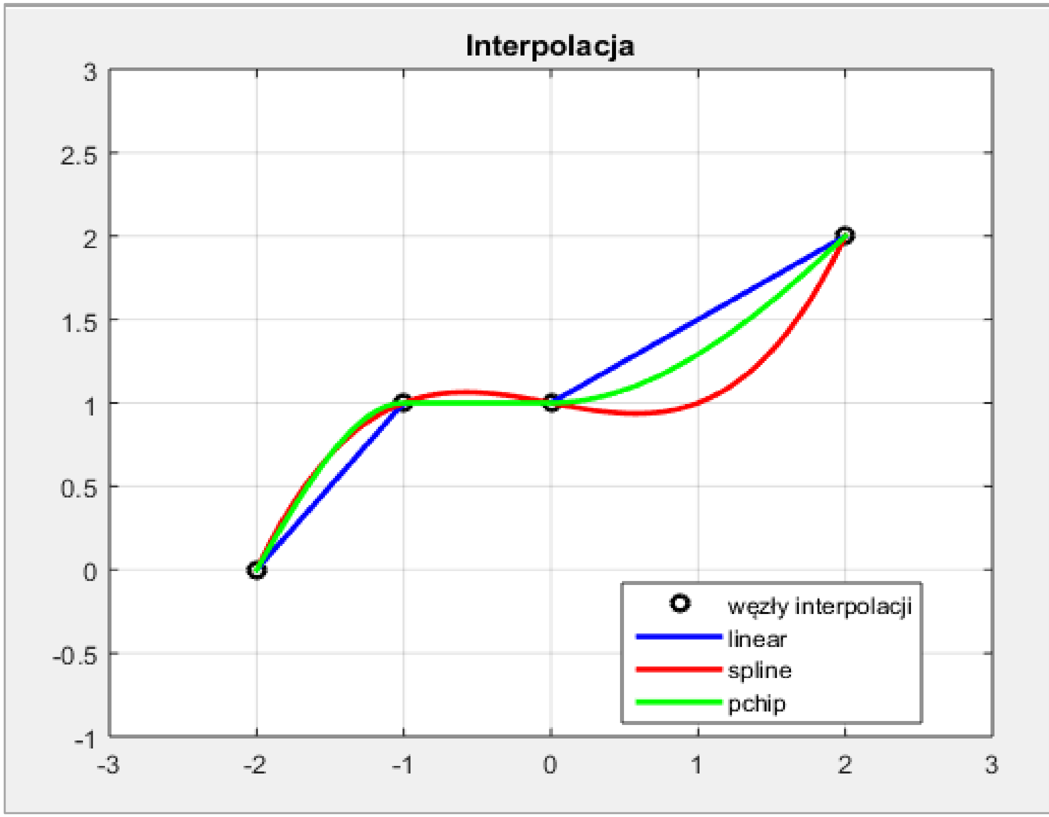
(1, 3), (-2, 5), (4, 7)

$$W(x) = 3 \cdot \frac{(x+2)(x-4)}{(1+2)(1-4)} + 5 \cdot \frac{(x-1)(x-4)}{(-2-1)(-2-4)} + 7 \cdot \frac{(x-1)(x+2)}{(4-1)(4+2)}$$

Interpolacja Matlab – przykłady

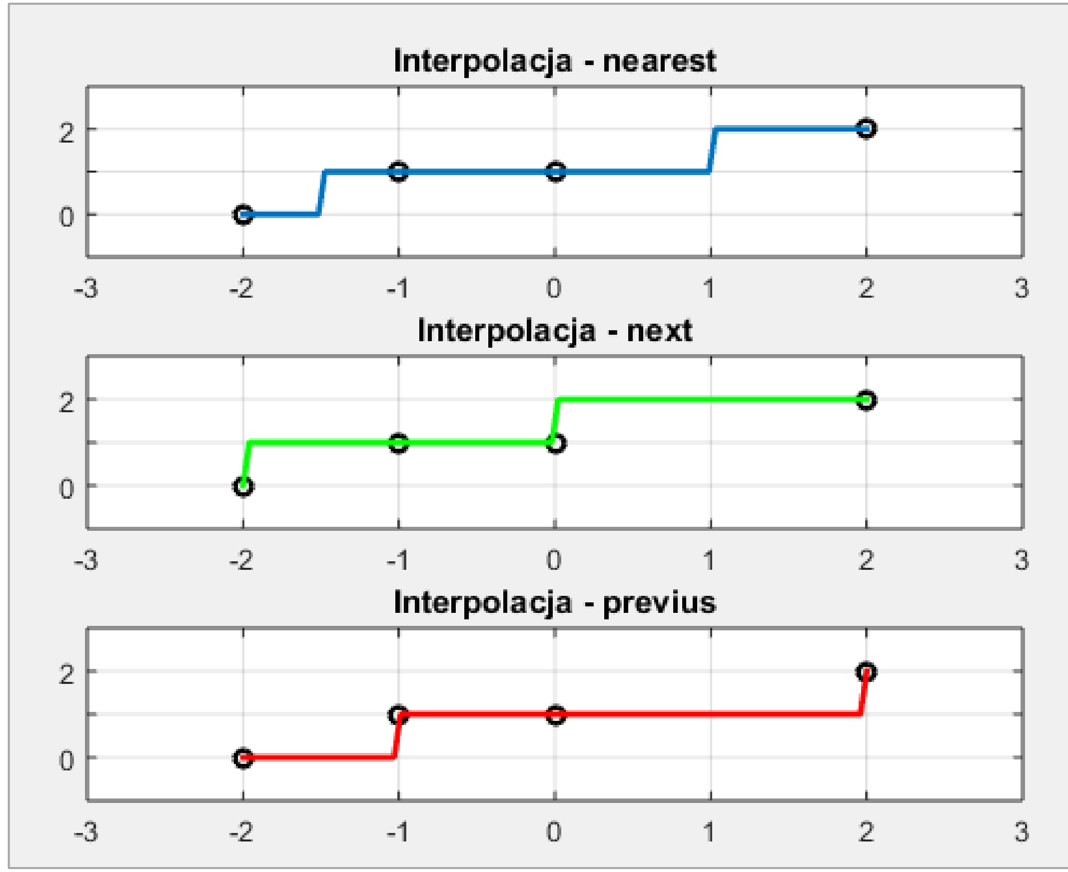
y0=interp1(x,y,x0,’metoda’)

```
%interpolacja
x=[-2 -1 0 2];
y=[0 1 1 2];
x0=linspace(-2,2);
yl=interp1(x,y,x0,'linear');
ys=interp1(x,y,x0,'spline');
yc=interp1(x,y,x0,'pchip');
```



Interpolacja Matlab – przykłady

```
x=[-2 -1 0 2];
y=[0 1 1 2];
x0=linspace(-2,2);
yn=interp1(x,y,x0,'nearest');
yx=interp1(x,y,x0,'next');
yp=interp1(x,y,x0,'previus');
```



Aproksymacja

Aproksymacja

Aproksymacja –przybliżanie funkcji zwanej funkcją aproksymowaną inną funkcją zwaną funkcją aproksymującą.

Aproksymacja bardzo często występuje w dwóch przypadkach:

- gdy funkcja aproksymowana jest przedstawiona w postaci tablicy wartości i poszukujemy dla niej odpowiedniej funkcji ciągłej
- gdy funkcję o dosyć skomplikowanym zapisie analitycznym chcemy przedstawić w prostszej postaci.

Regresja liniowa

$$\boxed{y = a \cdot x + b}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(y_i - a \cdot x_i - b)^2 \to min$$

metoda najmniejszych kwadratów

$$\begin{cases} a \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 + b \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i = \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i \\ a \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i + b \cdot n = \sum_{i=1}^{n} y_i \end{cases}$$

Regresja liniowa

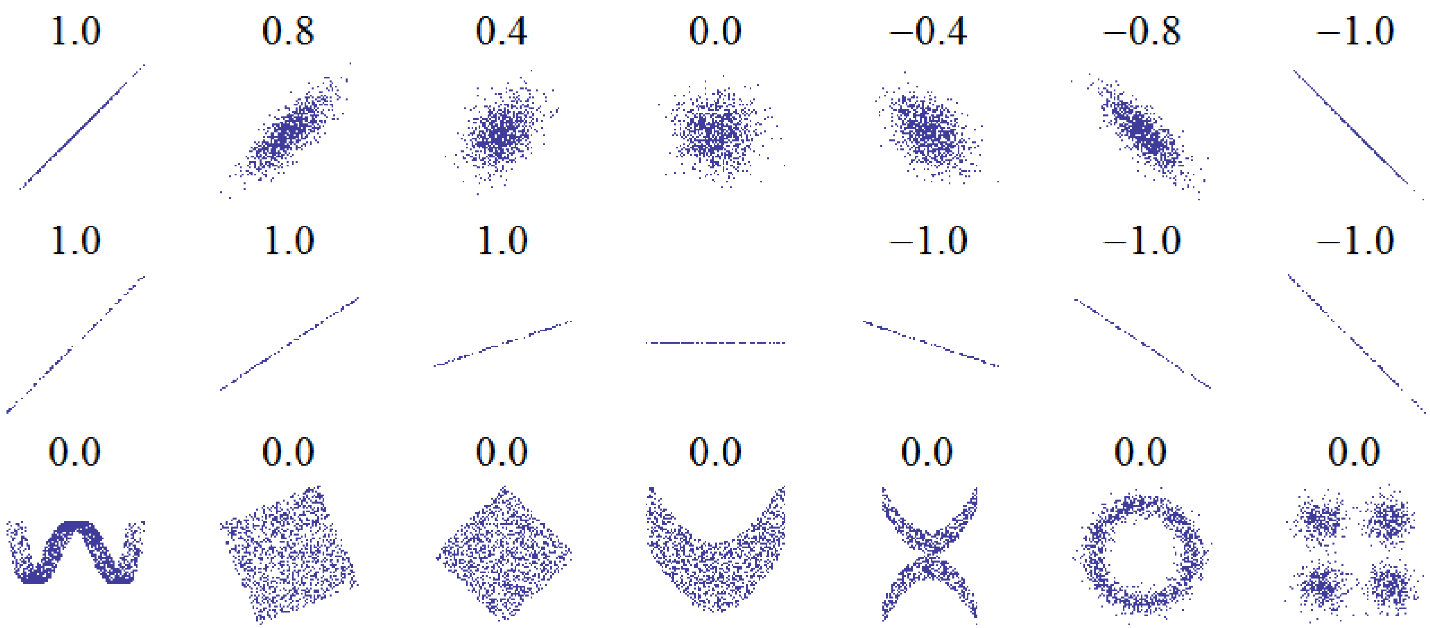
$$a = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i}{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$b = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i - a \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i\right)$$

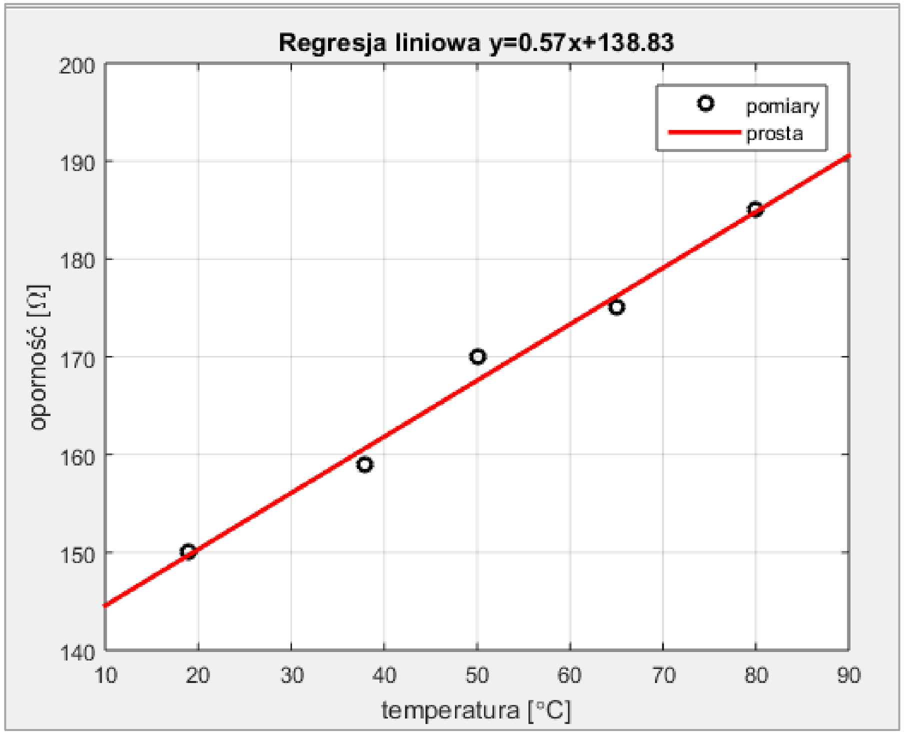
$$r = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i}{\sqrt{\left(n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right) \cdot \left(n \cdot \sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2\right)}}$$

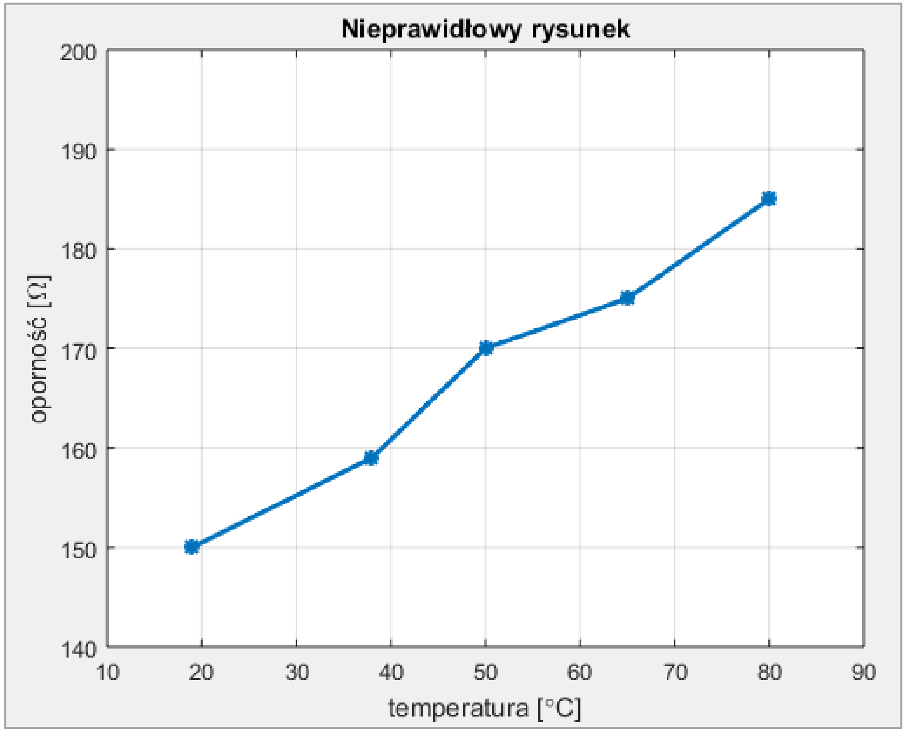
Współczynnik korelacji liniowej

Przykładowe wykresy danych (*x*, *y*) i odpowiadające im wartości współczynnika korelacji liniowej Pearsona



Regresja liniowa



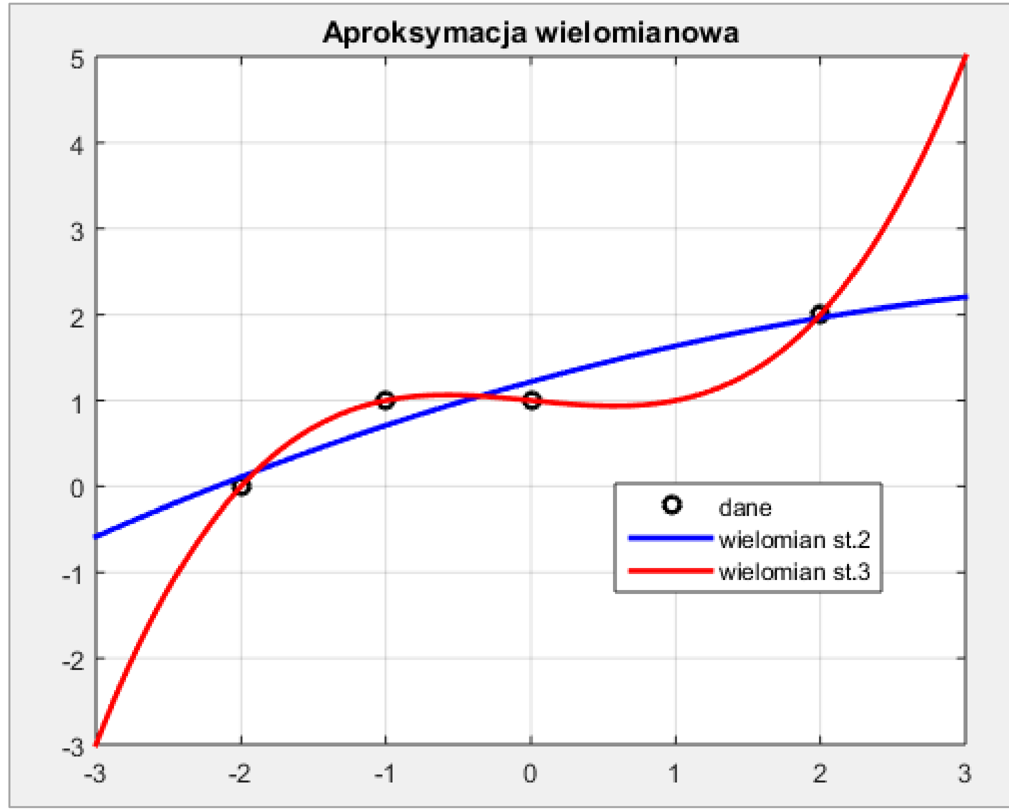



```
temp=[19 38 50 65 80];
opor=[150 159 170 175 185];
plot(temp,opor,'*-','LineWidth',2)
```

Aproksymacja wielomianowa – Matlab

a=polyfit(x,y,n)

```
x=[-2 -1 0 2];
y=[0 1 1 2];
a2=polyfit(x,y,2);
a3=polyfit(x,y,3);
```



Operacje na plikach

Otwieranie i zamykanie plików

id_pliku = fopen(nazwa_pliku,rodzaj_dostępu)
[id_pliku, informacja] = fopen(nazwa_pliku,rodzaj_dostępu)

'r' – do odczytu
'w' – do zapisu (usuwa zawartość istniejącego pliku)
'a' – dopisywanie na końcu
'r+' – do odczytu i zapisu
'w+' – do odczytu i zapisu (usuwa zawartość istniejącego pliku)
'a+' – odczyt i dopisywanie na końcu

status = fclose(id_pliku)
status = fclose(all)

Pliki tekstowe

Zapis danych do pliku:

- ***fprintf(id_pliku, format, zm1,zm2, …)***

Odczyt danych z pliku:

- ***A = fscanf(id_pliku, format, rozmiar)***
- ***[A,liczba] = fscanf(id_pliku, format, rozmiar)***

Pliki binarne

Zapis danych do pliku:

- ***liczba = fwrite(id_pliku, A, typ)***

Odczyt danych z pliku:

- ***A = fread(id_pliku, rozmiar, typ)***
- ***[A,liczba] = fread(id_pliku, rozmiar, typ)***