天球座標

天体の位置を表すには、あらかじめ適当な座標系を定め、それにしたがって位置を示すのがよい。

天体は空間に位置しているから、たとえば 3 次元直交座標系を使ってその位置を表すことも可能である。しかし、いくつかの例外はあるが、天体の位置は普通その方向だけを取り扱い、距離を問題にすることは少ない。だから、長さを問題にしない座標系が便利で、直交座標系は実際的ではない。また一方、天空が球面を内側から見たように感じられることも考えると、その実際の距離が遠くても近くても、天体の位置をすべて球面上に投影した形で示す球面座標系をとるのが都合がよいと思われる。実際、位置天文学でもっともふつうに使われる座標系は、球面座標系である。以下では、天文学で使用される球面座標系である赤道座標系、地平座標系、銀河座標系、黄道座標系とそれらの座標系間の変換について説明する。

1. 赤道座標系

ここでは、恒星の位置を示す場合について考える。恒星は東に昇り西に沈み、あるいは北極星の周りに回転するなど、いわゆる日周運動をしている。その際、星の相互の位置はほとんど変わらない。

こういう恒星の位置を示すには、ある恒星の位置がいつも同じ数値であるような座標系をとるのが便利である。つまり座標系が恒星に対して固定し、見かけ上は日周運動と一緒に動いていくといったものである。こういう座標系で通常使われているのが、赤経と赤緯で天球上の位置を表す赤道座標系（equatorial coordinate system）である。

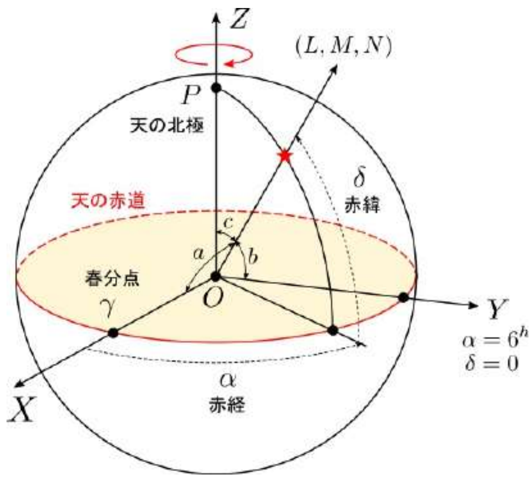


図 1　赤道座標系

図 1 に示すように、地球をとりまく非常に大きな球面として天球（celestial shpere）を考える。地球の中心は天球の中心と一致しているものとする。天球に比べて地球の大きさは無視できるぐらいに小さいので点として表している。

地球の自転軸は、地球の北極と南極をつらぬく一本の直線である。この北への延長が天球と交わったところを天の北極（celesital north pole)、南への延長が天球と交わったところを天の南極（celestial south pole）という。天の北極の位置に近い恒星（現在は、こぐま座のアルファ星）を北極星と呼んでいる。地球を固定して考える場合は、天の北極と天の南極を結ぶ直線を軸として東から西へ（図 1 の赤矢印）回転して、日周運動しているとみなす。

次に、この自転軸と直交する、地球の赤道を通る平面を考える。この平面と天球との交線は天球を一周する大円で、これを天の赤道（celestial equator）という。この天の赤道をもとにして天球上の点の赤緯（declination; Decl, δ）を決めることができる。天の赤道は赤緯 $0°$ の線であり、そこから北に向け

て $+90^\circ$ まで、南に向けて -90° まで目盛りを刻む。

次に、赤経（right ascension; RA, α）を決めるのであるが、そのためにはまず、天の赤道上の座標原点にあたる一つの点を決めなければならない。この点は春分点（vernal equinox; γ）と呼ばれる。春分点は星の間に位置して、星とともに日周運動する点である。現在は「うお座」のなかにあり、うお座 λ 星の少し東に位置している。

春分点を決めると、天の北極、春分点、天の南極を通る大円が赤経 0^{h} の線として決まり、そこから東へ目盛りを刻んで、0^{h} から 24^{h} までを決める。24^{h} までで一周して元の位置に戻り、赤経 24^{h} は赤経 0^{h} の線と一致する。

このように決めると、天球上の点はどの点でも 1 組の赤経、赤緯に対応し、反対に赤経、赤緯を与えれば天球上のただ 1 点が決まる（天の北極、南極だけは例外で、赤経に無関係である）。

この赤道座標系に対しては、直交座標系の座標軸を

- X 軸の正の向きを春分点の向き
- Y 軸の正の向きを赤経 6^{h}、赤緯 0° の向き
- Z 軸の正の向きを天の北極の向き

と定める赤道直交座標系（右手系）を用いる。このとき赤経 α、赤緯 δ で示される天体の方向余弦 (L, M, N) は

$$\begin{aligned} L &= \cos a = \cos\delta\cos\alpha \\ M &= \cos b = \cos\delta\sin\alpha \\ N &= \sin c = \sin\delta \end{aligned} \tag{1}$$

と表される（方向余弦は (α, δ) 方向の単位ベクトルの X, Y, Z 成分に相当する）。

赤道座標：天体位置の一般的表示

－　基準大円：天の赤道、基準点：春分点
－　（赤経 α、赤緯 δ）
－　春分点から東に向かって赤経が大きくなる
－　X 軸：春分点方向
－　Y 軸：$\alpha = 6^{\mathrm{h}}, \delta = 0^\circ$ 方向
－　Z 軸：天の北極方向

（注）角度の表示法

赤道座標系では、赤経には h（時）、m（分）、s（秒）という単位が使われるのに対し、赤緯は ${}^\circ$（度）、$'$（分）、$''$（秒）という単位を使うのがふつうである。両方に分、秒という単位が使われるが、その角度としての量は同じではない。

時間と角度の単位は

$$1^{\mathrm{h}} = 60^{\mathrm{m}} = 3600^{\mathrm{s}} \tag{2}$$

$$1^\circ = 60' = 3600'' \tag{3}$$

であり、この時間と角度の関係は

$$24^{\mathrm{h}} = 360^\circ \tag{4}$$

と定められている。したがって

$$1^{\mathrm{h}} = 15^\circ$$

であり、この両辺を 60, 3600 で割れば

$$1^{\mathrm{m}} = 15'$$
$$1^{\mathrm{s}} = 15''$$

となる。また式 (4) より

$$1^\circ = \frac{24 \times 60}{360} = 4^{\mathrm{m}}$$

となる。この両辺を 60, 3600 で割れば

$$1' = 4^{\mathrm{s}}$$
$$1'' = (1/15)^{\mathrm{s}}$$

となる。また、角度への換算は

$$\begin{aligned}
1^{\mathrm{h}} &= 15^\circ \\
1^{\mathrm{m}} &= (15/60)^\circ = 0^\circ.25 \\
1^{\mathrm{s}} &= (15/3600)^\circ = 0^\circ.00416 \\
1' &= (1/60)^\circ = 0^\circ.1667 \\
1'' &= (1/3600)^\circ = 0^\circ.000278
\end{aligned}$$

となる。

このような角度の表現の方法は、実用上、あるいは歴史的な理由があってのことである。

2. 地平座標系

天体の赤経、赤緯がわかったとしても、それだけでその天体が空のどこに見えるかがわかるわけではない。現実に天体がどこに見えるかを示すものは、ここで述べる地平座標系（horizontal coordinate system）である。地平座標系は、天文学ではふつう次のように決めている。

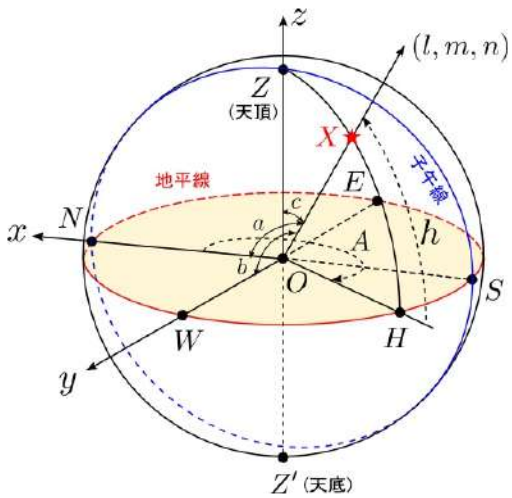


図 2　地平座標系

図 2 に示すように、観測者のいる点を O とし、O を中心とした天球を考える。この天球のうち、実際に見えるのはほぼ上の半分だけで、下半分は地面の下になって、通常は見ることができない。O の鉛直上の点を Z とする。Z は天頂（zenith）と呼ばれる点である。

次に、地平面を考える。地平面は点 O を通る水平面として決められ、鉛直線 OZ と直交している。地平面が天球と交わった線は天球をぐるりと一周する大円で、地平線（horizon）と呼ばれる。

こうして地平線を決めると、その上に東西南北の 4 つの方位を決めることができる。これをそれぞれ E, W, S, N で表す。

また、地平線上の北の点 N、天頂、地平線上の南の点 S および天底 Z' を通る大円を、その観測点の子午線（meridian）という。

ここで、位置を表したい天体が X にあるとする。天頂 Z と天体 X を通る大円を作ると、この大円は（X が天頂にある場合は別として）必ず地平線と垂直に交わる。この交点を H とする。

こうすると、この H 点をなかだちとして天体 X の位置を示すことができる。まず、北から東向きに $\angle NOH$ だけまわって H 点に到達し、そこから $\angle HOX$ だけ上を見上げれば、そこに目的の天体があることになる。この北から東向きに測った $\angle NOH$ をその天体の方位角（azimuth; A）、$\angle HOX$ をその天体の高度（altitude; h）という。

方位角は北を $0°$ として、そこから東、南、西とまわる向きで $0°$ から $360°$ までの数値で表す。ただし、方位角を南を $0°$ として、そこから西、北、東とまわる向きで表す文献も多くあるので、どこを基準として考えているかを文献ごとに確認する必要がある。

高度は地平線を $0°$ として上向きに $90°$ までの数値で表す。高度 $90°$ は天頂であり。地平線より低い天体の位置を示したいときには（実際に見えなくても）高度は負となり、$-90°$ までの数値で表す。

この地平座標系に対しては、直交座標系の座標軸を

- 地平線上の北の向きに x 軸の正の向き
- 地平線上の西の向きに y 軸の正の向き
- 天頂方向に z 軸の正の向き

を定める地平直交座標系（右手系）を用いる。このとき方位角 A、高度 h で示される天体の方向余弦 (l, m, n) は

$$\begin{aligned} l &= \cos a = \cos h \cos(2\pi - A) = \cos h \cos A \\ m &= \cos b = \cos h \sin(2\pi - A) = -\cos h \sin A \\ n &= \sin c = \sin h \end{aligned} \tag{5}$$

と表される。ここで採用した地平直交座標系では、x の正方向から y 軸の負方向に測った角度を方位角 A としているので、通常の角度の測り方（x の正方向から y 軸の正方向に測った角度）に対応させるため式 (5) では $2\pi - A$ となっている。

また、地平直交座標系の x, y 軸の対応のさせ方は文献により異なるので、文献ごとに確認が必要である。

地平座標系：望遠鏡が向いている方向などの表記

- 基準大円：地平、基準点：真北
- （方位角 A、高度 h）
- 真北から東に向かって方位角が大きくなる
- x 軸：地平面上真北方向
- y 軸：地平面上真西方向
- z 軸：天頂方向

3. 赤道座標系と地平座標系の関係

赤道座標 (α, δ) を地平座標 (A, h) に換算するためには、この 2 つの座標系の位置関係を知っている必要がある。ここでは、幾何学的関係だけを考えることにする。

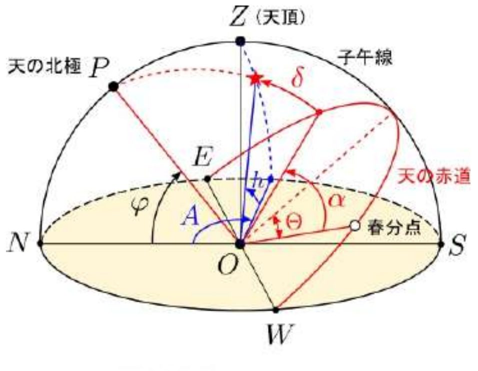


図 3　赤道座標系と地平座標系

観測者 O のいる地点の緯度を φ とし、天球上にこの 2 つの座標系を重ねて描くと図 3 に示したようになる（地球の大きさは無視できるので、赤道座標の原点と地平座標の原点は一致している）。

この図は観測者が北半球（北緯の地点）にいる場合のものである。天の北極 P は、地平座標系の子午線（NZS を通る大円）上にあり、天の北極の高度が観測地点の緯度に等しい（図 4）。

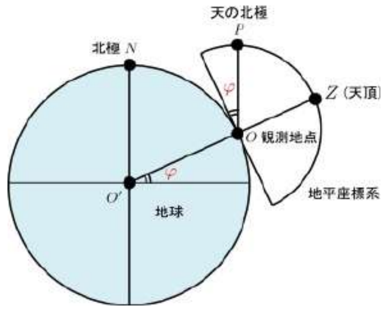


図 4　観測地点の緯度と天の北極の高度の関係

天の赤道上には春分点 γ があるが、天球が日周運動すると考える立場では、きまった位置にはなく時刻によって位置が変わる。

赤道座標系と地平座標系の関係を決めるために、観測点の子午線と春分点のなす角 Θ を決める必要がある。この角 Θ は恒星時（sidereal time）と呼ばれる。恒星時 Θ は、観測地点の経度と観測時刻の関数として与えられる。

4. 赤道座標から地平座標への変換

赤道座標と地平座標の位置関係が図 3 で定められたので、座標変換により赤経、赤緯のわかった天体の位置を、方位角、高度に変換することができる。ここではその変換方法について述べる。

4.1 直交軸の変換

一つの直交軸を他の直交軸に変えることを直交軸の変換という。直交軸が変われば、一点の座標も一般に変わってくる。

ここでは、直交軸の変換としては、原点を変えないで、右手系の直交軸を右手系の直交軸に変える変換だけを取り扱う。

いま、直交軸 Ox^1, Ox^2, Ox^3 を他の直交軸 Ox'^1, Ox'^2, Ox'^3 に変える。このとき、x^1, x^2, x^3 軸に対する基本ベクトルを $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3$ とし、x'^1, x'^2, x'^3 軸に対する基本ベクトルを $\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2, \boldsymbol{e}'_3$ とする（図 5）。また、一点 P の x^1, x^2, x^3 軸に関数る座標を x^1, x^2, x^3 とし、x'^1, x'^2, x'^3 軸に関数る座標を x'^1, x'^2, x'^3 とする。

x^1, x^2, x^3 軸に関する

x'^1 軸の方向余弦（$\boldsymbol{e}'_1$ の成分）を　a^1_1,　a^1_2,　a^1_3
x'^2 軸の方向余弦（$\boldsymbol{e}'_2$ の成分）を　a^2_1,　a^2_2,　a^2_3
x'^3 軸の方向余弦（$\boldsymbol{e}'_3$ の成分）を　a^3_1,　a^3_2,　a^3_3

とすれば（ここで、a^i_j は x'^i 軸の x_j 軸に対する方向余弦)、方向余弦の意味から分かるように x'^1, x'^2, x'^3 軸に関する

x^1 軸の方向余弦（$\boldsymbol{e}_1$ の成分）は　a^1_1,　a^2_1,　a^3_1
x^2 軸の方向余弦（$\boldsymbol{e}_2$ の成分）は　a^1_2,　a^2_2,　a^3_2
x^3 軸の方向余弦（$\boldsymbol{e}_3$ の成分）は　a^1_3,　a^2_3,　a^3_3

したがって

$$\begin{aligned}\boldsymbol{e}_1 &= a^1_1\boldsymbol{e}'_1 + a^2_1\boldsymbol{e}'_2 + a^3_1\boldsymbol{e}'_3\\ \boldsymbol{e}_2 &= a^1_2\boldsymbol{e}'_1 + a^2_2\boldsymbol{e}'_2 + a^3_2\boldsymbol{e}'_3\\ \boldsymbol{e}_3 &= a^1_3\boldsymbol{e}'_1 + a^2_3\boldsymbol{e}'_2 + a^3_1\boldsymbol{e}'_3\end{aligned} \tag{6}$$

すなわち、縮約をもちいて

$$\boldsymbol{e}_i = a^j_i\boldsymbol{e}'_j \tag{7}$$

となる。これが直交軸の変換を表わす式である。

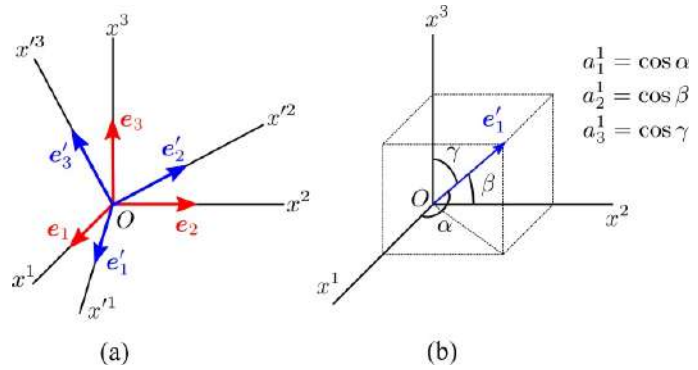


図 5　(a) 直交変換　(b) 方向余弦（x^1, x^2, x^3 軸に関する x'^1 軸の方向余弦）

次に、直交軸が式 (7) のように変換されるとき、点の座標はどのように変わるかを調べる。任意の点 P の x^1, x^2, x^3 軸に関する座標を x^1, x^2, x^3 とし、x'^1, x'^2, x'^3 軸に関数る座標を x'^1, x'^2, x'^3 とすれば

$$\overrightarrow{OP} = x^i\boldsymbol{e}_i = x^i\left(a^j_i\boldsymbol{e}'_j\right) = \left(a^j_i x^i\right)\boldsymbol{e}'_j$$

他方、

$$\overrightarrow{OP} = x'^j\boldsymbol{e}'_j$$

であるから、$\boldsymbol{e}'_j$ の係数を等しいとおいて

$$x'^j = a^j_i x^i$$

すなわち

$$\begin{aligned}x'^1 &= a^1_1x^1 + a^1_2x^2 + a^1_3x^3\\ x'^2 &= a^2_1x^1 + a^2_2x^2 + a^2_3x^3\\ x'^3 &= a^3_1x^1 + a^3_2x^2 + a^3_3x^3\end{aligned}$$

ゆえに、直交座標の変換

$$\boldsymbol{e}_i = a^j_i\boldsymbol{e}'_j \tag{8}$$

によって、座標はつぎのような変換をうける：

$$x'^i = a^i_j x^j \tag{9}$$

ここに、式 (8) の $\boldsymbol{e}'_j$ の係数と式 (9) の x^j の係数とを並べて書けば

$$\begin{matrix} a^1_1 & a^2_1 & a^3_1 \\ a^1_2 & a^2_2 & a^3_2 \\ a^1_3 & a^2_3 & a^3_3 \end{matrix} \qquad\qquad \begin{matrix} a^1_1 & a^1_2 & a^1_3 \\ a^2_1 & a^2_2 & a^2_3 \\ a^3_1 & a^3_2 & a^3_3 \end{matrix}$$

となり、一方の行と列を入れかえれば他方が得られることがわかる（このことは、位置ベクトルが基本ベクトルと逆の変換をする反変ベクトルであることに対応する）。

直交軸 x'^1, x'^2, x'^3 の直交軸 x^1, x^2, x^3 に関する方向余弦をそれぞれ l_1, m_1, n_1 ; l_2, m_2, n_2 ; l_3, m_3, n_3 とすれば、式 (6) より

$$a^i_j = \begin{pmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{pmatrix} \tag{10}$$

であるので（i 行 j 列）、式 (9) は

$$\begin{pmatrix} x'^1 \\ x'^2 \\ x'^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{pmatrix} \tag{11}$$

と表わされる。

以下、具体例で式 (11) の変換を考える。

- **x 軸周りの x 軸の正の向きから見て反時計回りの角 θ の回転**

  x 軸は変化しないので、元の座標軸に対する方向余弦は

  $$(l_1,\, m_1,\, n_1) = (\cos 0,\, \cos\frac{\pi}{2},\, \cos\frac{\pi}{2}) = (1,\, 0,\, 0)$$

  y 軸は yz 平面で θ だけ回転しているので、元の座標軸に対する方向余弦は

  $$(l_2,\, m_2,\, n_2) = (\cos\frac{\pi}{2},\, \cos\theta,\, \cos(\frac{\pi}{2} - \theta)) = (0,\, \cos\theta,\, \sin\theta)$$

  z 軸は yz 平面で θ だけ回転しているので、元の座標軸に対する方向余弦は

  $$(l_3,\, m_3,\, n_3) = (\cos\frac{\pi}{2},\, \cos(\frac{\pi}{2} + \theta),\, \cos\theta) = (0,\, -\sin\theta,\, \cos\theta)$$

  となるので、変換行列

  $$R_x(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \tag{12}$$

  により変換後の座標が求められる。

- **y 軸周りの y 軸の正の向きから見て反時計回りの角 θ の回転**

  x 軸は zx 平面で θ だけ回転しているので、元の座標軸に対する方向余弦は

  $$(l_1,\, m_1,\, n_1) = (\cos\theta,\, \cos\frac{\pi}{2},\, \cos(\frac{\pi}{2} + \theta)) = (\cos\theta,\, 0,\, -\sin\theta)$$

  y 軸は変化しないので、元の座標軸に対する方向余弦は

  $$(l_2,\, m_2,\, n_2) = (\cos\frac{\pi}{2},\, \cos 0,\, \cos\frac{\pi}{2}) = (0,\, 1,\, 0)$$

  z 軸は zx 平面で θ だけ回転しているので、元の座標軸に対する方向余弦は

  $$(l_3,\, m_3,\, n_3) = (\cos(\frac{\pi}{2} - \theta),\, \cos\frac{\pi}{2},\, \cos\theta) = (\sin\theta,\, 0,\, \cos\theta)$$

  となるので、変換行列

  $$R_y(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix} \tag{13}$$

  により変換後の座標が求められる。

- z 軸周りの z 軸の正の向きから見て反時計回りの角 θ の回転

  x 軸は xy 平面で θ だけ回転しているので、元の座標軸に対する方向余弦は

$$(l_1,\, m_1,\, n_1) = (\cos\theta,\, \cos(\frac{\pi}{2}-\theta),\, \cos\frac{\pi}{2}) = (\cos\theta,\, \sin\theta,\, 0)$$

  y 軸は xy 平面で θ だけ回転しているので、元の座標軸に対する方向余弦は

$$(l_2,\, m_2,\, n_2) = (\cos(\frac{\pi}{2}+\theta),\, \cos\theta,\, \cos\frac{\pi}{2}) = (-\sin\theta,\, \cos\theta,\, 0)$$

  z 軸は変化しないので、元の座標軸に対する方向余弦は

$$(l_3,\, m_3,\, n_3) = (\cos\frac{\pi}{2},\, \cos\frac{\pi}{2},\, \cos 0) = (0,\, 0,\, 1)$$

  となるので、変換行列

$$R_z(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{14}$$

  により変換後の座標が求められる。

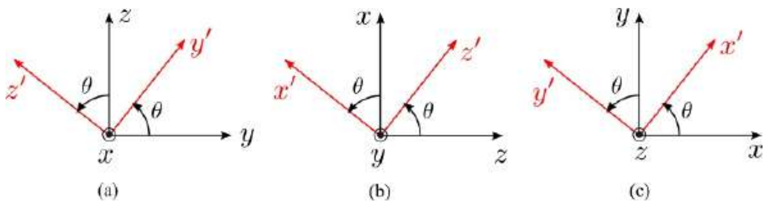


図 6　座標軸の回転 (a) x 軸回り、(b) y 軸回り、(c) z 軸回り

4.2 赤道座標系から地平座標系への座標変換

図 3 に示した赤道座標系と地平座標系の関係から赤道座標系を回転して天の赤道面を地平座標系の地平面に一致させることを考える。

(i)　まず、赤道座標系の Z 軸を中心に反時計回りに角 Θ だけ回転し、春分点を地平座標系の子午線に一致させる。この回転後の座標系を $X'Y'Z'$ とすればによって、春分点（X' 軸）が地平座標系の南（$-x$ 軸）を向き、Y' 軸が地平座標系の東（$-y$ 軸）を向き、Z' 軸は Z 軸に一致している。

(ii)　次に、変換後の Y' 軸を中心に Y' 軸の正の向きから見て反時計回りに角 $\dfrac{\pi}{2}-\varphi$ 回転する。この回転後の座標系を X"Y"Z" とすれば、Z'' 軸が地平座標系の z 軸に一致する。

以上 2 回の回転変換後の赤道座標系と地平座標系の関係は図 7 のようになる。

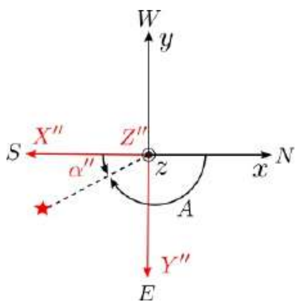


図 7　回転変換後の赤道座標系と地平座標系の関係

変換前の赤道座標系 XYZ における（赤経、赤緯）=(α, δ) 方向の単位ベクトルの成分は

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\delta\cos\alpha \\ \cos\delta\sin\alpha \\ \sin\delta \end{pmatrix} \tag{15}$$

と表される。(i), (ii) の回転変換後の赤道座標系 $X''Y''Z''$ における式 (15) のベクトルの成分は、式 (13) および (14) を用いて

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix}X''\\Y''\\Z''\end{pmatrix} &= \begin{pmatrix}\cos\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right) & 0 & -\sin\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\\ 0 & 1 & 0\\ \sin\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right) & 0 & \cos\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\Theta & \sin\Theta & 0\\ -\sin\Theta & \cos\Theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}X\\Y\\Z\end{pmatrix}\\ &= \begin{pmatrix}\sin\varphi & 0 & -\cos\varphi\\ 0 & 1 & 0\\ \cos\varphi & 0 & \sin\varphi\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\Theta & \sin\Theta & 0\\ -\sin\Theta & \cos\Theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}X\\Y\\Z\end{pmatrix}\\ &= \begin{pmatrix}\sin\varphi\cos\Theta & \sin\varphi\sin\Theta & -\cos\varphi\\ -\sin\Theta & \cos\Theta & 0\\ \cos\varphi\cos\Theta & \cos\varphi\sin\Theta & \sin\varphi\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\delta\cos\alpha\\ \cos\delta\sin\alpha\\ \sin\delta\end{pmatrix}\end{aligned}$$

すなわち

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix}X''\\Y''\\Z''\end{pmatrix} &= \begin{pmatrix}\sin\varphi\cos\delta\left(\cos\Theta\cos\alpha+\sin\Theta\sin\alpha\right)-\cos\varphi\sin\delta\\ \cos\delta\left(\cos\Theta\sin\alpha-\sin\Theta\cos\alpha\right)\\ \cos\varphi\cos\delta\left(\cos\Theta\cos\alpha+\sin\Theta\sin\alpha\right)+\sin\varphi\sin\delta\end{pmatrix}\\ &= \begin{pmatrix}\sin\varphi\cos\delta\cos\left(\Theta-\alpha\right)-\cos\varphi\sin\delta\\ -\cos\delta\sin\left(\Theta-\alpha\right)\\ \cos\varphi\cos\delta\cos\left(\Theta-\alpha\right)+\sin\varphi\sin\delta\end{pmatrix} \qquad (16)\end{aligned}$$

と回転変換前の赤道座標系 XYZ における $(\alpha,\,\delta)$ を用いて表すことができる。

次に、変換後の赤道座標系 $X''Y''Z''$ における赤経、赤緯をそれぞれ α'', δ'' とすれば式 (16) の左辺は式 (15) と同様に

$$\begin{pmatrix}X''\\Y''\\Z''\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\delta''\cos\alpha''\\ \cos\delta''\sin\alpha''\\ \sin\delta''\end{pmatrix} \qquad (17)$$

と表すことができる。したがって

$$\begin{pmatrix}\cos\delta''\cos\alpha''\\ \cos\delta''\sin\alpha''\\ \sin\delta''\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\sin\varphi\cos\delta\cos\left(\Theta-\alpha\right)-\cos\varphi\sin\delta\\ -\cos\delta\sin\left(\Theta-\alpha\right)\\ \cos\varphi\cos\delta\cos\left(\Theta-\alpha\right)+\sin\varphi\sin\delta\end{pmatrix} \qquad (18)$$

が得られる。

ここで、回転変換後の赤道座標系 $X''Y''Z''$ と地平座標系 xyz との位置関係を考えると、天の赤道面は地平面と一致しているので

$$\delta'' = h \qquad (19)$$

となることが分かる。一方、図 7 より赤経と方位角の間には

$$A + \alpha'' = \pi \qquad (20)$$

の関係がある。式 (19)、(20) を式 (18) へ代入すれば

$$\begin{pmatrix}\cos h\cos\left(\pi-A\right)\\ \cos h\sin\left(\pi-A\right)\\ \sin h\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\sin\varphi\cos\delta\cos\left(\Theta-\alpha\right)-\cos\varphi\sin\delta\\ -\cos\delta\sin\left(\Theta-\alpha\right)\\ \cos\varphi\cos\delta\cos\left(\Theta-\alpha\right)+\sin\varphi\sin\delta\end{pmatrix}$$

すなわち

$$\begin{pmatrix}\cos h\cos A\\ \cos h\sin A\\ \sin h\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\varphi\sin\delta-\sin\varphi\cos\delta\cos\left(\Theta-\alpha\right)\\ -\cos\delta\sin\left(\Theta-\alpha\right)\\ \cos\varphi\cos\delta\cos\left(\Theta-\alpha\right)+\sin\varphi\sin\delta\end{pmatrix} \qquad (21)$$

を得る。式 (21) より、地平座標系における天体の方位角 A と高度 h が天体の赤経 α、赤緯 δ の関数として以下のように表される：

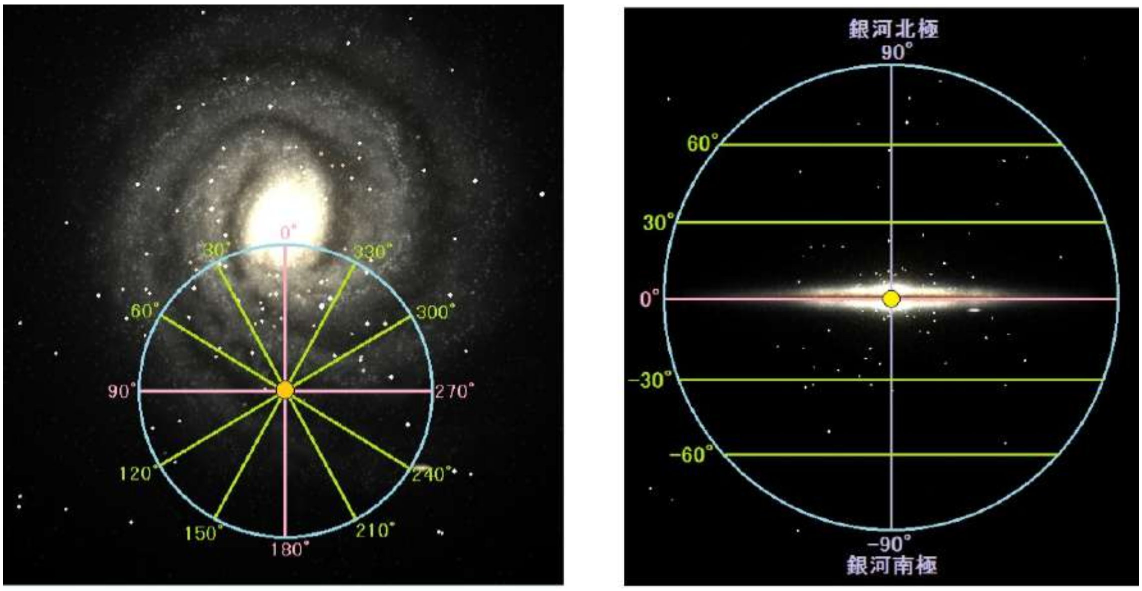
$$A = \arctan\left(\frac{-\cos\delta\sin\left(\Theta-\alpha\right)}{\cos\varphi\sin\delta-\sin\varphi\cos\delta\cos\left(\Theta-\alpha\right)}\right) \qquad (22)$$

$$h = \arcsin\left(\cos\varphi\cos\delta\cos\left(\Theta-\alpha\right)+\sin\varphi\sin\delta\right) \qquad (23)$$

5. 銀河座標系

5.1 銀河座標系

銀河座標系は、我々の銀河系（天の川）を基準に取った座標系で、電波を最も強く発している天体である銀河中心核「いて座 A*」を銀河中心方向として、銀径 = 0°（左向きに銀径が増加）とし、銀河面を銀緯 = 0° と定めている（図 8)。



(a) (b)

図 8　銀河座標系の (a) 銀径、(b) 銀緯

(a) 図中に写っている天体は、銀河系の北極側（上方）から眺めた銀河系の水平図 CG です。 銀河系下方にある黄色の丸は、銀河系における地球（太陽）の位置を示す。

(b) 図中の中央に写っている天体は、銀経 180° 方向（銀河系外）から眺めた銀河系の垂直図 CG です。この垂直の銀河系を、もっと近づいて地球（太陽）の位置から眺めたものが「天の川」である。銀河系中央にある黄色の丸は、地球（太陽）を示しています。(※銀経 180° 方向から見た場合の位置）

図 8(a) に示すように、銀経は、銀河系の北極側から見て、地球（銀経の中心）から銀河系中心（正確には「いて座 A^*」）方向を銀経 (galactic longitude; l)0° とし、反時計回りに角度の値を増やし銀経 0° まで戻る 360° 角で示される。地球から銀経 0° 方向を観測すると、銀河中心部とその周辺が帯状に見える。これが正に「天の川」である。

図 8(b) に示す銀緯は、垂直から見た銀河系の横方向の中心線（銀河面）を銀緯 (galactic latitude; b)0°（銀河赤道）とし、便宜的に銀河北極方向を銀緯 +90°、銀河南極方向を銀緯 −90° としている。

赤道座標系の天の赤道面と銀河系の公転面の関係を図 9(b) に示す。銀河系の北極・南極を垂直、赤道を水平にして銀河系を描くと、赤道座標の天の北極（赤道面）と銀河系の北極（公転面）は、方向が約 63° 傾いている。

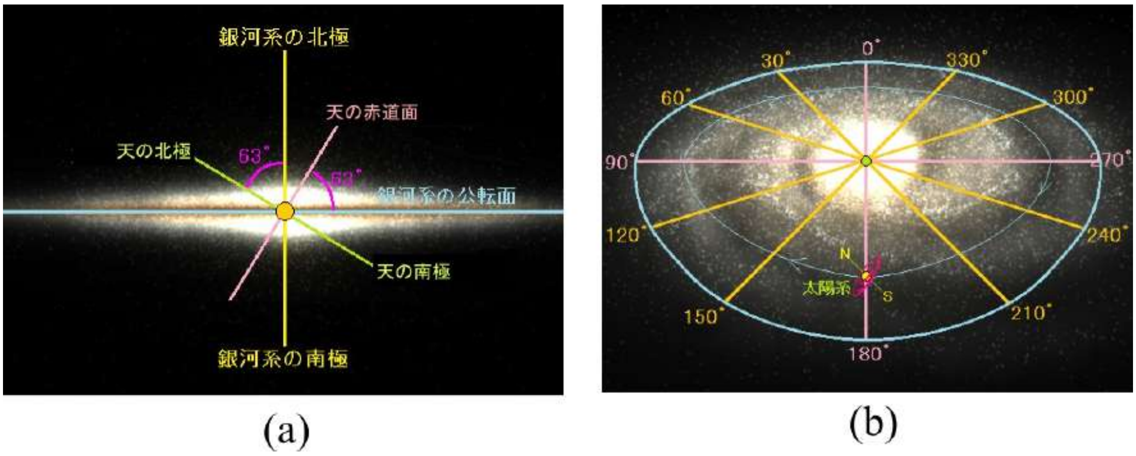


図 9　天の赤道面と銀河系の公転面の関係 (a) 銀河交点面の傾き (b) 太陽系の公転方向

また、図 9(b) は銀河系における太陽系の公転と、太陽系における惑星公転面を斜め方向から模式的に示した図である。太陽は銀河の北極からみて時計回りに約 2 億 6000 万年で公転している。地球は太陽系の北極から見て反時計回りに約 1 年で公転している。

5.2 銀河座標系と赤道座標系の関係

銀河座標系と赤道座標系の関係を図 10 に示す。

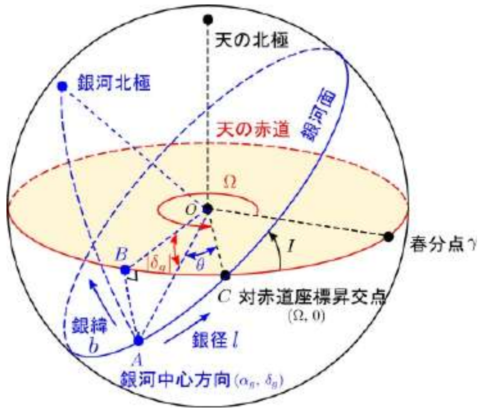


図 10　赤道座標系と銀河座標系の位置関係

J2000 年分点での赤道座標系での位置および傾斜角は以下のように与えられている。

- 銀河中心方向 A（銀径 0°、銀緯 0°）: 赤経 $\alpha_g = $ 17h45m37.224s $= 266.40500°$、赤緯 $\delta_g = -28°56'10.23" = -28.93617°$
- 対赤道座標昇交点 C（銀河面が赤道面と交わる昇交点）: 赤経 $\Omega = $ 18h56m4s $= 284.01667°$、赤緯 $\delta_\Omega = 0°$
- 銀河面の赤道面への傾斜角 : $I = 62°52' = 62.8667°$
- 銀河面と赤道面との昇交点の銀経 : $\theta = 32°56' = 32.93359°$

ここで、銀河中心方向と対赤道昇交点のなす角 θ について 2 通りの方法で考える。

(i) 銀河中心方向 A と対赤道座標昇交点 C から求める : 銀河中心方向の単位ベクトルと対赤道座標昇交点方向の単位ベクトルは、それぞれ

$$\frac{\overrightarrow{\mathrm{OA}}}{|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|} = \begin{pmatrix} \cos\delta_g \cos\alpha_g \\ \cos\delta_g \sin\alpha_g \\ \sin\delta_g \end{pmatrix}, \quad \frac{\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{|\overrightarrow{\mathrm{OC}}|} = \begin{pmatrix} \cos\delta_\Omega \cos\Omega \\ \cos\delta_\Omega \sin\Omega \\ \sin\delta_\Omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Omega \\ \sin\Omega \\ 0 \end{pmatrix}$$

と表せるので、2 つの単位ベクトルの内積を考えれば

$$\begin{aligned}\cos\theta &= \cos\delta_g\left(\cos\alpha_g\cos\Omega + \sin\alpha_g\sin\Omega\right)\\ &= \cos\delta_g\cos\left(\alpha_g - \Omega\right)\end{aligned}$$

となる。これより

$$\theta = \arccos\left(\cos\delta_g\cos\left(\alpha_g - \Omega\right)\right) = 33.47359° = 33°28'$$

と求まる。この値は報告されている値 $\theta = 32°56'$ よりも大きめの値となっている。

(ii) 銀河中心方向と銀河面の赤道面への傾斜角から求める：球面三角形 ABC に対する正弦定理より

$$\frac{\sin\theta}{\sin 90°} = \frac{\sin|\delta_g|}{\sin I}$$

となるので

$$\theta = \arcsin\left(\frac{\sin|\delta_g|}{\sin I}\right) = 32.93359° = 32°56'$$

が得られる。この値は報告されている値 $\theta = 32°56'$ と一致する。

銀河座標系：銀河系内の天体の位置を記述

- 基準大円：銀河赤道（銀河面と天球面の交線）
- 基準点：銀河系中心（いて座 A^*）
- （銀径 l、銀緯 b）
- 銀河中心から北東方向へ銀径が大きくなる
- x 軸：銀河系中心方向
- z 軸：銀河北極（銀河面と垂直な線と天球面との交点）

5.3 赤道座標系から銀河座標系への座標変換

図 10 に示した赤道座標系 XYZ と銀河座標系 xyz の関係から赤道座標系を回転して天の赤道面を銀河座標系の銀河面に一致させることを考える。

(i)　まず、赤道座標系の Z 軸を中心に反時計回りに角 Ω だけ回転し、春分点を対赤道座標昇交点 C に一致させる。この回転後の座標を $X'Y'Z'$ とすればによって、春分点（X' 軸）が C 方向を向き、Z' 軸は Z 軸に一致している。

(ii)　次に、変換後の X' 軸を中心に X' 軸の正の向きから見て反時計回りに角 I だけ回転する。この回転後の座標系を X”Y”Z” とすれば、Z'' 軸が銀河北極方向 z に一致し、赤道面と銀河面が一致する。

以上 2 回の回転変換後の赤道座標系と銀河座標系の関係は、銀河面内において図 11 のようになる。

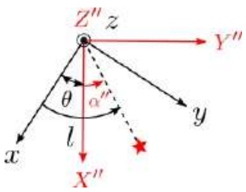


図 11　回転変換後の赤道座標系と銀河座標系の関係

変換前の赤道座標系 XYZ における（赤経、赤緯）=(α, δ) 方向の単位ベクトルの (i), (ii) の回転変

換後の赤道座標系 $X''Y''Z''$ における成分は

$$
\begin{aligned}
\begin{pmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos I & \sin I \\ 0 & -\sin I & \cos I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\Omega & \sin\Omega & 0 \\ -\sin\Omega & \cos\Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \cos\Omega & \sin\Omega & 0 \\ -\cos I\sin\Omega & \cos I\cos\Omega & \sin I \\ \sin I\sin\Omega & -\sin I\cos\Omega & \cos I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\delta\cos\alpha \\ \cos\delta\sin\alpha \\ \sin\delta \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \cos\delta\left(\cos\Omega\cos\alpha+\sin\Omega\sin\alpha\right) \\ -\cos I\cos\delta\left(\sin\Omega\cos\alpha-\cos\Omega\sin\alpha\right)+\sin I\sin\delta \\ \sin I\cos\delta\left(\sin\Omega\cos\alpha-\cos\Omega\sin\alpha\right)+\cos I\sin\delta \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \cos\delta\cos\left(\alpha-\Omega\right) \\ \sin I\sin\delta+\cos I\cos\delta\sin\left(\alpha-\Omega\right) \\ \cos I\sin\delta-\sin I\cos\delta\sin\left(\alpha-\Omega\right) \end{pmatrix} \qquad (24)
\end{aligned}
$$

と表される。

次に、変換後の赤道座標系 $X''Y''Z''$ における赤経、赤緯をそれぞれ α'', δ'' とすれば

$$
\begin{pmatrix} X'' \\ Y'' \\ Z'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\delta''\cos\alpha'' \\ \cos\delta''\sin\alpha'' \\ \sin\delta'' \end{pmatrix} \qquad (25)
$$

となるので

$$
\begin{pmatrix} \cos\delta''\cos\alpha'' \\ \cos\delta''\sin\alpha'' \\ \sin\delta'' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\delta\cos\left(\alpha-\Omega\right) \\ \sin I\sin\delta+\cos I\cos\delta\sin\left(\alpha-\Omega\right) \\ \cos I\sin\delta-\sin I\cos\delta\sin\left(\alpha-\Omega\right) \end{pmatrix} \qquad (26)
$$

が得られる。

ここで、回転変換後の赤道座標系 $X''Y''Z''$ と銀河座標系 xyz との位置関係を考えると、天の赤道面は銀河面と一致しているので

$$
\delta'' = b \qquad (27)
$$

となることが分かる。一方、図 11 より赤経と銀径の間には

$$
l = \alpha'' + \theta \qquad (28)
$$

の関係がある。式 (27)、(28) を式 (26) へ代入すれば

$$
\begin{pmatrix} \cos b\cos\left(l-\theta\right) \\ \cos b\sin\left(l-\theta\right) \\ \sin b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\delta\cos\left(\alpha-\Omega\right) \\ \sin I\sin\delta+\cos I\cos\delta\sin\left(\alpha-\Omega\right) \\ \cos I\sin\delta-\sin I\cos\delta\sin\left(\alpha-\Omega\right) \end{pmatrix} \qquad (29)
$$

の関係が得られる。式 (29) より、銀河座標系における天体の銀径 l と銀緯 b が天体の赤経 α、赤緯 δ の関数として以下のように表される：

$$
l = \arctan\left(\frac{\sin I\sin\delta+\cos I\cos\delta\sin\left(\alpha-\Omega\right)}{\cos\delta\cos\left(\alpha-\Omega\right)}\right)+\theta \qquad (30)
$$

$$
b = \arcsin\left(\cos I\sin\delta-\sin I\cos\delta\sin\left(\alpha-\Omega\right)\right) \qquad (31)
$$

6. 黄道座標系

6.1 黄道座標系

地球と太陽に距離は、他の天体（恒星）との距離に比べて非常に小さいので、地球の太陽の周りの公転の影響が大きくなる。そのため地球から見れば、太陽は赤道座標における大円上を 1 年かけて 1 周するように見える。この太陽が移動する大円を黄道（ecliptic）という。

太陽系の天体は、その多くが黄道面付近を運動している。 そのため、天の赤道よりは、黄道を基準にした方が太陽系内での天体の位置関係がわかりやすいというメリットがある。 そこで、黄道を基準と

した座標系も考案されており、黄道座標系（ecliptic coordinate system）と呼ばれる。 黄道座標系では、春分点を基点に、黄道に沿ってとった角度と、 黄道から鉛直方向に向かってとった角度の 2 種を座標値として用いる。前者を黄経 (ecliptic longitude: λ)、後者を黄緯 (equiptic latitude: β) と呼ぶ。図 12 に黄道座標系の概略図を示す。黄道面は赤道面に対して $\epsilon = 23°26' = 23.43°$ 傾斜している。

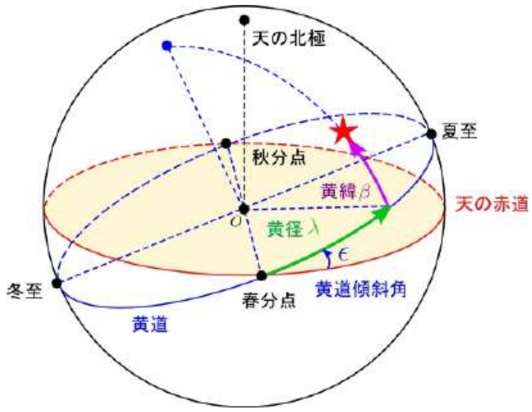


図 12　赤道座標系と黄道座標系の位置関係

黄道座標系：太陽系惑星の位置を記述

－　基準大円：黄道（地球公転面（黄道）と天球面の交線）

－　基準点：春分点（天の赤道面と地球公転面（黄道）の交点）

－　（黄径 λ、黄緯 β）

－　春分点から（ほぼ）東に向かって黄径が大きくなる

－　x 軸：春分点方向

－　z 軸：黄道極方向（黄道面に垂直な線と天球面の交点）

－　黄道面と赤道面の傾斜：$\epsilon = 23°26' = 23.43°$

6.2 赤道座標系から黄道座標系への座標変換

図 12 に示した赤道座標系 XYZ と黄道座標系 xyz の関係から赤道座標系を回転して黄道座標系に一致させることを考える。

この場合は、赤道座標系の X 軸を中心に反時計回りに角 ϵ だけ回転すれば、赤道座標系は黄道座標系に一致する。

変換前の赤道座標系 XYZ における（赤経、赤緯）=(α, δ) 方向の単位ベクトルの回転変換後の赤道座標系 $X'Y'Z'$ における成分は

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\epsilon & \sin\epsilon \\ 0 & -\sin\epsilon & \cos\epsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\epsilon & \sin\epsilon \\ 0 & -\sin\epsilon & \cos\epsilon \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\delta\cos\alpha \\ \cos\delta\sin\alpha \\ \sin\delta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos\delta\cos\alpha \\ \sin\epsilon\sin\delta + \cos\epsilon\cos\delta\sin\alpha \\ \cos\epsilon\sin\delta - \sin\epsilon\cos\delta\sin\alpha \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{32}$$

一方、変換後の赤道座標系 $X'Y'Z'$ における赤経、赤緯をそれぞれ α', δ' とすれば

$$\begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\delta'\cos\alpha' \\ \cos\delta'\sin\alpha' \\ \sin\delta' \end{pmatrix} \tag{33}$$

となるので

$$\begin{pmatrix}\cos\delta'\cos\alpha' \\ \cos\delta'\sin\alpha' \\ \sin\delta'\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\delta\cos\alpha \\ \sin\epsilon\sin\delta + \cos\epsilon\cos\delta\sin\alpha \\ \cos\epsilon\sin\delta - \sin\epsilon\cos\delta\sin\alpha\end{pmatrix} \tag{34}$$

ここで、回転変換後の赤道座標系 $X'Y'Z'$ と黄道座標系 xyz は一致し

$$\alpha' = \lambda, \ \ \delta' = \beta \tag{35}$$

であるので、式 (34) は

$$\begin{pmatrix}\cos\beta\cos\lambda \\ \cos\beta\sin\lambda \\ \sin\beta\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\delta\cos\alpha \\ \sin\epsilon\sin\delta + \cos\epsilon\cos\delta\sin\alpha \\ \cos\epsilon\sin\delta - \sin\epsilon\cos\delta\sin\alpha\end{pmatrix} \tag{36}$$

の関係が得られる。式 (36) より、黄道座標系における天体の黄径 λ と黄緯 β が天体の赤経 α、赤緯 δ の関数として以下のように表される：

$$\lambda = \arctan\left(\frac{\sin\epsilon\sin\delta + \cos\epsilon\cos\delta\sin\alpha}{\cos\delta\cos\alpha}\right) \tag{37}$$

$$b = \arcsin\left(\cos\epsilon\sin\delta - \sin\epsilon\cos\delta\sin\alpha\right) \tag{38}$$

参考文献

[1] 長沢工 :『天体の位置計算 増補版』 地人書館 (2001/9/20)

[2] 国立科学博物館で学ぶ物理学　＜軌道要素・天球座標＞
(URL:http://wondephysics.web.fc2.com/physicsstar.html)

[3] 自主学習型天文解析体験プログラム 天体の位置
(URL:https://astroexercise.wiki.fc2.com/wiki/天体の位置)

[4] 今井 裕 :『2011 年度天体観測実習 天体観測実習のための講義』
(URL:http://milkyway.sci.kagoshima-u.ac.jp/~imai/AstroExp2_2011.pdf)

[5] 道・ROAD・道路 太陽系と銀河系〜赤道座標と銀河座標の関係
(http://festiva1202.livedoor.blog/archives/1950858.html)