

《概率论》期末考试

开课单位：统计系与金融系

2024 年 1 月 15 日

1. $X_i \text{iid} \sim \text{Exp}(\lambda_i), i = 1, 2, 3$. 求 $P(X_1 > X_2 > X_3)$.
2. $X_1, X_2, X_3 \text{iid}, \text{Var} X_i = 1, EX_i = 0, \rho_{12}, \rho_{13}, \rho_{23}$ 为相关系数。证明：

$$\rho_{12}^2 + \rho_{13}^2 + \rho_{23}^2 - 1 \leq \rho_{12}\rho_{13}\rho_{23}$$

3. $x_i : 1 \leq i \leq n, \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$.
对 x_1, \dots, x_n 重抽样 m 个，记为 $x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}$. $X = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m x_{ij}$.
求： $EX, \text{Var} X$.

4. 大概是一个用特征函数和连续性定理的证明题，是证明用 iid 的 Bernoulli 随机变量可以生成均匀分布。直接计算即可。

第二问是给出一列 iid 的 Bernoulli 随机变量，要求用第一问的方法生成 V_1, V_2, V_3 , 使其 iid 且服从 $U(0, 1)$.

5. 大概是和条件分布有关，用条件期望的平滑公式，以及计算条件方差的公式直接计算即可。
题给的分布是 $\Gamma(\alpha, \beta)$ ，但是非常友好的提供了分布密度函数和计算的式子。4、5 题号可能有错乱。

6. 证明：依概率收敛蕴含依分布收敛。