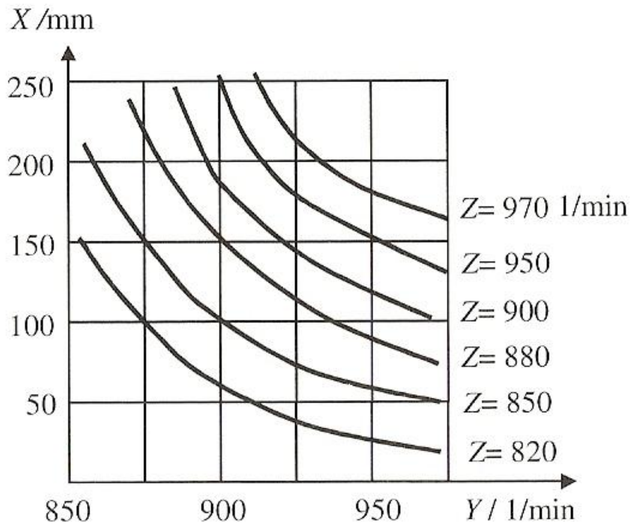
2 Statisches Verhalten

2.1

Das statische Kennlinienfeld einer Regelstrecke ist in der Abbildung gegeben.

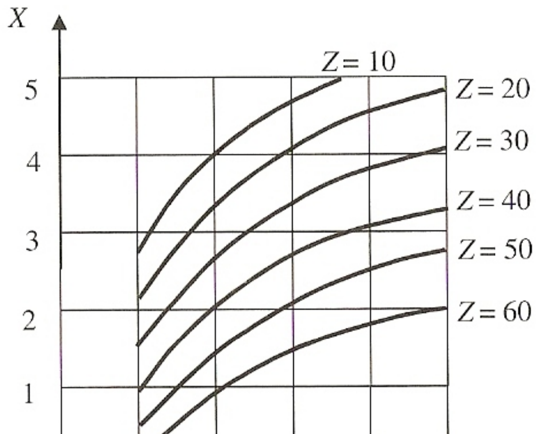


a) Linearisieren Sie die Strecke für kleine Abweichungen vom Arbeitspunkt Y_0 = 900 min^{-1}, X_0 = 150 mm.

b) Bestimmen Sie die Abweichung der Regelgröße x der linearisierten Strecke vom Arbeitspunkt, wenn Y und Z sich ändern auf Y = 950 min^{-1}, Z = 950 min^{-1}

2.2

Das statische Kennlinienfeld einer Regelstrecke ist gegeben.



Nach der Linearisierung für kleine Abweichungen vom Arbeitspunkt X_0, Y_0 und Z_0 entstand die folgende Gleichung:

$$x = 0{,}375 \cdot y + K_z \cdot z =$$

a) Wie groß sind X_0, Y_0 im Arbeitspunkt, wenn Z_0 = 40 ist?

b) Wie groß ist K_z?

2.3

Im welchen Arbeitspunkt befindet sich die linearisierte Regelstrecke

$$x = K_y \cdot y + K_z \cdot z$$

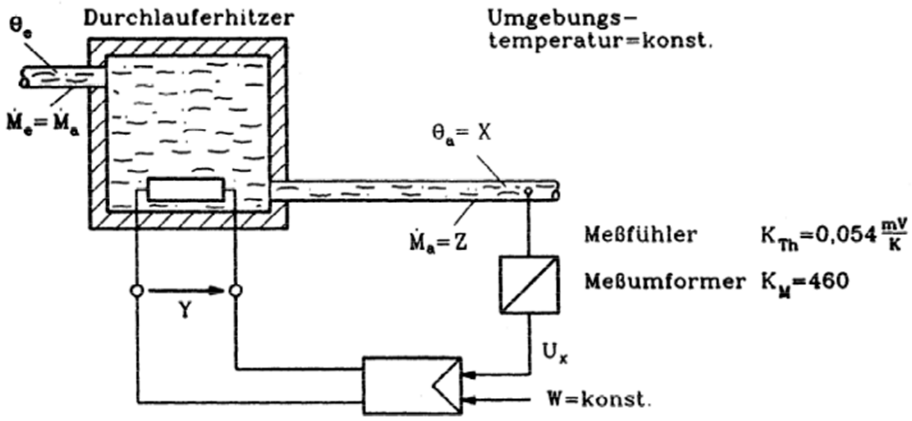
mit den Parametern K_y = -2 und K_z = 5, wenn das statische Verhalten der nichtlinearen Regelstrecke durch die Gleichung

$$X = 8 \cdot Y^{-2} + 3 \cdot Z^2$$

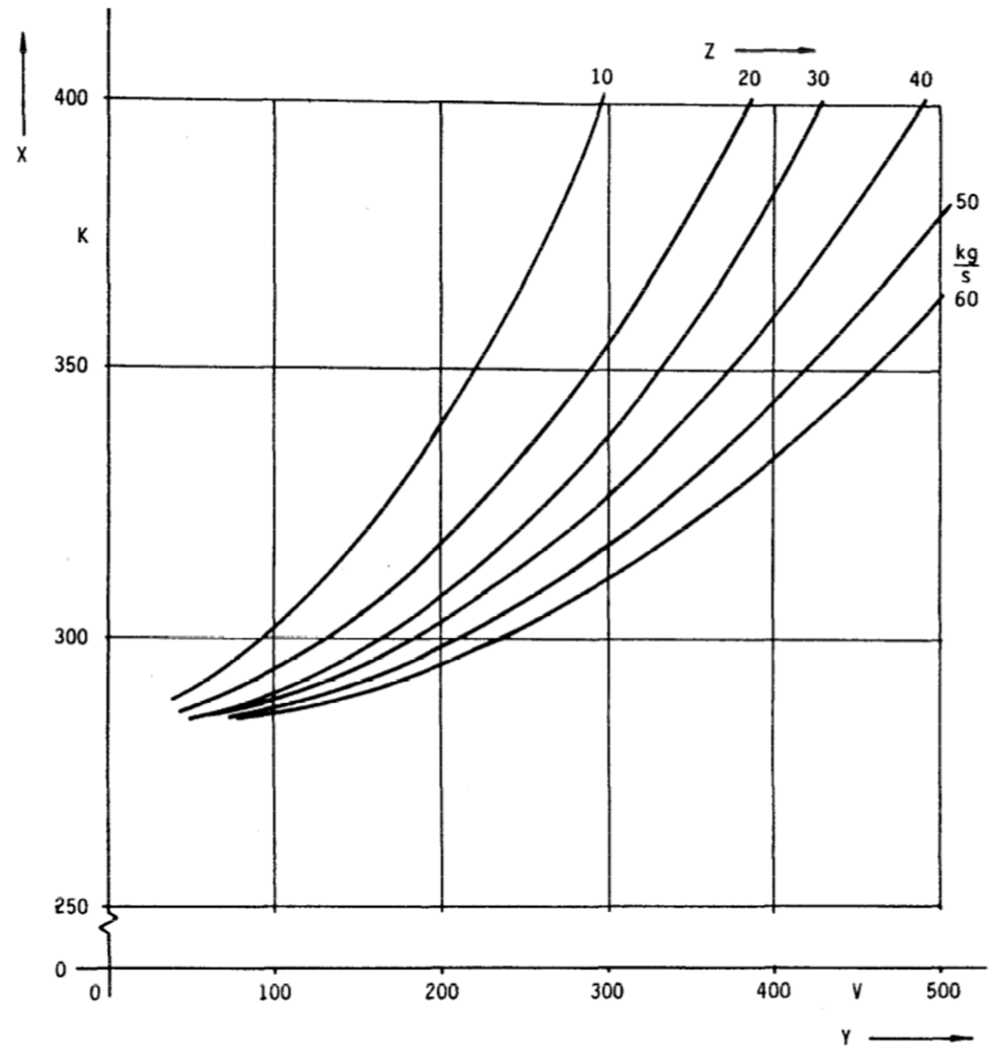
beschrieben wird?

2.4

In einem Durchlauferhitzer wird eine Flüssigkeit auf die Temperatur Θ_a = X erwärmt. Um die Temperatur konstant zu halten, wird eine Regeleinrichtung verwendet, die aus einem proportional wirkenden Regler, einem Meßumformer und einem Thermoelement besteht.



Das Kennlinienfeld beschreibt den statischen Zusammenhang zwischen der Ausgangstemperatur X, der Spannung Y am Heizwiderstand und dem entnommenen Massenstrom Z.



a) Geben Sie die Temperatur X_0 im Arbeitspunkt Y_0 = 300 V und Z_0 = 30 kg/s an.

b) Die auf den Regelkreis wirkende Störgröße sei $\Delta Z = Z - Z_0$ = 30 kg/s. Ermitteln Sie den Proportionalbeiwert K_P des Reglers so, daß der Regelfaktor den Wert R = 0,1 hat.

c) Linearisieren Sie die nichtlineare Funktion X = X(Y,Z) in einer Umgebung des Arbeitspunktes (Y_0, Z_0).

d) Berechnen Sie mit der linearisierten Gleichung aus c) und K_P aus b) den Regelfaktor und die bleibende Regelabweichung für z = 30 kg/s.

3 Dynamisches Verhalten

3.1

Bestimmen Sie Gewichtsfunktion, Übergangsfunktion, Antwort auf eine Rampe der Steigung 1 eines Systems mit der Differentialgleichung

$$1s^2 \cdot \ddot{x}_a(t) + 4\mathrm{s} \cdot \dot{x}_a(t) + 3 \cdot x_a(t) = 2 \cdot p_e(t)$$

3.2

Ein Pol-/Nullstellendiagramm eines Systems mit

$K = 3{,}1\ s^{-3}$
$s_{N1} = -0{,}45\ s^{-1}$
$s_{P1} = -0{,}45\ s^{-1}$
$s_{P2} = (-0{,}5 + j1{,}15)\ s^{-1}$
$s_{P3} = (-0{,}5 - j1{,}15)\ s^{-1}$

ist gegeben. Hinweis für Unterpunkt b): Kürzen Sie ggf. Terme in Zähler und Nenner.

a) Berechnen Sie die Differentialgleichung v = f(u,t) für dieses System.

b) Berechnen und skizzieren Sie die Übergangsfunktion h(t) dieses Systems.

3.3

a) Stellen Sie den Frequenzgang $G_3(j\omega) = K \cdot \frac{1+T_1 j\omega}{1+T_2 j\omega}$ mit K = 2, und T_1 = 2 s und T_2 = 0,5 s im Bode-Diagramm dar.

b) Zeichnen Sie die Ortskurven der Frequenzgänge $G_1(j\omega)$, $G_2(j\omega)$ und $G_3(j\omega)$ aus a). Spalten Sie dazu $G_3(j\omega)$ in die Frequenzgänge $G_1(j\omega) = 1 + T_1 j\omega$ und $G_2(j\omega) = \frac{K}{1+T_2 j\omega}$ auf.

c) Gegeben ist die Differentialgleichung $T_1 \dot{v} + v = K_1 (u - T_1 \dot{u})$ mit $K_1 = 2$ und $T_1 = 0{,}5$ s. Geben Sie den Frequenzgang $G_1(j\omega) = \frac{\underline{v}}{\underline{u}}$ an und tragen Sie ihn ins Bode-Diagramm ein.

d) Stellen Sie den Frequenzgang $G_2(j\omega) = \frac{K_I}{j\omega(1+T_2 j\omega)}$ mit $K_I = 2\ s^{-1}$ und $T_2 = 0{,}2$ s im Bode-Diagramm dar. Berechnen Sie die Übergangsfunktion des Systems und den Schnittpunkt ihrer Asymptoten mit der Zeitachse. Skizzieren Sie die Übergangsfunktion.

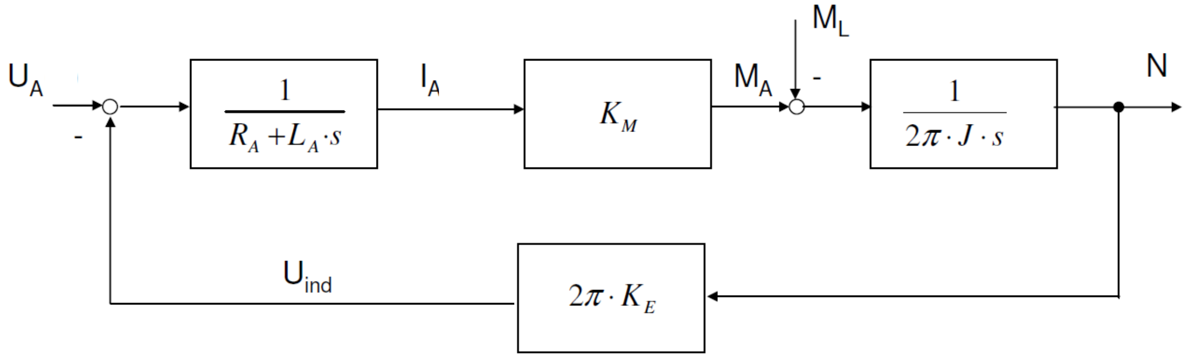
e) Skizzieren Sie die Übergangsfunktion des Systems mit dem Frequenzgang $G_3(j\omega) = \frac{1+T_3 j\omega}{1+T_4 j\omega}$ für $\frac{T_3}{T_4} = 4$ und $\frac{T_3}{T_4} = 0{,}25$. Tragen Sie für $T_3 = 0{,}02$ s die Frequenzgänge in ein Bode-Diagramm ein.

f) Zeichnen Sie die Ortskurve des Frequenzgangs $G_1(j\omega) = K_S \cdot e^{-j\omega T_t}$ mit $K_S = 2$ und $T_t = 5$ s und stellen Sie ihn im Bode-Diagramm dar.

g) Zeichnen Sie den Frequenzgang $G_2(j\omega) = K_P \cdot (1 + \frac{1}{T_i j\omega} + T_d j\omega)$ eines PID-Reglers mit $K_P = 5$, $T_i = 10$ s und $T_d = 2$ s im Bode-Diagramm.

3.4

Berechnen Sie mit den Rechenregeln für Blockschaltbilder die Übertragungsfunktionen eines Gleichstrommotors



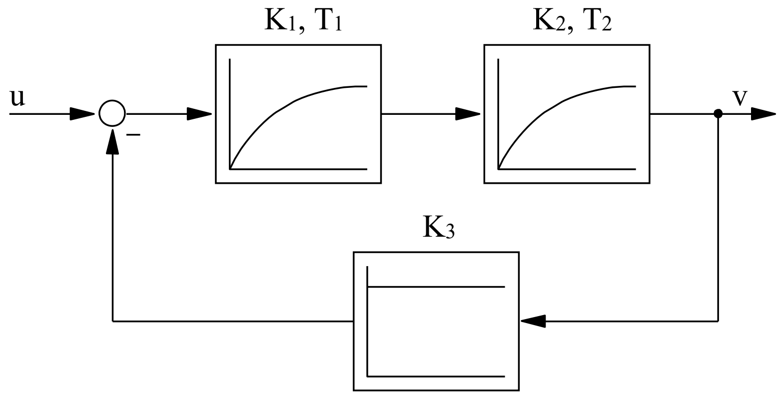
a) $G_1(s) = N(s)/M_L(s)$

b) $G_2(s) = I_A(s)/U_A(s)$

c) $G_3(s) = I_A(s)/M_L(s)$

3.5

Gegeben ist folgender Wirkungsplan mit $T_1 = T_2 = 0{,}71$ s und $K_1 = K_2 = 1$:



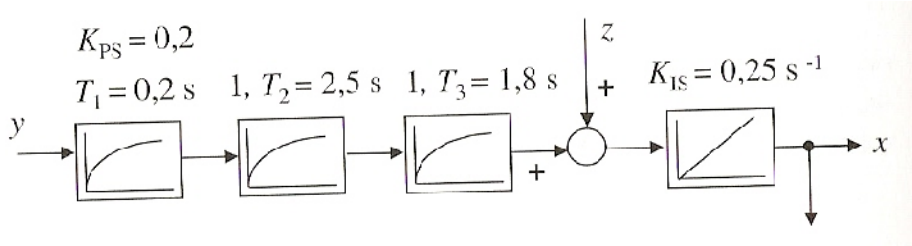
a) Ermitteln Sie den Frequenzgang $G_A(j\omega) = \frac{\underline{v}}{\underline{u}}$.

b) Berechnen Sie K_3, so daß der Dämpfungsgrad $\vartheta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ beträgt. Wie groß ist dann der Übertragungsfaktor $K_A = G_A(0)$? Tragen Sie $G_A(j\omega)$ in ein Bode-Diagramm ein.

c) Berechnen Sie für $K_3 = 24$ den Dämpfungsgrad ϑ, die Eigenfrequenz ω_0 und tragen Sie den Frequenzgang $G_A(j\omega)$ in ein Bode-Diagramm ein.

3.6

Der Wirkungsplan einer Regelstrecke und die Parameter sind im Bild unten gezeigt. Die Strecke soll mit dem P-Regler geregelt werden.

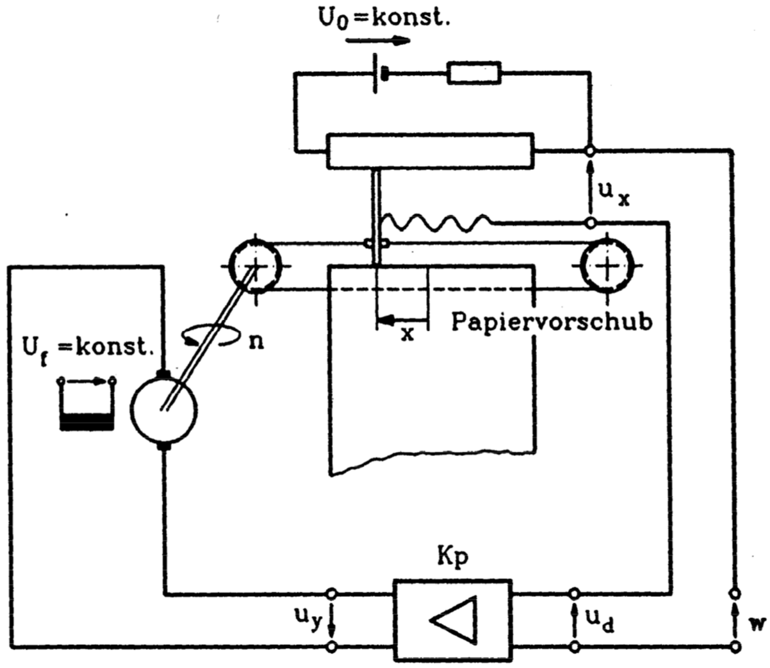


Ergänzen Sie den Wirkungsplan und bestimmen Sie die bleibende Regelabweichung

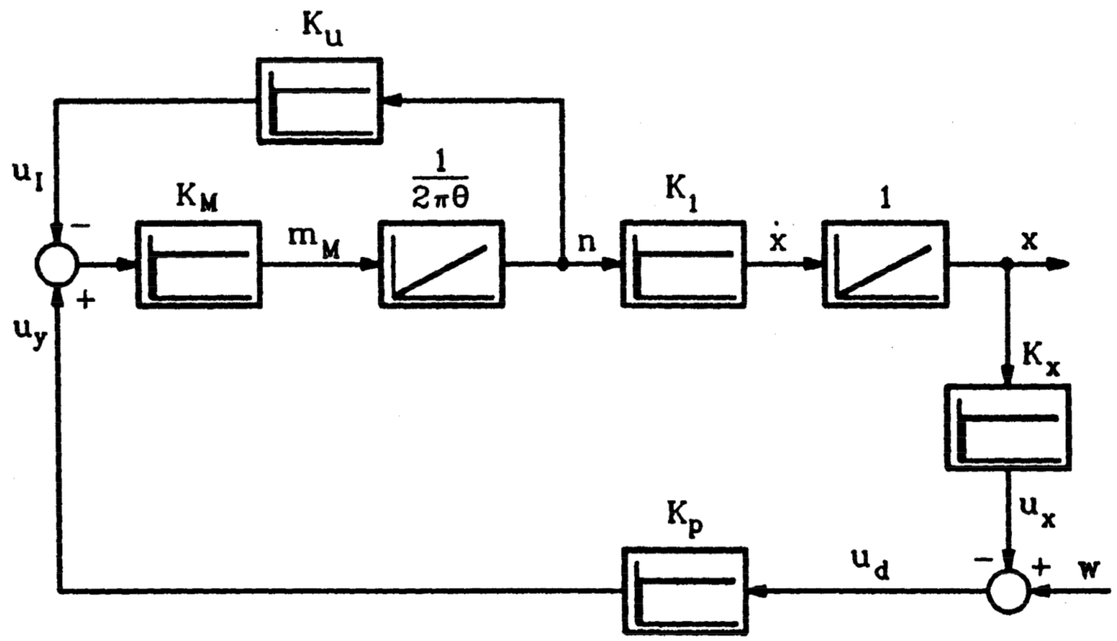
a) nach einem Sprung der Störgröße $\hat{z} = 0{,}2$, wenn der Proportionalitätsbeiwert des Reglers $K_{PR} = 4$ beträgt.
b) nach einem Sprung der Führungsgröße $\hat{w} = 2$, wenn der Proportionalitätsbeiwert des Reglers mit $K_{PR} = 10$ eingestellt wird.

3.7

Mit dem skizzierten Linienschreiber soll die Spannung w aufgezeichnet werden.



Der Schreiber wird näherungsweise durch den folgenden Wirkungsplan beschrieben:



$K_1 = 5$ cm $\quad K_u = 0{,}2$ Vs $\quad K_x = 4$ V/cm $\quad K_M = 0{,}39 \cdot 10^{-3}$ Nm/V $\quad K_p = 0{,}5$

m_M Antriebsmoment des Motors
u_i Induktionsspannung
Θ auf die Motorwelle bezogenes Trägheitsmoment der beweglichen Teile

a) Berechnen Sie den Frequenzgang $G_w(j\omega) = \dfrac{\underline{x}}{\underline{w}}$ in allgemeiner Form.

b) Die Massenkräfte sollen zunächst vernachlässigt werden ($\Theta = 0$). Zeichnen Sie den Verlauf von x(t), wenn w(t) sich sprungförmig um $\Delta W = 12$ V ändert. Nach welcher Zeit t_1 ist die Abweichung vom Endwert kleiner als 0,2 cm?

c) Bestimmen Sie unter Vernachlässigung von Θ den Verlauf von x(t) für $w(t) = A \cdot t$ mit A = 60 V/s. Wie groß ist der Anzeigefehler im stationären Zustand?

d) Die Größe des Trägheitsmomentes ist nun $\Theta = 0{,}25 \cdot 10^{-6}$ kgm^2. Berechnen Sie den Dämpfungsgrad und die Eigenfrequenz des Systems und skizzieren Sie die Übergangsfunktion.

e) Zur Verbesserung des Regelverhaltens soll ein Tachogenerator zur Messung der Drehzahl n des Motors eingesetzt werden. Seine Ausgangsspannung $u_T = K_T \cdot n$ mit $K_T = 0{,}12$ Vs wird auf u_y aufgeschaltet. Bestimmen Sie den Frequenzgang $G_w(j\omega)$ sowie Dämpfungsgrad, Eigenfrequenz und statischen Übertragungsbeiwert.

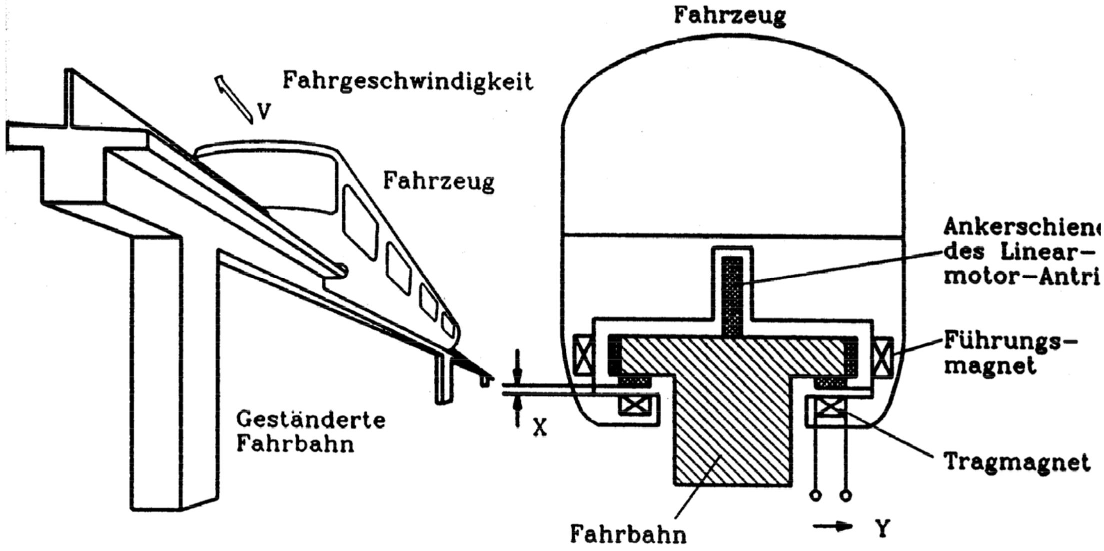
4 Stabilität

4.1

Für das abgebildete Magnetschwebefahrzeug gilt für den Zusammenhang zwischen dem Luftspalt x, der Regelspannung y und der durch Fahrbahnunebenheiten hervorgerufenen Störgröße z die Differentialgleichung

$$c_3\dddot{x} + c_2\ddot{x} + c_1\dot{x} + c_0 x = b_0 y - K_z z \qquad \text{mit}$$

$c_3 = 0{,}445\ s^3/m$ $\quad c_2 = 1{,}72\ s^2/m$ $\quad c_1 = -288{,}3\ s/m$ $\quad c_0 = -2241\ 1/m$ $\quad b_0 = 0{,}5\ 1/V$.



a) Untersuchen Sie, ob das durch die Differentialgleichung beschriebene System ohne Regler (y = 0) stabil ist.

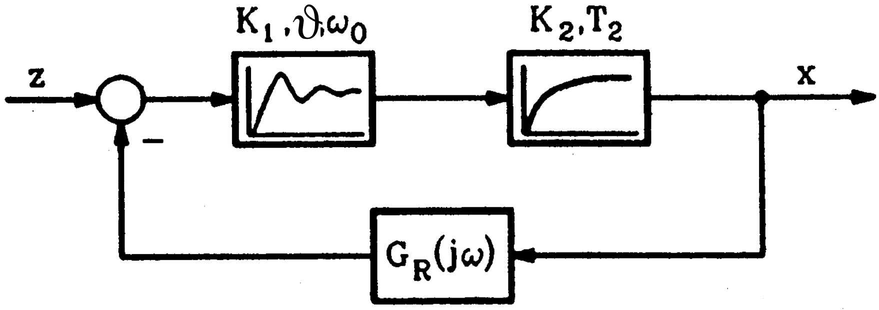
b) Zur Regelung des Tragvorgangs wird ein PD-Regler verwendet. Berechnen Sie den zulässigen Wertebereich der Parameter K_P und T_d mit Hilfe des Hurwitz-Kriteriums.

c) Um bleibende Regelabweichungen zu verhindern, wird ein PID-Regler mit den Parametern $K_P = 5500$ V/m, $T_d = 0{,}2$ s und $T_i = 0{,}8$ s eingesetzt. Untersuchen Sie mit dem Routh-Kriterium, ob der Regelkreis stabil arbeitet.

4.2

Gegeben ist das folgende System mit $G_1(j\omega) = \dfrac{K_1}{1 + \dfrac{2\vartheta}{\omega_0} j\omega + \dfrac{1}{\omega_0^{\,2}}(j\omega)^2}$ und $G_2(j\omega) = \dfrac{K_2}{1 + T_2 j\omega}$ sowie

$K_1 = 2$ $\quad \vartheta = 0{,}5$ $\quad \omega_0 = 2\ s^{-1}$ $\quad K_2 = 0{,}5$ $\quad T_2 = 0{,}5$ s .



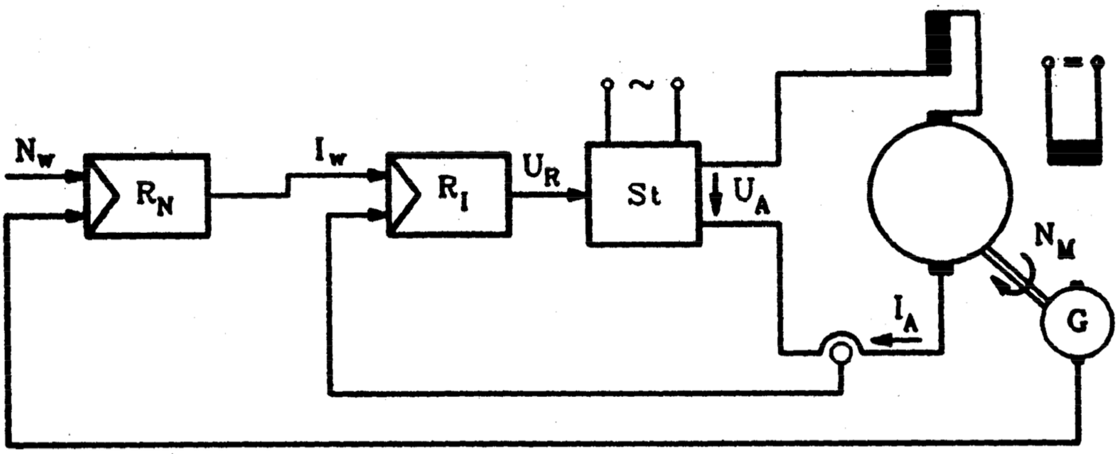
uebung.docx

a) Ermitteln Sie die Koeffizienten der homogenen Differentialgleichung des geschlossenen Regelkreises, wenn für $G_R(j\omega)$ ein PI-Regler verwendet wird.

b) Geben Sie für einen P-Regler den zulässigen Bereich des Proportionalbeiwertes K_P so an, daß der Regelkreis stabil arbeitet.

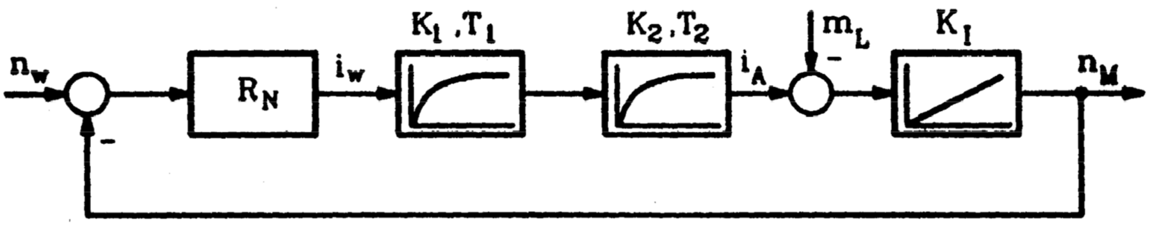
c) Als Regler wird ein PI-Regler mit den Parametern K_P = 3,6 und T_i = 2 s verwendet. Prüfen Sie die Stabilität des Regelkreises mit dem Routh-Kriterium.

4.3



R_N Drehzahlregler R_I Stromregler St Thyristorstellglied G Tachogenerator

Der skizzierte Gleichstromantrieb wird für kleine Abweichungen von einem Arbeitspunkt näherungsweise durch folgenden Wirkungsplan mit normierten Variablen beschrieben.

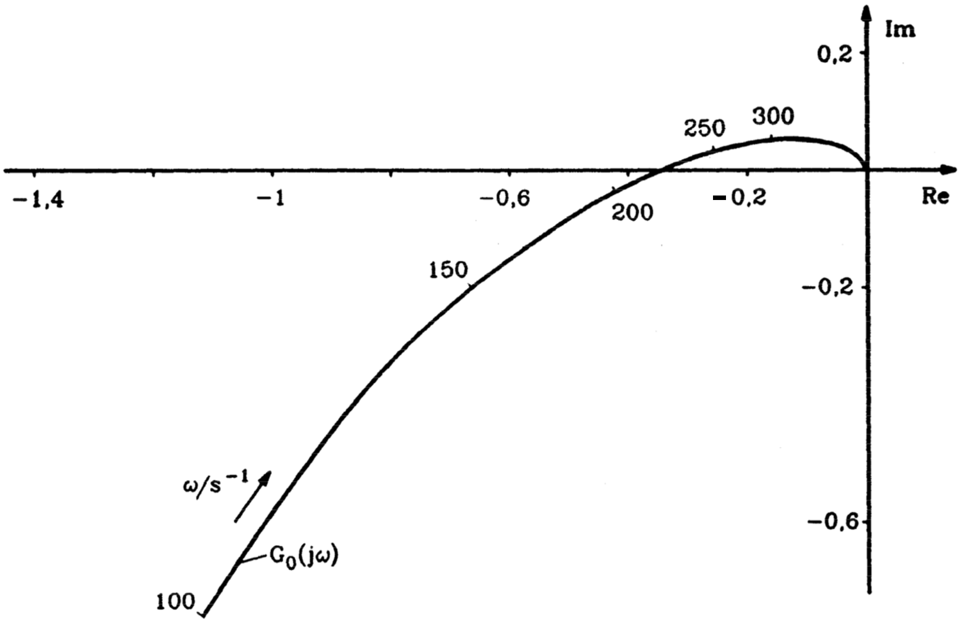


$K_I = 1\ s^{-1}$ $K_1 = 20$ $T_1 = 10$ ms $K_2 = 5$ $T_2 = 2$ ms

a) Als Drehzahlregler wird ein P-Regler mit K_P = 2 eingesetzt. Überprüfen Sie mit Hilfe des Nyquist-Kriteriums, ob der geschlossene Regelkreis stabil ist. Bestimmen Sie aus der gegebenen Ortskurve von $G_0(j\omega)$ die Amplitudenreserve G_m, die Phasenreserve φ_m und die Frequenz ω_π.

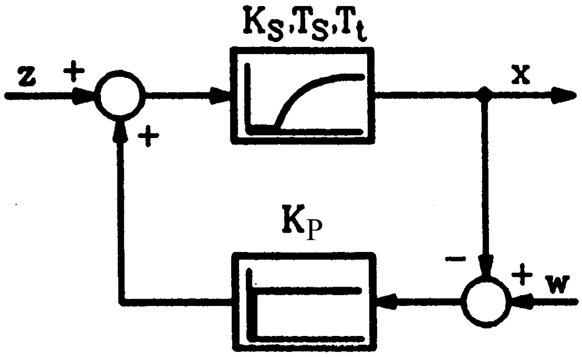
b) Überprüfen Sie Ergebnisse aus a) im Bode-Diagramm.

c) Der P-Regler wird durch einen (realen) PD-Regler mit dem Frequenzgang $G_R(j\omega) = K_P \dfrac{1+T_d j\omega}{1+Tj\omega}$ und T_d = 10 ms und T = 1 ms ersetzt. Bestimmen Sie K_P so, daß $4 \le G_m \le 10$ und $30° \le \varphi_m \le 70°$.



4.4

Gegeben sei folgende PT_1T_t-Strecke mit K_S = 2, T_S = 2 s und T_t = 0,5 s, die mit einem P-Regler geregelt wird.



a) Am Regler wird der Proportionalbeiwert K_P = 2 eingestellt. Zeichnen Sie $G_0(j\omega)$ ins Bode-Diagramm. Bestimmen Sie die Amplitudenreserve G_m, die Phasenreserve φ_m und die Frequenz ω_π.

b) Statt des P-Reglers wird nun ein I-Regler eingesetzt. Bestimmen Sie K_I so, daß sich die gleiche Phasenreserve wie beim P-Regler ergibt. Wie groß sind jetzt G_m und ω_π?

c) Es wird jetzt ein PI-Regler eingesetzt. Die Nachstellzeit T_i wird so eingestellt, daß die Verzögerungszeitkonstante gerade kompensiert wird ($T_i = T_S$). Bestimmen Sie K_P unter den Bedingungen $1{,}5 < G_m < 3{,}5$ und $20° < \varphi_m < 70°$. Wie groß ist jetzt ω_π?

5 Reglersynthese

5.1

Die Regelstrecke

$$G_S(s)=\frac{2}{(1+1\,s\cdot s)\cdot(1+2\,s\cdot s)\cdot(1+3\,s\cdot s)}$$

soll mit einem PI-Regler nach dem Verfahren der dynamischen Kompensation (Polstellenkompensation) geregelt werden. Berechnen Sie für $K_p = 1$

a) den Frequenzgang des offenen Regelkreises $G_0(j\omega)$, sowie dessen Grenzwerte für $\omega = 0$ und $\omega \to \infty$ nach Betrag und Phase und Real- und Imaginärteil.

b) die Frequenz ω_1, für die gilt $\mathrm{Im}\{G_0(j\omega_1)\} = 0$. Wie groß ist für ω_1 der Realteil?

c) Stellen Sie die Ortskurve grafisch dar.

d) Ist der geschlossene Regelkreis stabil? Bestimmen Sie Amplituden- und Phasenreserve.

e) Welche zusätzliche Totzeit T_t im Regelkreis macht den Regelkreis instabil?

5.2

Die Regelstrecke

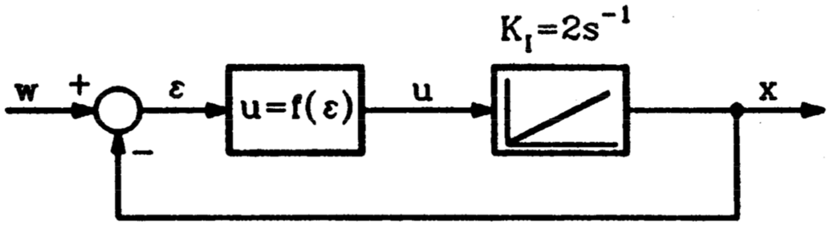
$$G_S(s)=\frac{K_s}{(1+T_1\cdot s)\cdot(1+T_2\cdot s)}$$

mit $T_1 > T_2$ soll mit einem PI-Regler geregelt werden. Berechnen Sie bei Auslegung des Reglers nach dem Prinzip der dynamischen Kompensation (Polstellenkompensation) die Reglerverstärkung K_P in Abhängigkeit vom gewünschten Dämpfungsgrad ϑ.

6 Nichtlineare Systeme

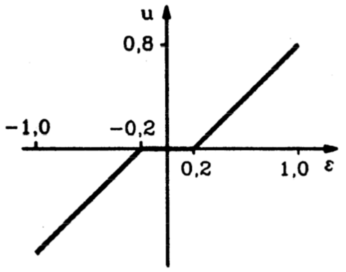
6.1

Das skizzierte Folgesystem besteht aus einem Integrator und einer Nichtlinearität.

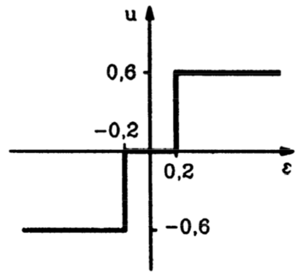


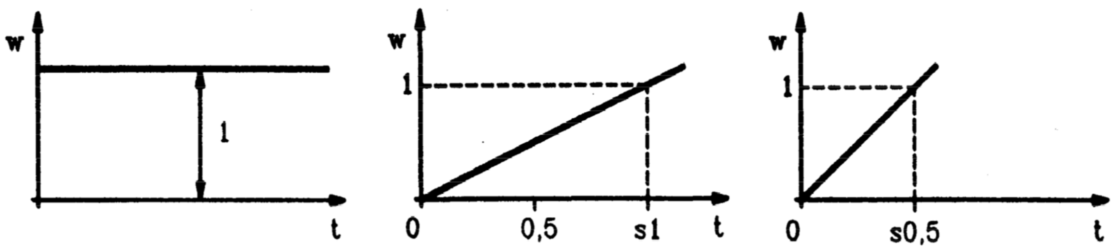
Zeichnen Sie für die folgenden Nichtlinearitäten jeweils die Verläufe von x(t), wenn w(t) nach den 3 angegebenen Funktionen verändert wird und x(0) = 0 ist.

a) Ansprechschwelle



b) Dreipunktschalter



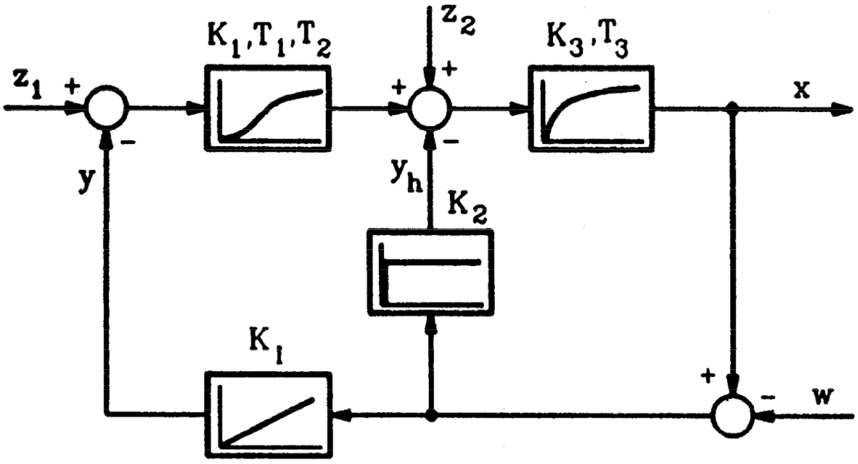


7 Vermaschte Systeme

7.1

Gegen ist folgender Regelkreis mit Hilfsstellgröße und

$K_1 = 1$ $K_2 = 2{,}5$ $K_3 = 2$ $K_I = 2{,}5\ \text{min}^{-1}$ $T_1 = T_2 = 1\ \text{min}$ $T_3 = 0{,}4\ \text{min}$



a) Bestimmen Sie den Frequenzgang $G_0(j\omega)$ des aufgeschnittenen Regelkreises.

b) Ist der geschlossene Regelkreis stabil?

c) Prüfen Sie, ob der geschlossene Regelkreis bei Ausfall der Hilfsstellgröße, $y_h = 0$, stabil ist.