CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

Dr. Néstor V. Torres
Departamento de Bioquímica y Biología Molecular
Facultad de Biología
Universidad de La Laguna
38206 La Laguna
Tenerife, Islas Canarias. España.

La palabra caos ha estado tradicionalmente asociada a los conceptos de confusión y desorden. De hecho el Diccionario de la Real Academia Española lo define como aquel estado amorfo e indefinido que se supone anterior a la ordenación del cosmos. Esta misma acepción es la tiene en el Génesis, el primero de los libros bíblicos, que en su segundo versículo dice: "La tierra era un caos informe; sobre la faz del abismo, la tiniebla".

Sin embargo desde hace más de tres décadas en el mundo científico se habla reiteradamente de *Teoría del Caos* (TC). Hablar de Teoría, cuyo significado alude un conjunto de leyes que sirve para ordenar los conocimientos de una serie de fenómenos y al mismo tiempo de Caos, que significa y sugiere desorden, parece un oxímoron, una contradicción en sus propios términos. ¿Tiene sentido hablar de una teoría del desorden, de una TC? Es esta aparente paradoja la que la TC viene a resolver, mostrando que efectivamente existe un orden subyacente en los *aparentemente* más desordenados e impredecibles de los comportamientos naturales.

El concepto de caos, con su inevitable referencia al orden subyacente en el desorden resultó atractivo desde el primer momento no sólo a la comunidad científica, sino al público en general. Buena prueba de ello es el éxito que las metáforas sugeridas por esta teoría tenido, y sin duda seguirá teniendo, en la industria audiovisual. Como ejemplo de ello baste citar algunas reciente producciones cinematográficas como "El efecto mariposa" (2004) o la existencia de bandas musicales en cuyo nombre aluden a la TC a través de una de las imágenes más sugestivas relacionadas con el caos, el denominado efecto mariposa.

1. DEFINICIÓN DE CAOS DETERMINISTA

¿Qué es la Teoría del Caos? La TC puede ser definida como ***el estudio cualitativo del comportamiento dinámico aperiódico mostrado por sistemas deterministas no lineales***. Así presentada esta definición requiere algunas explicaciones, necesarias para el no iniciado, si se quiere acceder a una correcta comprensión de la misma.

En primer lugar hay que precisar que caos alude a sistemas *dinámicos*, es decir aquellos que experimentan *variaciones en el tiempo*. Si estas variaciones son tales que ninguna de las propiedades o variables que caracterizan los cambios observados experimenta repeticiones regulares de sus valores, la dinámica se dice que es *aperiódica*. Es fácil entender que un sistema que muestre una dinámica aperiódica es esencialmente *impredecible.* Lo que resulta admirable y sorprendente de la TC es que un comportamiento aperiódico pueda ser interpretado en términos matemáticos y verificado en sistemas sencillos. De hecho veremos que sistemas que se describen matemáticamente mediante un conjunto sencillo de ecuaciones manifiesten un comportamiento tan complejo e impredecible como el que se observa en los sistemas aleatorios.

Por otra parte el término determinista alude al hecho de que cualquier evolución futura del sistema es una consecuencia de las condiciones en las que se encuentra el sistema en el instante inmediatamente anterior. Precisamente el impacto que la formalización del comportamiento caótico ha tenido en la Ciencia de nuestro tiempo es consecuencia del hecho de que vino romper la concepción de la Naturaleza que se tenía desde los trabajos de Newton (1643-1727) y Laplace (1749-1827). Las aportaciones de Isaac Newton están estrechamente asociadas con el establecimiento del determinismo en la ciencia moderna, mientras que el segundo filósofo, físico y matemáticos francés enunció la máxima determinista por excelencia al afirmar que el comportamiento futuro de cualquier sistema podría predecirse si se conocieran con suficiente exactitud los valores de las variables, parámetros y leyes que controlan un sistema. Entre ambos construyen un modelo del universo similar a un juego de billar en el que el comportamiento de los planetas es la consecuencia matemática de las fuerzas y leyes que operan sobre las mismas hasta el punto de que es posible predecir no sólo el comportamiento futuro de los mismos sino el pasado también, como si de una película se tratara. Desde el trabajo de estos autores el determinismo constituye una de los más importantes conceptos de la ciencia de nuestro tiempo.

Por último un sistema es no lineal cuando los efectos no son proporcionales a las causas, es decir sistemas que obedecen a patrones predecibles. Durante siglos las matemáticas y la física sólo se desenvolvieron con seguridad en este ámbito: ecuaciones lineales, funciones lineales, álgebra lineal o programación lineal eran y son bien comprendidos. Pero los problemas no lineales son más difíciles de estudiar debido precisamente a que los sistemas de este tipo no se comportan de manera “directa” y por tanto no pueden resolverse con las técnicas tradicionales.

Sin embargo *el mundo real es raramente lineal*. Afrontar el análisis y descripción de la naturaleza no lineal con los recursos de las matemáticas fue el gran reto que numerosos científicos y matemáticos abordaron a lo largo del siglo 19 y una de cuyas consecuencias más radiantes es la TC.

2. UN EJEMPLO DE CAOS: EL ATRACTOR DE LORENZ

Una vez presentado y definido el concepto de Caos determinista podemos avanzar algo más en su compresión por la vía del estudio de un ejemplo de referencia. El primer “investigador” de la TC propiamente dicho fue un meteorólogo, Edward Lorenz. Lorenz había iniciado en la década de los sesenta una serie de investigaciones dirigidas a resolver el problema de la predicción meteorológica. Para ello diseñó un modelo matemático simplificado basado en tres ecuaciones diferenciales bien conocidas en el ámbito de la física de fluidos:

Modelo simplificado de Lorenz:

$$dx/dt=\delta\cdot(y-x)$$
$$dy/dt=r\cdot x-y-x\cdot z$$
$$dz/dt=x\cdot y-b\cdot z$$

Estas ecuaciones son *ecuaciones diferenciales*. Las ecuaciones diferenciales son un tipo especial de ecuaciones que utilizan una rama de las matemáticas denominada *cálculo*. Son muy útiles como herramientas de modelado de sistemas físicos aunque la búsqueda de sus soluciones debe hacerse en la mayor parte de los casos con la ayuda de los computadores. Las ecuaciones diferenciales tienen distintas soluciones, todas ellas dependientes de las *condiciones iniciales*. O dicho de otra manera, puesto que el sistema de ecuaciones diferenciales constituye un modelo del sistema, conocer la evolución futura del mismo requiere conocer el estado actual del mismo.

Así pues el modelo de Lorenz, consiste en un conjunto de tres ecuaciones diferenciales en la que cada uno de los términos dx/dt; dy/dt; dz/dt indica lo que varían cada una de *variables* como consecuencia de las relaciones que se dan entre ellas y los *parámetros del sistema* (δ, r, b). No este el lugar para entrar a describir con detalle el sentido físico de cada uno de los términos. Bastará con decir que la variable *x* representa la velocidad de rotación de un cilindro de masa gaseosa; *y*, la diferencia de temperatura en los extremos del cilindro; *z*, la desviación de la temperatura del sistema. En cuanto a los parámetros, δ, esta relacionado con la viscosidad y la conductividad térmica de la masa de aire; *r*, con la diferencia de temperatura entre la parte superior e inferior de la columna y *b*, con la altura y anchura de la misma.

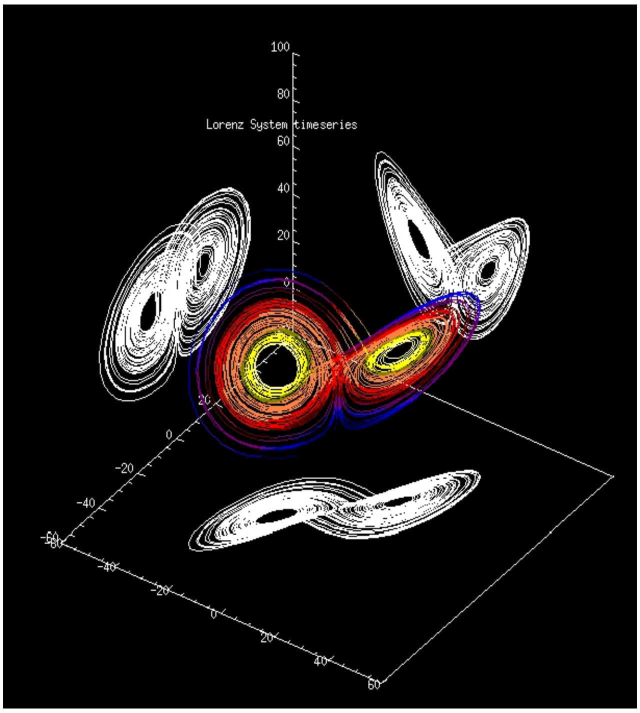


Figura 1. Atractor de Lorenz

La representación en un espacio tridimensional de los valores que las variables x, y, z adoptan con el tiempo a partir de unos valores iniciales dados y para unos valores de los parámetros da como resultado la imagen que se muestra en la Figura 1, conocida como el atractor de Lorenz. La representación de las órbitas seguidas (secuencia de valores de x, y, z para cada instante de tiempo) configura una imagen tridimensional asociada a la dinámica caótica del sistema que se denomina ***atractor extraño.*** En este puede observarse que las trayectorias se pliegan sobre sí mismas, confinadas en una región del espacio, moviéndose infinitamente sin pasar nunca por el mismo sitio, sin cruzarse nunca.

Figura 1. Atractor de Lorenz

3. PROPIEDADES DEL CAOS

La comprensión de la esencia del caos requiere la descripción de sus propiedades más significativas. Sin duda la más llamativa de todas conocida como extrema sensibilidad a las condiciones iniciales.

De hecho esta fue la clave para que Lorenz detectara la dinámica caótica en su modelo. En un momento dado este investigador quiso reproducir una trayectoria que previamente había obtenido y pero en lugar de iniciar la secuencia a partir de los valores iniciales se propuso hacerlo a partir de un punto intermedio. Para ello introdujo en el programa de integración numérica los valores de las variables para ese instante de tiempo. Lo que observó entonces le sorprendió por inesperado: la nueva trayectoria se desviaba hasta acabar en un punto totalmente distinto del original. Esto se ilustra en la Figura 2.

Lo ocurrido, descubrió poco después, fue consecuencia de que en lugar del valor exacto de las variables, que previamente habían sido calculadas hasta la 6ª cifra decimal, sólo introdujo en el programa *¡las tres primeras!*. En cualquier sistema no caótico esto hubiera tenido efectos indetectables o ningún en absoluto sobre la evolución temporal del sistema. El hecho de que en este caso una variación en la 4ª cifra decimal (totalmente fuera del alcance de cualquier sistema de medida experimental) tuviera consecuencias tan dramáticas en la evolución del sistema era algo nunca visto antes.

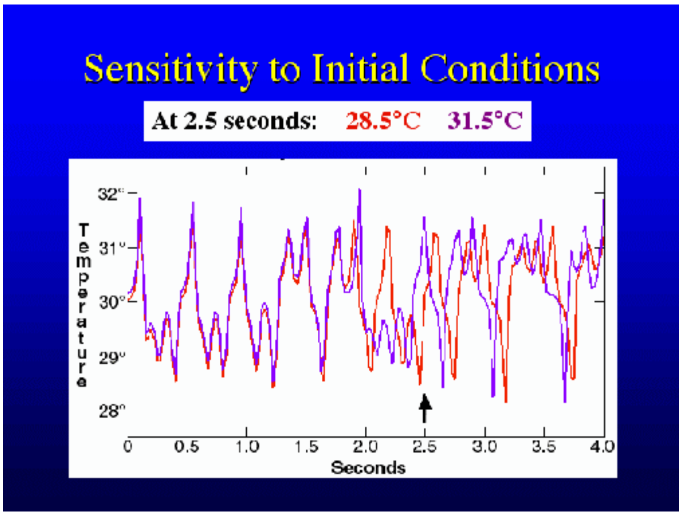


Figura 2. Extrema sensibilidad a las condiciones iniciales

Este efecto es el conocido como el *Efecto Mariposa*: la diferencia entre los valores iniciales de las dos curvas es tan pequeña que es comparable al aleteo de una mariposa. O dicho de otra manera en el contexto de los estudios de predicción metereológica de Lorenz: "*el aleteo de una mariposa hoy provoca un cambio minúsculo en el estado de la atmósfera. Con el tiempo la evolución de la atmósfera es tal que diverge extraordinariamente del que hubiera tenido de no haberse producido tal aleteo, de tal manera que puede llevar a que se genere, al cabo de un mes, un huracán en Florida que no hubiera ocurrido de no ser por el aleteo. O que no se produzca un tornado que si no es por el aleteo que hubiera tenido lugar*". Este fenómeno, común en la TC, se conoce sensibilidad a las condiciones iniciales: basta un pequeño cambio en estas para que el comportamiento a largo plazo sea totalmente diferente. Y puesto que es imposible medir con tal alto grado de precisión ninguna variable, la conclusión es que es este tipo de sistemas es imposible predecir la evolución futura, particularmente a largo plazo.

Otra de las propiedades del caos determinista es *la ubicuidad*. Se viene observando la presencia del fenómeno caótico en un gran número de sistemas de la más variada procedencia entre los que no son los menos importantes los biológicos y que desarrollaremos con detalle más adelante. Una interesante cuestión que se puede plantear aquí es cual es la razón de que a pesar de su ubicuidad, el Caos determinista se ha descubierto y detectado hace relativamente poco tiempo. Algunas de las razones que pueden explicar este hecho tiene que ver precisamente con los computadores. Los cálculos implicados en el estudio del caos son repetitivos, tediosos y se requieren por millones. Esto ha impedido que se avanzara es este campo, hasta que los computadores, con su inmensa capacidad de cálculo, fueron accesibles. En este sentido los computadores son para los estudiosos del Caos como los microscopios para el biólogo: sin ellos no es posible la exploración fina del caos. Pero además es preciso tener en cuenta que por sus características es difícil distinguir el comportamiento caótico del simplemente aleatorio.

La tercera propiedad significativa del caso determinista es la existencia de un *camino universal hacia el caos*. La aparición del comportamiento caótico responde a unas pautas comunes, independientemente del tipo de sistema del que se trate. Fue Mitchell Feigenbaum quien en 1978 demostró la existencia de este "orden interno", la existencia de una ruta universal hacia el caos. Esta ruta consiste en un *incremento exponencial de la complejidad de la respuesta dinámica del sistema a medida que se varía alguno de los parámetros del mismo*. Dicha respuesta pasa sucesivamente por fases de comportamiento periódico oscilatorio en las que el periodo de oscilación se incrementa exponencialmente hasta llegar a la situación de periodo infinito, es decir caos.

Esta ruta hacia el caos se ilustra en la siguiente figura (3), en la que se muestran las proyecciones sobre el plano XY de las trayectorias obtenidas al integrar numéricamente las ecuaciones de Rössler para diferentes valores del parámetro c.

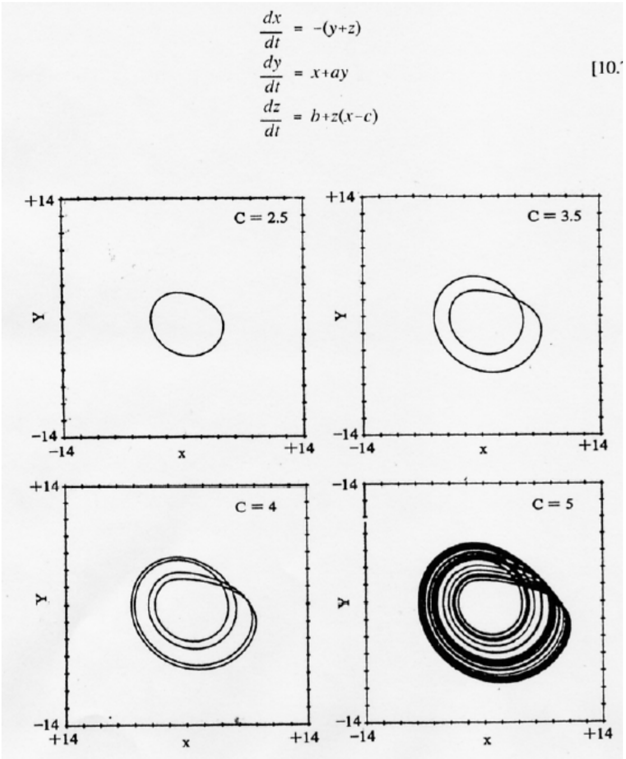


Figura 3. Ecuaciones de Rössler y evolución hacia el caos.

La razón de convergencia de las sucesivas etapas de amplificación del periodo de oscilación es siempre la misma, independientemente del sistema de que se trate. Es la llamada constante de Feigenbaum, cuyo valor aproximado es 4.6692016091029.

Finalmente, es preciso llamar la atención sobre una serie de condiciones que un sistema no lineal debe cumplir para que pueda mostrar comportamiento caótico. En primer lugar dichos sistemas deben ser *termodinámicamente abiertos*. Es decir describen una situación en la que se producen intercambios de materia y energía entre el sistema y su entorno. En segundo lugar el sistema debe estar en *desequilibrio termodinámico* (e. g. diferencias de temperatura). Por último el sistema debe tener más de dos variables. Los sistemas biológicos son por definición, sistemas abiertos que operan en condiciones alejadas del equilibrio termodinámico, con muchas y fuertes interacciones no lineales entre sus muchos elementos. Son pues sistemas en los que se dan las condiciones para que emerja el caos determinista y como veremos en las secciones siguientes este efectivamente aparece en muchas y variadas clases de seres vivos.

5. FENOMENOLOGÍA CAÓTICA EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

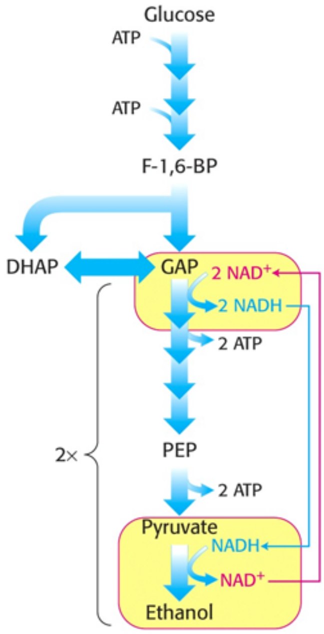
Desde su aparición en el panorama científico los investigadores en los campos de la Biología y la Medicina se sintieron atraídos por las implicaciones que la TC pudiera tener en estos ámbitos y por el cambio de mentalidad que sugería a la hora de enfocar el análisis de los problemas dinámicos clásicos de sus disciplinas.

De entre las muchas áreas y sistemas en los que se han producido desarrollos significativos como resultado de la aplicación de los principios de la TC en sistemas biológicos y biomédicos destacan los estudios sobre el comportamiento de los sistemas metabólicos (glicólisis), el análisis de las enfermedades cardiacas o la actividad cerebral así como en epidemiología. En el ámbito de la fisiología y la salud, sin duda el corazón y el cerebro son los sistemas que más atención han recibido debido a la frecuencia con la que su comportamiento manifiesta aparente desorden y caos. No obstante otros procesos tales como la movilidad en el tracto gastrointestinal muestran dinámicas complejas.

A continuación se expondrá con algún detalle los resultados más significativos encontrados una serie de casos (serie que no pretende ser exhaustiva ni comprehensiva) en los que sistemas biológicos de distinta naturaleza manifiestan dinámica caótica.

Caos en sistemas metabólicos

En varios sistemas bioquímicos se ha encontrado dinámica caótica. Estos van desde los estrictamente monoenzimáticos (el caso de la reacción catalizada por al peroxidasa) hasta los compuestos por muchas enzimas, como es el caso de la ruta metabólica conocida como glicólisis. Dedicaremos esta sección a esta última.



La Glucólisis o glicolisis (del griego: *glykys*, dulce; *lysis*, romper) es la secuencia de reacciones que convierte la glucosa en piruvato con la producción concomitante de ATP, la unidad de intercambio energético en el ámbito metabólico (Figura 4). Es una ruta central, casi universal, del metabolismo de los seres vivos. En muchos tejidos y células de mamíferos (eritrocitos, médula renal, cerebro y esperma) la glucosa en la única fuente de energía metabólica (ATP) a través de la glucólisis y lo mismo ocurre con algunos tejidos vegetales (tubérculos de papas).

Figura 4. Representación esquemática de la glicolisis

Desde hace tiempo se había observado que la glicolisis presenta en determinadas condiciones un comportamiento oscilatorio. Posteriormente se encontró que en extractos libres de células la ruta glicolítica de levaduras mostraba dinámica caótica cuando eran expuestos a un suministro periódico de glucosa.

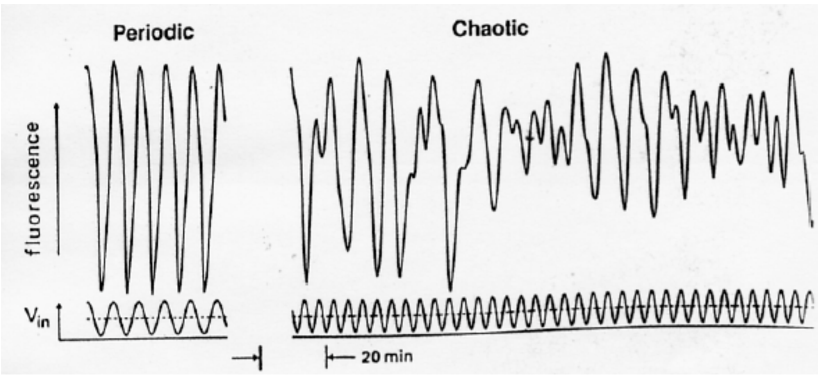


Figura 5. Registro experimental de dinámica caótica en glicolisis

En la Figura 5 se muestra la oscilación aperiódica obtenida en el registro por fluorescencia de los niveles de NADH en el medio de reacción (curva superior), al variar sinusoidalmente la velocidad de entrada de sustrato (curva inferior). Según sea la frecuencia de la función sinusoidal de entrada de glucosa el flujo a través de la ruta puede pasar de periódico a caótico. Los mismos autores que hicieron estas observaciones experimentales propusieron poco después un modelo matemático cuyas predicciones se ajustaban muy bien a los resultados experimentales. Dicho modelo utiliza un esquema simplificado de reacciones como el que se muestra en la Figura 6.

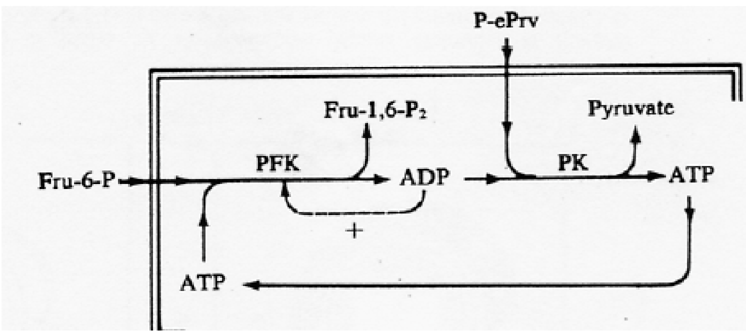


Figura 6. Modelo matemático simplificado de la glicolisis.

Dicho modelo reduce la ruta de 10 enzimas a sólo dos, aquellas que presumiblemente están involucradas en la generación de oscilaciones, a saber la Fosfofructokinasa (PFK) y la Piruvato Kinasa (PK). El sistema se mantiene abierto mediante la inyección exterior y periódica de fructosa-6-fosfato (F6P) y fosfoenolpiruvato (P-ePrv). El modelo matemático que describe la cinética de este proceso es:

$$\frac{d[F6P]}{dt} = V_0 + A\ sen(\omega_e t) - V_{PKF}$$
$$\frac{d[PEP]}{dt} = V_0 + A\ sen(\omega_e t) - V_{PK}$$
$$\frac{d[ADP]}{dt} = V_{PFK} - V_{PK}$$
$$\frac{d[ATP]}{dt} = V_{PK} - V_{PFK}$$

En estas ecuaciones las reacciones cinéticas se expresan en términos de las velocidades de reacción de las dos enzimas V_{PFK} y V_{PK}. La perturbación periódica introducida tiene forma sinusoidal (velocidades de inyección de F6P y PEP). De acuerdo con este modelo se obtienen, según sean los valores de la frecuencia (ω_e) y la amplitud de la perturbación (A), distintos comportamientos dinámicos (Figura 7).

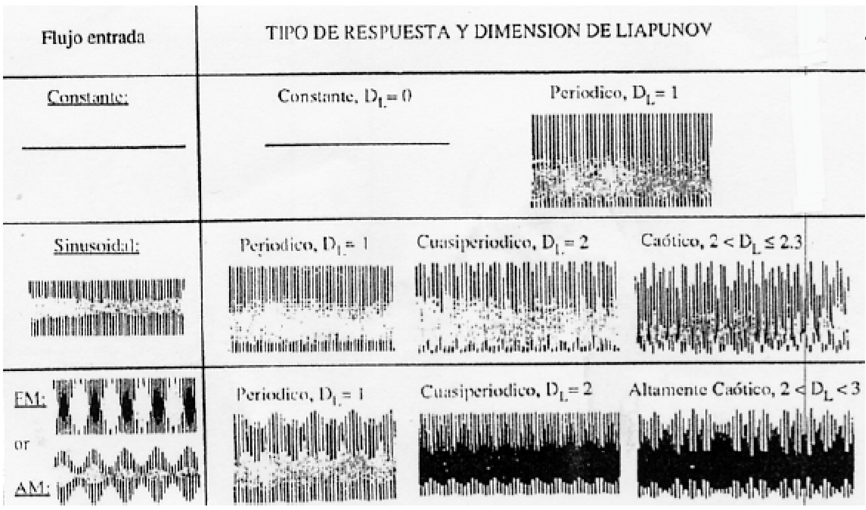


Figura 7. Tipos de respuestas en función de los flujos de entrada en un sistema glicolítico.

Cuando la entrada de sustrato es constante la respuesta es un estado estacionario (flujo constante) o bien oscilaciones sostenidas, mientras que cuando es sinuosidad se observa una gran variedad de respuestas dinámicas: oscilaciones sostenidas, oscilaciones complejas y dinámica caótica en varios grados. En la Figura 8 se muestra el atractor extraño correspondiente para uno de los casos considerados.

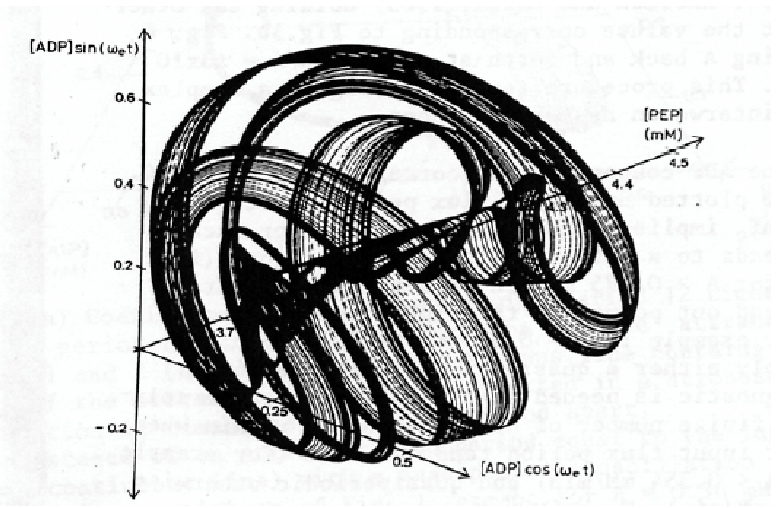


Figura 8. Atractor extraño glicolítico.

Caos en Epidemiología

La Epidemiología es otra disciplina en la que también la TC ha tenido aplicaciones. Posiblemente uno de los resultado más sorprendente y sugestivos fueron los obtenidos por un grupo de investigadores de la Universidad de Arizona en los que basándose los datos de incidencia anual de enfermedades víricas infantiles tales como la rubéola, la varicela y el sarampión en diferentes ciudades de los EEUU (Figura 9) les permitió demostrar que mientras que la rubéola presenta un comportamiento marcadamente periódico, y por tanto predecible en gran medida, la varicela presenta fluctuaciones al azar en torno a un supuesto estado estacionario estable. Pero lo llamativo fue que el sarampión muestra una dinámica caótica, independiente la ciudad en la que realizaron los registros.

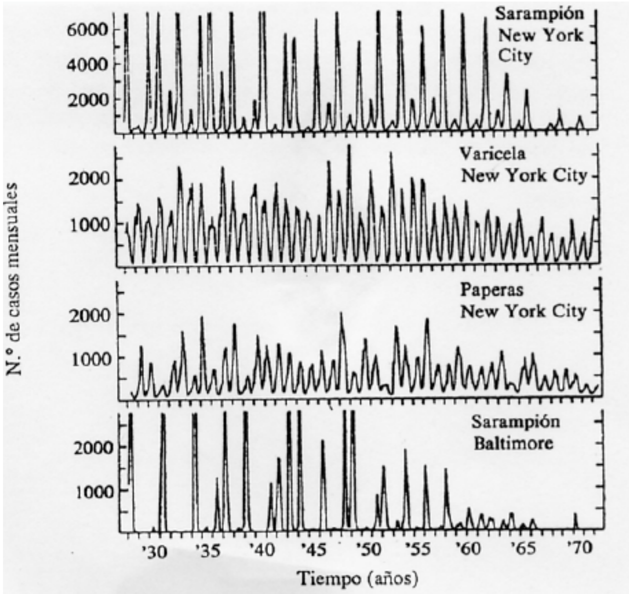


Figura 9. Registro de casos de varias enfermedades en ciudades americanas

Lo interesante aquí es que mientras los registros indicarían, desde un punto de vista epidemiológico clásico, que las variaciones en la incidencia del sarampión son aleatorias y al azar, la dinámica caótica permite detectar un comportamiento determinista, confinado a una región del espacio de las variables, que podría ser predecible a corto plazo (la dinámica observada está afectada por cierto ruido). Las consecuencias de este estudio ya se han hecho notar en los programas de vacunación en masa y en otras medidas para combatir la enfermedad.

Caos en la actividad cardiaca

El caos de la actividad cardiaca es un ejemplo en el que la asociación de esta con el caos sugiere, y tiene de hecho, connotaciones patológicas aunque, como veremos en la sección siguiente (actividad cerebral), en otros casos es justo lo contrario.

En cardiología se describe desde hace mucho tiempo un tipo particular de electrocardiograma (ECG) como ECG caótico.

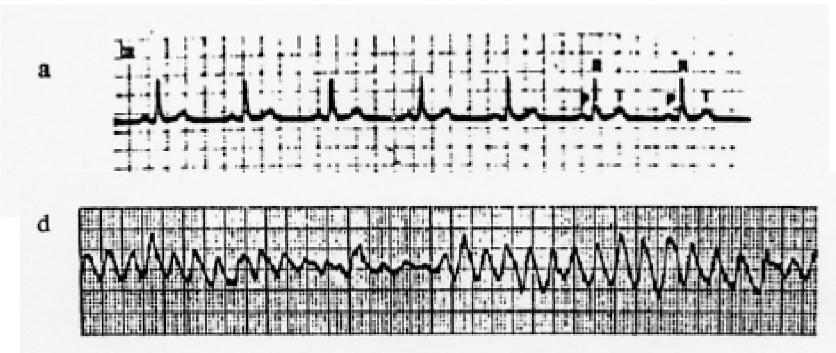


Figura 10. a) Ritmo periódico normal. d) Arritmia caótica característica de un proceso de fibrilación ventricular.

Otros estudios mostraron que la calificación de caótica (puramente descriptiva y no-basada en un análisis de su dinámica) era acertada dentro de los postulados de la TC. El estudio de arritmias cardiacas mediante el empleo de modelos experimentales se lleva a cabo mediante la excitación periódica del músculo cardiaco en animales de experimentación mediante pulsos de corriente y el estudio subsiguiente del ritmo obtenido. Se han desarrollado modelos matemáticos del ritmo cardiaco cuyas predicciones se ajustan razonablemente bien a las observaciones experimentales.

Por otra parte otros estudios han puesto de manifiesto un fenómeno opuesto al anterior: la aparición de episodios de periodicidad "excesiva" en los ECG justo antes de un paro cardiaco. El análisis de los ECG de personas sanas pone de manifiesto la existencia de una cierta aperiodicidad cuyo origen no es la actividad aperiódica del sistema nervioso que controla la actividad cardiaca. También se ha observado que con la edad los ECG se hacen más regulares. Pero donde el caos es sinónimo de salud y la periodicidad de patología es en el caso de la actividad cerebral.

Caos en la actividad neuronal

La dinámica caótica ha sido observada en las manifestaciones de la actividad neuronal de animales superiores. Estos estudios muestran un acentuado comportamiento caótico en los registros de actividad eléctrica de muy distintas regiones del sistema nervioso. En la Figura 11 se muestran los registros obtenidos de electroencefalogramas (EEG) en el bulbo olfativo de conejos en distintos estados.

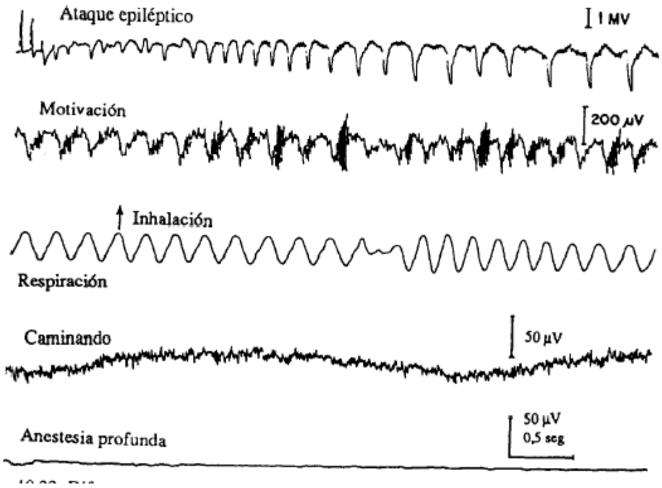


Figura 11. EEG correspondientes a distintos estado inducidos en conejo.

Se puede observar que la actividad sólo es periódica en el caso de un ataque epiléptico o cuando se induce la periodicidad mediante estímulos externos (motivación, inhalación). En condiciones normales (caminando) es aperiódica y no existe en anestesia profunda. Estudios realizados en humanos arrojan resultados similares. En todos los casos la dinámica es caótica, pero con distintos grados de caoticidad, según el estado de sueño o vigilia. Solo en caso de epilepsia se observa periodicidad.

Algunos investigadores han sugerido que la dinámica caótica del cerebro es una vía que este tiene para procesar globalmente la información que recoge de su entorno. La extrema sensibilidad de esta dinámica les conferiría la capacidad de discriminación de la información sensorial.

En línea con lo anterior se han observado oscilaciones no periódicas en otros sistemas excitables. Es el caso de lo observado en el potencial de membranas neuronales cuando estas son perturbadas periódicamente mediante impulsos de corriente por medio de electrodos. Los resultados experimentales obtenidos en el axón gigante del calamar se corresponden muy bien con el estudio de las ecuaciones de un modelo (Hodgkin-Huxley) forzado periódicamente. También se ha observado caos en el caso de las células β del páncreas. Estas células presentan actividad eléctrica cuando son expuestas a agentes secretores de insulina (glucosa).

6. FRACTALES Y CAOS

Siempre que un sistema manifiesta dinámica caótica, esta aparece asociada con un tipo de objetos geometricos *caracterizados por su dimensión no entera*, los ***objetos fractales***. El término fractal fue acuñado por el matemático francés de origen polaco Benoit Mandelbrot. En sus propias palabras:

> *"Acuñé fractal del latín fractus, que proviene del verbo frangere, quebrar: crear fragmentos irregulares. Es por esto especialmente adecuado, puesto que además de rotura, fractus alude a irregular, siendo esta una característica presente en cada fragmento"*

Los objetos fractales son pues figuras geométricas sumamente complejas y detalladas. Si amplificamos una sección de las mismas nos encontramos con tanta complejidad y detalle como en la situación anterior de tal manera que las secciones más pequeñas son similares a las grandes. Mientras la geometría clásica, euclidiana, la que todos nosotros aprendimos en la escuela describe líneas, elipses, círculos, etc, todas ellas relacionadas con sistemas lineales, la geometría fractal es la propia de los sistemas nolineales.

Los fractales tienen tres propiedades definitorias, *la autosimilaridad*; la *autorreferencia* y la *dimensión fraccionaria*. La primera se manifiesta en que las sucesivas ampliaciones de cualquier detalle de las mismas son indistinguibles de los originales. La segunda implica que la forma de generar un fractal en mediante un algoritmo recurrente o regla de construcción. Por último la dimensión fraccionaria alude al hecho de que los objetos fractales se encuentran en un espacio geométrico de dimensión no entera. Es decir son objetos geométricos que están a medias entre la línea y el plano, o entre un plano y el espacio de tres dimensiones.

Ilustraremos estas propiedades y por ende el concepto de fractal con un ejemplo uno de los objetos fractales más sencillos, el triángulo de Sierpinski. La mejor manera de definir el triángulo de Sierpinski es mediante un algoritmo, o regla de construcción. Empezando por un único triángulo equilátero, se toma el punto medio de cada lado y se conectan entre sí de manera que se forma en su interior un nuevo triangulo equilátero. La reiteración del proceso conduce a una figura con un número infinito de triángulos en su interior (Figura 12).

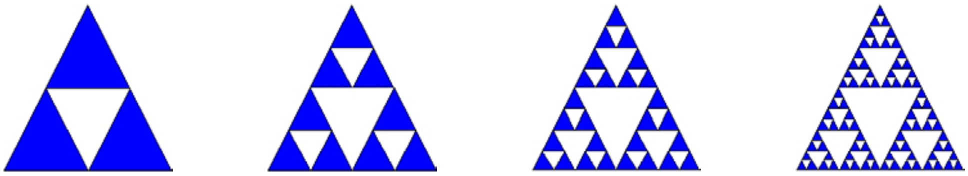


Figura 12. Triangulo de Sierpinski

Otro ejemplo sencillo de objeto fractal que se construye con la aplicación reiterada de una sencilla regla (algoritmo) es la estrella de Koch. En este caso el fractal surge a partir de un triangulo equilátero mediante el proceso de insertar en cada lado un triángulo que mida de lado un tercio del anterior. En el límite la longitud del perímetro del estrella es infinita mientras que la superficie que envuelve es finita y menor que la del círculo que lo circunscribe. Este objeto es más que una línea (tiene longitud infinita) pero no llega ser una superficie (Figura 13).

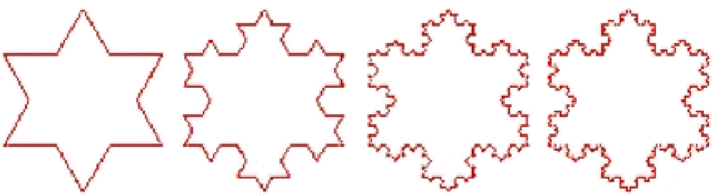


Figura 13. Estrella de Koch

Pero sin duda el ejemplo más conocido objeto fractal es el *Conjunto de Mandelbrot* (Figura 14) considerado por algunos como "el objeto más bello y complejo creado por el hombre". No es cuestión aquí de entrar en los detalles del algoritmo generador del Conjunto de Mandelbrot. Baste decir que el proceso sigue la siguiente pauta: si f(x) es una función, si se aplica repetidamente la misma a partir de un valor determinado de x, e.g. x = a, se obtiene una serie de valores tales que:

$$a, f(a), f(f(a)), f(f(f(a))), \text{etc.}$$

El conjunto (ilimitado) de valores que se obtiene de esta manera se divide en dos partes de acuerdo con un criterio. Los valores que sirven para construir el Conjunto de Mandelbrot es la frontera entre estos dos grupos. Los puntos "interiores"son aquellos valores x=a para los cuales la iteración de f aplicada a "a" los sitúa dentro de los limites previamente definidos.

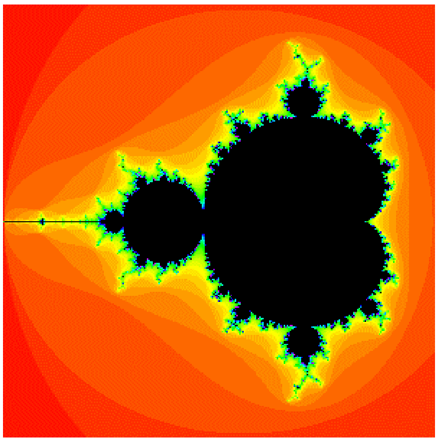


Figura 14. El Conjunto de Mandelbrot

El Conjunto de Mandelbrot presenta todas las propiedades de los fractales que hemos descrito, entre la que no es la menos destacable la autosimilaridad que se aprecia en la ilustración siguiente (Figura 15).

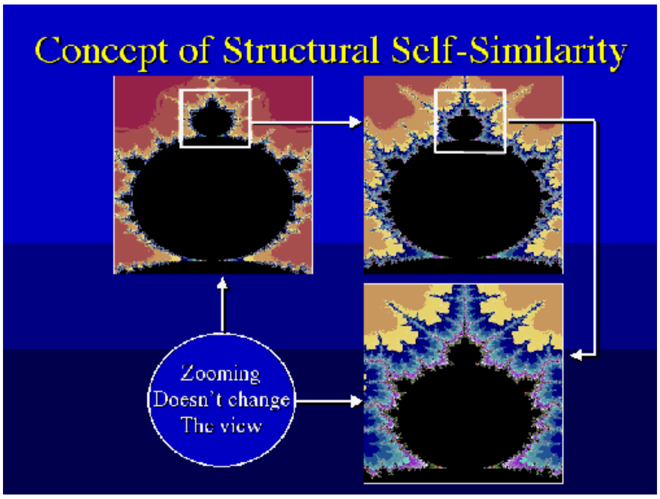


Figura 15. Autosimilaridad del Conjunto de Mandelbrot

La complejidad de este objeto se puede asimismo observar si hacemos un "viaje" ampliando cada vez en un millón de veces cada una de las secciones señaladas (Figura 16).

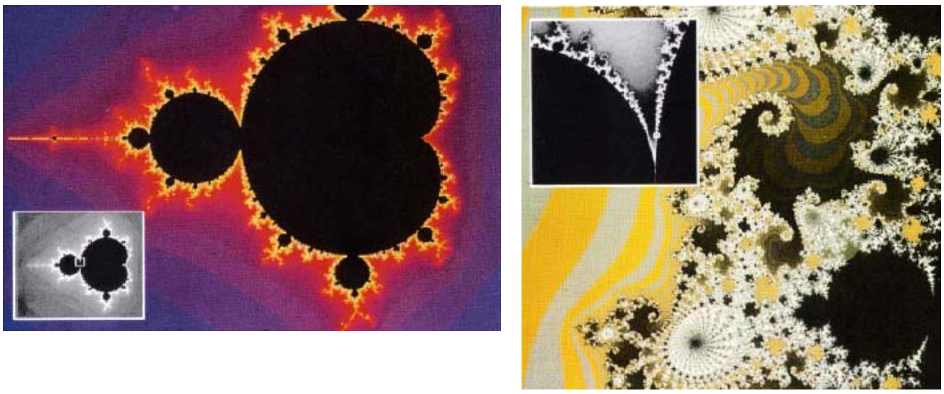


Figura 16. Complejidad del Conjunto de Mandelbrot

Pero ¿qué relación tienen los fractales con el caos? El carácter fractal se manifiesta en el caos en varios aspectos. En primer lugar la geometría de los atractores extraños es fractal. Si se representa las órbitas de un atractor extraño y se amplían sucesivamente se puede observar la autosimilaridad propia de los fractales, en la que aparece y reaparece la misma estructura (Figura 17).

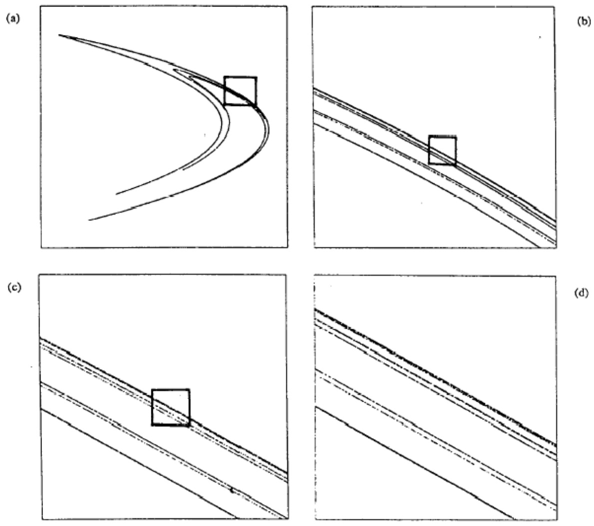


Figura 17. Estructura fractal de un atractor extraño (Hénon)

Asimismo se han detectado estructuras fractales en algunas regiones separatrices de las cuencas de atracción de dichos atractores y en los denominados diagramas de bifurcación de aquellos sistemas en los que existe caos.

Por último se observan estructuras fractales en los registros de electroencefalogramas y electrocardiogramas. Al aumentar las secciones del mismo se aprecia que (dentro de las limitaciones experimentales de precisión del registro) tiene el mismo aspecto, el mismo perfil (Figura 18).

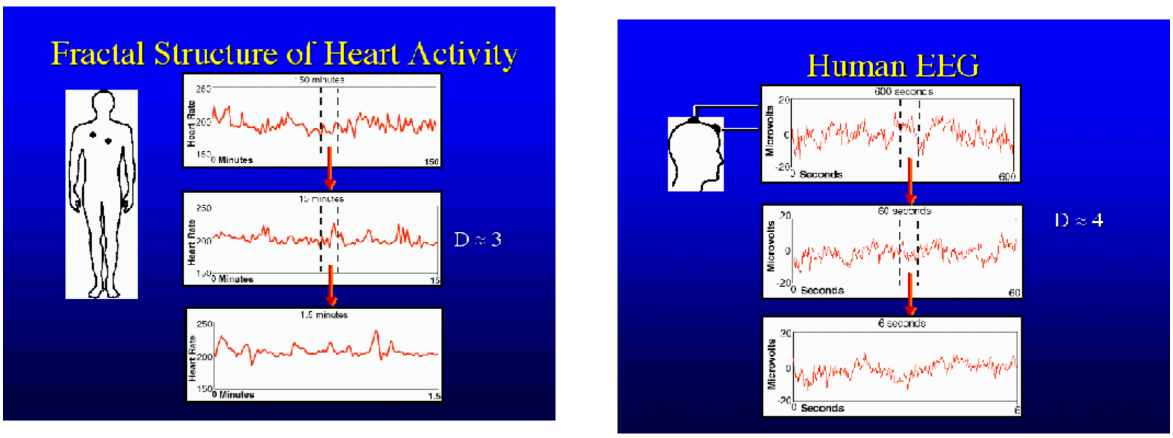


Figura 18. Fractalidad de los ECG y EEG

7. CONCLUSIONES

Hasta no hace mucho tiempo un código implícito entre los científicos era que los sistemas sencillos se comportan de modo sencillo y que el comportamiento complejo era el resultado de causas complejas. La aparición de la TC viene a desmontar este prejuicio: los sistemas sencillos pueden dar lugar a comportamientos complejos y los sistemas complejos no necesariamente llevan asociados respuestas complejas. Este conocimiento sin duda contribuye a una mejor comprensión de nuestro mundo, pero al mismo tiempo aleja la posibilidad de poder controlarla.

Desde el establecimiento del comportamiento caótico como un fenómeno bien establecido, este ha penetrado las ciencias biológicas. Los biólogos lo han buscado, provocado y especulado sobre sus implicaciones para los organismos vivos. Una vez superadas las primeras impresiones que llevaban a sospechar que el caos estaba asociado con condiciones patológicas, la investigación posterior llevó a admitir que la dinámica caótica puede representar alguna ventaja para los seres vivos. Actualmente la TC es una herramienta de trabajo en varios campos de la Biología. Se emplea para la identificación de procesos evolutivos que sirvan para comprender los algoritmos genéticos, en simulaciones de vida artificial, en la investigación de procesos cerebrales de aprendizaje y en campos de tan difícil investigación como la conciencia y la mente.

La incontestable evidencia del carácter no lineal del comportamiento de los sistemas biológicos está siendo un de los catalizadores más eficaces que, operando en el seno de la comunidad científica, contribuye a que los planteamientos de disciplinas hasta ahora consideradas distantes y distintas se aproximen. La TC es en sí misma un alegato por la unificación de las ciencias. En lo que a la Biología se refiere, la emergencia del caos determinista ha forzado a biólogos y médicos a que se aproximen a los conceptos relevantes de las matemáticas necesarios para entender y describir esta fenomenología. Y de la misma manera ha impulsado a los matemáticos a esforzarse por entender los principios básicos que se manifiestan en ensayos biológicos y médicos.

Los administradores científicos y académicos tienen en este sentido un papel que jugar para impulsar la creación de entornos favorables que estimulen el trabajo interdisciplinar de calidad. Dentro de la universidad, con mucha frecuencia el mayor obstáculo es la estrechez de miras con la que se contempla en trabajo de las áreas científicas clásicas y los méritos necesarios para la promoción profesional. En las agencias financiadoras de la investigación este problema se manifiesta en el proceso de evaluación por pares y en las priorización de las áreas de investigación. El reto es que sin relajar las expectativas de calidad y excelencia, los administradores científicos sean tolerantes con aquellas ideas y propuestas que van más allá de las fronteras tradicionales entre las disciplinas científicas.

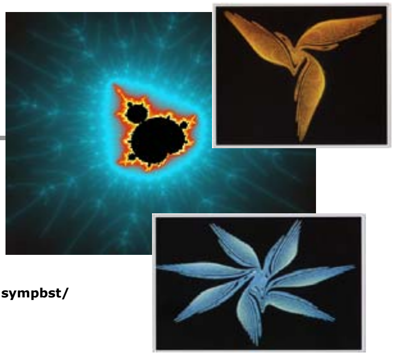
Referencias

Caos. La creación de una Ciencia. James Gleick. 1987. Seix Barral.

La esencia del Caos. Un modelo científico para la disparidad de la naturaleza. Edward N. Lorenz. 1993. Círculo de Lectores.

The fractal geometry of nature. Benoit B. Mandelbrot. W.H. Freeman and Company. New York. 1983.

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS



Dr. Néstor V. Torres Darias

http://webpages.ull.es/users/sympbst/

Universidad de La Laguna

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

"La tierra era un caos informe; sobre la faz del abismo, la tiniebla" Génesis. 1:2

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

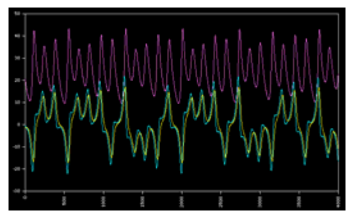
1. Definición de Caos determinista
2. Un ejemplo de Caos determinista: El Atractor de Lorentz
3. Propiedades del Caos
4. Fenomenología caótica en sistemas biológicos
5. Fractales y Caos
6. Conclusiones

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

1. Definición de Caos determinista

Caos: Comportamiento *dinámico* *aperiódico* mostrado por sistemas *deterministas* *no lineales.*

Dinámico: que experimentan *variaciones en el tiempo*



1. Definición de Caos determinista

Caos: Comportamiento *dinámico* *aperiódico* mostrado por *sistemas deterministas* *no lineales.*

Sistema aperiódico: ninguna de las propiedades o variables que caracterizan los cambios observados experimenta repeticiones regulares de sus valores.

Los sistemas caóticos son impredecibles pero ¡interpretables matemáticamente!

1. Definición de Caos determinista

Caos: Comportamiento *dinámico* *aperiódico* mostrado por *sistemas deterministas* *no lineales.*

Sistema determinista: cualquier evolución futura del sistema es una consecuencia de las condiciones en las que se encuentra el sistema en el instante inmediatamente anterior

Isaac Newton (1643-1727)

Pierre Laplace (1749–1827)

El comportamiento futuro (y pasado) de cualquier sistema (el cosmos) podría predecirse si se conocieran con suficiente exactitud los valores de las variables, parámetros y leyes que controlan un sistema

1. Definición de Caos determinista

Caos: Comportamiento *dinámico aperiódico* mostrado por *sistemas deterministas no lineales.*

Sistema no lineal: los efectos no son proporcionales a las causas

Sistemas lineales		Sistemas no lineales
Accesibles matemáticamente	⟷	Generalmente intratables

El mundo *real es raramente lineal*

La Teoría del Caos contribuye a la mejor comprensión e interpretación del mundo

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

2. Un ejemplo de Caos: El Atractor de Lorenz

Modelo de Lorenz

Sistema de Ecuaciones Diferenciales: tipo especial de ecuaciones, muy útiles como herramientas de modelado de sistemas físicos.

$dx/dt=\delta\cdot(y-x)$
$dy/dt=r\cdot x-y-x\cdot z$
$dz/dt=x\cdot y-b\cdot z$

dx/dt; dy/dt; dz/dt: cambios en las *variables* como consecuencia de las relaciones que se dan entre ellas y los *parámetros del sistema* (δ, r, b).

x: velocidad de rotación de una columna de aire; *y*: diferencia de Tª en la columna; *z*: variación de la Tª en la columna

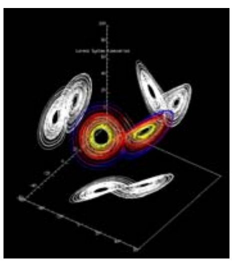
δ: relacionado con la viscosidad y la conductividad térmica del aire; *r*: Δ Tª extremos de la columna; *b*: dimensiones de la columna

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

2. Un ejemplo de Caos: El Atractor de Lorenz

Las soluciones se obtienen por integración numérica (cálculo con ordenadores) y para obtenerlas se precisa conocer las condiciones iniciales del sistema.

La representación de los valores de x, y, z para cada instante de tiempo -> imagen tridimensional asociada a la dinámica caótica del sistema.



Atractor Extraño de Lorenz

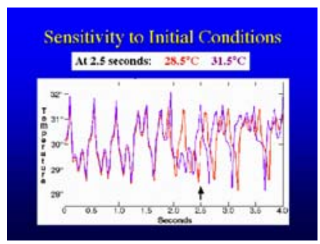
Las trayectorias se *pliegan sobre sí mismas*, confinadas en *una región del espacio*, moviéndose *infinitamente sin cruzarse nunca*

δ =16; r =45, b = 4; t(0)= (8,8,14)

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

3. Propiedades del Caos

1. Extrema sensibilidad a las condiciones iniciales



Si en t=0, se modifican los valores de las variables en la 4ª cifra decimal al poco tiempo estas se separan de la original.

En sistemas no caóticos: efectos indetectables sobre la trayectoria

Es imposible medir con tanta precisión ninguna variable -> no se puede predecir la evolución futura de los sistemas caóticos

Efecto Mariposa: "El aleteo de una mariposa en Tenerife provoca un huracán en Australia"

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

3. Propiedades del Caos

2. Ubicuidad

Se ha observado la ocurrencia de caos en un gran número de sistemas de la más variada procedencia:

Biología,
Astrofísica,
Economía,
Química, Física, Fisiología...

A pesar de su ubicuidad el caos sólo se ha podido detectar desde que la potencia de cálculo suministrada por los computadores ha estado accesible a los investigadores.

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

3. Propiedades del Caos

3. Ruta universal hacia el caos

La aparición del comportamiento caótico responde pautas comunes, independientes del tipo de sistema

Incremento exponencial de la complejidad de la respuesta dinámica del sistema a medida que se varía alguno de los parámetros del mismo.

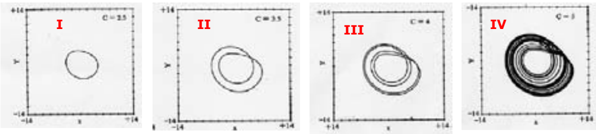
Atracctor de Rössler

$$\frac{dx}{dt} = -(y+z)$$
$$\frac{dy}{dt} = x+ay$$
$$\frac{dz}{dt} = b+z(x-c)$$

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

3. Propiedades del Caos

3. Ruta universal hacia el caos



El periodo de oscilación inicial (I) se incrementa exponencialmente (II, III) hasta llegar a un periodo infinito (IV, Caos)

Razón de convergencia universal: Constante de Feigenbaum

$\delta = 4.6692016091029$

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

3. Propiedades del Caos

Razón de convergencia universal:

Constante de Feigenbaum

$\delta = 4.6692016091029$

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

3. Propiedades del Caos

Condiciones necesarias para la existencia del Caos:

Sistema no lineal

Termodinámicamente abiertos

Permiten intercambios de materia y energía entre el sistema y su entorno.

Desequilibrio termodinámico

Diferencias de temperatura, concentración, potenciales, etc)

Más de dos variables.

Toda estas son características propias de los Sistemas Biológicos

El Caos determinista ha sido detectado en muchos sistemas vivos

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

4. Fenomenología caótica en Sistemas Biológicos.

Sistemas biológicos y biomédicos:

Sistemas metabólicos (glicólisis)

Patologías cardiacas

Sistema nervioso

Epidemiología.

Corazón y el cerebro: sistemas que más atención han recibido debido a la frecuencia con la que su comportamiento manifiesta aparente desorden y caos

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

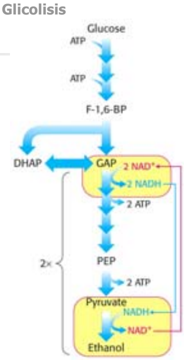
4. Fenomenología caótica en Sistemas Biológicos. Glicolisis

Glicolisis (griego: *glykys*, dulce; *lysis*, romper).

Secuencia de reacciones que transforma la glucosa en piruvato/etanol para producir ATP.

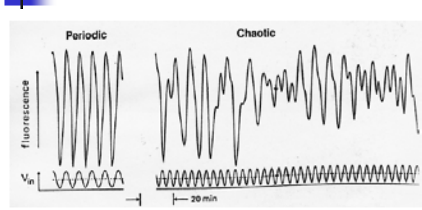
Ruta central, universal, del metabolismo de los seres vivos.

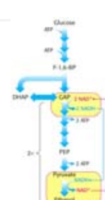
En muchos tejidos y células de mamíferos (eritrocitos, médula renal, cerebro) y tejidos vegetales la glucosa en la única fuente de energía metabólica (ATP) a través de la glucólisis.



CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

4. Fenomenología caótica en Sistemas Biológicos. Glicolisis

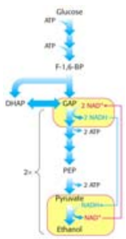


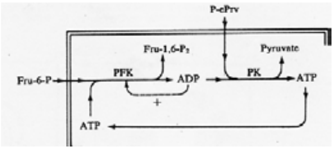


Comportamiento oscilatorio y dinámica caótica de la glicolisis al variar sinusoidalmente la velocidad de entrada de sustrato según sea la sinusoidal de entrada de glucosa.

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

4. Fenomenología caótica en Sistemas Biológicos. Glicolisis

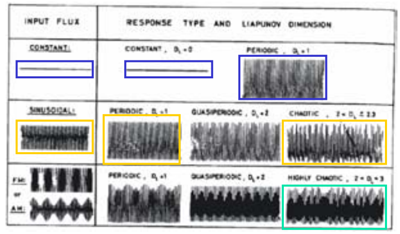




$$\frac{d[F6P]}{dt} = V_0 + \boxed{A\ sen(\omega_c t)} - V_{PKF}$$
$$\frac{d[PEP]}{dt} = V_0 + A\ sen(\omega_c t) - V_{PK}$$
$$\frac{d[ADP]}{dt} = V_{PFK} - V_{PK}$$
$$\frac{d[ATP]}{dt} = V_{PK} - V_{PFK}$$

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

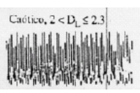
4. Fenomenología caótica en Sistemas Biológicos. Glicolisis

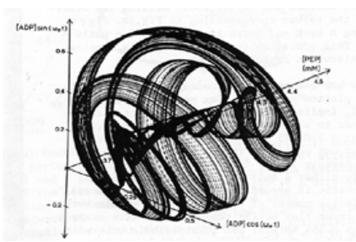


$$\frac{d[F6P]}{dt} = V_0 + \boxed{A\ sen(\omega_c t)} - V_{PKF}$$
$$\frac{d[PEP]}{dt} = V_0 + A\ sen(\omega_c t) - V_{PK}$$
$$\frac{d[ADP]}{dt} = V_{PFK} - V_{PK}$$
$$\frac{d[ATP]}{dt} = V_{PK} - V_{PFK}$$

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

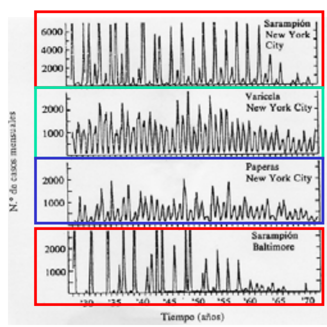
4. Fenomenología caótica en Sistemas Biológicos. Glicolisis





CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

4. Fenomenología caótica en Sistemas Biológicos. Epidemiología



Incidencia anual de las enfermedades víricas infantiles:

Sarampión: Caos

Varicela: fluctuaciones al azar

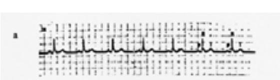
Rubeola (paperas): dinámica periódica, (predecible)

Sarampión: Caos

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

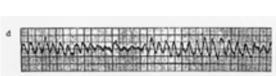
4. Fenomenología caótica en Sistemas Biológicos. Actividad cardiaca

Caos en actividad cardiaca es sinónimo de patología



ECG normal:

actividad periódica regular



Arritmia caótica característica de un proceso de fibrilación ventricular

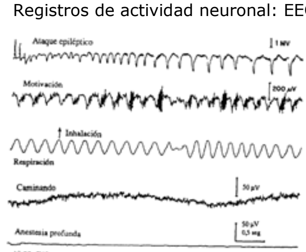
Se han desarrollado modelos matemáticos del ritmo cardiaco cuyas predicciones se ajustan razonablemente bien a las observaciones experimentales

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

4. Fenomenología caótica en Sistemas Biológicos. Actividad cerebral

Caos en actividad neuronal es sinónimo de salud

Registros de actividad neuronal: EEG



Epilepsia: EEG periódicos

Estímulos externos: periodicidad inducida

Normal: EEG caóticos

Sin actividad: EEG plano

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

5. Fractales y Caos. Definición

En donde hay caos aparece un tipo de objetos geometricos *caracterizados por su dimensión no entera*, los ***objetos fractales*** (Benoit Mandelbrot)

Fractales: La amplificación de una sección muestra tanta complejidad y detalle como la anterior, siendo similares entre sí

La geometría clásica (euclidiana) describe líneas, elipses, círculos, etc, propios de sistemas lineales.

La geometría fractal es la propia de los sistemas nolineales

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

5. Fractales y Caos. Definición

Propiedades definitorias de los fractales:

Autosimilaridad: sucesivas ampliaciones de cualquier detalle de las mismas son indistinguibles de los originales

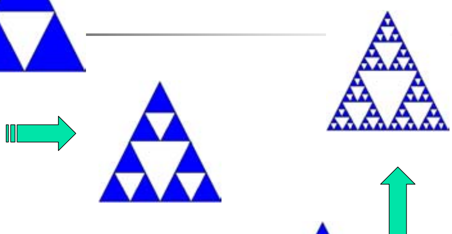
La *autorreferencia:* la forma de generar un fractal en mediante un algoritmo recurrente o regla de construcción

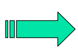
Dimensión fraccionaria: los objetos fractales se encuentran en un espacio geométrico de dimensión no entera.

Son objetos geométricos que están a medias entre la línea y el plano, o entre un plano y el espacio de tres dimensiones.

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

5. Fractales y Caos. El triangulo de Sierpinski

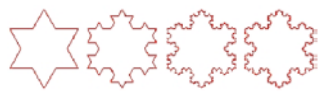




Los puntos medios de cada lado se conectan entre sí, formando en su interior un nuevo triangulo equilátero...

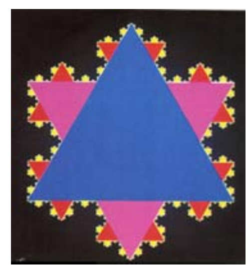
CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

5. Fractales y Caos. La Estrella de Koch



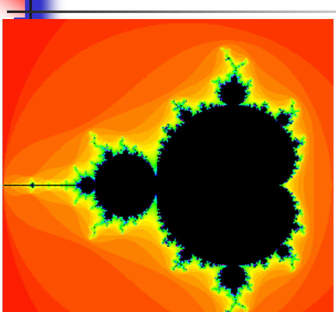
Insertar en cada lado un triángulo que mida de lado un tercio del anterior...

En el límite la longitud del perímetro de la estrella es infinita y la superficie que envuelve es menor que la del círculo que lo circunscribe: más que una línea (tiene longitud infinita) pero no llega ser una superficie.



CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

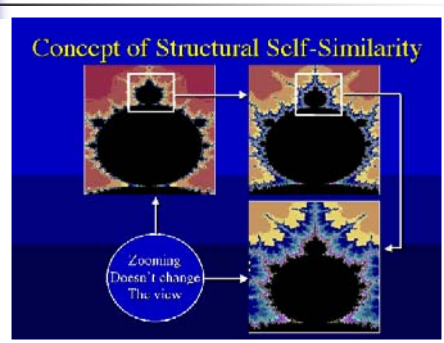
5. Fractales y Caos. El conjunto de Mandelbrot



"El objeto más bello y complejo creado por el hombre"

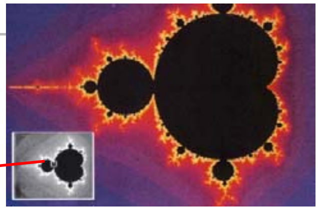
CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

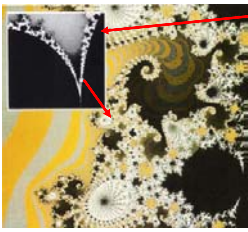
5. Fractales y Caos. Autosimilaridad del conjunto de Mandelbrot



CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

5. Fractales y Caos. Complejidad del conjunto de Mandelbrot





Ampliación un millón de veces

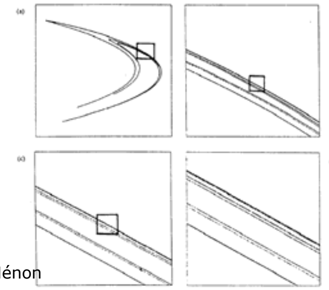
CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

5. Fractales y Caos. Relaciones

¿Qué relación tienen los fractales con el caos?

La geometría de los atractores extraños es fractal.

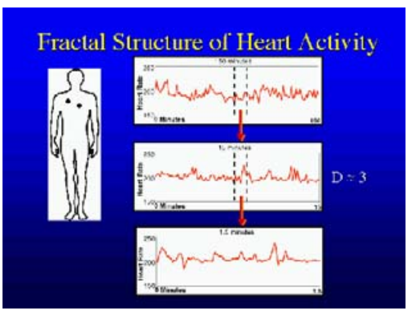
La ampliación sucesiva de las órbitas de un atractor extraño muestra la autosimilaridad propia de los fractales



Estructura fractal del atractor de Hénon

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

5. Fractales y Caos. Relaciones

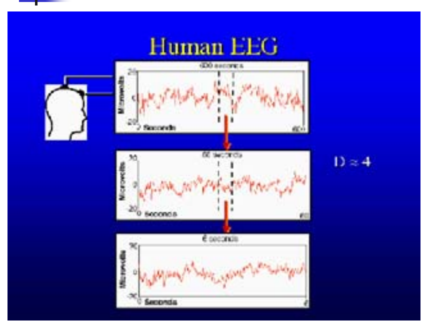


ECG

La ampliación de las secciones muestran autosimilaridad

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

5. Fractales y Caos. Relaciones



EFG

La ampliación de las secciones muestran autosimilaridad

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

6. Conclusiones

El viejo paradigma:

"Sistemas sencillos se comportan de modo sencillo; sistemas complejos de modo complejo"

La Teoría del Caos provoca su sustitución por el nuevo paradigma:

Sistemas sencillos pueden dar lugar a comportamientos complejos y los sistemas complejos no necesariamente llevan asociados respuestas complejas.

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

6. Conclusiones

La nueva imagen del universo que la Teoría del Caos propicia contribuye a la mejor comprensión e interpretación del mundo, pero al mismo tiempo, al alejar de nosotros las quimera determinista de Laplace, aleja la posibilidad de poder controlarlo absolutamente.

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

6. Conclusiones

Implicaciones para los organismos vivos.

La dinámica caótica representa en ocasiones una ventaja evolutiva para los seres vivos.

La Teoría del Caos es una herramienta de trabajo en varios campos de la Biología:

Identificación de procesos evolutivos que sirvan para comprender los algoritmos genéticos

Simulación de vida artificial

Investigación de procesos cerebrales de aprendizaje

Investigación en los campos de la conciencia y la mente

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

6. Conclusiones

La Teoría del Caos es un alegato por la unificación de las ciencias.

Biólogos y médicos se han visto impulsados a aproximarse a los conceptos relevantes de las matemáticas necesarios para entender esta fenomenología mientras que los matemáticos se acercan naturalmente a los principios básicos que se manifiestan en ensayos biológicos y médicos.

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

6. Conclusiones

La universidad ha venido dando pasos desde hace tiempo, que deberían ser estimulados, hacia la creación de entornos favorables que estimulen el trabajo interdisciplinar de calidad.

Las agencias financiadoras de la investigación por su parte deben reflejar en sus procesos de evaluación por pares esta nueva realidad.

El reto es que, sin relajar las expectativas de calidad y excelencia, los administradores académicos y científicos sean tolerantes con aquellas ideas y propuestas que van más allá de las fronteras tradicionales entre las disciplinas científicas.

CAOS EN SISTEMAS BIOLÓGICOS

6. Conclusiones

Gracias por su atención

Dr. Néstor V. Torres Darias

http://webpages.ull.es/users/sympbst/

Universidad de La Laguna